Министерство науки и высшего образования Российской Федерации САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО



МАТЕРИАЛЫ

научной конференции с международным участием

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ



Санкт-Петербург 2019

УДК 51;531 ББК 22.1;22.2 H42

Неделя науки СПбПУ : материалы научной конференции с международным участием, 18–23 ноября 2019 г. Институт прикладной математики и механики. – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2019. – 292 с.

В сборник включены статьи студентов, аспирантов, молодых ученых и сотрудников СПбПУ, университетов, научных организаций и предприятий Санкт-Петербурга, России, зарубежных стран по материалам докладов, принятых на секционные заседания конференции «Неделя науки СПбПУ» Института прикладной математики и механики. Статьи отражают современный уровень научно-исследовательской работы участников конференции в области прикладной математики и механики.

Представляют интерес для специалистов в различных областях знаний, учащихся и работников системы высшего образования и Российской академии наук.

> Редакционная коллегия Института прикладной математики и механики СПбПУ:

М. Е. Фролов (директор института), Я. А. Гатаулин (зам. директора по НИРС – отв. ред.), Н. Г. Иванов (зам. директора по НИР), А. В. Востров, Д. П. Зегжда, Е. А. Зайцева, Н. Ю. Золоторевский, Д. А. Индейцев, А. М. Кривцов, О. С. Лобода, А. С. Немов, А. С. Семёнов, Е. М. Смирнов, Л. В. Уткин

Печатается по решению Совета по издательской деятельности Ученого совета Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

© Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2019

ISBN 978-5-7422-6813-0

СЕКЦИЯ «ГИДРОАЭРОДИНАМИКА, ГОРЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН»

УДК 536.242

М.Е. Блюм, В.А. Талалов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ВЛИЯНИЕ ПОДСОСА ВОЗДУХА НА ТЕМПЕРАТУРНЫЙ РЕЖИМ ЭЛЕКТРОДА В ОБЕДНИТЕЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОПЕЧИ

Обеднение шлаков, получаемых при производстве мели, производится в электропечах. Одним из вариантов технологического решения является использование самоспекающихся электродов. Свойства этих электродов зависят от состава электродной массы и условий спекания (температурного режима электрода при его работе [1]). Экспериментальные исследования [2] проводились на работающей печи при заданных технологических параметрах и поэтому не могут быть экстраполированы на другие условия: изменения режима работы или конструкции печи, и могут быть использованы для валидации математической модели. В свою очередь возможности математической модели зависят от полноты учета основных факторов, влияющих на тепловой режим электрода: тепловыделение при протекания электрического тока, химические реакции при спекании, теплообмен излучением с элементами печи и поверхностью расплава, конвективный теплообменом.

Так как при работе электрода он периодически движется, то между сводом печи и электродом имеется зазор (около 10 см) и, следовательно, существует подсос холодного воздуха. Интенсивность возникающей струи определяется разрежением в объеме печи. Настоящая работа посвящена изучению взаимодействия струи холодного воздуха с поверхностью электрода и получению величины коэффициента теплоотдачи, который будет использован в дальнейшем при анализе работы электрода.

Задача решалась в осесимметричной постановке. Расчетная область представлена на рис. 1а и включает в себя подсводное пространство печи, зазор и часть надсводного пространства для правильного формирования входного участка струи.

Моделирование теплообмена осесимметричной кольцевой турбулентной струи проводилось в пакете ANSYS Fluent, была выбрана низкорейнольдсовая модель турбулентности k- ω SST. Для расчета движения и теплообмена использовались осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса. Учитывалась зависимость свойств воздуха от температуры [3]. Использована структурированная трехблочная сетка со сгущениями к стенкам и слою смешения струи для их точного разрешения. Предварительно было проведено исследование на сеточную сходимость, и удалением границ входа и выхода нивелировано влияние граничных условий. Результаты тестовых расчетов показали хорошее соответствие данным работы [4] для верхней части струи в подсводовом пространстве.

В работе выполнен анализ влияния скорости движения газа, температуры стенки электрода на коэффициент теплоотдачи от электрода к холодной струе. На рисунках 1 и 2 представлены результаты расчетов для случая, когда начальная средняя скорость струи равна 3 м/с.

При изотермическом распределении температуры значения теплового потока занижены на начальном участке струи относительно значений при экспериментальном распределении температуры. Во всех случаях на начальном участке струи наблюдается наибольший тепловой поток, также большие значения наблюдаются на входе в зазор, однако в этой области значения сильно зависят от граничных условий. В зазоре тепловой поток уменьшается, так как там образуется зона отрыва и оказывает влияние нагретый свод печи.



Рис.1. (а)-расчетная область; (b)- поле скоростей, (c)- поле температур при экспериментально полученном изменении температуры вдоль электрода от 500°С до 1100°С



Рис.2 (а) - тепловой поток от поверхности электрода, (b) - коэффициент теплоотдачи; варианты задания температуры поверхности электрода: экспериментальное распределение (t_{ex}) от 500°С до 1100°С, постоянные температуры электрода 500°С и 900°С

Заключение. Проведено моделирование холодной пристенной осесимметричной струи вдоль электрода обеднительной печи. Получены величины коэффициента теплоотдачи, которые в дальнейшем будут использованы для анализа роли холодной струи в общем тепловом балансе электрода. Расчеты показали, что струя достает до расплава и охлаждает его, однако, этот результат не может считаться достоверным, так как двумерная модель не учитывает влияние других электродов.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Гасик М.И. Самообжигающиеся электроды рудовосстановительных электропечей. – М.: «Металлургия», 1984, – 249 с.

2. Четвертков М.С., Родин Л.В., Грань Н.И. Особенности работы непрерывных электродов печей обеднения конвертных шлаков, Труды проектного и научно- исследовательского института гипроникель. - Л.: «Горное оборудование», выпуск 55, 1972

3. Уонг Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров. Справочник. - М.: «Атомиздат», 1979, - 212с.

4. Абрамович Г.Н. Теория турбулентных струй. – М.: «Эколит», 2011, – 705 с.

Д.В. Борисов¹, В.В. Калаев² ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ²ЗАО «Группа СТР»

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В РАСПЛАВЕ КРЕМНИЯ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ТЕХНОЛОГИИ ВЫРАЩИВАНИЯ КРИСТАЛЛОВ МЕТОДОМ ЧОХРАЛЬСКОГО

Метод Чохральского является основным способом выращивания объемных полупроводниковых кристаллов из расплава для электронной промышленности. Постоянно происходит совершенствование ростовой технологии, вызываемое ужесточением требований к структурному качеству кристаллической решетки [1].

Выращивание кристаллов кремния методом Чохральского происходит в основном в кварцевых тиглях [2]. Примеси, поступающие в расплав со стенки тигля, путем конвекции и диффузии переносятся к поверхности расплава, где они могут встраиваться в кристалл, влияя на его качество. Кислород является наиболее важной примесью. Для получения необходимых электрофизических свойств кристалла необходимо контролировать концентрацию кислорода вдоль радиального и осевого направлений.



Рис. 1. Распределения массовой доли кислорода и турбулентной вязкости, полученные при расчете исходными и модифицированными моделями Вольфштайна и Чена, для различных значений угловой скорости вращения тигля, а также зависимость концентрации кислорода в подкристалльной области от угловой скорости вращения тигля

В работе проведено численное моделирование с помощью RANS моделей турбулентной конвекции расплава в установке выращивания кристаллов кремния методом Чохральского. Показана необходимость учета специфики свободной поверхности в RANS моделях. Исследуется влияние угловой скорости вращения тигля, а также давления и расхода аргона на концентрацию кислорода, встраиваемого в кристалл. В работе используются две базовые модели турбулентности: модель Вольфштайна и k- ε модель Чена. Для учета влияния свободной поверхности расплава на характеристики турбулентности было предложено провести следующие модификации моделей. Для модели Вольфштайна и Чена расстояние до стенки в источниковых слагаемых, а также функциях модели заменить на минимум между расстоянием до стенки и расстоянием до свободной поверхности. Для модели Чена использовать нулевое граничное условие по модифицированной скорости диссипации ε со стороны расплава и газа соответственно.

На рис. 1 и 2 приведены распределения концентрации кислорода и турбулентной вязкости, полученные при варьировании угловой скорости вращения тигля с помощью исходных и модифицированных моделей Вольфштайна и Чена.



Рис. 2. Распределения массовой доли кислорода и турбулентной вязкости, полученные при расчете исходными и модифицированными моделями Вольфштайна и Чена, для различных значений давления и расхода аргона, а также зависимость концентрации кислорода в подкристалльной области от средней входной скорости аргона

Транспорт кислорода в расплаве в основном определяется конвекцией и турбулентной диффузией. Ввиду высокого значения числа Шмидта для кислорода в расплаве кремния молекулярная диффузия вносит основной вклад в пограничных слоях, где роль турбулентного массопереноса становится незначительной. Высокие значения турбулентной вязкости на свободной поверхности в случае использования исходных моделей приводят к завышению интенсивности турбулентного массообмена с низкоконцентрационными слоями расплава в приповерхностном слое, что приводит к низкой массовой доле кислорода, растворенного в расплаве [3, 4]. Введенные модификации моделей Вольфштайна и Чена учитывают высокую скорость диссипации на границе раздела расплав-газ, в результате чего уровень турбулентной вязкости на свободной поверхности значительно падает по сравнению со стандартными моделями и становится близким к нулю. Это приводит к снижению интенсивности турбулентной диффузии у свободной поверхности. Таким образом, концентрация кислорода в объеме расплава, в частности, в подкристалльной области получается на порядок выше, что количественно согласуется с экспериментальными значениями.

При использовании модифицированных моделей уровень кислорода в расплаве определяется массообменом как у стенки кварцевого тигля, так и на свободной поверхности. Зависимость концентрации кислорода от угловой скорости вращения будет определяться преобладанием изменения интенсивности турбулентной диффузии в окрестности стенки тигля или свободной поверхности. Как для исходных, так и для модифицированных моделей варьирование давления и расхода аргона не приводит к существенному изменению турбулентной вязкости в расплаве. Модифицированная модель Чена, в отличие от стандартной, приводит к преобладанию роста скорости диссипации над ростом кинетической энергии турбулентности в приповерхностном слое, что приводит к снижению уровня турбулентной вязкости. Вследствие этого интенсивность массообмена у свободной поверхности стижается. Таким образом, концентрация кислорода в подкристалльной области возрастает, что качественно согласуется с экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Калаев В.В. Решение сопряженной задачи гидродинамики и теплообмена в устройствах Чохральского для выращивания кристаллов кремния / Дисс. канд. физ.-мат. Наук. – 2003. – СПб. – 168 с.

2. Mitesh Vegad, N.M. Bhatt «Review of some aspects of single crystal growth using Czochralski crystal growth technique» // Procedia Technology 14. – 2014. – p. 438-446

3. K.V. Khodosevitch, etc. 4th IWMCG, Abstracts. – Fukuoka, Japan. – 2003. – p. 148-149

4. I.Yu. Evstratov, etc. 3rd IWMCG, Abstracts. – Hauppauge, New York, USA. – 2003. – p. 49-50,

УДК 533.65.013.622

В.Д. Голубков, А.В. Гарбарук Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

В наши дни все шире и шире используются беспилотные летательные аппараты которых крайне разнообразны. (БПЛА). области применения Для определения аэродинамических характеристик БПЛА, таких как коэффициенты подъемной силы и используется численное моделирование. Ввиду сопротивления, ресурсозатратности трехмерного моделирования особый интерес представляют методы, позволяющие получить аэродинамические характеристики на основе двумерных расчетов (см., например, [1, 2]). Целью данной работы является проведение секционного RANS расчета обтекания крыла БПЛА и извлечение аэродинамических характеристик всего крыла из результатов такого рода расчетов.

Суть секционного метода заключается в следующем. Крыло представляется в виде набора секций, при этом предполагается, что характеристики обтекания каждой секции не зависят от других секций. Для каждой секции строится крыловой профиль в ее середине (рис. 1а). Аэродинамические характеристики крыла внутри одной секции полагаются постоянными вдоль ее средней линии и равными характеристикам крыла бесконечного размаха с сечением, совпадающим со срединным сечением секции, и средней линией, совпадающей со средней линией секции (рис. 16). Обтекание такого крыла квазитрехмерно, то есть поток имеет три проекции скорости, но он постоянен вдоль средней линии. При таком подходе трапецевидностть крыла в рамках одной секции и взаимное влияние соседних секций не учитываются, однако учитывается стреловидность крыла, так как средняя линия располагается не перпендикулярно к проекции набегающего потока на горизонтальную плоскость, а под углом 90°+ β (рис. 1в).



Таким образом, в рамках секционного подхода задача определения подъемной силы и силы сопротивления крыла сводится к серии расчетов квазитрехмерного обтекания крыльев бесконечного размаха со средней линией, расположенной под углом 90°+ β относительно проекции набегающего потока на горизонтальную плоскость. Если расположить систему координат XYZ так, чтобы ось оZ была расположена вдоль средней линии крыла, то производные $\frac{\partial}{\partial z} = 0$, поэтому квазитрехмерность расчета заключается в том, что решаются уравнения для трех компонент скорости, но переменные зависят только от двух координат и расчеты можно проводить на двумерной сетке (рис. 1в).

Результаты расчетов квазитрехмерного обтекания крыла бесконечного размаха позволяют определить подъемную силу F_{lift,j} и силу сопротивления F_{drag,j} на единицу длины в системе координат, связанной с потоком, для каждой секции. Подъемная сила и профильное сопротивление всего крыла получаются суммированием по всем секциям:

$$F_{\text{lift}} = \sum F_{\text{lift},j} L_j; \quad F_{\text{drag}} = \sum F_{\text{drag},j} L_j; \quad j=1,N$$
(1),

где N – количество секций.

Для корректного определения аэродинамических сил следует учесть индуктивное сопротивление, которое обусловлено существенно трехмерной особенностью реального обтекания, и не может быть получено из квазитрехмерных расчетов [3]. Индуктивное сопротивление может быть вычислено по формулам [4]:

$$C_{ind} = C_y^2 / (\pi \lambda); \quad F_{ind} = 0.5 C_{ind} \rho v^2 S$$
 (2)

где C_{ind} – коэффициент индуктивного сопротивления, C_y – коэффициент подъемной силы, F_{ind} – индуктивное сопротивление, S – площадь крыла в плане, λ – удлинение крыла. Полная сила сопротивления складывается из профильного и индуктивного сопротивления:

$$F_{drag} = F_{drag \, pr} + F_{ind} \tag{3}$$

С помощью пакета ANSYS Fluent проводилось две серии расчетов с моделью турбулентности k- ω SST [5] и моделью перехода γ -SST [6]. Такой выбор моделей турбулентности обусловлен переходным числом Re= $7 \cdot 10^5$. Все производные дискретизировались со вторым порядком точности. На входной границе расчетной области задавались компоненты скорости, а давление экстраполировалось изнутри области, а на выходной – задавалось постоянное давление, а компоненты скорости экстраполировались изнутри области. Параметры турбулентности на входной границе соответствовали среднему уровню турбулентности потока при полете: степень турбулентности ϵ =1%, отношение турбулентной и молекулярной вязкостей EVR=1.

Половина БПЛА Геоскан 201 была представлена в виде секций: A1, A2 – секции фюзеляжа, B1, B2, B3 – секции средней части крыла, C1, C2, C3 – секции законцовки крыла (рис. 2а). Моделирование обтекания каждой секции проводилось при углах атаки от 0° до 15° с шагом в 1°.

Расчетная сетка, обеспечивающая сеточно-независимое решение, имела следующие параметры: первый пристенный шаг $\Delta y_i^+ < 1$, сгущение в направлении крыла $\Delta y_i / \Delta y_{i+1} = 1.15$, продольный шаг вдоль крыла $3 \cdot 10^{-3}$ с $< \Delta x < 1.5 \cdot 10^{-2}$ с, шаг сетки в области перехода $\Delta x = 0.00375$ с, где с – хорда сечения секции.

При расчете обтекания сечений A2 - C3 с моделью γ-SST предсказывается ламинарнотурбулентный переход на верхней поверхности крылового профиля. Положение перехода смещается к передней кромке с увеличением угла атаки (рис. 26). Для сечения A1 также наблюдается ламинарно-турбулентный переход на нижней поверхности крылового профиля.



Рис. 2. а) – разбиение БПЛА на секции, б) – положение перехода для сечения ВЗ

В результате численного моделирования были рассчитаны аэродинамические силы на единицу длины $F_{lift, j}$ и $F_{drag, j}$ для секций A1 - C3, после чего по формулам (1) – (3) была рассчитана подъемная сила и сила сопротивления всего БПЛА. В двух сериях расчетов подъемная сила практически не отличается, но при обтекании с переходом большую часть крылового профиля занимает ламинарный пограничный слой, трение в котором меньше, чем в турбулентном, поэтому коэффициент сопротивления, полученный при обтекании с переходом меньше, чем переходом меньше, чем при полностью турбулентном обтекании (рис. 3а).

При равномерном прямолинейном полете скорость БПЛА можно выразить по формуле $V = (2mg/C_L/S)^{0.5}$. Полученный диапазон скоростей полета БПЛА примерно соответствует реальному диапазону скоростей от 18 до 36 м/с (рис. 3б)

В работе представлены результаты расчета аэродинамических характеристик БПЛА секционным методом с использованием двух моделей турбулентности. Подъемная сила, полученная с использованием этих расчетов, согласуется с летными данными реального

БПЛА, поэтому имеются основания рассматривать секционный подход как практический инструмент для определения аэродинамических характеристик БПЛА.



ЛИТЕРАТУРА:

1. Glauert H., Aerodynamics of propellers. Springer, Berlin. - 1936. - 164 p.

2. Burton T., Jenkins N., Sharpe D., Bossanyi E., Wind Energy Handbook , John Wiley & Sons. – 2011. – 777 p.

3. Лойцянский Л.Г., Механика жидкости и газа: Учеб. для вузов, Дрофа. – 2003. – 840 с.

4. http://aviaclub.ru/uploads/media/Aerodynamics.pdf

5. Menter F. R., Kuntz M., Langtry R., Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model // Turbulence, Heat and Mass Transfer 4. – 2003. – p. 625-632

6. Menter F.R., Smirnov P. E., Liu T., Avancha R. A One-Equation Local Correlation-Based Transition Model // Flow, Turbulence and Combustion. – December 2015. – Volume 95. – Issue 4. – p. 583-619

УДК 621.165

А.Д. Градусов, С.А. Галаев Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОВОЗБУЖДЕНИЯ ПРИ НАЛОЖЕННЫХ НА ЛОПАТКУ КОЛЕБАНИЯХ

На данный момент значительная часть энергии вырабатывается с использованием паровых турбин. Паровая турбина – это сложная и дорогостоящая энергетическая машина, обеспечивающая бесперебойную выработку энергии на протяжении длительного срока. Одним из способов повысить к.п.д. паровой турбины является увеличение площади сечения последних ступеней низкого давления за счет увеличения длины лопатки. Как следствие, возрастает гибкость лопаток, и становится особенно важным не допустить возникновения колебаний рабочих лопаток, которые могут привести к усталостным поломкам. Колебания лопаток можно разделить на срывные, вынужденные и автоколебания [1]. Срывные колебания возникают при малых расходах пара и высоком давлении в конденсаторе, что характерно только для переходных режимов работы турбины, занимающих сравнительно малые промежутки времени по сравнению с периодами работы на номинальном режиме. Вероятность появления вынужденных колебаний, развивающихся на частотах кратных частоте вращения ротора и количеству лопаток в венце, стараются снизить за счет вибрационной отстройки. Для появления автоколебаний не требуется наличия видимых возмущающих сил, достаточно, чтобы в потоке при перемещении лопатки, вызванном

колебаниями, возникающая переменная аэродинамическая сила действовала в фазе с перемещением. Поэтому предсказание автоколебаний является наиболее актуальной задачей.

Экспериментальные исследования [1] показывают, что чаще всего автоколебания реализуются с низшими собственными формами в виде бегущей волны, распространяющейся против направления вращения ротора. У венца с периферийными бандажными связями между соседними лопатками низшие формы колебаний – это дисковые формы с узловыми диаметрами, которые имеют изгибно-крутильный характер, как показано на рис. 1.



Рис. 1. Первая собственная форма колебаний венца рабочих лопаток с 6 узловыми диаметрами

Если перемещение лопатки противоположно по направлению действующей на профиль переменной аэродинамической силе, поток оказывает демпфирующее воздействие, и развитие автоколебаний подавляет. В том случае, когда переменная аэродинамическая сила и перемещение поверхности лопатки сонаправлены, происходит подпитка энергии колебаний за счет энергии потока газа, т.е. проявляется аэровозбуждение. Таким образом, нагрузка, действующая в фазе со скоростью перемещения, будет возбуждающей, а в противофазе – демпфирующей.

Нестационарные аэродинамические силы можно определять, например, из решения линеаризованных уравнений аэродинамики, по сути, сводящихся к постановке серии расчетов стационарного обтекания венца лопаток [2], или из сопряженного расчета аэродинамики потока и динамики деформируемого твердого тела [3]. При характерных для автоколебаний малых амплитудах колебаний и, как следствие, малых переменных аэродинамических силах, возможен подход, используемый в настоящей работе, в котором силы вычисляются из прямого решения полных нестационарных уравнений Рейнольдса с наложенными на поверхность лопаток перемещениями, определяемыми первыми собственными формами колебаний.

В качестве объекта исследования рассматривается типичная последняя ступень мощной паровой турбины. Расчетная область состоит из одного межлопаточного канала направляющего аппарата, полного набора межлопаточных каналов рабочего колеса и выходного диффузора, соответствующего начальному участку выхлопного патрубка. Задача решается в предположении периодичности течения в области направляющего аппарата и выходного диффузора. В аэродинамическом расчете учтено наличие надбандажного зазора, а промежуточные связи и периферийный бандаж рабочих лопаток игнорируются. Однако межлопаточные связи были учтены при анализе на собственные формы колебаний венца.

На входной границе задаются радиальные распределения полной температуры, давления торможения и степени сухости пара, а также углов вектора скорости, полученные в результате сквозного осесимметричного расчета цилиндра низкого давления. На выходной границе поддерживается заданный уровень среднего давления. На поверхность рабочих лопаток накладываются условия гармонических перемещений, которые определены из анализа на собственные формы пакетных колебаний. Максимальная амплитуда наложенных на модельные лопатки колебаний во всех рассчитанных вариантах составляла около 1 мм. Моделирование турбулентного течения водяного пара осуществляется на основе URANS подхода, с использованием SST модели турбулентности. В качестве рабочего тела используется модель термодинамически равновесного влажного водяного пара с термодинамическими свойствами, определенными на основании таблиц IAPWS-97. Дискретизация по пространству и времени осуществляется со вторым порядком точности. Шаг по времени задавался равным 1/40 периода колебаний. Численное моделирование выполнено с помощью программного комплекса ANSYS CFX 16.2 на деформируемых расчетных сетках. Расчеты выполнены с использованием ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета.



Рис. 2. а) фрагмент расчетной сетки на поверхности рабочей лопатки; б) распределение числа Маха в среднем по высоте сечении ступени

Для каждой части расчетной области построены квазиструктурированные расчетные сетки с элементами в виде гексаэдров (рис. 2а). Сетки существенно сгущены к твердым поверхностям и в окрестности кромок лопаток. Поперечный размер пристенных ячеек выбран так, чтобы первый пристенный узел попадал в логарифмическую область турбулентного пограничного слоя. В каждом межлопаточном канале направляющего аппарата и рабочего колеса сетки содержат около 300 тыс. узлов. Общая размерность расчетной сетки составляет 23.8 миллионов ячеек.

На рис. 26 показано распределение числа Маха в среднем по высоте сечении ступени. В целом обтекание обеих лопаток оказывается безотрывным. В обеих решетках поток ускоряется на стороне разрежения до чисел Маха около 1.5, а в областях горла решетки формируется косой скачок уплотнения.

Рис. 3 иллюстрирует изменение структуры потока под воздействием наложенных на поверхность лопатки перемещений для моды с 18-ю узловыми диаметрами. В верхней части рисунка на цилиндрической поверхности в периферийной области венца показано распределение разницы между мгновенным значением давления и значением давления, осредненным за период колебаний. В нижней части рисунка в том же сечении приведена осевая проекция скорости деформации сетки. Положительные значения скорости деформации отвечают перемещению лопатки в осевом направлении, отрицательные значения – в противоположном направлении. Можно видеть, что при смещении лопатки в отрицательном направлении (см. две крайние лопатки на рис. 3), косые скачки уплотнения, приходящие на поверхность профиля с задней кромки соседней лопатки, по сравнению с осредненными за период, имеют большую интенсивность. Средняя за период работа аэродинамических сил для моды с 18-ю узловыми диаметрами отрицательна, модуль отношения этой работы к полной энергии колебаний составляет 10⁻⁴.



Рис. 3. Мгновенные распределения параметров в периферийном сечении рабочей решетки: сверху – отклонения давления от среднего значения за один период, внизу – осевая компонента скорости перемещения сеточных узлов

Выводы. Проведено численное моделирование течения в последней ступени паровой турбины с наложенными на рабочие лопатки колебаниями. На основе полученных результатов можно заключить, что для рассматриваемого варианта с 18-ю узловыми диаметрами будет наблюдаться эффект аэродемпфирования.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Боришанский К.Н. Колебания рабочих лопаток паровых турбин и меры борьбы с ними. – СПб. – 2011. – 324 с.

2. Paul Petrie-Repar, et al. Advanced flutter analysis of a long shrouded steam turbine blade // Proc. ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition GT2014 June 16-20. – Dusseldorf, German. – 2014. – 12 p. doi 10.1115/GT2014-26874

3. Atsushi Tateishi, et al. Verification and Application of Fluid-Structure Interaction and a Modal Identification Technique to Cascade Flutter Simulations // International Journal of Gas Turbine, Propulsion and Power Systems. -2016. - v.8. - No.3. - p. 21-28

УДК 532.517

Н.А. Желудков, А.М. Левченя Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИСТЕРЕЗИСНЫХ ЯВЛЕНИЙ ПРИ РАЗМЫКАНИИ ТУРБУЛЕНТНОЙ ЗАКРУЧЕННОЙ СТРУИ, ИСТЕКАЮЩЕЙ ИЗ КОЛЬЦЕВОГО СОПЛА

Введение. При истечении струи из кольцевой щели в полупространство, если сопло монтируется в стенке (рис. 1а), могут возникать различные формы течения в зависимости от параметров потока. Струя либо смыкается на некотором удалении от плоскости истечения, либо растекается по стенке в виде веерной струи [1]. Это обусловлено такими явлениями, как прилипание и эжекция. Основными параметрами, которые влияют на вид течения, являются уровень вязкости среды, относительный размер кольцевой щели и, наиболее важный параметро – величина закрутки. При определенном изменении перечисленных выше параметров струя может резко изменить свое направление, которое было задано соплом, и прилипнуть к стенке, далее растекаясь по ней.

Целью данной работы является численное исследование гистерезисных явлений, возникающих при смыкании и размыкании струи, связанных с изменением скорости закрутки, и сравнение результатов с проведенными ранее экспериментальными исследованиями [2].



Рис. 1. а) – схема эксперимента [1] и расчетная область, б) расчетная сетка вблизи сопла, толстая линия – выход из кольцевого сопла

Постановка задачи. В работе рассматривалось истечение затопленной струи из кольцевого сопла, вмонтированного в стенку. Моделируется течение воздуха со следующими свойствами: плотность $\rho = 1.225$ кг/м³, динамическая вязкость $\mu = 1.8 \cdot 10^{-5}$ кг/м·с. Характерный размер сопла - d/D=0.8 (обозначения см. на рис. 1a). Осевая скорость постоянна и такова, чтобы число Рейнольдса $\text{Re}=20/\pi v(\text{D}+\text{d}) = 9000$ соответствовало эксперименту (Q = us - pacxod, s - площадь кольцевого сечения сопла, u - средняя осевая скорость, vкинематическая вязкость). Требуемое значение Re обеспечивает осевая скорость *u*=21.6 м/с. Интенсивность закрутки $N = \omega/u = tg\beta$ варьировалась от 0 до 3.7. Осесимметричная расчетная область (сектор шара) на рис. 1а очерчена линией ABCDEFGHA. Выбранной геометрии сопла соответствуют следующие размеры расчетной области: АВ=30 мм, BC=7.5 мм, AD=AH=5D=375 мм, AE=AG=20D =1500 мм. В расчетах ставились следующие граничные условия: СВ (вход) – однородные профили постоянной осевой и варьируемой окружной компонент скорости, интенсивность турбулентности 5%, отношение турбулентной вязкости к молекулярной 10; AB, CE (стенки) - условие прилипания; AG (ось) – условие осевой симметрии; дуга EFG (выход) - условие равенства статического давления атмосферному.

Вычислительные аспекты. Расчеты проводились в пакете ANSYS FLUENT [3], модель турбулентности k-omega SST Ментера [4]. Для построения сетки использовался сеточный генератор ANSYS Meshing. Количество ячеек 42800. Коэффициенты сгущения не превышали значения 1.04. При построении сетки (рис. 1б) учитывалось то, что на стенке при растекании веерной струи разовьется пограничный слой, а рядом с осью кольцевой струи формируются области быстрого течения с низким давлением. Чтобы корректно описать эти эффекты и для удобства построения сетки расчетная область была разделена на 3 блока (рис. 1а). Все сгущения направлены к месту истечения струи, кроме нижней половины линии JH, на ней сгущение направлено к центру, дабы создать плавный переход от высокого разрешения сетки в начале струи к внешней границе области. Рассматривается задача об осесимметричном течении при наличии закрутки (Axisymmetric Swirl). Для ускорения расчетов и повышения их устойчивости используется нестационарная (Transient) постановка. Дискретизация уравнений выполняется по методу SIMPLE, шаг по времени 0.05 с,

количество итераций на каждом шаге 20. В результате расчета каждого варианта (для каждого уровня закрутки) решение сходилось к стационарному.



Рис. 2. а) Поле скорости и картина линий тока при интенсивности закрутки 1.39 - струя кольцевая, б) то же при закрутке 2.78 - струя веерная (легенда общая), в) диаграмма изменения давления в зоне рециркуляции над струей в зависимости от интенсивности закрутки.

Результаты расчетов. На рис. 2а и 2б иллюстрируются поля скорости с наложенной на них картиной линий тока для двух характерных режимов течения: кольцевой струи при небольшой закрутке и веерной струи при больших значениях *N*. На рис. Зв приведена диаграмма, обобщающая результаты проведенных расчетов. Здесь представлена зависимость давления, определяемого на стенке над местом истечения струи, от интенсивности закрутки *N*. Положение точки мониторинга давления отмечено на картинах течения (белый квадрат).

Кольцевая струя (рис. 2а) постепенно расширяется по мере увеличения величины N от 0 до 2.3. При достижении закрутки N = 2.55 струя превращается в веерную, т.е. прилипает к стенке (рис. 3б) и растекается в радиальном направлении. При дальнейшем увеличении закрутки (N = 2.55-3.7) структура течения не меняется. Далее, под действием эффекта Коанда, при постепенном уменьшении закрутки до N = 1.4 струя остается прилипшей к стенке. Но при достижении величины N = 0.93 струя возвращается к кольцевому виду, и далее при ее уменьшении до нуля картина течения становятся аналогичной той, что была получена при небольших уровнях закрутки.

Близость давления в точке мониторинга к нулю соответствует преимущественно осевому течению (кольцевой струе), а при прилипании струи к стенке образуется зона рециркуляции, и давление при переходе струи в веерную снижается на несколько скоростных напоров. Как видно из графика (рис. 2в), обобщающего вариантные расчеты, проявляется гистерезис: наблюдется различная картина струйного течения при одинаковых уровнях закрутки.

Сравнение расчетных и экспериментальных данных. В табл. 1 сопоставлены данные, полученные численно и в экспериментах [2] при d/D=0.8. Здесь N^* – наименьшая закрутка, когда веерная струя еще растекается по стенке, а N^{**} – наибольшая закрутка, при которой наблюдается кольцевая струя, также указана скорость закрутки ω . В результате проведенной серии расчетов область гистерезиса получилась шире, чем в экспериментах. Возможно уточнение диапазона гистерезиса посредством уменьшения шага по величине интенсивности закрутки при выполнении параметрических расчетов. Расчетная область может быть модифицирована путем добавления канала перед местом истечения струи, аналогично условиям экспериментов (рис. 1).

Табл. 1. Параметры струи

	Эксперимент [2]	Расчет	ω закрутки м/с
$\log(N^*)$	0.18	0.14	30
log(N**)	0.30	0.36	50

Заключение. В работе проведено моделирование турбулентного истечения из осесимметричного кольцевого сопла, вмонтированного в стенку. Расчеты выполнены в пакете ANSYS FLUENT 16.0 с использованием модели турбулентности k- ω SST Meнтера. Проведена серия расчетов с разными уровнями интенсивности закрутки потока на входе, с последовательным ее увеличением и уменьшением. Показаны характерные картины течения, иллюстрирующие изменение формы струи от кольцевой к веерной и обратно путем ее смыкания и размыкания. Подтверждено наличие гистерезиса: вид струи в некоторой области изменения закрутки различен при ее одинаковых значениях. Сравнение с экспериментами показало, что в расчетах область гистерезиса получается шире.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Смирнов Е.М. К вопросу о формировании закрученных струй, вытекающих из кольцевых сопел. Инженерный журнал, том XXVII. – 1975. – №4. – с. 104-106.

2. Смирнов Е.М., Бушмарин О.Н., Савин Б.Н. Об эффекте размыкания закрученных струй, вытекающих из кольцевых цилиндрических сопел. – Механика и энергомашиностроение. – 1976. – №352. – с. 643-652.

3. ANSYS Fluent Theory Guide. Release 16.0. ANSYS, Inc. – 2015

4. Menter, F.R., Kuntz, M., Langtry, R. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model // Turbulence, Heat and Mass Transfer 4. – 2003.

УДК 532.5+548.5

В.А. Игнатенко¹, Д.С. Базаревский², А.С. Сегаль³ ¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, ² АО «Группа СТР» ³ООО «Софт-Импакт»

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В УСТАНОВКЕ ДЛЯ РОСТА КРИСТАЛЛА КАРБИДА КРЕМНИЯ С ЛЕГИРУЮЩИМИ ПРИМЕСЯМИ

В настоящий момент повышается интерес к полупроводниковым приборам на основе кристаллов карбида кремния (SiC), поэтому перспективной областью является создание адекватной математической модели роста кристалла SiC с легированием для постановки численных экспериментов.

Широко распространенным типом реактора для роста кристалла SiC является т.н. "hotwall CVD reactor" (реактор химического осаждения из газовой фазы с горячей стенкой). Поэтому именно он был выбран для проведения численного эксперимента. Для моделирования течения в реакторе необходимо учитывать эффекты тепло- и массопереноса, а также объемные и поверхностные химические реакции.

Рассматривается плоское стационарное ламинарное течение газовой смеси в реакторе с объемными и поверхностными химическими реакциями. Динамика течения химически реагирующей газовой смеси в поле силы тяжести описывается уравнениями Навье-Стокса, дополненными уравнением неразрывности и выражениями для потоков, описанными в [1]. Уравнения замыкаются выражением для источника массы в уравнении неразрывности, которое можно найти из законов химической кинетики, расписав формальную газофазную реакцию

$$\nu_{r1}^+ G_1 + \dots + \nu_{rNe}^+ \Leftrightarrow \nu_{r1}^- G_1 + \dots + \nu_{rNe}^-$$
(1)

и записав закон действующих масс

$$\frac{1}{\nu_{rg}^{+}} \left(\frac{\partial \xi_{g}}{\partial t}\right)^{+} = -\frac{1}{\nu_{rg}^{-}} \left(\frac{\partial \xi_{g}}{\partial t}\right)^{-} = \operatorname{const}(g) = N_{r} =$$
$$= -K_{r}^{+} \prod_{g} (\xi_{g})^{\nu_{rg}^{+}} + K_{r}^{-} \prod_{g} (\xi_{g})^{\nu_{rg}^{-}}$$
(2)

где ξ_g – мольная плотность вещества g.

$$W_{g} = \mu_{g} \sum_{r} (\nu_{rg}^{+} - \nu_{rg}^{-}) N_{r}$$
(3)

Константы скоростей реакций были взяты из литературных данных.

Условие роста кристалла сводится к заданию ненулевых потоков компонент смеси на каталитических стенках. Потоки компонент рассчитываются с помощью квазитермодинамической модели, описанной в [2], по парциальным давлениям в граничных ячейках. Моделью подразумевается существование примесного соединения SiN.

По данной теме было проведено несколько натурных экспериментов [3-6]. В настоящей работе с целью настройки существующей модели легирования представлены результаты численного эксперимента, аналогичного описанному в [3].

Данная система решалась с помощью пакета Fluent в сочетании с химическим солвером Stiff Chemistry. Аппроксимация градиентов проводилась по методу Грина-Гаусса, пространственная дискретизация была выполнена со вторым порядком точности. Для данной работы была построена двумерная модель реактора, взятая из работы [3].



Рис. 1. Расчетная сетка

На рис. 1 изображена расчетная сетка: AB – вход в реактор, FG – выход, DE и IH – каталитические стенки, остальные границы – некаталитические стенки.

Для воспроизведения экспериментальных зависимостей варьировались параметры квазитермодинамической модели, а именно коэффициент прилипания азота (α_{N2}) и константа $K_{SiN} = \gamma^0_{SiN}(T) \cdot \exp(G_{SiN}(T)/RT)$, где $\gamma^0_{SiN}(T) - коэффициент активности SiN, а <math>G_{SiN}(T) -$ энергия Гиббса SiN. В базовой модели этими параметры имели следующие значения: $\alpha_{N2} = 3 \cdot 10^{22} \cdot \exp(-113700/T)$ и $K_{SiN} = 1.108 \cdot 10^{-7} \cdot \exp(-4.187 \cdot 10^6/RT)$. Далее эти параметры подбирались так, чтобы важнейшая зависимость концентрации азота в кристалле от соотношения C/Si описывалась лучше, чем в базовой модели. Модифицированными значениями параметров стали $\alpha_{N2} = 7 \cdot 10^{22} \cdot \exp(-113700/T)$ и $K_{SiN} = 3.62 \cdot 10^{-7} \cdot \exp(-4.187 \cdot 10^6/RT)$. Конечным результатом эксперимента являлась концентрация атомов углерода в кристалле. В ходе численных экспериментов были сняты зависимости данной величины от таких важных параметров роста, как температура, соотношения долей атомов C и Si на входе в реактор, а также расхода азота.

Температурные зависимости, описанные в [4,5], совпадают между собой. Как видно из рис. 2, базовая модель хорошо описывает температурную зависимость. Температурный наклон определяется энергией активации в параметрах модели. На основании данного графика было принято решение не менять энергию активации.



Рис. 2. График зависимости концентрации азота в кристалле от температуры подложки



Рис. 3. а) – зависимость концентрации азота в кристалле от соотношения C/Si, б) – зависимость концентрации азота в кристалле от расхода азота

Как видно из рис. За, в области малого значения параметра C/Si модель с модифицированными параметрами лучше описывает экспериментальную зависимость. Однако при бо́льших его значениях расчет дает неудовлетворительные результаты при любом значении параметров модели, предсказывая почти независимость концентрации азота от соотношения C/Si, в то время как натурный эксперимент свидетельствует об увеличении наклона кривой в этой области. Данный эффект вероятно свидетельствует о том, что для лучшего описания этой зависимости требуется варьировать другие параметры, например, коэффициент прилипания HCN, или поменять модель. Таким образом, несмотря на внесенные изменения, модель все еще нуждается в доработке.

Авторы экспериментальной статьи [3] сообщают, что с увеличением расхода азота концентрация азота в кристалле увеличивается линейно. Как видно из рис. Зб, численно полученная кривая практически линейна, а калибровка термодинамических параметров незначительно изменила ее наклон.

Таким образом, в работе была модифицирована модель роста кристалла SiC легированного азотом. После модификации модель стала лучше описывать некоторые экспериментальные зависимости.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Л.Г. Лойцянский. Механика жидкости и газа. – М.-Л. Гостехиздат. – 1950

2. A.S. Segal et al. Quasi-thermodynamic model of SiGe epitaxial growth // Journal of Crystal Growth 225. – 2001. – p. 268-273

3. U. Forsberg et al. Nitrogen doping of epitaxial silicon carbide // Journal of Crystal Growth 236. – 2002. – p. 101-112

4. Kimoto, Itoh, and Matsunami. Incorporation mechanism of N, Al, and B impurities in chemical vapor deposition of SiC // Appl. Phys. Lett. – 16 October 1995. – Vol. 67. – No. 16

5. K. Kojima et al. Epitaxial Growth of High-Quality 4H-SiC Carbon-Face by Low-Pressure Hot-Wall Chemical Vapor Deposition // Jpn. J. Appl. Phys. – 2003. – Vol. 42. – Pt. 2. – No. 6B

6. Chiaki Kudou. Dependence of 4H-SiC Epitaxial Layer Quality on Growth Conditions // Mater. Res. Soc. Symp. Proc. – Vol. 1433

УДК 532.64

А.Г. Исламова Национальный исследовательский Томский политехнический университет

РАСТЕКАНИЕ КАПЕЛЬ ДИСТИЛЛИРОВАННОЙ ВОДЫ ПО АБРАЗИВНО-ОБРАБОТАННЫМ МЕТАЛЛИЧЕСКИМ ПОВЕРХНОСТЯМ

Процессы смачивания и растекания являются ключевыми для многих промышленных применений, таких как струйная печать, спреевое охлаждение, нанесение покрытий и т.д. В последние десятилетия активно разрабатываются способы контроля (лазерная обработка [1], литография [2], травление [3], абразивная обработка [4], аддитивные технологии [5]) свойств смачивания и растекания капли на поверхности за счет создания текстуры нанометрового и микронного масштаба. В настоящее время получены результаты, устанавливающие влияние текстуры (расположения ее элементов, например, микро- или нано- столбиков правильной геометрической формы) на свойства смачивания и процесс растекания капли по поверхности химического состава. Вместе с тем определенного остаются неопределенными количественные характеристики текстуры, изменение которых позволяет контролировать смачивание и растекание. Для разработки теоретических положений, позволяющих проводить прогностическую оценку изменения свойств смачивания и растекания за счет изменения текстуры, требуется в первую очередь получить экспериментальные данные, связывающие количественные характеристики текстуры (твердых веществ с металлическими свойствами) со свойством смачивания и процессом растекания.

Целью настоящей работы является установление связей между текстурой поверхности алюминиевого сплава, образованной абразивной обработкой и растеканием капли.

Методика проведения эксперимента. Экспериментальные исследования процессов смачивания и растекания проведены на установке с использованием теневого метода [6]. В процессе проведения экспериментов при дозировании капли дистиллированной воды на поверхность контролировался объем (10 мкл) и расход (5 мкл/с).

В экспериментах использовалось шесть образцов, изготовленных из алюминиевого сплава АМг 6 в форме диска диаметром 50 мм и толщиной 5 мм. Подложки полировались с использованием алмазных паст (АСМ 40/28 НОМ, АСМ 14/10 НОМ, АСМ 5/3 НВОМ, АСМ 1/0 НВОМ) и абразивных войлочных кругов. После полирования четыре образцов обрабатывались абразивными дисками (Р2500, Р1000, Р800, Р600, Р400). Параметры шероховатости поверхности определены по полученным 3D изображениям поверхностей с помощью профилометрического комплекса "Micro Measure 3D station".

Результаты эксперимента. Проведен анализ влияния шероховатости на свойства смачивания полученных поверхностей. На рис. 1. представлена зависимость статического контактного угла, наступающего и отступающего динамических контактных углов (ДКУ), гистерезис контактного угла (ГКУ) от среднего арифметического отклонения профиля Sa.

Из рис. 1 видно, что с увеличением шероховатости поверхности, оцененной параметром шероховатости Sa, статический контактный угол уменьшается, что согласуется с уравнением Венцеля-Дерягина ($\cos \theta_{u} = K \cdot \cos \theta_{0}$). Согласно данному соотношению, если жидкость смачивает материал, увеличение коэффициента шероховатости вызывает уменьшение макрокраевого угла.



Рис. 1. Зависимость статического контактного угла θ, наступающего θ_H и отступающего θ_O ДКУ, от среднего арифметического отклонения профиля шероховатости Sa. Образцы: 1 – полированный, 2 – Р2500; 3 – Р1000, 4 – Р600, 5 – Р400.

По результатам проведенных исследований натекания и оттекания жидкости определены гистерезисы контактного угла, наступающие и отступающие ДКУ. Зарегистрирован пининг контактной линии, поэтому получен ненулевой ГКУ на всех

поверхностях. Наличие шероховатости приводит к появлению метастабильного равновесия системы. Макрокраевые углы на шероховатой поверхности зависят от направления течения жидкости, поскольку положение линии смачивания в состоянии метастабильного равновесия различно при натекании и оттекании. Следовательно, шероховатость представляет одну из основных причин гистерезиса смачивания. Обнаружено, что гистерезис контактного угла растет с увеличением Sa.

Для образцов, кроме полированного, статические контактные углы не лежат в интервале наступающих и отступающих ДКУ ($\theta_0 \le \theta \le \theta_H$). Наличие шероховатости приводит к появлению метастабильного равновесия системы. Согласно молекулярнокинетической теории [7] при помещении капли на поверхность она достигает состояния равновесия, когда вся ее кинетическая энергия рассеется. Если же твердая поверхность достаточно шероховатая, т.е. силы трения при перемещении контактной линии велики, то вся кинетическая энергия капли рассеется до достижения термодинамически равновесного состояния. Как следствие, возникнет пиннинг контактной линии на неровностях, что приведет к большему контактному углу. Скорее всего, это и объясняет то, что полученные статические углы больше предельного наступающего ДКУ и не попадают в диапазоны $\theta_0 \le \theta \le \theta_H$ для всех шероховатых поверхностей.

Выводы. Получены зависимости статического, динамического контактных углов и гистерезиса в условиях растекания капли дистиллированной воды по абразивнообработанным поверхностям алюминия. Установлено, что с увеличением параметра Sa, статический контактный угол уменьшается, что согласуется с уравнением Венцеля-Дерягина. ГКУ увеличивается с ростом Sa. Статические контактные углы не лежат в диапазоне наступающих и отступающих ДКУ, т.е. неравенство $\theta_0 \le \theta \le \theta_H$ не выполняется для всех поверхностей, кроме полированной.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-38-90136.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Garcia-Giron A., Romano J.M., Liang Y., Dashtbozorg B., Dong H., Penchev P., Dimov S.S. Combined surface hardening and laser patterning approach for functionalising stainless steel surfaces // Appl. Surf. Sci. – 2018. – Vol. 439. – p. 516-524

2. Nizkaya T. V., Dubov A.L., Mourran A., Vinogradova O.I. Probing effective slippage on superhydrophobic stripes by atomic force microscopy // Soft Matter. – 2016. – Vol. 12. – № 33. – p. 6910-6917

3. Kouravand S., Imani B.M. Developing A Surface Roughness Model for End-Milling of Micro-Channel // Mach. Sci. Technol. – 2014. – Vol. 18. – № 2. – p. 299-321

4. Apel-Paz M., Marmur A. Spreading of liquids on rough surfaces // Colloids Surfaces A Physicochem. Eng. Asp. – 1999. – Vol. 146. – p. 273-279

5. Wang M., Wang X., Liu J., Wei J., Shen Z., Wang Y. 3-Dimensional ink printing of friction-reducing surface textures from copper nanoparticles // Surf. Coatings Technol. – 2019. – Vol. 364. – p. 57-62

6. Kuznetsov G.V., Feoktistov D.V., Orlova E.G., Zykov I.Y., Islamova A.G. Droplet state and mechanism of contact line movement on laser-textured aluminum alloy surfaces // J. Colloid Interface Sci. – 2019. – Vol. 553. – p. 557-566

7. Blake T.D., Haynes J.M. Kinetics of liquid/liquid displacement. // J. Colloid Interface Sci. – 1969. – Vol. $30. - N_{2} 3. - p. 421-423$

Е.А. Калаушина^{1,2}, А.А. Смирновский^{1,2}, Д.С. Бровин², Е.В. Колесник¹ ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ² STR Group Inc.

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОЙ КРУГЛОЙ СТРУИ ПРИ ПОМОЩИ МЕТОДА КРУПНЫХ ВИХРЕЙ

Интенсивно развивающаяся современная электроника содержит полупроводниковые и фотогальванические элементы, которые производятся на подложках из кристаллов кремния. Поликристаллический кремний можно получить с помощью Siemens-peaktopa [1, 2], в котором газовые реагенты поступают в область через систему сопел. Для оптимизации процессов роста в подобных реакторах используется численное моделирование. Правильное описание таких процессов требует, в частности, качественного моделирования струйных течений, которые в основном являются турбулентными, причем важно уметь предсказывать не только осредненные, но и пульсационные характеристики потока в реакторе. На практике с целью экономии вычислительных ресурсов желательно проводить вычисления, используя такие грубые сетки и большие шаги по времени, которые достаточны для получения приемлемых по точности результатов. В представленной работе для целей исследования некоторых аспектов численного моделирования струйных течений при помощи метода крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES) рассматривается модельная задача об истечении круглой турбулентной струи в спутном потоке для условий эксперимента [3]. Вычисления проводились с помощью неструктурированных конечно-объемных кодов: свободного программного пакета OpenFOAM [4] и разрабатываемого в СПбПУ кода SINF/Flag-S [5].

На рис. 1а представлена схема экспериментальной установки [3], а на рис. 16 – расчетная область.



Рис. 1. Схема экспериментальной установки (а) и расчетная область (б)

Число Рейнольдса $\text{Re} = D_j U_j / v = 21000$, что соответствует развитому турбулентному режиму течения. Для корректного моделирования при помощи вихреразрешающих подходов, на входе в расчетную область необходимо задавать хаотически пульсирующие значения скорости. Для этого на известную из эксперимента среднюю продольную компоненту скорости на выходе из сопла накладывались пульсации с использованием простого генератора случайных пульсаций, т.е. актуальное значение скорости вычислялось по следующей формуле:

$$U^{n} = (1-\alpha)U^{n-1} + \alpha (U_{i} + r \cdot s \cdot C \cdot U_{i}),$$

где U^n – скорость на данном шаге по времени, U^{n-1} – скорость на предыдущем шаге по времени, α доля новой случайной компоненты, добавляемая к значению на предыдущем шаге по времени, $\alpha = 0.25$, r – случайное число в диапазоне (-0.5; 0.5), s = 0.05– степень флуктуаций, C – коэффициент, введенный для того, чтобы сохранять среднеквадратичные значения пульсаций при $\alpha < 1$.

Численное моделирование течения проводилось в пакете OpenFOAM при помощи метода PIMPLE, который представляет собой комбинацию PISO и SIMPLE методов и предназначен для решения нестационарных задач. Расчеты при помощи SINF/Flag-S проводились с использованием неявного метода дробных шагов для продвижения по времени. В качестве основной схемы аппроксимации конвективных слагаемых в уравнении движения была использована схема LUST (Linear-Upwind Stabilised Transport), которая является схемой смешанного типа и представляет собой комбинацию из центральноразностной схемы с весом 0.75 и противопоточной схемы с линейной интерполяцией по градиенту с весом 0.25. Аппроксимация производной по времени была выполнена с использованием схемы backward (трехслойная схема «разностью назад» второго порядка точности). Расчеты проводились на двух сетках: исходной в 1.3 млн ячеек и измельченной из 11 млн ячеек. Обе сетки состояли из шестигранных ячеек и призматических ячеек с треугольным основанием. Рассматривался LES подход с использованием модели WALE (Wall Adapting Local Eddy viscosity) и Implicit LES ("неявный" метод крупных вихрей, в котором в качестве подсеточной вязкости используется схемная вязкость).

Расчеты показали, что имеется сильная зависимость от шага по времени. Вариантные расчеты показали, что для получения решения, независимого от шага по времени, достаточное значение безразмерного шага ($\Delta \tau = \Delta t \ U_j/D_j$) составляет 0.23. Использование большего шага приводит к сильному нарастанию пульсаций в слое смешения и формированию профиля скорости, заметно отличающегося от автомодельного. Также было показано, что решения, полученные на исходной и измельченной сетке, близки друг к другу, при этом результаты расчетов на измельченной сетке менее чувствительны к шагу по времени, чем на исходной сетке. Отметим, что с изменением шага по времени, решения, получаемые с помощью WALE и ILES подходов, изменяются в равной степени, т.е. подходы имеют одинаковую чувствительность к шагу по времени.



Рис. 2. Распределения вдоль оси струи: а) – продольной компоненты осредненной скорости, б) – среднеквадратичного отклонения продольной компоненты скорости

На рис. 2 представлены результаты для осредненных во времени величин, а также экспериментальные данные разных авторов [3, 6, 7] и аналитическое решение из [6]. Из

распределения осредненной продольной компоненты скорости вдоль оси (рис. 2a) видно, что данные эксперимента [3] лежат несколько выше, чем данные из [6] и [7]. Вероятно, это связано с тем, что угол расширения струи в эксперименте [3] меньше, чем в других, однако причины такого расхождения остались невыясненными.

Полученные решения хорошо согласуются с экспериментальными данными на автомодельном участке струи, однако в области $x/D_j < 10$ численные решения дают сильное завышение пульсационных составляющих скорости (рис. 26). По всей видимости, это связано с тем, что пульсации на входе задаются с помощью простого генератора пульсаций. С другой стороны, вниз по потоку уровень пульсаций становится близким к экспериментальному, что позволяет утверждать о приемлемости использования указанного генератора в случае, когда аккуратное моделирование начального участка струи не представляет особой важности. Отметим, что код SINF/Flag-S дал результаты более близкие к экспериментальным. Как показали дополнительные исследования, это по всей видимости связано с тем, что численная схема в коде SINF/Flag-S является более диссипативной. В пакете OpenFOAM было также рассмотрено влияние схемы аппроксимации конвективных слагаемых (использовались схема QUICK и противопоточная схема 2 порядка linear upwind). Сравнение показало, что решения, полученные с использованием различных схем, близки друг к другу.

Также было проведено RANS-моделирование течения с использованием *k*- ω SST модели, которое показало, что решение, полученное при помощи RANS, согласуется с результатами LES-моделирования и экспериментальными данными как для осредненных компонент скорости, так и для кинетической энергии турбулентности.

ЛИТЕРАТУРА:

1. N. Zhifeng, P. Ramachandran, H. Yanqing. Optimization of effective parameters on Siemens reactor to achieve potential maximum deposition radius: An energy consumption analysis and numerical simulation // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2018. – 117. – p. 1083-1098

2. T. Guoqiang, C. Cong, C. Yifang, Z. Bing, C. Yanguo, W. Tihu. Numerical Simulations of a 96-rod Polysilicon CVD Reactor // Journal of Crystal Growth. – 2018. – 489. p. 68-71

3. M. Amielh, T. Djeridane, F. Anselmet, and L. Fulachier. Velocity near-field of variable density turbulent jets // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1996. – 39. – p. 2149–2164

4. T. Maric, J. Höpken, K. Mooney. The OpenFOAM Technology Primer // Sourceflux UG. – 2014. – 442 p. – ISBN: 978-3-00-046757-8

5. Смирнов С.И., Смирнов Е.М., Смирновский А.А. Влияние теплопереноса в торцевых стенках на турбулентную конвекцию ртути во вращающемся цилиндре // Научно-технические ведомости Сакт-Петербургского государственного Политехнического университета. Физико-математические науки. – 2017. – Vol. 3. – Issue 2. – с. 83-94. – ISSN 2405-7223, https://doi.org/10.1016/j.spjpm.2017.05.009.

6. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Ч. 1 :Учеб. руководство: Для втузов. – 5-е изд., перераб. и доп. // Наука. Гл. ред. физ-мат. лит. –1991. – 600 с.

7. Sh. Ghahremanian, B. Moshfegh. Numerical and experimental verification of initial, transitional and turbulent regions of free turbulent round jet // 20th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference. – Honolulu, Hawaii. – 27-30 June 2011

Н.А. Молодожников, М.Р. Котикова, А.М. Левченя Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

RANS МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОБОДНОКОНВЕКТИВНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ, ВОЗМУЩЕННОГО ПРЕПЯТСТВИЯМИ КОНЕЧНОЙ ВЫСОТЫ

Введение. При взаимодействии турбулентного свободноконвективного пограничного слоя с трехмерными препятствиями образуются сложные вихревые структуры, в том числе подковообразные. Изучение вносимых препятствиями возмущений дает возможность описать течения внутри или вблизи множества теплообменных устройств. Такого рода течение было исследовано при обтекании кругового полубесконечного цилиндра [1], [2]. В работе [3] проведен анализ течения вблизи цилиндра конечной высоты. Целью данной работы является сравнение структуры течения вблизи препятствиями различной формы, погруженных в пограничный слой. Разным препятствиям соответствуют два варианта расчетов: вариант А – одиночный куб, вариант Б – периодическая решетка (ряд) круговых цилиндров.

Постановка задачи. Рассматривается трехмерное турбулентное течение вязкой жидкости вблизи вертикальной изотермически нагретой пластины, с нормально закрепленными на ней препятствиями, линейный размер *b* которых (диаметр или длина ребра) одинаков и равен высоте препятствия. Решаются уравнения Рейнольдса и энергии, эффекты плавучести моделируются в приближении Буссинеска.



Рис. 1. (а) – расчетная область для варианта Б: 1 – пластина, 2 – цилиндр, 3 – входная граница, 4, 5 – выходные границы, 6, 7 – плоскости симметрии; (б) – расчетная сетка вблизи одиночного куба, вариант А; (в) – расчетная сетка вблизи кругового цилиндра в ряду, вариант Б

На рис. 1а представлена схема расчетной области для ряда цилиндров, аналогичную схему можно представить, заменив круговой цилиндр в ряду на одиночный куб; также показаны расчетные сетки вблизи препятствий (рис. 16, в). Входная граница находится на расстоянии 10.5b от передней кромки препятствия, выходная – симметрично ей относительно оси х. Расстояние от пластины до плоскости, параллельной ей, -5δ . Ширина расчетной области для варианта A - 21b, для варианта 5 - b, что обусловлено симметричной постановкой; цилиндры в ряду располагаются с расстоянием 2b между центрами. На входной границе задаются профили скорости, температуры и параметров турбулентности, полученные в результате двумерного расчета развития свободноконвективного пограничного слоя на нагретой вертикальной пластине. Результаты этого вспомогательного расчета

согласуются с экспериментальными данными [4]. Сечение пограничного слоя выбрано таким образом, чтобы число Грасгофа для развитого турбулентного невозмущенного пограничного слоя в сечении, соответствующем расположению оси препятствия, было равно $Gr_{\delta} = g\beta\Delta T\delta^3/v^2 = 1.46 \cdot 10^6$, здесь ΔT – разность температур пластины и внешнего пространства, δ – интегральная толщина пограничного слоя. На поверхности пластины ставится условие прилипания и задается температура, на поверхности препятствий – условие прилипания и нулевой поток, на выходных границах - мягкие граничные условия.

Вычислительные аспекты. Для каждого из вариантов геометрии были построены расчетные сетки с размерностью для варианта А 3,8 млн. ячеек и для варианта Б 1,5 миллиона ячеек. Обе сетки сгущены к твердым поверхностям, среднее значение координаты стенки $\langle y+\rangle = 0.1$. Моделирование методом RANS выполнено с использованием $k-\omega$ SST модели Ментера [5]. Расчеты проведены в программном пакете ANSYS Fluent 16.0.

Результаты расчетов. В варианте А (обтекание одиночного куба) получено нестационарное решение со слабыми периодическими осцилляциями в следе за телом. Далее, при анализе результатов, представлены осредненные поля и характеристики течения. В варианте Б (круговой цилиндр в решетке) получено стационарное решение.

При взаимодействии турбулентного пограничного слоя с трехмерными препятствиями возникают сложные вихревые структуры, что показывают картины донных линий тока, представленные на рис. 2а. Картины течения для обоих вариантов симметричные, вблизи передней кромки наблюдаются отпечатки подковообразных вихрей, также хорошо видно линию разделения (отрыва) потока. Подковообразные вихри для варианта Б имеют меньшую протяженность, чем для варианта А. За препятствием в обоих вариантах четко видны отпечатки вихрей в области рециркуляции.



Рис. 2. (а) – донные линии тока, (б) – распределение нормированной теплоотдачи на пластине

На рис. 26 сопоставлены поля теплового потока, который нормирован на значение в невозмущенном пограничном слое: $H = h/h^{(0)}$. В обоих случаях теплоотдача вблизи препятствия возрастает в несколько раз. Максимумы вблизи передней кромки препятствия больше для варианта А как для теплоотдачи, так и для аналогично нормированного напряжения трения (табл. 1).

На рис. 3 приведено поле безразмерного модуля скорости (скорость нормирована на скорость плавучести: $u_b = \sqrt[3]{g\beta_T(T_w - T_a)v}$ с наложенными линиями тока в срединном сечении (при x = 0) для варианта А; для варианта Б картина аналогична. Процесс перетекания потока через препятствие можно описать следующим образом: при встрече с препятствием возникает неблагоприятный градиент давления, порождающий возникновение подковообразных вихрей, вблизи торца возникает ускоренное отрывное движение, а ниже по

потоку, вследствие отрыва с задней кромки и обтекания препятствия с боков, образуется следовая вихревая структура. На рис. 3 в области -1.3 < y < -0.8 видны сечения подковообразных вихрей, образовавшихся перед препятствием.

В табл. 1 также представлены геометрические величины, характеризующие влияние формы препятствия на структуру течения. Это расстояние от точки отрыва до центра препятствия, обозначенное L_s , и расстояние от центра препятствия до точки присоединения L_R . Обе величины, как и координаты на рис. 3, нормированы на величину *b*.

Заключение. Задача сравнения структуры течения вязкой жидкости вблизи вертикальной изотермически нагретой пластины, на которой развился свободноконвективный пограничный слой, с нормально закрепленными на ней препятствиями различной формы (вариант А – одиночный куб, вариант Б – круговой цилиндр в ряду), показала, что осредненная структура течения для обоих вариантов имеет схожий симметричный характер. В окрестности препятствий наблюдаются отрыв и присоединение потока, а также рециркуляция в следе за телом, образуются сложные вихревые структуры, в том числе подковообразные. Препятствие в форме куба вносит большее возмущение в поток: характерные размеры вихревых структур, а также максимум напряжения трения и величины теплового потока достигают больших значений.



	Табл.	1.	Xa	ракте	ристики	течения
--	-------	----	----	-------	---------	---------

	L_S	L_R	$max(\tau)_w$	max (H) _w
Одиночный куб	1.54	2.56	5.96	6.47
Цилиндр в ряду	1.26	2.37	5.25	6.06

Рис. 3. Поле модуля скорости и линии тока в срединной плоскости

Часть результатов была получена с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (www.scc.spbstu.ru).

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №18-19-00082).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Levchenya A.M., Smirnov E.M., Zhukovskaya V.D. Numerical study of 3D turbulent flow and local heat transfer near a cylinder introduced into the free-convection boundary layer on a vertical plate // 16th International Heat Transfer Conference. -2018. - IHTC16-22916. - p. 5493-5500

2. Levchenya A.M., Smirnov E.M., Zhukovskaya V.D. Numerical Study of 3D Flow Structure near a Cylinder Piercing Turbulent Free-Convection Boundary Layer on a Vertical Plate // AIP Conference Proceedings. -2018. -1959. -050017

3. Levchenya A.M., Smirnov E.M., Zhukovskaya V.D. RANS-based numerical simulation of the turbulent free convection vertical-plate boundary layer disturbed by a normal-to-plate circular cylinder // International Journal of Heat and Mass Transfer. -2019. -144. -118573

4. Tsuji T., Nagano Y. Characteristics of a turbulent natural convection boundary layer along a vertical flat plate // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1988. – 31(8). – p. 1723-1734

5. Menter F. R., Kuntz M., and Langtry R. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model // Turbulence, Heat and Mass Transfer. -2003. -4. -p. 625-632

МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛОСКИХ УДАРНЫХ ВОЛН С ДВУМЯ ПЛОТНО-СДВИНУТЫМИ СФЕРИЧЕСКИМИ ПУЗЫРЬКОВЫМИ КЛАСТЕРАМИ

Рассматривается задача о процессе взаимодействия плоской ударной волны с пузырьковыми кластерами сферической формы.

Для моделирования выбрана модифицированная система уравнений Иорданского-Когарко-ван Вингардена [1] (ИКВ-модель), описывающая движение жидкости с пузырьками газа. При этом полагается, что давление внутри пузырьков и в жидкости различно. В выбранной модели в отличие от классической интерпретации [2-4] вместо радиуса пузырька уравнение Рэлея описывает концентрацию газовой фазы. Для описания сжимаемости используется уравнение в форме Тэта, применимое для давлений менее 10¹⁰ Па:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + div \ \rho \vec{u} = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \ div \ u = -\frac{1}{\rho} \nabla p, \end{cases}$$
(1)

$$p = p(\rho) = 1 + \frac{\rho_0 c_0^2}{n p_0} \left[\left(\frac{\rho}{1 - k} \right)^n - 1 \right], \tag{2}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{3}{2\beta} S^2 - \frac{c}{\beta^2} - p - \beta^{-3\gamma - 1}, \\ S = \frac{\partial \beta}{\partial t}, \\ c = \frac{2\sigma}{R_0 p_0}, \end{cases}$$
(3)

$$k = \frac{k_0}{1 - k_0} \rho \beta^3, \qquad \beta = \frac{R_b}{R_0}.$$
 (4)

Здесь ρ_0 — начальная плотность среды, p_0 —начальное давление в жидкости, n —показатель адиабаты, c_0 — начальная скорость звука в жидкости, k_0 — начальная концентрация газовой фазы, k — доля газовой фазы в кластере, R_0 — начальный радиус пузырьков в кластере, R_b — текущий радиус пузырьков, следовательно, β — относительный радиус пузырька, динамика которого описывается уравнениями (3), σ — коэффициент поверхностного натяжения воды с учетом границы вода-воздух при T = 20°C.

В [5] с помощью конечно-разностных методов исследовано взаимодействие плоской ударной волны с пузырьковыми кластерами различной геометрии, за исключением предельного случая при плотном сдвиге (L = 0). При последовательно расположенных кластерах обнаружено влияние расстояния между границами пузырьковых кластеров на эффект усиления амплитуды давления. Максимум амплитуды для первого кластера совпадает с максимумом давления при расчетах для одиночного кластера и не зависит от расстояния до второго кластера.

В данной работе для моделирования выбран метод конечных элементов, что обосновано возможностью определять расчетные параметры в любых точках области и отсутствием итерационных методов, что позволяет сократить время расчета.

На торце цилиндрической ударной трубки радиусом r_{st}, заполненной жидкостью, в момент t = 0 движением поршня генерируется скачок давления. В начальный момент времени объемная концентрация газовой фазы в кластере равна k_0 . В расчетной области, за облака, исключением пузырькового концентрация газовой фазы равна нулю. Предполагается, что пузырьки газа равномерно распределены в кластере и имеют один и тот же радиус R_b . При t > 0 ударная волна, распространяясь вдоль положительной оси z, взаимодействует с пузырьковым кластером, огибает его и в зоне контакта фронта преломляется внутрь кластера. Взаимодействие преломленной волны с пузырьковой системой приводит к фокусировке внутри кластера и усилению волны, уровень которого определяется параметрами системы. Далее усиленная кластером ударная волна переизлучается в окружающую жидкость.

В среде моделирования Comsol Multiphysics ИКВ-модель реализована с помощью математического модуля General Form PDE, уравнения которого выглядят следующим образом:

$$e_a \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial R}{\partial t} + \nabla \cdot \Gamma = f, \qquad (5)$$

где U – вектор переменных, $\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial r}, \frac{\partial}{\partial z}\right]$. Коэффициенты e_a и d_a при производных по времени задаются с помощью матриц. Для задачи, описанной уравнениями (1–4), имеем:

Граничные условия: $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. Начальные условия: $\rho = 1000$, u = 1, v = 0, p = 1атм = 101325Па, $R_0 = 1.8$, $\beta = 1$ внутри кластера, $\beta = 0$ в остальной области. k_0 присваивалось материалам: для газа $k_0 = 0.05$, для жидкости $k_0 = 0$.



Рис. 1. а) – конечно-элементная сетка модели, б) – распределение максимумов амплитуды давления (в атм) относительно центров кластеров



Рис. 2. Распределение давления: а) – в центрах первого кластера, б) – в центрах второго кластера

Конечно-элементная сетка модели создана с помощью равномерного сгущения и последующего добавления пограничных слоев внутри и снаружи от границы раздела двух сред (рис. 1a). Данный прием позволяет повысить точность вычислений без значительного увеличения времени расчета.

Усиление давления обусловлено значением k, характеризующим удельную долю газовой фазы в кластере. Напомним, что давление определяется формулой (2). В области вне кластеров k = 0. Ниже приведены графики зависимости давления от времени для центров первого (рис. 2a) и второго (рис. 2б) кластеров при нулевом расстоянии между ними. Максимальное давление в первом кластере составляет 3.6 атм, что на 20% больше давления в жидкой среде. Во втором кластере максимальное давление составляет 3.7 атм, что показывает усиление ударной волны на 23% и усиление давления на ~3% относительно первого кластере, ударная волна и волна разрежения приближаются ко второму кластеру, и он начинает поглощение энергии этой падающей ударной волны. На рис. 2а также отображен второй момент усиления давления: он происходит во время поглощения энергии энергии последующим кластером.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Кедринский В.К. Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели. // Новосибирск: Изд-во СО РАН. – 2000. – с. 188-208

2. Иорданский С.В. Об уравнениях движения жидкости, содержащей пузырьки газа // ПМТФ.– 1960 – No 3. – с. 102-11

3. Когарко Б.С. Об одной модели кавитирующей жидкости // Докл. АН СССР. – 1961. – Т. 137. – No 6. – с. 1331-1333

4. Van Wijngaarden L. On the Equations of Motion for Mixtures of Liquid and Gas Bubbles // J. Fluid Mech. – 1968. – Vol. 33. – p. 465-474

5. Лазарева Г.Г. Комплекс параллельных программ для моделирования динамики ударных волн в пузырьковых системах Вестн. НГУ. Сер. матем., мех., информ. –2012. – 12:2. – с. 41-55

А.В. Махнов¹, А.А. Шмидт² ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ²Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КАВИТАЦИИ И ВЫДЕЛЕНИЯ РАСТВОРЕННОГО ВОЗДУХА

Образование в жидкости макроскопических полостей и пузырей, заполненных газом или парогазовой смесью, - это проблема, которая представляет неизменный интерес как с точки зрения развития фундаментальных представлений механики гетерогенных сред, так и с точки зрения многих инженерных приложений [1]. Данное явление называется кавитацией и возникает в результате падения давления жидкости ниже определенного уровня, зависящего от физических свойств жидкости и от ее температуры [2-4]. Большую роль при этом играет возможное присутствие в жидкости мелкодисперсных гетерогенных примесей (пузырьков и твердых частиц), которые принято называть «зародышами» (ядрами) кавитации. Повышение давления в кавитирующей жидкости приводит к процессам схлопывания (или, по-другому, коллапса) кавитационных структур, в результате которых в жидкости могут образовываться и распространяться волны сжатия. Взаимодействие этих волн сжатия с границами потока часто становится причиной механического повреждения элементов конструкций, которое зачастую сильно ограничивает срок службы технических устройств (в промышленности эта проблема широко известна как проблема кавитационной эрозии). Наряду с волнами сжатия к проблеме кавитационной эрозии может приводить формирование и развитие кумулятивной струи при коллапсе пузыря вблизи твердой поверхности.

На практике жидкость может содержать (и, как правило, содержит) растворенный газ. Влияние растворенного газа на развитие кавитации зависит от ряда факторов и является на сегодняшний день малоисследованной проблемой. Растворенный газ диффундирует внутрь паровых полостей, образующихся при кавитации. Именно поэтому кавитирующая жидкость реально представляет собой двухфазную смесь, включающую четыре компоненты: жидкость, растворенный газ, пар и газ, который перешел из раствора в кавитационные полости (далее - выделившийся газ). Указанный процесс выделения растворенного газа в полости называется дегазацией жидкости. Этот выделившийся газ в значительной степени влияет на дальнейшее поведение кавитационных пузырей, в частности, на их коллапс и на амплитуду генерируемых при коллапсе волн. Когда давление среды снова становится выше образовавшийся определенного уровня, пар. при низком давлении, полностью конденсируется. Однако, среда при этом продолжает быть двухфазной, поскольку выделившийся газ присутствует в жидкости в виде макроскопических пузырей (полостей). Процесс растворения газа (его перехода из полостей обратно в жидкость) протекает медленно по сравнению с фазовым переходом жидкость-пар.

Из существующих экспериментальных исследований стоит отметить работы [5] и [6], в которых получены данные об интенсивности процессов кавитации и дегазации жидкости при течениях через каналы с диафрагмами. Однако, детальное изучение кавитационных течений методами физического эксперимента является сложной задачей, и это обуславливает высокий интерес к развитию методов исследования, основанных на математическом моделировании кавитации и сопровождающих ее явлений.

Целью предлагаемой работы является углубление фундаментальных представлений о явлениях гидродинамической кавитации и дегазации жидкости. Главная задача исследования состоит в разработке и реализации математической модели изучаемых процессов, а также в анализе эффективности разработанного подхода при его использовании в рамках численного моделирования трехмерных нестационарных кавитационных течений, характерных для ряда технических устройств и реальных режимов их работы.

В рамках настоящей работы была сформулирована модель выделения растворенного газа в кавитационные полости, основанная на законе Генри и на описании диффузионного потока массы газа. Характерные особенности модели были проанализированы для расчетной ячейки фиксированного объема с прицелом на последующее внедрение модели в алгоритм численного моделирования трехмерных кавитационных течений в OpenFOAM. В реальных расчетах поле давления определяется из решения уравнений сохранения массы и импульса. В модельной задаче, сформулированной для одной расчетной ячейки, поле течения отсутствует, а давление является заданной функцией времени p = p(t).

Идея модельной задачи состояла в том, чтобы проанализировать процесс выделения растворенного газа. Особый интерес представляло влияние кавитации на скорость процесса дегазации. Для того, чтобы изучить это влияние, в зависимости p = p(t) задавался период, в течение которого давление становилось ниже давления насыщенных паров. Конкретный вид зависимости давления от времени приведен на рис. 1. Также на рис. 1 приведены полученные в результате расчета кривые изменения массовых содержаний пара и выделившегося газа и объемной доли газообразной фазы. В начальный момент времени ячейка заполнена смесью жидкости и растворенного в ней газа, т.е. только жидкой фазой. Видно, что возникновение кавитации приводит к интенсивному выделению газа и практически скачкообразному росту массовой доли газа, что объясняется резким ростом площади межфазной поверхности. Далее, после конденсации пара, объемная доля газообразной фазы уменьшается почти на порядок, и процесс выделения газа замедляется (см. кривые 3 и 4).





соответственно; 4 - объемная доля газообразной фазы

После момента конденсации пара поведение двухфазной смеси в ячейке определяется двумя конкурирующими процессами и их скоростями. Первый процесс — это уменьшение объемной доли газа за счет увеличения внешнего давления. Второй процесс — это диффузия растворенного газа, которая, наоборот, ведет к росту объемной доли газа в ячейке. В течение короткого промежутка времени (около 0.5 мкс), когда преобладает диффузионный процесс, объемная доля растет и достигает локального максимума. В последующие моменты времени определяющую роль играет нарастание внешнего давления.

Таким образом, результаты, полученные в упрощенной постановке для одной расчетной ячейки, продемонстрировали ключевую роль кавитации в изменениях скорости

выделения растворенного газа. Это качественно согласуется с экспериментальными наблюдениями [6], которые также говорят об интенсификации процесса дегазации жидкости в условиях кавитации. С этой точки зрения предлагаемый подход является перспективным для дальнейшего включения в современные CFD-коды (в частности, OpenFOAM).



Рис. 2. Геометрия области течения жидкости и визуализация вихревых структур в сужении канала. Слева — схема области, для которой проводилось численное моделирование: L = 2 мм, l = 1 мм, H = 3 мм, h = 0.3 мм, $\delta = 0.3$ мм. Область 1: $p = 3 \cdot 10^7$ Па, T = 353 К, $\rho = 800.32$ кг/м³; область 2: $p = 1.14 \cdot 10^7$ Па, T = 353 К, $\rho = 786.2$ кг/м³. Справа — мгновенная картина изоповерхностей λ_2 критерия, окрашенных полем плотности среды.

Было также исследовано возникновение и развитие кавитации в высокоскоростном потоке в прямоугольном микро-канале под действием высокого перепада давления. На рис. 2 представлена геометрия, размеры и начальные значения параметров для рассматриваемого течения в канале. Условия соответствуют эксперименту [7], в котором рабочей средой была жидкость, по физическим свойствам моделирующая углеводородное топливо. Давление на входе и на выходе считается постоянным и равным 3.10⁷ Па и 1.14.10⁷ Па соответственно.

Проведенные нестационарные расчеты показали, что кавитационное течение в данном канале переменного сечения имеет сложную пространственную структуру. Образующиеся в канале макроскопические паровые полости в зависимости от локальных параметров течения могут расти или коллапсировать, что и вызывает резкие изменения давления, которые в свою очередь являются причиной эрозии в реальных технических устройствах. Таким образом, течение кавитирующей жидкости даже в каналах, обладающих симметрией, имеет сложный пространственный и нестационарный характер, что необходимо учитывать при определении эрозионной стойкости таких каналов. Данный вывод имеет важное прикладное значение.

ЛИТЕРАТУРА:

1. I.S. Pearsall. Cavitation. - UK: Mills and Boon. - 1972

2. А.Д. Перник. Проблемы кавитации. – Л., Судостроение. – 1966

3. В.К. Кедринский. Гидродинамика взрыва. Эксперимент и модели. – Новосибирск, СО РАН. – 2000

4. J.-P. Franc, J.-M. Michel. Fundamentals of cavitation. – Dordrecht, Kluwer Academic Publishers. – 2004

5. Freudigmann H.-A., Dörr A., Iben U., Pelz P.F. Modelling of cavitation-induced air release phenomena in micro-orifice flows. – ASME J. Fluids Eng. –2017. – Vol. 139(11). – 111301

6. Kowalski K., Pollak S., Skoda R., Hussong J. Experimental study of cavitation-induced air release in orifice flows. – ASME. J. Fluids Eng. – 2017. – Vol. 140(6). – 061201

7. Skoda R., Iben U., Morozov A., Mihatsch M., Schmidt S.J., Adams N.A. Numerical simulation of collapse induced shock dynamics for the prediction of the geometry, pressure and temperature impact on the cavitation erosion in micro channels // Proceedings of: WIMRC 3rd International Cavitation Forum. – University of Warwick, UK. – 2011

Н.К. Машаев, И.А. Шишкина, Е.В. Колесник Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДА МЕЖДУ РЕГУЛЯРНЫМ И МАХОВСКИМ ОТРАЖЕНИЯМИ СТАЦИОНАРНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН

Задаче о переходе между регулярным и маховским отражением ударных волн посвящено большое количество исследований [1-4]. Одной из наиболее важных проблем является определение критериев перехода между регулярным и маховским отражением стационарных ударных волн (скачков уплотнения). Маховское отражение характеризуется более сложной, чем при регулярном отражении, волновой структурой (рис. 1а), включающей кроме падающего и отраженного косого скачка, еще так называемую «ножку Маха» и тангенциальный разрыв, причем все они пересекаются в одной точке (тройная точка). Изучение поставленной проблемы перехода от регулярного отражения к маховскому усложняет в том числе и то, что предположительно на данное явление влияет множество параметров: форма клина, угол наклона клина, размеры клина по сравнению с каналом и т.д. Кроме того, известно [1], что при одних и тех же условиях отражения ударной волны от поверхности существует область двойного решения, где возможно как возникновение регулярного отражения, так и отражения Маха. Однако, несмотря на множество проведенных работ, вопрос так и не решен полностью. Данная работа посвящена численному моделированию явления гистерезиса, возникающего в задаче о течении невязкого газа в канале с центральным клином при изменении числа Маха, а также исследованию возможного влияния численной схемы на переход от одного режима отражения в другой.

Расчетная область представлена на рис. 16. В данной конфигурации режим отражения определяется значением числа Маха набегающего потока M_{in} и углом клина θ . Кроме того, также важную роль играет геометрический параметр g/w, поскольку он определяет взаимодействие веера волн разрежения с падающим скачком уплотнения вблизи верхней границы. Расчеты проводились при различных значениях числа Маха, угол клина был фиксирован θ =20.91°. Отношение g/w было выбрано равным 0.396, что, согласно [1], обеспечивает режим течения, в котором веер волн разряжения не взаимодействует с падающим скачком до его отражения от нижней поверхности.



Для выполнения расчетов использовался конечно-объемный «неструктурированный» программный кода SINF/Flag-S, разрабатываемый в ИПММ СПбПУ. В ветви кода, предназначенной для расчетов высокоскоростных течений вязкого газа, конвективные потоки на грани расчетной ячейки могут вычисляться по разным схемам: Godunov, Roe, HLL, HLLC, AUSM, AUSM+up, AUSMD, SLAU. Второй порядок точности схем достигается

за счет использования MUSCL подхода [5], для монотонизации решения используются TVD схемы [6] с обобщением на неструктурированные сетки [7].

Для моделирования явления гистерезиса использовалась методика, предложенная в работе [1, 4]. Задавалось число Маха, соответствующее режиму отражения, после чего число Маха уменьшалось, причем для каждого нового расчета в качестве начального приближения использовалось решение, полученное для предыдущего числа Маха. Как только в результате численного моделирования наблюдалось решение, соответствующее маховскому отражению, производился расчет для данного числа Маха с нулевых начальных полей, чтобы убедиться, что и в этом случае возникает ножка Маха, то есть решение лежит вне области двойного решения. Таким образом, можно определить нижнюю границу гистерезиса. Затем проводилась аналогичная процедура, но с увеличением числа Маха, до тех пор, пока в результате численного моделирования не получалось регулярное отражение; тем самым можно определить верхнюю границу гистерезиса.

На рис. 2 приведены ударно-волновые картины течения при различных числах Маха, полученные в расчетах с использованием схемы AUSM, иллюстрирующие наличие гистерезиса.

Проведенный в [4] численный расчет при значениях параметров, близких к рассматриваемым в настоящей работе, показал, что верхняя граница гистерезиса лежит в диапазоне чисел Маха от 3.2 до 3.3, а нижняя – от 2.8 до 2.9. Целью данной работы исследований является уточнение критических значений числа Маха перехода между режимами и исследование влияния численной схемы на значение точек перехода.



Рис. 2. Гистерезис при изменении числа Маха

Результаты, полученные в расчетах по различным схемам, представлены в таблице 1. Также были проведены дополнительные расчеты для схемы AUSM с первым порядком точности. Как видно из табл. 1, нижняя граница гистерезиса гораздо менее чувствительна к выбору численной схемы, чем верхняя граница. Схема первого порядка точности дает занижение значений чисел Маха для обеих границ по сравнению с расчетами по схемам второго порядка. Схема Годунова дает наибольший диапазон числа Маха, в котором реализуется двойное решение.

		1 1 1 1 1 1 1		
Creve		Значение числа Маха перехода для	Значение числа Маха перехода для	
CAC	сма	нижней границы гистерезиса	верхней границы гистерезиса	
AUS	SMD	2.85	3.37	
GODU	JNOV	2.85	3.55	
HI	LL	2.84	3.03	
AU	SM	2.86	3.28	
AUSM, 1	порядок	2.91	2.00	
точн	ости	2.81	5.00	

Табл. 1. Критические значения числа Маха перехода между режимами

Сильная чувствительность верхней границы гистерезиса к выбору численной схемы может быть связана с тем, что выходная граница расчетной области, которая расположена довольно близко к области взаимодействия ударных волн и волн разряжения, оказывает некоторое влияние на процесс «исчезновения» ножки Маха, и степень влияния может сильно зависеть от используемой численной схемы. Для определения степени влияния выходной границы на гистерезис планируется проведение дополнительных исследований с варьированием размеров расчетной области.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Кудрявцев А.Н. Вычислительная аэродинамика сверхзвуковых течений с сильными ударными волнами // диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. – Институт теоретической и прикладной механики им. С.А.Христиановича, Новосибирск. – 2014

2. Hornung H.G., Oertel H., Sandeman R.J. Transition to Mach reflexion of shock waves in steady and pseudosteady flow with and without relaxation // J. Fluid Mech. -1979. - V. 90. - P. 541-560

3. Гриффитс У. Ударные волны // Современная гидродинамика. Успехи и проблемы / под ред. Дж. Бэтчелора, Г. Моффата. – М.: Мир. – 1984. – 501 с.

4. Ben-Dora G., Ivanov M., Vasilev E.I., Elperin T. Hysteresis processes in the regular reflection to Mach reflection transition in steady flows // Progress in Aerospace Sciences. – 2002. – V. 38. – P. 347-387

5. van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second order sequel to Godunov's method // Journal of Computational Physics. – 1979. –V. 32, No. 1. – p. 101-136

6. Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // Journal of Computational Physics. – 1983. – V. 49. – No. 3. – p. 357-393

7. Бахвалов П.А., Козубская Т.К. Схема с квазиодномерной реконструкцией переменных, определенных в центрах элементов трехмерной неструктурированной сетки // Математическое моделирование. – 2016. – Т. 28. – № 3. – с. 79-95
О.Б. Омельченко, Е.С. Маркус, А.Ю. Снегирев, Е.А. Кузнецов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

СОВМЕСТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПИРОЛИЗА И ГОРЕНИЯ ТВЕРДЫХ ГОРЮЧИХ МАТЕРИАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАКЕТА FDS

Введение. Одним из актуальных направлений развития методов прогнозирования динамики пожаров становится использование методов численного моделирования. Для воспроизведения горения практически важных материалов в реалистичной постановке требуется учитывать тепловую обратную связь между скоростью газификации горючего материла и тепловым потоком от газофазного пламени [1, 2, 3]. Однако применение технологии, так называемого, совместного моделирования остается трудной задачей, особенно в практических расчетах с использованием достаточно грубых сеток.

Целью работы является отработка методики численного моделирования пиролиза горючего материала и газофазного турбулентного горения с учетом обратной связи между этими процессами. Для этого в работе решаются следующие *задачи*.

1. Численное моделирование пиролиза полностью газифицирующегося материала без явного моделирования газофазного горения.

2. Численное моделирование газофазного пламени при заданном расходе горючего.

3. Совместное численное моделирование пиролиза, зажигания и горения твердого горючего материала под действием внешнего теплового потока и в самоподдерживающемся режиме.

Достоверность моделирования проверена на основании сравнения с опубликованными экспериментальными данными [4, 5], где аналогичный сценарий рассмотрен с использованием ThermaKin и IRSN ISIS. Выполнен анализ влияния модельных и численных параметров на результаты расчета. Показано существование компенсационного эффекта для кинетических параметров пиролиза. Проведена оценка относительного вклада конвективного и лучистого теплового потока в тепловой баланс на поверхности горючего материала.

Методы. Расчеты выполнены с использованием модели и кода Fire Dynamics Simulator (FDS 6.7) [6]. В основе математической модели FDS лежит численное решение уравнений Навье-Стокса в приближении малых чисел Маха. Турбулентное течение описывается с использованием метода моделирования крупных вихрей (LES). Реакция горения в газовой фазе полагается бесконечно быстрой, а скорость смешения реагентов определяется на подсеточном уровне с использованием модели EDC. Количество угловых направлений, используемых для дискретизации телесного угла при решении уравнения лучистого теплопереноса меняется в диапазоне от 104 до 312. Учет спектральных свойств продуктов сгорания производился с использованием приближения серого газа или модели широкой полосы. Теплоперенос в слое твердого материала описывался решением одномерного уравнения теплопроводности с учетом проникновения теплового излучения вглубь материала. Граничное условие на поверхности материала учитывает наличие внешнего нагрева, а также теплового потока из пламени. Газификация твердого материала описывается одностадийной реакцией, в которой скорость реакции пиролиза вычисляется по закону Аррениуса: $r \sim Aexp(-ER/T)$. Разрешающая способность сетки подбирается так, чтобы соответствовать инженерному критерию: на длину теплового факела естественноконвективного пламени должно приходиться не менее 10 ячеек расчетной сетки. Общее количество ячеек составляет от 299369 до 16114560. Число и размер ячеек в твердом материале определяется таким образом, чтобы разрешать толщину прогретого слоя в течение первой секунды расчета. Работа выполнена с использованием ресурсов СКЦ «Политехнический».

Постановка задачи и результаты. В работе воспроизведен экспериментальный сценарий [4], в котором исследовалось зажигание и горение пластины полистирола (ПС) - полностью газифицирующегося материала, в условиях стандартного испытания на горючесть в конусном калориметре, схема которого приведена на Рис. 1 (а). Образец (длина – 10 см. ширина – 10 см, толщина – 8,6 мм) подвергается воздействию постоянного внешнего теплового потока от конусного нагревателя (q_{ext} = 49 кВт/м²), в результате чего начинается термическое разложение материала с последующим зажиганием и горением в газовой фазе.

В первой части работы выполняется апробация модели пиролиза в FDS. Чтобы приближенно учесть тепловое воздействие пламени на скорость выгорания материала после его зажигания, внешний тепловой поток от конусного калориметра увеличен на 12 кВт/м², как предложено в [4]. Критерием зажигания является достижение критической скорости выгорания (0.05 кг/(м²·с)). На Рис. 1б показано, что FDS удается удовлетворительно воспроизвести экспериментальные данные для мощности тепловыделения в широком диапазоне кинетических параметров. Одновременное изменение параметров A и E в законе Appeниуса не влияет на результаты расчета, при условии, что константа скорости реакции при этом остается неизменной. Это подтверждает существование, так называемого, компенсационного эффекта для полностью газифицирующихся материалов.

Во второй части моделируется газофазное пламя при заданном расходе горючего. Основным результатом становится определение оптимальных параметров угловой и пространственной дискретизации.

В третьей части работы выполняется совместное моделирование пиролиза и горения твердого горючего материала с учетом тепловой обратной связи. На Рис. 1в показаны средние значения компонент теплового потока от пламени в центральной точке на поверхности образца. Обе компоненты суммарного теплового потока оказываются ниже, чем предсказывается в работах [5] и [7]. Недооценка суммарного теплового потока от пламени в численных расчетах с помощью FDS составляет величину порядка 5 кВт/м².





Важным индикатором пожарной опасности материала является его способность к самоподдерживающемуся горению при отключении внешнего теплового потока. В работе не удалось воспроизвести самоподдерживающееся горение. Вероятная причина заключается в заниженном расчетном значении теплового потока, полученного материалом. Выявлено, что для поддержания горения внешний тепловой поток должен составлять минимум 15 кВт/м². С учетом теплового баланса на поверхности, минимальный суммарный тепловой поток,

полученный материалом и позволяющий воспроизводить устойчивое газофазное горение образцов рассматриваемых размеров на сетках, использованных в данной работе, составляет порядка 9 кВт/м². При этом, если бы FDS правильно воспроизводил значения тепловых потоков на поверхности образца, то тепловой поток от пламени был бы минимум на 5 кВт/м² больше, что могло бы позволить воспроизвести самоподдерживающее горение ПС.

Таким образом, принципиальная трудность при проведении практических расчетов с использованием грубых сеток, заключается В невозможности достичь точного пространственного разрешения пламени вблизи поверхности горючего материала. Особенно это заметно в отсутствии внешнего теплового потока, когда роль конвективного теплопереноса значительно возрастает, а значение суммарного теплового потока приближается к минимально необходимому для самоподдерживающегося горения. В этом случае оптимальным вариантом становится определение конвективного теплового потока на подсеточном уровне (см., например, [8]), что позволяет даже на достаточно грубой сетке воспроизвести экспериментально наблюдаемую скорость выгорания при самоподдерживающемся горении материала.

Выводы. При моделировании пиролиза и горения горючего материала достигнуто удовлетворительное согласие с экспериментальными данными для основных параметров. Текущая версия модели и расчетного кода FDS, однако, не позволяет воспроизвести самоподдерживающееся горение рассматренных образцов горючего материала. Причина заключается в недооценке конвективного теплового потока на поверхности материала, определяемого с использованием разрешенной на сетке температуры в приповерхностных ячейках газовой фазы. Для учета присутствия фрагментов пламени, не разрешаемых на сетке, необходимо применение подсеточной модели.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Markus E. S., Kuznetsov E. A., Snegirev A. Y. Tanklevskiy. Application of a simplified pyrolysis model to predict fire development in rack storage facilities // Journal of Physics: Conference Series. – 2018. – Vol. 1107. – No4

2. Markus, E. S., Kuznetsov E. A., Snegirev A. Y. Natural Buoyant Turbulent Diffusion Flame near a Vertical Surface // Combustion, Explosion and Shock Waves. – 2018. – Vol. 53, No 3. – p. 284–293

3. Snegirev A.Y., Kuznetsov E.A., Markus E.S. Coupled analytical approach to predict piloted flaming ignition of non-charring polymers // Fire Safety Journal. – 2017 – Vol. 93 – p. 74–83

4. Stoliarov S.I., Crowley S., Lyon R.E., Linteris G. T. Prediction of the burning rates of non-charring polymers // Combustion and Flame. – 2009 – Vol. 156, No5 – p. 1068–1083

5. Boyer G. Fully coupled CFD simulation of the pyrolysis of non-charring polymers: A predictive approach // Fire Safety Journal. – 2017. – Vol. 91 – p.208–217.1

6. McGrattan K., Hostikka S., McDermott R., Floyd J., Vanella M. Fire Dynamics Simulator User's Guide. - NIST Special Publication 1019 Sixth ed., 2018. – 367 p.

7. McCoy C. G., Tilles J. L., Stoliarov S.I. Empirical Model of flame heat feedback for simulation of cone calorimetry // Fire Safety Journal. – 2019. – Vol. 103 – p. 38–48

8. Кузнецов Е.А., Коковина Е.С., Снегирев А.Ю. Численное моделирование самоподдерживающегося горения термопластика. Роль сеточного разрешения температурных градиентов у поверхности материала. // Тезисы докладов Юбилейной конференции Национального комитета РАН по тепло- и массообмену. – 2017 – с. 35–36.

Е.Г. Орлова, К.О. Пономарев, Д.С. Никитин Национальный исследовательский Томский политехнический университет

ИССЛЕДОВАНИЕ СМАЧИВАЮЩИХ СВОЙСТВ ПОВЕРХНОСТЕЙ НАНОКОМПОЗИТНОЙ КАРБИДОКРЕМНИЕВОЙ КЕРАМИКИ

Карбидокремниевая керамика широко используется в аэрокосмической, машиностроительной и атомной отраслях, электроэнергетике и микроэлектронике благодаря своим уникальным физико-химическим и механическим свойствам [1].

Исследование взаимодействия жидкостей малого объема с поверхностью твердого тела (ползущие течения, растекание, смачивание) является важным, помимо трибологии при изучении смазки и снижения трения, для микрофлюидики, междисциплинарной области, десятилетия активно развивающейся В последние [2]. Интенсивное развитие микроэлектроники спровоцировало возникновение новой проблемы – отведение больших тепловых потоков с малых площадей различных микроэлектронных устройств и аппаратов. Поэтому стремление к миниатюризации систем охлаждения (c характерными геометрическими размерами не более десятка миллиметров) и использовании малых объемов жидкости в форме ручейков, ривулетов и капель является очевидным. Использование карбидокремниевой керамики в качестве материала для создания микрофлюидных и мини- и микроканальных устройств расширит область их применения. Благодаря физико-химическим (высокая нанокомпозитной керамики температурная свойствам стабильность И теплопроводность), технологические поверхности, изготовленные из этого материала, способны функционировать в экстремальных условиях (высокие/низкие температуры, механические нагрузки), например, в космосе и в Арктике. Однако нерешенной остается проблема управления гидродинамическими процессами на таких поверхностях.

Целью работы является экспериментальное исследование свойств смачиваемости поверхностей карбидокремниевой керамики, изготовленной искровым плазменным спеканием коммерческого порошка порошка, полученного ИЗ И методом плазмодинамического синтеза.

Метод искрового плазменного спекания применялся для получения керамических образцов. Использовалась система GT Advances Technologies SPS10-4. Этот метод характеризуется одновременным приложением давления и импульсного тока. После получения образцов их поверхности подвергались дополнительной обработке: шлифовке и полировке. Микроструктура изготовленных образцов исследовалась методом сканирующей электронной микроскопии с использованием микроскопа Hitachi TM3000.

В работе использовались образцы, полученные из коммерческого порошка и из порошка, изготовленного методом ПДС [3], с использованием спекающих добавок и без них.

Для получения образцов на основе коммерческого карбида кремния (SiC) использовался микропорошок SiC *F*1200 с размером зерна 3 мкм. В состав продукта входит преимущественно α-фаза SiC (более 98%). Порошок, изготовленный методом ПДС, характеризовался содержанием кубического SiC более 93% со средним размером частиц 70 нм.

Спекание осуществлялось при температуре 1800 °С, выдержке температуры 10 мин, скорости нагрева 100 °С/мин и давлении 60 Мпа.

СЭМ-изображения шлифов изготовленных образцов приведены на рис. 1 (СЭМ - Сканирующий Электронный Микроскоп). Видно, что образец, полученный из синтезированного порошка, характеризуется более мелкозернистой микроструктурой и наличием значительно меньших по размеру пор.



Рис. 1. СЭМ-изображения шлифов образцов SiC: а) – коммерческий порошок, б) – порошок, полученный методом ПДС

Добавки на основе бора Al-B-C (Al(4 %)+B(2 %)+C(2 %)) использовались при спекании для решения проблемы компактирования продукта (увеличения плотности) (рис. 2).



a)



Рис. 2. СЭМ изображения шлифов изготовленных образцов SiC с добавкой Al-B-C из: а) коммерческого порошка, б) порошка, полученного методом ПДС

Из рис. 2 видно, что использование добавки привело к образованию низкопористой и более плотной микроструктуры в обоих случаях. Размеры зерен при этом сопоставимы с размерами частиц исходных порошков.

Исследование свойств смачиваемости изготовленных образцов проведено с использованием метода сидячей капли и теневого оптического метода [4]. Последний реализован с использованием видеокамеры FastVideo 500M, оснащенной макрообъективом, и системы генерации плоскопараллельного света. Свойства смачиваемости оценивались по величине статического контактного угла, измеренного при помещении капли дистиллированной воды объемом 10 мкл на образец. Теневым методом получены фотоизображения капель. По результатам обработки последних методами гониометрии определялись статические контактные углы (СКУ).

Из табл. 1 видно, что использование добавки при изготовлении карбидокремниевой керамики ПДС порошка привело к улучшению смачиваемости поверхности (угол смачивания уменьшился на 7,3°). Однако по результатам анализа микроструктуры методом сканирующей электронной микроскопии установлено, что введение добавок позволило получить более высокоплотный продукт, обеспечивая эффективность уплотнения. То есть,

ожидалось, что это приведет к ухудшению свойств смачиваемости, поскольку меньшее количество пор и уменьшение их характерного размера уменьшит впитываемость жидкости в приповерхностный слой при измерении угла смачивания методом сидячей капли. Такой результат, скорее всего, связан с тем, что добавки, используемые при спекании, способствуют увеличению поверхностной энергии, и как следствие, улучшению смачиваемости образца.

Образцы	SiC без д	юбавок	SiC с добавко	ой Al-B-C
	Коммерческий	ПДС порошок	Коммерческий	ПДС порошок
	порошок		порошок	
СКУ, град	-	64.9±1.8	49.2±2.1	57.6±3.3

Табл. 1. Углы смачивания, измеренные на образцах SiC

Определить величину угла смачивания на поверхности SiC, полученного из коммерческого порошка без использования добавок, не удалось. Последнее связано с интенсивным впитыванием жидкости, помещенной на поверхность, развитым пористым слоем (рис. 1а). Стоит отметить, что при проведении последовательных измерений статического контактного угла наблюдается снижение интенсивности впитывания жидкости. Между измерениями поверхность высушивалась потоком воздуха при температуре 22-23 °C, что соответствует лабораторным условиям. После второго измерения статический контактный угол через 40 секунд после помещения капли перестает уменьшаться. Сделано предположение, что уменьшение скорости впитывания при последовательном проведении измерений на поверхности связано с тем, что жидкость проникает в поры за счет действия капиллярных сил и остается там при последующих измерениях. Высушивание не позволяет полностью избавится от влаги в наноразмерных порах, которая и влияет на скорость впитывания.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Jacobson N. S. Corrosion of Silicon-Based Ceramics in Combustion Environments // J. Am. Ceram. Soc. – 1993. – Vol. 76. – p. 3–28

2. Whitesides G.M. The origins and the future of microfluidics // Nature. – 2006. – Vol. 442. – p. 368–373

3. Sivkov A.A., Nikitin D.S., Pak A.Y. and Rakhmatullin I.A. Direct plasmadynamic synthesis of ultradisperse silicon carbide // Tech. Phys. Lett. – 2013. – Vol. 39. – p. 105–107

4. Orlova E. G., Feoktistov D. V., Kuznetsov G. V. and Ponomarev K. O. Spreading of a distilled water droplet over polished and laser-treated aluminum surfaces // Eur. J. Mech. B/Fluids. -2018. -Vol. 68. -p. 118–127

УДК 536.25

А.Д. Подмаркова, М.А. Засимова Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ВЛИЯНИЕ ОГРАЖДАЮЩИХ СТЕНОК НА ТЕЧЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН В ТРУБНЫХ ПУЧКАХ ГЛУБОКОВОДНЫХ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

Введение. В настоящее время теплообменные аппараты используются во многих сферах человеческой деятельности: металлургии, пищевой промышленности, судостроении, нефтегазовой индустрии. Наиболее известный и распространенный пример использования теплообменных аппаратов – их применение в системах отопления для нагрева воздуха жилых и производственных помещений.

Сравнительно недавно [1, 2] в комплексы оборудования для добычи природного газа со дна Мирового океана стали включаться газоперекачивающие компрессорные станции (ГКС). Для охлаждения газа в номинальных условиях эксплуатации, а также в целях противопомпажной защиты в состав ГКС входят теплообменные аппараты – гладкотрубные пучки. Охлаждение газа при этом осуществляется при пассивном теплосъеме за счет естественной конвекции окружающей теплообменник морской воды.

Особенности течения и теплообмена шахматных и коридорных гладкотрубных пучков при вынужденной конвекции хорошо изучены [3]. Существенно менее изучены теплообменники, работающие за счет естественной конвекции. На протяжении ряда лет на кафедре гидроаэродинамики СПбПУ проводились численные исследования, направленные на изучение структуры течения морской воды в межтрубном пространстве и теплоотдачи для различных конфигураций гладкотрубного пучка, находящегося в безграничном пространстве (см., например, [4]). В реальных условиях в состав ГКС входит многочисленное оборудование. При этом ограниченные габариты платформы ГКС делают условия течения вблизи пучка, существенно отличающимися от случая, когда пучок окружен только водным пространством. Целью настоящей работы является исследование влияния загромождения пространства вблизи трубного пучка на течение и теплоотдачу воды.

Постановка задачи и параметры течения. Рассматривается шахматный пучок труб, состоящий из шести вертикальных рядов, изогнутых в форме змеевика (рис. 1а). Внешний диаметр труб составляет D = 0.02 м, безразмерные шаги труб в горизонтальном и вертикальном направлениях – $a = S_1/D = 2.6$, $b = S_2/D = 1.6$ (рис. 1б). Каждый ряд труб состоит из 12 прямолинейных участков протяженностью 32.5D (пронумерованных снизуверх) и 11 U-образных поворотов.

Предполагается, что теплообменник расположен в безграничном объеме воды. Границы расчетной области во всех направлениях удалены на расстояние 50*D* от пучка (рис. 1в), на них задаются мягкие граничные условия, допускающие как втекание, так и вытекание воды из расчетной области. Температура воды на удалении от трубного пучка полагалась равной $T_0 = 20^{\circ}$ C. На поверхности теплообменника задается условие прилипания, при этом поверхность теплообменника поддерживается при постоянной температуре равной $T_w = 30^{\circ}$ C. Свойства воды считаются постоянными, взятыми при температуре 25°C: $\rho = 997.1 \text{ кг/m}^3$, $\mu = 8.9 \times 10^{-4} \text{ кг/m} \text{ с}$, $\lambda = 0.611 \text{ Вт/m K}$, C = 4180.9 Дж/кг K, $\beta = 2.057 \times 10^{-4} \text{ 1/K}$. При таких параметрах значение числа Прандтля равно Pr = 6.09, а числа Грасгофа Gr = 2×10^5 .



Рис. 1. а) геометрия расчетной области вблизи трубного пучка; б) вид трубного пучка в сечении А-А; в) общий вид расчетной области

Рассмотрены четыре варианта расположения ограждающих стенок относительно трубного пучка: #1 – теплообменник огражден четырьмя стенками, в *x*- и *y*-плоскостях (рис. 1а,б, $H_w = 1.02$ м, $L_{w_x} = 0.277$ м, $L_{w_y} = 0.895$ м), #2 – двумя стенками со стороны изогнутых участков труб (в *x*-плоскости), #3 – двумя стенками со стороны прямолинейных участков (в *y*-плоскости). Вариант #4 – случай, когда ограждающие стенки отсутствуют.



Рис. 2. Поля осредненной во времени *z*-компоненты скорости для вариантов: а) 1, б) 2, в) 3 и г) 4

Математическая модель. Нестационарное течение воды моделировалось с помощью решения полных нестационарных уравнений Навье-Стокса (без использования модели турбулентности) и энергии. Эффекты плавучести учитывались в приближении Буссинеска.

Вычислительные аспекты. В расчетах использовались неструктурированные сетки общей размерностью 44.3 млн ячеек со сгущением к поверхности трубного пучка. Численные расчеты выполнены в CFD-пакете ANSYS Fluent в версии 19.1 с использованием суперкомпьютерного центра «Политехнический» (при решении ресурсов задач использовалось 140 ядер). Дискретизация пространственных и временных производных выполнена со вторым порядком точности. Для продвижения по времени применялся безытерационный алгоритм NITA. Шаг по времени брался равным 0.02 с. Для получения осредненных параметров течения накапливалась нестационарная статистика протяженностью 1200 с.

Результаты. На рис. 2 приведены поля вертикальной компоненты скорости в сечении A-A (рис. 1a) для рассматриваемых вариантов расчета. На рис. 3a приведены значения подъемной скорости воды в межтрубном пространстве пучка. Под действием силы плавучести в межтрубном пространстве формируется вертикальное подъемное течение воды, при этом скорость (рис. 3a) и температура воды возрастают по высоте пучка. Вдали от труб формируется низкоскоростное эжекционное течение воды. Наличие ограничивающих стенок, которые препятствуют затеканию воды через боковые границы теплообменника, приводит к интенсификации течения в нижней области пучка (в сравнении с вариантом, когда ограничивающие стенки отсутствуют). Наибольшая интенсификация течения наблюдается для варианта с четырьмя ограждающими стенками (вариант #1). В этом случае

вертикальная компонента скорости вблизи нижних прямолинейных участков увеличивается в 3 раза, однако, начиная с середины пучка значения скорости становятся сопоставимыми со значениями, полученными в варианте без стенок. При расположении ограничивающих стенок только со стороны изогнутых (вариант #2) или прямолинейных (вариант #3) участков труб скорость подъемного течения в нижней области пучка, как и по всей его высоте, изменяется незначительно относительно варианта без ограничивающих стенок.



Рис. 3. а) Подъемная скорость воды в межтрубном пространстве пучка и б) осредненные по времени и по поверхностям прямолинейных участков 3 ряда числа Нуссельта для различных вариантов

На рис. Зб приведено распределение числа Нуссельта по высоте пучка. Числа *Nu* осреднены по времени и по поверхности прямолинейных участков среднего (третьего) ряда, $Nu = \langle q_w \rangle D/\lambda (T_w - T_0)$. По графику видно, что в зависимости от варианта, теплоотдача со стенок труб существенно изменяется по высоте пучка. В то же время значения интегрального теплосъема с поверхности трубного пучка составляют: для #1 варианта 23.5кВт, #2 – 21 кВт, #3 – 21.1 кВт и #4 – 22.2 кВт. Таким образом, теплосъем со стенок труб перераспределяется по высоте пучка, не меняя общий интегральный теплосъем с поверхности трубного пучка.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №18-08-00669.

ЛИТЕРАТУРА:

Bai Y., Bai Q. Subsea Engineering Handbook. Gulf Professional Publishing. – 2012. – 960 p.
 Fantoft R., Subsea gas compression – challenges and solutions / Offshore Technology Conference, 2-5 May 2005. – Houston, Texas. – OTC paper №17399. – p. 1-6
 Жукаускас А.А. Конвективный перенос в теплообменниках. – М.: Наука. – 1982. – 472 с.
 Засимова М.А., Иванов Н.Г., Рис В.В., Щур Н.А. Теплопередача в гладкотрубном шахматном пучке, погруженном в общирный водный бассейн // Теплофизика высоких температур. – 2018. – T.56 №5. – с. 777-87

УДК 536.24

К.О. Пономарев Национальный исследовательский Томский политехнический университет

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НАД ВЕРХНЕЙ КРЫШКОЙ ТЕРМОСИФОНА

Актуальность. Безаварийную работу теплонагруженного оборудования можно обеспечить системой охлаждения на базе термосифонов (TC), которые нашли широкое применение в промышленности [1]. Известны [2, 3] численные исследования

закономерностей теплопереноса внутри таких устройств. Большой класс задач решен с помощью конечно-разностного метода Самарского и специализированных программ (Ansys Fluent, Matlab, и т.п.). При этом температурные и скоростные поля у внешних поверхностей таких теплообменников не изучены на уровне, обеспечивающем достоверный прогноз зависимости температурных и скоростных полей от различных факторов, таких как температура верхней крышки TC, тепловой поток, и др. В работе представлен результат решения задачи о естественной конвекции над верхней крышкой термосифона в температурном диапазоне от 293 К до 373 К. Такой диапазон характерен для условий работы многих электронных приборов, энергетических установок и соответствуют тепловым условиям работы термосифонов.

Цель работы – численное исследование температурных возмущений над верхней крышкой термосифона в условиях естественной конвекции.

Моделирование проведено для области 1: контур $a_1 \times b_1 = 500 \times 500$ мм на рис. 1а.



Рис. 1. Область задачи: геометрическая модель (а) и сетка из конечных элементов (б)

В двумерной области 1, заполненной воздухом, находится линейный источник теплоты 2 существенно меньших размеров ($a_2 \times b_2 = 5 \times 42$ мм), имитирующий верхнюю крышку термосифона. По бокам от источника теплоты 2 находятся два одинаковых элемента 3 ($a_3 \times b_3 = 5 \times 16$ мм), имитирующих слой тепловой изоляции. Размеры элементов 2 и 3 выбраны в соответствии с геометрическими размерами экспериментальной модели вертикального термосифона, изготовленного из меди и теплоизолированного вспененным каучуком [1].

На внешних границах области 1 и на границе источника теплоты 2 задавались условия постоянство температур T₁=299.15 К и T₂=349.15 К, соответственно. На границах элементов 3 задавались условия тепловой изоляции. Зависимости теплофизических свойств воздуха, меди, каучука от температуры выбраны из встроенной в COMSOL Multiphysics библиотеки. Уравнения Новье-Стокса решались методом конечных элементов, в качестве которых использовались треугольники (рис. 16). Сетка из 2681 элемента генерировалась автоматически, наибольшая плотность элементов формировалась вблизи источника тепловыделения и теплоизоляции.

Результаты. Моделирование проведено с помощью программного пакета COMSOL Multiphysics 5.4 на компьютере с четырехъядерным процессором Intel Core i7-2600 и объемом оперативной памяти 16 Гб. Время расчета составило 38.2 мин.

На рис. 2 приведены полученные конвективные возмущения в начальный период времени. Анализ результатов показал, что в начальный период времени от 1с до 20с конвективное течение направлено вертикально вверх в форме «гриба» (рис. 2a) [4, 5]. Спустя

некоторое время ($\tau \approx 20c$), характеризуемое размерами рассматриваемой области, начинаются хаотичные температурные возмущения (рис. 2г).



Рис. 2. Типичные профили конвективных течений в момент времени: 5 с (а), 10 с (б), 15 с (в), 20 с (г)



Рис. 3. Температурное поле вблизи источника тепловыделения (верхней крышки термосифона)

Как видно из рис. 3, в условиях квазистационарного режима работы термосифона характерный размер области изменения температуры воздуха от T₁ до T₂ составляет примерно 50 мм. Именно эта область представляет наибольший интерес при экспериментальном определении температурных полей над верхней крышкой термосифона в условиях естественной конвекции. Необходимость таких экспериментальных исследований обусловлена малым количеством данных о закономерностях процессов теплопереноса у внешних поверхностей вертикальных термосифонов.

Выводы. В результате проведения исследований показана возможность использования пакета COMSOL Multiphysics для анализа процессов теплопереноса в системе «термосифонокружающая среда». Показана неравномерность температурного поля над верхней крышкой термосифона. На основании выполненных расчетов установлено, что область высотой 50 мм является наиболее интересной для экспериментального определения температурных полей над термосифоном. Результаты исследования могут быть использованы в качестве тестовых задачи численных исследований конвективных течений или могут быть полезны при проведении экспериментальных исследований процессов теплопереноса в системе «источник тепловыделения-термосифон-окружающая среда», а также при конструировании таких теплообменников.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ, грант № 19-38-90137.

ЛИТЕРАТУРА:

 Ponomarev K., Feoktistov D., Abedtazehabadi A. Experimental investigation of the heat transfer intensity in thermosiphon // AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing. – 2019. – Vol. 2135. – N. 1. – p. 020048.
 Zhao Z., Zhang Y., Zhang Y., Zhou Y., Hu H. Numerical Study on the Transient Thermal Performance of a Two-Phase Closed Thermosiphon // Energies. – 2018. – Vol. 11. – N. 6. – p. 1433.

3. Кузнецов Г.В., Зиб А.А., Шеремет М.А. Математическое моделирование нестационарных режимов теплопереноса в замкнутом двухфазном цилиндрическом термосифоне в условиях конвективного теплообмена с внешней средой // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2011. – Т. 1 – № 9. – с. 93-104.

4. Lappa M. On the transport, segregation, and dispersion of heavy and light particles interacting with rising thermal plumes // Physics of Fluids. -2018. -Vol. 30. -N. 3. -p. 033302.

5. Qiao M., Xu F., Saha S. C. Scaling analysis and numerical simulation of natural convection from a duct // Numerical Heat Transfer, Part A: Applications. – 2017. – Vol. 72. – N. 5. – p. 355-371.

УДК 532.5.011

Д.К. Попова, Н.А. Щур, Е.М. Смирнов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ОБТЕКАНИЯ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА, РАСПОЛОЖЕННОГО В ЩЕЛЕВОМ КАНАЛЕ

Течения в щелевых каналах с препятствиями, в том числе, с круглыми цилиндрами, имеют достаточно широкое распространение во многих технических приложениях и имеют практическое значение. Удлиненные цилиндры (отношение высоты к диаметру велико) встречаются, например, в установках ядерной энергетики, в котлах или в опорах мостов. Укороченные цилиндры (отношение высоты к диаметру порядка 1 и меньше) можно встретить в радиаторах, системах кондиционирования, в устройствах обогрева или охлаждения помещений и т.д. [1].

В настоящий момент существует значительное количество работ как расчетных [2], так и экспериментальных, посвященных изучению обтекания цилиндра, расположенного в щелевом канале, потоком жидкости. Однако, до сих пор не было опубликовано работ, целью исследования которых было бы влияние высоты щелевого канала, в котором расположен цилиндр, на структуру потока. Также важно, что во всех указанных работах на цилиндр натекает нетурбулентный поток, т.е. при докритических числах Рейнольдса. Важно отметить, что при численном моделировании наиболее часто авторы используют метод крупных вихрей LES, так как при умеренных числах Рейнольдса URANS поход не дает адекватного разрешения крупномасштабных вихревых структур в подобных задачах. Однако для закритических чисел Рейнольдса решение осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса дает удовлетворительный результат [3].

В данной работе представлены результаты URANS моделирования нестационарного обтекания круглого цилиндра, расположенного в щелевом канале, развитым турбулентным потоком вязкой несжимаемой жидкости. Расчетная область имеет форму параллелепипеда, в центре которого расположен цилиндр с диаметром D (рис. 1а). Размеры области

30D×30D×H, где H - высота канала. В работе рассмотрены 4 случая: базовый H=D, а также H=2D, 4D и 10D.



б) – расчетная сетка в горизонтальном сечении канала, параллельном стенкам

Численное решение было получено с использованием коммерческого пакета ANSYS FLUENT 14.0. Для основных расчетов использовался нестационарный солвер. Расчет производился по методу SIMPLEC со вторым порядком точности аппроксимаций по времени и по пространству. Шаг по времени составил t=0.05D/u. Количество итераций на шаг по времени было оставлено по умолчанию – 20.

Были заданы следующие граничные условия: ADD1A1 – вход, на который подаются развитые профили скорости и турбулентных характеристик. Профили были предварительно получены путем расчета течения в щелевом канале той же высоты и ширины, без цилиндра и с длиной, достаточной для установления потока. BCC1B1 – выход с нормированным давлением. ABB1A1 и DCC1D1 – границы, на которых задано условие периодичности. ABCD и A1B1C1D1 – твердые стенки канала. Параметр, определяющий течение – число Рейнольдса Re=uD/v=10⁶, где u – средняя скорость заданного на вход профиля, D – диаметр цилиндра, v – кинематическая вязкость жидкости. Расчеты в данной работе выполнялись с помощью подхода URANS. Для замыкания системы уравнений в основных расчетах использовалась модель Ментера SST. В качестве дополнительного исследования при расчете случая H=D была использованы модель k-ε, а также модель Рейнольдсовых напряжений (Stress-Omega).

В расчетах использовались сетки со сгущениями к твердым стенкам канала и к поверхности цилиндра, а также имеющие хорошее разрешение в области за цилиндром. Сетка была получена путем трансляции базовой двумерной сетки (рис. 1б) вдоль оси цилиндра. Характеристики расчетных сеток представлены в табл. 1.

Задача	H=D	H=2D	H=4D	H=10D
Количество ячеек	3308200	3572856	3771348	4102168

Табл. 1 Характеристика расчетных сеток

Для случая цилиндра высотой H=D проведено исследование влияния выбранной модели турбулентности на получаемое решение. При использовании модели k- ω SST Ментера и модели k- ε получены стационарные неединственные решения, характеризуемые несимметричностью следа за цилиндром (относительно обеих центральных плоскостей). В случае SST модели в решении наблюдаются три подковообразных вихря перед цилиндром, в то время модель k- ε разрешает только один подковообразный вихрь. Применение модели Рейнольдсовых напряжений приводит к нестационарности решения, выраженной в следе за цилиндром; при этом перед цилиндром разрешаются три подковообразных вихря.

В случае обтекания цилиндра высотой H=2D в следе вблизи каждой ограничивающей стенки развиваются вихревые дорожки, состоящие из петлеобразных вихрей, расположенных в шахматном порядке (рис. 2a). В центральном по высоте сечении пульсации потока имеют низкую интенсивность.



a) H=2D, (изоповерхность окрашена в значение вертикальной координаты z), б) H=4D

В решении, полученном для высоты цилиндра H=4D, в центральной части ближнего следа за цилиндром формируется дорожка Кармана малой протяженности. При этом структура вихревого движения вблизи ограничивающих стенок аналогична случаю H=2D (рис. 2б). Центральная часть следа и пристенные области существенно отличаются полями среднеквадратичных отклонений скорости, причем глобальный максимум пульсаций скорости наблюдается именно для зон с петлеобразными вихрями (рис. 3а).



Рис. 3. Среднеквадратичные продольной и поперечной компонент скорости для геометрии: а) – H=4D, б) – H=10D



Рис. 4. Изоповерхность Q-критерия в следе за цилиндром (Q=0.05) для геометрии H=10D

В случае цилиндра H=10D отмеченное выше разделение на центральную и пристенные зоны является еще более выраженным, а между ними возникают зоны с низкой интенсивностью пульсаций (рис. 3б). Примечательно также, что каждому вихрю дорожки Кармана соответствует пара петлеобразных вихрей в верхней и нижней пристенных зонах (рис. 4).

Для всех рассмотренных значений высоты цилиндра перед ним возникают три подковообразных вихря. Причем расположение основного из них относительно стенки канала и поверхности цилиндра практически не зависит от высоты цилиндра. Также не зависят от высоты цилиндра и местоположения глобальных максимумов среднеквадратичного отклонения компонент скорости.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ostanek J., Thole K. Wake development in staggered short cylinder arrays within a channel // Exp. Fluids. -2012. -Vol. 53. -25 p.

2. Borello D., Hanjalić K. LES of fluid and heat flow over a wall-bounded short cylinder at different inflow conditions // Journal of Physics Conference Series. -2011. - 318(4):042046. - 7 p.

3. Palkin E., Mullyadzhanov R., Hadziabdic M., Hanjalic K. Scrutinizing URANS in shedding flows: The case of cylinder in cross flow in the subcritical regime // Flow Turbulence Combustion -2016. -Vol. 97. -No. 4. -p. 1017–1046

УДК 532.72

Ю.В. Самосудов, В.В. Степанов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ДИНАМИКА ЧАСТИЦ ПЫЛИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ ГАЗОВЗВЕСИ ВНУТРИ КОТЛА-УТИЛИЗАТОРА

При использовании печей цветной металлургии велико количество отходящих газов. Эти газы характеризуются высокой запыленностью – в виде пыли уносится до 50% шихты, и высокой температурой – до 1600 К. Поэтому в металлургических печах используется газоходная система, основными задачами которой является очистка газа от пыли и утилизация тепла. Одним из элементов газоходной системы печи является котел-утилизатор. В нем газ охлаждается до 300-400 К, очищается от пыли [1]. Котел состоит из двух частей. Слева находится радиационная часть, справа – конвективная (рис. 1). В обеих частях снизу находятся бункеры для сбора пыли. Также частицы пыли могут оседать на стенках котла-утилизатора, так как имеют высокую температуру и находятся в жидком состоянии.

Целью данной работы является исследование динамики частиц пыли в котлеутилизаторе для определения наиболее вероятных зон оседания частиц пыли.

В работе можно выделить следующие задачи: оценка сил, действующих на частицу в котле-утилизаторе; моделирование динамики одной частицы с разным диаметром и начальной скоростью; моделирование динамики множества частиц одного диаметра и частиц с диаметром, распределенным по закону Розина-Раммлера с разной плотностью, диаметром и начальной скоростью, с учетом действия подъемной силы Сэффмана и силы термофореза.

Расчет динамики частиц проводился на основе расчета турбулентного трехмерного течения газа в котле-утилизаторе [2]. На левой стенке котла-утилизатора расположено входное окно, через которое в котел-утилизатор поступает поток газа с частицами. С этой поверхности проводился запуск частиц при моделировании их динамики.

По полученным полям скорости и температуры при расчете течения газа можно заключить, что наибольшей скоростью газ обладает вблизи верхней границы входного окна, а также что наибольшие температуры наблюдаются на входе, а далее газ остывает.

По результатам расчета течения газа температура частиц на входе в котел принимается равной 1600 К, начальная скорость частиц – 4 м/с. При моделировании динамики частиц для получения доли всех осевших в котле частиц на стенках котла-утилизатора ставится условие прилипание. Для нахождения доли частиц, осевших в радиационной части, условие

прилипания на стенках конвективной части заменяется на условие вылета. При моделировании динамики одной частицы ее начальным местоположением выбирается центр входной поверхности. При моделировании динамики множества частиц их диаметр может быть задан одинаковым для всех частиц – тогда из каждой ячейки сетки входной области исходит один трек. Также диаметр частиц может быть распределен по закону Розина-Раммлера. В таком случае из каждой ячейки сетки на входной поверхности исходит несколько треков частиц с разным диаметром.



Рис. 1. Модель котла-утилизатора, используемая в расчете

Результаты работы. Проведена оценка сил, действующих на частицу в котлеутилизаторе. Основными силами, действующими на частицу в любом потоке газа, являются гидродинамическая сила сопротивления и сила тяжести. Также в течении с неравномерным распределением температуры возникает сила термофореза [3]. Под ее действием частица перемещается из более нагретой области в более холодную. Кроме того, в связи с неоднородностью поля скорости возникает дополнительная составляющая подъемной силы – сила Сэффмана. При оценке по результатам расчета течения газа, при использовании характеристик частиц [4], оказалось, что сила термофореза и сила Сэффмана на порядки меньше, чем сила сопротивления и тяжести, и вносят незначительный вклад в динамику частицы.

При моделировании динамики одной частицы с начальными скоростями 1м/с, 5 м/с и 10 м/с и диаметром 10, 50 и 100 мкм получены треки частиц (рис. 2). Все частицы наибольшего диаметра оседают в радиационной части, оседание частиц других диаметров зависит от начальной скорости. Также при минимальной начальной скорости треки частиц разного диаметра на начальном этапе одинаковы, при больших скоростях они различимы.

При моделировании динамики множества частиц, исходящих со всей входной поверхности, сравнивались интегральные характеристики оседания частиц в радиационной и конвективной части котла при разных параметрах запуска частиц. Сравнение интегральных характеристик при задании частиц одинакового диаметра 10 микрон и частиц с распределенным диаметром со средним значением также 10 микрон показало, что осреднение диаметра мало влияет на долю оседающих в котле частиц. Также было получено время, проводимое частицами до их оседания на стенках (до 400 с) или вылета из котла (для большинства частиц 150 с), то есть частицы вылетают из котла в основном за первую половину времени, необходимого для расчета динамики частиц пыли в котле-утилизаторе. Также были получены результаты, показывающие, что при увеличении диаметра частиц от 10 мкм до 100 мкм доля оседающих частиц выше, чем для менее плотных частиц; при изменении

начальной скорости частицы от 1 м/с до 10 м/с изменение доли осевших на стенках частиц оказалось малым. При моделировании динамики частиц с учетом силы Сэффмана и силы термофореза подтвердилась теоретическая оценка их соотношения с силами тяжести и сопротивления, так как доля оседающих частиц практически не изменилась (табл. 1).



Рис. 2. Треки частиц диаметром 10 мкм, 50 мкм и 100 мкм с начальной скоростью 1 м/с

Табл.	1.	Характеристика	оседания	частиц	В	зависимости	ОТ	учетов	физических	эффектов
для ча	стиі	ц с диаметрами, ра	спределени	ными по	зак	ону Розина-Ра	имле	epa		

	Без учета сил Сэффмана и термофореза		С уче терм	С учетом силы термофореза		гом силы офмана
Всего треков				6000		
Вылетело из котла	1477	24,6%	1482	24,7%	1488	24,8%
Осело в котле всего	4523	75,4%	4518	75,3%	4512	75,2%
Осело в радиационной части	3969	66,2%	3980	66,3%	3980	66,3%
Осело в конвективной части	554	9,2%	538	9%	532	8,9%

Выводы. Было проведено моделирование динамики частиц пыли в турбулентном течении газа в котле-утилизаторе, показавшее, что наиболее крупные по диаметру, а также наиболее плотные частицы в большей степени оседали в котле-утилизаторе. Также выяснилось, что диаметры рассматриваемых частиц можно усреднять для упрощения моделирования без значительного влияния на интегральные характеристики оседания. Кроме того, подтвердились теоретические оценки незначительности силы Сэффмана и силы термофореза по сравнению с силой тяжести и силой сопротивления. В дальнейших исследованиях возможно увеличить число рассматриваемых эффектов, а также рассмотреть течение газа с учетом наличия в нем твердой фазы.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Диомидовский Д.А. Металлургические печи цветной металлургии. – «Металлургия». – 1970. – 704 с.

2. Талалов В.А. и др. Отчет о научно-исследовательской работе. Исследование полей температуры и скорости в котле-утилизаторе для охлаждения отходящего газа печей взвешенной плавки Надеждинского Металлургического завода ЗФ ПАО «ГМК «НОРИЛЬСКИЙ НИКЕЛЬ». – 2019. – 135 с.

3. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Течения газа с частицами. – М.: Физматлит. – 2008. — 600 с.

4. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М.: Наука. – 1972. – 720 с.

И.А. Шишкина, Н.К. Машаев, Е.В. Колесник Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ТЕСТИРОВАНИЕ СХЕМ СЕМЕЙСТВА AUSM НА ЗАДАЧЕ НЕВЯЗКОГО СВЕРХЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ С ЦЕНТРАЛЬНЫМ КЛИНОМ

При расчетах сверхзвуковых течений одним из ключевых факторов является способ аппроксимации конвективных потоков. Схема аппроксимации должна обеспечивать возможность достаточно точного разрешения газодинамических разрывов на небольшом числе внутренних точек при отсутствии осцилляций поля течения в окрестности разрывов. При реализации метода контрольных объемов существуют два основных подхода для расчета потока на грани: методы типа Годунова, основанные на точном или приближенном решении задачи Римана о распаде произвольного разрыва, и методы с расщеплением потока (см., например, [1]). В последнее время все большую популярность приобретают схемы расщепления векторов потоков, в частности, схемы из семейства AUSM [2-3], вследствие меньшей вычислительной сложности, более простой реализации, а также возможности их обобщения на широкий спектр задач. Первой схемой представленной была схема AUSM (Advection-Upstream-Splitting-Method) [3], основная идея построения схемы заключается в представлении конвективной и акустической волн как двух физически различных процессов. При вычислении потока на грани вектор потоков разбивается на две составляющие: конвективное слагаемое и слагаемое, содержащие давление, для которых расщепление проводится отдельно.

В настоящее время существует большое количество модификаций схемы AUSM, предназначенных для решения широкого круга задач. Модификации AUSM+up и SLAU ориентированы для расчета низкоскоростных течений [4], AUSMD и ее разновидности (AUSMDV, AUSMV) предназначены для более точного разрешения контактных разрывов [5]. Существуют и другие направления развития схем AUSM, например, для расчета многофазных течений [2]. Стоит отметить, что первые предложенные схемы (AUSM, AUSM+) содержали в себе недостатки, заключающиеся в появлении осцилляций на разрывах и «карбункул» неустойчивости [3], от которых были избавлены последующие модификации.

В данной работе проводится тестирования схем семейства AUSM на задаче невязкого сверхзвукового течения в канале с центральным клином (рис. 1). Для выполнения расчетов использовался конечно-объемный «неструктурированный» программный код SINF/Flag-S, разрабатываемый в ИПММ СПбПУ. В ветви кода, предназначенной для расчетов высокоскоростных течений вязкого газа, были реализованы некоторые модификации схемы AUSM (AUSM, AUSM+, AUSM+up, SLAU, AUSMD). Второй порядок точности схем достигался за счет использования MUSCL похода [6], для монотонизации решения использовались TVD схемы [7] с обобщением на неструктурированные сетки [8].

Расчетная область представлена на рис. 1. Течение в канале определяется значением числа Маха набегающего потока M_{in} и углом падения косого скачка уплотнения α . Геометрический параметр g/w определяет взаимодействие веера волн разрежения с падающим скачком уплотнения вблизи верхней границы. Рассмотрено два режима течения, соответствующих регулярному и маховскому отражению косого скачка уплотнения от верхней стенки канала.

Расчет течения в канале, соответствующего регулярному режиму отражения косого скачка от верхней стенки, проводился для следующего набора параметров: $M_{in} = 3$, $\theta = 18.33$ ($\alpha = 33.7^{\circ}$), g/w = 0.95. Использовалась квазиструктурированная сетка размером 5000 элементов. На рис. 2а приведено поле модуля градиента плотности, показывающее ударно-

волновую структуру течения: образование косого скачка уплотнения и регулярное отражение скачка от верхней стенки канала.



Рис. 2. Решение, полученное обтекания центрального клина для регулярного режима (а) и для маховского отражения (b)

Известно, что при обтекании сверхзвуковым потоком поверхности, содержащей точки излома, в численном решении могут наблюдаться нефизические осцилляции поля давления в окрестности этих точек [9]. В коде SINF/Flag-S реализовано два способа экстраполяции давления на поверхность. Наиболее простой способ (далее – «P1») заключается в определении значения давления на стенке путем экстраполяции первого порядка значения из центра соседней ячейки. Второй способ (далее - «R1»), основанный на решении задачи Римана о распаде разрыва, позволяет учесть образование волны разрежения или волны сжатия при наличии нормальной составляющей скорости в ячейке, прилегающей к границе [9]. Было проведено сравнение этих двух способов применительно к реализованным схемам. На рис. За представлено распределение давления вдоль нижней стенки канала, рассчитанное по схеме AUSM для двух способов экстраполяции давления, для сопоставления приводятся результаты, рассчитанные по схеме Годунова. В случае простой экстраполяции давления (Р1) вблизи точек излома наблюдаются сильные осцилляции давления для обеих схем, использование метода R1 позволяет полностью устранить осцилляции для схемы Годунова, в случае схемы AUSM осцилляции значительно уменьшаются, однако полностью их устранить не удается. На рис. 3b сравниваются распределения давления, полученные по схемам AUSM в сочетании со способом R1. Можно отметить, что осцилляции наблюдаются для всех схем, за исключением AUSMD, при этом наибольшие осцилляции наблюдаются для схемы AUSM.





Также был рассмотрен режим течения, соответствующий Маховскому отражению косого скачка от верхней стенки канала, который реализуется при следующем наборе параметрв [3]: $M_{in} = 2.84$, $\theta = 21.3^{\circ}$ ($\alpha = 40.7$), g/w = 0.37. Вычисления проводились на сетке, содержащей 20 000 ячеек.

На рис. 2b приведено поле модуля градиента плотности, полученное в расчетах по схеме AUSMD (с опцией R1). Видно, что в потоке имеется падающий косой скачок, отраженный и так называемая «ножка Maxa», которые соединяются в тройной точке. В табл. 1 приводятся относительные значения длины ножки Maxa H_m ,/w полученные в расчетах по различным схемам. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными [3] и аналитическим значением [10]. Результаты, полученные по различным схемам близки между собой, за исключением схемы AUSM+up, для которой наблюдаются отклонения в 4 %. На данной задаче проводилось исследование устойчивости численного метода при варьировании числа Куранта. Можно отметить, что схема AUSM+up является наименее устойчивой из рассматриваемых схем, тогда как остальные схемы демонстрируют примерно одинаковое поведение.

Табл. 1. Длина ножки Маха, полученная в расчетах по различным схемам

	Godunov	AUSM	AUSM+	AUSM+up	SLAU	AUSMD	AUSM, pacчет [3]	Аналитическое решение [10]
H_m/w	0.166	0.165	0.166	0.160	0.167	0.166	0.165	0.121

ЛИТЕРАТУРА:

1. E.F. Toro. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction. – Berlin: Springer, 2009.

2. L. Meng-Sing. The Evolution of AUSM Schemes // Defence Science Journal. – 2010. – Vol. 60, No. 6. – P. 606-613.

3. B. John, G. Sarath, V. Kulkarni and G. Natarajan. Performance comparison of flux schemes for numerical simulation of high-speed inviscid flows// Progress in Computational Fluid Dynamics. – 2014. – Vol. 14, No. 2. – P. 83-96.

4. K. Kitamura, K. Fujimoto, E. Shima. Performance of Low-Dissipation Euler Fluxes and Preconditioned Implicit Schemes in Low Speeds// AIAA Paper. – 2010. – 1272.

5. Y. Wada, M.-S. Liou. An accurate and robust flux splitting scheme for shock and contact discontinuities// SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing. – Vol. 18. – 1997. – P. 633-657.

6. B. Van Leer. Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second order sequel to Godunov's method // Journal of Computational Physics. – 1979. – Vol. 32, No. 1. – P. 101-136.

7. A. Harten High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // Journal of Computational Physics. – 1983. – Vol. 49, No. 3. – P. 357-393.

8. П.А. Бахвалов, Т.К. Козубская. Схема с квазиодномерной реконструкцией переменных, определенных в центрах элементов трехмерной неструктурированной сетки// Математическое моделирование. – 2016. – Т. 28, № 3. – С. 79-95.

9. E.V. Kolesnik, E.M. Smirnov. Some aspects of numerical modeling of inviscid supersonic flow in a duct with a central wedge// Journal of Physics: Conf. Series 1038. – 2018.

10. G. Ben-Dor. Shock Wave Reflection Phenomena: Shock Wave Reflection Phenomena. – New York: Springer-Verlag, 1992.

СЕКЦИЯ «МЕХАНИКА И ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ»

УДК 539.3

А.И. Грищенко¹, А.С. Семенов¹, Гецов Л.Б.² ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ²НПО по исследованию и проектированию энергетического оборудования им. Ползунова

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ЖЕСТКОСТИ ЗАКРЕПЛЕНИЯ ПЛОСКОГО КОРСЕТНОГО ОБРАЗЦА НА ЕГО ТЕРМОУСТАЛОСТНУЮ ДОЛГОВЕЧНОСТЬ

Создание современных авиационных газотурбинных двигателей (ГТД) большой и средней тяги неразрывно связано с разработкой и применением новых жаропрочных поли- и монокристаллических сплавов. Данные материалы применяются в наиболее нагруженных деталях ГТД, а именно в дисках и лопатках турбины, работающих в условиях высоких переменных температур и напряжений, при которых материал испытывает существенные знакопеременные циклические упруговязкопластические деформации, что в свою очередь приводит к необходимости всестороннего исследования его термоусталостных свойств. Особый интерес представляет изучение влияния степени термического стеснения, характеризуемой жесткостью окружения элемента материала, находящегося под действием знакопеременных напряжений.

В настоящее время одним из наиболее распространенных методов термоусталостных испытаний является циклический нагрев зафиксированного корсетного образца [1] (рис. 1). Вариативность термического стеснения достигается при помощи различного момента затяжки болтов, прижимающих образец к оснастке (рис. 1б).



Рис. 1. Корсетный образец для термоусталостных испытаний (а); закрепленный образец (б)

Высокая стоимость и сложность проведения экспериментальных исследований термоусталостных свойств применительно к эксплуатационным условиям работы лопаток и дисков приводят к необходимости моделирования процессов термоусталостных испытаний, которое в данной работе проводилось с использованием метода конечных-элементов (КЭ). В силу симметрии корсетного образца рассматривалась его восьмая часть с применением условий симметрии на соответствующих гранях. Жесткость закрепления моделировалась путем добавления фиктивного материала заданной жесткости. С целью нивелирования осевых температурных деформаций фиктивного материала (это диктуется условием его постоянной жесткости) вдоль оси образца коэффициент температурного расширения задавался анизотропным - равным нулю в продольном направлении и равным коэффициенту температурного расширения основного материала в остальных направлениях. КЭ модель представлена на рис. 2. Свойства материала задавались соответствующими поликристаллическому жаропрочному сплаву BB751П. Рассматривалось изотропное упрочнение материала.



Рис. 2. КЭ модель корсетного образца: 1 – образец; 2 – фиктивный материал заданной жесткости

Характерные распределения полей напряжений и деформаций для показаны на рис. 3. Во всех случаях наблюдается локализация напряжений и деформаций в центральной рабочей части образца.



Рис. 3. Распределение полей: а) температур [°C], б) осевых перемещений [µm], в) интенсивности напряжений [МПа], в) интенсивности пластических деформаций для образца из ВВ751П, нагружаемого по режиму $T = 850 \leftrightarrow 100^{\circ}$ С

Расчет термоциклической прочности проводился на основе четырехчленного деформационного критерия, основанного на принципе суммирования повреждений, вызванных изменением пластической деформацией и деформации ползучести в пределах цикла, а также односторонне накопленными деформациями [2,3]:

$$D = \sum_{i=1}^{N} \frac{\left(\Delta \varepsilon_{eq_i}^p\right)^k}{C_1(T_i)} + \sum_{i=1}^{N} \frac{\left(\Delta \varepsilon_{eq_i}^c\right)^m}{C_2(T_i)} + \max_{0 \le t \le t_{\max}} \frac{\varepsilon_{eq}^p}{\varepsilon_r^p(T)} + \max_{0 \le t \le t_{\max}} \frac{\varepsilon_{eq}^c}{\varepsilon_r^c(T)} = 1$$

Ниже, на рис. 4 представлены расчетные диаграммы деформирования для трех жесткостей деформирования.

Зависимость числа циклов до разрушения от жесткости закрепления образца представлена на рис. 5.



Пластическая Деформация Eqv. Mises Рис. 4. Расчетные диаграммы деформирования



Рис. 5. Зависимость числа циклов до разрушения от жесткости закрепления образца

Видно, что жесткость закрепления влияет как на односторонне накопленные деформации, так и на ширину петли гистерезиса. При малых жесткостях петля практически отсутствует, увеличение пластических деформаций происходит преимущественно за счет ретчитинга. Результаты проведенных исследований позволяют получить оценку термоусталостной долговечности корсетных образцов при разной жесткости их закрепления.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-08-01252).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Гецов Л.Б. Материалы и прочность деталей газовых турбин в 2-х книгах. Рыбинск: Изд. дом Газотурбинные технологии, 2010, 2011 г.

2. Getsov LB. About failure criterion at the complex loading program. All-Union working symposium on questions of low-cyclic fatigue. Kaunas; 1971. P. 52-55.

3. Семенов А.С., Гецов Л.Б. Критерии термоусталостного разрушения монокристаллических жаропрочных сплавов и методы определения их параметров // Проблемы прочности. 2014. № 1. С. 50-62.

А.И. Грищенко, А.С. Семенов, Б.Е. Мельников Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ОЦЕНКА ИЗМЕНЕНИЯ ПОРИСТОСТИ КЕРНА ПРИ ПОДЪЕМЕ С БОЛЬШИХ ГЛУБИН

Истощение традиционных нефтегазовых месторождений приводит к необходимости разработки месторождений с трудноизвлекаемыми запасами (ТРИЗ) [1]. Данные месторождения характеризуются большими глубинами залегания (до 3000 м), небольшими размерами нефтегазоносных слоев. Сложность и дороговизна разработки таких месторождений накладывает дополнительные требования к точности геологических моделей. Это, в свою очередь, приводит к необходимости использования физико-механических, тектонофизических, геолого-геофизических свойств пород коллектора, соответствующих пластовым.

Существенное изменение термобарических условий при извлечении керна на поверхность приводит к изменению объема нефтесодержащих пор и повышению трещиноватости керна, вплоть до его полного разрушения. Это в свою очередь затрудняет определение свойств пород коллектора в условиях, соответствующих пластовым. Так, снятие пластового давления при подъеме керна на поверхность приводит к повышению пористости и трещиноватости породы по сравнению с пластовыми условиями, в то же время, понижение температуры приводит к снижению пористости. Оценка свойств горных пород в пластовых условиях может быть осуществлена на основе эффектов памяти [2] путем трехосного сжатия извлеченных кернов. Однако исследования показали [2], что накопление поврежденности породы приводит к ухудшению проявления эффектов памяти.

Целью работы является разработка подхода, позволяющего оценить изменение пористости пород-коллекторов при подъеме керна на поверхность. Путем прямого конечноэлементного моделирования процессов деформирования керна произведена оценка изменения объема нефтенасыщенных пор керна при его извлечении с глубины 2900 м, соответствующей месторождениям баженовского типа [3].

В качестве объекта исследования рассматривается цифровая модель керна, учитывающая его микроструктуру (наличие связанных и изолированных нефтегазовых пор). КЭ модель керна представлена на рис. 1.



Рис. 1. 3D конечно-элементная модель керна (а) и внутренняя структура изолированных (показаны фиолетовым цветом) и связанных (показаны красным цветом) пор (б).

Задача решалась в линейно-упругой постановке. В качестве нагрузки прикладывались растягивающие осевое и радиальные давления, что соответствует снятию сжимающих напряжений при подъеме, а также изменению температуры. Исходное осевое давление принималось равным 100 МПа, радиальное 30 МПа. Расчеты производились с помощью КЭ программных комплексов ANSYS и PANTOCRATOR [4].

Для качественной оценки изменения объема пор при извлечении керна использовалась упрощенная постановка, использующая в качестве представительного объема керна одну пору (рис.2). При условии малых деформаций относительное изменение объема пор $\frac{\Delta V}{V}$ может быть найдено путем вычисления первого инварианта тензора деформаций:

$$\frac{\Delta V}{V} = I_1(\varepsilon) = tr(\varepsilon)$$
(1)

где ε - тензор полных деформаций, $I_1(\varepsilon) = tr(\varepsilon) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ - первый инвариант тензора, равный сумме его диагональных элементов.

Воспользовавшись разложением тензора деформации на механические и температурную составляющие получим:

$$\frac{\Delta V}{V} = tr(\mathbf{\epsilon}^{mech}) + tr(\mathbf{\epsilon}^{th}), \tag{2}$$

где ε^{mech} - механические, ε^{th} - температурные деформации.

Путем прямого КЭ моделирования был определен вклад в изменение пор отдельных факторов: изменение давления и температуры при подъеме. Так, снятие давления приводит к увеличению объема пор на 0.85% по отношению к изначальному объему, снижение температуры на 100 °C приводит к снижению объема пор на 0.2%. Данных о изменении объема пор позволяют судить и о изменение проницаемости горных пород на основе уравнения Козени-Кармена [5]:

$$k = \frac{\varphi^3}{f S_{\Phi}^2 T_{\Gamma}^2},\tag{3}$$

где k – проницаемость, ϕ – пористость.

На рис. 2 представлены поля, характеризующие напряженно-деформированное состояния единичной поры. В качестве эффективной меры напряжений и деформаций здесь и дальше используется интенсивность по Мизесу.





Для оценки изменения объема нефтенасыщенных пор пород-коллекторов при их извлечении на поверхность выполнено прямое конечно-элементное моделирование процессов деформирования керна с учетом его микроструктуры. Изменение давления при подъеме приводит к возрастанию объема пор на 1%. Поля, характеризующие напряженнодеформированное состояния керна представлены на рис. 3.



Рис. 3. Поля интенсивности напряжений в керне (а), порах (б), интенсивности деформаций в керне (в), порах (г)

На основе полученных данных может быть произведен расчет эффективных упругих и пластических свойств керна и произведена оценка изменения пористости при изменении условий внешнего воздействия. Данный подход позволяет производить идентификацию параметров моделей пороупругопластичности [6].

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-08-01241).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Алексеев А. Пальяновский прорыв. Новые результаты в освоении ресурсов баженовской свиты // Сибирская нефть. 2016, № 136 № (136), с 38-42

2. Filimonov Y.L., Lavrov A.V., Shafarenko Y.M., Shkuratnik V.L. Memory effects in rock salt under triaxial stress state and their use for stress measurements in a rock mass // Rock Mech. and Rock Engng. 2001. V. 34, N 4. P. 275–291.

3. Нестеров И.И., Стасюк М.Е., Сторожев А.Д. Методика обоснования начального пластового давления в залежах нефти баженовского типа (На примере месторождения Большой Салым) // Геология нефти и газа. 1985. №08. С 1-6.

4. Семенов А.С. PANTOCRATOR – конечно-элементный программный комплекс, ориентированный на решение нелинейных задач механики // Труды V-ой Межд. конф. "Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения". СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003. С. 466-480.

5. Carman P.C. Fluid flow through granular beds. Transactions, Institution of Chemical Engineers, London, 15: 150-166, 1937.

6. Le-Zakharov S.A., Melnikov B.E., Semenov A.S. Nonlinear analysis of fluid saturated soil and rock under complex hydromechanical loading on the base of poroplastic models // Materials Physics and Mechanics. 2017. T. 31. № 1-2. C. 32-35.

УДК 539.3, 539.4

М. Гузиян-Дилбер¹, А.В. Бенин², Л.К. Дьяченко², А.С. Семенов¹ ¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ² Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ АВТОДОРОЖНОГО ПУТЕПРОВОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УТОЧНЕННЫХ МОДЕЛЕЙ БЕТОНА

Методами компьютерного моделирования исследуется возможность обрушения автодорожного путепровода вследствие возникновения и распространения трещины в одной из несущих опор в процессе многолетней эксплуатации. Целью работы является оценка влияния учета нелинейных свойств бетона на результаты расчетов напряженнодеформированного состояния фрагмента путепровода, содержащего трещину.

Схема автодорожного путепровода 18,0+3×33,0+18,0 м. Рассматривается случай возникновения трещины в ригеле стоечной опоры (рис. 1).

При решении краевой задачи рассматривалась одна из шести опор путепровода, в которой произошло обрушение. Геометрические параметры представлены на рис. 1. На первом этапе задача решалась в квазистатической постановке. В качестве внешнего воздействия рассматривался собственный вес элементов путепровода и вес самосвала, расположенного вблизи опоры.



Рис. 1. Внешний вид путепровода после обрушения и геометрические параметры в области опор

При проведении конечно-элементных (КЭ) расчетов использовалась модель растрескивания бетона с учетом пластичности и поврежденности. Производилось сравнение результатов анализа напряженно-деформированного состояния при отсутствии трещины в ригеле и при наличии трещин различной начальной длины.

При решении задачи использовались механические свойства бетона, полученные в опытах на сжатие из образцов, изготовленных непосредственно из фрагментов обрушенного путепровода и выполненных в ИЛ «Механическая лаборатория им. проф. Н.А. Белелюбского» ПГУПС [1]. В условиях отсутствия необходимых экспериментальных данных о поведении бетона в области растягивающих напряжений использовались результаты масштабирования кривых для бетона. При отсутствии данных о ниспадающей ветви запиковое поведение материала описывалось идеально-пластической диаграммой. Повреждение материала учитывалось на основе аппроксимации $D = 1 - e^{-b(\varepsilon - \varepsilon_0)}$ [2], где ε_0

является порогом, после которого параметр поврежденности начинает расти. В качестве ε_0 взята деформация, при которой диаграмма растяжения/сжатия демонстрирует визуальное отклонение от линейной. При выполнении КЭ расчетов для описания нелинейного поведения бетона использовалась CDP (concrete damage plastic) модель, реализованная в конечно-элементном программном комплексе Abaqus.

Е [ГПа]	ν	В	f_{b0}/f_{c0}	эксцентриситет	К	<i>σ</i> _т [МПа]	<i>о_с</i> [МПа]
45.2	0.19	38°	1.16	0.1	0.67	5.8	58

Табл. 1. Параметры бетона, использованные в расчетах

Недостающие параметры пластического деформирования материала заимствованы из статей [3-6]. Твердотельная и конечно-элементная модель исследуемого фрагмента моста с трещиной показано на рис. 2 и 3. Приложенная нагрузка показана на рис. 2. Начальная длина трещины соответствовала 50 мм.



Рис. 2. Весовая нагрузка на элемент путепровода



Рис. 3. Местоположение фронта трещины



Рис. 4. Распределение полей напряжения по Мизесу и повреждений в модели без трещины





Рис. 5. Интенсивность напряжений по Мизесу в модели с трещиной



Результаты КЭ расчета в модели без трещины представлены на рис. 4, а при наличии трещины на рис. 5. Максимальные напряжения в модели с поврежденостью бетона без учета трещины не превышают 50% соответствующих пределов прочности и не могут привести к разрушению конструкции. Значения поврежденности и на растяжение, и на сжатие в этом случае меньше 1. Кроме того, напряжения локализованы в узких зонах.

Для оценки трещиностойкости нелинейного материала использовался параметр нелинейной механики разрушения - J-интеграл. Его расчетное значение в модели с трещиной 50 мм достигает 100 Н/м (рис. 6). Для бетонов без арматуры критическое значение J_C находится в интервале от 58 Н/м до 98 Н/м [7-8]. В соответствии с указанными данными размер трещины 50 мм может оказаться критическим, однако для окончательных выводов требуется экспериментальное определение J_C для рассматриваемого материала.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Елизаров С.В., Каптелин Ю.П., Бенин А.В. Механическая лаборатория имени профессора Н.А. Белелюбского. Страницы 155-летней истории, 2009. 75 с.

2. Benin A.V., Semenov A.S., Semenov S.G., Beliaev M.O., Modestov V.S. Methods of identification of concrete elastic-plastic-damage models // Magazine of Civil Engineering. 2017. No. 76(8). P. 279–297.

3. Benin A.V., Semenov S.G., Semenov A.S. Modeling of deformation and fracture of concrete structures with FRP reinforcement // Applied Mechanics and Materials. 2015. Vol. 752-753. P. 685-688.

4. Бенин А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Федоров И.В. Конечно-элементное моделирование процессов неупругого деформирования и разрушения элементов железобетонных конструкций // Морские интеллектуальные технологии. 2011. № 3. С. 102-105.

5. Бенин А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Мельников Б.Е. Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть 1. Модели с учетом несплошности соединения // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 86-99.

6. Бенин А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Мельников Б.Е. Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть 2. Модели без учета несплошности соединения // Инженерно-строительный журнал. 2014. № 1 (45). С. 23-40.

7. Sidney M., Frederick V. Lawrence, Clyde E. Kesler, The J-Integral as a fracture criterion for fiber reinforce concrete, Cement and Concrete Research. 1997. Vol. 7, P. 731-742.

8. Carpinteri A. Experimental determination of fracture toughness parameters Kic and Jic for aggregative materials, University of Bologna. 1981.

А.А. Дворникова^{1,2}, И.А. Попов¹ ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ² ОАО НПО «ЦКТИ»

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ШУМА МИКРОМЕХАНИЧЕСКОГО ОСЕВОГО ПОДВЕСА

Введение. Объектом настоящего исследования является микромеханический осевой акселерометр. Прибор состоит из инерциальной массы, которая с помощью упругих элементов подвеса вмонтирована в корпус для обеспечения подвижности вдоль оси чувствительности [1]. Для уточнения характеристик акселерометра предлагается рассмотреть разные способы вычисления жесткости его подвеса.

Целью настоящей работы является сравнительный анализ методов оценки линейной жесткости подвеса, выявления границ применимости известных инженерных соотношений на основе сравнения с более сложными моделями [2,3] и прямым конечно-элементным расчетом; анализ нелинейной характеристики упругого подвеса с учетом геометрической нелинейности и построение АЧХ для задачи о вынужденных колебаниях в окрестности субгармонического резонанса (учет влияния внешней вибрации).

Постановка задачи. Рассмотрим s-образный подвес, характерный для одноосных акселерометров [1]. Для некоторого упрощения расчетов рассмотрим подвес, состоящий из двух балок, соединенных поперечной вставкой. Его схема представлена на рис. 1. Нижняя левая грань соединена с неподвижным основанием, а верхняя левая, в свою очередь, контактирует с инерциальной массой акселерометра.



Рис. 1. Геометрическая модель упругого подвеса акселерометра

Линейный расчет жесткости подвеса. Для оценки жесткости подвеса можно воспользоваться методом сложения жесткостей. Рассмотрим подвес, подобный представленному на рис. 1, как систему из *n* пружин. В рассматриваемой конфигурации подвеса будет иметь место изгиб балок, жесткость консольной балки на изгиб рассчитывается по формуле

$$k = \frac{3EI}{L^3} \quad (1),$$

где L – длина одной балки, E – модуль Юнга, I – момент инерции балки $\frac{ab^3}{12}$, a – ширина сечения основной балки и перемычки, b – высота сечения балки. Для удобства сравнения подсчитаем полученную податливость для всего подвеса, таким образом она будет равна $\frac{2L^3}{3Fl}$.

Расчет с помощью метода Мора. Для уточнения этой оценки воспользуемся энергетическим методом Мора [4]. Вставки будем учитывать, как балки, работающие на изгиб. Найдем перемещение для каждой балки, просуммируем и найдем коэффициент при приложенной силе, который будет являться податливостью. (2)

$$C = \frac{2L^3}{3EI} + \frac{xL^2}{GI_1} + \frac{2L}{AG} + \frac{h}{A_1E} \quad (2),$$

где G – модуль сдвига, x – высота сечения перемычки, h – длина перемычки, I_1 – момент инерции перемычки $\frac{ax^3}{12}$, A – площадь сечения балки ab, A_1 – площадь сечения

перемычки *ах*. Заметим, что первое слагаемое (2) совпадает со значением податливости для системы с консольными балками (1).

Рассмотрение перемычки как торсион. Рассмотрим систему из двух балок, соединенных торсионом. Жесткость γ этого торсиона будем считать исходя из жесткости на изгиб боковой вставки. (3)

$$\gamma = \frac{h}{EI_1} \quad (3)$$

Классическим методом из теории сопротивления материалов рассчитаем систему балок на изгиб. Получим следующее выражение для нахождения податливости: (4).

$$C = \frac{FL^2}{\gamma} + \frac{2FL^3}{3EI} = \frac{2FL^3}{3EI} \left(1 + \frac{3EI}{2\gamma L}\right) = \frac{2FL^3}{3EI} (1 + \varepsilon) \quad (4),$$
$$\varepsilon = \frac{3EI}{2\gamma L} = \frac{3EIh}{2EI_1L} = \frac{3ab^3h}{2ax^3L} = \frac{3a^3\beta}{2} \quad (5),$$

где $\alpha = \frac{b}{x}$, $\beta = \frac{h}{L}$ – отношения параметров балки и перемычки. Будем считать, что при ε меньше 0.1, им можно пренебречь. Для нахождения α и β , которым соответствует $\varepsilon = 0.1$, можно построить параметрическую кривую. Если точка, соответствующая значениям α и β лежит выше представленной на рис. 2. кривой, то следует производить расчеты с учетом параметра ε .



Расчет с помощью 2D нелинейной теории Бернулли-Эйлера. Осуществим вывод уравнения в соответствии с методикой, предложенной Найфэ [5]. Вследствие этого запишется уравнение и граничные условия с учетом больших порядков малости. После использования прямого асимптотического разложения получим следующую зависимость перемещения от приложенной силы, выраженной с помощью параметра $\mu = \frac{F_2 L^2}{EI}$. Таким образом, жесткость одной балки можно найти по формуле:

$$v = \mu L \left(\frac{x^2}{2L^2} - \frac{x^3}{6L^3} \right) - \mu^3 L \left(\frac{x^2}{30L^2} + \frac{x^4}{24L^4} - \frac{7x^5}{120L^5} + \frac{x^6}{40L^6} - \frac{x^7}{280L^7} \right)$$

Сравнение результатов. Сравним значения податливости для кремниевого подвеса со следующими геометрическими параметрами: L = 500 мкм, a = 40 мкм, b = 5 мкм, x = 10 мкм, h = 15 мкм, (рис. 3). Сравнение проводится между результатами, полученными с помощью метода сложения жесткостей, метода Мора, рассмотрения перемычки как торсиона, 2Dнелинейной теории Бернулли-Эйлера, а также конечно-элементными расчетами в ПО ANSYS с использованием квадратичных твердотельных и квадратичных балочных элементов. Можно заметить, что подвес имеет существенно нелинейную жесткость, и потому важно учесть наличие членов высокого порядка жесткостной характеристики в уравнении движения акселерометра.



Рис. 3. Зависимость перемещения по длине балки при разных способах расчета

Влияние нелинейности жесткостных параметров на АЧХ системы. Уравнение движения акселерометра может быть записано в следующем виде:

 $m\ddot{x} + b\dot{x} + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 = fsin(\omega t)$ (6).

характеристик может Нелинейность жесткостных влиять на появление субгармонических резонансов, таким образом создавая механический шум в выходном сигнале датчика. Можно показать наличие субгармонических резонансов на частотах, равных половине и трети собственной частоты прибора. Для этого воспользуемся методом масштабов. Проведя соответствующие выкладки, получим АЧХ многих вблизи соответствующих частот (рис. 4).



Рис. 4. Скачок субгармонической характеристики на частотах, равных половине (слева) и трети (справа) собственной частоты прибора

Изгиб является следствием нелинейности возмущающей силы, при этом изгиб приводит к так называемому срыву колебаний, т.е. существует участок кривой, соответствующий неустойчивому режиму.

Заключение. В ходе работы проведен сравнительный анализ методов оценки линейной и нелинейной жесткостей подвеса; выявлены границы применимости известных инженерных соотношений, проведен прямой конечно-элементный расчет. Для более точного описания податливости рекомендован учет нелинейных компонент с помощью 2D нелинейной теории

Бернулли-Эйлера. Показано влияние наличия нелинейности жесткостной характеристики на возникновение субгармонических резонансов.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Распопов В.Я. Микромеханические приборы. – Москва: Машиностроение, 2007

2. Nayfeh A.H., Frank Pai P.Linear and Nonlinear Structural Mechanics.- Wiley-VCH, 2004

3. Kaajakari V. Practical Mems. – Las Vegas, NV: Small Gear Publishing, 2009

4. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – Москва: МГТУ им. Н.Э.Баумана, 1999

5. Найфэ А.Х. Введение в методы возмущений: Пер. с английского – М: Мир 1984. -535с.

УДК 534.113

Е.А. Дегилевич, А.С. Смирнов Санкт-Петербургский политехнический институт Петра Великого

ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ БАЛОЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО МОДЕЛИ ТИМОШЕНКО

Введение. В большинстве инженерных расчетов колебаний балочных конструкций используется модель балки Бернулли-Эйлера, которая получила широкое распространение в силу своей математической простоты и удобства применения [1, 2]. Тем не менее, в некоторых случаях инерция поворота сечений и деформация поперечного сдвига, не учитываемые в модели Бернулли-Эйлера, могут играть существенную роль в динамических расчетах, и в таких случаях необходимо прибегать к более сложной модели Тимошенко [3]. В существующей литературе по теории колебаний решение по модели Тимошенко обычно рассматривается лишь для случая шарнирно опертой балки, когда решение можно получить путем несложных преобразований [4, 5]. Если же граничные условия являются другими, то процесс получения решения оказывается гораздо более трудоемким. Поэтому представляет интерес получить частотные уравнения для балок с различными условиями закрепления.

Анализ уравнений балки Тимошенко. Рассмотрим балку со следующими физическими и геометрическими параметрами: ρ – плотность, l – длина, F – площадь поперечного сечения, J – его момент инерции, E – модуль Юнга материала балки, G – модуль сдвига, κ – коэффициент поперечного сдвига. Запишем систему уравнений, описывающих поведение балки Тимошенко – два уравнения динамики и два определяющих уравнения [6]

$$\rho F \ddot{v} = -Q', \qquad \rho J \ddot{\theta} = M' - Q, \qquad Q = \kappa F G (\theta - v'), \qquad M = E J \theta', \tag{1}$$

где v – прогиб сечения балки с координатой x, θ – угол поворота этого сечения, Q – перерезывающая сила в этом сечении, M – изгибающий момент в этом сечении. Исключая из системы (1) величины Q и M, придем к двум уравнениям относительно θ и v

$$v'' - \frac{\rho}{\kappa G} \ddot{v} - \theta' = 0, \qquad \theta'' - \frac{\rho}{E} \ddot{\theta} - \frac{\kappa FG}{EJ} (\theta - v') = 0.$$
⁽²⁾

Решения полученных двух уравнений (2) будем искать в виде гармонических колебаний с некоторой частотой k, т. е. $v(x,t) = V(x) \sin(kt + \varphi)$, $\theta(x,t) = \Theta(x) \sin(kt + \varphi)$. Тогда

$$V'' + k^2 \frac{\rho}{\kappa G} V - \Theta' = 0, \qquad \Theta'' + k^2 \frac{\rho}{E} \Theta - \frac{\kappa FG}{EJ} (\Theta - V') = 0. \tag{3}$$

Для получения одного уравнения относительно V продифференцируем второе из уравнений (3) и подставим в него Θ' , выраженное из первого уравнения (3). В результате получим

$$V^{IV} + k^2 \left(\frac{\rho}{\kappa G} + \frac{\rho}{E}\right) V^{\prime\prime} + \left(k^4 \frac{\rho^2}{\kappa G E} - k^2 \frac{\rho F}{EJ}\right) V = 0.$$
(4)

Введем следующие обозначения:

$$\xi = \frac{x}{l}, \qquad p = \sqrt{\frac{\rho F l^4}{EJ}} k, \qquad \alpha = \frac{J}{F l^2}, \qquad \beta = \frac{EJ}{\kappa F G l^2} = \frac{2(1+\nu)}{\kappa} \alpha. \tag{5}$$

Их смысл таков: ξ – безразмерная координата вдоль балки, p – безразмерная частота колебаний, α и β – безразмерные параметры, характеризующие инерцию поворота сечений и деформацию поперечного сдвига соответственно, причем в последней формуле (5) учтено, что в случае изотропного материала балки будет $E = 2(1 + \nu)G$, где ν – коэффициент Пуассона. В результате уравнение (4) приведется к виду:

$$\frac{d^4V}{d\xi^4} + p^2(\alpha + \beta)\frac{d^2V}{d\xi^2} + (p^4\alpha\beta - p^2)V = 0.$$
(6)

Корни характеристического уравнения, соответствующего (6), будут иметь вид:

$$\lambda^{2} = \frac{1}{2} \Big[-p^{2}(\alpha + \beta) \pm \sqrt{p^{4}(\alpha + \beta)^{2} - 4(p^{4}\alpha\beta - p^{2})} \Big].$$
(7)

Легко видеть, что выражение под знаком радикала всегда положительно, поскольку оно равно $D(p) = p^4(\alpha - \beta)^2 + 4p^2 > 0$. Это означает, что оба значения λ^2 вещественны, причем значение со знаком «-» перед радикалом всегда отрицательно, а значение со знаком «+» может быть как положительным, так и отрицательным. Это зависит от знака выражения $W(p) = p^4 \alpha \beta - p^2$, который меняется при $p_* = \frac{1}{\sqrt{\alpha\beta}}$. Ясно, что в силу малости величин α и β значение p_* является достаточно большим, а потому при $p < p_*$ оказывается достаточное количество собственных частот, которые и представляют основной практический интерес. В этом случае решение уравнения (4) может быть представлено в виде

$$V(\xi) = C_1 \sin a\xi + C_2 \sin a\xi + C_3 \sin b\xi + C_4 \cos b\xi,$$
(8)

где *C*₁, *C*₂, *C*₃, *C*₄ – константы интегрирования, а параметры *а* и *b* определяются формулами

$$a = \sqrt{\left[-p^{2}(\alpha+\beta) + \sqrt{p^{4}(\alpha+\beta)^{2} - 4(p^{4}\alpha\beta - p^{2})}\right]/2},$$

$$b = \sqrt{\left[p^{2}(\alpha+\beta) + \sqrt{p^{4}(\alpha+\beta)^{2} - 4(p^{4}\alpha\beta - p^{2})}\right]/2},$$
(9)

и они являются вещественными. Возвращаясь к первому уравнению (3), выразим из него

$$\frac{d\Theta}{d\xi} = \frac{1}{l} \left(\frac{d^2 V}{d\xi^2} + p^2 \beta V \right). \tag{10}$$

Подставляя сюда (8) и учитывая, что Θ входит в уравнение (10) в виде производной, его необходимо проинтегрировать, в связи с чем появляется еще одна константа C_5 :

$$\Theta(\xi) = \frac{1}{l} \left[\frac{a^2 + p^2 \beta}{a} (C_1 \operatorname{ch} a\xi + C_2 \operatorname{sh} a\xi) + \frac{b^2 - p^2 \beta}{b} (C_3 \cos b\xi - C_4 \sin b\xi) + C_5 \right].$$
(11)

Поскольку при выводе уравнения (4) второе из уравнений (3) дифференцировалось, то необходимо проверить его выполнение. Подставляя в него выражения (8) и (11), устанавливаем, что $C_5 = 0$. Пользуясь выражениями (8) и (11) для V и Θ и принимая во внимание граничные условия задачи, можно получить четыре линейных уравнения относительно C_1, C_2, C_3, C_4 . Требуя существования нетривиального решения этой системы и приравнивая ее определитель к нулю, приходим к искомому частотному уравнению.

Численные расчеты. В качестве примера использования полученных выкладок рассмотрим балку прямоугольного поперечного сечения шириной *b* и высотой *h*. В этом случае F = bh, $J = \frac{bh^3}{12}$, $\alpha = \frac{1}{12} \left(\frac{h}{l}\right)^2$, $\kappa = 5/6$. Далее следует конкретизировать граничные условия. Так, если балка является консольной, то для нее граничные условия примут вид: V = 0 и $\Theta = 0$ при $\xi = 0$, M = 0 и Q = 0 при $\xi = 1$. Ее частотное уравнение, составленное согласно вышеизложенной методике, после ряда упрощений будет иметь вид

$$\sqrt{1 - \alpha\beta p^2} [2 + (2 + p^2(\alpha - \beta)^2) \operatorname{ch} a \cos b] - p(\alpha + \beta) \operatorname{sh} a \sin b = 0.$$
(12)

Если же балка заделана на обоих концах, то V = 0 и $\Theta = 0$ при $\xi = 0$ и при $\xi = 1$, а частотное уравнение для этого случая примет вид

$$2\sqrt{1-\alpha\beta p^2}(1-\operatorname{ch} a\cos b) + p[p^2\beta(\alpha-\beta)^2 - \alpha + 3\beta]\operatorname{sh} a\sin b = 0.$$
⁽¹³⁾

Наконец, для балки с одним заделанным и другим шарнирно опертым концом имеем V = 0 и $\Theta = 0$ при $\xi = 0$, V = 0 и M = 0 при $\xi = 1$, а частотное уравнение будет

$$a(-b^{2} + p^{2}\beta) \operatorname{sh} a \cos b + b(a^{2} + p^{2}\beta) \operatorname{ch} a \sin b = 0.$$
(14)

Каждое из полученных частотных уравнений (12)–(14) удобно решать графическим методом.

В табл. 1–3 приведены результаты решения частотного уравнения в каждом из трех вышеупомянутых случаев закрепления для балки, у которой длина в 10 раз больше высоты, т. е. h/l = 0.1. При этом также приводятся соответствующие результаты, полученные по модели Бернулли-Эйлера [4] и при помощи конечно-элементного пакета ANSYS в beamnocraнoвке. Кроме того, определяется относительная погрешность результатов, полученных аналитически в двух балочных моделях, по отношению к результатам из ANSYS.

Номер	ANSYS	Модель Ти	мошенко	Модель Бернулли-Эйлера		
частоты	Безразмерная	Безразмерная	Отклонение	Безразмерная	Отклонение	
	частота	частота	OT ANSYS	частота	OT ANSYS	
1	3.4886	3.4884	0.006%	3.5160	0.79%	
2	20.916	20.907	0.04%	22.034	5.35%	
3	55.033	54.989	0.08%	61.698	12.1%	
4	99.869	99.748	0.12%	120.90	21.1%	
5	152.10	151.84	0.17%	199.86	31.4%	

Табл. 1. Частотный анализ консольной балки

T ~ ^	TT V		~	· · ·	~	
	U O O T O T I I I I I	OTTO TITO	OOTIVIA	DO ROTOTOTO LO LO	ODOUV	VOILIAV
	тастотный	анализ	$\mathbf{U}\mathbf{d}$	залоланной на		NUHHAA
	1000101110111					

Номер	ANSYS	Модель Ти	імошенко	Модель Бернулли-Эйлера		
частоты	Безразмерная	Безразмерная	Отклонение	Безразмерная	Отклонение	
	частота	частота	OT ANSYS	частота	OT ANSYS	
1	20.985	20.972	0.06%	22.373	6.62%	
2	53.807	53.747	0.11%	61.673	14.6%	
3	97.299	97.144	0.16%	120.90	24.3%	
4	147.80	147.51	0.2%	199.86	35.2%	
5	203.04	202.57	0.23%	298.55	47%	

		Ē			0	
	I LOOTOTITI III			OTHONE ROLLING H	OTOM TOTI ITO	THE TOTAL
1 2001 1	Частотный	анашиз пашки	залепанной на		опентои на	
1 (1()))	I U U I V I I I I I I I I I I I I I I I					
			,,		• • - • · · · ·	

Номер	ANSYS	Модель Ти	имошенко	Модель Берну	улли-Эйлера
частоты	Безразмерная	Безразмерная	Отклонение	Безразмерная	Отклонение
	частота	частота	OT ANSYS	частота	OT ANSYS
1	14.841	14.836	0.03%	15.418	3.9%
2	45.336	45.301	0.08%	49.965	10.2%
3	87.829	87.717	0.13%	104.25	18.7%
4	138.50	138.26	0.17%	178.27	28.7%
5	194.53	194.13	0.2%	272.04	39.8%

Заключение. Резюмируя результаты проведенного исследования, можно заключить, что использование уточненной модели Тимошенко дает значительно лучшее совпадение с результатами конечно-элементного моделирования, нежели классическая модель Бернулли-Эйлера, как этого и следовало ожидать.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бабаков И. М. Теория колебаний. М.: Наука, 1968. – 559 с.

2. Ден-Гартог Дж. Механические колебания. М.: Физматгиз, 1960. – 574 с.

3. Вибрации в технике. Т. 1. Колебания линейных систем. / Под ред. Болотина В. В. М.: Машиностроение, 1978. – 352 с.

4. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.

5. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. М.: Наука, ГРФМЛ, 1967. – 442 с.

6. Жилин П. А. Теория тонких упругих стержней. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2007. – 101 с.

УДК 539.38

С.М. Егоров, А.С. Немов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕМПФИРУЮЩИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОИСТЫХ МЕТАЛЛОПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Изучение демпфирующих свойств материалов является одним из самых актуальных направлений развития инженерной мысли. В современном мире множество конструкций так или иначе сталкиваются с проблемой вибрационного разрушения, например, данная проблема остро стоит в авиационной промышленности.

Целью работы является разработка конечно-элементной модели в программном комплексе Ansys, способной учитывать вязкоупругое поведение и позволяющей определять демпфирующие и прочностные свойства исследуемого гибридного многослойного композиционного материала.

Естественно, развитие и появление новых типов композиционных материалов подталкивает и развитие методов моделирования свойств этих материалов в конечноэлементных пакетах. Таким образом становится актуальной задача разработки общей методологии учета вязкоупругих свойств полимерных материалов и композиционных материалов с полимерными составляющими на основе экспериментальных данных. Такая методология позволит проводить поиск оптимальной конфигурации композиционного материала с помощью многоуровневого моделирования (с расчетом трехмерного напряженно-деформированного состояния на каждом из масштабных уровней).

Вязкоупругий материал описывается реологической моделью Максвелла-Вихерта (рис. 1). Материал представляется как параллельно соединенные элементы, являющиеся последовательным соединением чисто вязкого поршня и чисто упругой пружины. В такой системе релаксация происходит постепенно. Также важно отметить, что точность модели зависит от количества элементов [1].



Рис. 1. Схема обобщенной модели Максвелла-Вихерта (слево), визуальная модель материала и изображение исследуемого образца (справа)

В программном комплексе Ansys обобщенная модель Максвелла-Вихерта описывается с помощью рядов Прони (моделью Прони).
В случае гармонической нагрузки, уравнение рядов Прони примет вид [2]:

$$G' = G_0 \left[1 - \sum_{i=1}^{n_G} \alpha_i^G - \left(-\frac{\alpha_i^G (\tau_i^G \omega)^2}{1 + (\tau_i^G \omega)^2} \right) \right], G'' = G_0 \sum_{i=1}^{n_G} \left(\frac{\alpha_i^G \tau_i^G \omega}{1 + (\tau_i^G \omega)^2} \right);$$

где $\alpha_i^G = \frac{G_i}{G_0}$; G_{∞} , – долговременные параметры, при t= ∞ ; G_i , – параметры, соответствующие каждому элементу ряда; G_0 – релаксационные модули в момент времени t=0; n_G , – количество Прони параметров модели; α_i^G , α_{∞}^G , – относительные модули; τ_i^G – время релаксации каждого компонента

Критерием демпфирующих свойств материала можно считать tan $\delta = E'/E''$. Таким образом, чтобы определить демпфирующие свойства, нужно измерить фазовый сдвиг между кривыми напряжения и деформаций.

Исходя из вышеописанного, для моделирования вязкоупругого поведения материала, нам необходимо располагать значениями модуля упругости, коэффициента Пуассона, относительных модулей и соответствующих им времен релаксации.

Для интерпретации экспериментальных данных был использован принцип температурно-временной суперпозиции. Этот принцип используется для определения температурно-зависимых механических свойств линейных вязкоупругих материалов по известным свойствам при заданной температуре [3-4].

Используя полученное с помощью этого принципа распределение комплексных модулей в зависимости от частот, мы можем воспользоваться программой DMA2PRONY_OPT для получения относительных модулей и времен релаксаций, необходимых для применения метода Прони [5].

Результаты. Сравнение значения тангенса угла механических потерь, полученного с помощью конечно-элементного моделирования динамо-механического анализа в программном комплексе Ansys, со значением, полученным в ходе эксперимента, при разных температурах, для полимеров PSU и PUAI, приведены в таблицах ниже.

Табл. 1. Сравнение значения тангенса угла механических потерь при температуре 30°С для чистых полимеров

Тип полимера	$tan(\delta)$, численные данные	$tan(\delta)$, экспериментальные данные
PSU	0.00812	0.00792
PUAI	0.06546	0.06663

Табл. 2. Сравнение значения тангенса угла механических потерь при температуре 30°С для гибридного композита

Тип полимера	$tan(\delta)$, численные данные	$tan(\delta)$, экспериментальные данные		
PSU	0.00126	0.01830		
PUAI	0.01274	0.12370		



Рис. 2. Деформированное состояния «чистого» полимера PSU (слева) и композиционного материала с полимерной матрицей PSU (справа)



Рис. 3. Деформированное состояния «чистого» полимера PUAI (слева) и композиционного материала с полимерной матрицей PUAI (справа)

Полученные результаты (рис.2,3) позволяют сделать вывод о том, что метод моделирования вязкоупругого поведения чистого полимерного материала в ходе динамомеханического анализа является верным, так как относительная погрешность численного решения относительно данных, зафиксированных в ходе эксперимента, в основном, не превышает 10%.

Результаты для композиционного материала отличаются от экспериментальных данных примерно на порядок. При том для двух разных видов полимеров, что явно свидетельствует об общей причине появления значительной погрешности. Так как гармонический анализ игнорирует нелинейные эффекты, в процессе его проведения, очевидно, не учитывалось возможное трение между слоями. Помимо этого, можно предположить, что в процессе формования слоистого композита изменились свойства непосредственно препрегов, в него входящих. Основываясь на полученном результате, можно заключить, что он соответствует ситуации, когда адгезия между слоями идеальна, отсутствует межслоевое трение и вязкоупругие свойства полимеров остаются неизменными.

Так же для интерпретации полученных нами результатов была проведена попытка сравнительного анализа с научными работами данной тематики. Так, например, в статьях «Damping Characterization of Hybrid Carbon Fiber Elastomer Metal Laminates using Experimental and Numerical Dynamic Mechanical Analysis» [6] и «Performance of natural fiber composites under dynamic loading» [7] приводятся результаты динамо-механического анализа и его численного моделирования для полимерных материалов и слоистых композиционных материалов на их основе.

В ходе анализа приведенных в статьях данных был сделан вывод о том, что слоистый композиционный материал обладает меньшими демпфирующими свойствами, чем полимер, входящий в его состав. В одном случае демпфирующие свойства композита практически на порядок ниже демпфирующих свойств чистого полимерного материала [6]. Это отношение выполняется практически для всего спектра исследуемых полимерных составляющих. Данный результат хорошо коррелирует с результатами, полученными численно в нашей работе.

Таким образом, полимерные материалы, изучаемые в нашей работе либо изначально обладают нетипичными для большинства подобных материалов свойствами, либо приобрели их в процессе изготовления препрега и далее слоистого композита. Сама же конечно-элементная модель дает результат, схожий с результатами, полученными экспериментально и численно в работах [6-7].

ЛИТЕРАТУРА:

1. Roylance, David (2001), "Engineering Viscoelasticity"

2. Ansys Documentation 15.0 Release 15.0 - © SAS IP, Inc

3. Rongzhi, Li (2000), "Time-Temperature Superposition Method for Glass Transition Temperature of Plastic Materials", Materials Science and Engineering: A, 278 (1–2): 36–45, doi:10.1016/S0921-5093(99)00602-4

4. E. J. Barbero, Time-temperature-age superposition principle for predicting long-term response of linear viscoelastic materials, chapter 2 in Creep and fatigue in polymer matrix composites, R. M. Guedes, editor, Woodhead Pub. Co., UK, 2010.

5. Dennis Netzband, Søren Dietrich, Michael Gieß «DMA2PRONY OPT Manual»

6. Vincent Sessner, Alexander Jackstadt, Wilfried V. Liebig, Luise Kärger, Kay A. Weidenmann, Damping Characterization of Hybrid Carbon Fiber Elastomer Metal Laminates using Experimental and Numerical Dynamic Mechanical Analysis, Journal of Composite Science, 2019

7. H. Akil MD, M.H. Zamri, Performance of natural fiber composites under dynamic loading, in Natural Fibre Composites, 2014

УДК 534.1

В.С. Игумнова, Л.В. Штукин, А.В. Лукин, И.А. Попов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

УСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛОЖЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ И ДИНАМИКА МИКРОРЕЗОНАТОРА

Введение. Одной из развивающихся отраслей механики в настоящее время является область микро- и нано- электромеханических систем [1]. Их возможное применение — это создание качественно новых управляющих систем, систем связи и других устройств, которые сулят большие преимущества перед существующими. МЭМС имеет широкий спектр применения: автомобильная электроника, компьютерная техника, бытовые устройства, медицинская и спортивная техника и т.д. Одним из широко применяемых устройств являются микрорезонаторы, которые можно использовать в качестве датчиков массы, силы, деформации и датчиков давления, а также в качестве электрометра [2, 3]. Существуют работы, посвященные изучению устойчивости и динамики стержня, сжатого продольной силой [4, 5].

Целью и задачей данной работы является аналитическое и численное исследование динамики микрорезонатора при закритическом сжатии. Данная работа посвящена повышению точности работы микрорезонатора, как датчика силы.

Конструкция. Микрорезонатор состоит из упругого элемента в виде балки, расположенной между неподвижными электродами. Один из концов балки жестко защемлен, а другой упруго закреплен в продольном направлении (рис. 1). Продольным перемещением упругого закрепления создается продольная сила в упругом элементе микрорезонатора.



Рис. 1. Электромеханическая система

Уравнение изгибных колебаний с учетом электростатических сил:

$$EI\frac{d^4w}{dx^4} + P\frac{d^2w}{dx^2} + \rho S\ddot{w} = F_{\mathfrak{z}}(w)$$
(1)

Рассматриваем случай, когда сила создается за счет механизма, показанного на рис.1. В данной ситуации учтем, что при изгибе балки произойдет ее малое удлинение. Используем метод Галеркина, оставляя в разложении только одно слагаемое и вводя безразмерные параметры, придем к следующему уравнению:

$$\xi'' + 2n\xi' + (1 - \alpha)\xi + \gamma\xi^3 - \beta^2\eta_1^2 \frac{1}{(1 - \xi)^2} + \beta^2\eta_2^2 \frac{1}{(1 + \xi)^2} = 0,$$
(2)

где $\xi - 6/p$ прогиб, $\eta_1, \eta_2 - 6/p$ напряжения на конденсаторах, α – сжимающая сила, $\beta^2 = \frac{1}{2} \frac{C_0 U^2}{m d_0^2 \lambda^2}$ – отношение энергии электрического поля к максимальной энергии колебаний при амплитуде, равной полному зазору.

Рассмотрим динамику микрорезонатора в случае, когда поле действует в обоих зазорах. Бифуркационная диаграмма системы показана на рис. 2.



Как видно из рис. 2, существуют три новых критических значения силы, отличных от силы Эйлера, полученной в отсутствии поля. В зависимости от сжимающей силы возможны одно, три или пять положений равновесия с чередованием устойчивых и неустойчивых.

Амплитудно-частотная характеристика системы (рис. 3) получена с помощью метода продолжения по параметру с использованием MATCONT (пакет в среде MATLAB).



Рис. 3. АЧХ системы в поле двух электродов

Из рис. 3 видно, что АЧХ имеет мягкую характеристику, также наблюдается явление срыва.

В автоколебательном режим удалось построить зависимость частоты колебаний от сжимающей силы вблизи критического значения. Было проведено сравнение численного интегрирование системы уравнений с численным методом продолжения по параметру в МАТСОNT (рис. 4).



Рис. 4. Частота автоколебаний от сжимающей силы

Как видно из рис. 4, чувствительность датчика в закритической зоне будет выше, чем в докритической.

Логическим продолжением работы является исследование влияния форм друг на друга. Для этого в разложении по методу Галеркина было оставлено два слагаемых. В качестве внешней нагрузки берется тепловое воздействие. В итоге система уравнений движения в безразмерном виде имеет вид:

$$\begin{cases} \ddot{z_1} + z_1(1 - p(t)) + \gamma_{11}z_1^3 + \gamma_{12}z_1z_2^2 = 0\\ \ddot{z_2} + z_2\left(1 - \frac{1}{4}p(t)\right) + \gamma_{12}z_1^2z_2 + \gamma_{22}z_2^3 = 0 \end{cases}$$
(3)

Численно интегрируя систему уравнений (3), получим осциллограмму колебаний:



Из рис. 5 видно наличие биений, что говорит о перекачке энергии с одной формы колебаний на другую.

Выводы. В работе предложена электромеханическая модель микрорезонатора с учетом изменения емкости конденсатора, возникающим при деформировании упругого элемента и с учетом нелинейных слагаемых в упругой характеристике балки. Получены бифуркационные диаграммы, и резонансные кривые при различном включении поля. Рассмотрен автоколебательный режим и исследовано влияние сжимающей силы на частоту. Изучено влияние двух первых форм друг на друга и проведено численное интегрирование уравнений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ по гранту 17-01-00414

ЛИТЕРАТУРА:

1. R. Abdolvand, B. Bahreyni, Joshua E. -Y. Lee, F. Nabki. Micromachined Resonators: A Review. Micromachines 2016, 7, 160

2. Rhoads, J.F., Shaw, S.W., Turner, K.L.: Nonlinear dynamics and its applications in micro- and nanoresonators. J. Dyn. Syst. Measur. Control 132, 034001 (2010)

3. S. Ilyas, F. Alfosail, M. Bellaredj, M. Younis. On the response of MEMS resonators under generic electrostatic loadings: experiments and applications. Springer. Nonlinear Dyn (2019) 95:2263–2274

4. Морозов Н.Ф., Товстик П.Е., Товстик Т.П. Устойчивость стержня при длительном осевом сжатии // Проблемы прочности и пластичности. 2015. Т.77. № 1. С. 40-48.

5. Морозов Н.Ф., Товстик П.Е. Динамика стержня при продольном ударе // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2009, №2. С. 105-111.

УДК 531.534

Ю.Н. Коноплев Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ЭНТРОПИЯ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ВИБРАЦИЙ

Понятие энтропии позволяет определить направление протекания процессов в природе. Тот факт, что энтропия изолированной системы не может убывать, а только возрастает, является отражением того, что в природе существуют процессы, протекающие только в одном направлении – в направлении передачи тепла от более горячих тел к менее горячим. Подобно тому, как тепло передается от более нагретого тела к менее нагретому, будет показано, что аналогичное поведение прослеживается для высокочастотных вибраций.

Рассматривается система, подверженная высокочастотным колебаниям. Система содержит более простые, составляющие ее, подсистемы. Взаимодействую между собой элементы системы могут как отдавать, так и получать энергию от соседей. Аналогично тому, как молекулы переносят кинетическую энергию в газах, перенос энергии от одной подструктуры другой осуществляется за счет мод.

Каждый элемент системы может получать энергию от внешних источников E_i^{in} , рассеивать энергию E_i^{diss} и передавать энергию ближайшим подсистемам E_{ij} [1]. Для каждой подсистемы энергетический баланс может быть записан, как

$$E_i^{diss} + \sum_{i \neq j} E_{ij} = E_i^{in}, \qquad (1)$$

Рассматривая динамику каждой подструктуры, спектральные представления для полученной переданной и рассеянной мощностей, уравнение (1) может быть записано в следующем виде:

$$\sigma_{i}^{in}(\omega) = \eta_{i}\sigma_{i}(\omega) + \sum_{i \neq j} \eta_{ij}[\sigma_{i}(\omega) - \sigma_{j}(\omega)], \qquad (2)$$

где $\sigma_i(\omega)$ – средняя модальная энергия, соответствующая частотному диапазону с центральной частотой ω [2]. Коэффициенты η_i и η_{ij} могут быть названы коэффициент потерь и коэффициент передачи, соответственно. В целом уравнение (2) является механическим аналогом дискретной формы обобщенного закона Фурье в теплопроводности, который описывает теплоперенос, сопровождаемый конвекцией. Первое слагаемое в (2) описывает сток вибрационной энергии (аналогично конвекции), а сумма говорит о том, что поток вибрационной энергии пропорционален разности энергий соседних подструктур, участвующих в обмене энергией.

Пусть аналогом переданного тепла является энергия, переданная через границу подсистемы, а аналогом температуры – усредненная кинетическая энергия на единицу частотного диапазона (или средняя модальная энергия).

$$\Sigma_n^{trans}(\Omega) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2\Omega \psi S_j(\Omega)}{\rho_n} C_j$$
(3)

$$\sigma_n(\omega) = \frac{\pi S_n(\omega)}{4\rho_n \psi \omega},\tag{4}$$

где $S_n(\omega)$ – спектральная плотность внешнего воздействия, ρ_n – плотность, ψ – безразмерный коэффициент внутреннего трения. Как видно из (3) и (4) выражение для переданной через границу подсистемы энергии — линейные функции средней модальной энергии. Тогда, выражение для вибрационной энтропии будет иметь следующий вид:

$$\partial S_n = \frac{\partial \Sigma_n^{trans}}{\sigma_n} = \lambda_n \frac{\partial \sigma_n}{\sigma_n}$$
(5)

$$S_n = \lambda_n \ln \sigma_n \tag{6}$$

Для проверки формулы (6) рассматриваются две задачи: задача теплопроводности через неидеальный тепловой контакт и аналогичная ей механическая задача о продольных колебаниях стержней.

В задаче теплопроводности решается задача о двух одинаковых стержнях, соприкасающихся через неидеальный тепловой контакт, причем один из стержней содержит внутренний источник тепла. Цель – найти распределение энтропии в прослойке.

Решая уравнение теплопроводности, приходим к выражению распределения температуры в тепловой прослойке. В виду постоянности теплового потока и разности температур на границах прослойки приходим к выводу о наличии потока энтропии в прослойке. Соответствующие выражения для граничных значений потока энтропии в элементе тепловой прослойке длинной dx приведены в (7).

$$q_{s}(x) = \frac{q}{T(x)}$$

$$q_{s}(x+dx) = \frac{q}{T(x)} \left(1 - \frac{1}{T(x)} \frac{dT(x)}{dx} dx\right)$$
(7)

Интегрируя разность этих значений приходим к выражению для энтропии неидеального теплового контакта

$$S_{\delta} = \lambda F \ln(T_{\delta}(x)), \qquad (8)$$

В задаче о продольных колебаниях рассматривается система двух одинаковых стержней, соединенных слабой пружиной. К одному из стержней приложена внешняя случайна периодическая нагрузка $h(x, \omega)$. Цель – найти поток энтропии через пружину.

В общем случае слабая пружина определяется малостью отношения коэффициента C_0 , описывающего механические параметры стержня и жесткости пружины C, а. В случае, когда отношение велико ($C \ll C_0$) колебания локализуются в каждой отдельной подсистеме, что дает нам право рассматривать их отдельно. Данный факт хорошо прослеживается на одной из форм колебаний системы, например, первой (рис. 1).



Рис. 1. Первая форма колебаний системы со слабой связью

Исходя из формул (3) и (4) видно, что для нахождения энтропии необходимо знать собственные частоты и спектральную плотность внешнего воздействия. Собственные частоты легко определяются решением задачи о свободных продольных колебаниях. Для спектральной плотности внешнего воздействия принимается допущение, что внешняя распределенная нагрузка есть не что иное, как стационарный дельта-коррелированный пространственный белый шум, спектральная плотность которого предполагается постоянной величиной в пределах каждой подсистемы (однако разной для различных подсистем) [3]. Таким образом имеем уравнение для определения необходимой величины:

$$\langle h(r,\omega)h^*(r_1,\omega_1)\rangle = S_n(\omega)\delta(r-r_1)\delta(\omega-\omega_1),$$
(9)

Используя полученные значения для $S_n(\omega)$ в выражении (3), а также вспоминая формулы (5) и (6) получаем выражения для энтропии переданной через пружину

$$\begin{cases} S_{12} = \frac{8\Omega^2 \psi^2}{\pi} C_{11} \ln(\sigma_1) \\ S_{21} = \frac{8m\Omega^2 \psi^2}{\pi} C_{21} \ln(\sigma_1) \end{cases}$$
(10)

Сравнивая полученные результаты (8) и (10) можно убедиться, что прослеживается аналогичная зависимость для величины, которую в общем виде можно записать, как $S = \lambda \ln T$. Значит, действительно имеется величина, названная вибрационной энтропией, которая однозначно определяет направление потока вибрационной энергии в механической системе.

Для лучшего понимания полученной величины в контексте задачи о высокочастотных продольных колебаниях двух стержней предлагается рассмотреть общий случай этой задачи – система состоит из двух разных стержней, к каждому из которых приложены внешние случайные периодические нагрузки. В результате выражения для энтропии имеют следующий вид:

$$\begin{cases} S_{12} = \frac{8\Omega^2 \psi^2}{\pi} C_{11} \ln(\sigma_1) + \frac{8\Omega^2 \psi^2}{\pi m} C_{12} \ln(\sigma_2) \\ S_{21} = \frac{8m\Omega^2 \psi^2}{\pi} C_{21} \ln(\sigma_1) + \frac{8\Omega^2 \psi^2}{\pi} C_{22} \ln(\sigma_2) \end{cases}$$
(11)

Из выражения (11) видно, что, когда к обоим стержням приложена внешняя нагрузка, энтропия, отданная каждым из них, зависит не только от воздействия, приложенного к нему, но и от воздействия, оказываемого на соседний стержень. Такой результат сходится с жизненным опытом и показывает, что имеет место смешение мощностей.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Пальмов В.А. Колебания упруго-пластических тел. М.: Наука, 1976. – 328 с.

2. Alain Le Bot, Entropy in SEA // J. Acoust. Soc. Am., Vol. 125, №3, 2009

3. Болотин В.В. Случайные колебания упругих систем. М.: Наука, 1976. – 352 с.

УДК 539.3, 537.226.4

С.М. Лобанов, А.С. Семенов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ ТЕТРАГОНАЛЬНОЙ И ОРТОРОМБИЧЕСКОЙ ФАЗ НА НАЛИЧИЕ МАКСИМУМА ОСТАТАТОЧНЫХ ПОЛЯРИЗАЦИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ НЕЛИНЕЙНОГО ПОВЕДЕНИЯ СЕГНЕТОПЬЕЗОКЕРАМИКИ РАЗЛИЧНОГО ФАЗОВОГО СОСТАВА

Широкое использование сегнетоэлектрических и сегнетоупругих материалов в технике обуславливает непрекращающийся интерес к изучению и совершенствованию их физикомеханических свойств. Одной из важнейших задач в настоящее время является переход от повсеместно распространенных керамик на базе титанат-цирконата свинца (ЦТС) к более приемлемым с экологической точки зрения бессвинцовым керамикам. Хотя сегнетоэлектрические свойства титаната бария и других структур типа перовскита были открыты еще в 40х годах 20 века, с изобретением ЦТС и вплоть до недавнего времени им уделялось мало внимания в связи с значительным преимуществом ЦТС в пьезоэлектрических и диэлектрических свойствах. Однако было обнаружено, что эти преимущества могут быть компенсированы при использовании керамик на основе титаната бария и других бессвинцовых перовскитов с составом близким к морфотропной фазовой границе (МФГ) [1,2]. Хотя изучение возможности получения кристаллов вблизи МФГ уже активно ведется не первое десятилетие, поиск и моделирование оптимальных двухфазных и трехфазных композиций с повышенными характеристиками остается важной и актуальной задачей.

микромеханическая В расчетах используется модель сегнетоэлектроупругого учетом диссипативного характера движения доменных стенок [3,4], материала с позволяющая рассматривать сегнетоэлектрические кристаллы В тетрагональной, ромбоэдрической и орторомбической фазах, а также двух- и трехфазные смеси вблизи МФГ, без учета межфазовых переходов, то есть при постоянном фазовом составе смеси. Модель была имплементирована в программе CES (Constitutive Equation Studio) [5], а конечноэлементная формулировка с использованием векторного потенциала реализована в программном комплексе PANTOCRATOR v.7.19 [6,7].

Основным структурным элементов модели является домен *I*, который описывается объемной долей *c*_I, под которым понимается совокупность всех доменов в реальном образце материала, имеющих одинаковое направление спонтанной поляризации. Поскольку всего возможно 6 тетрагональных, 8 ромбоэдрических и 12 орторомбических направлений, то в общей сложности для трехфазного материала рассматривается 24 типа доменов.

Модель описывается следующей системой нелинейных уравнений: (i) определяющие соотношения для кристалла (1), полученных осреднением тензора деформаций ε и вектора диэлектрических смещений D в условии однородности полей механических напряжений σ и электрического поля E в кристаллите, (ii) уравнения эволюции для осредненных по объему кристаллита тензора остаточной деформации ε^r и вектора поляризации \mathbf{P}^r (2), (iii) выражения для движущей силы G_{α} (3)₁, (iv) уравнения эволюции функции скорости перехода \dot{f}_{α} (3)₂, введенной по аналогии с моделью вязко-пластичности:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{D} \end{cases} = \sum_{I=1}^{M} c_{I} \left(\begin{bmatrix} {}^{4}\boldsymbol{S}_{I}^{E} & {}^{3}\boldsymbol{d}_{I}^{T} \\ {}^{3}\boldsymbol{d}_{I} & \boldsymbol{\kappa}_{I}^{\sigma} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{E} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{I}^{r} \\ \boldsymbol{P}_{I}^{r} \end{bmatrix} \right) = \left(\sum_{I=1}^{M} c_{I} \begin{bmatrix} {}^{4}\boldsymbol{S}_{I}^{E} & {}^{3}\boldsymbol{d}_{I}^{T} \\ {}^{3}\boldsymbol{d}_{I} & \boldsymbol{\kappa}_{I}^{\sigma} \end{bmatrix} \right) \circ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{E} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{r} \\ \boldsymbol{P}^{r} \end{bmatrix}, \qquad (1)$$

$$\begin{vmatrix} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^r \\ \hat{\boldsymbol{P}}^r \end{vmatrix} = \sum_{I=1}^M \dot{c}_I \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_I^r \\ \boldsymbol{P}_I^r \end{vmatrix} = \sum_{\alpha=1}^N \dot{f}_\alpha \begin{cases} \boldsymbol{\mu}_\alpha \boldsymbol{\gamma}_\alpha \\ \mathbf{s}_\alpha \boldsymbol{P}_\alpha \end{cases} ,$$
 (2)

$$G_{\alpha} = \mathbf{\sigma} \cdot \mathbf{\mu}_{\alpha} \gamma_{\alpha} + \mathbf{E} \cdot \mathbf{s}_{\alpha} P_{\alpha} + \mathbf{\sigma} \cdot \Delta^{3} \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}, \qquad \dot{f}_{\alpha} = \dot{f}_{0} \frac{G_{\alpha}}{G_{c}} \left| \frac{G_{\alpha}}{G_{c}} \right|^{n} \left(\frac{c_{I}}{c_{0}} \right)^{n}, \qquad (3)$$

где ${}^{4}\mathbf{S}_{I}^{E}, {}^{3}\mathbf{d}_{I}, \mathbf{\kappa}_{I}^{\sigma}$ - тензоры податливости, пьезоэлектрических коэффициентов, диэлектрической проницаемости, соответствующие *I*-му варианту доменов кристаллической решетки, *N* – количество возможных переходов α из *I*-ой системы в *J*-ую; $\mathbf{\mu}_{\alpha}$ и \mathbf{s}_{α} - тензор и вектор Шмидта для соответствующего перехода α ; $\gamma_{\alpha}, P_{\alpha}$ - сдвиг и инкремент поляризации при переходе из *I*-ой системы в *J*-ую; $\dot{f}_{0}, G_{c}, n, m, c_{0}$ – константы материала. Далее для упрощения решения модельных задач для всех фаз будут приниматься одинаковыми следующие значения параметров материала $n=10, m=1, c_{0}=0.1, \dot{f}_{0}=1.$

В предположении об эквивалентности минимальной энергии необходимой для начала переключения в любом направлении в рамках всех трех рассматриваемых фаз можно свести 9 параметров G_c к общему модельному параметру $\tilde{G_c}$ =0.5 Мпа [7]. Также ранее было показано [8], что для тетрагональной и ромбоэдрической фазы $\mu_{\alpha} = (-0.5, -0.5, +1, 0, 0, 0)$. Для орторомбической фазы $\mu_{\alpha} = (-1, 0.5-\delta, 0.5+\delta, 0, 0, 0)$, где параметр δ зависит от длины сторон решетки. Например, δ =0.25 для титаната бария. Это значение будет использоваться далее при рассмотрении модельных задач.

Другие параметры, зависящие от физических параметров кристаллической решетки – это P_{α} и γ_{α} , – спонтанная поляризация и деформация ячейки кристалла, возникающие при переходе из параэлектрической фазы в сегнетоэлектрическую. Для упрощения модельных расчетов они так же принимаются одинаковыми для разных фаз.

Однако варьирование этих параметров позволяет качественно влиять на результат в виде наличия или отсутствия максимумов остаточной поляризации и деформации при рассмотрении серии двухфазных композиций, например, в фазовом пространстве от орторомбической фазы к тетрагональной. Отметим, что наличие максимума в модельном эксперименте может соответствовать наличию МФГ в реальном материале при такой же фазовой комбинации.

Была решена серия модельных краевых задач о нагружении представительного объема поликристалла переменным пилообразным электрическим полем с амплитудой E = 2 MB/м и частотой f = 0.025 Гц. На рис. 1 представлены результаты конечно-элементного моделирования в виде серии кривых зависимости остаточной поляризации (рис. 1а) и остаточной деформации (рис. 1б) от концентрации $C_{\text{tetragonal}}$ при различных значениях спонтанной деформации ячейки (при условии, что она одинаковая для тетрагональной и орторомбической фазы $\gamma_{\alpha}^{\text{tetr}} = \gamma_{\alpha}^{\text{orth}}$).

Следует обратить внимание на то, что у тетрагональной фазы ($C_{tetragonal}=1.0$), при увеличении γ_{α}^{tetr} =0.001÷0.003) остаточная деформация ε' растет, а при дальнейшем увеличении (γ_{α}^{tetr} =0.003÷0.03) – убывает. При этом на всем рассмотренном интервале для ортогональной фазы ($C_{tetragonal}=0.0$) увеличение γ_{α}^{orth} ведет к увеличению остаточной деформации ε' и уменьшению остаточной поляризации P'. Возможно, с этим и связано, что при относительно маленьких $\gamma_{\alpha}^{tetr} = \gamma_{\alpha}^{orth}$ возникают максимумы, а далее они исчезают.

На рис. 2 представлена серия кривых показывающая зависимость наличия максимума остаточной поляризации (рис. 2a) и остаточной деформации (рис. 2б) от спонтанной деформации и спонтанной поляризации ячейки. За основу был взять случай, представленный на рис.1 с $\gamma_{\alpha}^{\text{tetr}} = \gamma_{\alpha}^{\text{orth}} = 0.002$ и с $P_{\alpha}^{\text{tetr}} = P_{\alpha}^{\text{orth}} = 0.5$, при котором получен максимум остаточных поляризации и деформации для $C_{\text{tetragonal}} = 0.4$. Были рассмотрены ситуации увеличения $P_{\alpha}^{\text{tetr}} = P_{\alpha}^{\text{orth}}$ в 2 раза и уменьшение в 5 раз отдельно от $\gamma_{\alpha}^{\text{tetr}} = \gamma_{\alpha}^{\text{orth}}$ и вместе с $\gamma_{\alpha}^{\text{tetr}} = \gamma_{\alpha}^{\text{orth}} = 0.1$. По результатам на рис. 2 можно сказать, что при совсем маленьких $P_{\alpha}^{\text{tetr}} = P_{\alpha}^{\text{orth}} = 0.1$

По результатам на рис. 2 можно сказать, что при совсем маленьких $P_{\alpha}^{tetr} = P_{\alpha}^{orth} = 0.1$ материал не успевает войти в насыщение. Можно утверждать, что при постоянном $\gamma_{\alpha}^{tetr} = \gamma_{\alpha}^{orth}$ увеличение $P_{\alpha}^{tetr} = P_{\alpha}^{orth}$ ведет к усилению максимума, а пропорциональное увеличение $\gamma_{\alpha}^{tetr} = \gamma_{\alpha}^{orth}$ этот эффект нейтрализует.



Рис. 1. Зависимость остаточной поляризации (а) и деформации (б) от соотношения долей тетрагональной и орторомбической фаз при различной спонтанной деформации



Рис. 2. Зависимость остаточной поляризации (а) и деформации (б) от соотношения долей тетрагональной и орторомбической фаз при различной спонтанной деформации и поляризации

Полученные закономерности можно использовать для предсказания эффекта наличия МФГ в двухфазном материале, зная заранее параметры решетки отдельных сегнетоэлектрических фаз этого материала.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ (проект №18-19-00413)

ЛИТЕРАТУРА:

1. Семенов А.С., Лобанов С.М. Моделирование реономного поведения сегнетоэлектроупругих материалов при циклическом нагружении // Журнал Технической Физики, В.10, т.88 – СПб, 2018. С. 1526-1532.

2. Rödel J., Jo W., Seifert K., Anton E., Granzow T. Perspective on the Development of Lead-free

Piezoceramics // J. Am. Ceram. Soc. 2009. V. 92. N. 6. P. 1153–1177.

3. Huber J.E., Fleck N.A., Landis C.M., McMeeking R.M. A constitutive model for ferroelectric polycrystals // J. Mech. Phys. Solids. 1999. 47. P. 1663-1697.

4. Семенов А.С., Бальке Х., Мельников Б.Е. Моделирование поликристаллической пьезокерамики методом конечно-элементной гомогенизации // Морские интеллектуальные технологии. 2011. №3. С. 109–115.

5. Семенов А.С. Вычислительные методы в теории пластичности // Изд-во СПбГПУ. 2008. 211 с.

6. Семенов А.С. PANTOCRATOR - конечноэлементный программный комплекс, ориентированный на решение нелинейных задач механики // Труды V-ой Межд. конф. "Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения". СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003. С. 466-480.

7. Lobanov S.M., Semenov A.S. Finite-element modeling of ferroelectric material behavior at morphotropic phase boundaries between tetragonal, rhombohedric and orthorhombic phases // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. V. 1236 012062.

8. Лобанов С.М., Семенов А.С. Конечно-элементное моделирование гистерезисного поведения бессвинцовых сегнетоэлектриков при циклическом нагружении вблизи морфотропных фазовых границ // Труды 8 Межд. Междисципл. Молодежн. симпоз. «Физика бессвинцовых пьезоактивных и родственных материалов». 2019. Том. 1. С. 296-300.

УДК 539.3, 539.4

М.И. Лобачев¹, А.В. Бенин², А.С. Семенов¹ ¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, ² Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ СТРУКТУРЫ КОМПОЗИТНОЙ ПОЛИМЕРНОЙ АРМАТУРЫ НА ЕЕ УПРУГИЕ СВОЙСТВА

Композитная полимерная арматура (КПА) – это двухкомпонентный материал для армирования, например, бетонных конструкций, являющийся в настоящее время альтернативой классическим металлическим арматурным стержням. Состоит КПА (рис. 1) из матрицы полимерного компонента – структуры из отвержденной термореактивной смолы, обеспечивающей ее цельность, а также из армирующего наполнителя – высокопрочного материала или изделия, соединенного со смолой до начала отверждения для улучшения физико-механических характеристик полимерного композита. В связи с широким внедрением КПА на практике становятся актуальными вопросы определения ее оптимальной композиции и структуры для обеспечения заданной жесткости и прочности конструкции.

Среди преимуществ КПА можно отметить ее малый удельный вес, удобство транспортировки, высокие прочностные свойства на разрыв, устойчивость к коррозии, окислению и низкую теплопроводность. Среди недостатков – сравнительно малое значение модуля упругости (для КПА - около 50 ГПа, для стали - 210 ГПа). Таким образом, бетонная конструкция, армированная КПА, является более податливой, чем железобетонная, что

ограничивает ее применение в строительстве. Также КПА обладает низкой жаростойкостью и малой прочностью в поперечном направлении (направление армирующих волокон в материале продольное), что вызывает дополнительные трудности при экспериментальном определении механических свойств КПА большого диаметра.



Рис. 1. Стеклопластиковая композитная арматура, использованная в экспериментальных исследованиях

Целью данной работы является определение упругих и прочностных свойств композитной полимерной арматуры большого диаметра, а также анализ влияния массовой доли компонент и рифления на исследуемые механические свойства композиционного материала.

Эксперимент по определению содержания волокна методом сжигания проводился в муфельной печи при температуре 625°С. При таких температурах смола сгорает, а стекловолокно остается неповрежденным (рис. 2). В таблице 1 приведены результаты выполненных экспериментов.



Рис. 2. Внешний вид образца после удаления части матрицы методом сжигания

таол. т. данные эксперимента			
Номер образца	Длина образца, мм	Масса до сжигания, г	Масса после сжигания, г
1	81	8,4	6,6
2	81,7	8,3	6,8
3	81,3	8,5	6,7
Среднее:	81,33	8,4	6,7

Табл	1	Ланные эксперимента	
I uOJI.		<u><u><u></u></u><u></u><u></u><u></u><u></u><u></u><u></u><u></u><u></u><u></u><u></u><u></u><u></u><u></u><u></u><u></u><u></u><u></u></u>	

На основе экспериментальных данных из табл. 1 и значения среднего номинального диаметра образцов 8,26 мм, независимо определенного методом гидростатического

взвешивания, а также при помощи измерения объема волокна после сжигания были получены оценки величины модуля упругости.

Первоначально расчет модуля упругости КПА был произведен по *правилу смеси*. Для композитного материала были получены [1] верхняя (по Фойгту (1)) и нижняя (по Рейссу (2)) оценки (вилка) Хилла:

$$C = \frac{V_A}{V_A + V_M} E_A + \frac{V_M}{V_A + V_M} E_M$$
(1)

$$\frac{1}{E} = \frac{V_{\rm A}}{V_{\rm A} + V_{\rm M}} \frac{1}{E_{\rm A}} + \frac{V_{\rm M}}{V_{\rm A} + V_{\rm M}} \frac{1}{E_{\rm M}}$$
(2)

где *V*_M, *E*_M – объем и модуль упругости матрицы (термореактивной смолы),

 $V_{\rm A}, E_{\rm A}$ — объем и модуль упругости армирующего наполнителя (стекловолокно).

Используемые в расчетах значения модулей упругости отдельных компонент соответствуют $E_A = 70 \ \Gamma \Pi a$ и $E_M = 3,569 \ \Gamma \Pi a$ [2]. Полученные границы модуля Юнга на растяжение для КПА отображены на графиках в зависимости от объема армирующего наполнителя (рис. 3).



Рис. 3. Графики зависимости модуля упругости для композита от объема армирующего материала

Для уточнения полученного значения модуля Юнга был проведен анализ модулей упругости представительного объема КПА методами конечно-элементной гомогенизации. Для этого была построена трехмерная конечно-элементная модель (рис. 4, табл. 2) арматуры длиной в один шаг профиля (15 мм). Объемное содержание долей изотропных компонент в модели соответствует эксперименту.

Результирующие величины модуля упругости в направлении оси с учетом спиралевидной обмотки и без представлены на рис. 3 и 4. Погрешность составляет около 0.01%.

таол. 2. Характеристики КЭ модели и расчета		
Количество узлов	1 111 486	
Количество элементов	497 954	
Количество степеней свободы	3 334 458	
Метод решения контактной задачи	MPC algorithm	

Табл. 2. Характеристики КЭ модели и расчета



Рис. 4. Конечно-элементная модель КПА и полученные результаты для модуля упругости

В виду отсутствия возможности прямых испытаний для определения упругих свойств образцов КПА большого диаметра в ходе данной работы был представлен алгоритм нахождения модуля упругости на растяжение на основе экспериментальных методов гидростатического взвешивания и сжигания, пересчета полученных массовых долей в объемные, а далее уточнения оценок Фойгта и Рейсса для модуля Юнга композитного материала при помощи метода конечных элементов. Сопоставляя данные этой работы с данными [3-5] можно получить качественное представление о влиянии структуры КПА на ее упругие свойства и прочность.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов, 1984. 336 с.

2. Nekliudova E.A., Semenov A.S., Melnikov B.E., Semenov S.G. Experimental research and finite element analysis of elastic and strength properties of fiberglass composite material // Инженерно-строительный журнал. 2014. № 3 (47). С. 25-39.3.

3. Бенин А.В., Семенов С.Г. Особенности испытаний композитной полимерной арматуры // Промышленное и гражданское строительство. 2014. № 9. С. 42-46.

4. Коковцева А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Бенин А.В. Моделирование процесса выдергивания стеклопластиковой арматуры из бетонного блока // XLI Неделя науки СПбПУ. ИПММ. 2013. С. 182-184.

5. Богданова Е.Р., Бенин А.В., Беляев М.О., Семенов С.Г., Семенов А.С. Исследование процессов деформирования и разрушения бетонных элементов, армированных стеклопластиковой арматурой // XLII Неделя Науки СПбПУ, ИПММ. 2014. С. 6-9.

УДК 602.17

А.В. Лукин, И.А. Попов, П.П. Удалов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ТОЧНОСТЬ ТЕОРИИ РЕЛЕЯ В ЗАДАЧЕ О ПОЛУСФЕРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОМ ТВЕРДОТЕЛЬНОМ ГИРОСКОПЕ

В анализе собственных частот и форм колебаний упругих тел часто применяются различные дополнительные кинематические гипотезы. При исследовании колебаний упругих оболочек одной из распространенных гипотез является гипотеза нерастяжимости срединной поверхности оболочки. В данной статье проводится сравнительный анализ теории Релея с конечно-элементным расчетом примере задачи о свободных колебаниях упругой

полусферической оболочки, имеющей отношение к процессу проектирования (и балансировки) ВТГ.

Ключевое место в проектировке волнового твердотельного гироскопа занимает выбор адекватной "идеальной" аналитической модели, которая будет являться опорой в дальнейшей работе. По данной тематике написано много книг и статей. Вопрос о моделировании ВТГ как полусферической оболочки рассмотрен в [1]. Процесс получения аналитический выражений в случае несовершенств ВТГ (неравномерное распределение плотности материала) рассмотрен в [2], [3], [4]. Далее проведем анализ и сравнение аналитического построения Релея с методом конечных элементов, реализованным в пакете ANSYS APDL.



Рис.1. а, в – аналитические значения (красная линия) второй собственной частоты и численные (синие) для диапазона толщин при (R = 2 см, 8 см). б, г – абсолютные погрешности между аналитическими и численными значениями вторых собственных частот

На начальном этапе была рассмотрена модель идеального полусферического резонатора, о которой в полной мере написано в [1], [2], [4]. Под идеальным резонатором в данном случае понимается идеальное симметричное тело с постоянными физическими параметрами, характеризующими его. Были получены аналитические выражения для собственных форм и частот колебаний.

Частоты свободных колебаний µ [4]:

$$\mu = l_n \frac{h}{2\pi R^2} \sqrt{\frac{E}{3(1+\nu)\rho}} \Gamma \mu, \qquad (1)$$

$$l_{n} = \frac{\sqrt{n^{3} - n(2n^{2} - 1)}}{2\int_{0}^{1} \left[\left(\frac{2 - x}{x}\right)^{n} (n - 1)^{2} + 2x(n + 1) - x^{2} \right] dx},$$
(2)

где E – модуль Юнга, v – коэффициент Пуассона, p – плотность материала резонатора, h и R - толщина и радиус полусферической оболочки соответственно, n - номер собственной формы колебаний.

Выражения для компонент вектора перемещения [u, v, w] [1]:

 $u(\theta, \varphi, t) = U(\theta)[p(t)\cos n\varphi + q(t)\sin n\varphi],$ $v(\theta, \varphi, t) = V(\theta)[p(t)\sin n\varphi - q(t)\cos n\varphi],$ $w(\theta, \varphi, t) = W(\theta)[p(t)\cos n\varphi + q(t)\sin n\varphi]$ (3)

$$v(\theta, \phi, t) = V(\theta)[p(t) \sin n\phi - q(t) \cos n\phi],$$

$$v(\theta, \phi, t) = W(\theta)[p(t) \cos n\phi + q(t) \sin n\phi]$$
(4)
(5)

$$w(\theta, \phi, t) = W(\theta)[p(t)\cos n\phi + q(t)\sin n\phi],$$
(5)

где φ – азимутальный угол; $\varphi \in [0, 2\pi]$, θ – зенитный угол; $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

Функции U(θ), V(θ), W(θ) представляют собой функции Релея, которые можно записать в следующей форме [2]:

$$U(\theta) = V(\theta) = \sin \theta \tan^{n} \left(\frac{\theta}{2}\right)$$
(6)

$$W(\theta) = -(n + \cos \theta) \tan^{n} \left(\frac{\theta}{2}\right)$$
(7)

Далее произведем сравнение аналитической модели Релея и конечно-элементной модели сферы, построенной и рассчитанной в пакете ANSYS APDL. В качестве конечноэлементной модели резонатора была выбрана идеальная сфера с закреплением в центре полусферы, в качестве конечного элемента был выбран элемент shell281. Параметры КЭ модели: количество узлов 10795; количество элементов 11149.

Заключение. Из данной работы видно (рис.1), что использование аналитической теории Релея не всегда даст точные результаты для частот колебаний – с увеличением толщины резонатора аналитические выражения предсказывают большее значение, чем эксперимент. При использовании метода Ритца с неполной потенциальной энергией мы все равно получим частоты большие, чем аналитические, то есть еще больше удалимся от экспериментальных значений, что является существенным в данной задаче. Остается открытым вопрос о нахождении оптимального в плане погрешности опорного базиса.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Дж. В. Стретт (Лорд Релей), Теория звука. Том1, М. << Государственное издательство техникотехнической литературы>>, 1955.- 500

2. Басараб М.А., Кравченко В.Ф., Матвеев В.А. Методы моделирования и цифровая обработка сигналов в гироскопии. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 248 с.

3. Шаталов М., Кетце Ш., Джуберт С. В., Динамика неидеального полусферического волнового твердотельного гироскопа, Гироскопия и навигация, 2010, 16-28 с.

4. Климов Д. М., Журавлев В.Ф., Жбанов Ю.К., Кварцевый полусферический резонатор (Волновой твердотельный гироскоп). М.: Изд-во <<Ким Л.А.>> 2017. – 194 с.

УДК 531.01

Н.В. Можгова, А.В. Лукин, И.А. Попов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ВЕРИФИКАЦИЯ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СТАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОУПРУГОСТИ НА ОСНОВЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Введение. В настоящее время идет интенсивное развитие индустрии нано- и микросистемной (HMCT) применении современного техники в К задачам высокотехнологичного приборостроения. Современный уровень развития нано-И микросистемных технологий создает возможности для производства широкого перечня нано- и микроэлектромеханических систем (Н/МЭМС), которые находят применение во всех сферах жизни человека [1,2,3]. Такие технологии и системы зачастую основаны на физических принципах, нереализуемых на макромасштабном уровне. Дело в том, что на состояние элементов МЭМС определяющее влияние оказывает совместное действие физических полей (электрического, механического, температурного, магнитного) и с проявлением масштабного фактора внутренняя связанность задачи только усиливается [4]. Ученые во всем мире исследуют сложные нелинейные эффекты, возникающие при моделировании задач деформирования чувствительных элементов МЭМС в связанных полях и требующие использования современных математических и численных методов, а именно методов нелинейной теории упругости, нелинейной динамики, численных методов теории бифуркаций, численных методов решения краевых задач.

Цель работы. В настоящей работе целью является верификация широко используемого метода конечных элементов для решения вышеописанных задач. Известно, что обозначенные методы на данный момент не реализованы в полноте в пакетах конечно-элементного анализа. Связано это с тем, что при решении данных задач требуется выделение сложных эффектов, и потому необходимо использовать ограниченные по многомерности системы уравнений, что несовместимо с прямым численным расчетом методом конечных элементов. Однако, как будет показано далее, некоторые КЭ методы все же дают результаты, вполне сопоставимые с аналитическими.

Постановка задачи. Мы рассматриваем задачу о равновесии кремниевой балки, заделанной с двух концов, в поле одного неподвижного электрода (рис. 1).



Рис. 1. Балка Бернулли-Эйлера в поле одного электрода, заделанная с двух сторон

В общем виде нелинейное уравнения, используемое для описания модели балки Бернулли-Эйлера, записывается следующим образом [5]:

$$EIw'''' = w'' \left(N_1(t) + \frac{EA}{2l} \int_0^l {w'}^2 dx \right) + F,$$
 (1)

с граничными условиями:

$$w(0) = 0, w'(0) = 0, w(l) = 0, w'(l) = 0$$
 (2)

где ρ – плотность материала балки, A – площадь поперечного сечения балки, w – прогиб балки, E – модуль Юнга материала балки, I – момент инерции поперечного сечения, N_1 – осевая сила, l – длина балки, F – внешняя поперечная сила.

Балка приводится в движение электростатической силой *F*, выражение для которой имеет следующий вид:

$$F = \frac{\varepsilon b (V_{DC})^2}{2(d-w)^2} \tag{3}$$

 (\mathbf{n})

где ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды в пространстве между электродом и балкой, *b* — ширина балки, *V*_{*DC*} — напряжение постоянного тока, *d* — расстояние между балкой и неподвижным электродом.

Применив метод Галеркина к уравнению (1) с учетом (2,3), можно перейти к уравнению в безразмерных величинах (4):

$$\int_{0}^{1} \phi_{j} \left(1 - \sum_{l=1}^{n} C_{l} \phi_{l} \right)^{2} \left(\sum_{i=1}^{n} C_{i} \omega_{non,i}^{2} \phi_{i} \right) dx$$
$$- \alpha_{1} \int_{0}^{1} \phi_{j} \left(1 - \sum_{l=1}^{n} C_{l} \phi_{l} \right)^{2} \left\{ \sum_{i=1}^{n} C_{i} \phi_{i}^{\prime \prime} \int_{0}^{1} \left(\sum_{k=1}^{n} C_{k} \phi_{k}^{\prime} \right)^{2} \right\} dx \qquad (4)$$
$$= \alpha_{2} V_{DC}^{2} \int_{0}^{1} \phi_{j} dx,$$

где ϕ_i и C_i – собственные формы и коэффициенты при них соответственно ($w(x) = C_1 \varphi_1(x)$), $\omega_{non,i}^2$ – квадрат собственной частоты, α_1 , α_2 – безразмерные параметры. $\alpha_1 = 6\left(\frac{d}{h}\right)^2$, где h – толщина балки. $\alpha_2 = \frac{6\varepsilon l^4}{Eh^3 d^3}$.

Параметрические продолжения выполнены с использованием пакета МАТСОNТ [6]. В результате решения была получена диаграмма ветвления положений равновесия в электрическом поле одного неподвижного электрода, крайняя точка которой разделяет устойчивую и неустойчивую «static pull-in instability», что физически соответствует «схлопыванию» подвижного элемента с неподвижным электродом [5]. Данная диаграмма представлена на рис. 2.



Рис. 2. Решение, полученное с помощью методов теории продолжения

Сравнение с численным расчетом. Конечно-элементное моделирование проводилось в системе конечно-элементного анализа ANSYS. В этом программном пакете существует несколько методов решения задач деформирования в связанных полях [7]:

- прямое решение методом КЭ в связанной постановке
- решение в мультидоменной постановке с передачей полей по границам доменов
- метод построения редуцированных дискретных моделей

В этой работе представлен анализ прямого метода и сравнение с результатами, описанными выше.

1 1		
Длина балки	l	1000 мкм
Ширина балки	b	20 мкм
Толщина балки	h	2 мкм
Зазор	d	10 мкм

Табл. 1. Геометрические параметры модели

Геометрические характеристики модели представлены в табл. 1. Для механической конструкции был использован элемент SOLID185, для воздушного зазора - элемент SOLID226,1001. На рис. 3 представлено сравнение результатов расчета методами теории продолжения и прямого КЭ метода.



Рис. 3. Слева – без учета температурного расширения, справа – с учетом температурного расширения

Как видно из полученного графика, при малых деформациях чувствительного элемента при отсутствии температурного расширения различие при решении указанными методами минимально. При больших деформациях и присутствии эффекта температурного расширения расхождения становятся более существенными, что говорит о необходимости доработки процедуры применения метода конечных элементов.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 17-01-00414.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Варадан В., Виной К., Джозе К. ВЧ МЭМС и их применение. – Техносфера, 2004.

2. Мокров Е.А. Интегральные датчики. Состояние разработок и производства. Направления развития, объемы рынка. Датчики и системы. 2000. № 1

3. MEMS/NEMS Handbook Techniques and Applications / edited by Cornelius T. Leondes // Springer Science, 2006

4. Распопов В.Я. Микромеханические приборы: учебное пособие. – М.: Машиностроение, 2007

5. Younis Mohammad I. MEMS Linear and Nonlinear Statics and Dynamics. 201

6. Dhooge A., Govaerts W., Kuznetsov Yu. A., et al. MATCONT and CL MATCONT: Continuation toolboxes in Matlab, 2006

7. ANSYS (2002) ANSYS 7.1-Coupled-Field Analysis Guide. ANSYS, Inc.

УДК 531.011

А.С. Муравьев, А.С. Смирнов Санкт-Петербургский политехнический институт Петра Великого

ДИНАМИКА И УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ТЯГАЧА С ПРИЦЕПОМ

Введение. В повседневной жизни весьма часто встречаются тягачи, везущие за собой один или несколько прицепов [1]. Механика подобных систем довольно сложна и в то же время очень интересна [2]. В частности, иногда приходится наблюдать ситуации, когда прицеп, катящийся за равномерно движущимся по горизонтальной дороге автомобилем, теряет устойчивость и начинает совершать опасные поперечные колебания. Эта задача

получила название «шимми прицепа», и условие устойчивости движения прицепа было определено Г. Циглером [3]. Однако само это движение может иметь различный качественный характер, установление которого представляет как серьезный теоретический интерес, так и важное практическое значение.



Рис. 1. Модель тягача с прицепом

Рис. 2. Область устойчивости

Постановка задачи. Рассмотрим упрощенную модель прицепа, который представляет абсолютно твердое тело массой m с центром тяжести в точке C и моментом инерции J относительно этой точки (рис. 1). Прицеп шарнирно прикреплен к тягачу, скорость движения которого постоянна и равна v, u, кроме того, с помощью пружины жесткости c учитывается податливое сцепление прицепа с тягачом. Расстояние от точки C до точки крепления равно a, а от оси колес до этой точки равно b. В качестве обобщенных координат примем смещение точки крепления x и угол поворота прицепа φ . Особенностью этой задачи является то, что колесная пара не скользит по дороге, а потому имеется неголономная связь

$$\underline{\sigma} \cdot \underline{v}_0 = b\dot{\varphi} + v\sin\varphi + \dot{x}\cos\varphi = 0, \tag{1}$$

где $\underline{\sigma} = \underline{i}\cos\varphi + \underline{j}\sin\varphi$ – орт колесной пары, $\underline{v}_0 = (\dot{x} + b\cos\varphi\dot{\phi})\underline{i} + (v + b\sin\varphi\dot{\phi})\underline{j}$ – скорость точки *0*. Наличие связи (1) существенно усложняет вывод уравнения движения.

Вывод уравнения движения. Получим уравнение движения системы, используя известные уравнения Аппеля, удобные для использования в неголономных задачах [4]. С этой целью запишем функцию Аппеля (энергию ускорений) для плоского движения [5]

$$S = \frac{1}{2}m(\ddot{x}_{c}^{2} + \ddot{y}_{c}^{2}) + \frac{1}{2}J(\ddot{\varphi}^{2} + \dot{\varphi}^{4}).$$
⁽²⁾

Учитывая, что координаты точки *C* есть $x_c = x + a \sin \varphi$, $y_c = vt - a \cos \varphi$, подставим эти выражения в (2) и исключим \ddot{x} посредством условия связи (1). В результате получим

$$S = \frac{1}{2} \left[m \left(\frac{b^2}{\cos^2 \varphi} - 2ab + a^2 \right) + J \right] \ddot{\varphi}^2 + m \frac{b^2 \sin \varphi \, \dot{\varphi}^2 + (b - a \cos^2 \varphi) v \dot{\varphi}}{\cos^3 \varphi} \ddot{\varphi} + \cdots,$$
(3)

где опущены слагаемые, не зависящие от $\ddot{\varphi}$. Для определения обобщенной силы Q_{φ} запишем элементарную работу δW , учитывая при этом, что согласно (1) $\delta x \cos \varphi + b \delta \varphi = 0$:

$$\delta W = -cx\delta x = \frac{cbx}{\cos\varphi}\delta\varphi = Q_{\varphi}\delta\varphi, \qquad Q_{\varphi} = \frac{cbx}{\cos\varphi}.$$
(4)

В результате уравнение Аппеля $\partial S/\partial \ddot{\varphi} = Q_{\varphi}$ примет вид

$$\left[m\left(\frac{b^2}{\cos^2\varphi} - 2ab + a^2\right) + J\right]\ddot{\varphi} + m\frac{b^2\sin\varphi\,\dot{\varphi}^2 + (b - a\cos^2\varphi)v\dot{\varphi}}{\cos^3\varphi} - \frac{cbx}{\cos\varphi} = 0.$$
(5)

Объединяя (1) с (5), получим замкнутую систему уравнений. Если теперь ввести обозначения

$$J = mr^2, \qquad \rho = \frac{r}{b}, \qquad \delta = \frac{a}{b}, \qquad k = \sqrt{\frac{c}{m}}, \qquad \gamma = \frac{v}{bk}, \qquad \tau = kt, \qquad \xi = \frac{x}{b}, \tag{6}$$

где r – радиус инерции прицепа, ρ – безразмерный радиус инерции, δ – безразмерное расстояние до центра масс, k – частота колебаний груза массы m на пружине жесткости c, γ – безразмерная скорость движения тягача, τ – безразмерное время, ξ – безразмерное смещение точки крепления прицепа к тягачу, то система (1), (5) запишется в удобной форме

$$\varphi' + \gamma \sin \varphi + \xi' \cos \varphi = 0 \tag{7}$$

 $\left(\left[(1-\delta)^2+\rho^2+\mathrm{tg}^2\,\varphi\right]\cos^3\varphi\,\varphi''+\gamma(1-\delta\cos^2\varphi)\varphi'+\sin\varphi\,\varphi'^2-\xi\cos^2\varphi=0'\right]$ где штрихом обозначена производная по безразмерному времени τ : ()' = $d/d\tau$. Система (7) является точной и необходима при проведении глобального анализа движений системы.

Условие устойчивости движения. Обращаясь здесь к анализу малых движений системы, положим угол φ достаточно небольшим и линеаризуем систему уравнений (7):

$$\begin{cases} \varphi' + \gamma \varphi + \xi' = 0\\ [(1 - \delta)^2 + \rho^2] \varphi'' + \gamma (1 - \delta) \varphi' - \xi = 0 \end{cases}$$
(8)

Характеристическое уравнение этой системы является кубическим и имеет вид

$$Q(\lambda) = [(1-\delta)^2 + \rho^2]\lambda^3 + \gamma(1-\delta)\lambda^2 + \lambda + \gamma = 0.$$
(9)

Используя критерий устойчивости Льенара-Шипара [6], получим условия устойчивости

$$\delta < 1, \quad \gamma > 0, \quad \rho < \sqrt{\delta(1-\delta)}.$$
 (10)

Их физический смысл ясен: центр масс прицепа должен находиться ближе к точке крепления, чем его ось (a > b), должно выполняться условие статической устойчивости (v > 0) и радиус инерции прицепа не должен быть очень большим (меньше среднего геометрического чисел a и b - a) [7]. Последнее условие (10) не зависит от γ и изображено на рис. 2. Тем не менее, параметр γ влияет на характер затухания движений прицепа.

Качественный характер движения. Чтобы разобраться в этом, построим диаграмму Вышнеградского для полинома $Q(\lambda)$ на плоскости $\delta \rho$ [8]. Выясним сначала, где полином $Q(\lambda)$ имеет кратный корень, т. е. разрешим систему уравнений $Q(\lambda) = 0, Q'(\lambda) = 0$:

$$\delta(\lambda) = \frac{\gamma(\lambda^2 + 3) + 2\lambda}{\gamma\lambda^2}, \qquad \rho(\lambda) = \sqrt{\frac{(\gamma^2 - 4)\lambda^2 + 2\gamma(\gamma^2 - 6)\lambda - 9\gamma^2}{\gamma^2\lambda^4}}.$$
 (11)

Изменяя λ при заданном значении γ , можно построить кривую на плоскости $\delta \rho$, отвечающую кратному корню. Помимо этой кривой следует также определить кривую, на которой все три корня полинома $Q(\lambda)$ имеют одинаковую вещественную часть. В этом случае они будут равны – n, – $n \pm i\omega$, а характеристическое уравнение представится в виде

$$Q(\lambda) = [(1 - \delta)^2 + \rho^2][\lambda^3 + 3n\lambda^2 + (3n^2 + \omega^2)\lambda + n(n^2 + \omega^2)] = 0.$$
(12)

Приравнивая теперь коэффициенты при одинаковых степенях в (10) и (12), находим

$$\delta(n) = \frac{\gamma(2n^2 + 3) - 3n}{2\gamma n^2}, \quad \rho(n) = \sqrt{\frac{(n - \gamma)[(2\gamma^2 - 9)n + 9\gamma]}{4\gamma^2 n^4}}, \quad \omega(n) = \sqrt{\frac{n^2(3\gamma - n)}{n - \gamma}}.$$
 (13)

Изменяя *n*, можно построить кривую на плоскости $\delta \rho$, на которой все три корня полинома $Q(\lambda)$ имеют одинаковую вещественную часть. При этом ясно, что значение ω должно быть вещественным, поэтому величину *n* следует изменять в диапазоне $\gamma < n < 3\gamma$. При $n = 3\gamma$ полином будет иметь трехкратный корень $\lambda = -3\gamma$, и этой точке отвечают значения

$$\delta = \frac{3\gamma^2 - 1}{3\gamma^2}, \ \rho = \sqrt{\frac{\gamma^2 - 3}{27\gamma^4}}.$$
 (14)

Если $\gamma < \sqrt{3}$, то точка (14) исчезает. Таким образом, кривые (11) и (14) разделяют область устойчивости (10) на подобласти с различным характером движения. При $0 < \gamma < \sqrt{3}$ таких подобластей будет две, а при $\gamma > \sqrt{3}$ – три. Этим подобластям отвечают следующие корни уравнения (9): І, ІІ – один вещественный и два комплексно-сопряженных корня, причем в І вещественный корень расположен дальше от мнимой оси, чем комплексно-сопряженные, а в ІІ – наоборот, ближе к ней, и, наконец, в ІІІ – все три корня вещественные. Приведем эти подобласти для двух качественно различных случаев: а) $0 < \gamma < \sqrt{3}$, б) $\gamma > \sqrt{3}$.



Рис. 3. Диаграмма режимов: a) $0 < \gamma < \sqrt{3}$, б) $\gamma > \sqrt{3}$

Заключение. Резюмируя результаты проведенного исследования, можно заключить, что основным режимом движения тягача с прицепом является колебательно затухающий.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Смирнов А.С., Смольников Б.А., Леонтьев В.А. Принципы неголономной механики в управлении движением группы транспортных роботов // Научно-технические ведомости СПбПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2017. №3. С. 83-91.

2. Рокар И. Неустойчивость в механике. М.: изд-во иностранной литературы, 1959. – 287 с.

3. Циглер Г. Основы теории устойчивости конструкций. М.: Мир, 1971. – 192 с.

4. Маркеев А.П. Теоретическая механика. М., Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2007. – 591 с.

5. Меркин Д.Р., Смольников Б.А. Прикладные задачи динамики твердого тела. СПб.: изд-во С.-Петербургского ун-та, 2003. – 532 с.

6. Теория автоматического управления. Ч. І. Теория линейных систем автоматического управления / под ред. А. А. Воронова. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 1986. – 367 с.

7. Меркин Д.Р., Бауэр С.М., Смольников Б.А., Смирнов А.Л. Теория устойчивости в примерах и задачах. М., Ижевск: Регулярная и хаотическая динамка, 2007. – 208 с.

8. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1972. – 768 с.

УДК 531

М.К. Скалина, А.С. Смирнов Санкт-Петербургский политехнический институт Петра Великого

РАВНОВЕСИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ БАРЖИ СО СМЕЩЕННЫМ ЦЕНТРОМ ТЯЖЕСТИ В ЖИДКОСТИ

Введение. Основы статики корабля были заложены еще Архимедом в III в. до н. э., а существенное развитие эта область получила благодаря выдающимся работам Л. Эйлера и

его многочисленных последователей. Однако до сих пор ряд важных вопросов, связанных с равновесием и устойчивостью плавающих брусов, остается открытым. Это связано с тем, что статический анализ погруженного в жидкость тела даже достаточно простой геометрии оказывается весьма сложным из-за серьезных вычислительных трудностей [1, 2]. Эти трудности еще более проявляются в том случае, когда центр тяжести бруса не совпадает с его геометрическим центром. Тем не менее, при таком анализе можно найти ряд нетривиальных особенностей.

Постановка задачи. Чтобы проиллюстрировать это, рассмотрим длинный брус прямоугольного сечения размерами $2a \times 2b$ и плотностью $\rho_{\rm T}$ на единицу площади, погруженный в жидкость плотностью $\rho_{\rm m}$ (рис. 1). Эта система моделирует баржу или понтон в море. Ясно, что можно ограничиться рассмотрением лишь плоской задачи, в которой имеется три степени свободы. При этом горизонтальная координата в статической задаче не играет роли и может быть отброшена, а вертикальная координата может быть исключена, если рассматривать лишь равнообъемные наклонения бруса [3, 4]. Поэтому остается лишь одна координата – угол наклона φ . Ключевыми параметрами задачи является отношение сторон бруса $\delta = a/b$ и безразмерная плотность $\rho = \rho_{\rm T}/\rho_{\rm m}$, причем из условия плавания $\rho < 1$. Однако более практическим является случай бруса со смещенным центром тяжести, который можно реализовать путем добавления точечного груза массой M в одну из вершин, например, в нижнюю левую (рис. 2). В этих условиях основным параметром задачи будет $\mu = M/(\rho_{\rm r}S_{\rm T})$, который можно назвать безразмерным показателем добавленной массы, причем теперь из условия плавания $0 < \rho < 1/(1 + \mu)$. Основной целью статьи является исследование влияния дополнительного груза на равновесие и устойчивость системы.





Рис. 1. Плавающий брус без груза

Рис. 2. Плавающий брус с грузом

Решение задачи. Обращаясь сначала к системе без груза, запишем выражение для потенциальной энергии плавающего тела в отклоненной конфигурации, а также ее квадратичную аппроксимацию вблизи симметричного положения равновесия $\varphi = 0$ [5, 6]:

$$\Pi = \frac{mgb}{12\rho} \left[(12\rho - 12\rho^2 - \delta^2) \cos\varphi + \frac{\delta^2}{\cos\varphi} \right] \approx \frac{1}{2} mg \left[\frac{a^2}{6b\rho} - b(1-\rho) \right] \varphi^2, \tag{1}$$

где отброшены несущественные постоянные слагаемые. Отметим, что выражение (1) записано для случая двухвершинного погружения бруса, который реализуется при

$$\frac{\delta}{2} \operatorname{tg} \varphi \leq \rho \leq 1 - \frac{\delta}{2} \operatorname{tg} \varphi.$$
⁽²⁾

Из (1) вытекает, что условием устойчивости равновесия $\varphi = 0$ является $\delta > \sqrt{6\rho(1-\rho)}$.

Перейдем теперь к анализу бруса с дополнительным грузом и выясним, каким будет в этом случае положение равновесия, которое при отсутствии груза было симметричным. Выражение для потенциальной энергии системы примет уже более громоздкий вид:

$$\Pi = (m+M)gb\left[\left(1-\rho(1+\mu)\right)\cos\varphi - \frac{\mu}{1+\mu}(\cos\varphi + \delta\sin\varphi) + \frac{\delta^2\sin^2\varphi}{12\rho(1+\mu)\,\cos\varphi}\right].$$
 (3)

Подчеркнем, что формула (3) также справедлива лишь для двухвершинного погружения бруса, определяемого неравенствами (2). Видно, что при $\mu = 0$ она переходит в

формулу (1). Записывая условие равновесия $d\Pi/d\varphi = 0$, после ряда преобразований придем к кубическому уравнению относительно tg φ , которое удобно решать численными методами при заданных параметрах δ , ρ , μ :

$$A \operatorname{tg}^{3} \varphi + B \operatorname{tg} \varphi + C = 0,$$

$$A = \delta^{2}, \qquad B = 12\rho^{2}(1+\mu)^{2} - 12\rho + 2\delta^{2}, \qquad C = -12\rho\mu\delta.$$
(4)

Однако для построения кривых состояний равновесия (КСР) удобно разрешить уравнение (4) относительно *р* и прийти уже к квадратному уравнению

$$12(1+\mu)^2 \rho^2 - 12\rho(1+\mu\delta \operatorname{ctg} \varphi) + \delta^2(2+\operatorname{tg}^2 \varphi) = 0, \tag{5}$$

решением которого будет

$$\rho = \frac{3(1 + \mu\delta \operatorname{ctg}\varphi) \pm \sqrt{9(1 + \mu\delta \operatorname{ctg}\varphi)^2 - 3(2 + \operatorname{tg}^2\varphi)(1 + \mu)^2}}{6(1 + \mu)^2}.$$
(6)

Формула (6) определяет две ветви КСР, причем при их построении на плоскости $\varphi \rho$ при фиксированных значениях δ и μ следует также учитывать ограничения (2).



Рис. 3. Кривые состояний равновесия при $\delta = 1$

По рис. 3 видно, что в случае $\delta = 1$ при наличии даже очень малой дополнительной массы верхняя ветвь КСР стремится к бесконечности при приближении φ к 0, а при достаточно большом μ в силу ограничений отвечающее ей положение равновесия исчезает.



Рис. 4. Кривые состояний равновесия при $\delta = 1.1$

По рис. 4 видно, что при $\delta = 1.1$ ситуация в целом аналогична предыдущему случаю. Наконец, обращаясь к рис. 5 для случая $\delta = 2$, нетрудно видеть, что интересующее нас равновесие, ближайшее к положению $\varphi = 0$, все меньше различается с ним. Так, например, можно установить, что при добавлении груза массой 3.5% от массы бруса угол отклонения в положении равновесия не превышает 5°, а при дальнейшем увеличении параметра δ при том же значении массы груза этот показатель еще более снижается.



Рис. 5. Кривые состояний равновесия при $\delta = 2$

Чтобы наглядно оценить влияние добавочного груза при различных параметрах бруса, продемонстрируем два примера. С этой целью зададим некоторые численные значения δ , ρ , μ и воспользуемся уравнением (4) для определения положения равновесия.

- δ = 1, ρ = 0.8, μ = 0.01. Тогда угол отклонения в положении равновесия будет равен φ = 0.289 рад = 16.6°, т. е. столь незначительная масса дополнительного груза приводит к весьма существенному отклонению бруса от нулевого положения.
- 2. $\delta = 2$, $\rho = 0.4$, $\mu = 0.01$. Тогда угол отклонения в положении равновесия будет равен $\varphi = 0.0369$ рад = 2.1°, т. е. достаточно мало отличается от нуля.

Нетрудно понять, с чем связаны серьезные различия между рассмотренными примерами. В первом случае значения параметров оказываются лежащими достаточно близко к границе области устойчивости (1) бруса на плоскости $\delta\rho$ в отсутствие груза. Во втором же случае значения параметров подобраны так, чтобы они лежали далеко от этой границы.

Заключение. Резюмируя результаты проведенного исследования, можно заключить, что кривые состояний равновесия плавающего бруса прямоугольного сечения со смещенным центром тяжести имеют весьма нетривиальную форму. Полученные данные могут найти практическое применение в реальных задачах.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Меркин Д.Р., Смольников Б.А. Прикладные задачи динамики твердого тела. СПб.: изд-во Санкт-Петербургского ун-та, 2003. – 532 с.

2. Фан-дер-Флит А.П. Остойчивость прямоугольного понтона при наклонении от 0 до 90. СПб.: отдельный оттиск из Известий С.-Петербургского Политехнического института. Том X, 1908. – 27 с.

3. Ш.-Ж. де Валле Пуссен. Лекции по теоретической механике. Т. 2. М.: изд-во иностранной литературы, 1949. – 328 с.

4. Справочник по теории корабля в трех томах. Т. 2. Статика судов. Качка судов / под ред. Я. И. Войткунского. Л.: Судостроение, 1985. – 440 с.

5. Ржаницын А.Р. Устойчивость равновесия упругих систем. М.: ГИТТЛ, 1955. – 476 с.

6. Меркин Д.Р., Бауэр С.М., Смирнов А.Л., Смольников Б.А. Теория устойчивости в примерах и задачах: учебное пособие. М., Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2007. – 208 с.

П.Я. Стронгин, Л.М. Яковис

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

АДАПТИВНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ СТАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЯЕМОГО ОБЪЕКТА

Для настройки параметров алгоритмов управления теми или иными процессами необходимо знать математическую модель (ММ) управляемого объекта [1]. Получение такой модели с использованием данных контроля функционирующего процесса называется идентификацией объекта управления (ОУ) [2]. Для эффективной идентификации ОУ по каналу управления наряду с регулирующими воздействиями $u_{ne2}(t)$ в течение некоторого времени подают специальные идентифицирующие воздействия $\lambda(t)$ и, контролируя реакцию y(t) на суммарные воздействия, путем соответствующей математической обработки находят параметры ММ. При идентификации ОУ возникает специфическая проблема -«раскачивающие» объект воздействия $\lambda(t)$ отклоняют выходную переменную y(t) от требуемого для нормального протекания управляемого процесса значения [3]. Отсюда возникает задача выбора таких характеристик системы идентификации $\lambda(t)$ и T_{ud} , чтобы гарантировано добиться необходимой точности идентификации ОУ, минимально снизив при этом негативный эффект «раскачки». В данной статье на относительно простом примере статического ОУ сравниваются два подхода к расчету параметров идентификации: традиционный, когда эти параметры однократно определяются заранее в расчете «на худшее», и адаптивный, когда параметры идентификации рассчитываются и изменяются в ходе самой идентификации ОУ.

Рассмотрим статический (то есть безынерционный) объект, модель которого в отклонениях от заданного режима имеет вид $\Delta y(t) = K \cdot \Delta u(t) + n(t)$, где K - подлежащий идентификации положительный коэффициент усиления, про который известно лишь, что $0 \le \underline{K} \le K \le \overline{K}$, а n(t) – неконтролируемые возмущения. В соответствии с ранее сказанным $\Delta u(t) = \Delta u_{per}(t) + \lambda(t)$, так что отклонение выходной переменной от заданного значения $\Delta y(t) = K\lambda(t) + n_{ocm}(t)$. Если допустить, что во время идентификации используется достаточно «слабый» регулятор [4], который не подавляет искусственные возмущения $\lambda(t)$, относительно низкочастотные устраняет составляющие n(t). то а лишь $n_{ocm}(t) = K\Delta u_{ne2}(t) + n(t)$ не зависит от $\lambda(t)$ и представляет собой «остаточные» возмущения, то есть ту часть возмущений n(t), которые не смог подавить регулятор. В дальнейшем в качестве идентификационных воздействий $\lambda(t)$ будем рассматривать чередующиеся по знаку ступенчатые сигналы длительностью T с амплитудой λ . Чтобы воздействия $\lambda(t)$ не смещали среднее значение выходной переменной, необходимо, чтобы число «ступенек» N было четным. Примем, что контроль выходной переменной y(t) производится в дискретные моменты времени с периодом *T*. При этом становятся известными $\Delta y_i = \Delta y(iT), i = 1, 2, ..., N$.

Оценка неизвестного коэффициента усиления ОУ \hat{K} может быть найдена с помощью МНК из условия

$$J = \sum_{i=1}^{N} (\Delta y_i - \hat{K} \lambda_i)^2 \to \min_{\hat{K}}.$$

При этом, как нетрудно показать, погрешность оценки составит

 $\Delta K = K - \hat{K} = -(\sum_{i=1}^{N} n_{ocm,i} \lambda_i) / \sum_{i=1}^{N} \lambda_i^2,$ где введены обозначения $n_{ocmi} = n_{ocm}(iT), \lambda_i = \lambda(iT).$ Отсюда можно получить соотношение для расчета среднеквадратического отклонения (СКО) оценки от точного значения $\sigma_{\Delta K} = \sigma_{n_{ocm}} / (\sqrt{N}\lambda)$.

Пусть идентификация производится на интервале времени $t \in [t, \bar{t}]$. Тогда отклонение переменной ОТ значения. вызванное идентифицирующими выходной заданного воздействиями, имеет в каждый момент времени t значение $K\lambda(t)$, и мерой нестабильности поведения y(t), обусловленной «раскачивающими» ОУ воздействиями $\lambda(t)$, предлагается считать $W = \int |K\lambda(\theta)| d\theta$. Задача оптимизации параметров идентификации заключается в расчете таких T, λ и N, чтобы показатель нестабильности W принял минимальное значение. При решении этой задачи необходимо учесть, что отклонение выходной переменной от задания с достаточно высокой вероятностью не должно превышать по абсолютной величине порогового значения $\overline{\Delta Y}$, что эквивалентно условию $K\lambda + \omega \sigma_{n_{ocm}} \leq \overline{\Delta Y}$. Здесь параметр ω зависит от допустимого риска нарушения ограничений и обычно находится в диапазоне от 2 до 3. Следует учесть также требование обеспечения достаточной для решения задач управления точности идентификации, то есть достаточно малой относительной погрешности оценивания $\delta K = |K - \hat{K}| / K$, что формализуется условием $\sigma_{n_{ocm}} / (\sqrt{N} \lambda K) \le \overline{\sigma_{\delta K}}$, где $\overline{\sigma_{\delta K}}$ – предельно допустимое СКО погрешности идентификации. И, наконец, поскольку для качественной идентификации необходимо, чтобы измерительные шумы не обладали автокорреляцией, то должно выполняться условие $T \ge T_{\kappa opp}$, где $T_{\kappa opp}$ - время спада корреляционной функции сигнала $n_{ocm}(t)$.

Вначале рассмотрим решение задачи в условиях, когда указанные параметры идентификации определяются однократно «в расчете на худшее». В этом варианте $W = TNK\lambda$. Учитывая, что сформулированные выше ограничения должны выполняться при любых возможных значениях параметров $K, \sigma_{n_{ocm}}$ и $T_{\kappa opp}$, приходим к задаче определения $\min\{TN\lambda | T \ge \overline{T_{\kappa opp}}, \lambda \le (\overline{\Delta Y} - \omega \overline{\sigma_{n_{ocm}}})/\overline{K}, N \ge Ent\{[\overline{\sigma_{n_{ocm}}}/(\overline{\sigma_{\delta K}} \underline{K}\lambda)]^2\}+1\}$, где предельные значения характеристик остаточных возмущений $\overline{\sigma_{n_{ocm}}}$ и $\overline{T_{\kappa opp}}$ определяются по данным функционирования рассматриваемого или сходных ОУ. Решение сформулированной задачи оптимизации имеет вид: $T = \overline{T_{\kappa opp}}, \lambda = (\overline{\Delta Y} - \omega \overline{\sigma_{n_{ocm}}})/\overline{K}, N = Ent\{[\overline{\sigma_{n_{ocm}}}/(\overline{\sigma_{\delta K}} \underline{K}\lambda)]^2\}+1$.

Приведем численный пример, приняв следующие значения параметров: <u>K</u> = 1, <u>K</u> = 5, K = 3, $\overline{\sigma_{n_{ocm}}} = 0.5$, $\overline{T}_{\kappa opp} = 0.84$, $\omega = 2$, $\overline{\sigma_{\delta K}} = 0.1$, $\overline{\Delta Y} = 3$. Тогда T = 0.84, $\lambda = = (3 - 2 \cdot 0.5)/5 = 0.4$, $N = Ent\{[0.5/(0.1 \cdot 1 \cdot 0.4)]^2\} + 1 \approx 158$, $W = TNK\lambda = 0.84 \cdot 157 \cdot 3 \cdot 0.4 = 159$.

Рассмотрим далее альтернативную процедуру адаптивной идентификации.

1. На первом предварительном этапе пассивно наблюдается работа ОУ, замкнутого достаточно «слабым» регулятором, который устраняет относительно низкочастотные составляющие n(t), и по данным наблюдения за выходной переменной статистически оцениваются текущие значения СКО $\sigma_{n_{ocm}}$ и времени спада T_{kopp} . корреляционной функции остаточных возмущений.

2. На втором этапе из условия обеспечения условий грубой идентификации $\sigma_{\delta K}^{cpy\delta} > \overline{\sigma_{\delta K}}$ определяются параметры начальной серии идентифицирующих воздействий

$$T_{Hay} = T_{\kappa opp}, \ \lambda_{Hay} = (\overline{\Delta Y} - \omega \sigma_{n_{ocm}}) / \overline{K}, \ N_{Hay} = Ent\{[\sigma_{n_{ocm}} / (\sigma_{\delta K}^{cpy\delta} \underline{K} \lambda_{Hay})]^2\} + 1$$

и реализуется начальная серия идентифицирующих воздействий с рассчитанными параметрами. Пусть по окончании начальной серии получена оценка коэффициента усиления ОУ \hat{K}_{hay} . СКО погрешности этой оценки составляет $\sigma_{\Delta K, Hay} = \sigma_{n_{ocm}} / (\sqrt{N_{Hay}} \cdot \lambda_{Hay})$, а новая уменьшенная зона неопределенности может быть оценена по формулам $\overline{K}_{Hay} = \hat{K}_{Hay} + \omega \sigma_{\Delta K, Hay}$, $\underline{K}_{Hay} = \hat{K}_{Hay} - \omega \sigma_{\Delta K, Hay}$. Тогда СКО максимальной относительной погрешности идентификации после ее начального этапа составляет $\sigma_{\delta K}^{max} = \sigma_{\Delta K, Hay} / \underline{K}_{Hay}$.

3. Если $\sigma_{\delta K^{\max}, \mu a \gamma} \leq \overline{\sigma_{\delta K}}$, то процесс идентификации заканчивается, в противном случае производится вторая (окончательная) серия идентификационных воздействий, для чего предварительно определяются ее параметры

$$T_{o\kappa} = T_{\kappa opp}, \ \lambda_{o\kappa} = (\overline{\Delta Y} - \omega \sigma_{n_{ocm}}) / \overline{K_{Hay}}, \ N_{o\kappa} = Ent\{[\sigma_{n_{ocm}} / (\overline{\sigma_{\delta K}} \underline{K_{Hay}})]^2\} + 1.$$

Итоговое значение показателя нестабильности при адаптивной идентификации

$$W = \int_{t}^{t} |K\lambda(\theta)| d\theta = K(T_{Hay}N_{Hay}\lambda_{Hay} + T_{OK}N_{OK}\lambda_{OK}).$$

Приведем численный пример, относящийся к тому же ОУ, что был рассмотрен раньше в не адаптивном варианте. Предположим дополнительно, что на первом предварительном этапе адаптивной идентификации были получены данные об остаточных возмущениях $\sigma_{n_{ocm}} = 0.2$ и $T_{\kappa opp} = 0.54$. Тогда, приняв $\sigma_{\delta K}^{apy\delta} = 0.25$, для начальной серии получим $T_{hav} = 0.54$, $\lambda_{hav} = (3 - 2 \cdot 0.2)/5 = 0.52$, $N_{hav} = Ent\{[0.2/(0.25 \cdot 1 \cdot 0.52)]^2\} + 1 = 3$ или с учетом требования четности числа «ступенек» в серии $N_{hav} = 4$. Пусть по окончании начальной

серии получена оценка коэффициента усиления ОУ $K_{Hay} = 2.8$. Тогда $\sigma_{\Delta K, Hay} = 0.2/(\sqrt{4} \cdot 0.52) = 0.19, \ \overline{K_{Hay}} = 2.8 + 2 \cdot 0.19 = 3.18, \ \underline{K_{Hay}} = 2.8 - 2 \cdot 0.19 = 2.42,$

 $\sigma_{\delta K^{\max}, \mu a q} = 0.19/2.42 = 0.08$. Поскольку $\sigma_{\delta K^{\max}, \mu a q} \leq \overline{\sigma_{\delta K}}$, то на этом процесс идентификации может быть завершен и $W = KT_{\mu a q} N_{\mu a q} \lambda_{\mu a q} = 3 \cdot 0.54 \cdot 4 \cdot 0.52 = 3.38$.

Сравнение показателей *W* свидетельствует о значительном преимуществе предложенного адаптивного подхода к идентификации.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления // М.: Мир, 1975. 680 с.

2. Чадеев В.М. Идентификация технологических объектов и систем управления с идентификатором // Автоматизация в промышленности, №6, 2019, с. 13 – 22.

3. Автоматизация настройки систем управления // В.Я. Ротач, В.Ф. Кузищин, А.С. Клюев и др.: Под ред. В.Я. Ротача, М., Энергоатомиздат, 1984, 272 с.

4. Доронина Н.В., Яковис Л.М. Робастные настройки типовых регуляторов для инерционных объектов с запаздыванием // Навигация и управление движением. Материалы XX конференции молодых ученых «Навигация и управление движением» с международным участием, СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. с. 181 – 182.

С.В. Суворов, А.С. Смирнов Санкт-Петербургский политехнический институт Петра Великого

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ОПТИМАЛЬНЫХ БАЛОЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Введение. Решения большинства оптимизационных задач являются оптимальными лишь в формальном (т. е. чисто математическом), а не в реальном смысле. Поэтому они имеют сложную геометрию и оказываются не очень удобными для практической реализации. В этой связи возникает естественный вопрос: можно ли построить такое решение, которое не является строго оптимальным, но имеет более простую геометрию, и которое целесообразно использовать на практике? Такие решения можно назвать *квазиоптимальными* или *рациональными* [1]. Они являются оптимальными не в целом, а лишь на классе некоторых функций, характеризующих упрощенную геометрию механической системы [2].



Рис. 1. Постановка задачи



Постановка задачи. Обратимся к известной задаче о нахождении формы поперечного сечения консольной балки минимального веса (или, что то же самое, объема), нагруженной на свободном конце сосредоточенной силой P, при заданном концевом прогибе v_0 балки [3]. Предположим, что балка имеет прямоугольное сечение, ширина которого задана: b = fix, а высота меняется по длине: h = h(x) (рис. 1). Тогда площадь сечения есть S(x) = bh(x), а его момент инерции $J(x) = bh^3(x)/12$. Объем балки при этом выразится формулой

$$V = \int_{0}^{t} S(x)dx = \int_{0}^{t} bh(x)dx = \min,$$
 (1)

а выражение для v_0 может быть получено путем двукратного интегрирования уравнения равновесия балки EJ(x)v'' = P(l-x) с использованием граничных условий v(0) = 0, v'(0) = 0 на левом краю балки и правила интегрирования по частям:

$$v_0 = v(l) = \int_0^l dx \int_0^l \frac{P(l-s)}{EJ(s)} ds = \int_0^l \frac{12P(l-x)^2}{Ebh^3(x)} dx = \text{fix.}$$
(2)

В результате приходим к изопериметрической вариационной задаче (1)–(2). Составляя функцию [4]

$$H = bh(x) + \lambda \frac{12P(l-x)^2}{bh^3(x)} = H(x,h),$$
(3)

где λ – множитель Лагранжа, замечаем, что она зависит только от *x* и *h*. Поэтому имеет место первый интеграл уравнения Эйлера-Лагранжа $\partial H/\partial h = 0$, из которого следует, что

$$h(x) = \sqrt[4]{\frac{36P\lambda}{Eb^2}}\sqrt{l-x}.$$
(4)

Неизвестный множитель λ определятся из условия (2), откуда находим

$$\lambda = \frac{4}{9} \sqrt[3]{\frac{Pb^2l^6}{Ev_0^4}}, \qquad h(x) = 2l \sqrt[3]{\frac{P}{bEv_0}} \sqrt{1 - \frac{x}{l'}}, \tag{5}$$

а минимальный объем балки при этом будет

$$V = \frac{4}{3} l^2 \sqrt[3]{\frac{Pb^2}{Ev_0}} \approx 1.3333 l^2 \sqrt[3]{\frac{Pb^2}{Ev_0}}.$$
 (6)

Из (5) видно, что полученный профиль является параболическим, что, естественно, приводит к трудностям при практической реализации такого решения (рис. 2). Поэтому представляется естественным заменить это решение на ступенчатый профиль, который будет уже квазиоптимальным, но более удобным с технологической точки зрения. Целью данной статьи является определение параметров одно-, двух- и трехступенчатого профилей из условия оптимизации и сопоставление объемов этих конструкций со значением (6).

Решение задачи. Если принять сечение балки постоянным по всей ее длине, т. е. h = const, то возможностей для оптимизации здесь не остается. В самом деле, в этом случае

$$v_0 = \frac{Pl^3}{3EJ} = \frac{4Pl^3}{Ebh^3}, \qquad h = \sqrt[3]{\frac{4Pl^3}{Ebv_0}}, \qquad V = bhl = l^2 \sqrt[3]{\frac{4Pb^2}{Ev_0}} \approx 1.5874l^2 \sqrt[3]{\frac{Pb^2}{Ev_0}}, \tag{7}$$

т. е. объем такой балки превышает оптимальное значение (6) на 19.06%, что весьма значительно. Поэтому следует рассмотреть двухступенчатую балку с длинами участков a и l - a и высотами h_1 и h_2 соответственно. Тогда $S_1 = bh_1$, $S_2 = bh_2$, и согласно (1) и (2) будем иметь

$$V = bl[\alpha h_1 + (1 - \alpha)h_2] = \min, \qquad v_0 = \frac{4Pl^3}{bE} \left[\frac{\alpha(\alpha^2 - 3\alpha + 3)}{h_1^3} + \frac{(1 - \alpha)^3}{h_2^3}\right] = \text{fix}, \qquad (8)$$

где $\alpha = a/l$ – безразмерная длина первого участка. Здесь мы имеем задачу на условный экстремум функции трех переменных $V(\alpha, h_1, h_2)$ при наличии условия связи $v_0 =$ fix. Для ее решения составим функцию

$$F = \alpha h_1 + (1 - \alpha)h_2 + \lambda \left[\frac{\alpha(\alpha^2 - 3\alpha + 3)}{h_1^3} + \frac{(1 - \alpha)^3}{h_2^3}\right].$$
(9)

Зафиксируем сначала значение α и определим при заданном α оптимальные значения h_1 и h_2 из условий экстремума функции (9) $\partial F/\partial h_1 = 0$, $\partial F/\partial h_2 = 0$:

$$h_1 = \sqrt[4]{3\lambda(\alpha^2 - 3\alpha + 3)}, \qquad h_2 = \sqrt[4]{3\lambda(1 - \alpha)^2}.$$
 (10)

Вычисляя множитель Лагранжа из второго условия (8), получаем

$$\lambda = \frac{1}{3} \left(\frac{4Pl^3}{bEv_0} \right)^{4/3} \left[\alpha (\alpha^2 - 3\alpha + 3)^{1/4} + (1 - \alpha)^{3/2} \right]^{4/3}.$$
 (11)

Подставляя выражения (10) и (11) в первое выражение (8), находим объем конструкции

$$V = l^2 \left(\frac{4Pb^2}{Ev_0}\right)^{1/3} f(\alpha), \qquad f(\alpha) = \left[\alpha(\alpha^2 - 3\alpha + 3)^{1/4} + (1 - \alpha)^{3/2}\right]^{4/3}.$$
 (12)

По этой формуле можно вычислить оптимальный объем конструкции двухступенчатой балки при любом значении α , т.е. при любом соотношении между длинами ее участков. Возникает естественный вопрос: при каком значении α этот минимальный объем будет наименьшим по величине? Для ответа на него следует проанализировать функцию $f(\alpha)$ и установить, что она имеет минимум при $\alpha_* = 0.64$. Отвечающий этому значению объем балки будет равен

$$V = 1.4266l^2 \sqrt[3]{\frac{Pb^2}{Ev_0}},$$
(13)

что превышает значение (6) всего на 7%. Таким образом, путем конструирования двухступенчатой балки и нахождения ее оптимальных параметров удается существенно уменьшить объем конструкции. При этом будет $h_1: h_2 = 1.84: 1$.

Наконец, рассмотрим трехступенчатую конструкцию с длинами участков a, b - a и l - a - b, высоты которых есть h_1, h_2 и h_3 . В этом случае будем иметь выражения

$$V = bl[\alpha h_1 + (\beta - \alpha)h_2 + (1 - \beta)h_3] = \min,$$

$$v_0 = \frac{4Pl^3}{bE} \left[\frac{1 - (1 - \alpha)^3}{h_1^3} + \frac{(1 - \alpha)^3 - (1 - \beta)^3}{h_1^3} + \frac{(1 - \beta)^3}{h_3^3} \right] = \text{fix},$$
(14)

где $\alpha = a/l, \beta = b/l$. Вновь составляя функцию Лагранжа и находя ее экстремум по h_1, h_2 и h_3 , получим

$$h_{1} = \sqrt[4]{3\lambda(\alpha^{2} - 3\alpha + 3)}, \qquad h_{2} = \sqrt[4]{3\lambda(\alpha^{2} + \beta^{2} + \alpha\beta - 3\alpha - 3\beta + 3)}, \\ h_{3} = \sqrt[4]{3\lambda(1 - \beta)^{2}}$$
(15)

Определяя множитель Лагранжа и подставляя затем полученные выражения в (14), найдем

$$V = l^2 \left(\frac{4Pb^2}{Ev_0}\right)^{\frac{1}{3}} \varphi(\alpha, \beta), \tag{16}$$

 $\varphi(\alpha,\beta) = \left[\alpha(\alpha^2 - 3\alpha + 3)^{1/4} + (\beta - \alpha)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta - 3\alpha - 3\beta + 3)^{1/4}(1 - \beta)^{3/2}\right]^{4/3}.$

Остается лишь найти минимум функции $\varphi(\alpha, \beta)$ по параметрам α и β . Он достигается в точке $\alpha_* = 0.48$ и $\beta_* = 0.81$, при этом наименьший объем балки есть

$$V = 1.3822l^2 \sqrt[3]{\frac{Pb^2}{Ev_0}},$$
(17)

и это значение больше (6) всего на 3.7%. При этом будет $h_1: h_2: h_3 = 2.67: 1.84: 1$. Полученные оптимальные двух- и трехступенчатая балки представлены на рис. 3 и 4, соответственно.



Рис. 3. Оптимальная двухступенчатая балка

Рис. 4. Оптимальная трехступенчатая балка

Заключение. Резюмируя результаты проведенного исследования, можно заключить, что подобные рациональные решения целесообразно строить и в других задачах оптимизации механических систем.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Атапин В. Г. Методы оптимизации в проектировании конструкций. Учебное пособие. Новосибирск: изд-во Новосибирского гос. техн. ун-та, 1999. – 80 с.

2. Баничук Н. В. Оптимизация форм упругих тел. М.: Наука, 1980. – 256 с.

3. Гольдштейн Ю. Б., Соломещ М. А. Вариационные задачи статики оптимальных стержневых систем. Л.: изд-во Ленинградского ун-та, 1980. – 208 с.

4. Избранные задачи по строительной механике и теории упругости (регулирование, синтез, оптимизация). Учеб. пособ. для вузов / Под общ. ред. Н.П. Абовского. М.: Стройиздат, 1978. – 189 с.

СЕКЦИЯ «ФИЗИКА ПРОЧНОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ МАТЕРИАЛОВ»

УДК 54.022

A.N. Matvienko, A.I. Melker Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

PERIODIC SYSTEM OF FULLERENES: ISOMERS FROM C₂₂ TO C₃₂

The most important and most difficult question for any science is classification. On the basis of numerous investigations, one of the authors has submitted the periodic system for basic fullerenes. In addition to the classification of basic fullerenes, the crucial point, which should be given more attention to, is space isomerism of fullerene molecules. Space isomerism consists in the existence of molecules having an equal molecular mass and composition but different positions of the atoms in space, and therefore having different chemical and physical properties. In this contribution we present the structure and energy of fullerenes and their isomers in the range from C_{22} to C_{32} .

Isomers of fullerene C_{22.} Dimer embedding into a (tetra-hexa)₃-penta₆ dodecahedron.

Here a carbon dimer embeds into one of hexagons of an initial fullerene that transforms fullerene C_{20} into fullerene C_{22} (Fig. 1).

We consider the dimer as an 'interstitial' defect and assume that the fullerene C_{22} has topological three-fold symmetry. The fullerene obtained contains one square, ten pentagons and two hexagons and therefore can be named tetra-penta₁₀-hexa₂ triacaidecahedron C_{22} .



Fig. 1. Fullerene C_{22} obtained by embedding a dimer into a hexagon of (tetra-hexa)₃-penta₆ dodecahedral fullerene C_{20} : structure and graphs; energy in kJ/mol

Isomers of fullerene C_{24} . Fusion of two cupolas C_{12} having three-fold symmetry.

There are two ways of joining: mirror symmetry and rotation-reflection one. In the first case (Fig. 2, above) the lower cupola is a mirror copy of the upper one. The fullerene obtained contains two triangles, three squares and nine hexagons and therefore can be named a tri₂-tetra₃-hexa₉ tettarecaidecahedron.

In the second case (Fig. 2, below) the lower cupola is a rotary reflection of the upper one. The fullerene contains two triangles, six pentagons and six hexagons. It is a truncated dodecahedron, its energy being less than that of the first fullerene.



Fig. 2. Joining two half fullerenes C₁₂ of three-fold symmetry: the mirror symmetry fusion (above) and the rotation-reflection symmetry (below); structure and graphs; energy in kJ/mol

Isomers of fullerene C₂₆. Dimer embedding into tri₂-tetra₃-hexa₉ polyhedron C₂₄.

The initial perfect fullerene is shown in Fig. 2 above. Embedding a dimer into the hexagon in the background transforms fullerene C_{24} into fullerene C_{26} (Fig. 3). Since it contains an extra interstitial, it is an imperfect fullerene having topological three-fold symmetry. The fullerene obtained can be named tri₂-tetra-penta₄-hexa₈ pentecaidecahedron C_{26} .



Fig. 3. Fullerene C_{26} obtained by embedding a dimer into tri₂-tetra₃-hexa₉ polyhedral fullerene C_{24} shown in Fig. 2: structure and graphs; energy in kJ/mol

Isomers of fullerene C_{28} . Dimer embedding II into penta₁₂-hexa₃ polyhedron C_{26} .

The initial perfect fullerene is the same as before. However, here embedding is done at an angle of 60^{0} to the three-fold axis of symmetry (Fig. 4). We have also a perfect fullerene having rotation-reflection two-fold symmetry. Contrary to the previous case, where the fullerene half is rotated through 90 degrees, here the rotation is needed only through 30 ones. The fullerene can be named penta₁₂-hexa₄ eccaidecahedron (30^{0}) C₂₈.



Fig. 4. Fullerene C_{28} obtained by embedding a dimer into penta₁₂-hexa₃ polyhedral fullerene C_{26} : structure and graphs; energy in kJ/mol

Isomers of fullerene C_{30} . Fusion of plane cluster C_{10} with cupola C_{20} .

Here both configurations have five-fold symmetry (Fig. 5). The fullerene contains five squares, two pentagons and ten hexagons. This isomer is a truncated five angular bipyramid having five-fold symmetry.



Fig. 5. Joining plane cluster C₁₀ with cupola C₂₀; structure and graphs; energy in kJ/mol

Isomers of fullerene C₃₂. Fusion of two mini-fullerenes C₁₆.

There is only one way of joining: rotation-reflection symmetry. However, contrary to the previous cases, we obtain a narrow nanotube capped with two fragments of the C_{16} fullerene (Fig. 6).



Fig. 6. Joining two mini-fullerenes C₁₆ of four-fold symmetry: the rotation-reflection symmetry; structure and graphs; energy in kJ/mol

It is worth noting that at first extremely narrow nanotubes were considered only as a new type of nanotubes being of academic interest [1, 2]. Recently it has been discovered that small diameter single-walled carbon nanotubes were mimics of ion channels found in natural systems [3]. These properties make then a promising material for developing membrane separation technologies [4].

There are three the most natural mechanisms of obtaining new fullerenes: 1) Embedding carbon dimers into initial fullerenes; 2) Fusion of carbon cupolas having the same symmetry; 3) Fusion of fullerenes having compatible symmetry.

REFERENCES:

1. Zdenek Slanina, Xiang Zhao, Filip Uhlik, Model narrow nanotubes related to C36, C32 and C20: initial computational structural sampling, *Materials Science and Engineering* **B96** (2002) 164-168.

2. A.I. Melker, M.A. Krupina, Unified approach to forming fullerenes and nanotubes, *Materials Physics and Mechanics* **34** (1) (2017) 1-17.

3. H. Amiri, K.L. Nickolis, R. Hernandez Sanchez, Single-walled carbon nanotubes: mimics of biological channels, *Nano Letters* **17** (2) (2017) 1204-1211.

4. R. H. Tunuguntla, R.Y. Henley, Yun-Chiao Yao, T. Anh, Enhanced water permeability and tunable ion selectivity in subnanometer carbon nanotube porins, *Science* **357** (2017) 792-796.

УДК 539.32

С.А. Красницкий^{1,2}, А.С. Трофимов³, И.Б. Севастьянов⁴, Э. Ради⁵ ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, РФ ²Университет ИТМО, Санкт-Петербург, РФ ³Сколковский институт науки и технологии, Московская обл., РФ ⁴New Mexico State University, Las Cruces, USA ⁵Univertsida di Modena e Reggio Emilia, Via Amendola, Italy

ЭФФЕКТИВНЫЕ УПРУГИЕ СВОЙСТВА МАТРИЦЫ С ЖЕСТКИМ ТОРОИДАЛЬНЫМ ВКЛЮЧЕНИЕМ

Создание новых композитных материалов с включениями различной формы является перспективным направлением материаловеденья. В частности, особый интерес представляет описание эффективных упругих свойств материалов с тороидальными включениями. Композитные материалы с включениями такого рода благодаря своим функциональным свойствам нашли применение при создании электродов для литиевых батарей [1,2]. Полимерные микроторы используются в биотехнологиях [3]. Однако при аналитическом описании упругих свойств материалов с такой микроструктурой обычно используется подход основанный включениях с эллипсоидальной формой. Это нереалистичное допущение может привести к ошибочным результатам при оценке эффективных упругих свойств композитов.

Применение аналитических методов микромеханики для предсказания эффективных свойств ограничено геометрией включений составляющих композит. На сегодняшний день известно несколько аналитических решений описывающих эффективные свойства композита с тороидальными включениями [4-5]. В [4] с помощью асимптотического подхода определяют вклад от жесткого тонкого тора в упругие свойства. Авторы работы [5] температурные поля вокруг тороидальной аналитически рассчитали полости в теплопроводящей использовали полученные результаты среде И для описания теплопроводящих свойств композитного материала содержащего множество случайно ориентированных пор такой формы.

Отправной точкой в корректном определении эффективных упругих свойств композитных материалов является расчет упругих напряжений вокруг включения. В рамках данной работы мы получили строгое аналитическое решение граничной задачи теории упругости для абсолютно жесткого включения тороидальной формы в изотропной среде под действием однородной деформации. Решение найдено в форме рядов по присоединенным полиномам Лежандра, следуя методу изложенному в работе [6].


Рис. 1. Ненулевые компоненты тензора упругого вклада (а) $N_{1111} = N_{2222}$, (б) N_{3333} , (в) N_{1122} , (г) N_{1133} , (д) N_{1212} и (е) $N_{1313} = N_{2323}$ в зависимости от отношения радиусов тора r_0 / R_0 . Сплошные кривые соответствуют жесткому тороидальному включению; пунктирные к жесткому включению в виде сплюснутого (а,в,д) и вытянутого (б,г,е) сфероида того же объема что и тороид. Результаты, полученные методом конечных элементов, отмечены символом «о». Упругий вклад приведен в единицах модуля Юнга матрицы для разных значений коэффициента Пуассона (0.0, 0.3 и 0.45)

Полученные упругие поля были использованы для анализа компонентов тензора упругого вклада от жесткого включения в зависимости от геометрических параметров тора,

упругих свойств матрицы (рис. 1). Эти компоненты сравниваются с результатами полученными методом конечных элементов и соответствующими компонентами жесткого эллипсоидального включения.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Horstmann B, et al. 2013 J. Phys. Chem. Lett.4 4217

2. Chen Y, et al. 2013 Nat. Chem. 5 489

3. Alexander L, et al. 2008 Chem. Commun. 30 3507

4. Argatov I, et al. 2011 Int. J. Eng. Sci. 49 61

5. Radi E, et al. 2016 *Proc. R. Soc. A* **472**

6. Krokhmal P 2002 J. Eng. Math. 44 345

УДК 538.911, 535-34

Ж.В. Гудкина^{1,2}, М.Ю. Гуткин^{1,3,4} ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ²Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе ³Институт проблем машиноведения РАН ⁴Университет ИТМО

МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН ПОПЕРЕЧНОГО СДВИГА В ДЕНТИНЕ

Введение. Дентин имеет иерархическую структуру, которая включает микроканалы диаметром 3–5 мкм, располагающиеся на расстоянии примерно 10 мкм друг от друга, в органической матрице [1]. По этим каналам в живом зубе циркулируют кровь и дентинная жидкость, питающие тело зуба. Пространство между каналами заполнено веществами неорганической и органической природы. Экспериментальным методом микротомографии в синхротронном излучении была обнаружена связь развития микротрещин в дентине с дентинными каналами. Однако конкретного механизма, который объяснял бы эту связь, до сих пор предложено не было.

Цель работы. В данной работе были предложены качественная и количественная теоретические модели, объясняющие экспериментально наблюдаемое распространение магистральной трещины поперечного сдвига по дентинным каналам и образование сателлитных трещин.



Рис. 1. Схема раскрытия трещины поперечного сдвига в плоском образце дентина при одноосном сжимающем напряжении σ . (a, b) Трещина образуется на «верхней» поверхности образца и распространяется на расстояние *L* под действием сдвигового напряжения τ в плоскости, параллельной средней ориентации дентинных канальцев и наклоненной к поверхности образца. (c) Трещина моделируется соответствующим скоплением *N* краевых дислокаций с вектором Бюргерса **b**. (d) Скопление *N* дислокаций моделируется супердислокацией с вектором Бюргерса **B** = *N***b** [2].

Исследование. Рассмотрим качественную теоретическую модель (рис. 1), которая объясняет, в первом приближении, причины образования вторичных (сателлитных) трещин в дентине при одноосном сжатии.

Исходя из рис. 2, можно предположить, что вторичные трещины открываются в концентраторах напряжений, которые представляют собой дентинные каналы, на поверхности которых растягивающие напряжения достигают своих максимальных значений.



Рис. 2. Модель заторможенной магистральной трещины поперечного сдвига в плоскости, параллельной дентинным каналам, под действием удаленного сдвигового напряжения т. Напряженное состояние в вершине трещины в первом приближении моделируется краевой супердислокацией (а). Зарождение вторичных трещин на ДК, ближайших к вершине начальной трещины, в областях «перед» и «под» супердислокацией (d)

Результаты. Для расчета окружных напряжений на поверхности каналов, обусловленных присутствием рядом с ними краевой супердислокации, воспользуемся схемой (рис. 3) и формулами из работы [3].



Рис. 3. Положение и ориентация краевой супердислокации вблизи поры в повернутой системе координат

Решение задачи о нахождении поля напряжений краевой супердислокации в произвольной точке с учетом поры было получено в работе [3] в виде функции напряжений Эри ψ , которую можно представить как сумму:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2,$$

$$\begin{split} \psi_{1} &= -\frac{GB_{x_{0}}}{4\pi(1-\nu)} \Biggl\{ -2r_{1}\ln r_{1}\sin\theta_{1} + 2(r_{2}\ln r_{2}\sin\theta_{2} - r\ln r\sin\theta) \\ &\quad -\frac{(\xi^{2}-1)R}{\xi^{3}} \Biggl[\sin 2\theta_{2} - \frac{(\xi^{2}-1)R}{\xi} \frac{\sin\theta_{2}}{r^{2}} \Biggr] - \frac{R^{2}\sin\theta}{r} \Biggr\}, \\ \psi_{2} &= \frac{GB_{y_{0}}}{4\pi(1-\nu)} \Biggl\{ 2r_{1}\ln r_{1}\sin\theta_{1} - 2(r_{2}\ln r_{2}\sin\theta_{2} - r\ln r\sin\theta) + \frac{(\xi^{2}-1)R}{\xi^{3}} \Biggl[2\xi^{2}\ln r_{2} - \cos\theta_{2} + \frac{(\xi^{2}-1)R\cos\theta_{2}}{\xi} \Biggr] - 2(\xi^{2}-1)\frac{R}{\xi}\ln r + \frac{R^{2}\cos\theta}{r} \Biggr\}.$$
 Из определенной таким образом функции Эри были получены поля напряжений $\sigma_{x_{0}x_{0}}, \sigma_{y_{0}y_{0}}, \sigma_{x_{0}y_{0}}$ по известным формулам [4]: $\sigma_{x_{0}x_{0}} = \frac{\partial^{2}\psi}{\partial y_{0}^{2}}, \sigma_{y_{0}y_{0}} = \frac{\partial^{2}\psi}{\partial x_{0}^{2}}, \sigma_{x_{0}y_{0}} = \frac{\partial^{2}\psi}{\partial x_{0}\partial y_{0}}. \end{split}$

Зная напряжения в произвольной точке в системе координат, связанной с положением супердислокации относительно центра поры, были найдены окружные напряжения $\sigma_{\theta\theta}$ на контуре в полярной системе координат с началом в центре поры [5]:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{2} (\sigma_{x_0 x_0} + \sigma_{y_0 y_0}) - \frac{1}{2} (\sigma_{x_0 x_0} - \sigma_{y_0 y_0}) \cos 2\theta - \sigma_{x_0 y_0} \sin 2\theta.$$

На рис. 4 на схеме справа показано положение канала относительно дислокации, красными точками на контуре канала показаны положения максимумов растягивающих окружных напряжений. Здесь же схематично намечены места и направления раскрытия сателлитных трещин.



Рис. 4. Распределение окружных напряжений на поверхности канала 1 радиусом R = 5 мкм, отстоящего от вершины трещины на расстояние *c* = 7 мкм под углом 0°

Как видно из рис. 4, сделанные расчеты подтверждают качественную модель, показанную на рис. 2. Видны области максимальных и минимальных напряжений, выделенные соответственно темно-красным и темно-синим цветом.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Зайцев Д.В., Григорьев С.С., Панфилов П.Е. Природа прочности дентина и эмали зубов человека – Новосибирск. Изд-во СО РАН, 2017. – 173 с.

2. Дж. Хирт, Й. Лоте. Теория дислокаций. Атомиздат, М. 1972. – 600 с.

3. Dundurs J., Mura T. Interaction between an edge dislocation and a circular inclusion // J. Mech. Phys. Solids – 1964 - 12, - P. 177.

4. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. Наука, М., 1975. - 576 с.

5. Sadd M. H. Elasticity Theory, Applications, and Numerics. Elsevier, 2005. - P. 461.

С.А. Смирнов¹, А.К. Беляев^{1,2} ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ²Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ, ГЕНЕРИРУЕМОЙ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКОМ, В УПРУГОМ МАТЕРИАЛЕ

В настоящее время существует большое число различных акустических методов неразрушающего контроля. К наиболее перспективным относятся ультразвуковые методы, основанные на измерении акустической анизотропии – относительной разности скоростей распространения двух поперечных акустических волн с взаимно ортогональной поляризацией [1]. Малые относительные изменения в скоростях ультразвуковых волн могут быть вызваны как наличием микродефектов [2], так и локализацией пластических деформаций [3,4]. К таким ультразвуковым методам относятся метод акустоупругости [5,6] и метод акустоповрежденности [7].

Названные методы обеспечены серийным сертифицированным оборудованием, позволяющим проводить ультразвуковую диагностику в экспресс-режиме. Для этого применяется отечественный ультразвуковой прибор ИН-5101А. Этот прибор используется для неразрушающего контроля конструкций в атомной и нефтегазовой энергетике. Данный прибор при помощи контактного датчика-пьезопреобразователя позволяет осуществлять излучение и прием продольной и двух поперечных ультразвуковых волн и измерять временные задержки между синфазными точками отраженных импульсов с точностью до 1 нм. Таким образом, осуществляется высокоточный расчет акустической анизотропии, что позволяет обнаруживать неоднородности структуры на наноуровне.

Целью данной работы является численное решение задачи распространения в упругом материале ультразвуковой волны, генерируемой пьезоэлектриком. На данном этапе исследований рассматривается задача распространения акустической волны в ненапряженном упругом материале, основная цель моделирования – наглядно показать, как в упругом материале распространяется и отражается волна, инициированная пьезоактуатором. Численное решение поставленной задачи выполнено с помощью системы конечно-элементного анализа ANSYS.

Данная задача была рассмотрена в постановке о плоской деформации. Геометрическая модель объекта представлена на рисунке 1. Высота образца $h_s = 40$ мм, ширина образца $w_s =$ 100 мм, высота пьезопреобразователя $h_p = 1$ мм, ширина пьезопреобразователя $w_p = 20$ мм. Дополнительно в работе рассматривается распространение волны в материале, имеющем пору. Пора представляется окружностью радиусом $r_{pr} = 1$ мм, находящаяся на расстоянии $h_{nr} = 10$ от верхней поверхности упругого слоя. Геометрическая модель MM соответствующего объекта представлена на рисунке 2. При расчете принято, что пьезоэлемент обладает свойствами пьезокерамики ПКР-8 [8], методика залания пьезоэлектрических свойств в ANSYS на языке APDL подробно обсуждается в работе [9]. Принято, что тестируемый упругий материал обладает свойствами стали: модуль Юнга E = 210 ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$, плотность $\rho = 7700$ кг/м³. Принято, что пьезоэлемент жестко присоединен к упругому слою и нижнее основание образца закреплено. Пьезоэлемент имеет два электрода, расположенных на боковых поверхностях пьезодатчика. На левый электрод подается импульс напряжения U(t), задаваемый формулой:

 $U(t) = \begin{cases} \sin(5 \cdot 10^{6} \cdot 2\pi t), 0 < t < 10^{-6} \\ 0, t > 10^{-6} \end{cases}$

а на правом электроде задается нулевое напряжение.



Рис. 1. Геометрическая модель объекта без дефектов



Рис. 2. Геометрическая модель объекта с порой

Далее строится конечно-элементная модель объекта. Пьезоэлектрическая среда 1 разбивается четырехузловыми электроупругими конечными элементами PLANE13, упругая среда 2 – четырехузловыми упругими конечными элементами PLANE182. Степенями свободы КЭ PLANE182 являются компоненты вектора упругих перемещений UX, UY, а для элемента PLANE13 добавлена третья степень свободы – узловые значения электрического потенциала [10]. Проводится нестационарный анализ, время окончания расчета выбрано равным 400 мкс.

В результате выполнения численных расчетов построены поля напряжений, возникающих в упругом слое после подачи импульса напряжения на электроды пьезоэлектрика. Полученные поля напряжений позволяют наглядно наблюдать за распространением волны в исследуемом образце. На рис. 3 и 4 представлены поля сдвиговых напряжений τ_{xy} в момент времени t = 22 мкс для материала без дефектов и материала, содержащего пору, соответственно.



Рис. 3. Поле напряжений в упругом слое без дефектов



Рис. 4. Поле напряжений в упругом слое с порой

По результатам проведенных исследований можно сделать ряд выводов. В ходе данной работы была построена конечно-элементная модель прохождения ультразвуковой волны в упругом материале. Было проведено моделирование обратного пьезоэлектрического эффекта по заданной разности потенциалов, приложенной к электродам пьезодатчика, вычислялись возникающие в пьезоактуаторе механические деформации, которые, в свою очередь, возбуждают механические напряжения и деформации в упругом слое. Были получены поля напряжений, возникающих в упругом материале без дефектов и в упругом материале, содержащем пору. Полученные поля для материала без дефектов и с дефектом сильно различаются. Это говорит о том, что время, за которое отраженный сигнал будет возвращаться к датчику, будет различным. Поэтому целью дальнейших исследований будет решение обратной задачи – вычислить возникающие на пьезоэлектрике напряжения по механическим деформациям пьезодатчика, которые вызовет отраженная волна. Это позволит вычислить время, за которое ультразвуковая волна вернется на датчик. Следует отметить, что на данном начальном этапе исследований полученная модель тестировалась на ненапряженном материале. Следующим шагом будет исследование предварительно напряженного материала, что позволит провести математическое моделирования явления акустоупругости в конструкционных материалах с помощью пьезоэлементов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 18-19-00413).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Benson R. W, Raelson V.J. Acoustoelasticity //Product Engineering. - 1959. - Vol. 30. - P. 56-59.

2. Alekseeva E. L. et al. A study of hydrogen cracking in metals by the acoustoelasticity method //AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing, 2017. – Vol. 1915. – No. 1. – P. 030001.

3. Belyaev A. K. et al. Investigation of the correlation between acoustic anisotropy, damage and measures of the stress-strain state //Procedia Structural Integrity. – 2017. – Vol. 6. – P. 201-207.

4. Ivanova Y. Non-destructive monitoring of tensile of mild steel samples by magnetic Barkhausen and ultrasonic methods //MATEC Web of Conferences. – EDP Sciences, 2018. – Vol. 145. – P. 05007.

5. ГОСТ Р. 52330-2005. Контроль неразрушающий //Акустический метод контроля механических напряжений. Общие требования. – 2007.

6. Никитина Н. Е. Акустоупругость. Опыт практического применения //Н. Новгород. – 2005. – Т. 208.

7. Semenov A. S. Symmetrization of the effective stress tensor for anisotropic damaged continua //St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics – 2017.–Vol. 3.–No. 3. – P. 271-283.

8. Наседкина А. А. Компьютерное моделирование многослойных пьезоизлучателей, взаимодействующих с акустической средой //Ростов-на-Дону, 2009. 35 с.: ил.

9. Наседкин А.В. О практической реализации некоторых этапов пьезоэлектрического анализа на ANSYS // Сб. тр. I конф. Пользователей программного обеспечения CAD-FEM GmbH (Москва, 25-26 апр. 2001 г.)/ Под ред. А.С. Шадского. М.: изд-во «Барс», 2002. С.427-433.

10. ANSYS. Mechanical APDL Element Reference. Rel. 15.0. /ANSYS Inc., 2013

МИГРАЦИЯ МАЛОУГЛОВЫХ ГРАНИЦ ЗЕРЕН ПОД ДЕЙСТВИЕМ НАПРЯЖЕНИЙ В МЕТАЛЛОМАТРИЧНЫХ НАНОКОМПОЗИТАХ С НАНОВКЛЮЧЕНИЯМИ ВТОРОЙ ФАЗЫ

В последние годы значительное внимание уделяется исследованию уникальных свойств нанокристаллических (НК) и ультрамелкозернистых (УМЗ) металлических материалов [1-3]. Известно, что данные свойства значительно зависят от механизмов пластической деформации подобных материалов, таких как скольжение решеточных дислокаций, двойникование, а также миграция границ зерен (ГЗ) под действием приложенного напряжения. При этом, наряду с термоактивированной миграцией ГЗ, атермическая миграция под воздействием внешней нагрузки может привести к росту зерен, и, следовательно, к деградации функциональных свойств НК и УМЗ материалов.

На данный момент достаточно широко изучены механизмы миграции ГЗ под действием внешнего приложенного напряжения в однородных НК и УМЗ металлических материалах. Однако, экспериментальному и теоретическому изучению НК и УМЗ композитных материалов, состоящих из металлической матрицы и нановключений (наночастиц) второй фазы, посвящен сравнительно небольшой ряд работ. Так, в недавних исследованиях [4,5] рассмотрено влияние керамических включений Al_2O_3 на стимулируемую внешним напряжением миграцию ГЗ а также рост зерен в нанокомпозитах на основе алюминия и его сплавов. Авторы отмечают, что в зависимости от условий эксперимента возможен как значительный рост зерен, так и практически полное его отсутствие. В работе [6] была изучена миграция ГЗ, вызванная действием растягивающей нагрузки в УМЗ сплаве $Al_3Mg_{0.2}Sc$, содержащем нановключения Al_3Sc . В ходе экспериментов наблюдалась массовая миграция малоугловых ГЗ, при этом большинство высокоугловых ГЗ не мигрировали.

Также существует несколько теоретических моделей стимулируемой напряжением миграции ГЗ в нанокомпозитах [4-8]. Однако, в данных работах либо не учитывается влияние тройных стыков границ зерен на процесс миграции, либо рассматривается миграция лишь возле одиночных изолированных нановключений.

Целью настоящей работы является более детальный теоретический анализ стимулируемой напряжением миграции малоугловых ГЗ в металлических нанокомпозитах, и изучение влияния на рассматриваемый процесс коллективных эффектов, создаваемых ансамблями нановключений с учетом влияния тройных стыков ГЗ.

Для описания миграции малоугловой границы наклона АВ под действием внешнего приложенного сдвигового напряжения будем использовать τ метод двумерной дислокационной динамики. Для простоты предположим, что сечения нановключений рассматриваемой плоскостью материала имеют квадратную форму и их количество перед фронтом мигрирующей малоугловой ГЗ АВ равно Р (рис. 1а). При описании процесса стимулируемой напряжением миграции рассмотрим случай низких гомологических что позволит пренебречь специфическими эффектами, связанными с температур. термоактивированной миграцией ГЗ, таких как диффузная аккомодация напряжений, создаваемых дисклинациями в тройных стыках. В рамках используемого метода будем полагать, что каждая дислокация, составляющая мигрирующую малоугловую ГЗ, движется только вдоль свой плоскости скольжения (оси x на рис. 1b). В таком случае, движение дислокаций может быть представлено с помощью зависимостей вида $x_i(t)$, где t – время, а x_i – координата *i*-ой дислокации.



Рис. 1 (а) Миграция границ зерен под действием внешней нагрузки в нанокомпозитном материале, состоящем из нанокристаллической или ультрамелкозернистой металлической матрицы и когерентных нановключений (общий вид). (b) Миграция малоугловой границы наклона AB возле нановключений (геометрическая схема)

Чтобы описать подобное движение дислокаций требуется рассчитать проекцию результирующей силы, действующей на *i*-тую дислокацию со стороны сдвигового напряжения и других дефектов системы, на ось *x* которая имеет вид:

$$F_{i} = b\tau + Db^{2} \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{N} \frac{(x_{i} - x_{k})[(x_{i} - x_{k})^{2} - (y_{i} - y_{k})^{2}]}{[(x_{i} - x_{k})^{2} + (y_{i} - y_{k})^{2}]^{2}} - Db\omega \left(\frac{x_{i}(y_{i} + L/2)}{x_{i}^{2} + (y_{i} + L/2)^{2}} - \frac{x_{i}(y_{i} - L/2)}{x_{i}^{2} + (y_{i} - L/2)^{2}}\right),$$
(1)

где $D = G/(2\pi(1-\nu)), L - длина \Gamma 3, а (x_i, y_i) - координаты$ *i*-той дислокации.

В зависимости от когерентности или некогерентности межфазных границ между матрицей нанокомпозита и нановключениями возможны два различных случая миграции рассматриваемой ГЗ. В некогерентом случае будем полагать наночастицы непроницаемыми для дислокаций. В когерентном случае наночастицы имеют тот же тип кристаллической решетки, что и матрица рассматриваемого материала (для простоты будем полагать их кубическими). Тогда, обозначим параметры кристаллической решетки матрицы и когерентых включений как a_{mt} и a_{np} соответственно. Различие между параметрами решетки включений и матрицы нанокомпозита приводит к возникновению дилатационной собственной деформации нановключений, которая описывается следующим выражением:

$$\varepsilon^* = \varepsilon^*_{xx} = \varepsilon^*_{yy} = \varepsilon^*_{zz} = (a_{np} - a_{mt})/a_{mt}, \qquad (2)$$

где ε_{xx}^* , ε_{yy}^* , и ε_{zz}^* – компоненты тензора собственной деформации в декартовой системе координат (*x*,*y*,*z*). Ансамбль когерентных нановключений, характеризующихся подобной собственной деформацией, создает упругие напряжения, которые действуют на *i*-тую

дислокацию мигрирующей ГЗ с силой $F_i^{np} = b\sigma_{ij}^{np}(x_i, y_i)$, где σ_{ij}^{np} – поле напряжений, создаваемых ансамблем наночатиц. Таким образом, в случае когерентных нановключений, проекция результирующей силы F_i^s , действующей на *i*-тую дислокацию, выражается как $F_i^s = F_i^{np} + F_i$. С учетом данного выражения уравнения движения дислокаций, составляющих мигрирующую ГЗ, имеют вид:

$$m\frac{d^{2}x_{i}}{dt^{2}} + \beta\frac{dx_{i}}{dt} = F_{i} + F_{i}^{np}, \quad i = 1, ..., N.$$
(3)

где $m = \rho b^2/2$ – масса дислокации, ρ – плотность материала, β – коэффициент вязкости. В случае некогерентных включений $F_i^{np} = 0$.

С помощью уравнений (1)-(3) было проведено численное моделирование миграции малоугловой ГЗ в металлическом композите, содержащем нановключения второй фазы. В результате выявлены три основных режима миграции малоугловых ГЗ. В первом, ограниченном, режиме миграция полностью останавливается нановключениями, а все дислокации, составляющие ГЗ, достигают равновесных положений. Во втором, смешанном, режиме некоторые сегменты движущейся границы удерживаются нановключениями, при этом остальный сегменты продолжают миграцию. В третьем, неограниченном, режиме все, незафиксированные включениями, сегменты движущейся ГЗ мигрируют на большие расстояния. Переходы между режимами осуществляются по мере возрастания сдвигового напряжения т и по достижении им критических значений.

Анализ полученных данных показал, что основным фактором, влияющим на рост критических значений напряжения τ , является увеличение объемной доли включений. Также, в обоих рассмотренных случаях, критическое напряжение τ_c уменьшается вместе с увеличением расстояния L_{inc} между включениями, а удаление наночастиц от исходного положения ГЗ перед началом миграции может как уменьшать, так и увеличивать критическое напряжение.

Полученные результаты о существовании неограниченного и смешанного режимов миграции хорошо согласуются с данными экспериментов [6], которые свидетельствует об интенсивной миграции малоугловых ГЗ в алюминиевых композитах с УМЗ структурой. При этом, высокоугловые ГЗ в деформируемом УМЗ композитах не мигрировали, что объясняется различием между структурами мало- и высокоугловых ГЗ. Малоугловые границы наклона имеют дискретную структуру, состоя из решеточных дислокаций, которые объединяются в стенки за счет минимизации их упругой энергии. В свою очередь высокоугловые ГЗ имеют непрерывную структуру и, как правило, представляют собой непрерывные прослойки между зернами. Соответственно, стимулируемая напряжением атермическая миграция высокоугловых ГЗ в НК и УМЗ металлах эффективно тормозится нановключениями.

ЛИТЕРАТУРА:

1. M. Dao, L. Lu, R.J. Asaro, J.T.M. De Hosson, E. Ma // Acta Mater. 55, 4041 (2007).

2. Y.T. Zhu, X.Z. Liao, X.-L. Wu // Progr. Mater. Sci. 57, 1 (2012).

3. Y. Estrin, A. Vinogradov // Acta Mater. 61, 782 (2013).

4. Y. Lin, H., Wen, Y. Li, B. Wen, E.J. Lavernia // Metallurgical and Materials Transactions B 45, 795 (2014).

5. Y. Lin, B. Xu, Y. Feng, E.J. Lavernia // Journal of Alloys and Compounds 596, 79 (2014).

6. K. Dám, P. Lejček // Materials Characterization 76, 69 (2013).

7. I.A. Ovid'ko, A.G. Sheinerman // Reviews on Advanced Materials Science 39, 99 (2014).

8. I.A. Ovid'ko, A.G. Sheinerman // Journal of Materials Science 50, 4430 (2015).

Е.А. Варшавчик^{1,2}, В.А. Полянский^{1,2}, А.А. Чеврычкина¹ ¹Институт проблем машиноведения РАН, ²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФФУЗИИ И ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДОРОДА В МЕТАЛЛАХ

Металлические конструкции давно нашли распространение для строительства сооружений, оборудования, транспорта и т.д. Поверхности материалов находятся в непосредственном контакте с коррозионной средой. Опасность в том, что повреждения металла, вызванные ростом концентрации водорода, микроскопические. Их не всегда удается распознать методами технического контроля. Это может стать причиной увеличения хрупкости, и, как следствие, дальнейшего разрушения конструкций.

Исследование заключается в моделировании процесса насыщения материалов водородом. Было проведено данное исследование с помощью приближенных аналитических решений [1-3]. Экспериментальным путем было обнаружено, что при насыщении водородом в газообразном водороде [4], в растворах электролитов при приложении разности потенциалов [5] и в соляных растворах [6] имеет место эффект пограничного слоя. Концентрация водорода заметно возрастает в тонком поверхностном слое материала, дальнейшая диффузия водорода в материал не существенна.

Одним из методов оценки энергий связи водорода в ловушках является метод термодесорбционных спектров. Экспериментальные данные были получены с промышленного анализатора водорода AB-1, использующего метод горячей вакуумной экстракции (рис. 1).

- 1. Образцы
- 2. Экстракционная система
- 3. Нагретая часть экстракционной системы
- 4. Нагреватель
- 5. Температурный контроллер

Рис. 1. Схема анализатора водорода АВ-1

На рис. 2 приведена экспериментальная зависимость плотности потока водорода от времени. Кривая имеет несколько экстремумов.



Рис. 2. Зависимость плотности потока водорода от времени

Для моделирования процесса была разработана программа на языке C++, основанная на алгоритме метода конечных элементов. Процесс описывался вторым законом Фика:

$$\frac{1}{D(T)}\frac{\partial C}{\partial t} = \Delta C; \ D = D_0 \exp\left(-\frac{U}{kT}\right),$$

где *С* – концентрация водорода, t – время, U – энергий связи молекул, k – постоянная Больцмана, T – температура среды.

Моделирование проводилось для цилиндрического образца диаметром 8 мм. Был рассмотрен случай, в котором начальная концентрация водорода являлась равномерной, и случай, в котором учитывался эффект пограничного слоя. Зависимости, схожие с экспериментальными (рис. 3), были получены только во втором случае.



Рис. 3. Аналитическая зависимость потока водорода от времени

Затем строились графики зависимости логарифма отношения скорости нагрева образца к температуре в квадрате от обратной температуры. Данные зависимости определялись для каждого экстремума при разных скоростях нагрева образца (рис. 4).



Рис. 4. Зависимость логарифма отношения скорости нагрева образца к температуре в квадрате от обратной температуры

По углу наклона данных зависимостей была посчитана энергия связи водорода. Данные значения с хорошей точностью совпали с экспериментальными. Это дает возможность полагаться на программное моделирование процесса.

Полученные результаты подтверждают присутствие поверхностного пограничного слоя водорода в образце при его насыщении стандартизированными методами. Данный эффект

необходимо учитывать при дальнейшем изучении процесса влияния водорода. По аналитическим зависимостям, полученных с помощью программного моделирования, возможно рассчитывать энергию связи водорода для различных материалов, что довольно трудно сделать экспериментальным путем.

Разработанная программа моделирует процесс диффузии и перераспределения водорода в образце, что затруднительно сделать экспериментальным путем.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (грант № 18-19-00160).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Omura T. et al. Effect of Surface Hydrogen Concentration on Hydrogen Embrittlement Properties of Stainless Steels and Ni Based Alloys //ISIJ International. – 2016. – Vol. 56(3). – P. 405-412.

2. Yagodzinskyy Y. et al. Hydrogen solubility and diffusion in austenitic stainless steels studied with thermal desorption spectroscopy //steel research international. – 2011. – Vol. 82(1). – P. 20-25.

3. Hadam U., Zakroczymski T. Absorption of hydrogen in tensile strained iron and high-carbon steel studied by electrochemical permeation and desorption techniques //International Journal of Hydrogen Energy. – 2009. – Vol. 34(5). – P. 2449-2459.

4. Yamabe J., Awane T., Matsuoka S. Elucidating the hydrogen-entry-obstruction mechanism of a newly developed aluminum-based coating in high-pressure gaseous hydrogen //international journal of hydrogen energy. – 2015. – Vol. 40(32). – P. 10329-10339.

5. Martinsson Å., Sandström R. Hydrogen depth profile in phosphorus-doped, oxygen-free copper after cathodic charging //Journal of Materials Science. – 2012. – Vol. 47(19). – P. 6768-6776.

6. E. L. Alekseeva et al. Boundary layer influence on the distribution of hydrogen concentrations during hydrogen-induced cracking test of steels // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. -2018. -Iss. 3. - P.43-57.

УДК 538.911, 535-34

Е.Д. Назарова¹, А.Е. Калмыков², А.В. Мясоедов² ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, ²Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН

ИССЛЕДОВАНИЕ МИКРОКАНАЛОВ В ДЕНТИНЕ ЗУБОВ ЧЕЛОВЕКА

Данная работа посвящена изучению структуры дентина зубов человека на микро- и нано-уровне в связи с его механическими свойствами [1]. Дентин обладает уникальными механическими свойствами благодаря своей сложной многоуровневой структуре [2, 3].

Изучение дентина является весьма актуальным, поскольку, с одной стороны, информация о микроструктуре дентина необходима для изготовления реставрационных материалов, используемых в стоматологии, т.к. механические свойства этих материалов должны быть максимально близки к свойствам твердых тканей зуба, на данный момент это не так. С другой стороны, это может стать хорошей моделью для изготовления современных композитов – биомиметиков, которые в свою очередь копируют структуру лучших природных материалов. Получение новых экспериментальных данных о структуре дентина способствует углубленному пониманию связи структуры с прочностными свойствами.

Для визуализации микроструктуры нами использованы методы просвечивающей электронной микроскопии (ПЭМ) и рентгеновская визуализация. Задача работы состояла в определении расположения микроканалов, а также в исследовании их распределения в неорганической матрице.

На рис. 1(*a*) представлена электронная микрофотография, демонстрирующая распределение дентинных микроканалов. Использованный нами метод подготовки образцов

в виде тонких фольг позволяет исследовать довольно большие области материала. В качестве количественной характеристики распределения выбран метрический параметр - расстояние до ближайшего соседа (РБС). На рис. 1(*b*) приведена гистограмма распределения РБС. Площадь границы пульповой камеры с дентином намного меньше площади внешней поверхности дентина, поэтому число микроканалов, проходящих через единицу площади и, соответственно, РБС непрерывно увеличивается от камеры к эмали зуба. В предположении, что вид гистограммы в этом случае не будет сильно зависеть от расположения исследуемого объема по высоте относительно пульповой камеры, при построении гистограммы по оси абсцисс отложено отношение измеренного РБС к его среднему значению. В процессе обработки данных, микроканалы, расположенные на периферии ПЭМ изображения не учитывались, поскольку ближайший по отношению к ним сосед мог оказаться вне изображения. Среднее РБС на выбранном расстоянии до эмали составило 5.5 мкм., среднеквадратичное отклонение – 1.0 мкм., то есть, ~20 % РБС, что говорит о значительной взаимной упорядоченности расположения микроканалов.

Таким образом, методом ПЭМ впервые получены статистические данные об относительном взаимном расположении микроканалов в дентине. Показано, что микроканалы расположены относительно равномерно, среднеквадратичное отклонение расстояния до ближайшего соседа составляет 20% от среднего РБС.

Виртуальный 3D-объект, полученный при помощи программы Амира, можно наблюдать, поворачивая его как целое вокруг трех осей; визуализировать срезы вдоль выбранных плоскостей или перспективные виды.

На рис. 2 представлены реконструированные изображения внутренней структуры образца дентина. Предварительно выполненные количественные оценки вкладов трех масштабных уровней дентина в коэффициенты поглощения и преломления рентгеновского излучения позволяют быть уверенными в том, что самый ощутимый вклад дают именно микроканалы. Поэтому все особенности наблюдаемой картины обусловлены ими. На схеме образца (рис. 2.*b*) красные стрелки направлены из точек зрения, с которых ведется наблюдение за виртуальным объектом. Распределение линейных контрастов в нем изменяется в зависимости от точки зрения.

Можно утверждать, что линейные контрасты показывают направления дентинных каналов, однако не содержат информации о структуре самих каналов. На рис. 2.*a* и 2.*d* верхняя и нижняя границы изображения соответствуют основным поверхностям образца. На рис. 2.*c* взгляд наблюдателя направлен со стороны одной из основных поверхностей.



Рис. 1. (*a*) ПЭМ изображение дентинных микроканалов. (*b*) Гистограмма РБС по результатам обработки *N* = 167 изображений микроканалов



Рис. 2 (*a*, *c*,*d*) реконструированные изображения внутренней структуры образца дентина, полученные на рентгеновской микротомографии. (*b*) Красными стрелками обозначены направления наблюдения. Линейные контрасты соответствуют направлениям каналов



Рис. 3. ПЭМ изображение (*a*) – образования сателлитных трещин, проходящих через находящийся рядом с магистральной трещиной каналец; (*b*) – трещины, проходящей от свободной поверхности в глубь образца через каналец

Таким образом, были визуализированы направления дентинных каналов в зубах человека, а также получены статистические данные об их взаимном расположении. На данный момент все результаты данной работы получены впервые и данная работа не имеет аналогов. На данном этапе по результатам выполненной 3D реконструкции можно утверждать, что дентинные каналы расположены в плоскости (объеме) зуба веерообразно, а дентинные каналы расположены взаимно-упорядоченно относительно друг друга. Анализ ПЭМ результатов (рис. 3) показал, что микроканалы расположены относительно равномерно,

среднеквадратичное отклонение расстояния до ближайшего соседа составляет 20%. Определена плотность дентинных канальцев, которая находится на уровне 20 000 на квадратный миллиметр. Проведено сравнение между средним наименьшим расстоянием до ближайшего соседа для наблюдаемого случая и случая равномерного заполнения площади гексагональным плотноупакованным образом при данной плотности.

Также нами были исследованы трещины в образцах дентина. Было визуализировано расположение магистральной трещины в образце и исследован результат разрушения образца в процессе подготовки, зафиксирован механизм, тормозящий развитие трещины с образованием мостика. Связь развития трещины с дентинными каналами пока не изучена и требует дальнейших исследований. Результатами данной работы являются определение расположения каналов в дентине в 2D и 3D измерениях.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Д.В. Зайцев, С.С. Григорьев, П.Е. Панфилов «Природа прочности дентина и эмали зубов человека», М-во образования и науки РФ, Урал. федер. ун-т им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Ин-т естеств. наук и математики. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2017. – 173 с.

2. Nalla R.K., Kinney J.H., Ritchie R.O. Effect of orientation on the in vitro fracture toughness of dentin: the role of toughening mechanisms // Biomaterials. – 2003. – V.24, № 22. – P. 3955-3968.

3. Koester K.J., Ager J.W. III, Ritchie R.O. The effect of aging on crack-growth resistance and toughening mechanisms in human dentin // Biomaterials. – 2008. - V. 29, № 10. – P. 1318-1328.

УДК 539.422.22

Ю.С. Седова Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого Институт проблем машиноведения РАН

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛИ НЕДЕ К ОПИСАНИЮ РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ, СОДЕРЖАЩИХ ВОДОРОД

В последнее время проводится широкая исследовательская работа по изучению механизма водородного охрупчивания. Это явление представляет собой серьезную проблему для многих отраслей промышленности, в особенности нефтегазовой и строительной. В водородной среде заметно снижаются показатели прочности и пластичности материала, ударная вязкость, изделия приходят в неработоспособность при существенно меньших нагрузках, нежели не содержащие водород аналоги. Особенно сильно подверженными водородному охрупчиванию оказываются материалы с повышенными показателями прочности, что вносит значимые поправки в области применения высокопрочных сталей, а также сплавов титана и никеля, все шире применяемых в современных конструкциях. Насыщение водородом, как правило, происходит при выплавке металла, при повышенных температурах термообработки (наличие в шихтовый материалах или лигатуре воды), при гальванизации или его нахождении в коррозионной среде.

Исследованию влияния водорода на механические свойства металлов посвящено большое количество работ, и на настоящий момент предлагается несколько подходов к описанию явления водородного охрупчивания. Наибольшую популярность имеет механизм, основанный на идее усиленной водородной декогезии. Такая модель была впервые выдвинута Varias A.G. и Massih A.R. [1] и получила впоследствии название HEDE (hydrogen enhanced decohesion). Ее механизм основан на том, что межузельный водород, находящийся в металле, расширяет его кристаллическую решетку, тем самым понижая прочность сцепления

атомов. Вслед за этим уменьшается величина энергетического барьера разрушения. Последнее в свою очередь влечет раздробление зерна или декогезию (расслоение).

Очевидно, что наблюдаться такой эффект должен вблизи концентраторов напряжений – в областях с высоким значением коэффициента интенсивности напряжений. Ими могут выступать, например, выточки, отверстия или канавки, острые переходы, а также вершины трещин или надрезов. Механизм НЕDE утверждает, что наличие водорода приведет к тому, что в таких областях критическое значение коэффициента интенсивности напряжений окажется ниже уровня локального напряжения, вызванного действием прикладываемой нагрузки. Таким образом, вводится понятие критической концентрации водорода, по достижении которой величина критического напряжения, требуемого для развития трещины, становится равной прикладываемому напряжению, в результате чего происходит разрушение образца.

Довольно часто проведении численного эксперимента, при посвященного проблематике водородного охрупчивания, исследователи применяют трехэтапный процесс конечно-элементного моделирования. Он состоит из 1) структурного анализа напряжений, 2) рассмотрения диффузии водорода и 3) исследования когезионных напряжений. Последнее связано с моделированием в исследуемом образце когезионной зоны (cohesive zone modeling, CZM). Как правило, в таких работах рассматривается стержень из высокопрочной стали, моделируемый в виде двумерной прямоугольной области, по которой равномерно распределяют водород. Что важно - в ней изначально предполагается наличие трещины, вершина которой представляется в виде округлого включения, и рассматривается ее развитие, оканчивающееся разрушением образца. Нагружение модели определяется приложением одноосной растягивающей нагрузки

Первая, структурная часть исследования заключается в анализе напряжений с использованием критерия текучести Мизеса, а также закона изотропного деформационного упрочнения. Затем в диффузионной части эксперимента применяются классические уравнения диффузии, то есть первый и второй законы Фика. Особый интерес представляет анализ когезионных напряжений. Модель НЕDE предполагает здесь наличие нелинейной зависимости внутреннего потенциала от величины напряжений и от концентрации водорода. В большинстве исследований, как, например, это сделано в работах Y.F. Wang и др. [2], а также L. Jemblie и др. [3], помимо зависимостей коэффициента интенсивности напряжения и критического разделения с энергией, требуемой для полного разделения связных поверхностей, вводится в рассмотрение закон связывания-разделения (traction separation law). Он включает в себя зависимость, которая была предложена S. Serebrinsky и др. [4] на основании предположений D.E. Jiang и E.A. Carter [5]:

 $\gamma(\theta) = (1 - 1.0467\theta + 0.1687\theta^2)\gamma(0) \tag{1}$

$$\theta = \frac{c}{c + \exp(-\Delta g_b^0 / RT)}$$
(2)

$$\sigma(\theta) = (1 - 1.0467\theta + 0.1687\theta^2)\sigma(0)$$
(3)

Здесь (1) отображает связь водорода *с* и поверхностной энергии в случае наличия $\gamma(\theta)$ и в отсутствии водорода $\gamma(0)$. В уравнении (2) Δg_b^0 представляет собой разность свободной энергии Гиббса в насыщенном водородом и не содержащим его металле. Беря во внимание соотношения (1) и (2), а также учитывая уменьшение влияния водорода на энергию разрушения, исследователи вывели основное соотношение (3), связывающее величину критического напряжения $\sigma(\theta)$ с концентрацией водорода в образце.

Опираясь на вышеописанную процедуру, можно смоделировать изменение механических свойства материала, вызванное наличием в нем водорода, а также добиться развития инициированной трещины вплоть до его разрушения. С помощью механизма

HEDE, реализуемом в конечно-элементном эксперименте, исследователи рассчитывают величину критической концентрации водорода и время начала разрушения в зависимости от радиуса включения (наконечника трещины) и устанавливают связь между начальным уровнем нагружения образца и концентрацией водорода в нем.

Вместе с тем, модель усиленной водородной декогезии обладает рядом существенных недостатков и неопределенностей. Прежде всего, необходимо отметить, что НЕDE предполагает развитие уже зарожденной в материале трещины. Без ее начального инициирования механизм модели не реализуется. Кроме того, во всех работах, использующих данный подход, развитие трещины начинается с центральной части образца. Обосновывается это тем, что, по результатам исследований микроструктуры разрушенных высокопрочных изделий, именно вблизи центра размер включений и их количество были заметно больше. Однако, изменения в микроструктуре могут быть связаны не с водородом, а с напряжениями, возникающими во время травления. Согласно результатам проведенных исследований [6, 7, 8], при стандартной технологии травления величина концентрации водорода внутри металла совпадает с фоновым значением.

Помимо этого, стоить обратить внимание на равномерное распределение водорода по всему стержню. Экспериментально установлено, что такое предположение не соответствует действительности [6-10]. Водород проникает лишь в тонкий поверхностный слой материала (до 150 мкм). И, наконец, большие сомнения вызывает применение в данной модели зависимостей (1)-(3). Выведенный S. Serebrinsky закон является чисто эмпирическим, более того, он берет за основу аппроксимацию, предложенную в работе [5], которая так и не была опубликована. Фундаментальных исследований, посвященных данной зависимости проведено не было, поэтому закон нельзя считать всеобщим для металлов. Кроме того, применение в подобного рода задачах зависимостей с коэффициентами, имеющими большое количество значащих цифр после запятой, крайне нецелесообразно.

Таким образом, выявленные недостатки и неточности позволяют нам заключить, что механизм усиленной водородной декогезии HEDE не является пригодным для описания влияния наличия водорода в материале на изменение его механических свойств. Явление водородного охрупчивания по-прежнему нуждается в разработке модели, не требующей исходных утверждений о наличии дефектов и их распределении.

Работа осуществлена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 18-19-00160).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Varias A.G., Massih A.R. Simulation of hydrogen embrittlement in zirconium alloys under stress and temperature gradients / Journal of Nuclear Materials. – 2000. – №279(2-3). – C. 273–285.

2. Wang, Y.-F. [и др.] Failure analysis of pre-stressed high strength steel bars used in a wind turbine foundation Experimental and FE simulation / Materials and Corrosion. -2015. – N_{0} 67(4). C. 406-419.

3. Jemblie L. [и др.] Cohesive zone modelling of hydrogen induced cracking on the interface of clad steel pipes / International Journal of Hydrogen Energy. – 2017. – №45(47). – С. 28622-28634.

4. Serebrinsky, S., Carter, E.A., Ortiz, M. A quantum-mechanically informed continuum model of hydrogen embrittlement / Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2004. – № 52(10). – C. 2403–2430.

5. Jiang, D.E., Carter, E.A. First principles assessment of hydrogen embrittlement in Fe and Al crystals. Not published.

6. Alekseeva, E.L. [μ др.] Boundary layer influence on the distribution of hydrogen concentrations during hydrogen-induced cracking test of steels / Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. $-2018. - N_{\odot} 3. - C. 43-56.$

7. Omura, T. [и др.] Effect of surface hydrogen concentration on hydrogen embrittlement properties of stainless steels and Ni based alloys / ISIJ International. – $2016. - N_{2} 56(3). - C. 405-412.$

8. Yagodzinskyy, Y. [и др.] Hydrogen solubility and diffusion in austenitic stainless steels studied with thermal desorption spectroscopy / Steel research international. – 20011. – N_{2} 82(1). – C. 20-25.

9. Hadam, U., Zakroczymski, T. Absorption of hydrogen in tensile strained iron and high-carbon steel studied by electrochemical permeation and desorption techniques / International Journal of Hydrogen Energy. $-2009. - N_{\odot} 34(5). - C. 2449-2459.$

10. Martinsson, A., Sandström, R. Hydrogen depth prole in phosphorus-doped, oxygen – free copper after cathodic charging / Journal of Materials Science. – 2012. – № 47(19). – C. 6768-6776.

УДК 620.179.162

А.Р. Галяутдинова, Д.А. Третьяков Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ДИАГНОСТИКА КЕРНОВ ИЗ НЕФТЕСОДЕРЖАЩИХ ПОРОД МЕТОДОМ АКУСТОПОВРЕЖДЕННОСТИ

Изучение внутренних напряжений, структуры, и характера повреждений кернов из нефтесодержащих пород является одной из наиболее распространенных практик в разведке нефтяных месторождений, поскольку позволяет предсказать последствия бурения и гидроразрыва пласта.

Определение петрофизических свойств добытых из скважин пород, главным образом их пористости и плотности, осуществляется путем электромагнитных, радиографических, механических и других методов контроля. Акустические способы исследования упругих свойств горных пород являются одними из наиболее распространенных в нефтеразведке.

Можно выделить два основных объекта геофизических акустических исследований. Это, во-первых, сам разрез скважины и, во-вторых, извлекаемые из нее образцы породы цилиндрической формы (керны).

Основным методом акустического контроля, реализуемым непосредственно в открытом стволе поисковой скважины, является акустический каротаж [1,2]. Он заключается в возбуждении в жидкости, заполняющей скважину, упругих колебаний частотой 10-75 кГц и регистрации волн на заданном расстоянии от излучателя с помощью электроакустических преобразователей. В результате каротажа анализируется структура пласта и его петрофизические характеристики на различной глубине от поверхности.

Лабораторные исследования свойств кернов из нефтесодержащих пород сопряжены с проблемой определения в них концентрации микропор и трещин. Полученные гомогенизированные интегральные характеристики кернов после ультразвукового контроля или результаты их послойного сканирования после томографии используются в моделировании напряженно-деформированного состояния породы в скважине на глубине нескольких километров в условиях всестороннего сжатия [3].

Одним из параметров неразрушающего контроля кернов является акустическая анизотропия [4]. Она является показателем различного характера распространения упругих волн в среде вследствие напряженного состояния [5], растрескивания [6] и других факторов.

Можно выделить два подхода к исследованию акустической анизотропии в твердых породах. Первый – это акустополяризационный метод, разрабатываемый преимущественно группой Ф.Ф. Горбацевича из Геологического института КНЦ РАН [7]. Он представляет собой аналог оптического поляризационного метода и основан на сравнении амплитуд фаз колебаний с использованием соотношений, полученных для модели поперечно-изотропной среды. Основной проблемой в широком использовании данного метода является возможность получения только качественного характера упругой анизотропии в геологических средах со сложной структурой [8].

Второй подход основан на исследовании акустической анизотропии в терминах метода акустоупругости, разработанного для неразрушающего контроля напряженного состояния конструкционных материалов [5,6]. Акустическая анизотропия в этом случае определяется путем измерения фазового сдвига между скоростями объемных поперечных волн взаимно ортогональной поляризации. Развитием данного подхода в случае изучения структурной анизотропии и дефектов (микропор и трещин) стал метод акустоповрежденности [6]. В рамках данного метода были получены соотношения, связывающие главные значения тензора поврежденности второго ранга с акустической анизотропией и скоростями ультразвуковых волн, что может быть использовано для оценки пористости и концентрации трещин в геологических образцах. Ранее данный метод был применен для диагностики проката [6], монокристаллических материалов на никелевой основе [9], промышленных заготовок из наноструктурированного карбида кремния [10] и других конструкций.

Данная работа посвящена изучению анизотропии упругих свойств кернов с помощью основной технологии, реализуемой в методе акустоповрежденности – способе построения угловых диаграмм акустической анизотропии [6].

Для апробации метода были проведены ультразвуковые измерения акустической анизотропии в керне, извлеченном в результате нефтеразведки с глубины 4 км. Для исследования анизотропии в различных сечениях, керн был разрезан на три части в соотношении 1:2:3. Так было получено три цилиндрических образца, толщины которых были измерены с помощью микрометра и составили 12.5, 22.5 и 31.5 мм. Образец с наименьшей толщиной имел №1, с наибольшей – №3 (рис. 1).

Каждый из полученных образцов был исследован на акустическую анизотропию, которая измерялась согласно стандартной формуле (1), используемой в методе акустоупругости [5]:

$$\Delta a = 2(t_2 - t_1)/(t_1 + t_2), \qquad (1)$$

где t_1 и t_2 – временные задержки между импульсами поперечных волн взаимно ортогональной поляризации.

Прецизионные измерения акустической анизотропии производились для различных направлений поляризации системы из взаимно ортогональных поперечных волн двумя датчиками, осуществляющими с помощью пьезоэлектропреобразователей излучение и прием волн с частотой 2.5 МГц. Пример одного из датчиков представлен на рис. 2. Исследовались направления поляризации, отстоящие друг от друга на равные углы с шагом 22.5°. Для совмещения полной картины анизотропии во всех трех образцах перед разрезанием керна они были отцентрованы относительно одного направления с начальным углом 0°.



Рис. 1. Исследуемые образцы из керна, добытого из скважины с глубины 4 км



Рис. 2. Ультразвуковой датчик 5 МГц для измерения акустической анизотропии

Семейство полученных угловых диаграмм акустической анизотропии, построенных согласно способу, описанному в работе [6], представлено на рис. 3. Видно, что угловые

диаграммы неодинаковы как по величине, так и по своей форме. Это говорит о том, что анизотропия свойств керна меняется по толщине нелинейным образом, и для каждого нового сечения направление ее ориентации смещается относительно предыдущего. Данное свойство также отражается на характере угловых диаграмм для скоростей поперечных волн, представленных на рис. 4.



Рис. 3. Угловые диаграммы акустической анизотропии в различных сечениях керна



Рис. 4. Анизотропия скоростей распространения поперечных волн в различных сечениях керна

Полученные результаты говорят о возможности наряду с качественной картиной получать количественные показатели анизотропии свойств кернов в различных направлениях с помощью угловых диаграмм акустической анизотропии. Важным практическим результатов исследований является возможность интерполяции характера анизотропии во всем керне путем анализа диаграмм в промежуточных сечениях.

Результаты исследования могут быть использованы в неразрушающей ультразвуковой диагностике нефтесодержащих пород с помощью метода акустоповрежденности.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 18-19-00413).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Борисов Г. А. и др. Применение плотностного и поляризационного акустического каротажа для оптимизации гидравлического разрыва пласта //Нефтяное хозяйство. – 2009. – №. 9. – С. 98-101.

2. Уточкин Ю. В., Кубарев В. Г., Губина А. И. Уточнение структуры месторождения на основе анализа азимутальной анизотропии //Теория и практика нефтяной геофизики. – 2013. – С. 153-160.

3. Марков П. В., Родионов С. П. Использование моделей микроструктуры пористой среды при расчете фильтрационных характеристик для гидродинамических моделей //Нефтепромысловое дело. – 2015. – №. 11. – С. 64-75.

4. Hughes D. S., Kelly J. L. Second-order elastic deformation of solids //Physical Review. – 1953. – Vol. 92 (5). – P. 1145-1159.

5. Никитина Н. Е. Акустоупругость. Опыт практического применения //Н. Новгород: Талам. - 2005.

6. Alhimenko A.A. et al. Propagation of acoustic waves during the control of hydrogen-induced destruction of metals by the acoustoelastic effect //2018 Days on Diffraction (DD). – IEEE, 2018. – P. 11-16.

7. Ковалевский М. В. и др. Акустополяризационные измерения упругоанизотропных свойств метаморфизованных пород по разрезу немецкой сверхглубокой скважины КТВ //Геофизический журнал. – 2012. – №. 34,№ 2. – С. 36-45.

8. Горбацевич Ф. Ф. и др. Результаты изучения образцов метаморфических пород акустополяризационным методом //Акустический журнал. – 2014. – Т. 60. – №. 2. – С. 204-204.

9. Семенов А.С. и др. Акустическая анизотропия монокристаллических никелевых суперсплавов // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики. – 2018. – С. 1254-1262.

10. Галяутдинова А.Р., Беляев А.К., Смирнов С.А., Третьяков Д.А. Неразрушающий контроль ответственных конструкций в атомной и термоядерной энергетике методом акустоповрежденности // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики. – 2018. – С. 1075 - 1081

А.М. Бурцев

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИВИЗНЫ КРИСТАЛЛА ПО ДИСКРЕТНЫМ ОРИЕНТИРОВКАМ ДЛЯ ОТОБРАЖЕНИЯ СУБСТРУКТУРЫ

Введение. Метод дифракции обратно рассеянных электронов (EBSD) [1,2] все более широко используется для количественного структурного анализа т.к. он сочетает в себе панорамное отображение строения материала и приемлемую разрешающую способность. EBSD анализ проводится с заданным шагом в узлах регулярной виртуальной сетки, где относительно лабораторной системы координат определяются локальные ориентировки кристаллической решетки, каждая из которых может выражаться унитарной матрицей, дуальным вектором либо тройкой углов Эйлера $\{\varphi_1, F, \varphi_2\}$. При этом удается четко выявить лишь границы между зернами поликристалла с углом разориентировки $\theta > 10^\circ$ и субграницы с $\theta > 2^{\circ}$. Вместе с тем, локальные разориентировки с меньшими углами выявить не удается, причем это ограничение усугубляется в сильно деформированных материалах с повышенной плотностью дислокаций (p>10¹⁰ см⁻²). Для решения проблемы в работах [3,4] было предложено отображать не сами ориентировки, а их градиент, т.е. кривизну решетки, более чувствительную к структурным особенностям. Простая процедура дифференцирования дискретных векторов, применимая к EBSD данным, была ранее предложена в работе [5]. Следуя анализу, проведенному в [4], в настоящей работе предпринята попытка выявления малоугловых границ, сформированных вблизи стыков зерен в технически чистой меди в результате малой (5%) пластической деформации. В качестве исходного исследовалось рекристаллизованное (700°С, 1 час) состояние материала.

Цель работы. Целью данной работы является строгое вычисление тензора кривизны **К** кристалла с помощью дискретного градиента [5] в каждой точке EBSD по ориентировкам ближайших соседних точках и скалярных инвариантов этого тензора для выявления малоугловых границ деформационного происхождения. Оставляя пока в стороне фильтрацию шума в отображении структуры, на данном этапе работы необходимо было разработать процедуру ввода первичных приборных данных EBSD и убедиться, что получаемые карты кривизны решетки соответствуют стандартным ориентационным картам структуры.

Алгоритм метода. Пусть локальные ориентировки характеризуются векторами, которые определены в изолированных точках:

координатная матрица

$$\boldsymbol{R} = \{\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r}_3, \dots \boldsymbol{r}_n\} \tag{1}$$

матрица ориентировок

$$V = \{V_1, V_2, V_3, \dots V_n\}.$$
 (2)

Тогда, согласно работе [5], градиент ориентировки $K = \nabla V$ выражается как:

$$\boldsymbol{K} = \sum_{i} \boldsymbol{g}_{i} \otimes \boldsymbol{V}_{i} \,, \tag{3}$$

где
$$\boldsymbol{g}_i = \left(\sum_i \boldsymbol{r}_i\right) * \left(\sum_i \boldsymbol{r}_i \otimes \boldsymbol{r}_i\right)^{-1}$$
 (4)

В случае EBSD все точки анализа расположены в одной плоскости, тогда как определяемые вектора V_i имеют 3 компоненты. Поэтому для разрешимости проблемы необходимо ввести в рассмотрение трехмерные массивы (рис. 1):



Рис. 1. Введенные в рассмотрение трехмерные массивы (геометрическое толкование)



Рис. 2. Ориентационная EBSD карта (а) и карты кривизны для исходного состояния меди





Для отображения тензора *К* на плоскости с помощью градиента цвета необходима та или иная скалярная функция от *К*. В работе [5] используется следующие два инварианта:

$$K_1 = (K:K)^{1/2}$$
(5)

$$K_2 = K \colon I = Sp(K) = \nabla \cdot V, \tag{6}$$

где *I* – единичный тензор. Для удобства обработки при помощи программного кода, EBSD данные преобразуются к прямоугольной сетке, а для каждого узла в локальной области дифференцирования используется координатная матрица

$$R^* = \begin{cases} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ z_1 - \Delta & z_2 - \Delta & z_3 - \Delta & z_4 - \Delta & z_1 + \Delta & z_2 + \Delta & z_3 + \Delta & z_4 + \Delta \end{cases}$$

и матрица соответствующих ориентировок:

(8)

(7)

	(V_x^1)	V_x^2	V_x^3	V_x^4	V_x^1	V_x^2	V_x^3	V_x^4)
V * =	$= \left\{ V_y^1 \right\}$	V_y^2	V_y^3	V_y^4	V_y^1	V_y^2	V_y^3	V_y^4
	(V_z^1)	V_z^2	V_z^3	V_z^4	V_z^1	V_z^2	V_z^3	V_z^4)

Результаты. На рис. 2(а) и 3(а) показаны стандартные ориентационные карты EBSD для исходного и деформированного состояний, соответственно, где отчетливо выявляются большеугловые границы зерен и двойников, но элементы субструктуры с малоугловыми границами остаются невидимыми. Отвечающие этим отображениям карты кривизны, полученные в данной работе, показаны на рис. 2(б) и 3(б). Во-первых, они правильно воспроизводят форму структурных элементов, определенную стандартным методом, что подтверждает адекватность процедур ввода данных EBSD и их дифференцирования. Вовторых, что и требовалось, они выявляют в этих элементах субструктурные источники кривизны (в частности границы). Очевидно, для количественного анализа малоугловыцх границ на этих картах понадобятся специальные процедуры подавления шума, что является целью дальнейшей работы.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Sun S, Adams BL, King WE. Phil. Mag. 2000, A80, 9-25.

2. El-Dasher BS, Adams BL, Rollett AD. Scripta Mater. 2003, 48, 141-145.

3. Рыбин В.В. Большие пластические деформации и разрушение металлов. Москва, 1986 г.

4. A.A. Zisman. Choice of scalar measure for crystal curvature to image dislocation substrure in terms of discrete orientation data, Journal of the Mechanical Behavior of Materials, 2016

5. A.A. Zisman, N.Y. Ermakova, Deformation and stiffness of finite element with no assumed interpolation for bulk velocity field, Journal of the Mechanical Behavior of Materials, 2006.

СЕКЦИЯ «МЕХАНИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ»

УДК 539.421

Д.Г. Васильева^{1,2}, Д.С. Михалюк² ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ²Акционерное общество «Центр инженерно-физических расчетов и анализа»

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ УСТАЛОСТНОГО РОСТА ТРЕЩИНЫ ПОД ВЛИЯНИЕМ ОСТАТОЧНЫХ СВАРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Введение. Создание современных конструкций и оборудования в атомной, судостроительной и иных отраслях промышленности не может обходиться без применения сварных соединений. Процесс сварки влечет за собой температурные остаточные напряжения и деформации, связанные с перепадом температур при наплавлении металла. Данное явление может приводить к образованию дефектов в теле шва. С другой стороны, конструкции со сварными соединениями склонны к разрушению под действием циклических нагрузок, что обусловлено зарождением и ростом трещин.

Цель работы. Целью данного исследования является создание универсального алгоритма для моделирования траектории усталостного роста трещины в поле остаточных сварных напряжений (ОСН) и определения остаточного ресурса конструкции.

Трещины математически рассматриваются как поверхности разрыва перемещений в недеформированном теле, ограниченные некоторой гладкой линией – контуром трещины.

Из решения различных задач и из опытов известно, что наличие резких изменений формы поверхности тела может приводить к значительным местным напряжениям, быстро затухающим по мере удаления от данной зоны. При расчете на прочность элементов конструкций и сооружений с трещинами важен учет распределений напряжений в окрестности вершины трещины, так как именно эта область является местом создания наибольшей концентрации напряжений и исходной точкой вероятнейшего дальнейшего разрушения. Для анализа поля напряжений в вершине трещины применяется теория механики разрушения.

На первом этапе произведен расчет поля остаточных напряжений в рамках связанной термомеханической задачи, моделирующей процесс сварки многопроходного стыкового сварного соединения (рис. 1(а)).



.279E+09 -.149E+09 -.111E+09 .241E+09 .371E+09 .501E+09 .632E+09 .892E+09

Рис. 1. Поле ОСН, полученное при решении связанной термомеханической задачи, на модели без дефекта (а), на модели с трещиной (б)

Второй этап заключался во внесении в поле ОСН, полученном на предыдущем шаге, трещины. Из рис. 1 (б) видно, что в области трещины происходит локальное перераспределение напряжений, но общая картина поля напряжений не меняется. Для анализа распространения усталостной трещины применяется комбинация уравнений линейной механики разрушения и теории усталостной прочности.

Коэффициенты интенсивности напряжений (КИН) в вершинах трещины вычисляются с помощью асимптотического метода экстраполяции (рис. 2) [1].



Рис. 2. Линейная экстраполяция

На основании принципа суперпозиции самый общий случай полей деформаций и напряжений у вершины трещины можно получить путем взаимного наложения напряжений трех типов частных деформаций.

Например, для трещины I типа (трещина нормального отрыва) КИН рассчитывается по формуле:

$$K_{I} = \frac{2\mu\sqrt{2\pi}}{(\kappa+1)\sqrt{L}} \frac{8\nu\left(\frac{L}{4}\right) - \nu(L)}{3},$$

где для плоского деформированного состояния: $\kappa = 3 - 4\nu$.

Для трещины типа II (трещина поперечного сдвига) КИН вычисляется аналогично, только со значениями поперечных деформаций.

Важной задачей при анализе распространения трещин являются определение направления их развития. Направление развития трещины определяется на основе одного из критериев:

- максимальных растягивающих окружных напряжений;

- максимума интенсивности освобождения упругой энергии;

- максимума потока энергии (критерий *J*-интеграла).

В рамках данной задачи рассмотрено вычисление угла поворота трещины, исходя из критерия максимума потока энергии.

Анализ усталостного распространения трещины традиционно основывается на законе Пэриса. В данной работе применяется модифицированный закон Пэриса [2]:

$$\frac{da}{dN} = C \left(\frac{K_{max} - K_{min}}{1 - \lambda \cdot r}\right)^m,$$

где K_{max} – КИН при растяжении, K_{min} – КИН при сжатии, C – коэффициент принимаемый 10^{-13} мм, m = 3.1, r – коэффициент асимметрии цикла; $\lambda = \begin{cases} 0.36 \text{ при } 0 \le r < 1 \\ 0.72 \text{ при } r < 0 \end{cases}$.

Преимущество в использовании модифицированного закона состоит в учете сжимающей части цикла при вычислении пророста трещины [3].

На основе вышеуказанных теоретических основ разработан алгоритм моделирования распространения трещины, представленный на рис. 3.



Результаты. Разработан программный код (макрос) на параметрическом языке APDL (ANSYS Parametric Design Language), соответствующий алгоритму, представленному на рис. 3. Данный макрос позволяет производить перенос остаточных напряжений с исходной модели (результат решения термомеханической задачи) на новую с наличием внутреннего дефекта. На каждом шаге пророста трещины происходит адаптивное перестроение геометрии и конечно-элементной сетки. Макрос включает в себя моделирование усталостного роста трещины в поле остаточных напряжений и вычисляет ее дальнейшее направление с различной величиной прироста в зависимости от величины КИН.

В зависимости от величины размаха КИНов, рост может осуществляться с одного конца или же с двух. Если в процессе роста размах КИНов в одном из концов трещины уменьшается и становится отрицательным, то соответствующий конец останавливается, при этом противоположный может расти дальше. При увеличении циклов нагружения возможно увеличение значения размаха в остановившемся конце и запуск его распространения дальше. Разработанный программный код выполняется автоматически и может применяться для геометрии шва любой формы, также возможен запуск роста нескольких трещин.

ЛИТЕРАТУРА:

1. В.З. Партрон, Е.М. Морозов. Механика упругопластического разрушения. - М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 504 с.

2. К.Е. Садкин [и др.]. Исследование циклической трещиностойкости высокопрочных сталей для оценки ресурса конструкций глубоководной техники. Вопросы материаловедения. – 2015. – вып.3 – с.197-208.

3. В.И. Нигматуллин, О.М. Палий, О.Г. Рыбакина. Экспериментальная оценка влияния сжимающих напряжений на циклическую трещинностойкость конструкционных материалов. Труды Крыловского государственного научного центра. – 2019. – вып.359 – с.61-68.

П.М. Григорьева Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого Институт проблем машиноведения РАН

ВЫБОР МОДЕЛИ ДИФФУЗИИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТРАНСПОРТА ВОДОРОДА ИЗ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ ПОД ВЛИЯНИЕМ МЕХАНИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

Наличие водорода в высокопрочных сталях, используемых в различных областях промышленности, в частности, в машиностроении и изготовлении нефте- и газпроводов, критически влияет на свойства таких материалов. Эксперименты показывают, что даже малые концентрации водорода сильно меняют прочность сталей, а предельно-допустимые концентрации водорода в современных сплавах примерно в 50-100 раз ниже, чем в традиционных. Недавние экспериментальные работы открыли механизм диффузии водорода в стали из внешней среды: она проходит неравномерно, и на поверхности образца образуется тонкий наводороженный слой, дальше которого водород в материале практически отсутствует ([1, 2]). Из результатов этих работ также видно, что на свойства материала влияет именно этот поверхностный слой.

Ныне существующие модели диффузии в твердых телах в большинстве случаев разработаны для описания частных экспериментов с образцами стандартной формы, находящимися в простом одноосном напряженно-деформированном состоянии. Они не учитывают всех влияющих на диффузию факторов и используют ловушечную модель диффузии (основополагающие работы [3], [4], и многие другие), которые являются частными и не позволяют адекватно и универсально описывать все многообразие экспериментальных данных. Стоит также отметить, что большинство ловушечных и объемных моделей диффузии были верифицированы для небольших градиентов концентрации в материале, что не позволяет учитывать почти стократную разницу в уровнях концентрации водорода внутри металлических образцов, наблюдаемую экспериментально, и требует существенной модификации этих моделей.

Кроме того, в научной литературе нет окончательной определенности, как учитывать влияние механических напряжений на диффузию. Одна из первых моделей, которая широко используется до сих пор, имеет феноменологическую природу и основана на интуитивной оценке экспериментальных данных ([5]). В дальнейшем широкое распространение получили основанные на термодинамике необратимых процессов модели, представляющие из себя обобщение уравнений типа Фурье, согласно которым необратимые процессы могут быть описаны линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. В рамках этого подхода скорость диффузии пропорциональна термодинамическим силам, которые могут быть выражены через градиенты соответствующих потенциалов, зависящих, в частности, от напряженно-деформированного состояния (см., например, [6-8]). Эти дополнительные термодинамические силы обычно связаны с изменением объема или жесткости твердого материала или с изменением концентрации газа ([7]). В ряде работ связанную с напряжениями термодинамическую силу записывают через химические потенциалы материалов, используя в качестве химического потенциала деформируемого твердого тела тензор Эшелби ([9-10]). Такие модели, однако, мало развиты.

В этой работе строится модель, основанная на представлении потока диффузии через термодинамические силы, где в качестве химического потенциала твердой компоненты выступает тензор Эшелби. На примере одноосного растяжения цилиндрического образца – одной из наиболее часто встречающейся в экспериментальных данных краевой задачи – исследовано проникновение водорода в материал, и на основе полученных результатов из

сравнения с экспериментальными данными выдвинуты предположения о дальнейшем улучшении модели.

Согласно линейной термодинамике, диффузионный поток *j* прямо пропорционален градиенту химического потенциала системы *µ*:

$$\mathbf{j} = L \nabla \mu$$

В случае двухкомпонентной системы коэффициент Онзагера *L* равен L = Dc/RT, где *D* – коэффициент диффузии, *c* – концентрация диффундирующего вещества, $R = 8,31 \frac{\Delta \pi}{MODE}$ – универсальная газовая постоянная, *T* – температура. Химический потенциал – аддитивная величина, поэтому общий химический потенциал системы «сталь-водород» будет равен $\mu = \mu_{raзa} + \mu_{TB.TERA}$. Поскольку химический потенциал твердого тела – тензорная величина, а мы не рассматриваем направленный поток (то есть допускаем диффузию во всех направлениях), в качестве скалярного химического потенциала твердого тела возьмем след тензорной величины. Будем считать, что твердое тело – упругое, а диффузия вызывает деформации ε_* в твердом материале:

$$\mu_{\text{тв.тела}} = \frac{1}{\rho} \Big[\gamma(T) + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_*) \cdots \boldsymbol{\mathcal{C}} \cdots (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_*) \Big]$$

Здесь ρ – плотность твердого тела, $\gamma(T)$ – функция внутренней энергии твердого тела, в общем случае являющейся параметром температуры. Для простоты дальнейших расчетов будем считать, что плотность материала практически не меняется, диффузионные деформации зависят от концентрации линейным образом, то есть $\varepsilon_* = \alpha c E$, где E – единичный тензор. Коэффициент диффузии считаем постоянным, определяемым из экспериментальных данных. Будем также считать, что в системе нет никаких тепловых потоков, и не будем решать термодинамическую задачу – то есть температура T и ее функция $\gamma(T)$ будут параметрами системы. Тогда, учитывая, что дивергенция диффузионного потока равна изменению концентрации по времени, получим уравнение диффузии водорода в упругий твердый материал:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot \left(D_{eff} \nabla c + vc \right)$$

Здесь D_{eff} и v – известные функции, зависящие от напряженно-деформированного состояния, упругих констант твердого материала, концентрации и коэффициента «диффузионного расширения» α , их вид не приводится в силу их громоздкости.

Для того, чтобы найти упругое состояние материала, решается задача упругости. В случае наличия деформаций, вызванных диффузией, закон Гука будет выглядеть следующим образом: $\sigma = C \cdot (\varepsilon - \varepsilon_*)$. Таким образом, полная задача является связанной.

Для нахождения решения используется численный метод конечных объемов. Для простоты решения и в целях сравнения с экспериментальными результатами решается задача об одноосном растяжении симметричного цилиндра. Результаты решения представлены на рис. 1, где показана зависимость концентрации (нормированной к внешней концентрации c_{out}) от координаты (нормированной к радиусу цилиндра R_{out}). Из графика видно, что при отдалении от внешнего радиуса цилиндра к центру концентрация падает почти до нуля, а распределение концентрации устанавливается за небольшой промежуток времени и после практически не меняется.

Таким образом, из полученных результатов видно, что модель диффузии, построенная на предположениях линейной термодинамики, в целом согласуется с результатами экспериментов. Однако для полного соответствия модели с экспериментами необходима ее доработка. Следующими шагами в этом направлении может быть учет изменения упругих модулей в зависимости от концентрации, введение ловушечных моделей или учет пластических деформаций.



Рис. 1. Зависимость концентрации от координаты в различные моменты времени

Исследование выполнено в рамках гранта Российского научного фонда (проект № 18-19-00160) "Разработка фундаментальных основ для расчетно-экспериментальной водородной диагностики деградации свойств конструкционных материалов в агрессивных коррозионных средах".

ЛИТЕРАТУРА:

1. López-Suárez, A., Valencia, C. E., López-Patiño, J., Vargas, M. C., & Fuentes, B. E. (2015). Improvement of titanium hydrogenation by low energy ion irradiation. International Journal of Hydrogen Energy, 40(11), 4194-4199

2. Ksenia Frolova, Elena Vilchevskaya, Vladimir Polyanskiy, Ekaterina Alekseeva. Modelling of a Hydrogen Saturated Layer Within the Micropolar Approach. In Dr. Bilen Emek Abali, Prof. Dr. Holm Altenbach, Prof. Dr. Francesco dell'Isola, Prof. Dr. Victor A. Eremeyev, Prof. Dr. Andreas Öchsner (eds). New Achievements in Continuum Mechanics and Thermodynamics, 2019)

3. Oriani R. A. The diffusion and trapping of hydrogen in steel //Acta metallurgica. – 1970. – T. 18. – N_{2} . 1. – C. 147-157.

4. McNabb A., Foster P. K. A new analysis of the diffusion of hydrogen in iron and ferritic steels //Trans. Metall. Soc. AIME. -1963. -T. 227. -N 3. -C. 618-627.

5. Sutardja P., Oldham W.G. Modeling of stress effects in silicon oxidation. IEEE Transactions on Electron Devices, 1989, vol. 36, no. 11, pp. 2415–2421.

6. Paul Aloke, Laurila Tomi, Vuorinen Vesa, Divinski Sergiy V.I. Thermodynamics, diffusion and the Kirkendall effect in solids, Springer, 2014

7. Cui Z., Gao F., Qu J. Interface-reaction controlled diffusion in binary solids with applica-tions to lithiation of silicon in lithium-ion batteries. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2013, vol. 61, no. 2, pp. 293–310

8. Knyazeva A.G. Model of medium with diffusion and internal surfaces and some applied problems. Mater. Phys. Mech., 2004, vol. 7, no. 1, pp. 29–36

9. Larcht'e F. C., Cahn J. The effect of self-stress on diffusion in solids //Acta Metallurgica. – 1982. – T. 30. – N_{2} . 10. – C. 1835-1845.

10. Wu C. H. The role of Eshelby stress in composition-generated and stress-assisted diffusion //Journal of the Mechanics and Physics of Solids. $-2001. - T. 49. - N_{\odot}. 8. - C. 1771-1794.$

А.Е. Вильчевская, А.Н. Лобода, В.В. Суворов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

СОЗДАНИЕ 3D МОДЕЛИ СЕРДЦА

Введение

Такая область медицины, как хирургия, наряду с технологическим прогрессом, становится все более сложной и миниатюризированной. Это позволяет выполнять операции хирургические доступы меньших размеров, уменьшать травматичность через И способствовать снижению интенсивности боли в послеоперационном периоде, а также сокращать время заживления послеоперационных ран и длительность госпитализации пациента. Предварительное планирование хирургического вмешательства несомненно улучшилось благодаря технологиям предоперационной 3D-реконструкции изображений, которые получены рентгенографических в результате применения мультиспиральной компьютерной томографии. Также эти технологии позволяют получить виртуальную 3D реконструкцию любой области тела для определения более точной и пространственного взаимоотношения анатомии патологии органов В области Существует ряд хирургических вмешательства. специальностей. В которых 3D моделированию и печати уделяют особое внимание, а именно специальностям, которые включают необходимость хирургической реконструкции какой-то анатомической области или органа: черепно-лицевой хирургии, ортопедическая хирургия, и другие разделы врожденного и приобретенных мальформаций и патологий. Врожденная пороки сердца почти всегда требуют хирургической коррекции, зачастую в периоде новорожденности и грудного возраста. Это еще одна область хирургии, где реконструированная анатомия имеет первостепенное значение, поскольку эффект выполненной операции напрямую определяет кровоток, гемодинамику и последствия у пациента. Это особенно сложно, так как у двух пациентов с одинаковым врожденным пороком сердца не может быть одинаковой анатомии, как внутрисердечной, так и внесердечной анатомии.

Целью работы является создание модели сердца и отдельных участков сердца (например, аорты), где была обнаружена патология и печать на 3D принтере в натуральную величину.

Актуальность

В настоящее время моделирование и печать органов на 3D принтере является очень перспективным направлением.

Для создания модели используются КТ снимки (компьютерная томография). На их основе восстанавливается объемное изображение сердца, позволяющее более точно оценить состояние больного и выявить патологию. Подобная практика широко используется в стоматологии для моделирования костных тканей (слепков челюсти). Сердце, напротив, состоит из мягких тканей, что значительно усложняет задачу.

Компьютерная томография – это метод послойного исследования внутреннего строения предмета. В качестве исходных данных имеется более 3000 снимков КТ сердца, сделанных с разных ракурсов и с различной контрастностью. С помощью снимков КТ можно выявить структурные аномалии сердца, оболочки, окружающей сердце (перикарда), основных кровеносных сосудов, легких и поддерживающих структур грудной клетки. На рис.1 можно увидеть КТ снимок, вид сверху.



Рис. 1. КТ снимок сердца

Для создания модели были использованы программы Radiant, 3D Slicer и Autodesk Meshmixer. Radiant – программа, позволяющая просматривать КТ снимки. 3D Slicer – это программная платформа с открытым исходным кодом для изучения медицинских изображений, обработки изображений и трехмерной визуализации. Autodesk Meshmixer – это программа для непосредственного выполнения 3D-печати, очищения и проектирования объекта.



Рис. 2. Первичный результат

Задача состояла в том, чтобы с помощью различных фильтров в программе 3D Slicer выделить сердце и аорту на снимках, а затем преобразовать полученный результат в 3D модель [1,2]. Поскольку КТ представляет собой снимки всей грудной клетки, то до непосредственной обработки сначала нужно выделить сердце, то есть убрать все кроме него, что можно сделать в модуле Crop Volume. После использования некоторых модулей и функций, а также ручной обработки – первичный полученный результат выглядел как на рис.2.

Следующим этапом было выделение всех участков сердца (два желудочка, два предсердия, аорта, легочная артерия и полая вена). Результат можно видеть на рис. 3.



Рис. 3. Выделение отдельных участков

Результаты работы:

1. Изучены особенности анатомии и морфометрии сердца и магистральных сосудов при сложных врожденных пороках сердца.

2. На основе КТ снимков создана 3D-модель сердца и магистральных сосудов.

3. Проведено сравнение морфометрических показателей сердца и магистральных сосудов по данным компьютерной томографии и 3D моделирования.

4. Напечатана на 3D принтере первая версия модели сердца и аорты.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бокерия Л.А., Беришвили И.И./Анатомия сердца человека: атлас. - Издательство Научный центр сердечно-сосудистой хирургии РАМН – 2012. – 90с

2. Бегун П.И., Афонин П.Н. Моделирование в биомеханике: учебное пособие – М.: Издательство Высшая школа, 2004. – 390 с

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ КАЧЕСТВА ДИСКРЕТИЗАЦИИ МОДЕЛИ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ НА ЗНАЧЕНИЯ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И ЗАТРАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ

Одной из основных задач в применении метода конечных элементов является грамотное создание КЭ модели. От качества расчетной сетки напрямую зависит достоверность получаемых результатов [1]. В то же время, с увеличением качества сетки зачастую увеличиваются затраты времени на расчет, что негативно сказывается на общей производительности [2]. Таким образом, крайне выгодно найти некую «золотую середину», которая обеспечит высокое качество и достоверность результатов вкупе с минимальными затратами времени.

В настоящей работе производится сравнительный анализ результирующих контактных напряжений в зане зацепления пары зубчатых колес с учетом различной степени дискретизации модели. Произведено 5 расчетов с помощью пакета ANSYS Workbench в модуле Transient Structural, который способен достоверно описать поведение зубчатых колес в зацеплении [3]. В качестве объекта исследования выбрана пара зубчатых колес с модулем зацепления 1. Количество зубьев у первого колеса равно 20, у второго - 40. Межосевое расстояние равно 30 мм. Для экономии ресурсов были удалены части колес, которые не участвуют в зацеплении и не как не могут повлиять на результаты. Таким образом, были сохранены по три зуба на каждой шестерне (рис. 1).



Рис. 1. Общий вид модели

Критерием оценки выступает сходимость результатов к одному значению напряжений, а также – относительное время, затраченное на расчет (время расчета самого «грубого» варианта принимается равным 1). К одному из колес прикладывается момент, равный 10 Н/м и накладывается ограничение перемещения в осевом и радиальном направлении. Ко второму колесу накладывается условие ограничения перемещения по всем степеням свободы. Время процесса равно 0,05 секунды. Каждый из вариантов имеет одинаковый глобальный размер элементов 0,5 мм, меняется лишь размер элементов в зоне контакта. Подавляющее большинство элементов гексагональные. В табл. 1 приведены значения размеров элементов в зоне контактной области, а также общее количество узлов и элементов.

1 aon. 1								
Вариант	Общее количество элементов	Общее количество узлов	Размер элемента в контактной области					
1	5712	27670	0,25					
2	10659	49887	0,1					
3	17448	79175	0,075					
4	28536	125803	0,05					
5	51847	166660	0,035					
6	105561	442705	0,025					

Вид самой крупной и самой мелкой сетки показан на рис. 2.



Рис. 2. Наиболее крупная и наиболее мелкая сетка

В табл. 2 представлено относительное время всех вариантов (за ориентировочное время берется время расчета первого варианта, оно равно 1. Соответственно, если, к примеру, время второго расчета в 2 раза больше первого, то его относительное время будет равно 2) и значения максимальных напряжений в зоне контакта.

Вариант	Относительное время	Напряжение, МПа		
1	1	384		
2	1,8	657		
3	3,6	668		
4	6,6	693		
5	11,3	693,3		
6	29,6	695		

На рис. 3 представлен график зависимости напряжений от относительного времени.



Рис. 3. График зависимости напряжений от времени расчета

Из графика видно, что напряжения почти не меняются после некоторого значения относительного времени. Вариант 4 имеет значение времени равное 6,6 (то есть, в 6,6 раз больше чем время, потраченное на расчет первого варианта), при этом, значение максимального напряжения в контактной области у данного варианта отличается от значения напряжений у 6 варианта всего на 0,3%, что позволяет считать напряжения достоверными. Относительное время расчета 6 варианта равно 29,6, что в 4,5 раза дольше времени расчета 4 варианта. Размер элемента в контактной области у 4 варианта равен 0,05 мм, что в 2 раза больше чем у 6 варианта. Распределение напряжений у 4 варианта показано на рис. 4.



Рис. 4. Распределение напряжений в зоне контакта у 4 варианта

Таким образом, наиболее оптимальный выбор дискретизации модели представляется вариантом 4, так как при относительно низкой затрате временных ресурсов он показывает достоверные результаты контактных напряжений.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Федорова Н. Н., Ваглер С. А., Данилов М. Н., Захарова Ю. В. Основы работы в ANSYS 17. – М.: ДМК Пресс, 2017. – 210 с.

2. Бруяка В. А., Инженерный анализ в ANSYS Workbench: Учеб. Пособ. / В. А. Бруяка, В. Г. Фокин, Е. А. Солдусова, Н. А. Глазунова, И. Е. Адеянов. – Самара: Самар. гос. дехн. ун-т, 2010. – 271 с.

3. ANSYS Workbench в деталях машин: учебное пособие / С. И. Каратушин, Ю. А. Плешанова, Д. А. Храмова, П.Н.Бокучава – СПб., 2019 – 56 с.
А.О. Уманский, Р.А. Филиппов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТРЕЩИНЫ И ВКЛЮЧЕНИЙ, ПРЕТЕРПЕВАЮЩИХ ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД, ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТА ТРАНСФОРМАЦИОННОГО УПРОЧНЕНИЯ КЕРАМИК

Благодаря комплексу полезных свойств – высокой твердости и температуре плавления, низкой тепло- и электропроводности, слабой химической активности – керамики получили широкое распространение в инженерных приложениях. Авиационная, автомобильная, космическая и другие промышленности активно внедряют керамические материалы в случаях, когда классические материалы не обеспечивают достаточную надежность работы в экстремальных условиях: высокие температуры, взаимодействие с агрессивной средой, высокие нагрузки. При этом керамики являются хрупкими материалами, что ограничивает области их применения [1].

В технической литературе хрупкость материала характеризуется трещиностойкостью способностью материала сопротивляться развитию разрушения. Одним из способов повышения трещиностойкости керамик является трансформационное упрочнение – введение в керамическую матрицу на стадии производства метастабильных включений диоксида циркония ZrO₂, которые могут претерпевать фазовое превращение мартенситного типа (рис. 1). Данное превращение высокотемпературной аустенитной в низкотемпературную мартенситную фазу происходит за счет перехода тетрагональной кристаллической решетки в моноклинную, которое сопровождается положительной объемной (ϵ_{Θ}) 4% и сдвиговой 14% деформациями частиц, однако внутри включений сдвиговые деформации компенсируются. Распространяющаяся трещина гонит перед собой фронт растягивающих напряжений, при попадании в который метастабильные включения могут перейти в новую фазу и «разбухнуть». Увеличение включений в размерах вызывает перераспределение поля напряжений в керамике, что может привести к замедлению или блокированию роста трещины. В результате трещиностойкость, а, следовательно, и прочность, возрастают. Метод является простым и эффективным, поскольку позволяет рассеивать напряжения в области трещины [2].





Для оценки влияния эффекта трансформационного упрочнения на трещиностойкость керамик исследуется разность коэффициентов интенсивности напряжений в вершине трещины от геометрического положения включений в двух постановках $\Delta K_{tip} = K_2 - K_1$: в случае взаимодействия трещины и включений в стабильном (K_2) и в метастабильном (K_1) фазовых состояниях. Задачи решаются в предположении плоской деформации. Рассматривается полубесконечная плоскость со статической трещиной нулевого раскрытия, выходящая на край, и двумя симметрично расположенными относительно оси трещины

цилиндрическими метастабильными включениями (рис. 2), имеющими модуль объемного расширения, соответствующий диоксиду циркония. Далее для каждого значения горизонтального положения включений рассчитывается КИН для двух задач: с перешедшими и неперешедшими в стабильное состояние включениями.



Рис. 2. Геометрические параметры задачи взаимодействия трещины и включений

На рис. 2 с помощью Н обозначено расстояние от включений до линии трещины, d -расстояние от включений до вершины трещины, X -положение включений по оси X_1 (ноль в вершине трещины), $\beta -$ угол, между линией трещины и отрезком, соединяющим вершину трещины и включения.

Аналитическое решение данной задачи в 1982 году было предложено Будянским Б. [4]:

$$\Delta K_{tip} = K_2 - K_1 = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{Eb^2 \Omega}{(1 - v^2)d^{\frac{3}{2}}} \cos(\frac{3}{2}\beta)$$
$$\Omega = \frac{2}{3}(1 + v)\varepsilon_{\theta}$$

где Е – модуль Юнга, b – радиус включений, Ω – модуль трансформационного расширения, v – коэффициент Пуассона, ΔK_{tip} – разница КИН до и после трансформации включений.

В линейной теории упругости напряжения в вершине трещины имеют вид [3]:

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$$

где *г* и *θ* локальная система полярных координат с началом в вершине трещины, *К* – коэффициент интенсивности напряжений.

На рис. 3 представлены зависимости ΔK_{tip} от положения включений X для различных фиксированных значений расстояний включений до оси трещины H. По оси абсцисс отложены положения включений X рис. 2, X = 0 – вершина трещины, от -1 до 0 – включения находятся над трещиной, от 0 до 1 – включения находятся за пределами трещины.



Рис. 3. Аналитически полученная зависимость разности КИН в вершине трещины от положения включений при фиксированных значениях Н

Функция не имеет глобального минимума ΔK_{tip} , однако для всех Н локальный минимум наблюдается при $\beta \approx 108^{\circ}$, когда включения находятся над трещиной, видно, что при $X \leq 0$ КИН меньше чем в случае с неперешедшими включениями. При рассмотрении области X > 0, КИН возрастает и, если включения находятся не слишком далеко, где поле напряжений от собственной деформации превращения почти не действует на трещину, с определенного момента становится выше чем в случае с не перешедшими включениями.

Для КЭ решения данной задачи использовался пакет Ansys. Трансформационное расширение моделировалось температурным расширением с соответствующей объемной деформацией. Для нахождения коэффициента интенсивности напряжения (КИН) для заранее нанесенной трещины используется КСАLС. Была проведена верификация процедуры расчета КИН на задачах с известными аналитическими решениями: трещина, выходящая на бесконечной плоскости, и трещина, выходящая на край плоскости конечной ширины, максимальное отклонение численного решения составило 3 %.

График зависимости ΔK_{tip} от положения включений для КЭ расчета имеет вид аналогичный графику, полученному с помощью аналитической формулы (рис. 4). При удалении включений от оси трещины абсолютное значение ΔK_{tip} уменьшается, то есть уменьшается амплитуда точки экстремума. Минимум для всех КЭ решений наблюдается при $\beta \approx 109^{0}$, что отличается от аналитического менее чем на 1%



Рис. 4. Сравнение аналитического и численного решений для фиксированного Н

В ходе данной работы была решена задача о взаимодействии статической трещины и включений, претерпевающих фазовый переход. Проведен расчет КИН в вершине трещины и дана оценка эффекта трансформационного упрочнения керамик. Разработана КЭ процедура количественной оценки КИН в вершине трещины, имеющая прикладное значение. Было показано что процедура дает корректные результаты, коррелирующие с аналитическим решением с высокой точностью.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Филиппов Р.А. Критический радиус включений диоксида циркония в эффекте трансформационного упрочнения / Р.А. Филипов, А.Б. Фрейдин, И.В. Хусаинова, Е.Н. Вильчевская. // Физическая механика 17 – 2014. – 55 – 64 с.

2. McMeeking R.M. Mechanics of Transformation-Toughening in Brittle Materials / R.M. McMeeking, A.G. Evans. // Journal of the American Ceramic Society 65 – 1982. – 242 – 246 p.

3. Качанов Л.М. Основы механики разрушения / Л.М. Качанов. – Главная редакция физикоматематической литературы изд-ва «Наука», 1974. – 312 с.

4. Budiansky B. Continuum theory of dilatant transformation toughening in ceramics / B. Budiansky, J.W. Hutchinson, J.C. Lambropoulos. // Division of Applied Sciences. – Harvard University, Cambridge, MA, U.S.A. – 1982. – 337 - 355 p

РАЗРАБОТКА УСОВЕРШЕНСТВОВАННОГО МЕТОДА ИНТЕРПОЛЯЦИИ ДЛЯ ОЦЕНКИ СРЕДНИХ ЗНАЧЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ГЕОСТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Анализ пространственных данных является одной из самых востребованных задач современности. Существует довольно обширный класс методов, позволяющий работать с подобным типом данных. Однако большинство из представленных алгоритмов имеют один большой недостаток: они разработаны для равномерных сеток. В реальных задачах такой случай встречается крайне редко, что приводит к необходимости либо предварительной обработки данных, либо использования более сложных методов, требующих больших затрат вычислительных мощностей и времени. А в ситуации, когда необходимо оценить лишь среднее значение, классические методы интерполяции оказываются бессильны.

Целью данной статьи является знакомство с разработанным модифицированным методом интерполяции, предназначенным для оценки среднего значения двумерного стохастического поля, и его реализацией при анализе данных, полученных в ходе геологоразведочных работ.

Основной задачей геостатистического моделирования является воспроизведение непрерывности в пространстве природных явлений. В его основе лежит представление геофизических свойств в виде случайного процесса. Основные методы основаны на четырех свойствах исследуемого поля: стационарности, изотропности, гауссовости и эргодичности. Однако в реальности стационарность и изотропность встречается крайне редко, что сильно сокращает возможности применения этих методов, даже с учетом предложенных ослаблений этих предположений. Более того, существует другой недостаток практических реализаций большинства методов – их субъективность. При каждом моделировании необходимо определить параметры, которые будут рассматриваться при построении геостохастической реализации пласта. Зачастую этот выбор необъективен и не объяснен ни геологическими, ни математическими теориями [1].

Спектральный метод – стохастический (вероятностный) метод моделирования характеристик 3D-резервуара [2]. Согласно ему, стохастическая функция, представляющая некоторое свойство, может быть представлена в виде разложения в ряд Фурье по ортонормированному базису. Более того, в связи с плавным характером осадконакопления коэффициенты данного разложения представимы в виде суммы некоторого среднего поля и шума, умноженного на масштабирующую функцию:

$$G(x, y, h) = \sum_{i=0}^{\infty} (a_i(x, y) + \sigma_i(x, y) \cdot \eta_i(x, y))\varphi_i(h)$$
(1)

Для оценки эффективности месторождения (т. е. для построения карт эффективных толщин и расчлененности пласта) необходимо оценить средние значения $a_i(x, y)$. В связи с этим необходим такой метод интерполяции, который по известному набору значений коэффициентов разложения в некоторых точках находил бы средние значения этих коэффициентов на другом множестве точек.

Перед началом разработки модифицированного метода интерполяции, автором было проанализировано двенадцать алгоритмов, получивших широкое распространение в геологическом моделировании. В ходе анализа было установлено, что при введении прямоугольной границы в целях расширения области применения метода естественного соседа [3], данный алгоритм является оптимальным, так как использует геометрическое распределение в качестве вспомогательного инструмента, что позволяет получать результаты с высокой точностью и удовлетворять геологическим законам взаимодействия.

Однако в поставленной выше задаче необходимо анализировать не значения коэффициентов непосредственно, а их средние значения. Поэтому для добавленной точки было предложено рассматривать ее зону влияния не в виде ячейки Вороного, а как некоторую окрестность, представляемую в виде окружности радиуса R (рис. 1). Радиус окружности задается как расстояние до k-ого естественного соседа исследуемой точки.



После данной замены можно ввести модифицированную естественную координату:

$$\widetilde{W_{i}}(x) = \frac{S\left(R_{p_{i}} \cap C_{x}\right)}{S(C_{x})},$$
(2)

где R_{p_i} – ячейка Вороного для точки p_i , C_x – окружность с центром в точке x. Тогда неизвестное выражение будет вычисляться по следующей формуле:

$$\widetilde{f}(x) = \sum_{i=1}^{k} \widetilde{w_i}(x) \cdot c_i, \tag{3}$$

где суммирование идет не только по естественным соседям, но и по другим точкам, модифицированная естественная координата которых не равна нулю.

Недостатком описанной выше модификации является то, что она не учитывает расстояние между точками напрямую. В связи с этим появилась вероятность, что две точки, находящиеся на разном расстоянии от исследуемой, будут иметь одинаковую модифицированную естественную координату из-за того, что площади пересечения их ячеек Вороного с окружностью будут равны. Чтобы избежать подобного, вводится дополнительный вес, определяемый параметром α (рис. 2):

$$\overline{w_i}(d) = 1 + (\alpha - 1)\frac{a_i}{n} \tag{4}$$

Данный параметр задается с учетом величины радиуса окружности и особенностями исходной сетки.



Таким образом, после двух модификаций и предварительного ввода границы для расширения области применения исходного алгоритма, был разработан модифицированный метод, получивший название радиального метода естественного соседа. Новый метод был апробирован на реальных данных. Из дискретного набора значений нулевого коэффициента разложения в ряд Фурье по полиномам Лежандра плотности среды было получено двумерное поле среднего значения, соответствующего этому коэффициенту (рис. 3).



Рис. 3. Известные значения коэффициента и построенных на их основе средние значения

При последующем решении задачи была получена карта эффективных толщин, которая была сравнена с исходной. Новая карта более геологически правдоподобна, в частности, на ней отсутствуют необоснованно высокие значения. Это свидетельствует о том, что разработанный алгоритм достоверно описывает необходимые свойства, т. е. задача выполнена.

В ходе проделанной работы было проанализировано двенадцать различных методов интерполяции, применяемых в геостатистическом моделировании в качестве вспомогательных инструментов. Оптимальным был признан метод естественного соседа, который, после предварительного введения дополнительной границы, был модифицирован. Получившийся в ходе модификации алгоритм был реализован на языке программирования Рython и включен в модуль анализа геологоразведочных работ. В отличие от исходного метода, новый алгоритм позволил получить карту эффективных толщин, которая более геологически обоснована и лишена противоречий физике пласта.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Байков В.А., Бакиров Н.К., Яковлев А.А. Новые подходы в теории геостатистического моделирования – Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета, 2010. – Т. 14. – № 2 (37)

2. Перевертайло Т. Г., Геологическое моделирование месторождений нефти и газа. Раздел 3. Геостатистика. Принципы и методы геолого-математического моделирования. – Томск, 2015. – 28 с.

3. Рубинова Р. В., Интерполяция и экстраполяция методом естественного соседа – Неделя науки СПбПУ: материалы научной конференции с международным участием, 19 – 24 ноября 2018 г. Институт прикладной математики и механики. – СПб.: Политех-Пресс, 2018. – с. 71 – 74

ИССЛЕДОВАНИЕ СЖАТИЯ ПРОППАНТНОЙ ПАЧКИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ДИСКРЕТНОГО ЭЛЕМЕНТА

Для интенсификации добычи нефти часто используется технология гидроразрыва пласта (ГРП). Она представляет закачку в пласт жидкости под высоким давлением, что создает длинную трещину в породе и позволяет вовлечь новые запасы и увеличить продуктивность скважины. Чтобы избежать полного смыкания трещины под действием пластовых напряжений, используется расклинивающий агент - проппант [1]. В ходе снижения забойного давления происходит сжатие проппантной пачки и снижение проницаемости трещины. Это приводит к постепенному снижению дебита скважины. Для оптимального подбора расклинивающего агента важно знать механические характеристики материала и уметь предсказывать его поведение. Численное моделирование позволяет изучить внутреннюю структуру образца в динамике, что не представляется возможным в лабораторных исследованиях.

Настоящая работа посвящена моделированию проппанта методом дискретного элемента (DEM, discrete element model). Для расчета взаимодействия отдельных гранул используются решения Герца задачи о контактном взаимодействии. Сила трения между двумя частицами радиусами R_1 и R_2 , находящимися на расстоянии l:

$$F = k_n \delta_n - \gamma_n v_n - \gamma_t v_t$$
,

где δ_n - ширина перекрытия одной частицы другой;

*k*_n - упругая постоянная для нормального контакта;

 γ_n - вязкоупругая постоянная для нормального контакта;

 γ_t - вязкоупругая постоянная для касательного контакта;

 v_n - нормальная компонента относительной скорости двух частиц;

 v_t - касательная компонента относительной скорости двух частиц;

$$\begin{split} \delta_n &= R_1 + R_2 - l \,, \quad k_n = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R^* \delta_n} \,, \quad \gamma_n = -2 \,\sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_n m^*} \,, \quad \gamma_t = -2 \,\sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_t m^*} \,, \\ S_n &= 2E^* \sqrt{R^* \delta_n} \,, \quad S_t = 8G^* \sqrt{R^* \delta_n} \,, \quad \beta = \frac{\ln(e)}{\sqrt{\ln^2(e) + \pi^2}} \,, \quad \frac{1}{E^*} = \frac{(1 - \nu_1^{\ 2})}{E_1} + \frac{(1 - \nu_2^{\ 2})}{E_1} \,, \\ \frac{1}{G^*} &= \frac{2(2 - \nu_1)(1 + \nu_1)}{E_1} + \frac{2(2 - \nu_2)(1 + \nu_2)}{E_1} \,, \quad \frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \,, \quad \frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \,, \end{split}$$

e – коэффициент реституции; $E_1, E_2, v_1, v_2, m_1, m_2$ – модуль Юнга, коэффициент Пуассона и масса каждой из частиц, соответственно.

Моделирование проводилось с использованием ПО с открытым исходным кодом LIGGGHTS [2]. Модель представляет собой гранулированный материал внутри кубической рабочей камеры размерами 10x10x30мм. Гранулы представлены сферами с диаметром 0.9мм. Камера имеет пять жестких стенок и одну подвижную, посредством которой осуществляется деформация образца.

Начальная конфигурация DEM пачки проппанта создается в два этапа. Дня начала частицы случайно распределяются в заданном объеме (рис. 1а). Затем происходит насыпание частиц под действием силы тяжести (рис. 1б). Для чистоты результатов после насыпания гравитация отключается. В начальный момент, после создания модели проппантной пачки,

наблюдается неупорядоченная упаковка частиц. При деформировании происходит структуризация гранулированной среды, конфигурация постепенно приближается к гексагональной кристаллической решетке и принимает поликристаллический вид (рис. 1в).



Рис. 1. DEM пачки проппанта: a) случайное распределение частиц в объеме; б) начальная конфигурация до деформирования; в) конфигурация после деформирования

Исследуем поведение проппантной пачки в зависимости от разных механических характеристик. Коэффициент реституции e = 0.9 – усредненное значение для пород [3]. При увеличении жесткости отдельной гранулы, увеличивается эффективная жесткость пачки вначале (рис. 2). Отсутствие напряжений деформирования обусловлено пустым пространством между насыпанным образцом и подвижной стенкой. В начале сжатия наблюдается участок плавного роста напряжений, особенно заметный у более податливого материала (рис. 3). Это связано с тем, что, в отсутствии поля тяжести, в начальной конфигурации гранулы не находятся в тесном контакте друг с другом. По мере сближения частиц, возрастает роль сухого трения и смещение конфигурации начинает происходить скачкообразно. По мере деформирования рост эффективной жесткости принимает более линейный характер, количество свободных вакансий в решетке становится меньше, конфигурация пачки стремится к наиболее плотной. При увеличении коэффициента Пуассона имеет место увеличение эффективной жесткости.



Рис. 2. Сжатие упаковок с различными модулями Юнга зерен. Коэффициент Пуассона $\nu = 0.25$



Рис. 3. Сжатие упаковок с различными коэффициентами Пуассона зерен. Е = 0.5e+10 Ра

Одной из особенностей, присущих гранулированным средам, является образование силовых цепочек под действием сжимающей нагрузки [4]. На рис.4 визуализированы силы между гранулами внутри проппантной пачки. Сила, действующая на отдельную частицу, тем больше, чем светлее оттенок частицы. Заметим, что наиболее загруженные частицы образуют нитевидные кластеры.



Рис. 4. Распределение сил внутри проппантной пачки

В результате работы создана DEM модель проппантной пачки. Исследовано поведение материала при деформировании. Модель позволяет показать характерные для гранулированных сред эффекты. В дальнейшем модель может быть усовершенствована и использована для исследования процессов в трещине при ГРП.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Арбузов В. Н. Эксплуатация нефтяных и газовых скважин //Томск: Издательство Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 200.

2. Kloss C. et al. Models, algorithms and validation for opensource DEM and CFD–DEM //Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal. – 2012. – T. 12. – №. 2-3. – C. 140-152.

3. Imre B., Räbsamen S., Springman S. M. A coefficient of restitution of rock materials //Computers & Geosciences. – 2008.

4. Kondic L. et al. Topology of force networks in compressed granular media //EPL (Europhysics Letters). – 2012. – T. 97. – N_{2} . 5. – C. 54001

К.П. Фролова Институт проблем машиноведения РАН Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕРАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДОРОДА В МЕТАЛЛАХ В РАМКАХ МИКРОПОЛЯРНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Проблема водородной хрупкости металлов является актуальной задачей механики. При этом под водородной хрупкостью понимается вся совокупность отрицательных эффектов, связанных с накоплением водорода в материале, в том числе снижение его прочностных свойств [1]. Известно, что локальное повышение концентрации водорода может привести к разрушению материала [2]. В связи с этим интерес представляет получение объективной картины распределения водорода В металле [3]. Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что при искусственном насыщении металлических образцов водород практически весь аккумулируется в тонком поверхностном слое [3, 4]. Такой же эффект наблюдается при проведении усталостных испытаний с образцами, не подвергавшимися искусственному насыщению [5].

В настоящей работе предлагается возможное объяснение наблюдаемого эффекта. Неравномерность распределения водорода при этом связывается с особенностями внутренней структуры материала, что приводит к необходимости введения масштабного параметра размерности длины, характеризующего толщину поверхностного слоя. содержащего избыток водорода. Ввести подобный параметр позволяет микрополярная теория сплошных сред, учитывающая дополнительные вращательные степени свободы элементов среды и вводящая в рассмотрение моментные взаимодействия между ними [6, 7]. Применение микрополярной теории упругости для определения напряженнодеформированного состояния цилиндрического образца позволяет получить продольные смещения элементов среды внутри образца, увеличивающие расстояния между ними. Это соответствует действительности, поскольку дефекты кристаллической решетки на поверхности образца инициируют возникновение микротрещин, которые, в свою очередь, разворачивают зерна металла непосредственно вблизи поверхности и тем самым приводят к образованию пустот [8]. Данные пустоты могут быть заполнены водородом из внешней среды. Таким образом, неравномерное распределение водорода внутри металла может быть объяснено наличием продольных смещений элементов среды у его поверхности, вызванных внутренними поворотами зерен. При этом в рамках данной работы присутствие микротрещин на боковой поверхности цилиндрического образца моделируется с помощью распределенного момента. Проникновение водорода внутрь металла и его влияние на свойства материала в рамках данной работы не рассматривается. Неравномерность распределения водорода объясняется исключительно наличием пустот вблизи боковой поверхности.

При записи определяющих соотношений в рамках микрополярной теории используются дополнительные материальные константы. Сравнение экспериментального значения толщины поверхностного слоя, содержащего избыток водорода, с аналитически полученным значением толщины слоя, в котором присутствуют дополнительные продольные смещения элементов среды, позволит оценить некоторые из них. В свою очередь, это позволит в дальнейшем моделировать напряженно-деформированное состояние образцов различной формы, выполненных из того же материала, и тем самым предсказывать для них толщину поверхностного слоя и характер поведения в целом. Движение элементов микрополярной среды описывается классическим вектором перемещения **u** и независимым вектором микроповорота θ . Соответствующие им линейные несимметричные тензоры деформации растяжения-сдвига **e** и изгиба-кручения **к** могут быть введены следующим образом [6]:

$$\mathbf{e} = \nabla \otimes \mathbf{u} + \mathbf{I} \times \mathbf{\theta}, \ \mathbf{\kappa} = \nabla \otimes \mathbf{\theta},$$

(1)

где **I** – единичный тензор.

Передача силовых взаимодействий между элементами среды происходит как посредством вектора сил, так и посредством вектора моментов. Таким образом, необходимо ввести тензор силовых напряжений **T** и тензор моментных напряжений **M**. Предполагаем, что материал рассматриваемого континуума является изотропным и физически линейным. В этом случае определяющие соотношения удовлетворяют следующим уравнениям [7]:

$$\mathbf{T} = \lambda \left(\nabla \cdot \mathbf{u} \right) \mathbf{I} + 2\mu \mathbf{e}^{s} + \kappa \mathbf{e}^{A}, \quad \mathbf{M} = \beta_{1} \left(\nabla \cdot \boldsymbol{\theta} \right) \mathbf{I} + \beta_{2} \kappa^{T} + \beta_{3} \kappa, \tag{2}$$

где $\lambda, \mu, \kappa, \beta_i$ (*i* = 1, 2, 3) – независимые упругие модули.

Векторы перемещения и микроповорота могут быть определены из уравнений равновесия, которые в отсутствии распределенных сил и моментов принимают следующий вид:

$$\nabla \cdot \mathbf{T} = 0, \ \nabla \cdot \mathbf{M} + \mathbf{T}_{x} = 0, \tag{3}$$

где $(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b})_{\mathbf{x}} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$ – векторный инвариант тензора второго ранга.

Таким образом, имеем два уравнения для определения независимых векторов перемещений и микроповорота:

$$(\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu\Delta\mathbf{u} + \kappa \left(\frac{1}{2}(\Delta\mathbf{u} - (\nabla \cdot \mathbf{u})\nabla) + \mathbf{I} \times \cdot (\mathbf{\theta} \otimes \nabla)\right) = 0,$$

$$\beta_1\nabla(\nabla \cdot \mathbf{\theta}) + \beta_2\nabla \cdot (\mathbf{\theta}\nabla) + \beta_3\Delta\mathbf{\theta} + \kappa (\nabla \times \mathbf{u} - 2\mathbf{\theta}) = 0.$$

$$(4)$$

Применим изложенную выше теорию для решения краевой задачи для стального образца цилиндрической формы радиуса r_0 и длины L. При постановке граничных условий учтем, что боковая поверхность образца свободна от силовой нагрузки ($\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{T}|_{r=r_0} = 0$), и что на ней задан распределенный момент ($\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{M}|_{r=r_0} = \mathbf{M}_0 = \mathbf{M}_{0r} \mathbf{e}_r - \mathbf{M}_{0\varphi} \mathbf{e}_{\varphi}$). Решение ищется в следующем виде: $\mathbf{u} = \mathbf{u}(r) = u_r(r)\mathbf{e}_r + u_z(r)\mathbf{e}_z$, $\mathbf{\theta} = \mathbf{\theta}(r) = \theta_r(r)\mathbf{e}_r + \theta_{\varphi}(r)\mathbf{e}_{\varphi} + \theta_z(r)\mathbf{e}_z$. При этом полагаем, что выполняются следующие условия: $f' \gg f' \gg f$, где f – компоненты векторов перемещений и микроповоротов.

В результате получаем следующее решение для вектора перемещений:

$$\mathbf{u} = \frac{M_{0\varphi}}{2\mu} e^{-\frac{r_0 - r}{l_b}N} \mathbf{e}_z,\tag{6}$$

где $N = \sqrt{\kappa/(2\mu)}$ – безразмерная величина, характеризующая степень связи между трансляционными и вращательными движениями. Значение N = 1 соответствует микрополярной среде с ограниченными вращениями, решение для такой среды получено в [9]. Параметр $l_b = \sqrt{\beta_3/(4\mu)}$ есть характерная длина для деформации изгиба.

Согласно полученному решению, применение теории микрополярных сред позволяет получить дополнительные продольные перемещения непосредственно вблизи боковой поверхности цилиндрического образца, поскольку экспоненциальная функция в (6) является быстро убывающей при удалении от границы. Продольные перемещения увеличивают расстояние между элементами среды или, с физической точки зрения, между ближайшими зернами, что может инициировать проникновение водорода из окружающей среды в образовавшиеся пустоты.

Интерес представляет оценка модуля β_3 на основании сопоставления полученного решения с экспериментальными данными о толщине поверхностного слоя r_* , содержащего избыток водорода. Полагая, что аналитически полученная толщина слоя с дополнительными продольными смещениями должна соответствовать этому значению, получаем следующее соотношение: $l_b/N = r_0/\ln k (1-r_*/r_0)$, где $k = u_z(r_0)/u_z(r_*)$. Из этого следует, что значение материальной константы может быть получено следующим образом: $\beta_3/N^2 = 4\mu(r_0 - r_*)^2/\ln^2(k)$.

Итак, в рамках данной работы были выполнены две основные задачи. Во-первых, представлена математическая модель, объясняющая наличие в металлических деталях тонкого поверхностного слоя, в котором концентрируется избыток водорода, проникающего из внешней среды. Во-вторых, предложен способ оценки некоторых материальных констант, характеризующих неклассические сплошные среды. Этот способ основан на сравнении экспериментально измеренной толщины поверхностного слоя, содержащего дополнительный водород из внешней среды, и аналитически полученной характерной длины области затухания решения для продольных перемещений.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда, проект № 18-19-00160.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Калачев В. А. Водородная хрупкость металлов // М.: Металлургия, 1985. – 217с.

2. Konopel'ko L. A., Polyanskii A. M., Polyanskii V. A., Yakovlev Y. A. New metrological support for measurements of the concentration of hydrogen in solid samples // Measurement Techniques. – 2018. – T. $60. - N_{\rm D} 12. - C. 1222-1227.$

3. Alekseeva E., Belyaev A., Zegzhda A., Polyanskiy A., Polyanskiy V., Frolova K., Yakovlev Y. Boundary layer influence on the distribution of hydrogen concentrations during hydrogen-induced cracking test of steels // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. – 2018. – T. 3. – C. 43-57.

4. Martinsson A., Sandstrom R. Hydrogen depth profile in phosphorus-doped, oxygen-free copper after cathodic charging // Journal of Materials Science. – 2012. – T. 47. – № 19. – C. 6768–6776.

5. Belyaev A. K., Polyanskiy V. A., Yakovlev Y. A., Mansyrev D. E., Polyanskiy A. M. Surface effect of the waves of plastic deformation and hydrogen distribution in metals // Days on Diffraction. – IEEE, 2017. – C. 45–50.

6. Eringen A. C. Theory of micropolar elasticity // Microcontinuum field theories. – Springer, New York, NY, 1999. – C. 101-248.

7. V.A. Eremeyev, L.P. Lebedev, H. Altenbach. Foundations of micropolar mechanics // Springer Science & Business Media, 2012.

8. T. Steffens, C. Schwink, A. Korner, H.P. Karnthaler. Transmission electron microscopy study of the stacking-fault energy and dislocation structure in cumn alloys // Philosophical Magazine A. – 1987. – T. 56. – N_{2} 2. – C. 161–173.

9. Frolova K., Vilchevskaya E., Polyanskiy V., Alekseeva E. Modelling of a Hydrogen Saturated Layer Within the Micropolar Approach // New Achievements in Continuum Mechanics and Thermodynamics. – Springer, Cham, 2019. – C. 117-128.

Г.А. Чигарев^{1,2}, В.М. Бабин² ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, ²Научно-технический центр Газпромнефть

СОЗДАНИЕ ИНТЕГРИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ПЛАСТ-ИНФРАСТРУКТУРА НА ОСНОВЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЙ ОБ УСТАНОВИВШЕМСЯ ТЕЧЕНИИ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ В ТРУБОПРОВОДЕ

Введение. Интегрированная модель представляет собой комплексный инструмент для решения задачи оптимизации режима работы скважин в пределах одной технологической линии (гидравлически замкнутого коллектора). Она объединяет следующие инструменты: Модели скважин с интегрированной индикаторной кривой, отражающие зависимость дебита жидкости от расхода газлифтного газа и линейного давления на устье; модель инфраструктуры, отражающую зависимость линейных давлений на скважинах данной ЗУ от давления на приеме ТЛ, являющегося функцией суммарного расхода газожидкостной смеси всех скважин данной ТЛ; расчетный модуль для решения задачи оптимизации, предназначенный для нахождения оптимального распределения газлифтного газа между скважинами в пределах одной ТЛ

Интегрированная модель позволяет определить, как при изменении дебитов одних скважин изменится давление в нефтесборной сети и как это изменение давления в нефтесборной сети повлияет на изменение линейных давлений, а следовательно, и дебитов, других скважин.

Интеграция моделей скважин и инфраструктуры. Модель инфраструктуры, применяемая в модели, основана на принципе установившихся потоков, позволяющем избежать многочисленных итераций, сопровождающих классические схемы расчета гидравлических сетей. Между линейным давлением скважин конкретного кластера (эквипотенциальной точки, физическим аналогом которой может служить куст скважин или замерная установка) и давлением на приеме ТЛ (точкой стока) ставится взаимно однозначное соответствие путем настройки коэффициента гидропроводности кластера на рабочую точку, в чем и заключается адаптация представленной модели инфраструктуры. Зависимость между линейным давлением и дебитом задается с помощью моделей скважин, представляющих собой корреляции, полученные на основе исторических данных.

В рамках единой нефтесборной сети уравнение перетока между кластером и ТЛ может быть представлено следующим образом:

$$B_f(PлиH_i) \cdot \sum_j Q_{fij} + B_g(PлиH_i) \cdot \sum_j Q_{gij} + B_g(PлиH_i) \cdot \sum_j \frac{Q_a}{r_{ij}} = \lambda_i \cdot (PлиH_i - \bar{P}), \quad (1)$$

где индексы і и ј обозначают кластер и скважину кластера соответственно; λ_i – коэффициент гидропроводности кластера, лин. м³/(сут·Па); Q_{fij} и Q_{gij} – дебиты жидкости и газа скважины ј кластера і соответственно (вычисляются с помощью моделей скважин), ст. м³/сут; Рлин_i – линейное давление скважин в і – ом кластере (кластер считается точкой равного потенциала), Па; \overline{P} – давление на приеме ТЛ (в точке стока), Па; В_f и B_g – объемные коэффициенты жидкости и газа для условий линии соответственно, лин. м³/ст. м³. Среднее давление на приеме ТЛ определяется следующим образом:

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i}^{n} (B_{f}(P_{\Lambda \mathrm{UH}_{i}}) \cdot Q_{f\,i} + B_{g}(P_{\Lambda \mathrm{UH}_{i}}) \cdot (Q_{g\,i\,j} + Q_{a}/\Gamma_{i\,j})) \cdot P_{\Lambda \mathrm{UH}_{i}}}{\sum_{i}^{n} (B_{f}(P_{\Lambda \mathrm{UH}_{i}}) \cdot Q_{f\,i} + B_{g}(P_{\Lambda \mathrm{UH}_{i}}) \cdot (Q_{g\,i\,j} + Q_{a}/\Gamma_{i\,j})} - f(Q_{f\,i}, Q_{g\,i}) \cdot (Q_{f\,i} + Q_{g\,i} + Q_{a}/\Gamma_{i\,j}),$$
⁽²⁾

где п — число кластеров данной ТЛ; Q_{gi} и Q_{gi} — дебиты жидкости и газа с куста соответственно, ст. м³/сут; f – коэффициент гидравлического сопротивления коллектора, $(\Pi a \text{ cyr})/M^3$. $Q_{gi} = \sum_j Q_{gij}; Q_{fi} = \sum_j Q_{fij}$

Допущения используемой модели инфраструктуры: Параметры коллектора в неявном виде содержатся в коэффициентах гидропроводности кластера и коэффициенте гидравлического сопротивления коллектора; Расход газожидкостной смеси между кластером и точкой стока – линейная функция давления в кластере; Связи между кластерами и точкой стока не меняются в течение рассматриваемого периода работы гидравлической системы.

Коэффициент гидравлического сопротивления коллектора f находится по данным промысловых замеров дебитов жидкости и газа и линейных давлений скважин данной ТЛ и давления на приеме ТЛ. Данный коэффициент представляется в виде аппроксимационного полинома:

$$f = \sum_{m} b_m \cdot Q_{fi}^{m}, \qquad (3)$$

где $b_m = \sum_l c_l \cdot Q_{g_l}^{l}$; b и с – аппроксимационные коэффициенты. Дебит жидкости находятся следующим образом [1]:

$$Q_{o\,i\,j} = PI_{o\,i\,j} (P \Pi \pi_{i\,j} - P \operatorname{Hac}), \tag{4}$$

где Рпл_{і ј} – давление на контуре питания скважины, Па; Рнас – давление насыщения, Па; PI_{oij} – коэффициент продуктивности при малой депрессии, вычисляемый по композитной кривой Вогеля, ст. м³/(сут·Па); Рзаб_{і і} (Qаг, Рлин) –зависимость забойного давления скважины от расхода газлифтного газа на скважине и линейного давления в кластере. Для фонтанных скважин и скважин, оборудованных УЭЦН, Рзаб = Рзаб(Рлин). Дебит газа находится следующим образом:

$$Q_{g\,i\,j} = \Gamma \Phi_{i\,j} \cdot Q_{o\,i\,j} \tag{5}$$

Фактически PI_{oij} и Pзаб_{ij}(Qаг, Рлин) и являются моделью скважины. Функция Рзаб_{і і} (Даг, Рлин) является аппроксимацией vfp-таблиц, полученных объединением кривых газлифта и задается в следующем виде [2]:

$$P_{3ab} = \sum_{i} k_i \cdot Q_a / r^i, \tag{6}$$

где $k_i = \sum_j a_j \cdot Pлин^j$; где k и a – аппроксимационные коэффициенты. Объемный коэффициент для газовой фазы вычисляется следующим образом [3]:

$$B_{g\,i} = \frac{Q_{g\,i\,j\,\text{лин. y}}}{Q_{g\,i\,j\,\text{ст.y}}} = \frac{P_{\text{ст.y}}}{P_{\text{лин.y}}} \cdot z_g(\text{Рлин}_i),$$
(7)

где z_g – коэффициент сверхсжимаемости газа, д. ед.

Таким образом, для данной ТЛ можно записать:

$$\begin{cases}
B_{f}(P_{ЛИH_{1}}) \cdot \sum_{j} Q_{f 1 j} + B_{g}(P_{ЛИH_{1}}) \cdot \sum_{j} Q_{g 1 j} + B_{g}(P_{ЛИH_{1}}) \cdot \sum_{j} Q_{a}/\Gamma_{1 j} = \\
= \lambda_{1} \cdot (P_{ЛИH_{1}} - \bar{P}) \\
... \\
B_{f}(P_{ЛИH_{n}}) \cdot \sum_{j} Q_{f n j} + B_{g}(P_{ЛИH_{n}}) \cdot \sum_{j} Q_{g n j} + B_{g}(P_{ЛИH_{n}}) \cdot \sum_{j} \frac{Q_{a}}{\Gamma_{n j}} = \\
= \lambda_{n} \cdot (P_{ЛИH_{n}} - \bar{P}) \\
\bar{P} = \frac{\sum_{i}^{n} (Q_{f i} + Q_{g i}) \cdot P_{ЛИH_{i}}}{\sum_{i}^{n} (Q_{f i} + Q_{g i})} - f(Q_{f i}, Q_{g i}) \cdot (Q_{f i} + Q_{g i})
\end{cases}$$
(8)

Настройка модели осуществляется в 2 шага (используются исторические данные): По известным линейным давлениям Рлин_i, дебитам жидкости скважин $Q_{f\,i\,j}$, газа $Q_{g\,i\,j}$ и расходам газлифтного газа $Qa/r_{i\,j}$ и давлениям на приеме технологической линии \overline{P} находится коэффициент гидравлического сопротивления $f = f(Q_{f\,i}, Q_{g\,i})$; по известным давлению на приеме ТЛ \overline{P} , линейным давлениям в кластерах Рлин_i, дебитам жидкости $Q_{f\,i\,j}$, газа $Q_{g\,i\,j}$ и расхода газлифтного газа $Qa/r_{i\,j}$ определяются коэффициенты гидропроводности кластера λ_i .

При вычислениях изменений добычи в результате проведения ГТМ, ОТМ или ВНС алгоритм вычислений после настройки модели выглядит следующим образом: Внесение изменений в систему: ВНС на существующих кустах скважин – появление новых Q_{fij} , Q_{gij} и Qa/Γ_{ij} , ввод в эксплуатацию новых кустов – появление новых уравнений в представленной выше системе уравнений, изменение расхода газлифтного газа – изменение $Qa/\Gamma_{ij} \Rightarrow P_{3ab_{ij}} \Rightarrow Q_{fij}, Q_{gij}$; расширение трубопроводной сети – изменение λ_i ; проведение ГРП, СКО, ЗБС – изменение $PI_{oij} \Rightarrow Q_{fij}, Q_{gij}$; расчет давления на приеме ТЛ \bar{P} ; расчет новых давлений в кустах скважин Pлин_i; расчет дебитов скважин по жидкости и газу Q_{fij}, Q_{gij} при новых Pлин_i.



Рис. 1. Ретроспективный анализ отключения скважин ВУ ОНГКМ в 2017

Верификация. Тестировалась прогнозная сила модели относительно ввода новых скважин. Был произведен ретроспективный анализ отключения скважин в 2017 г. Представленный на рис. 1 результат данного анализа демонстрирует удовлетворительную сходимость прогнозной силы модели относительно остановок скважин.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973 – 792 с.

2. Мамаев В.А., Одишария Г.Э., Семенов Н.И., Точигин А.А. Гидродинамика газо-жидкостных смесей в трубах. М.: Недра, 1969 – 208 с.

3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.-Л.: Гостехиздат, 1950 – 823 с.

МЕТОД РЕКОМБИНАЦИИ КЛАСТЕРОВ ДЛЯ УСКОРЕНИЯ РАСЧЕТА ГРАВИТИРУЮЩИХ СИСТЕМ

Многие современные задачи не решается аналитически полностью. Большое количество численных решений требует перехода от континуальных моделей к дискретным. Самым естественным видом такого перехода является представление объектов моделирования в виде совокупности более мелких элементов. При моделировании материалов одним из эффективных методов описания является такой, при котором одна элементарная деталь является молекулой вещества. Хоть данный подход и является одним из самых ресурсоемких, он широко используется для решения различных задач, так как именно внутреннее строение определяет их свойства. Он называется методом динамики частиц и о нем подробно написано в книге [1].

В некоторых областях, например, при моделировании компьютерных материалов, при применении этого метода используют допущение, заключающееся в том, что взаимодействие между частицами описываются так называемыми «близкодействующими» потенциалами. То есть взаимодействия элементов системы происходит только на близких, по сравнению с размерами всей системы, расстояниях. Благодаря этому сильно уменьшается асимптотическая сложность алгоритмов, используемых при решении задач из этой области, что ведет к ускорению расчетов.

Существует ряд задач, в которых использование близкодействующих потенциалов не оправдано. Наибольший интерес представляют системы с гравитационными и электромагнитными потенциалами, так как известно, что взаимодействия, описываемые ими, подчиняются закону обратных квадратов. В общем случае, такие задачи принято называть задачами п-тел.

Целью данной работы является создание метода рекомбинации кластеров — метода, позволяющего ускорить численное решение задач планетообразования в гравитирующих системах.

Метод разрабатывался для любых задач, где в процессе моделирования наблюдается формирование кластеров – устойчивых скоплений частиц.

Для работы с кластерами строится упрощенная модель кластера. Предполагается, что при увеличении количества частиц до бесконечности, но при сохранении конечного объема скопления форма кластера стремится к эллипсоидной с двумя равными полуосями, и третьей осью - осью вращения всего кластера, как твердого тела. В рамках задачи планетообразования данное предположение подтверждается наблюдениями – планеты имеют тенденцию к сохранению формы геоида и ось вращения часто коллинеарна с нормалью к плоскости вращения.

Кластер состоит из слоев, границы которых представляют из себя множество эллипсоидов, центры масс которых покоятся относительно друг друга. Таким образом учитывается влияния хаотической компоненты скорости на динамику кластера. Но так как хаотическая компонента имеет стохастическую природу, а количество частиц в одном слое считается достаточно большим, математическое ожидание ее распределения в одном слое равно нулю.

Кластеры достаточно больших размеров будут иметь достаточно тонкие слои, чтобы считать, что плотность внутри них постоянна.

Процесс планетообразования подразумевает переход от равномерно распределенного облака частиц к нескольким плотным скоплениям частиц, в которых и сконцентрирована большая часть массы системы (будем называть их кластерами). Кластер, главным образом, определяет тот факт, что потеря значительной части массы кластера может произойти только из-за взаимодействия с другими кластерами. Таким образом, для описания кластера, как объекта моделирования, не требуется большое количество частиц. Однако, для моделирования процесса аккумуляции пыли протопланетами, необходимо большое количество частиц. Таким образом можно прийти к возможности создания метода, позволяющего заменять кластеры, состоящие из большого количества легких частиц, на кластеры, состоящие из меньшего количества частиц большей массы – метод рекомбинации кластеров. Важно, чтобы этот метод не создавал больших ошибок, влияющих на физическое целесообразность поведение системы в целом, иначе изучения вопросов планетообразования, используя этот метод, становится сомнительной. Полученные ошибки сравниваются с погрешностями, возникающими при моделировании систем методом Барнса-Хата, так как последний зарекомендовал себя десятилетиями использования в области моделирования задачи n-тел [2, 3]. Также важно проанализировать поведение системы сразу после замены кластеров, она должна происходить максимально плавно для основных физических параметров системы, таким образом влияние на систему будет мало, то есть сравнимо с малым изменением в начальных условиях.

После выделения агломераций частиц требуется заменить их такими, которые схожи по физическому поведению, но содержат меньшее количество элементов.

Очевидно, что плотность кластера неравномерна – в центре она больше, чем на периферии.

Алгоритм нахождения плотности следующий:

1. Радиус-вектора частиц отображаются в единичный шар с помощью ортогонального оператора

$$DS = \begin{pmatrix} \frac{1}{d_1} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{d_2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{d_3} \end{pmatrix},$$

где d₁, d₂, d₃ – полуоси эллипсоида.

2. Частицы сортируются в порядке удаления от центра шара.

3. Полученный массив разделяется на подмассивы длиной num (параметр метода). Эти подмассивы будем называть слоями. Первая частица в слое задает внутренний радиус, последняя - внешний. Считается, что плотность постоянна в каждом слое, поэтому чтобы ее вычислить достаточно разделить num на объем слоя.

Важными характеристиками каждого слоя также являются средние угловые и средние хаотические скорости. Ось вращения сонаправлена с наименьшей полуосью эллипсоида. Хаотическая скорость вычисляется по следующей формуле

$$\overrightarrow{v_h} = \overrightarrow{v} - \overrightarrow{v_l} - \overrightarrow{v_r}$$

 $v_h = v - v_l - v_r$. ,где \vec{v} – полная скорость частицы, $\vec{v_l}$ - скорость движения центра масс кластера, $\vec{v_r}$ – линейная скорость вращения вокруг оси кластера, как элемента абсолютно твердого тела. Важно отметить, что последняя вычисляется на основе средней угловой скорости всех частиц в слое.

Далее, используя полученную информацию о слоях, можно создать формацию с требуемым количеством частиц. Для этого организуется новая структура с такими же слоями, но с иной массой частиц и их количеством. После этого, чтобы получить новую агломерацию частиц воздействуем на каждый радиус-вектор новых частиц оператором.

$$S = DS^{-1} = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{pmatrix}$$

В общем случае локальная система координат эллипсоида не обязательно совпадает с глобальной системой координат. Поэтому перед вычислением слоев необходимо воздействовать на радиусы-векторы частиц и скоростей оператором поворота, при генерации нового кластера необходимо воздействовать оператором обратного поворота.

В общем, используемый метод разделен на следующие этапы:

- 1. С помощью DBScan'а в системе выделяются кластеры;
- 2. Для каждого кластера с помощью алгоритма Хачияна вычисляется положение центра обрамляющего эллипсоида, а также величины полуосей и тензор поворота локальной системы координат.
- 3. В каждом кластере собирается информация, необходимая для дальнейшей генерации.
- 4. Генерируются новые кластеры вместо исходных.

Разработан, реализован и апробирован метод рекомбинации кластеров на примере задачи о планетообразовании. Данный метод можно использовать не только для уменьшения количества частиц в кластерах, но и для их увеличения, например при необходимости увеличения точности моделирования процесса образования планет.

Метод позволяет существенно увеличить скорость расчетов. С увеличением общего количества частиц в системе его эффективность увеличивается.

При разработке и реализации метода не использовались знания о виде потенциала, таким образом его использование возможно в любой системе, в ходе которой образуются скопления, удовлетворяющие используемой модели кластера.

Метод рекомбинации построен таким образом, что его работа никак не влияет на применение других, более классических методов ускорения расчетов – использование иерархических алгоритмов и параллельных вычислений на многопроцессорных системах.

Ошибка, вносимая данным методом, меньше ошибки иерархических методов и сильно зависит от момента эволюции системы, в который происходит замена кластеров – вокруг заменяемых кластеров уже не должно быть большого количества «пыли».

ЛИТЕРАТУРЫ:

1. А.М. Кривцов. Деформирование и разрушение твердых тел с микроструктурой. - М.: Физматлит, 2007. - 304 с.

2. Salmon J.K., Warren. M.S., Skeletons from the treecode closet $\prime\prime$ Journal of Computational Physics, 1994 . 111(1). pp.136-155.

3. Hernquist L., Performance characteristics of tree codes // Astrophysical Journal Supplement Series, 1987. 64. pp.715-734.

УДК 004.925.84:678-4:376.32

И.А. Бегун, М.В. Великов, В.А. Зуев, Г.А. Мирошник Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ПРИБОР ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ НЕЗРЯЧИХ ТАКТИЛЬНОМУ ЧТЕНИЮ «ТРЕНАЖЕР БРАЙЛЯ»

Актуальность. Число незрячих год от году увеличивается [1], притом среди них уменьшается доля грамотных, т. е. владеющих чтением и письмом по методу Луи Брайля. Синтезаторы речи не всегда могут заменить чтение. Существуют приборы для тактильного

чтения электронных документов – дисплеи Брайля. Дисплеи Брайля с компактными пьезоэлектрическими ячейками выпускаются ограниченными сериями, поэтому дороги и недоступны многим инвалидам по зрению. По причине дороговизны дисплеи Брайля не могут быть использованы для обучения рельефной азбуке. Предприняты многочисленные попытки создания альтернатив пьезоэлектрическим ячейкам [2] [3]. В 2016-2017 гг. в СПбПУ под руководством Г.А. Мирошника созданы прототипы устройств для обучения чтению по Брайлю с фабричными пьезоэлектрическими ячейками. В данной работе предлагаются конструкции, оптимизированные для изготовления на 3D-принтере, что упрощает и удешевляет мелкосерийное производство.

Цель работы. Доказать возможность создания устройств вывода текста по Брайлю на основе сервоприводов и 3D-печати взамен пьезопластин и деталей, изготовленных штамповкой/литьем пластмассы. Сконструировать программно-аппаратный комплекс для самостоятельного изучения рельефного алфавита незрячим человеком. Исследовать возможность миниатюризации деталей, изготавливаемых на 3Д-принтере Creality Ender 3.

Ход работы. Последовательно разработаны три конструкции ячейки Брайля, оптимизированные для 3D-печати. В каждой конструкции размер деталей уменьшен по сравнению с предыдущей.

1. Для демонстрации возможности создания ячейки Брайля на 3Д-принтере смоделирован и изготовлен опытный механизм, причем удалось на поверхности воспроизвести рельеф, подобный форме символа Брайля: при тестировании незрячий человек ясно различал русские буквы. Собранная ячейка была вмонтирована в корпус с динамиком, джойстиком, брайлевской клавиатурой и микроконтроллером Arduino Nano. Составлена программа для контроллера на языке C++ и клиентская программа для ПК на языке Python (интерактивный курс обучения, а также создание и чтение коротких заметок, часы по Брайлю и прочее).

2. После первого успешного опыта решено было проверить возможность уменьшения размеров деталей. Для этого применена компактная звездообразная схема расположения сервоприводов (рис. 1а). Несмотря на наличие более тонких и сложных по форме деталей, механизм был успешно распечатан на 3Д-принтере, собран и встроен в прибор-приставку к компьютеру (рис. 1г). В конструкции приставки учтены замечания специалиста региональной организации Всероссийского общества слепых: лицевая панель выполнена не из фанеры, а из более приятного на ощупь оргстекла, подкорректировано расположение кнопок шестиклавишной брайлевской клавиатуры.



Рис. 1. (а) – компьютерная модель механизма,(б) – эскиз ячейки, (в) – модель устройства целиком, (г) – собранные тренажеры Брайля

3. Дальнейшим развитием механики стал блок вывода символов Брайля с несколькими ячейками. Расположить ячейки рядом, поместив в корпус по шесть сервоприводов на ячейку, технически сложно, поэтому спроектирован и изготовлен механизм с подвижной кареткой, которая передвигается вдоль ряда ячеек и переключает каждую по отдельности. Каретка приводится в движение шаговым двигателем типа NEMA17 и несет три сервопривода SG90, переключающих верхний, средний и нижний ряды точек (рис. 2).

Каждая ячейка полностью состоит из деталей, изготовленных на 3D-принтере, за исключением штырей, которые изготовлены на заводе из полиэтилена высокой плотности. Общий подвижный узел, вместо отдельных моторов приводящий в действие штыри, позволяет разместить 15-20 ячеек в ряд без усложнения конструкции и существенного повышения стоимости.



Рис. 2. (а) – модель блока вывода тактильной информации, (б) – устройство ячейки

Внутри ячейки горизонтальное возвратно-поступательное движение, сообщаемое подвижным блоком, преобразуется в вертикальное (рис. 26). Размеры символов Брайля увеличены на 50% по сравнению с ГОСТ [4] по двум причинам: во-первых, изучающим азбуку Брайля (в особенности поздноослепшим) вначале сложно воспринимать мелкий шрифт; во-вторых, попытки создать более миниатюрные подвижные детали не принесли успеха в силу ограничений метода 3D-печати. Детали, изготовленные на FDM-принтере, имеют ярко выраженную слоистую структуру (рис. 3), отчего значительно повышается трение в местах контакта подвижных частей, притом горизонтальные размеры изделий соблюдаются с погрешностью 0.05-0.2 мм в зависимости от качества сырья. Эти факторы вынуждают оставлять зазоры в 0.4-0.6 мм между движущимися деталями и не позволяют изготовлять на 3D-принтере мелкие элементы, например, штыри в ячейках.



Рис. 3. Тест на качество 3D-печати. Слева направо: столбики толщиной 4, 3, 2, 1.5, 1, 0.75 мм

Выводы. В работе продемонстрирована возможность изготовления ячеек Брайля из деталей, сделанных на 3D-принтере, и широко распространенных электромеханических узлов. Разработан интерактивный прибор для изучения шрифта Брайля, в котором размеры точек увеличены по сравнению со стандартом. Модели деталей и код программ опубликованы в свободном доступе (ссылка: github.com/zuevval/braille). Анализ возможностей 3D-принтера показал, что для изготовления ячеек по стандарту потребуется обрабатывать детали после печати либо прибегнуть к более точным методам изготовления – например, печати на фотополимерном 3D-принтере.

ЛИТЕРАТУРА::

1. Выдров, А. С. Оценка динамики и прогноз первичной инвалидности в Амурской области вследствие офтальмопатологии. [Электронный ресурс] / А. С. Выдров // Электронный научный журнал «Социальные аспекты здоровья населения». – 2014. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/v/otsenka-dinamiki-i-prognoz-pervichnoy-invalidnosti-v-amurskoy-oblasti-vsledstvie-oftalmopatologii, свободный – Загл. с экрана.

2. Kajimoto, H. Electro-Tactile Display with Tactile Primary Color Approach [Электронный ресурс] /H. Kajimoto, N. Kawakami, S. Tachi // IROS2004, Sendai, Tokyo. – 2005.- Режим доступа: files.tachilab.org/publications/intconf2000/kajimoto200410IROS.pdf, свободный – Загл. с экрана.

3. Bristol Braille Technology CIC [Электронный ресурс] – Bristol, UK.: 2018 -. – Режим доступа: http://www.bristolbraille.co.uk, свободный. – Загл. с экрана.

4. ГОСТ Р 56832-2015 Шрифт Брайля. Требования и размеры [Электронный ресурс]. / М.: Стандартинформ, 2016 -. – Режим доступа: http://docs.cntd.ru/document/1200129068, свободный. -Загл. с экрана.

УДК 539.3

И.О. Порошин¹, С.Н. Гаврилов^{1,2}, Е.В. Шишкина² ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ²Институт проблем машиноведения РАН

ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СТРУНЫ НА ВИНКЛЕРОВСКОМ ОСНОВАНИИ С НЕРАВНОМЕРНО ДВИЖУЩИМСЯ ОСЦИЛЛЯТОРОМ

Рассматриваются нестационарные колебания бесконечной струны на упругом основании с подвижным осциллятором. В случае постоянных параметров (при постоянной скорости движения осциллятора) в такой системе может существовать смешанный спектр колебаний [1]. Применение к этой системе нестационарного внешнего возбуждения может привести к появлению колебаний струны вблизи неоднородности. Ранее Гавриловым С.Н. и Индейцевым Д.А. была решена аналогичная задача для подвижной точечной массы [2].

Целью данной работы является аналитическое описание эволюции амплитуды локализованной моды колебаний при медленно меняющейся во времени скорости движения осциллятора.

При построении искомого решения используются последовательно метод стационарной фазы и метод многих масштабов. Полученные результаты проверены независимыми численными расчетами на основе решения уравнения Вольтерра II рода. Показано хорошее соответствие аналитического и численного решений.

Рассматривается бесконечная струна на винклеровском основании. Пусть u(x,t) – перемещения точки струны с координатой x в момент времени t. В момент времени t=0 вдоль струны начинает двигаться по некоторому известному закону l(t) подвижная нагрузка – упругий осциллятор, обладающий массой M и жесткостью K (рис. 1).



Введем обозначения: $v(t) = \dot{l}(t)$, $a(t) = \dot{v}(t)$ – скорость и ускорение осциллятора вдоль струны соответственно; p(t) – заданная внешняя поперечная сила, действующая на осциллятор; U(t)=u(l(t),t) – перемещение точки струны, в которой находится подвижная нагрузка. Осциллятор действуют на струну с некоторой силой P(t). Также накладываются условия конечности энергий. Принимаются нулевые начальные условия. Переходя в подвижную систему координат, связанную с осциллятором, получим в безразмерном виде следующую систему уравнений, начальных и граничных условий:

$$(1 - v^{2})u_{xx} + au_{x} + 2vu_{xt} - u_{tt} - u = -P(t)\delta(x),$$

$$MU_{tt}(t) = -P(t) + p(t) - KU(t),$$

$$u|_{t<0} \equiv 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} u^{2}(x,t) dx < \infty,$$

$$\int_{u}^{+\infty} u_{x}^{2}(x,t) dx < \infty.$$

Интегрируя уравнение движения по \$x\$ в малой окрестности точки приложения подвижной нагрузки, получим условия Гюгонио:

$$[u] = 0, [u_x] = -\frac{P(t)}{1 - v^2}$$

где квадратными скобками обозначен скачок соответствующей величины при \$x=0\$.

Далее рассматриваем однородную стационарную (a = 0, p(t) = 0) спектральную задачу о собственных колебаниях системы и находим локализованные моды колебаний ниже частоты отсечки ($\Omega < \Omega_* \sqrt{1 - v^2}$):

$$\Omega_0^2 = \frac{KM - 2 + 2\sqrt{(1 - v^2)M^2 - KM + 1}}{M^2}, M > 0$$
$$\Omega_0^2 = 1 - v^2 - \frac{K^2}{4}, M = 0$$

так же формулируем условия существования дискретного спектра:

$$v^{2} < 1 - \frac{K}{M}, K \ge 0$$
$$v^{2} \le 1 - \frac{K^{2}}{4}, K < 0$$

В предельном переходе *M*=0 результат совпадает с ранее полученным в работе [3]. Ограничения в терминах скорости показывают, что локализованная мода исчезнет раньше, чем подвижная нагрузка достигнет скорости звука.

Далее рассматривается неоднородная задача о равномерном движении при действии заданной внешней силы. К уравнениям применяется преобразование Фурье по времени. Асимптотику обратного преобразования Фурье для перемещения находим [4] с помощью метода стационарной фазы:

$$u(0,t) = \frac{\sqrt{1 - v^2 - \Omega_0^2} |\mathcal{F}\{p\}(\Omega_0)|}{\Omega_0 \left(1 + M\sqrt{1 - v^2 - \Omega_0^2}\right)} \cdot \sin(\Omega_0 t - \arg(\mathcal{F}\{p\}(\Omega_0))) + o(1)$$

Далее рассматривается случай неравномерного движения при помощи подхода, предложенного в [1]. Данный подход основан на методе многих масштабов. Получим:

$$u(0,\tau) = C_0 \sqrt{\frac{M\Omega_0^2 - K}{\Omega_0 (M^2 \Omega_0^2 - KM + 2)}} \sin\left(\int_0^\tau \Omega_0(T) dT - D_0\right) + O(\epsilon)$$

Здесь C_0 – произвольная константа, подлежащая определению из условия сращивания с решением, найденным для случая постоянной скорости. Для силы P(t), с которой осциллятор действует на струну, тогда можно получить:

$$u(0,\tau) = C_0 \sqrt{\frac{M\Omega_0^2 - K}{\Omega_0 (M^2 \Omega_0^2 - KM + 2)}} \sin\left(\int_0^t \Omega_0(T) dT - D_0\right) + O(\epsilon)$$

Была произведена независимая численная проверка. Найденное аналитическое решение (предыдущая формула) сравнивалось с численным решением интегрального уравнения Вольтерра II рода, к которому может быть сведена исходная задача [2], [5]:



M=5, *a*=0,005, *T*=200

Сравнение аналитических и численных результатов представлено на рис. 2.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Индейцев Д.А., Кузнецов Н.Г., Мотыгин О.В., Мочалова Ю.А. Локализация линейных волн. — СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2007. – 342 с.

2. Гаврилов С.Н., Индейцев Д.А. Об эволюции локализованой моды колебаний в системе "струна на упругом основании – подвижное инерциальное включение"// ПММ. – 2002. – Т.6 – С. 864-873

3. Gavrilov S.N., Mochalova Yu.A., Shishkina E.V.. Evolution of a trapped mode of oscillation in a string on the Winkler foundation with point inhomogeneity // Proceedings of the International Conference DAYS on DIFFRACTION – 2017 - p. 128-133

4. Gavrilov S.N., Shishkina E.V., Mochalova Yu.A. An infinite-length system possessing a unique trapped mode versus a single degree of freedom system: a comparative study in the case of time-varying parameters. // Advanced Structured Materials, vol. 103. pp. 231-251.

5. Каплунов Ю.Д. Крутильные колебания стержня на деформируемом основании при действии движущейся инерционной нагрузки. // Изв. АН СССР. МТТ. – 1986. – №6. – с. 174-177

УДК 515.14, 001.891.573, 004.942

А.В. Калюжнюк Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИМЕНИТЕЛЬНО К РАЗЛИЧНЫМ МЕТОДАМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ДАННЫХ СКВАЖИННОЙ ГЕОФИЗИКИ

Введение. На сегодняшний день цифровое геологическое и гидродинамическое моделирование являются неотъемлемой частью разработки месторождений углеводородов. Как правило, такое моделирование – итеративный и долгосрочный процесс, состоящий из двух основных этапов [1]:

1. Моделирование распределения петрофизических параметров и фильтрационно-емкостных свойств месторождения на основе данных наблюдений и их пространственной интерполяции;

2. Моделирование процессов фильтрации на основе уравнений гидрогазодинамики и определенной стратегии разработки месторождения: расположения и конфигурации скважин, режимов добычи и др.

Своевременное построение качественной модели – ключевой элемент для принятия эффективных управленческих решений по разработке месторождения. Эта проблема особенно актуальна в настоящее время, когда доля традиционных коллекторов углеводородов уменьшается, уступая место разработке пластов, обладающих низкой проницаемостью и высокой расчлененностью.

Таким образом, разработка новых подходов для повышения качества моделей и сокращения сроков их подготовки является актуальной задачей.

Один из таких подходов – разработка инструментов для оценки и классификации моделей. В работе в качестве этого инструмента использованы топологические характеристики (взвешенные числа Бетти) цифровых моделей месторождения. Подобный подход нашел отражение в работе некоторых зарубежных авторов [2, 3].

Объект и предмет исследования – нефтяные месторождения – совокупности скоплений углеводородов (нефти) на определенной территории.

В работе рассмотрены цифровые модели месторождения, полученные в результате пространственной интерполяции имеющихся данных исследований скважинной геофизики. Такие данные позволяют оценить фильтрационно-емкостные свойства пласта (пористость, проницаемость) в околоскважинном и межскважном пространстве и путем их

пространственной интерполяции создавать трехмерные модели распределения фильтрационно-емкостных свойств в пласте.

В качестве таких методов рассмотрен как используемый инженерами-геологами на практике стохастический алгоритм последовательного Гауссова моделирования (SGS, рис. 1) [4], так и стохастический алгоритм спектрального моделирования (рис. 2) [5], позволяющий учесть нестационарность распределения фильтрационно-емкостных свойств в модели пласта.



Рис. 1. Пример сегмента геологической модели, созданной с помощью алгоритма последовательного Гауссова моделирования (SGS, экспоненциальная вариограмма)



Рис. 2. Пример сегмента геологической модели, созданной с помощью алгоритма спектрального моделирования

Цель работы – развитие методов топологии для использования топологических характеристик в качестве меры для оценки геологического описания и качества трехмерных моделей месторождения, построенных с использованием различных алгоритмов пространственной интерполяции.

Для достижения цели поставлена следующая задача: исследовать распределение взвешенных чисел Бетти для моделей, построенных с использованием алгоритмов пространственной интерполяции имеющихся данных исследований скважинной геофизики, варьируя параметры алгоритмов и геологическую "отсечку" (*cutoff*).

Методы исследования. В работе использованы методы алгебраической топологии, а также разработанное программное обеспечение для определения взвешенных по объему компонент связности чисел Бетти [6]:

$$< b_j >= \frac{\sum_{i=1}^N v_i \cdot b_{ji}}{\sum_{i=1}^N v_i}$$

где $< b_j > -j^{oe}$ взвешенное число Бетти, $b_{ji} - j^{oe}$ число Бетти $i^{oň}$ компоненты связности, v_i – объем (в вокселях) $i^{oň}$ компоненты связности, N – число компонент связности.

В результате проведенной работы задача решена, установлено, что при варьировании параметров алгоритмов пространственной интерполяции и параметра геологической "отсечки" (*cutoff*) взвешенные числа Бетти остаются кластеризованными для обоих использованных стохастических алгоритмов (рис. 3, 4).



Рис. 3. Значения взвешенных чисел Бетти < b₂ > и < b₁ > для геологических моделей, построенных с помощью алгоритма последовательного Гауссова моделирования, для различных значений отсечки cutoff, радиусов вариограмм R и типов вариограмм (слева – экспоненциальная вариограмма, справа – Гауссова вариограмма)



Рис. 4. Значения взвешенных чисел Бетти < b₂ > и < b₁ > для геологических моделей, построенных с помощью спектрального алгоритма, для различных значений отсечки cutoff и числа k-ближайших соседей

Выводы. В результате установлено, что топологические характеристики остаются кластеризованными и могут применяться для классификации цифровых геологических моделей, построенных с использованием не только классических методов (SGS), но и иных – например, метода спектрального моделирования.

ЛИТЕРАТУРА:

Topological Characteristics of Digital Models of Geological Core / R. Gilmanov, A. Kalyuzhnyuk, I. Taimanov, A. Yakovlev // Second IFIP TC 5, TC 8/WG 8.4, 8.9, TC 12/WG 12.9 International Cross-Domain Conference, CD-MAKE 2018, Hamburg, Germany, August 27–30, 2018, Proceedings.
 Direct relations between morphology and transport in Boolean models / C. Scholz, F. Wirner, M. Klatt, D. Hirneise, G. Schröder Turk, K. Mecke, C. Bechinger // Phys. Rev. E 92, 043023, 2015 – 11 p.

3. Connectivity metrics for subsurface flow and transport / P. Renard, D. Allard // Advances in Water Resources 51, 2013 – pp. 168-196

4. Геостатистика: теория и практика / В. В. Демьянов, Е. А. Савельева; под ред. Р. В. Арутюняна // Ин-т проблем безопасного развития атомной энергетики РАН. – М.: Наука, 2010. – 327 с

5. Effectiveness Study of the Spectral Approach to Geostatistical Simulation / N. Ismagilov, O. Popova, A. Trushin // SPE-196106-MS. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 30 September - 2 October, Calgary, Alberta, Canada.

6. Методы математического моделирования неоднородных анизотропных сред в статистической подземной гидромеханике: Автореф. дис. на соискание степени доктора ф.-м. наук. / А.А. Яковлев // Уфа, 2003. – 32 с.

УДК 534.08

Ю.С. Ледовская, А.В. Лукин, И.А. Попов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

БАЛОЧНЫЙ МИКРОКАНАЛЬНЫЙ РЕЗОНАТОР КАК ДЕТЕКТОР МАССЫ НАНОЧАСТИЦ В ПРОТЕКАЮЩЕМ ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ

Введение. В настоящее время большой интерес вызывают наномеханические резонаторы из-за их особо высокой чувствительности. Данные устройства применяются в различных областях инженерии и науки для обнаружения широкого спектра физических и химических величин, в системах наномеханических и нанобиологических устройств.

В частности, наномеханические резонаторы используются для: области зондирования, связи, сбора энергии и в микрофлюидных устройствах [1]; доставки наночастиц и транспортировки жидкости, в качестве транспортера или контейнера нанобиологических устройств для доставки лекарств [2]; массового обнаружения небольших биологических элементов, таких как молекулы, вирусы и бактерии [3]. Указанные системы способны обнаруживать силы, присутствующие во внутримолекулярных ковалентных связях или даже количественную оценку массы одного протона [4], концентрацию газа, а также, изменения давления и температуры [3].

Развитие микрофлюидики привело к появлению приборов, в которых осуществляется воспроизводимое управление нано- и пиколитровыми объемами жидкости [5]. Одной из важных функций микрофлюидных чипов является определение массы нано- и микрочастиц [1,6]. Для достижения этой цели могут быть использованы микроканальные резонаторы, осуществляющие упругие колебания при управляемом внешнем возбуждении.

Предметом настоящего исследования являются балочные микрорезонаторы с жидкостью, которые уже были описаны в работе [1]. На основе выбранного исследования воспроизводятся результаты [1], отрабатываются численные алгоритмы решения выбранного класса задач: модальной дискретизации, решения нелинейных операторных уравнений. Однако, в работе [1] не учтен электростатический принцип возбуждения колебаний. При взятии его во внимание, задача становится существенно нелинейной, в силу того, что соответствующее слагаемое является нелинейным.

Таким образом, цель настоящей работы – исследование нелинейной части уравнения резонатора, полученной из-за рассмотрения электростатического принципа возбуждений.

Результаты. Предлагается математическая модель балочного микроканального резонатора с электростатическим принципом возбуждения колебаний, предназначенного для определения массы наночастиц, движущихся в потоке протекающей по каналу резонатора жидкости.

Уравнение динамики микроканального резонатора с учетом протекающей жидкости, расположенной в канале нано-частицы и действующего электрического поля имеет вид:

$$\begin{split} \mathrm{EI} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \alpha \mathrm{m}_{\mathrm{f}} \mathrm{U}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \mathrm{m}_{\mathrm{f}} \mathrm{U} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + \left(\mathrm{m}_{\mathrm{p}} + \mathrm{m}_{\mathrm{f}}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \mathrm{c} \frac{\partial w}{\partial t} \\ + \left(\mathrm{m}_{\mathrm{e}} \mathrm{U}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \mathrm{m}_{\mathrm{e}} \mathrm{U} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + \mathrm{m}_{\mathrm{e}} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right) \delta(\mathrm{x} - \mathrm{x}_{\mathrm{c}}) = \frac{\epsilon_0 \mathrm{b} \mathrm{V}^2}{2(\mathrm{d} - \mathrm{w})^2} \end{split}$$

где EI – классическая изгибная жесткость микротрубки, m_f – масса жидкости на единицу длины, U – постоянный средний расход скорости, m_p – масса трубы на единицу длины, с – коэффициент вязкого демпфирования из-за трения с внешней окружающей жидкостью, «фактор изменения профиля потока», представляющий неоднородный эффект внутреннего потока жидкости, w (x, t) – боковое отклонение трубы, где x и t – осевая координата и время соответственно, d – ширина зазора конденсатора, ε_0 – диэлектрическая проницаемость среды, V – напряжение поляризации, b – ширина балки.

Целью исследования является определение спектральных характеристик резонатора (его собственных частот) в зависимости от массы и положения частицы, скорости потока жидкости и значения постоянной компоненты электрического напряжения.

С целью отработки используемых аналитических и численных методов, на первом этапе исследования каждый из перечисленных факторов рассматривается отдельно. В виде модели микрорезонатора рассмотрим модель микрорезонатора в виде балки, закрепленного с левого конца, с добавочной массой. Уравнения колебаний и граничные условия вида: $EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \alpha m_f U^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2m_f U \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} = 0$; X(0) = 0, $\frac{\partial X}{\partial x}(0) = 0$, $\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}(1) = 0$, $EI \frac{\partial^3 X}{\partial x^3}(1) = M_e \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(1)$



Рис. 1. Зависимости частот колебаний микрорезонатора от а) изменения положения частицы, б) массы частицы на нем

Решение исходного уравнения найдено методом Галеркина. Решение представлено в виде ряда по собственным функциям задачи без массы на балке. Запись проекционных условий приводит к системе линейных алгебраических уравнений, определитель которой дает частотные уравнения. В следствие чего, получены частоты колебаний балочного микрорезонатора. Найдены зависимости частот колебаний балки с точечной определенной массой от ее положения на балке, а так же зависимости частот колебаний балки с частицей от ее массы при точном положении частицы на микрорезонаторе. Кроме того, решения получены с помощью метода конечных элементов в программной системе Ansys. На рисунках представлены сравнения аналитического и численного решений. Результаты получены при параметрах: материал – сталь, ширина сечения балки 10^{-3} м, высота сечения балки $50 \cdot 10^{-3}$ м, длина балки 1 м, масса частицы 1 кг.

Как видно, из рисунка наблюдается хорошее согласие аналитических и численных испытаний. Отметим, что при увеличении высоты сечения к длине балки наблюдается рост расхождения результатов, т.к. модель Эйлера-Бернулли с ростом балки менее чувствительна. Далее, исследована модель балочного микрорезонатора типа кантилевер с протекающей жидкостью. Данная система является неконсервативной и анализ ее спектральных свойств затруднен в связи с комплексно значностью ее собственных частот [7,8]. Исследована потеря упругой устойчивости микроканального резонатора по сценариям дивергенции и флаттера в зависимости от типа граничных условий. Полученные результаты сравнены с результатами взятой за основу исследования статьи [1], получены результаты колебаний системы под воздействием электрического поля.

Заключение. Развитые аналитические и численные методы позволяют построить модель балочного микроканального резонатора с учетом всех действующих факторов. Построенная модель позволит создать точную систему, которая может быть использована для определения массы частицы и ее положения в потоке жидкости.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Wang Lin et. al. Vibration analysis of suspended microchannel resonators characterized as cantilevered micropipes conveying fluid and nanoparticle. Microsystem Technologies. 2019. № 25.

2. Lee H-L, Chang W-J (2011) Dynamic modelling of a single-walled carbon nanotube for nanoparticle delivery. Proc R Soc A 467:860–868.

3. Adam Bouchaala, Ali H. Nayfeh, Mohammad I. Younis. Analytical study of the frequency shifts of micro and nano clamped–clamped beam resonators due to an added mass. Meccanica (2016) DOI 10.1007/s11012-016-0412-4.

4. Randi Potekin, Seok Kim, D. Michael McFarland, Lawrence A. Bergman, Hanna Cho, Alexander F. Vakakis. A micromechanical mass sensing method based on amplitude tracking within an ultra-wide broadband resonance. Nonlinear Dyn (2018) 92:287–304.

5. Кухтевич И.В. Микрофлюидные чипы для исследования биологических объектов методами микроскопии высокого разрешения. Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. 2012. №1 (77).

6. Zhang Wen-Ming et.al. A measurement criterion for accurate mass detection using vibrating suspended microchannel resonators. Journal of Sound and Vibrations. 2017. № 403.

7. T.B.Benjamin. Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid. I. Theory. Proceedings the royal of society. 1961.

8. Stephanie Rinaldi, Sairam Prabhakar, Srikar Vengallatore, Michael P. Paidoussis. Dynamics of microscale pipes containing internal fluid flow:Damping, frequency shift, and stability. Journal of Sound and Vibration (2010).

Е.А. Белоусова¹, Е.А. Подольская^{2,1}, А.Ю. Панченко^{1,2,3} ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ²Институт проблем машиноведения РАН ³Tel Aviv University

ПОСТРОЕНИЕ ЗЕРЕННОЙ МОДЕЛИ ГЕКСАГОНАЛЬНОГО НИТРИДА БОРА ДЛЯ ОПИСАНИЯ УПРУГИХ СВОЙСТВ НА ОСНОВЕ V-MODEL

Нитрид бора – двухкомпонентное соединение, состоящее из азота и бора. Существуют различные модификации нитрида бора: гексагональный (h-BN), гексагональный плотноупакованный (γ -BN) и кубический (β -BN). Гексагональный нитрид бора является наиболее стабильной формой нитрида бора и имеет структуру, подобную графену.

Гексагональный нитрид бора имеет широкую область применения. Ширина запрещенной зоны h-BN составляет порядка 4-6 эВ, что делает его изолятором, поэтому h-BN может применяться в качестве барьерного слоя при утечке заряда в электронном оборудовании. Светоизлучающие устройства на основе h-BN в дальней ультрафиолетовой зоне (FUV), могут быть использованы в компактной оптоэлектронике УФ-спектра. h-BN остается химически инертным при температурах выше 2000 К. Благодаря этим свойствам порошок h-BN стал незаменимым компонентом в производстве различных огнеупорных покрытий и керамики.

Таким образом, гексагональный нитрид бора является перспективным материалом для изучения. Поэтому целью данной работы является создание модели, позволяющей корректно описывать упругие свойства гексагонального нитрида бора в системах большого размера.

В работе [1] был предложен переход к треугольной решетке путем замены шести атомов решетки гексагонального нитрида бора на зерно (рис. 1).



Рис. 1. Замена шести атомов решетки *h*-BN на «зерно»

Связи между зернами моделировались двумя моделями: стержневой [1] и V-model [2]. В [1] для стержневой модели были найдены упругие характеристики гексагонального нитрида бора. В настоящей статье остановимся подробнее на второй модели.



Рис. 2. Две скрепленные частицы в недеформированном состоянии (слева) и деформированном состоянии (справа) [2]

Рассмотрим модель упругих связей в твердом теле, состоящем из связанных частиц. Предположим, что связь соединяет две точки, принадлежащие частицам. Эти точки лежат на линии, соединяющей центры частиц в исходном (недеформированном) состоянии. Расстояния от этих точек до центров частиц обозначим R_i и R_i соответственно (рис. 2).

В V-model потенциальная энергия связи является функцией взаимного расположения частиц \mathbf{D}_{ij} и векторов, жестко связанных с частицами \mathbf{n}_{ik} , \mathbf{n}_{jm} (рис. 2). Вектор \mathbf{D}_{ij} направлен вдоль связи и выражается следующим образом: $\mathbf{D}_{ij} = \mathbf{r}_{ij} + R_i \mathbf{n}_{ij} - R_i \mathbf{n}_{ij}$.

Так как мы решаем плоскую задачу, мы не будем учитывать слагаемые, связанные с изгибом и кручением. Выражение для потенциальной энергии примет следующий вид [2]:

$$U = \frac{B_1}{2} \left(D_{ij} - a \right)^2 + \frac{B_2}{2} \left(\mathbf{n}_{j1} - \mathbf{n}_{i1} \right) \cdot \mathbf{d}_{ij}$$

Выражения для силы и момента запишутся следующим образом:

$$\mathbf{F}_{ij} = \frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}_{ij}} = B_1 \left(D_{ij} - a \right) \mathbf{d}_{ij} + \frac{B_2}{2D_{ij}} \left(\mathbf{n}_{j1} - \mathbf{n}_{i1} \right) \cdot \left(\mathbf{E} - \mathbf{d}_{ij} \mathbf{d}_{ij} \right)$$
$$\mathbf{M}_{ij} = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial U}{\partial \mathbf{n}_{ik}} \times \mathbf{n}_{ik} = R_i \mathbf{n}_{i1} \times \mathbf{F}_{ij} - \frac{B_2}{2} \mathbf{d}_{ij} \times \mathbf{n}_{i1}$$

Коэффициенты $B_1 = C_a$ и $B_2 = a^2 C_d$ – параметры модели, пропорциональные продольной и поперечной жесткости соответственно.

В данной модели содержится 4 параметра: B_1, B_2, m, R , варьируя которыми мы сможем подобрать упругие характеристики h-BN. Частицы будем моделировать как твердые тела. Для того, чтобы избежать граничных эффектов, зададим на границе периодические граничные условия, создавая тем самым подобие бесконечного образца.

Для определения упругих характеристик материала необходимо найти компоненты матрицы жесткости ⁴C, которая находится из закона Гука: $\sigma = {}^{4}C \cdot \varepsilon$. Для треугольной решетки тензор жесткости ⁴C будет иметь три независимые компоненты: C_{11}, C_{22}, C_{12} , и одну компоненту, которая выражается через другие следующим образом: $C_{66} = \frac{C_{11} - C_{12}}{2}$.

Ненулевые компоненты тензора жесткости определяются появлением ненулевых компонент тензора напряжений в результате наложенной деформации $\varepsilon_{ij} = \pm 10^{-5}$. Тензор

напряжений рассчитывается по формуле: $\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{2V_0} \sum_{\alpha} \mathbf{a}_{\alpha} \mathbf{F}_{\alpha}$.

Таким образом, для получения численных результатов необходимо провести 4 эксперимента:

- 2 чистых сдвига в плоскостях симметрии XZ, YZ (рис. 3, слева).
- 2 растяжения по главным осям модели Х, Ү (рис. 3, справа).



Рис. 3. Схема приложения сдвиговой (слева) и растягивающей (справа) нагрузок

Связь модулей упругости с коэффициентами тензора жесткости выражается следующим образом: $\nu = \frac{C_{12}}{C_{11}}, E = \frac{C_{12}^2 - C_{12}^2}{C_{11}}.$

Для проверки пригодности данной модели к описанию динамических задач построим дисперсионные соотношения (рис. 4). Спектр h-BN содержит три акустических и три оптических ветви. Численно рассчитанные спектры для h-BN взяты из [3]. Так как в задаче был осуществлен переход от сложной решетки к простой (рис. 1), количество степеней свободы уменьшилось, в связи с этим оптических ветвей не будет и останутся только акустические ветви.

В результате подбора параметров рассматриваемой модели были получены упругие модули, представленные в табл.1, а также найдены параметры модели (табл. 2).

	Е,ГПа	ν	<i>C</i> ₁₁ ,ГПа	<i>C</i> ₁₂ , ГПа	С ₆₆ ,ГПа	Источник
Параметры из	833	0.218	878	198	340	[4]
источников [4,5,6]	865	0.211	891	238	326	[5,6]
Численные параметры	899	0,31	898	283	307	
Погр. отн. сред. знач. эксп. данных, %	5,9	15,5	1,5	29,7	7,7	

Табл. 1. Упругие модули, рассчитанные при помощи V-model

Табл. 2. Подобранные параметры модели V-model

<i>В</i> ₁ , Н/м	$B_2, 10^{-20} \mathrm{H}\cdot\mathrm{M}$	<i>R</i> , нм	т,а.е.м.
224,5	1	0,143154	25,016005

Помимо упругих модулей были построены расчетные, соответствующие параметрам модели (табл. 2), и экспериментальные [3] дисперсионные соотношения, которые совпадают для длинных волн и низких частот, представленные на рис. 4.



Рис. 4. Фононный спектр гексагонального нитрида бора (акустические ветви): экспериментальные данные [3] (зеленые точки) и результаты расчетов (красные точки)

Таким образом, в данной работе была рассмотрена V-model для описания взаимодействия между зернами треугольной решетки. Данная модель корректно описывает упругие свойства гексагонального нитрида бора при малых деформациях с погрешностью менее 10%. Полученные дисперсионные соотношения говорят о пригодности данной модели для решения динамических задач.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Белоусова Е.А., Подольская Е.А., Панченко А.Ю., Построение моментной зеренной модели для описания упругих свойств гексагонального нитрида бора. СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2018. С. 112-115. 2. Kuzkin V. A., Krivtsov A. M., Enhanced vector-based model for elastic bonds in solids. Lett. Mat. 7(4), 455, 2017.

3. Wirtz L., Rubio A., de la Concha R.A., Loiseau A. Ab initio calculations of the lattice dynamics of boron nitride nanotubes. Phys. Rev. B 2003, 68, 045425–045437, doi:10.1103/PhysRev B.68.045425.

4. Peng Q., Ji W., De S.: Mechanical properties of the hexagonal boron nitride monolayer: Ab initio study. Comput. Mater. Sci. 56, 11 (2012).

5. Давыдов С.Ю., Тихонов С.К. Модель Китинга-Харрисона для описания упругих свойств широкозонных полупроводников. ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН, СПб, 1995. – 4 с.

6. Falin A., Cai Q., Santos E.J.G., et al. Mechanical properties of atomically thin boron nitride and the role of interlayer interactions. Nat. Commun. 2017, 8, 15818.

УДК 53.072.8

Н.В. Гусика¹, А.И. Алдошкин¹, А.А. Образцова², С.В. Федотова² ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ²Университет ИТМО

АППАРАТ ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА ШАРООБРАЗНОГО ЛЬДА

Актуальность работы. Общеизвестно, что ледяные шарики не только выглядят эстетично, но и обладают лучшими органолептическими свойствами по сравнению с кубическим льдом (рис. 1). Проблема заключается в том, что с течением времени лед продолжает таять, разбавляя напиток, и это отрицательно сказывается на органолептических свойствах коктейля. Чем быстрее протекает процесс таяния, тем сильней разбавляется коктейль, меняя свой вкус. Конечно, это произойдет с любым льдом, но шарообразный лед помогает решить эту проблему, понизив скорость таяния [1].

Отличие от ледяных кубиков или любой другой формы от шара заключается в соотношении объема и площади поверхности контакта. При одинаковом объеме, сфера имеет гораздо меньшую площадь поверхности, чем куб или другая форма. Так, если сравнить куб и сферу одинакового объема, площадь поверхности сферы будет более чем на 20% меньше. А чем меньше площадь контакта льда и напитка, тем медленнее он тает. Таким образом, используя шар льда, Вы охладите свой коктейль без быстрого его разбавления. На данный момент используются три основных метода получения шарообразного льда. Самым эксклюзивным способом получения сфер изо льда является ручной способ, но это непростой и трудоемкий процесс, занимающий много времени, причем бармен должен обладать определенными профессиональными навыками. Также при всем профессионализме не добиться идеальной шарообразной формы изо льда. Наибольшее распространение для создания ледяных шариков получили силиконовые формы для замораживания. Они свободно продаются в интернете, и стоят недорого. По отзывам, первое время потребители данных формочек для замораживания довольны своей покупкой, но с течением времени формами перестают пользоваться. На это влияет ряд важных факторов. Во-первых, это качество ледяного шарика. Дело в том, что, когда лед замерзает прямо в формочке, шарик получается некрасивым, мутным, с множеством трещин и наличием внутри пустот и солей, из-за чего он быстро разрушается и тает. Во-вторых – запах. Пока формочки новые, они будут источать запахи, связанные с пластиком и резиной, которые не слишком приятны. Кроме этого силикон впитывает посторонние запахи, и в конечном итоге, ледяной шарик будет пахнуть и иметь вкус того, что храниться у Вас в морозилке. В результате, все эти запахи передаются напиткам. В-третьих, сфера изо льда в формах для замораживания получается, все-таки, неидеальная. Это связано с тем, что пластик в формочках в некоторых местах тоньше и поэтому при заморозке в этих местах будут образовываться грыжи. Еще один способ получения ледяных шариков – применение промышленных ледогенераторов, которые делают лед в форме шара. Минусом этого способа является высокая цена оборудования и малый диаметр производимого ледяного шарика.

Целью работы было собрать устройство, способное быстро и удобно создавать изо льда любой формы лед сферический, чтобы улучшить органолептические показатели пищевого льда.



Рис. 1. Фото шарообразного льда

Результаты работы

Концепция работы данного аппарата: пресс из алюминия из-за высокой теплопроводности быстро сообщает тепло кусочку льда, а верхний и нижний поршни под действием механической тяги придают льду идеальную сферическую форму. Система нагрева быстро восстановливает потерянное тепло у устройства (рис. 2). Это позволит сформировать ледяные сферы или другие формы всего за 15 секунд, а также сделает возможным формировать ледяные сферы и другие формы одну за другой.



Рис. 2. Фото модели механизма устройства

Технические характеристики: Вес 6 кг Длина 16см Ширина 16см Высота 40см Потребляемая мощность 1кВт

Преимущества нашего устройства:

1. Автоматический нагрев:

Внутри нижнего цилиндра находится нагревательный элемент, который после работы возвращает ему потерянное тепло, давая возможность производить ледяные сферы одну за другой [2].

2. Механическая тяга:

Мы отказались от концепции работы пресса под действием силы тяжести. Вместо гладких направляющих были установлены трапецеидальные винты, и моторы, благодаря чему время производства сферы значительно возросло [3,4].

ЛИТЕРАТУРА:

1. Генрих Альтшуллер "Найти идею. Введение в ТРИЗ – теорию решения изобретательских задач", Литагент «Альпина» 2011г

2. Роб Фитцпатрик "Спроси маму", Альпина Паблишер 2019г

3. Хоровиц Хилл "Искусство схемотехники", Перевод с английского - издание второе. 2014 год. Бином. Москва

4. Н.Н. Чернов "Металлообрабатывающие станки", Феникс 2009г

УДК 539.3:539.4

С.Д. Ляжков Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

О ПЕРЕНОСЕ ТЕПЛА В ОДНОМЕРНОМ ГАРМОНИЧЕСКОМ КРИСТАЛЛЕ С ПРИКРЕПЛЕННОЙ МАССОЙ

Как известно, перенос тепла на макроуровне описывается законом Фурье, согласно которому тепловой поток прямо пропорционален градиенту температуры. Обширный класс задач решается с помощью параболического уравнения теплопроводности, которое выводится через выражения закона Фурье и баланса энергии.

Однако недавние эксперименты показывают, что на микро- и наноуровне тепло распространяется недифузионно, баллистически [1]. Например, отклонение от закона Фурье показано на кремниевых нанонитях: зависимость тепловой проводимости от длины материала – нелинейная [1]. Решение задач баллистической теплопроводности находит применение в разработке современных компьютерных систем, где задачи отвода тепла от нанопроцессоров играют значимую роль [2]. Другая проблема кроется в технологии термомагнитной записи (HAMR). В работе [3] показано, что исследование переноса тепла в графеновых покрытиях важно для изучения свойств графена при нагревании лазером. Это необходимо для создания нового поколения жестких дисков. Таким образом, разработка теоретических моделей описания процессов баллистической теплопроводности высоко востребовано.

В настоящей работе предлагается к рассмотрению описание теплопереноса в одномерном гармоническом кристалле с прикрепленной массой. Рассматриваемая система может служить, к примеру, простейшей моделью кристаллической решетки с электронной подсистемой; моделью сложного углеводорода или системы с протонами и электронами, где

электроны движутся отдельно от протонов. Следовательно, рассмотрения поведения температуры в рассматриваемой системе представляет интерес.

Рассмотрим одномерную длинную цепочку частиц массой m_1 , соединенных линейными пружинками жесткостью c_1 . К каждой частице прикреплена частица массой m_2 линейной пружинкой жесткостью c_2 (рис.1). Расстояние между частицами массой m_1 и m_2 много меньше их размеров. Трансляционное движение прикрепленных частиц возможно только вдоль оси цепочки. Выделим ячейку j, в которой располагается по частице из основной и прикрепленных частей цепочки. Будем считать, что частицы в основной части цепочки взаимодействуют только с ближайшими соседями.



Рис. 1. Цепочка частиц с прикрепленными массами

В дальнейшем, основная часть цепочки будет индексироваться номером 1, часть с прикрепленной массой – номером 2. Позиционный (радиус) вектор ячейки имеет вид

$$\mathbf{x}_j = \left(j - \frac{n_c}{2}\right) a\mathbf{e},\tag{1}$$

где a — расстояние между частицами основной части цепочки; n_c — общее число элементарных ячеек в ячейке периодичности; е — единичный вектор, направленный вдоль оси цепочки.

Напишем уравнения движения для ячейки *j*:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{j} = \mathbf{C}_{1} \cdot \mathbf{u}_{j+1} + \mathbf{C}_{-1} \cdot \mathbf{u}_{j-1} + \mathbf{C}_{0} \cdot \mathbf{u}_{j}, \tag{2}$$

где $M_{\alpha\beta} = m_{\beta}\delta_{\alpha\beta}, \ \delta_{\alpha\beta} -$ символ Кронекера;
 $\mathbf{C}_{1} = \mathbf{C}_{-1} = \begin{pmatrix} c_{1} & 0\\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \ \mathbf{C}_{0} = \begin{pmatrix} -2c_{1} - c_{2} & c_{2}\\ c_{2} & -c_{2} \end{pmatrix};$
(1) $(\dot{u}_{1,i})$

 $\mathbf{u}_j = \mathbf{u}(\mathbf{x}_j) = \begin{pmatrix} u_{1,j} \\ u_{2,j} \end{pmatrix}; \mathbf{v}_j = \begin{pmatrix} \dot{u}_{1,j} \\ \dot{u}_{2,j} \end{pmatrix}$ -вектор-столбцы для перемещений и скоростей ячейки

соответственно. Коэффициенты матриц C_1 , C_{-1} обозначают жесткости пружин, соединяющих ячейку *j* с соседней. Матрица C_0 описывает взаимодействие частиц внутри ячейки. Заметим, что матрицы $C_{1,-1}$ – симметричные. Ячейки имеют нулевые начальные перемещения и случайные начальные скорости (независимые случайные величины с нулевым математическим ожиданием).

Построим дисперсионное соотношение ω для рассматриваемой цепочки. Для этого будем искать решение уравнения (2) в виде $\mathbf{u}_j = \mathbf{A}e^{i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_j)}$, где \mathbf{A} – постоянный вектор, $\mathbf{k} = \frac{k}{a}\mathbf{e}$ – волновой вектор. Тогда получим однородную СЛАУ относительно \mathbf{A} :

$$(\mathbf{\Omega} - \omega^2 \mathbf{E}) = \mathbf{0}, \ \mathbf{\Omega} = \mathbf{M}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{C}_0 \cdot \mathbf{M}^{-\frac{1}{2}} - 2\mathbf{M}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{M}^{-\frac{1}{2}} \cos k, \quad (3)$$

где Ω –динамическая матрица системы. При полярном разложении ее, получаем матрицу собственных значений Λ ($\Lambda_{\alpha\beta} = \omega_{\beta}^2 \delta_{\alpha\beta}$) и матрицу перехода **P**, составленную из единичных собственных векторов Ω .
Рассмотрим бесконечное множество реализаций со случайными начальными условиями в одном и том же кристалле. Вдали от теплового равновесия кинетические температуры, соответствующие различным степеням свободы, вообще говоря, не равны. Поэтому тепловое состояние описывается матричной температурой **Т**. Диагональные элементы **Т** — кинетические температуры (средние по реализациям кинетические энергии), соответствующие различным свободы. В работе [4] на основе точного решения уравнений динамики выведена следующая формула для описания матричной температуры:

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_{F} + \mathbf{T}_{S}, \ \mathbf{T}_{F} = \int_{k} \mathbf{P} \cdot \widetilde{\mathbf{T}}_{F} \cdot \mathbf{P}^{\top} \, \mathrm{d}k, \qquad \mathbf{T}_{S} = \int_{k} \mathbf{P} \cdot \widetilde{\mathbf{T}}_{S} \cdot \mathbf{P}^{\top} \, \mathrm{d}k,$$

$$\left\{\widetilde{\mathbf{T}}_{F}\right\}_{ij} = \frac{1}{2} \left\{\mathbf{P}^{\top} \cdot \mathbf{T}_{0}(x) \cdot \mathbf{P}\right\}_{ij} \left(\cos\left(\left(\omega_{i} + \omega_{j}\right)t\right) + \left(1 - \delta_{ij}\right)\cos\left(\left(\omega_{i} - \omega_{j}\right)t\right)\right),$$

$$\left\{\widetilde{\mathbf{T}}_{S}\right\}_{ij} = \frac{1}{4} \left\{\mathbf{P}^{\top} \cdot \left(\left(\mathbf{T}_{0}(x + v_{j}^{g}t)\right) + \left(\mathbf{T}_{0}(x - v_{j}^{g}t)\right)\right) \cdot \mathbf{P}\right\}_{jj} \delta_{ij}, \qquad (4)$$

где v_j^g – групповые скорости волн, \mathbf{T}_0 – начальная матричная температура, $x = \mathbf{x}_j \cdot \mathbf{e}$. Слагаемое \mathbf{T}_F отвечает за быстрый процесс, связанный с установлением локального равновесия в кристалле. Слагаемое \mathbf{T}_S отвечает за медленный процесс, связанный с баллистическим распространением тепла.

Рассмотрим начальное прямоугольное распределение температуры $\mathbf{T}_0(x) = 2T_0 \operatorname{rect}\left(\frac{x}{2L}\right) \mathbf{E}$, где L – полуинтервал начальной ненулевой температуры. Рассмотрим медленный тепловой процесс, связанный с баллистической теплопроводностью. На больших временах, слагаемое \mathbf{T}_F стремится к нулю. Согласно фундаментальному решению [4], тепловые волны в кристалле распространяются с максимальной групповой скоростью v_m^g . Исследуем поведение кинетической температуры $T\left(T = \frac{1}{2}\operatorname{tr} \mathbf{T}\right)$. На рисунке 2 представлено поведение температуры в рассматриваемой цепочке при прямоугольном начальном распределении в разные моменты времени.



Рис. 2. Распределение тепла в цепочке частиц с прикрепленными массами в разные моменты времени при прямоугольном начальном распределении ($c_1 = c_2$, $m_2 = 2m_1$).

Из рис. 2 видно, что тепло в рассматриваемой системе распространяется не только от более нагретой области к менее нагретой, но и от менее нагретой области к более нагретой.

Существуют области с положительным градиентом температуры. За образование этих областей отвечает поведение вектора теплового потока в конкретной ее точке. При вычислении интеграла по формуле (4) применялся метод прямоугольников с 500 равными разбиениями области интегрирования.

Таким образом, в цепочке частиц с прикрепленными массами показан баллистический перенос тепла. При прямоугольном начальном распределении температуры, тепловые волны распространяются в разных направлениях, в том числе, от «холодного» к «горячему», что не соответствует закону Фурье. Планируется исследование процессов переноса тепла с учетом вязкой среды.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Anufriev, R., Gluchko, S. Volz, S. Nomura, M. Quasi-ballistic heat conduction due to Lévy phonon flights in silicon nanowires (2018).

2. https://indicator.ru/physics/model-tepla-v-kristallakh-spbpu-22-08

2019.htm?utm_source=indivk&utm_medium=social

3. Dwivedi, N., Ott, A.K., Sasikumar K., Dou, C., Yeo, R.J., Naranyanan, B., et c. Graphene Overcoats for Ultra-High Storage Density Magnetic Media (2019)

4. Kuzkin, V.A. Unsteady ballistic heat transport in harmonic crystals with polyatomic unit cell. Continuum Mechanics and Thermodynamics, 26 p. (2019).

СЕКЦИЯ «БИОМЕХАНИКА»

УДК 531/539: 61

А.А. Бекетов, П.И. Бегун Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет (ЛЭТИ)

БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУР РУКИ ПРИ ЗАЖИВАЮЩЕМ ПЕРЕЛОМЕ МОНТЕДЖИ ЛОКТЕВОЙ КОСТИ

Актуальность. Повреждение Монтеджи – это перелом локтевой кости в верхней трети с вывихом головки лучевой кости [1]. Повреждение типа Монтеджи чаще всего возникает при падении на землю. Проведение биомеханического исследования состояния незрелых костных структур на месте заживающего перелома позволит выяснить максимальную нагрузку, которую пациент способен выдержать в период реабилитации. На рис. 1 представлена схема оскольчатого перелома локтевой кости. Темным цветом выделены участки незрелой кости.



Рис. 1. Схема заживающего оскольчатого перелома локтевой кости

Цель работы. Построение модели руки и разработка алгоритма исследования напряженно-деформированного состояния незрелых костных структур в месте заживающего перелома при различных внешних воздействиях.

Для достижения поставленной цели решены следующие задачи: 1. Создана содержательная модель руки с незрелыми костными структурами в месте заживающего перелома. 2. В программе Materialise Mimics с помощью КТ снимков получены 3D модели костей кисти и предплечья. 3. Полученные модели импортированы в программу Solidworks, где были достроены связки, соединяющие кости, и межкостная мембрана. 4. Проведены расчеты напряженно-деформированного состояния в структурах руки при заживающем переломе (РЗЖ).

Материалы и методы. Содержательная модель РЗЖ (рис. 2) включает в себя: локтевую кость 1, лучевую кость 2, межкостную мембрану 3, связки кисти 4, пястные связки 5, пястные кости 6, поперечные пястные связки 7, участки незрелой кости на месте зажившего перелома 8, место заделки 9.



Рис. 2. Схема содержательной модели руки при заживающем переломе

На рис. 3 приведена геометрическая компьютерная модель РЗЖ, построенная в программе Solidworks.



Рис. 3. Компьютерная модель руки

При построении модели введены следующие допущения: 1) материал костей и связок сплошной, изотропный и упругий; 2) в материалах отсутствуют начальные напряжения; 3) введен конструктивный модуль упругости для здоровой кости, усредненный между компактной и спонгиозной тканью; 4) лучевая и локтевая кости жестко закреплены в месте локтевого сустава. В табл. 1 приведены механические свойства материалов модели [2, 3].

Биологический объект	Модуль нормальной	Коэффициент	Временное
	упругости,	Пуассона	сопротивление, МПа
	ГПа		
Зрелая кость	13,1	0,33	900
Незрелая кость	3,73	0,4	114
Сухожилие	0,032	0,33	20
Связки	0,025	0,4	10
Межкостная мембрана	0,057	0,4	15

Результаты исследования. Расчет напряжений и деформаций в структурах РЗЖ проведен методом конечных элементов [3]. Модель руки разбита на тетраэдрическую сетку. При задании числа КЭ больше 81780 процесс сходится и оказывает незначительное влияние на результаты вычисления. Вычисления проведены при статической нагрузке, приложенной к ладони 100 H (рис.4 вариант "*a*"), и к выступающей поверхности локтевой кости 100 H (рис.4 вариант "*6*").



Рис. 4. Варианты приложения нагрузки к кисти (а) и локтевой кости (б), соответственно

Результаты вычислений биомеханических параметров участков незрелой кости приведены в табл. 2. Анализируя эпюры, можно заметить, что деформации возникают в основном в связках и на участках незрелой кости. На этих участках происходит резкое увеличение деформации и снижение напряжения по сравнению с соседними участками зрелой кости, связано это с тем, что у материала незрелой кости меньше модуль нормальной упругости и больше коэффициент Пуассона, т.к. материал более пластичный. Из приведенных данных можно сделать вывод о том, что вариант приложения нагрузки "а" приводит к более низким деформациям, а, следовательно, является более безопасным для пациента.

Исследуемый параметр участка	Вариант "а"	Вариант "б"
незрелой кости		
Среднее напряжение, Па	9,106•10 ⁶	3,327•10 ⁶
Средняя деформация	4,891•10 ⁻⁴	4,896•10 ⁻³
Максимальное напряжение, Па	$2,559 \cdot 10^7$	9,148•10 ⁶
Максимальная деформация	3,551•10 ⁻³	8,164•10 ⁻³

Табл. 2. Результаты вычислений

Выводы. Проведя исследования, можно сделать вывод, что пациенту с таким переломом можно давать упражнения с гантелями до 10 кг без риска повторной травмы, а в то же время упражнение "планка" категорически противопоказано, так как при приложении усилий к локтевой кости заметно возрастает деформация на месте зажившего перелома, что может привести к перелому. Также стоит отметить ту роль, которую выполняет межкостная мембрана. При варианте приложения нагрузки "а" мембрана распределяет нагрузку равномерно между двумя костями, а при варианте "б" нагрузка на локтевую кость не так сильно распределяется и деформации в месте перелома проявляются сильнее. Построенная модель руки для исследования напряженно-деформированного состояния незрелых костных структур в месте заживающего перелома при различных внешних воздействиях позволяет определять безопасные нагрузки при реабилитации пациентов с переломом локтевой кости.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Корнилов, Н.В. Травматология и ортопедия: учебное пособие / СПб: Гиппократ, 2001. – 488 с.

2. Вихров С.П., Холомина Т.А., Бегун П.И., Афонин П.Н. Биомеханическое материаловедение: учебное пособие для вузов / М.: Горячая линия – Телеком, 2006. – 383 с.

3. Бегун, П.И. Биомеханическое моделирование объектов протезирования: учебное пособие / СПб: Политехника, 2011. – 464 с.

УДК 531/539: 61

М.С. Белова, П.И. Бегун Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет (ЛЭТИ)

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ГОЛОВЫ И РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ИССЛЕДОВАНИЯ СОСТОЯНИЯ ЕЕ СТРУКТУР ПРИ УГЛОВЫХ УСКОРЕНИЯХ

Актуальность. Одними из наиболее распространенных причин смертности и инвалидности населения большинства стран мира являются черепно-мозговые травмы (ЧМТ), уступая только летальности от сердечно-сосудистых заболеваний. Согласно статистическому сборнику, приведенному Министерством здравоохранения Российской Федерации, на 2017 год переломы черепа и лицевых костей встречается у 84,4 человек на 100000 населения [1]. С увеличением частоты ЧМТ данную проблему принято считать не только медицинской, но и социально-значимой. Основной причиной ЧМТ являются дорожно-транспортные происшествия (ДТП), падения с высоты, производственные аварии, а также они могут являться результатом осложненных родов [2]. В связи с этим возникает необходимость в создании модели головы для биомеханических исследований состояния ее

структур при динамических нагрузках и в частности при угловых ускорениях. Для получения сведений о состоянии и реакции структур головы на внешнее воздействие необходимо создание модели мозга, в которой предусмотрена сегментация на отделы и оболочки, а также введены структуры, влияющие на распределение напряжения в структурах головного мозга при ударе и угловом ускорении [3].

Цель работы. Построение модели головы и разработка алгоритма исследования состояния ее структур при угловых ускорениях.

Для реализации цели решены следующие задачи: 1. Построена содержательная модель головы. 2. В программном пакете Solidworks созданы две компьютерные модели головы на основе снимков компьютерной томографии (КТ) пациента N (рис.1а). Модель 1 включает в себя кожу головы, череп, твердую, паутинную и мягкую оболочки мозга, мозг. Модель 2 помимо перечисленных структур, входящих в Модель 1, включает в себя серп большого мозга и турецкое седло (рис.1б). Серп большого мозга представлен в виде листка твердой оболочки, врезанного между двумя полушариями мозга. Турецкое седло представлено в виде углубления в кости черепа.



Рис. 1. Модели головы и головного мозга: a) 3D-модель мозга, построенная в среде Mimics Medical 21.0 по данным КТ; б) Модель 2

Материалы и методы. При построении содержательной модели были введены следующие допущения: материалы мозга, оболочек мозга, кости черепа и кожи головы представляются сплошными, упругими, изотропными; модель имеет жесткое закрепление по торцевой поверхности среза кости черепа. Механические свойства структурных слоев модели указаны в табл. 1 [4].

	pamerper erpykryprien	с слосв модели		
Структура	Модуль	Плотность,	Коэффициент	Толщина слоя,
	нормальной	кг/м ³	Пуассона	MM
	упругости, МПа		-	
Кожа	16,7	1000	0,42	0,5-4
Кость черепа	15000	1510	0,22	1-9
Твердая мозговая	31,5	1130	0,45	0,2-1
оболочка				
Паутинная мозговая	2100	1000	0,5	0,11
оболочка				
Мягкая мозговая	11,5	1130	0,45	0,15
оболочка				
Мозг	0,023	1060	0,5	-

Табл. 1. Механические параметры структурных слоев модели

Для исследования случая сотрясения мозга, получаемого во время ДТП, к моделям приложено угловое ускорение $a=1800 \text{ рад/c}^2$ в аксиальной, коронарной и сагиттальной плоскостях (рис.2).



Рис. 2. Приложенное угловое ускорение а=1800 рад/с²: а) в аксиальной плоскости; б) в сагиттальной плоскости; в) в коронарной плоскости

Результаты исследования. Исследование включает в себя сравнение напряжений в структурных слоях Модели 1 и Модели 2. Результаты вычисления напряжений в структурах головы Модели 1 и Модели 2 при а=1800 рад/с² приведены в табл.2.

Введение в модель головы серпа большого мозга и турецкого седла влечет за собой уменьшение напряжений в структурах кожи, кости черепа, твердой оболочки. Наиболее заметное изменение напряжений происходит в твердой оболочке при приложении углового ускорения в аксиальной плоскости. Это связано с увеличением площади структуры твердой оболочки при введении серпа большого мозга. Вблизи серпа и седла можно наблюдать перераспределение напряжений. На рис. За приведены напряжения в мозге в трех разных точках мозга Модели 1. На рис. Зб в тех же самых указаны напряжения в Модели 2. Анализируя эти данные, можно сделать вывод, что введение дополнительных структур влияет на перераспределение напряжений в мозге. Так, в точке, обозначенной как место 1, с введением структур происходит уменьшение напряжений, а в точках 2 и 3 в свою очередь они увеличиваются.

	Аксиальная г	ілоскость	Сагиттальная плоскость		Коронарная плоскость	
Исследуемые	Модель 1	Модель 2	Модель 1	Модель 2	Модель 1	Модель 2
структуры						
Кожа	11,17	9,66	13,46	12,17	13,58	13,29
Кость черепа	43,4	36,7	47,7	40,1	45,03	43,11
Твердая						
оболочка	39,5	11,06	23,1	19,9	23,04	19,47
Паутинная						
оболочка	7,916	8,57	18,39	17,93	18,71	16,15
Мягкая						
оболочка	2,989	4,41	8,172	9,43	9,54	11,74
Мозг	4,039	5,19	2,242	4,33	2,751	2,19

Табл. 2. Значения напряжений (кПа) в сравниваемых моделях при а=1800 paд/c²



Рис. 3. Значение напряжений в точках, находящихся около структур серпа большого мозга и турецкого седла: а) Модели 1; б) Модели 2

Выводы. Построены модели и разработан алгоритм расчета, позволяющие оценить напряженно-деформированное состояние структур головы при угловых ускорениях. Обоснована целесообразность введения в модель головы серпа большого мозга и турецкого седла. Модель с введением этих структур может быть использована для оценки состояния структур мозга при внешних воздействиях.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Социально значимые заболевания населения России в 2017 году: Статистический сборник / Ред. колл.: А.В. Поликарпов, Г.А. Александрова и др. - М.: Минздрав России, 2018. - 69 с.

2. Черепно-мозговая травма: особенности, последствия, лечение и реабилитация [Электронный ресурс]: Аргументы и факты – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа: <u>https://aif.ru/boostbook/cherepno-mozgovaja-travma.html</u>, свободный

3. Development of a Finite Element Head Model for the Study of Impact Head Injury / Bin Yang, Kwong-Ming Tse, Ning Chen [et. al] // BioMed Research International. – 2014. – V.2014. – P.14

4. The influence of anisotropy on brain injury prediction/ <u>Giordano C</u>, <u>Cloots RJ</u> [et. al] // Journal of biomechanics -2014. - V.47. - P.1052-1059

УДК 612.76(07)

И.В. Кондратенко, П.И. Бегун

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет (ЛЭТИ)

БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ СТРУКТУР СТУПНИ ПРИ ОПОРЕ НА НОСОК

Актуальность. Повреждения в области голеностопного сустава занимают по частоте одно из первых мест среди травм опорно-двигательного аппарата и составляют от 6 до 32% всех переломов скелета [1, 2]. Высокий показатель инвалидизации населения в результате голеностопного сустава значительным количеством травм В зоне связан co неудовлетворительных результатов, которые при оперативном лечении составляют - 11% [3]. Почти любая травма голеностопного сустава влечет за собой перелом наружной лодыжки на том или ином уровне. Латеральный комплекс голеностопного сустава имеет важнейшее клиническое значение. В работе сравниваются два способа фиксации отломков наружной лодыжки (два позиционных винта, один из которых введен сзади кпереди под углом 25°; треть трубчатая пластина и кортикальные винты).

Цель работы. Целью работы является сравнительный анализ напряженнодеформированного состояния (НДС) системы «фиксатор-кость» при коррекции перелома лодыжки двумя способами на основе математического моделирования с использованием метода конечных элементов для стопы на "цыпочках".

Компьютерные модели были созданы в несколько этапов:

1. Создание 3D компьютерной модели структур стопы по КТ срезам. Затем срезы объединятся в маски с помощью программы Mimics 2008 (рис. 1а).

2. Построенная в программе Mimics, маска перенесена в программу пакета моделирования Solidworks 2018 [4], и на ее основе создана твердотельная модель, адекватно отражающая геометрию ступни.

3. В пакете моделирования Solidworks 2018 созданы связки для соединения костей в стопе, которые затем были интегрированы в модель (рис. 1б).

4. В пакете моделирования Solidworks 2018 построены трехмерные компьютерные модели позиционного винта, треть трубчатой пластины, кортикального винта для фиксации отломков, которые затем были интегрированы в модель.



Рис. 1. Различные маски на основе срезов КТ стопы в интерфейсе программы Mimics (a) и твердотельная модель в Solidworks на основе этих срезов (б)

При построении содержательной модели введены следующие допущения: материал костей, ступни и связок сплошной, изотропный и упругий; в материалах отсутствуют начальные напряжения; торцевая поверхность ахиллова сухожилия и первые фаланги четырех пальцев жестко закреплены. Механические свойства материалов представлены в табл. 1.

Материал	Модуль нормальной упругости, МПа	Коэффициент Пуассона, v
Кортикальная костная ткань	18350	0,33
Губчатая костная ткань	330	0,33
Сухожилия	600	0,3
Сплав титана	110250	0,32
Сталь	210000	0,28

	Табл.	1. Mexai	нические	свойства	материалов
--	-------	----------	----------	----------	------------

На рис. 2 представлены компьютерные геометрические модели малой берцовой кости при патологии (рис. 2a), при коррекции перелома с помощью двух позиционных винтов (рис. 2б), при коррекции перелома с помощью треть трубчатой пластины и кортикальных винтов (рис. 2в,г).



Рис. 2. Модель малой берцовой кости при переломе (a), при коррекции перелома с помощью двух позиционных винтов (б), при коррекции перелома с помощью треть трубчатой пластины и кортикальных винтов (в, г)

На рис. 3 приведены содержательные модели для стопы при коррекции перелома лодыжки с помощью двух позиционных винтов (а), при коррекции перелома с помощью треть трубчатой пластины и кортикальных винтов (б).



Рис. 3. Содержательная модель стопы при коррекции с помощью треть трубчатой пластины и кортикальных винтов (а) и при коррекции с помощью двух позиционных винтов (б)

Результаты и обсуждения. Расчет проведен методом конечных элементов (МКЭ) [5]. Модели стопы разбиты на тетраэдрическую сетку. При задании числа КЭ больше 52738 процесс сходится и оказывает незначительное влияние на результаты вычисления.

Исследование проводилось при нагрузке 350 Н, приложенной к поверхности большеберцовой кости. Результаты исследования занесены в табл. 2.

Тип модели	Максимальные перемещения, мм	Максимальные значения эквивалентных напряжений, МПа
Патология	1,52	5986
Позиционный винт	2,15	5339
Треть трубчатая пластина	1,16	4700

T ~ ^	11			1		
	Максимальные	значения нап	пяженно-пе	попми	nobahholo	состояния молели
1 u0.1. 2.	Makerimanbilbie	Ju termin nun	рименно де	φορμη	pobulilloi o	состолний модели

Численный анализ напряженно-деформированного состояния тканей кости показал, что при использованни в качестве фиксатора двух позиционных винтов общий характер распределения НДС в малоберцовой кости по сравнению с моделью кости без перелома

практически не изменился. Основные изменения напряжения произошли в области перелома. К примеру напряжение в зоне контакта винтов и костной ткани составило (712,3 МПа), что не превышает предел прочности для сплава титана (885,3 МПа) (из которого сделаны винты), однако превышает данное значение для костной ткани (128 МПа). Следовательно, при использовании двух позиционных винтов для фиксации отломков произойдет разрушение кости (прорезывание винтами).

При использовании в качестве фиксатора треть трубчатой пластины и кортикальных винтов основная нагрузка приходится на треть трубчатую пластину (110 МПа) и на винты (98 МПа), находящиеся ближе к перелому. Данные значения не превышают предел прочности для костной ткани. Также можно отметить, что максимальные перемещения малой берцовой кости при коррекции переломов обоими методами были меньше, чем при патологии. Максимальные перемещения при коррекции по второму методу были ниже чем в норме. Это объясняется высокой упругостью треть трубчатой пластины, которая и не позволяет перемещаться отломкам. В обоих случаях коррекции максимальные деформации приходятся на связки, связанные с малой берцовой костью. На переднюю таранномалоберцовую в первом случае и на пяточно-малоберцовую во втором.

Выводы. Полученные результаты могут быть полезны при прогнозировании результатов коррекции перелома наружной лодыжки. С помощью анализа наилучшего метода лечения на 3D модели можно снизить процент неудовлетворительных результатов лечения и частоту осложнений после реконструкции.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Оганесян О.В., Коршунов А.В. Применение модифицированного шарнирно-дистракционного аппарата при застарелых повреждениях голеностопного сустава // Вестн. травматологии и ортопедии. – 2002. – № 3. – С. 83–87.

2. Homa A.S. Tratamentul chirurgical functional al fracturilor maleolare: Teza de doctor in medicină. – Chișinău, 2006 – P. 124

3. Миронов С.П., Черкес-Заде Д.Д. Артроскопическая диагностика и лечение застарелых повреждений голеностопного сустава. – М., 2003. – 132 с.

4. П.И. Бегун, Е.А. Лебедева, Д.А. Лобачева, О.В. Щепилина. Компьютерное моделирование в прикладной и биомеханике: учеб. Пособие. СПб: Изд-во СПБГЭТУ «ЛЭТИ», 2015. 160 с.

УДК 531/534

Г.С. Шалпегин, С.М. Бауэр Санкт-Петербургский государственный университет

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ РАЗМЕРОВ РОГОВИЦЫ И СКЛЕРЫ НА ВЕЛИЧИНУ ВНУТРИГЛАЗНОГО ДАВЛЕНИЯ, ИЗМЕРЕННОГО ТОНОМЕТРОМ ШИОТЦА

Офтальмологическая практика показывает, что для диагностики и Введение. дальнейшего лечения различных глазных болезней одним из ключевых параметров является измерение внутриглазного давления. В силу объективных причин провести измерение внутриглазного давления у пациента прямым методом не представляется возможным. В связи с этим, для своевременной постановки диагноза, врачи прибегают к тонометрии – специальной неинвазивной процедуре, позволяющей оценить внутриглазное давление у пациента по деформациям глазного яблока под действием некоторых нагрузок. При проведении процедуры тонометрии офтальмологу важно определить истинное внутриглазное давление – такое давление, которое было в глазу пациента до того, как было

приложено измерительное воздействие. Стоит также отметить тонометрическое давление, это давление в нагруженном глазу. Процедура тонометрии плоским штампом по Маклакову определяет тонометрическое давление, которое затем вносится в медицинскую карту пациента. Когда тонометрия производится методом Шиотца, то возникает достаточно большая разница между значениями истинного и тонометрического давлений, связанная с вдавливающим воздействием на роговицу, с которым складывается напряженное состояние от воздействия тяжелой вогнутой стопы тонометра.

С помощью показаний, которые получаются при тонометрии по методу Шиотца, истинное давление рассчитывается на основании эмпирических и полуэмпирических формул. В работах [1-3] для конечно-элементного моделирования использовалась модель, в которой роговица представляет собой безмоментную упругую поверхность, а склеральная область заменяется на упругий элемент.

Целью данной работы является оценка степени влияния геометрических параметров (радиусов кривизны роговицы и склеры) на показатели внутриглазного давления при измерении ВГД тонометром Шиотца.

Постановка задачи. Моделирование измерения внутриглазного давления тонометром Шиотца выполняется В программной системе Siemens NX. Моделирование корнеосклеральной оболочки глаза производилось сопряженными сферическими сегментами, обладающими разными упругими свойствами. Перед нагружением составная оболочка была заполнена несжимаемой жидкостью с давлением р (которое характеризует истинное давление). На первоначальном этапе не учитывается неоднородность роговицы, а все материалы задавались как трансверсиально-изотропные. Внутреннее давление прикладывается на первоначальном шаге нагружения, затем до появления контактного взаимодействия к роговице прикладывается модель стопы, на последующих шагах нагружения к плунжеру прикладывается сила F=mg, где m – масса плунжера, а g – ускорение свободного падения.

Для импрессионного тонометра Шиотца характерна следующая схема нагружения: роговицу лежащего пациента, после проведения местной анестезии, нагружают стопой (вогнутым грузом, характеристики которого достаточно близки для всех тонометров данного типа: радиус кривизны стопы – 15 мм, а вес стопы – 11.5 г). Тонкий стержень (плунжер), через специальное отверстие в центральной части стопы, свободно опускается на роговицу пациента. Также, как и у стопы вдавливающий радиус кривизны стержня составляет 15 мм, а диаметр стержня составляет 3 мм. Чаще всего в практике применяются стержни массой 5.5 г., но также могут применяться стержни массой 7.5, 10, 15 г. О внутриглазном давлении можно судить по глубине погружения стержня под контактную поверхность стопы. Непосредственно на самом приборе плунжер под действием внутриглазного давления отклоняет стрелку на шкале, для определения величины внутриглазного давления при этом используются специальные калибровочные таблицы (с учетом массы стержня, который использовался при конкретном измерении). По построенной конечно-элементной модели расчеты могут проводиться для различных геометрических и физических параметров роговицы и склеры. Например, в работе [2] было проведено исследование влияния толщины роговицы на величины внутриглазного давления, в работе [3] проводилось исследование зависимости величины тонометрического давления от массы стержня, используемого при измерении давления. В данной работе в качестве изменяемого параметра был выбран радиус кривизны роговицы. При моделировании, радиус кривизны склеры принят R_s=12 мм, эта величина считается наиболее близкой к среднему радиусу глаза. Расчеты производились при использовании стержней массой 5.5, 7.5, 10 и 15 г. Модули упругости роговицы и склеры указаны в табл. 1 и 2.

Табл. 1. Модули упругости роговицы

$E_{\varphi} = E_{\theta} = 1 M \Pi a$	$E_r = 0.01 M\Pi a$
$v_{rarphi} = v_{r heta} = 0.01$	$v_{ heta arphi} = 0.449$
$G_{r\varphi} = G_{r\theta} = 0.029 M\Pi a$	$G_{\theta\varphi} = 0.214 M\Pi a$

Табл. 2. Модули упругости роговицы

$E_{\varphi} = E_{\theta} = 3 M \Pi a$	$E_r = 0.03 M\Pi a$
$v_{rarphi} = v_{r heta} = 0.01$	$v_{ heta arphi} = 0.449$
$G_{rarphi}=G_{r heta}=0.087M\Pi a$	$G_{ heta arphi} = 0.6 M\Pi a$

На рис. 1 представлена модель глаза, которая использовалась для расчета; на рис. 2 представлена глубина погружения стержня при массе стержня в 5.5 г, а на рис. 3 представлены зависимости тонометрического и истинного давления от массы груза.



Рис. 1. Модель глаза в программной системе Siemens NX



Рис. 2. Глубина погружения стержня при массе стержня в 5.5 г



Рис. 3. Зависимости истинного (сплошные линии) и тонометрических (пунктирные линии) давлений в зависимости от радиуса кривизны роговицы. Слева для радиуса кривизны роговицы 7.8 мм, справа график для радиуса кривизны роговицы 10 мм

Для определения внутриглазного давления до нагружения необходимо численно решить задачу тонометрии, а именно подобрать такое значение давления p_0 , при котором приложение нагрузки не изменяет объем модели роговица-склера $\Delta V = 0$. В таком случае давление p_0 будет считаться истинным.

Выводы. Построена конечно-элементная модель, характеризующая изменение напряженно-деформированного состояния корнеосклеральной оболочки глаза при измерении внутриглазного давления тонометром импрессионного типа — тонометром Шиотца. Зависимости тонометрических давлений от массы плунжера имеют линейный характер, что неплохо согласуется с результатами, полученными в работах [2, 3].

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант N 18-01-00832 а.

ЛИТЕРАТУРА:

1. И.Н. Моисеева, А.А. Штейн. Оценка корректности стандартной методики расчет внутриглазного давления при тонометрии по Шиотцу // Российский журнал биомеханики. Т. 19, № 3: С. 243-257. 2. С. М Бауэр, Л. А. Венатовская, Г. С. Шалпегин. Конечно-элементная модель измерения внутриглазного давления тонометром Шиотца. // Российский журнал биомеханики. Т.23, С. 162-167. 3. Г.С. Шалпегин. Конечно-элементное моделирование влияния свойств роговицы и склеры на величину внутриглазного давления, измеренного тонометром Шиотца. Методы компьютерной диагностики в биологии и медицине – 2018: Сборник статей Всероссийской школы-семинара – Саратов: издательство Саратовский источник, 2018: С. 88 – 91.

УДК 531/534

К.И. Кречетов, Н.П. Трубников Санкт-Петербургский государственный университет

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ОФТАЛЬМОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ, СВЯЗАННЫХ С ГЛАУКОМОЙ

Введение. Первичная открытоугольная глаукома (ПОУГ) – хроническое заболевание, которое характеризуется оптической нейропатией, прогрессирующей дегенерацией ганглиозных клеток и слоя нервных волокон сетчатки. Следствием этого процесса является необратимая потеря зрительных функций [1]. Одной из важных задач офтальмологии на данный момент является диагностирование открытоугольной глаукомы на ранних стадиях.

Цель работы – выявление параметров глаза, наиболее значимых для диагностирования глаукомы на ранних стадиях; прогнозирование стадии глаукомы с помощью дискриминантного анализа.

Методы исследования. Офтальмологами из Московского института глазных болезней им. Гельмгольца нам предоставлена таблица результатов медицинских анализов пациентов по нескольким параметрам для проведения статистического анализа. Таблица результатов медицинских анализов включает в себя 19 параметров глаза, среди которых возраст, величина внутриглазного давления (ВГД), центральная толщина роговицы (ЦТР), плотность поверхностных сосудистых сплетений (SVL) и другие. Таблица состоит из данных, полученных при обследовании 67 человек (110 глаз) и разделена на следующие группы по степени глаукомы: 0 стадия (здоровые) – 41 глаз, I стадия – 22 глаза, II стадия – 31 глаз, III стадия – 16 глаз.

Материалы и методы получения данных, которые использовались офтальмологами, описаны в статье [1] и диссертации [2]. В ходе работы были использованы дискриминантный и кластерный анализ. Статистическая обработка проводилась в программах IBM SPSS Statistics 17 и STATISTICA.

Простейший статистический анализ. При сравнении общей матрицы корреляций с матрицами внутригрупповых корреляций выявлены переменные, коррелирующие как для всей совокупности, так и внутри каждой группы. Для таких пар переменных достаточно включить в анализ только один из параметров.

Для некоторых переменных корреляция наблюдается только в рамках всей совокупности (нет значимых корреляций ни в одной из внутригрупповых матриц).

Можно сделать вывод, что такие корреляции обусловлены положением центроидов групп в осях координат соответствующих переменных. Такие пары переменных, напротив, представляют больший интерес при выделении параметров, разделяющих выборку по стадиям глаукомы.

Дискриминантный анализ. Дискриминантный анализ основан на построении линейных комбинаций признаков – дискриминантных функций, в которые каждый из признаков входит со своим коэффициентом (вкладом).

 $DF = b_1 x_1 + \dots + b_i x_i + \dots + b_p x_p + C$,

где *DF* – значение дискриминантной функции;

 x_i – численное значение *i*-го признака;

*b*_i – вклад *i*-го признака в значение функции;

p – число признаков;

С-константа.

Число дискриминантных функций не может превышать p-1.

Дискриминантный анализ обеспечивает объективное сравнение (разделение) групп за счет искусственной минимизации внутригруппового разнообразия (дисперсии). Основной критерий оценки эффективности дискриминантной функции – величина λ-Уилкса. Этот критерий оценивает остаточную дискриминационную способность, под которой понимается способность различать группы, если исключить информацию, полученную с помощью ранее вычисленных функций. Когда остаточная дискриминация мала, вычисление очередной дискриминантной функции не имеет смысла. Далее, для каждой дискриминантной функции вычислены значения канонической корреляции. Каноническая корреляция – коэффициент между рассчитанными значениями дискриминантной функции И показателем принадлежности к группе. Чем больше ее значение, тем выше разделительная способность дискриминантной функции [3].

Использовался пошаговый дискриминантный анализ, т.е. на первом шаге выбирается переменная, вносящая наибольший вклад в межгрупповые различия, и далее к ней на каждом

шаге анализа присоединятся другие информативные переменные. При решении задачи классификации – отнесении неизвестных объектов в одну из известных групп – применяются классифицирующие функции. Неизвестный объект относится к классу, для которого значение классифицирующей функции оказывается наибольшим.

Кластерный анализ. Использовался иерархический кластерный анализ с целью разделения на 4 группы. Был выбран внутригрупповой метод, при котором расстояние между двумя кластерами определяется как среднее из расстояний между всеми возможными парами точек, относящихся к этим двум кластерам. Для измерения расстояния между точками использовался квадрат евклидовой метрики.

Результаты. В результате дискриминантного анализа были выделены признаки, наилучшим образом разделяющие выборку по группам. Используются три дискриминантные функции, обладающие достаточной дискриминационной способностью. Каноническая корреляция:

I функция – 0.972,

II функция – 0.555,

III функция – 0.206.

В табл. 1 приведены нормированные коэффициенты дискриминантных функций, по абсолютной величине которых можно судить об относительном вкладе соответствующей переменной в значение дискриминантной функции.

	Функция 1	Функция 2	Функция 3
Возраст	-0,020	0,644	0,538
КРКСКГ	0,375	0,486	-0,381
DVL	-0,132	-0,575	-0,154
MD	-0,629	-0,093	0,635
PSD	0,571	-0,449	0,677

Табл. 1. Нормированные коэффициенты канонической дискриминантной функции

КРКСКГ – коэфф. ригидности склеральной капсулы глаза; DVL – плотность глубоких сосудистых сплетений; PSD – дисперсия потери светочувствительности; MD – среднее отклонение, разница между значением нормы для возрастной группы и значением средней чувствительности, определенной для данного пациента.

По выделенной в дискриминантном анализе совокупности переменных был проведен кластерный анализ для оценки возможных различий с результатами дискриминантного анализа. Далее в табл. 2 и 3 приведены результаты дискриминантного и кластерного анализов.

Табл. 2. Результаты дискриминантного анализа

		стадия	Предсказ	Итоги			
			0	1	2	3	
Исходные	Частота	0	28	13	0	0	41
		1	4	15	3	0	22
		2	0	5	26	0	31
		3	0	0	0	16	16
	%	0	68,3	31,7	0	0	100,0
		1	18,2	68,2	13,6	0	100,0
		2	0	16,1	83,9	0	100,0
		3	0	0	0	100,0	100,0
77,3% исходных сгруппированных наблюдений классифицировано правильно.							

		Стадия	Принадлежность к кластеру Итог					
Исходные	Частота		0	1	2	3		
		0	15	26	0	0	41	
		1	1	21	0	0	22	
		2	2	14	15	0	31	
		3	0	0	0	16	16	
	%	0	37%	63%	0%	0%	100%	
		1	5%	95%	0%	0%	100%	
		2	6%	45%	48%	0%	100%	
		3	0%	0%	0%	100%	100%	
60,9% исходных сгруппированных наблюдений классифицировано правильно.								

Табл. 3. Результаты кластерного анализа

Выводы. В ходе дискриминантного анализа были получены наиболее значимые параметры. Таковыми являются: PSD – дисперсия потери светочувствительности; MD – среднее отклонение; разница между значением нормы для возрастной группы и значением средней чувствительности; определенной для данного пациента; КРКСКГ – коэфф. ригидности склеральной капсулы; возраст и DVL – плотность глубоких сосудистых сплетений (в порядке убывания значимости вклада). При проведении кластерного анализа возникает кластер, который включает в себя точки, относящиеся сразу к трем различным стадиям. При этом если нулевая и первая стадии трудноразличимы внутри данного кластера, то вторая стадия отделяется по некоторым переменным. Таким образом, нулевая и первая и третья стадии глаукомы достаточно различимы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант N 18-01-00832 а.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Иомдина Е.Н., Киселева О.А., Якубова Л.В., Хозиев Д.Д., Лужнов П.В., Шамаев Д.М. Связь биомеханических показателей корнеосклеральной оболочки и гемодинамических параметров глаза при первичной открытоугольной глаукоме// Новости глаукомы. – 2018. - №1 (45). – с. 54-57

2. Шамаев, Д.М. Биотехническая система исследования гемодинамики глаза с использованием транспальпебральной реоофтальмографии: дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук (05.13.01) /

Шамаев Дмитрий Михайлович; ООО «АТЕС МЕДИКА софт» - Москва - 2017. – 173 с.

3. Тюрин, В.В., Щеглов, С.Н. Дискриминантный анализ в биологии: монография / В.В. Тюрин, С.Н. Щеглов. – Краснодар: Кубанский гос. ун-т, 2015. – 126 с.

УДК 531/534

А.А. Сафронова, П.И. Бегун Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

МЕТОДИКА БИОМЕХАНИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ ОПТИЧЕСКИХ СИЛ ГЛАЗНОГО ЯБЛОКА

Актуальность. Человеческий глаз представляет собой сложную оптическую систему, суть которой заключается в формировании изображения из внешнего мира на сетчатке глаза. Главным параметром в оптической системе глазного яблока является оптическая сила – величина, обратная фокусному расстоянию линзы, измеряющаяся в диоптриях (норма от 51,8 дптр до 71,3 дптр) [1]. Фокусное расстояние здорового глаза равно длине оси глаза, при этом фокус попадает точно на сетчатку. Патологические изменения, такие как удлинение или

укорочение глазного яблока, либо изменение оптической силы приводит к появлению аномалий рефракции (миопия, гиперметропия). Большая часть операций по коррекции зрения направлена на устранение данных патологий, посредством усиления или уменьшения оптической силы глазного яблока. Дооперационное обследование подразумевает под собой определение оптической силы обоих глаз. Тем не менее на сложность операции влияет множество индивидуальных параметров. И главная задача офтальмологии найти наиболее безопасное и эффективное решение [2], для предотвращения таких негативных последствий после операции, как недостаточную или избыточную коррекцию, снижение контрастной чувствительности и ухудшение сумеречного зрения.

Цель работы. Разработка методики биомеханических исследований оптических сил глазного яблока при коррекции зрения.

Задачи исследования. Необходимо построить модель роговичной оболочки с разными геометрическими параметрами и выявить влияние на результат операции.

Материалы и методы. При построении содержательной модели в программном пакете Solidworks были введены следующее допущения: материал роговичной оболочки представляется сплошным, упругим, изотропным; модель имеет жесткое закрепление по наружному контуру. Были взяты следующие геометрические параметры роговицы: 1. Радиус $r_p=7,8$ мм, толщина в центре 0,49 мм, на периферии 0,75 мм; 2. Радиус $r_p=7,8$ мм, толщина в центре 0,57 мм, на периферии 0,83 мм. Число конечных элементов составляет 10180. Геометрические параметры удаляемых слоев для двух случаев: внутренний радиус «кольцевого» среза 5 мм, ширина 1,375 мм, глубина 0,08 мм и 0,17 мм. Механические свойства роговичной оболочки: модуль упругости 0,3 МПа, коэффициент Пуассона – 0,49, массовая плотность – 1150 кг/м³, внутриглазное давление 15 мм рт.ст. На рис. 1 представлена эпюра перемещений роговичной оболочки 1 с произведенным «кольцевым» срезом 0,08 мм.







Рис. 2. Оптический срез роговицы до операции (слева), после операции по поводу коррекции дальнозоркости (справа)

Исходя из рис. 1 и 2, можно сделать вывод, что роговица искривляется неоднородно, в связи с этим было решено исследовать оптическую силу на разных участках роговичной оболочки. Было взято 10 точек вдоль меридиана роговицы с шагом 1,4 мм. Нумерация слева направо. На графиках отображены изменения оптической силы в зависимости от участка исследования.

Результаты исследований. Было проведено 4 исследования оптической силы глаза с изменением глубины среза. На рис. 3 представлен график, отображающий результаты исследований модели роговицы 1.



Рис. 3. Зависимость оптической силы роговицы 1 от участка среза. Кривая 1 – Оптическая сила (до операции); Кривая 2 – Оптическая сила (срез 0,08 мм); Кривая 3 – Оптическая сила (срез 0,17 мм)

Проанализировав график 3, можно сказать, что оптическая сила после операции вдоль меридиана изменяется неравномерно.

На участках 5 и 6 наблюдается максимальное усиление рефракции, что является основной целью операции при гиперметропии. На рис. 4 представлен график исследований модели роговицы 2.



Рис. 4. Зависимость оптической силы роговицы 2 от участка среза. Кривая 1 – Оптическая сила (до операции); Кривая 2 – Оптическая сила (срез 0,08 мм); Кривая 3 – Оптическая сила (срез 0,17 мм)

При срезе 0,08 мм на участках 2 и 9 наблюдается уменьшение оптической силы относительно результатов до операции. Это связано с тем, что данные участки находятся на месте «кольцевого» среза и при перераспределении глазного давления получают меньший показатель кривизны, чем до операции.

Выводы. В проведенных исследованиях была замечена общая тенденция – неравномерное изменение оптической силы вдоль меридиана роговицы после проведения операции. Из-за разницы оптических сил на участках роговичной оболочки, общий фокус роговицы не сходится в одной точке, что приводит к размытию изображения на сетчатке. Именно поэтому нельзя добиться изначальной остроты зрения.

Методика биомеханических исследований оптических сил глазного яблока заключается в подборе глубина среза в зависимости от индивидуальных параметров роговичной оболочки. Исследования показали, что разная толщина роговичной оболочки влияет на изменение оптических сил. Срез должен быть подобран таким образом, чтобы оптическая сила в центре роговицы возросла достаточно для компенсации ослабления преломления или укорочения оптической оси глазного яблока. При этом разница в оптической силе между участками роговицы должна быть сведена к минимуму.

Методика предполагает использование ультразвукового исследования перед проведением операции. С помощью полученных данных о толщине роговицы на разных участках можно подобрать оптимальную глубину среза, при этом максимально сохранив биомеханические параметры роговичной оболочки.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Дашевский, А.И. Новые методы изучения оптической системы глаза и развития его рефракции/ Проф. А. И. Дашевский. - Киев : Госмедиздат УССР, 1956. - 164 с.

2. Федотова Л.А., Куликова И.А. Преимущество лечения гиперметропии с использованием фемтосекундного лазера // Здравоохранение Чувашии. – 2009. – № 2. – С. 47–50.

3. Глазные болезни. Основы офтальмологии: Учебник / Под ред. В. Г. Копаевой. - 2012. - 560 с.: ил.

УДК 531/539:61

П.А. Пашкова, П.И. Бегун Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП)

БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ И КОРРЕКЦИИ КЕРАТОКОНУСА И КЕРАТОГЛОБУСА

Актуальность. Кератоконус и кератоглобус – часто встречающееся повреждение глаза. По статистике, кератоглобус встречается реже кератоконуса, и женщин поражает чаще, чем мужчин. В литературе нет биомеханических исследований влияния изменения толщины роговицы на развитие кератоконуса и кератоглобуса и биомеханического анализа коррекции глаза при этих патологиях. Кератоконус и кератоглобус – болезни, которые поражают роговицу. Характеризуются потерей жесткости, уменьшением толщины ткани и изменением формы роговицы. Под действием внутриглазного давления при кератоконусе роговица принимает форму конуса, а при кератоглобусе – форму шара. Изменения формы роговицы приводят к изменению оптических характеристик глаза, что в свою очередь способствует развитию других болезней [1, 2].

Цель и задачи. Целью работы является проведение биомеханического исследования влияния изменения толщины роговицы на развитие кератоконуса и кератоглобуса и возможности устранения этих патологий.

Задачи: изучить научную и клиническую литературу о глазе в норме, при патологиях и коррекции, построить содержательные и компьютерные модели глаза, исследовать развитие, возможности предотвращения и устранения кератоконуса и кератоглобуса.

Материалы и методы. Исследования проведены на модели, представленной роговицей, жестко закрепленной по наружному контуру, при следующих допущениях: материал каждого элемента сплошной, однородный и изотропный, начальные напряжения отсутствуют, материал обладает идеальной упругостью.

Для исследования в программе Solidworks влияния толщины роговицы в различных секторах на ее напряженно-деформированное состояние роговица была разбита на 3 части, каждая из которых поочередно подвергалась изменению толщины. Рассмотрена модель роговицы радиусом 7,8 мм и толщиной 0,6 мм. При проведении исследований толщина всей роговицы и на ее участках изменялась в диапазоне от 0,2 до 0,5 мм с шагом 0,1 мм. При этом, толщина нижней части роговицы подвергалась изменению, верхняя – оставалась неизменной. Исследования проведены при давлении 25 и 40 мм. рт. ст. и модуле нормальной упругости 0,54 МПа. На рис. 1 приведена эпюра перемещений роговицы при уменьшении ее толщины на 0,3 мм на нижнем участке.



Рис. 1. Эпюра перемещений коррегированной роговицы

После вычисления перемещений в программе Solidworks Simulation с помощью команды зондирования определены значения перемещений в выбранных точках [3].

Зависимости перемещений вдоль меридиана роговицы, от положения ее частей с измененными толщинами при различных давлениях приведены на рис. 2, на графиках изображены кривые: 1 – при толщине 0,2 мм, 2 – 0,3 мм, 3 – 0,4 мм, 4 – 0,5 мм.



Рис. 2. Зависимости перемещений вдоль меридиана роговицы от положения ее частей с измененными толщинами при давлении: а) 25 мм. рт. ст., б) 40 мм. рт. ст.



Рис. 3. Зависимости перемещений вдоль меридиана роговицы при коррекции патологии, от положения ее частей с измененными толщинами, при давлении: а) 25 мм. рт. ст., б) 40 мм. рт. ст.

Изменение перемещений вдоль меридиана роговицы с уменьшением ее толщины приводит к образованию форм, характерных для кератоконуса и кератоглобуса.

Для коррекции кривизны роговицы при кератоконусе и кератоглобусе в рамках биомеханики предлагается внешнее приспособление (ортез), имеющее форму здоровой роговицы и во много раз жестче ее. Предполагается, что под тяжестью ортеза роговица будет менять свою форму, стремясь к диапазону нормальных значений.

Проведено исследование воздействия ортеза с модулем нормальной упругости 70,7 МПа на роговицы, претерпевшие изменение формы в соответствии с перемещениями, приведенными выше на рис. 2. Результаты исследования представлены в виде графиков на рис. 3.

Ортез существенно уменьшает перемещения роговицы, вызванные патологическими изменениями ее кривизны вдоль меридиана. Максимальные напряжения, возникающие в роговице при установке ортеза, не превышают критическое напряжение 6,2·10⁶ Па [4]. Использование внешнего приспособления для устранения кератоконуса и кератоглобуса по прочности ткани роговицы является безопасным.

Выводы. Уменьшение толщины роговицы на различных ее участках вызывает кератоконус и кератоглобус. Предложенное приспособление для устранения кератоконуса и кератоглобуса по прочности ткани роговицы является безопасным. В программе Solidworks есть возможность, установив причину возникновения патологии, подобрать для каждого отдельного пациента ортез с соответствующей жесткостью.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Егорова Г.Б., Рогова А.Я. Кератоконус. Методы диагностики и мониторинга // Вестник офтальмологии 2015 №4. С. 13-16

2. Кански Д. Клиническая офтальмология, Систематизированный подход. Пер. с англ./Д. Кански – М.: Логосфера, 2006. – 744 с.

3. Биомеханическое моделирование объектов протезирования: учебное пособие/ Бегун П. И. – СПб.: Политехника, 2011. – 464 с.

4. Иомдина Е.Н. Биомеханика глаза: теоретические аспекты и клинические приложения. М.: Реал Тайм, 2015. С. 208.

УДК 612.13

М.В. Туркина, Д.Э. Синицына, А.Д. Юхнев Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЯ В МОДЕЛИ БИФУРКАЦИИ БРЮШНОЙ АОРТЫ СО СТЕНОЗОМ УЛЬТРАЗВУКОВЫМ ДОПЛЕРОВСКИМ МЕТОДОМ

Введение

Брюшная аорта – одна из важнейших артерий, которая питает кровью структуры полости живота и нижних конечностей. Данная область сосудистого русла подвержена различным патологическим изменениям, вследствие чего нарушаются процессы кровообращения. К распространенным патологиям брюшной аорты относят атеросклероз. Атеросклероз – заболевание, характеризующееся образованием фиброзных бляшек, суживающих просвет сосуда и нарушающих физиологические функции пораженных артерий.

В настоящее время в медицине достаточно много способов диагностики кровотока в сосудах. Самым распространенным клиническим методом диагностики является ультразвуковой доплеровский метод, благодаря своей низкой стоимости, неинвазивности и

простоте использования. Несмотря на многочисленные исследования области бифуркации брюшной аорты [1-2], на сегодняшний день отсутствуют детальные лабораторные исследования вихревого течения в этом сосуде ультразвуковым доплеровским методом.

Цель работы — исследовать влияние стеноза на структуру течения в модели бифуркации брюшной аорты с пространственными изгибами ультразвуковым доплеровским методом.

Модель бифуркации брюшной аорты и подвздошных артерий

Модель (рис.1) спроектирована по осредненным клиническим данным [3-8] в программном комплексе SolidWorks 2016 и изготовлена на 3D-принтере, при печати использовался фотополимер, который позволяет проводить исследования ультразвуковым доплеровским методом. Модель представляет собой выходной участок брюшной аорты с входным диаметром 18 мм, которая разделяется на правую и левую общие подвздошные артерии (ОПА), диметром 10,8 мм, далее сосуд делится на наружные (НПА), диаметром 9 мм, и внутренние (ВПА), диаметром 5,5 мм подвздошные артерии. Общая длина модели составляет 215 мм. В правой общей подвздошной артерии расположен гемодинамически значимый осесимметричный стеноз, диаметр в сужении составляет 5,9 мм. Степень сужения стеноза по площади - 70%.

Экспериментальная установка

Для экспериментального исследования влияния стеноза на структуру течения в бифуркации брюшной аорты была собрана установка (рис.2), состоящая из замкнутого гидравлического контура, который заполнялся кровеимитирующей жидкостью. Вязкость жидкости близка к вязкости крови с коэффициентом динамической вязкости $\mu = 0,004$ Па·с и плотностью $\rho = 1050$ кг/м³.

Гидравлический контур (1) состоит из центробежного насоса (2), который задает постоянный поток жидкости. Насос обеспечивает расход Q = 4 л/мин на входе в брюшную аорту, что соответствует максимальному по сердечному циклу расходу в брюшной аорте. С помощью регуляторов расхода (7) контролируется их соотношение: в правой ветви со стенозом $Q_{H\Pi A} / Q_{B\Pi A} = 1,1$, в левой ветви без стеноза $Q_{H\Pi A} / Q_{B\Pi A} = 1,4$. Для ликвидации возмущений за насосом и формирования равномерного профиля скорости на входе в брюшную аорту устанавливался хонейкомб, который изготовлен из прямой трубки диаметром 18 мм, внутри которой вклеены трубки диаметром 2 мм и длиной 10 мм (4). Расход контролируется с помощью датчиков электромагнитного расходомера (3), которые установлены: на входе в брюшную аорту, на левой наружной артерии, на правой и на левой внутренних подвздошных артериях. Таким образом, контролируются расходы во всех ветвях брюшной аорты. Акустическая ванночка с моделью бифуркации брюшной аорты (5) наполнена водой для контакта ультразвукового датчика (УЗ) (6) с сосудом.



Рис. 1. Модель бифуркации брюшной аорты



Рис. 2. Схема экспериментальной установки

Методика измерений

Измерения полей осевой и проекции поперечной скоростей проводились датчиком ультразвукового сканера LogicScan-64 с рабочей частотой 5 МГц вдоль модели сосуда в 10ти сечениях. Визуализация полей скорости проводилась в режиме цветного доплеровского картирования. В данном режиме на ультразвуковых изображениях присутствуют три цвета: красный цвет визуализирует области со скоростями, направленными к УЗ датчику, синий цвет – области со скоростями, направленными к УЗ датчику, синий цвет – области со скоростями, направленными от датчика, черный цвет – области со скоростями близкими к нулю, которые УЗ датчик не может зарегистрировать. Для измерения осевой скорости ультразвуковой датчик устанавливался под углом 60° к оси сосуда, для измерения проекции поперечной скорости на ось УЗ датчика – под углом 90°. Измерение полей осевой и поперечной скоростей проводилось при Re = 1180 на входе в сосуд.

Результаты

Измерения показали, что в исследованной модели формируется сложная вихревая структура течения. На рис. 3 представлены поля осевой скорости, по которым определяются положение и размер зоны обратных токов. Стеноз приводит к образованию зоны обратных токов (20% от площади, область отрицательных скоростей синего цвета в сечении 1) у внутренней стенки общей подвздошной артерии, которая сохраняется по всей длине наружной подвздошной артерии (сечения 2-4). В ветви без стеноза в сечении 7 наблюдается небольшая зона обратных токов (10% от площади), ниже по течению зон обратных токов не обнаружено (сечения 8,9). Во внутренних подвздошных артериях зоны обратных токов не формируются (сечения 5,10).

В ветви со стенозом в общей подвздошной артерии формируется двухвихревое течение (рис. 4, сечение 1, чередование синего, красного, синего цветов), которое трансформируется в одновихревое течение (сочетание красного и синего цветов) и сохраняется по всей длине наружной подвздошной артерии (сечения 2-4). В ветви без стеноза формируется двухвихревое течение, которое сохраняется по всей длине наружной подвздошной артерии (сечения 2-4). В ветви без стеноза формируется двухвихревое течение, которое сохраняется по всей длине наружной подвздошной артерии (сечения 6-8), а на выходе трансформируется в течение с четырьмя вихрями (сечение 9). На выходе из внутренних подвздошных артерий формируется слабое двухвихревое течение (сечения 5,10), в котором один вихрь намного больше другого (рис. 4).



Рис. 3. Поля осевой скорости с номерами сечений



Рис. 4. Поля проекции поперечной скорости на ось ультразвукового датчика

Выводы

Получена детальная информация о влиянии стеноза на структуру течения в модели бифуркации брюшной аорты и подвздошных артерий с пространственными изгибами ультразвуковым доплеровским методом.

Гемодинамически значимый стеноз в общей подвздошной артерии приводит к образованию зоны обратных токов за ним, которая сохраняется по всей длине сосуда ниже по течению. Стеноз в сочетании с пространственными изгибами сосуда формирует одновихревое течение в наружной подвздошной артерии. В ветви без стеноза формируется двухвихревое течение, которое переходит в течение с четырьмя вихрями на выходе. Во внутренних подвздошных артериях формируется двухвихревое течение, в котором один вихрь значительно больше другого.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №18-01-00629).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Stein P.D., Sabbah H.N. et al. Blood velocity in the abdominal aorta and common iliac artery of man // Biorheology. - 1979.- Vol.16.- P. 249-255.

2. Moore J.E., Maier S.E., D.N. Ku, and P. Boesiger, Hemodynamics in the abdominal aorta: A comparison of in vitro and in vivo measurements // Journal of Applied Physiology. - 1994.- Vol.76.- №4, : P. 1520-1527.

3. Lorbeer R., Grotz A. et al. Reference values of vessel diameters, stenosis prevalence, and arterial variations of the lower limb arteries in a male population sample using contrast-enhanced MR angiography // PLoS ONE. - 2018.- Vol.13.- $N_{0}6$.

4. Cuomo F., Roccabianca S. et al. Effects of age-associated regional changes in aortic stiffness on human hemodynamics revealed by computational modeling // PLoS ONE. - 2017.- Vol.12.- №3.

5. Kurra V., Schoenhagen P. et al. Prevalence of significant peripheral artery disease in patients evaluated for percutaneous aortic valve insertion: preprocedural assessment with multidetector computed tomography // Journal of Thoracic and Cardiovascular Surgery. - 2009.- Vol.137.- №5.- P.1258-1264.

6. Shah P.M., Scartont H.A., Tsapogas M.J. Geometric anatomy of the aortic-common iliac bifurcation // Journal of Anatomy.-1978.- Vol.126.- Pt 3.- P.451-458.

7. O'Flynn P.M., O'Sullivan G., Pandit A.S. Geometric variability of the abdominal aorta and its major peripheral branches // Annals of Biomedical Engineering. - 2010.- Vol.38.- №3, P.824–840.

8. Yeung J.J., Jin Kim H. Aortoiliac hemodynamic and morphologic adaptation to chronic spinal cord injury // Journal of Vascular Surgery. - 2007.- Vol.44.- №6.- P.1254-1265.

УДК 532.542

А.А. Котмакова, Я.А. Гатаулин, Д.К. Зайцев Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ВЛИЯНИЕ УПРУГОСТИ СТЕНКИ НА СТРУКТУРУ ТЕЧЕНИЯ В БИФУРКАЦИИ БРЮШНОЙ АОРТЫ

В последние годы вычислительные методы широко используются для моделирования кровотока в трехмерных моделях артерий [1-2]. Численные расчеты течения в модели брюшной аорты с эластичными стенками, построенной по осредненным клиническим данным, помогают понять, как влияет упругость стенок артерии на течение крови в сосудах, стоит ли учитывать при моделировании течения деформацию стенок или изменения структуры течения при деформации стенок незначительны и без существенной потери точности можно их не учитывать.

Цель работы – провести численное исследование влияния упругости стенки на структуру течения в модели бифуркации брюшной аорты с подвздошными артериями построенной по осредненным клиническим данным.

Модель бифуркации брюшной аорты с подвздошными артериями

Геометрическая модель бифуркации брюшной аорты с подвздошными артериями (рис. 1) построена в программе SolidWorks по осредненным клиническим данным [3]. Геометрия сосуда включает брюшную аорту, правую и левую общие подвздошные артерии, правую и левую внутреннюю и наружную подвздошные артерии.

Гидродинамические и механические характеристики брюшной аорты

Гидродинамические характеристики течения в брюшной аорте получены путем осреднения литературных данных [4-5]. На входе модели задается изменение давления во времени, на выходах – изменение расхода (рис. 2). Период пульсаций составляет 0,86 с. Жидкость считается несжимаемой ньютоновской с плотностью 1000 кг/м³ и динамической вязкостью 0,004 Па·с. Число Рейнольдса, построенное по среднерасходной скорости на входе в брюшную аорту в момент максимального расхода и ее входному диаметру, равно 1600.





Рис. 1. Модель бифуркации брюшной аорты [3]

Рис. 2. Изменение давления на входе в брюшную аорту (БА) и расходов на выходе наружных (НПА) и внутренних подвздошных артерий (ВПА) во времени цикла

Модуль Юнга *Е* подбирался так, чтобы максимальная деформация стенки брюшной аорты составляла 5% [6]. Максимальная деформация ΔR стенки брюшной аорты оценивалась по аналитической формуле (1) для круглой цилиндрической трубки. Толщина стенки 1 мм [7], плотность 1000 кг/м³, коэффициент Пуассона 0,4. Сосуд считался изотропным линейным упругим материалом. Стенки на входе и выходах жестко закреплены.

$$p = \frac{4}{3} \frac{Eh_0}{R_0} \left(\frac{R_0}{R} - \frac{R_0^2}{R^2} \right), \tag{1}$$

где R – радиус срединной поверхности трубки, R₀ – радиус срединной поверхности трубки в недеформированном состоянии, h₀ – толщина трубки.

Методика расчета

Проведен расчет движения жидкости и стенки с помощью технологии fluid-structure interaction (FSI), которая реализована в виде совместного решения уравнений жидкости и твердого тела. Решались трехмерные нестационарные уравнения Навье-Стокса в программе ANSYS CFX для несжимаемой вязкой жидкости на перестраиваемой сетке. Решение уравнения движения твердой стенки происходила в программе Transient Structural. Передача

данных между солверами выполнялась в модуле ANSYS System Coupling, который передает давление и перемещения между ANSYS CFX и ANSYS Transient Structural.

Для проведения расчетов построена сетка, состоящая из тетраэдров; у гидродинамической сетки имеется призматический слой, который сгущается к стенке. Задача исследовалась на сеточную и временную сходимость. Шаг по времени был равен 0,01 с. Гидродинамическая сетка состоит из 0,8 млн элементов, прочностная сетка – из 50 тыс. элементов. Для всех расчетов было рассчитано три периода, чтобы не было влияния начальных условий.

Осредненные сдвиговые напряжения на стенке определяются по формуле:

$$TAWSS = \frac{1}{T} \int_0^T |\overrightarrow{\tau_w}| dt$$
⁽²⁾

где $\overrightarrow{\tau_w}$ – вектор сдвиговых напряжений на стенке, t – время, T – время цикла. Инлекс колебаний слвиговых напряжений (OSI – oscillatory shear index)

$$OSI = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\left| \int_0^T \overline{\tau_w} dt \right|}{\int_0^T \left| \overline{\tau_w} \right| dt} \right)$$
(3)

Наиболее опасными для развития атеросклероза являются области с малыми значениями сдвиговых напряжений и высокими значениями индекса колебаний сдвиговых напряжений.

Результаты

Максимальные пульсации стенки – 4 мм, наблюдаются непосредственно перед бифуркацией брюшной аорты (рис. 3), а минимальные пульсации имеют стенки внутренних и наружных подвздошных артерий – около 0,5 мм. Упругость стенок увеличивает амплитуду положительной (на 30%) и отрицательной волн расхода (рис. 4). Кривая расхода для деформируемого сосуда имеет сдвинутые по времени моменты пересечения нуля и максимума отрицательного расхода.



максимального давления

Рис. 4. Расход и давление на входе в брюшную аорту

Структура поперечного течения одинакова в жесткой (CFD) и упругой (FSI) моделях брюшной аорты (рис. 5). В обеих моделях из-за пространственной кривизны образуются вихри Дина. Значения продольной скорости отличаются примерно на 10 %.



Рис. 5. Линии тока, окрашенные в цвета поперечной скорости, в моменты максимального и минимального расход

Наибольшее отличие осредненных по времени цикла сдвиговых напряжений (на 40 %) и индекса колебаний сдвиговых напряжений (на 80 %) на стенке сосуда между упругой и жесткой моделями наблюдается в брюшной аорте, в месте, где в упругой модели возникает наибольшая деформация стенки (рис. 6-7). Меньшие отличия наблюдаются на внешних стенках общих и наружных подвздошных артерий: TAWSS - 2 % и OSI - 10 %.



напряжений для двух моделей

Выводы

Выявлено, что структура поперечного течения одинакова в жесткой и упругой моделях брюшной аорты. В фазы максимального положительного и отрицательного расходов в упругой модели в связи с пульсацией стенок расход увеличивается примерно на 30 %.

Упругость стенок на большей части бифуркации брюшной аорты существенно не повлияла на величину сдвиговых напряжений на стенке и индекс их колебаний. Наибольшее влияние упругости наблюдается в области непосредственно перед бифуркацией, там, где сосуд имеет большие деформации. Для остальных сосудов отличия незначительны.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №18-01-00629).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Chong C. K., How T. V. Flow patterns in an endovascular stent-graft for abdominal aortic aneurysm repair // Journal of Biomechanics, 2004, Vol. 37, pp. 89-97.

2. Ku D. N., Glagov S., Moore J. E. et al. Flow patterns in the abdominal aorta simulated postprandial and exercise conditions: An experimental study // Journal of Vascular Surgery, 1989, Vol. 9, pp. 309-316.

3. Синицына Д.Э., Туркина М.В., Юхнев А.Д., Зайцев Д.К. Ультразвуковое и численное исследование структуры течения в трехмерной модели бифуркации брюшной аорты // Научно-технические ведомости СПбГПУ.- 2019.- №4.- (В печати)

4. Yeung J. J., Kim H. J., Abbruzzese T. A. et al. Aortoiliac hemodynamic and morphologic adaptation to chronic spinal cord injury // Journal of Vascular Surgery, 2006, Vol. 44, pp. 1254-1265.

5. Malossi A. C. I., Bonnemain J. Numerical comparison and calibration of geometrical multiscale models for the simulation of arterial flows // Biomedical Engineering Society, 2013, Vol. 4, pp. 440-463.

6. Tang B. T., Cheng C. P., Draney M. T. et al. Abdominal aortic hemodynamics in young healthy adults at rest and during lower limb exercise: quantification using image-based computer modeling // American Journal of Physiology Heart and Circulatory Physiology, 2006, Vol. 291, pp. 668-676.

7. Schriefl A. J., Zeindlinger G., Pierce D. M. et al. Determination of the layer-specific distributed collagen fibre orientations in human thoracic and abdominal aortas and common iliac arteries // Journal of the Royal Society Interface, 2012, Vol. 9, pp. 1275-1286.

УДК 612.13

Л.Г. Тихомолова¹, Я.А. Гатаулин¹, Д.А. Росуховский² ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ²Институт экспериментальной медицины

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УПРУГОСТИ СТВОРОК ВЕНОЗНОГО КЛАПАНА НА ЗАСТОЙНУЮ ОБЛАСТЬ ЗА СТВОРКОЙ

Отток крови из нижних конечностей происходит по венам: глубоким и подкожным. Большинство венозных клапанов двухстворчатые, а одностворчатые и трехстворчатые встречаются реже [1]. Основная задача венозных клапанов – предотвращение обратного тока крови при закрытии створок [2].

У здорового венозного клапана выделяют два режима работы [2]:

1. клапан периодически открывается и закрывается при существующей нагрузке на мышцы (например, при физических нагрузках или глубоком вдохе);

2. клапан находится в открытом состоянии, а амплитуда колебания его створок составляет примерно 3-5% от радиуса вены, такой режим наблюдается в состоянии покоя человека.

Одной из причин тромбоза является не полное открытие и закрытие створок клапана из-за изменения упругости створок. Тромбы формируются в застойной зоне, которая находится за створкой клапана в синусовом кармане. Размер этой зоны представляет большой интерес для врачей флебологов. В изученной авторами литературе расчеты размеров и положения застойной зоны здорового венозного клапана не встретились.

Цель работы – исследовать влияние упругости створки на застойную зону в модели здорового венозного клапана подколенной вены (рис.1) в режиме покоя, а также сравнить расчетные данные с данными ультразвуковой диагностики, полученными из собственного клинического исследования.

Геометрическая модель венозного клапана

В качестве модели взята двумерная симметричная модель венозного клапана [2]. При радиусе вены R= 5 мм данная модель соответствует клапану подколенной вены (рис. 2).



Рис. 1. Ультразвуковое изображение клапана подколенной вены

Рис. 2. Геометрическая модель клапана подколенной вены

Граничные условия

На входной границе задавалось изменение среднерасходной скорости во времени цикла по формуле V = Asin(B(t - D)) + C, A=2,4 см/с, B=3,4 рад/с, C=10 см/с, D=0,07 с, которая получена путем аппроксимации (рис.3а) клинических ультразвуковых данных (доплерограммы). Время цикла T = 1,9 с. На входе задан плоский профиль скорости. На выходе – постоянное давление P = 0. На верхней границе задано условие симметрии, на нижней – условие прилипания. Стенка вены рассматривалась в жестком приближении ввиду малости перемещений. На поверхности створки задавалось условие сопряжения между твердой и жидкой областями: $d_s^{\Gamma} = d_f^{\Gamma}$; $u_s^{\Gamma} = u_f^{\Gamma}$; $F_s^{\Gamma} = -F_f^{\Gamma}$, где d – перемещение, u – скорость, F – усилие.



a)



Рис. 3. Цветовое доплеровское картирование и доплерограмма скорости в здоровом венозном клапане подколенной вены (а), кривая максимальной скорости, оцифрованная по ультразвуковым данным, и аппроксимационная кривая (б)

Математическая модель течения в венозном клапане

Проведен сопряженный расчет течения жидкости с помощью технологии fluid-structure interaction (FSI) в обобщенной лагренжево-эйлеровской постановке. Гидродинамические расчеты выполнялись в Ansys Fluent, механические – в Ansys Mechanical. Связка двух систем происходила в System Coupling в среде Ansys Workbench.

Уравнения течения жидкости (уравнения Навье-Стокса) [3]:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + (u_i - \hat{u_i}) \nabla u_j = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho_f} \nabla^2 \mu_f u_i, \quad i, j = 1, 2$$

$$\nabla u_i = 0.$$

где u_i – компонента скорости жидкости в узлах динамической (перестраиваемой) сетки, \hat{u} – скорость узлов расчетной сетки в точке, ρ_f и μ_f – плотность и вязкость жидкости.

 $\rho_f = 1040 \frac{\kappa^2}{\mu^3}, \mu_f = 0,0035 \Pi a \cdot c.$ Характерное число Рейнольдса, построенное по диаметру вены и максимальной за цикл скорости, равно 350.

Уравнение движения створки (уравнение эластодинамики) [3]:

 $\rho \frac{\partial^2 d_i}{\partial t^2} - (\nabla \times \zeta)_i = 0,$

 $\rho_{\overline{\partial t^2}} - (V \times \zeta)_i = 0,$ где d – перемещение створки, $\zeta = J\sigma_s F^{-T}$ – первый тензор Пиолы-Кирхгофа, $\sigma_s = \frac{1}{J}F(\lambda(trE)I + 2\mu E)F^T$ – уравнение состояния для модели St.Venant-Kirchhoff, λ, μ-константы Ламэ (3). Эти параметры удовлетворяют следующим соотношениям:

 $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \ \mu = \frac{E}{2(1+\nu)},$

где Е – модуль Юнга, v – коэффициент Пуассона. Механические свойства створки клапана: E = 0,6; 1,2; 2; 8; 20; ∞ МПа, v = 0,3, ρ = 1200 кг/м³.

Вычислительные аспекты

Гидродинамическая сетка состояла из 18100 треугольных элементов и имела сгущение к створке клапана и стенке вены. Механическая сетка состояла из 800 прямоугольных элементов. Для настройки динамической гидродинамический сетки использовался алгоритм Smoothing, который осуществляет сглаживание сетки и устраняет в процессе расчета появление отрицательных объемов ячеек сетки, приводящих к остановке расчета.

Результаты

На рис. 4 показана граница застойной зоны (по изолинии u = 0,2 мм/с) по результатам расчета с модулем Юнга 1,2 МПа, для которого получили наилучшее совпадение с клиническими данными по длине застойной области. Осредненная за цикл длина застойной зоны (*l*) составляет порядка 60% от длины синуса. Длиной зоны обозначается минимальное расстояние от основания створки до изолинии скорости, по которой построена граница застойной области (рис.4).

При уменьшении упругости створки длина застойной зоны увеличивается (рис.5). Это связано с тем, что при увеличении модуля Юнга амплитуда колебаний створки уменьшается и жидкость под ней движется с меньшей скоростью. При увеличении модуля Юнга от 0,6 МПа до ∞ длина застойной зоны увеличивается с 0,4L до L, где L – это длина синуса.

На рис. 6 изображены графики зависимости от модуля Юнга средней по циклу длины застойной зоны и амплитуды колебаний створки, в сравнении с клиническими данными. Отметим, что чем больше амплитуда колебаний створки, тем меньше длина застойной зоны. Наилучшее совпадение с клиническими результатами наблюдается при расчете с E=1,2-2 MПа.



Рис. 4. Расчетные положение створки и граница расчетной застойной зоны в разные моменты времени цикла (для E = 1.2 МПа) в сравнении с клиническими данными





Рис. 5. Положение створки и границы застойной зоны в разные моменты времени цикла для трех значений модулей Юнга

Рис. 6. Расчетные значения длины застойной зоны и амплитуды колебаний створки в зависимости от модуля Юнга в сравнении с клиническими данными

Выводы

Получена зависимость длины застойной зоны и амплитуды колебаний створки от ее модуля Юнга. Длина застойной зоны увеличивается с уменьшением амплитуды перемещений створок. Результаты расчета течения в симметричной двумерной модели здорового венозного клапана подколенной вены дали хорошее качественное совпадение с клиническими ультразвуковыми данными по положению и размерам застойной области за створкой.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках госзадания «Гемодинамические реакции при сложных постуральных воздействиях и при тромбозах артериальных и венозных сосудов».

ЛИТЕРАТУРА:

1. Chen H., Berwick Z, Krieger J., Chambers S., Lurie F., Kassab G. Biomechanical comparison between mono-, bi-, and tricuspid valve architectures // J. Vasc. Surg.: Venous and Lym. Dis. 2014. vol. 2. pp. 188–193.

2. Ariane M., Wen W., Vigolo D., Brill A., Nash F.G.B., Barigou M., Alexiadis A.. Modelling and simulation of flow and agglomeration in deep veins valves using discrete multi physics // Comput. Biol. Med. 2017; vol.89: pp.96–103.

3. Soifer E., Weiss D., Marom G., Einav S. The effect of pathologic venous valve on neighboring valves: fluid–structure interactions modeling // Med. Biol. Eng. Comput. 2017, vol. 55, №6, pp. 991–999.

Д.В. Кучеренко¹, М.В. Вильде² ¹ Санкт-Петербургский государственный университет ² Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

ОПИСАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ МИОКАРДА ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ НА ОСНОВЕ ПОРОУПРУГОЙ МОДЕЛИ

Введение. Эффективность проведения медицинских операций значительно возросла благодаря научно-техническому прогрессу. Теперь возможно предсказать развитие различных патологий, смоделировать работу того или иного органа после хирургических вмешательств, подобрать подходящую для данного пациента схему операции. Для восстановления нормальной геометрии органов используется большой класс биосовместимых материалов: от синтетических нитей до биологических заплат. Известно, что живые ткани представляют из себя насыщенные физиологической жидкостью пористые деформируемые тела. Соответственно, биозаменители для операций должны подбираться таким образом, чтобы они повторяли механические свойства и структуру живых систем. Поэтому исследование механических свойств органов человека является отправной точкой к созданию биосовместимых пористых материалов.

Цель работы – описать механическое поведение миокарда на основе теории пороупругих сред и сопоставить результаты с данными эксперимента.

Задачи работы: 1) провести натурный эксперимент методом одноосного сжатия образцов тканей сердца; 2) построить математическую пороупругую модель в переменных перемещения каркаса **u** и давления поровой жидкости *p* и поставить одномерную задачу о деформировании элемента миокарда; 3) проанализировать возможность применения пороупругой модели для аппроксимации петли гистерезиса и оценить влияние параметров пороупругой среды на кривую циклического деформирования; 4) провести сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

Экспериментальная часть

Для определения механических свойств изолированных образцов ткани сердечной мышцы применяют различные методики [1]. В данной работе используется простейшая методика определения механических свойств – одноосное сжатие образцов миокарда.

Был проведен ряд экспериментов методом одноосного сжатия с предварительным циклическим (5 циклов) приложением нагрузки и разгрузки (предподготовка).

В левом желудочке (ЛЖ) и правом желудочке (ПЖ) были выделены несколько участков, которые использовали для эксперимента, а именно: нижняя, средняя и верхняя трети передней стенки, аналогично для задней стенки и межжелудочковой перегородки (МЖП). Кроме того, в результате работы были выявлены механические свойства верхушки сердца (рис. 1). Исследованы три сердца взрослых людей в возрасте от 40 до 65 лет. Средние значения высоты и площади поперечного сечения образцов (51 шт.) составили 7.7 мм и 324 мм². Для проведения эксперимента использовалась одноколонная испытательная машина Instron 3342.

Возникновение гистерезиса при предподготовке является проявлением вязкоэластичности сердечной мышцы. С каждым последующим циклом деформации до 10% происходит уменьшение значений напряжений. Изучение деформации образцов на основе пороупругой модели позволяет выяснить, связано ли это с просачиванием жидкости в процессе проведения эксперимента.

Анализ данных эксперимента на основе простейшей модели одномерной статической деформации однородного упругого тела показал, что *максимальный* модуль упругости в среднем наблюдается на задней стенке нижней трети ПЖ: 26.7 кПа, *минимальный* – на задней стенке средней трети ПЖ: 4.35 кПа.



Рис. 1. Исследуемые области сердца человека

Математическая модель

Определяющие соотношения и уравнения для пороупругой среды могут быть найдены в [2, 3]. Если упростить задачу, считая напряженно-деформированное состояние образца одномерным и отбросив силы инерции, то она сводится к решению уравнений

$$E\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - A_1 \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad K\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - A_1 \frac{\partial \dot{u}}{\partial z} - A_2 \frac{\dot{p}}{R} = 0.$$
(1)

Здесь z – координата по оси, вдоль которой происходит сжатие, u – перемещение в направлении этой оси, p – давление в жидкости, $A_1 = (1-2\nu)A$, $A_2 = AA_1R\mu^{-1} + \phi^2$, A – компонента тензора коэффициентов эффективных напряжений Био, K – проницаемость среды, R – гидростатическая константа, ϕ – пористость среды, E, μ , ν – модуль Юнга, модуль сдвига и коэффициент Пуассона среды в дренированном состоянии. Граничные условия для системы (1) записываются в виде

$$z=0: u=0, p=0; z=L: u=U_0(t), p=0$$

где L – высота образца, $U_0(t)$ – заданные перемещения траверсы испытательной машины.

Для случая гармонических колебаний ($U_0 = U^0 e^{i\omega t}$) получено выражение для эффективных напряжений в миокарде. Полагая амплитуду деформации равной U^0/L , приходим к выражению для эффективного комплексного модуля Юнга в виде

$$E_{eff} = E_1 + iE_2 = \frac{LE\beta B_1 \operatorname{sh} \beta L}{LE\beta A_2 \operatorname{sh} \beta L - 2A_1^2 R (1 - \operatorname{ch} \beta L)},$$
(2)

где $B_1 = A_2 E + A_1^2 R$, $\beta^2 = i\omega \alpha$, $\alpha = B_1 / KER$.

Также была решена задача о нестационарном деформировании, в которой функция $U_0(t)$ задавалась в виде периодического треугольного импульса, соответствующего движению траверсы в эксперименте. Решение задачи для напряжения, полученное с использованием преобразования Лапласа [4], имеет вид

$$\sigma(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty-ia}^{+\infty-ia} \frac{A_{M}}{\omega^{2}\tau} tg(\omega\tau) \frac{E\gamma\sqrt{i\omega}\operatorname{sh}(\gamma L\sqrt{i\omega})B_{1} \cdot e^{i\omega\tau}}{\gamma\sqrt{i\omega}\operatorname{sh}(\gamma L\sqrt{i\omega})A_{2}EL - 2A_{1}^{2}R(1-\operatorname{ch}(\gamma L\sqrt{i\omega}))} d\omega,$$

где τ – время одного полуцикла; A_M – амплитуда траверсы машины; $\gamma = \sqrt{\alpha}$.

Результаты. В табл. 1 приведены результаты расчетов по формуле (2) для образцов, имеющих близкие значения статического модуля упругости. При проведении вычислений были приняты следующие значения параметров: *A*=0.989, *R*=7.63 МПа, *v*_{dr}=0.23 [3] и

 E_{dr} =4.6 кПа, K=4·10⁻¹⁰ м²/Па·с, подобранные из условия наилучшего согласования с экспериментальными данными. Из табл. 1 видно, что действительная часть модуля упругости мало зависит от высоты образца, однако мнимая часть значительно изменяется с изменением высоты. Это можно объяснить изменением частоты, поскольку в эксперименте поддерживалась постоянная скорость деформирования. Также отметим, что значения отношения мнимой части к действительной в 2-3 раза меньше, чем экспериментальные значения, вычисленные на основании площади петли гистерезиса.

Метка образца	<i>L</i> , мм	<i>Е</i> 1, кПа	<i>E</i> ₂ , кПа	E_2/E_1
Средняя треть пер. стенки ЛЖ	11	5,4	0,23	0.043
Нижняя треть зад. стенки ЛЖ	8	5,3	0,28	0.052
Верхняя треть пер. стенки ПЖ	4	5,2	0,38	0.075
Верхняя треть пер. стенки ЛЖ	3	5,1	0,40	0,08

Табл. 1. Теоретические значения комплексного модуля

На рис. 2 приведены результаты решения нестационарной задачи в сравнении с данными эксперимента. Для наглядности при построении теоретической кривой по оси ординат была отложена разность ($\sigma - 0.9 E_0 \cdot \varepsilon$), где E_0 – секущий модуль Юнга при первом цикле нагружения.



Рис. 2. Сравнение экспериментальной и теоретической кривых циклического деформирования для нижней трети задней стенки ЛЖ

Как видно из рис. 2, математическая модель качественно верно описывает процесс циклического деформирования. Анализ результатов расчетов для различных образцов показал, что кривая быстрее выходит на предельный цикл при малой высоте образца. Этот результат согласуется с экспериментальными данными.

Выводы. Применение пороупругой модели позволяет качественно описать основные особенности процесса циклического сжатия образца миокарда: наличие петли гистерезиса, постепенное снижение напряжения, выход на предельный цикл. Однако теоретические значения площади петли гистерезиса получаются в 2-3 раза меньше экспериментальных. Для получения более точных результатов необходимо рассмотреть более сложную постановку задачи с учетом оттока через боковую поверхность, нелинейности закона упругости твердой фазы и других эффектов.

Авторы выражают благодарность Челноковой Наталье Олеговне за помощь в проведении экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Кобелев А.В., Смолюк Л.Т., Кобелева Р.М., Проценко Ю.Л. Нелинейные вязкоупругие свойства биологических тканей. Екатеринбург: УрО РАН, 2012.

2. Biot, M.A. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media // J. Acoust. Soc. Am. -1962. -Vol. 34. $-N_{2} 5$. -P. 1254–1264.

3. Маслов, Л.Б. Конечно-элементные пороупругие модели в биомеханике / Монография. СПб.: Лань, 2013. 236 с.

4. Лаврентьев, М. А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. Издание 4-е. М.: Наука. – 1972.

УДК536.5

А.В. Никитин, Я.Ф. Иванова, Я.А. Гатаулин, Л.Г. Тихомолова Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ С НЕСКОЛЬКИМИ ЦЕНТРАМИ НАГРЕВА В ТКАНЕЭКВИВАЛЕНТНОМ ТЕСТ-ОБЪЕКТЕ МЕТОДОМ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ТЕРМОМЕТРИИ

Метод ультразвуковой термометрии (УЗТ) позволяет неинвазивно измерять приращение температуры, используя зависимость скорости звука в среде от температуры. Метод УЗТ разрабатывается в лаборатории гидроаэродинамики для совместного применения с методом разрушения новообразований фокусированным ультразвуком.

При терапевтическом вмешательстве ультразвуковое воздействие захватывает очаг опухоли, причем для ее удаления производится несколько последовательных нагревов злокачественной ткани излучателем фокусированного ультразвука. Ультразвуковая термометрия позволяет отслеживать рост температуры в окружающих здоровых тканях для предотвращения их повреждения при нагреве.

Цель работы – исследовать нестационарное температурное поле двух последовательных областей нагрева фокусированным УЗ с помощью метода ультразвуковой термометрии.

Методика

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1.



Рис. 1. Блок-схема установки: 1 – тканеэквивалентный тест-объект (красным обозначена область нагрева излучателя), 2 – излучатель фокусированного ультразвука, 3 – генератор, 4 – блок питания, 5 – ультразвуковой диагностический датчик, 6 – ультразвуковой сканер, 7 – компьютер
В качестве тканеэквивалентного материала используется агар-агар с графитовым наполнителем. Материал моделирует плотность (1050 кг/м³), скорость звука (1550 м/с), коэффициент затухания (0,7 дБ / (см · МГц), теплоемкость (3700 Дж / кг·°С) и теплопроводность (0.59 Вт/м·°С) биологической ткани. Рабочая частота излучателя фокусированного ультразвука – 1,5 МГц, интенсивность в фокусе – 10 Вт/см², рабочая частота ультразвукового диагностического датчика – 7,5 МГц. Нагретая область в эксперименте находится на расстоянии 10 и 15 мм от верхней и нижней поверхностей тканеэквивалентного тест-объекта, соответственно. Плоскость сканирования УЗ установленного перпендикулярно диагностического датчика, оси излучателя. при пересечении с эллипсоидальной [1] областью нагрева образует круг.

Тест-объект нагревался в течение 15 с излучателем фокусированного ультразвука, затем при выключенном излучателе в течение 5 с перемещался в плоскости диагностического датчика на расстояние 10 мм, после этого излучатель снова включался и в течение 10 с производился второй нагрев. Затем в течение 30 с записывались сигналы УЗ диагностического датчика для измерения температуры остывания материала, и по окончании 15 минут регистрировался ультразвуковой сигнал в остывшем тест-объекте.

Записанные УЗ сигналы обрабатывались с помощью программы УЗТ, в которой эхосдвиг Δd по оси датчика, z, между ультразвуковыми сигналами нагретой и не нагретой областей пересчитывался в приращение температуры ΔT по формуле [2]

$$\Delta T = \mathbf{K} \frac{d}{dz} (\Delta d)$$

Значение коэффициента температурной деформации К было определено проведенной ранее калибровкой, К=530 °C [3].

Результаты

Поле приращения температуры (рис. 2) представляет собой две нагретые области близкие по форме к кругу. Первый (слева) центр нагрева заметно (примерно на 7°С) холоднее второго (справа), так как материал в этом месте успевает остыть за время перемещения тест-объекта и второго нагрева. После 25 с остывания температура в обоих центрах нагрева отличается менее чем на 1 °С.



Рис. 2. Поле приращения температуры двух нагретых областей материала через: a) 0 c, б) 15 c, в) 30 c после окончания второго нагрева (А и В точки мониторинга температуры)

За 30 с остывания второй центр нагрева охладился с 18,6 °С до 7 °С, первый – с 11,4 °С до 6,7 °С (рис. 3а).

На рис. Зб представлены графики приращения температуры во времени в двух точках мониторинга A и B, расположенных на расстоянии 3 мм слева и справа, соответственно, от второго центра нагрева (показаны на рис. 2а). При отсутствии влияния областей нагрева друг на друга, значения приращения температуры в точках A и B одинаковые, но из-за наличия

первого центра нагрева температура в точке А на протяжении 30 с остывания тест-объекта больше примерно на 3 °C.



Рис. 3. а) Изменение приращения температуры от времени в первом и втором центрах нагрева, б) изменение приращения температуры от времени в точках А и В вблизи второго центра нагрева

Заключение

В работе проведены измерения нестационарного поля приращения температуры с помощью программы ультразвуковой термометрии при нагреве двух областей внутри тканеэквивалентного тест-объекта фокусированным ультразвуком. Показано взаимное влияние нагретых областей друг на друга – область между ними остывает медленнее по сравнению с периферией.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, уникальный идентификатор №RFMEFI57818X0263.

ЛИТЕРАТУРА:

1. М.Р. Бэйли, В.А. Хохлова, О.А. Сапожников, Физические механизмы воздействия терапевтического ультразвука на биологическую ткань. Акустический журнал 2003, том 49, №4, с. 437-438

2. Yukhnev A., Tarkhov D., Gataulin Y., Ivanova Y., Berkovich A. Neural network methods of HIFUtherapy control by infrared thermography and ultrasound thermometry // Advances in Neural Networks – ISNN 2019 pp. 596-598

3. A.E. Berkovich, E.M. Smirnov, A.D. Yukhnev, Y.A. Gataulin, D.E. Sinitsyna, D.A. Tarkhov. Development of Ultrasound Thermometry Technique Using Tissue-Mimicking PhantomIOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1044 (2018) – p. 4

СЕКЦИЯ «ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ УПРАВЛЕНИЯ МОБИЛЬНЫМИ РОБОТАМИ»

УДК 004.652.42, 004.657, 004.655.3:004.652.4

А.А. Пурий, С.Г. Попов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕНИ ПОСТРОЕНИЯ И ВЫПОЛНЕНИЯ ПЛАНА ЗАПРОСА НА ВЫБОРКУ В ГЕТЕРОГЕННЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ БАЗАМИ ДАННЫХ

Введение. Независимые базы данных содержат данные об одних и тех же объектах реального мира, но для получения полных данных об объекте необходимо извлекать данные баз, и осуществлять их обработку в специализированном программном обеспечении. Эта проблема вызвана кусочной автоматизацией, состоящей в фрагментации частей единой информационной среды, и как следствие невозможности получать данные из независимых баз с заранее неизвестной схемой [1]. Проблема состоит из двух аспектов. Первый – независимые базы не связаны семантически. Второй – динамика семантики схем, т. е. набор и схемы баз данных постоянно меняются. Проблема отсутствия семантических связей помощью автоматизированных предметно ориентированных алгоритмов [2], в том числе с использованием метаданных [3]. Вторая проблема решается учетом динамики семантической модели.

Целью работы является разработка и исследование алгоритмов построения интегрированных запросов на выборку данных к гетерогенным распределенным системам управления базами данных.

Актуальность. Реализация предложенных методов обеспечит возможность выполнять общий запрос на получение данных из независимых гетерогенных баз данных.

Централизованный метод (ЦМ) выполнения запроса позволяет гомогенизировать гетерогенные источники данных путем локализации данных из этих источников на центральном сервере, на котором производится выполнение запроса. Иначе централизованный метод заключается в использовании одного сервера или центрального сервера в качестве коммутатора для всех серверов СУБД, входящих в систему. Для получения данных исходный запрос разделяется на простые подзапросы на выборку данных из удаленных источников. Для уменьшения объема передаваемых подзапросы должны включать операции проекции и фильтрации.

Алгоритмы декомпозиции позволяют построить план выполнения исходного запроса, т. е. разделить исходный запрос на подзапросы, составить порядок выполнения подзапросов к удаленным серверам и порядок локального соединения полученных данных. Предложено два алгоритма: алгоритм декомпозиции левым выводом и алгоритм декомпозиции запроса с переупорядочиванием.

Алгоритм декомпозиции левым выводом (АДЛВ) составляет план выборки и соединения таблиц согласно их порядку соединения таблиц в исходном запросе. Берутся первые две таблицы, локализуются, затем соединяются. Результат их соединения находится на центральном сервере, следовательно при последующих соединениях необходимо локализовать только правую таблицу. Алгоритмическая сложность декомпозиции запроса левым выводом линейная – O(n), где n – число таблиц в исходном запросе.

Алгоритм декомпозиции с переупорядочиванием (АДП) похож на АДЛВ за исключением того, что порядок соединения таблиц изменяется на порядок, с минимальной оценкой. Для расчета оценки используются кардинальные числа таблиц и коэффициент уникальности атрибута. Оценки размеров соединений приведены в табл. 1, данной таблице u(t) – коэффициент уникальности для атрибута в таблице t, по которому происходить

соединение. Для соединения типа «декартово произведение» верхняя оценка является точной и равна $T_1^*T_2$. Поиск минимальной оценки достигается за счет обхода дерева возможных порядков соединений в глубину с отсечением заведомо неперспективных поддеревьев и ветвей. Сложность алгоритма O(E + n), складывается из обхода дерева O(E) и построения плана O(n), где E – число ребер в дереве, оно зависит от типа соединений таблиц и числа таблиц в запросе, n – число таблиц в исходном запросе.

табл. 2. Стати неские оценки для соединения двух таблиц							
T_1 T_2	$u(T_2) = 1$	$u(T_2) < 1$					
$u(T_1)=1$	$min(T_1, T_2)$	$max(T_1, T_2)$					
$u(T_1) < 1$	$max(T_1, T_2)$	$(1 - u(T_1)) \bullet T_1 \bullet (1 - u(T_2)) \bullet T_2$					

Табл. 2. Статические оценки для соединения двух таблиц

Исследование.

Для проверки работоспособности и эффективности предложенных алгоритмов разработана архитектура системы выполнения запросов к гетерогенным СУБД. На основе архитектуры реализован макет программного обеспечения промежуточного слоя, обеспечивающий хранение метаинформации объединяемых баз данных и реализующий интерпретатор запросов с возможностью декомпозиции и выполнения запросов.

Эксперимент 1. Выявление различий во времени построения плана для АДЛВ и АДП для построения плана для трех типов запросов на выборку.

Постановка эксперимента 1. Для каждого из двух алгоритмов и каждого из трех типов запросов «декартово произведение» (ДП), «соединение по правилу» (СП), «смешанные соединения» (СС) последовательно выполнить запросы на выборку, содержащие от 1 до 8 соединяемых таблиц.

Результаты проведения эксперимента 1 приведены на рис. 1. Причина наибольшего расхождения во времени для запросов типа «соединение с условием» заключается в увеличении размеров дерева возможных соединений, что увеличивает затраты на вычисления. В точке максимального расхождения разница во времени составляет порядка 0,1с в пользу АДЛВ.



Рис. 2. Зависимость времени построения плана от числа таблиц в запросе

Эксперимент 2. Выявление различий времени выполнения планов запросов, построенных двумя алгоритмами.

Постановка эксперимента 2. Для баз данных большого объема, расположенных глобальной сети, и ДП, СП, СС типов запросов выполнить план соединения от 1 до 8 таблиц.

Результаты проведения эксперимента 2 приведены на рис. 2. Выполнение плана АДП, заняло меньше времени, чем выполнение плана АДЛВ. Максимальное уменьшение времени выполнения порядка 53с при увеличении времени построения плана на 0,1с.



Рис. 2. Зависимость времени выполнения плана от числа таблиц в запросе

Выводы. В результате проведения исследования установлено, что при сравнимом времени построения плана АДЛВ и АДП время выполнения плана, построенного АДП, стабильно ниже АДЛВ при сравнимом времени построения плана.

Работа подготовлена в ходе реализации комплексного проекта в рамках Постановления Правительства РФ от 09.04.2010 № 218 при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ. Договор № 03.G25.31.0259 от 28.04.2017.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Кропотин А.А., Ивашко А.Г. Реализация метода идентификации семантических конфликтов метаданных и несоответствия интегрируемых данных исходя из их семантического описания // Вестник ТюмГУ: Физикоматематическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2017. Т. З. No 2. DOI: 10.21684/2411-7978- 2017-3-2-115-127

2. Герасимов А.Н. и др. Методы автоматизированного извлечения метаданных научных публикаций для библиографических и реферативных баз цитирования // Интернет и современное общество: Труды объединенной научной конференции. 2016. С. 41—48.

3. Sangkla K., Seresangtakul P. Information integration of heterogeneous medical database systems using metadata // 21st Internat. Computer Science and Engineering Conf. Bangkok, 2017. Pp. 1—5.

Е.Г. Климов, А.В. Востров Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

СРАВНЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЭВРИСТИК ДЛЯ ЗАДАЧИ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОСТРОЕНИЯ МАРШРУТОВ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ В УСЛОВИЯХ ДОРОЖНОЙ ТРАНСПОРТНОЙ СЕТИ

С развитием компьютерных технологий и повышения вычислительных мощностей все более востребованными становятся различные телематические сервисы (например спутниковый мониторинг транспорта) и задачи, позволяющие автоматизировать процессы управления. Одним из таких процессов является минимизация маршрутов транспортных средств: компании могут удешевить бизнес-процессы, снизить вероятность ДТП, а также снизить загрязнение окружающей среды и общий транспортный трафик.

На данный момент существует множество вариаций транспортной задачи [1], наиболее актуальными на данный момент являются те виды транспортной задачи, которые пытаются отразить условия реальной транспортной сети, например, задача построения маршрута в динамической сети при условии возникновения новых точек, необходимых для посещения (заявок).

Целью работы является нахождение эффективных эвристик (по времени работы, числу отклоненных заявок и минимальному количеству TC, необходимому для посещения всех заявок) для построение маршрута с учетом времени актуальности заявки на участке реальной дорожной транспортной сети (вокруг станции метро «Политехническая») при использовании алгоритма, основанного на методе семплирования [2].

Для определения стоимости поездки (выгодности) были рассмотрены некоторые часто используемые в регрессионном анализе способы подсчета [3]. Каждая из метрик по своему учитывает те или иные свойства координат заявки:

- 1. Евклидово расстояние привычная мера измерения расстояния в пространстве;
- 2. Расстояние городских кварталов мера измерения расстояния, для нее влияние отдельных больших разностей (выбросов) невелико, т.к. они не возводятся в квадрат;
- Расстояние по дуге большого круга расстояние которое учитывает географическую специфику данных;
- 4. Расстояние Чебышева расстояние которое учитывает наибольшую разницу по одной из координат.

Ниже представлены способы подсчета упомянутых расстояний:

- 1. Евклидово расстояние - $\sqrt{\sum_{k=1}^{n} (p_k q_k)^2}$
- 2. Расстояние городских кварталов - $\sum_{i=1}^{n} |p_i q_i|$
- 3. Расстояние по дуге большого круга (ортодромия) равно кратчайшей линии поверхности вращения, такое расстояние является частным случаем геодезической линии.
- 4. Расстоянием Чебышева между п-мерными числовыми векторами называется максимум модуля разности компонент этих векторов $\max_{i=1,...,n} |x_i y_i|$.

Для работы с реальными географическими данным и конфигурацией транспортной сети использовались данные открытого картографического сервиса «Open Street Map». Для формирования оценок эффективность работы алгоритма используются наборы заявок, сгенерированные пропорционально длине дороги (в соответствии с стандартным нормальным распределением). Пример генерации заявок представлен на рис. 1. На каждом наборе заявок производится построение маршрутов, всего рассматриваются наборы по 9, 22, 32, 46, 62, 84, 111 заявок. Пример построенного маршрута представлен на рис. 2.



Рис. 1. Пример генерации заявок на карте Санкт-Петербурга



Рис. 2. Пример построенного маршрута

Для проведения анализа качества работы алгоритма при использовании разных эвристик для каждой исследуемой зависимости были получены значения среднеквадратичной ошибки относительно лучшего результата. Полученные значения представлены в табл. 1. Полученные значения были нормированы, сравнение каждой СКО представлено на рис. 3.

Метод подсчета	СКО числа отклоненных заявок (шт)	СКО времени выполнения (сек)	СКО минимального количества ТС (шт)
Евклидово расстояние	2.857	626489.633	18.857
Расстояние городских кварталов	2.857	932662.875	18.714
Расстояние по дуге большого круга	2.857	580000.229	17.857
Расстояние Чебышева	2.857	587219.13	18.714

Табл. 1. Результаты сравнения метрик



Рис. 3. Сравнение времени работы алгоритма при использовании разных эвристик

По результатам проведенных исследований можно сделать вывод о том, что использование расстояния Евклида в качестве эвристики позволяет сократить время работы алгоритма и дает оптимальный результат по числу отклоненных заявок в сравнении с другими эвристиками. Стоит отметить, что для большого участка транспортной сети лучшей эвристикой является расстояние Чебышева (это предположение подтверждается аналогичного эксперимента. котором рассматривалась результатами В территория Московской области [4]). Если рассматривать очень большой участок, то лучшие показатели будут достигаться при использовании расстояния по дуге большого круга, так как будет учитываться географическая специфика данных.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Victor Pillac, Michel Gendreau, Christelle Guéret, Andrés Medaglia. A review of dynamic vehicle routing problems // European Journal of Operational Research, Elsevier, 2013, 225.

2. Gerhard Schrimpf, Johannes Schneider, Hermann Stamm-Wilbrandt, Gunter Dueck. Record Breaking Optimization Results Using the Ruin and Recreate Principle // Journal of Computational Physics, Volume 159, Issue 2, 2000, Pages 139-171, ISSN 0021-9991, URL: https://doi.org/10.1006/jcph.1999.6413. (дата обращения: 05.05.2019).

3. Ершов К.С., Романова Т.Н. Анализ и классификация алгоритмов кластеризации // Новые информационные технологии в автоматизированных системах. 2016. №19. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-i-klassifikatsiya-algoritmov-klasterizatsii (дата обращения: 05.06.2019).

4. Климов Е.Г. Построение гибких маршрутов в динамической транспортной сети с учетом времени актуальности заявки: диплом. работа бакалавра. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, 2019.

А.А. Лисенкова, С.Г. Попов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

АНАЛИЗ ВРЕМЕНИ ДОСТУПА К БИНАРНЫМ ДАННЫМ В ГОРИЗОНТАЛЬНО МАСШТАБИРОВАННОЙ РЕЛЯЦИОННОЙ БАЗЕ ДАННЫХ POSTGRESQL

В связи с ростом объема данных и числа пользователей возникает проблема их хранения и предоставления доступа, которая заключается в превышении объема данных объема одного, даже самого большого носителя. Для решения этой проблемы современные технологии хранения и обработки данных предоставляют возможности вертикального и горизонтального масштабирования. Распределение данных между несколькими вычислительными узлами - серверами позволяет повысить производительность и отказоустойчивость системы.

Вертикальное масштабирование основано на увеличении производительности отдельных системных компонент с целью повышения общей производительности. Если речь идет о нехватке места для размещения данных, то одним из вариантов применения этого типа масштабирования является добавление носителей на сервер. Такой вариант является простым и удобным, так как он не требует существенных изменений в прикладных программах. Однако, бесконечно масштабироваться вертикально невозможно, и в какой-то момент вертикальное масштабирование перестанет быть оптимальным решением [1].

В случае применения горизонтального масштабирования система разбивается на более мелкие структурные компоненты, которые разносятся по отдельным физическим машинам. Масштабируемость в этом контексте означает возможность добавлять к системе новые серверы. Этот способ позволяет также обеспечить большую надежность, так как при выходе из строя одной компоненты система будет продолжать работать.

В предложенной системе горизонтальная масштабируемость достигается путем разнесения файлов с бинарными данными на несколько серверов, абсолютные пути которых хранятся на отдельном сервере базы данных. На рис. 1 приведена схема организации горизонтального масштабирования базы данных PostgreSQL. Такое решение позволяет увеличивать объем хранилища путем добавления новых серверов в систему.



Рис. 1. Схема организации горизонтального масштабирования

Предложенное решение модификацией стандартного является метода масштабирования шардинга, заключается разбиении который В таблиц на непересекающиеся множества данных согласно выбранному критерию и размещении их на отдельных серверах [2]. Такой подход требует на каждом сервере наличия базы данных, а также присутствия в системе так называемого «координатора» - приложения, которое будет заниматься разнесением данных по серверам. На текущий момент, в PostgreSQL, как и в прочих реляционных СУБД, изначально предусмотрены только такая возможность балансировки нагрузки, как партиционирование, то есть разбиение таблиц на логические части по выбранным критериям в рамках одной машины. Возможности шардинга изначально не предусмотрены [3].

Для организации горизонтального масштабирования выбран метод распределения по серверам бинарных данных из наибольшей по размеру колонки. Такой способ позволяет организовать хранение большого объема данных на нескольких серверах, где в качестве «координатора» выступает одна база данных.

Схема выполнения запроса на чтение данных представлена на рис. 2. Клиентское приложение осуществляет выборку данных из представления View, которое построено на таблице Table, хранящей абсолютный путь до запрашиваемого файла. С помощью функции, которая написана на высокоуровневом языке программирования Python, по указанному пути данные читаются с определенного сервера и выдаются в качестве результата на запрос.



Рис. 2. Схема выполнения запроса на чтение данных

Для проведения экспериментов реализовано две различные схемы хранения данных. Первая представляет из себя классическое решение, которое заключается в построении базы данных на одном сервере с одним хранилищем для данных, которые располагаются внутри базы. Вторая схема является горизонтально масштабированной и состоит из 3 серверов. На первом сервере располагается база данных, в которой хранятся пути до пользовательских файлов, на двух других располагаются сами бинарные данные. Объем хранилища каждого сервера составляет 20 Тб.

Проведен сравнительный анализ производительности полученной системы с традиционным подходом хранения данных внутри базы данных. Полученные результаты приведены в табл. 1. Для сравнения времени доступа к данным выбраны три типа условных

запросов: по ключу, по диапазону значений, по индексированному текстовому полю. Исследование каждого из способов позволяет покрыть диапазон типов запросов, которые чаще всего используются при работе с базой данных. Следует отметить, что при построении плана запроса, и последующем его выполнении, используется B-tree индекс, построенный по ключевому полю id, что позволяет производить более эффективный поиск по таблице.

	V	V
	хранение	Хранение
	бинарных данных на	бинарных данных
	внешних серверах	внутри базы данных
Общее число записей	410 396 490	104 314 573
Средний размер файла	17 Кб	13 Кб
Максимальный размер файла	912 Мб	49 Мб
Размер индекса по ключевому полю	12 Гб	4 Гб
SELECT * FROM table_name WHERE id =	60 мсек	57 мсек
1;		
SELECT * FROM table_name WHERE id	58 мсек	49 мсек
BETWEEN 1 AND 10;		
SELECT * FROM table_name WHERE	476 мсек	448 мсек
field='some type' ORDER BY id LIMIT		
1000;		

Табл. 1. Характеристики таблиц и времена выполнения запросов.

Проведенные эксперименты показали, что использование предложенного метода горизонтального масштабирования не уступает традиционному подходу хранения бинарных данных внутри базы. Кроме того, такое решение позволяет организовать хранение данных на нескольких серверах, что обеспечивает больший объем хранимых данных, а также большую надежность системы.

Работа подготовлена в ходе реализации комплексного проекта в рамках Постановления Правительства РФ от 09.04.2010 г. № 2018 при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ. Договор № 03.G25.31.0259 от 20.04.2017г.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бойченко А. В., Рогожин Д. К., Корнеев Д. Г. Алгоритм динамического масштабирования реляционных баз данных в облачных средах //Статистика и экономика. – 2014. – №. 6-2.

2. Бойченко А. В., Рогожин Д. К., Корнеев Д. Г. Метрики для динамического масштабирования баз данных в облачных средах //Статистика и экономика. – 2013. – №. 6.

3. Новиков Б. А. Сравнительный анализ производительности SQL и NoSQL СУБД //Компьютерные инструменты в образовании. – 2017. – №. 4.

УДК 004.942

Л.М. Курочкин¹, А.С. Чернышев² ¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, ²Физико-технический институт имени А.Ф.Иоффе

ОБОСНОВАНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ КОНТИНУАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ПРИ СОЗДАНИИ ГИБРИДНОЙ МОДЕЛИ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

Актуальность. Решение задач обеспечения мониторинга транспорта и повышения безопасности дорожного движения, требует создания интеллектуальных транспортных сетей (ИТС). При проектировании ИТС активно используется компьютерное моделирование.

Представленные модели зачастую представляют собой компромисс между точностью и длительностью моделирования из-за использования представления транспортной системы только на микро- или макроуровне. Гибридные модели транспортных сетей, реализующие моделирование транспортных потоков на микро- и макроуровнях и обеспечивающие оперативный переход между уровнями, не представлены. Целью работы является обоснование применимости макроскопических моделей для создания гибридных моделей транспортных систем городов и регионов.

Микроскопические модели описывают индивидуальное поведение каждого участника дорожного движения, с использованием значительного набора параметров [1,2]. Модели являются наиболее детализированными, однако наиболее требовательными к вычислительным ресурсам [3]. Альтернативной могут служить континуальные модели дорожного трафика – макроскопические модели.

При построении таких моделей используется аналогия с движением жидкости и газа в рамках сплошносредного приближения, когда от свойств отдельных молекул переходят к локальным параметрам среды. Для перехода используется процедура усреднения по контрольному объему, причем объем выбирается достаточно большим для попадания в него большого числа молекул, однако существенно меньшим по линейным размерам области [4].

Симулятор микроуровня моделирования транспортных потоков

Одним из популярных микроскопических симуляторов транспортных сетей является SUMO (Simulation of Urban MObility). Симулятор реализует микроскопическую непрерывную модель дорожного трафика. Модель SUMO позволяет учитывать взаимное влияние участников дорожного движения, реализуя безаварийную модель движения. Модели SUMO позволяют детально описывать свойства дорожных сетей и участников дорожного движения, включая смены полос участниками дорожного движения, реализации управления светофорами, а также моделей пешеходов, оказывающих влияние на поведение транспортных средств.

Математическая модель макроуровня

За основу предложенной математической модели взяты наработки в области движения многофазных потоков [5] и разработанного кода MFlow. Система уравнений движения дорожного трафика в континуальном приближении эквивалентна системе уравнений Навье-Стокса для сжимаемой среды. Основу модели составляет уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V)}{\partial r} = 0,$$

отражающее факт сохранения количества автомобилей на участке дороги.

Для учета изменения скорости транспортного потока используется модифицированное уравнение сохранения импульса для сплошной среды:

$$\frac{\partial \rho V}{\partial t} + V \frac{\partial (\rho V)}{\partial r} = \frac{-\partial P}{\partial r} + \frac{\rho}{\tau} (V_e - V).$$

Первое слагаемое в правой части, выражающее влияние градиента давления в гидродинамике, является реализацией аналогии оценки водителем «поведения» соседних транспортных средств. Второе слагаемое в правой части выражает стремление потока к достижению оптимальной скорости V_e - равновесной скорости потока.

Численный метод, используемый при моделировании на основе макромодели основан на методе конечных объемов и неструктурированных сетках. Аппроксимация уравнений вдоль координаты дорожной сети проводится противопоточными схемами второго порядка точности, удовлетворяющих критерию TVD. Аппроксимация по времени реализована на основе неявной схемы Эйлера. Для расчета поля давления и скорости используется алгоритм SIMPLE. Программная реализация включает автономный построитель дорожной сети и покрывающей ее сетки, а также препроцессор и решатель.

Переход между микро- и макроуровнями

Приняв во внимание что дорожная сеть города или региона содержит значительное количество однотипных элементов: перекрестки; съезды; прямые участки дорог и др. В настоящей работе предлагается описывать отдельные однотипные элементы с континуальной необходимости использованием модели И при переходить к микроскопическому описанию, реализованному в SUMO.

Эксперимент

Для проведения эксперимента выбраны следующие типовые элементы дорожной сети: прямые отрезки длиной 500 и 5000 метров, Т-образный перекресток, на котором поток транспорта равномерно расходится в оба направления; перпендикулярный съезд с дороги направо, на котором с основной дороги съезжает 25% автомобилей.

При проведении экспериментов сравнивалось время выполнения микро- и макромоделей, описывающих указанные типовые элементы дорожной сети. Оценивались зависимости времени выполнения моделей от интенсивностей потоков автомобилей. В табл. 1 приведены отношения времени выполнения микро- и макромоделей для одинаковых типовых участков дорожной сети и соответствующих интенсивностей транспортных потоков.

	Элемент дорожной сети					
а.м./100 модельных шагов	Прямая 500 м	Прямая 5000 м	Т-образный перекресток	Т-образный съезд		
100	12,4	12,3	15,8	9,5		
40	12,6	13,2	17,5	9,6		
20	15,0	15,9	19,8	10,9		
10	17,2	21,2	23,5	13,5		
4	21,6	34,8	35,0	16,1		
2	29,4	58,0	78,0	22,4		

Табл. 1. Отношения времени выполнения микро- и макромоделей

Представленные зависимости показывают значительный рост времени исполнения микромодели и практически константное значение для континуальной модели.

Заключение

Континуальная модель позволяет сократить время выполнения моделирования отдельных фрагментов дорожной сети на порядок и более, что подтверждено представленными результатами экспериментов. Ключевой особенностью использования оригинальной континуальной модели является близкое к константному время ее исполнения. На основе полученных данных можно сделать вывод о рациональности и перспективности разработки гибридной модели дорожного трафика.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №18-07-00430.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Treiber M., Kesting A., Helbing D. Delays, inaccuracies and anticipation in microscopic traffic models, Physica A 360. 2006. - pp. 71–88.

2. Treiber M., Kesting A. Modeling Lane-Changing Decisions with MOBIL. In: Appert-Rolland C., Chevoir F., Gondret P., Lassarre S., Lebacque JP., Schreckenberg M. (eds) Traffic and Granular Flow '07. Springer, Berlin, Heidelberg (2007). 2007. - pp. 211-220.

3. Treiber M., Hennecke A., Helbing D., Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations. Physical Review E 62. 2000. - pp. 1805 – 1824.

4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Издательство «Дрофа». 2006. - 395 с.

5. Чернышев А.С., Шмидт А.А., Использование эйлерово-эйлеровского подхода для моделирования турбулентных течений пузырьковых сред // Письма в ЖТФ. 2013. - Т. 39, вып. 12. - С. 17-24.

УДК 004.896

И.И. Микулик Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ПОСТРОЕНИЯ ПУТИ РОБОТА С ПОМОЩЬЮ АЛГОРИТМА МУРАВЬИНЫХ КОЛОНИЙ С МОДЕРНИЗАЦИЕЙ ЭВРИСТИКИ

Введение. В течении послелних лет возрастает интерес к алгоритмам. смоделированным на основе природных процессов. Некоторые из этих процессов хорошо моделируют условия прикладных задач, поэтому алгоритмы, заложенные в таких процессах, можно использовать на практике. Такие алгоритмы называются естественными. Одна из областей их применения — решение задач оптимизации. Примером таких алгоритмов служит алгоритм муравьиных колоний (ant colony optimization). В работе рассмотрено применение метода муравьиных колоний в робототехнике при планировании пути робота в сложной среде. Основная задача планирования состоит в том, чтобы найти оптимальный или близкий к оптимальному, свободный от препятствий путь от начальной точки до целевой.

Цель работы – повышение эффективности алгоритма муравьиных колоний для построения пути от начальной позиции робота до цели с помощью модернизации эвристической составляющей алгоритма.

Актуальность. Робототехника является одним из важнейших направлений научнотехнического прогресса, в котором проблемы механики соприкасаются с проблемами интеллекта. искусственного Являясь интегральной дисциплиной управления И робототехника требует от разработчиков знаний и умений в различных направлениях: механика, электроника, программирование, менеджмент проектов. Планирование пути является ключевым вопросом в области исследований мобильных роботов [1]. Муравьиные алгоритмы показывают [2] хорошие результаты при решении задач, связанных с управлением движения роботов. Тем не менее, на картах достаточно больших размеров (n > 500) алгоритм имеет медленное схождение. Достижение целей на первых итерациях осуществляется сравнительно долго [3]. Работа посвящена решению этой проблемы.

Для применения муравьиного алгоритма к решению некоторой задачи необходимо, прежде всего, определить [4]:

1. Правило перехода на следующую вершину графа (величину смещения h_i).

2. Формула коррекции искусственного феромона.

3. Тип и параметры муравьиного алгоритма.

В работе используется простой муравьиный алгоритм (ПМА), в котором изменено правило перехода на следующую вершину. Правило перехода учитывает две эвристические характеристики: эвристику по расстоянию и эвристику по высоте. Алгоритм представляет собой последовательность действий [4]:

1. Инициализировать параметры: α, β, ρ, Q, n_k, τ₀.

2. Поместить n_k муравьев на соответствующие вершины.

3. Для каждой дуги задать случайное количество феромона $\tau_{ij}(0) < \tau_0$.

4. Пока не выполнен критерий останова:

4.1. Для каждого муравья k = 1.. n_k:

4.1.1. $x^{k}(t) = \emptyset$.

4.1.2. Пока полный путь не построен: в текущей вершине і выбрать следующую

вершину ј согласно вероятности, определяемой как:

$$p_{iJ}^{k}(t) = \frac{\tau_{iJ}^{\alpha}(t)\eta_{diJ}^{\beta}(t)\eta_{hiJ}(t)}{\sum_{iu}\tau_{iu}^{\alpha}(t)\eta_{diu}^{\beta}(t)\eta_{hiu}(t)}$$

 $x^{k}(t) = x^{k}(t) \cup (i, j).$

4.1.3. Вычислить f (x^k(t)).

4.2. Для каждой дуги графа (i, j) вычислить испарение феромона и новую концентрацию.

Алгоритм имеет возможность использовать различные правила для откладывания феромона. В работе используется следующее правило откладывания феромона:

$$\Delta \tau_{ij}^{k}(t) = \begin{cases} \frac{Q}{f(x^{k}(t))}, & (i,j) \in x^{k}(t) \\ 0, & (i,j) = x^{k}(t) \end{cases}$$

Q – независимый параметр.

Характеристики муравьиного алгоритма можно значительно улучшить путем включения эвристической информации при выборе следующей дуги. В общем случае эвристику можно не учитывать вообще, в таком случае коэффициент $\beta = 0$. Поиск становится более случайным, само пространство поиска заметно расширяется. Однако в таких условиях алгоритм менее устойчив: даже при одних и тех же параметрах результат выполнения алгоритма может значительно меняться. Эвристическая информация помогает [1] муравьям быстрее найти цель, но не всегда самым оптимальным путем. Для того, чтобы решить проблему блуждания муравья (случайного поиска), используют гибридные алгоритмы. В таком случае эвристическая составляющая вычисляется с помощью других алгоритмов оптимизации, таких как A*, имитация отжига и другие [1][2][3]. В работе предложен способ вычисления эвристики без использования других алгоритмов оптимизации.

Эвристика представляет собой матрицу Н той же размерности, что и матрица весов. Каждый элемент этой матрицы η_{ij} – является числом из диапазона [0,1]. Чем больше его значение, тем больше вероятность ребра (i, j) попасть в построенный путь. Самый простой выбор эвристики определяется следующим образом: $\eta_{ij}=1/d$, где d_{ij} — длина (вес) ребра (i, j), разность высот вершин.

Модернизированное правило перехода использует два параметра эвристики: эвристика по расстоянию η_d и по высоте η_h . Эвристика по высоте позволяет муравьям быстрее находить путь, кратчайший по высотам, а эвристика по расстоянию — быстрее находить целевую вершину. Если принять, что разность высот вершин d_{ij} [0;1], то $\eta_h=1$ - d_{ij} . В таком случае, параметр будет штрафовать вершины, разность высот которых велика. Вероятность выбора вершины с более гладким переходом повышается.

Предложенное в работе вычисление матрицы эвристики по расстоянию происходит по следующему алгоритму:

1. Присвоить целевой вершине t число *m_t=2n-1*, n – размер карты.

2. Для каждой вершины по соседству с текущей, которой не присвоено число, присвоить число $m = m_t - 1$.

3. Приступить к вершинам, к которым только что было присвоено число.

4. Выполнять пп. 2, 3 пока каждой вершине не будет присвоено число.

Вычисление параметра η_h происходит непосредственно на этапе выбора вершины. Алгоритм вычисления η_h :

1. Получить номера *m_i* каждой из вершин-кандидатов для перехода.

2. Найти минимум *mn=min[m_i]*.

3. Для каждого значения $m_i = m_i - mn$.

 $\eta_{hi} = \frac{2^{m_i}}{\sum 2^{m_k}}$

4.Вычислить значение эвристики

Введение эвристики по расстоянию позволяет существенно ускорить нахождение пути от робота до цели на первых итерациях, позволяя избежать зацикливания движения муравьев в одной локации.

Результаты. Алгоритм реализован для карт — двумерных массивов с определенной для каждой ячейки высотой. Параметры $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\rho = 0.9$, Q = 50, $n_k = 100$. Используемое количество итераций — 20. В таблице 1 приведено сравнение ПМА с использованием эвристики по расстоянию и ПМА без использования эвристики по среднему времени поиска и длинам найденных путей.

Табл. 1. Сравнение характеристик результатов вычисления маршрута для одного робота при использовании муравьиного алгоритма в зависимости от размера карты.

Vaparranuarura anapuauur	Размер карты					
Ларактеристика сравнения	25x25	50x50	100x100	250x250	500x500	1000x1000
Среднее время поиска с	0,437	1,752	3,251	14,186	45,141	99,339
использованием эвристики, с						
Среднее время поиска без	2 171	3,396	13,891	91.348	495,386	1882,172
использования эвристики, с	2,171					
Длина пути, найденного с	0.546	0,732	0,751	1,334	5,186	12,244
использованием эвристики	0,540					
Длина пути, найденного без	0 565	0,743	0,792	1,793	5,225	13,857
использования эвристики	0,505					

Выводы. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что использование эвристики по расстоянию увеличивает скорость работы простого муравьиного алгоритма. Коэффициент увеличения скорости работы алгоритма растет от 1,932 до 11,088 с увеличением размера карты. Использование эвристики по расстоянию позволяет находить пути с меньшей длиной — с разностью от 3,36% до 11,64% в зависимости от размера карты. Результаты связаны с тем, что предложенный алгоритм снижает время поиска цели, затраченным муравьем. Однако предложенная модификация алгоритма сужает пространство поиска и имеет проблему преждевременной сходимости. Дальнейшая модификация алгоритма должна учитывать эту проблему. Один из возможных способов ее решения штраф коэффициента эвристики по расстоянию с увеличением количества итераций.

ЛИТЕРАТУРА:

1. X. Dai, S. Long, Z. Zhang, D. Gong. Mobile Robot Path Planning Based on Ant Colony Algorithm with A* Heuristic Method. Front. Neurorobot. 13:15. doi:10.3389/fnbot.2019.00015, 2019.

2. V. Roostapour, M.Pourhassan, F. NeumannW Analysis of Evolutionary Algorithms in Dynamic and Stochastic Environments. Optimisation and Logistics School of Computer Science, The University of Adelaide, Australia, 2018.

3. K. Akka, F. Khaber. Mobile robot path planning using an improved ant colony optimization. International Journal of Advanced Robotic Systems. doi:10.1177/1729881418774673, 2018.

4. 4. Скобцов Ю.А., Федоров Е.Е. Метаэвристики: монография. – Донецк.: Издательство «Ноулидж», 2013. – 426 c.

Ю.В. Ткач

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

АДАПТИВНАЯ ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ ЭКСКАВАТОРА С ДВУХСЕГМЕНТНОЙ СБОРНОЙ СТРЕЛОЙ

Постановка задачи

Цель работы – создание имитационной модели экскаватора, выполняющего выборку грунта траншеи произвольного профиля, заданной ширины и высоты. Необходимость автоматизации управления, обеспечение высокой точности позиционирования всех подвижных частей экскаватора, расчет требуемого времени, расходуемых ресурсов, а также сбор данных по выборке грунта, требует создания модели, описывающей его работу. Автоматический контроль и управление экскаватором посредством использования такой модели, может быть реализован за счет решения задачи обратного позиционирования, позволяющего вычислить координаты каждой точки стрелы экскаватора по истечению требуемого времени на любой из итераций его работы. Модель должна описывать работу ключевых подвижных частей системы, обеспечивать выгрузку статистических данных по фактическому объему выбранного грунта и пройденному им пути в представлении фактических величин длины и площади.

Методы реализации

Для реализации поставленной цели предполагается решение следующих подзадач:

- 1) Описание геометрии стрелы.
- 2) Осуществление контроля и корректировки перемещений подвижных частей модели.
- 3) Расчет плановых затрат для последующих работ.
- 4) Оптимизация движений стрелы.
- 5) Сокращение времени и расхода энергии в ходе выполнения работ.

На сегодняшний день уже существуют имитационные модели экскаваторов [1], [2]. В диссертации кандидата технических наук Годжиева А. А. проводится исследование и разработка систем управления электроприводами подъемно-напорного механизма экскаваторов [3]. Диссертация Семыкина И. Ю. посвящена способам снижения динамических нагрузок в электроприводах карьерных экскаваторов [4]. Близкая к рассматриваемой задаче, работа Вуля Ю. Я. повествует о наладке экскаваторных электроприводов [5]. Однако в данных работах не рассматривается задача выборки грунта траншеи заданного профиля, а построение модели сводится к плоской задаче, кроме того динамически меняющийся коэффициент плотности почвы в расчет не берется, что не позволяет рассчитывать нагрузки управляющих узлов стрелы.

Скорость работы подвижных частей стрелы определяется по зависимости аппроксимирующего давления гидроприводов от значения коэффициента плотности почвы (рис. 1). Тогда обобщенная формула расчета скорости подвижных частей стрелы имеет вид:

$$U = \left(\frac{U_{\text{штатн}}}{(P_{\text{макс}} - P_{\text{штатн}})}\right) / \left(\frac{U_{\text{штатн}}}{(P_{\text{макс}} - P_{\text{текущ}})}\right) (1)$$

где U — требуемая скорость, U_{штатн} — штатная скорость работы системы, - скорость работы без сопротивления, то есть когда коэффициент плотности почвы равен нулю. Для данной модели такая скорость полагается равной единице. Р_{макс} — максимально допустимое значение аппроксимированного давления. Для каждого из гидроцилиндров по отдельности существует свое предельное значение давления, - это то давление при котором на реальном экскаваторе срабатывает соответствующий разгрузочный клапан. Р_{штатн} — штатное давление

без нагрузки, для данной модели принятое за 100 кгс/см², и Р_{текущ} — текущее значение аппроксимации распределенной нагрузки для всех гидроцилиндров.



Рис. 1. Имитация прохождения ковшом через зону повышенной плотности почвы

Далее определяется значение угла поворота корпуса в градусах — а, который высчитывается по формулам:

$$\alpha_{1,4} = -\left(\arcsin\frac{(Y_{\Pi OB} - Y_0)}{R}\right) \cdot \frac{180}{\pi}(2)$$

$$\alpha_3 = -\left(\arccos\frac{(X_{\Pi OB} - X_0)}{R}\right) \cdot \frac{180}{\pi}(3) \quad \alpha_2 = +\left(\arccos\frac{(X_{\Pi OB} - X_0)}{R}\right) \cdot \frac{180}{\pi}(4)$$

где нижние индексы α — значение текущего квадранта, то есть значение того квадранта, для которого следует считать α, - параметр, позиционирующий точки подвижных частей модели, перерасчет которого производится с начала движения соответствующей подвижной части.

Затем определяются сами точки:

$$R_{1} = \sqrt{(X_{2} - X_{1})^{2} + (Y_{2} - Y_{1})^{2}}(5) \qquad R_{2} = \sqrt{(X_{2} - X_{1})^{2} + (Z_{2} - Z_{1})^{2}}(6)$$

$$X = X_{1} - \left(\frac{X_{1} - X_{2}}{R_{1}/L}\right)(7) \qquad Y = Y_{1} - \left(\frac{Y_{1} - Y_{2}}{R_{1}/L}\right)(8) \qquad Z = Z_{1} - \left(\frac{Z_{1} - Z_{2}}{R_{2}/L}\right)(9)$$

где R₁ — радиус в отношении абсциссы к ординате; R₂ — радиус в отношении абсциссы к аппликате; L – требуемый отступ вдоль по прямой (оси гидроцилиндра или сонара - вектору ультразвукового пеленга) с отсчетом от места крепления его основания.



Рис. 2. Входные данные

Процесс перерасчета значений данных координат — непрерывен. В качестве значений исходных координат служит чертеж реального экскаватора (рис. 2). Данные точки выбраны как основные, так как они описывают движения выходных концов подвижных частей стрелы, а также места креплений основных элементов системы.

Заключение

Разработанная модель экскаватора позволит провести расчет нагрузок на подвижных частях экскаватора, выпонить расчет траектории, сокращающей накладные расходы на процесс копки, способна имитировать процесс выборки грунта траншеи произвольного профиля, заданной ширины и высоты, обеспечивает сбор данных по выборке грунта, позволяет вычислить координаты каждой точки стрелы экскаватора по истечению требуемого времени на любой из итераций его работы. Предлагаемая модель повторяет кинематику подвижных частей системы из расчета зависимости скорости выполнения работы от усилия резания грунта.

Движения модели осуществляются с использованием оптимальных значений, что, вопервых сводит возможность возникновения нежелательных ошибок в ходе выборки грунта к минимуму, во-вторых максимально возможно снижает энергозатраты и время проведения всех периодов, полностью исключая при этом проблемы человеческого фактора утомляемость, невнимательность и т. д. Критерии оптимальности: точное соответствие объема одной ямы к объему ковша, исключение лишних движений всех задействованных подвижных частей системы, траектории движений, ложатся на наикратчайшие расстояния и др. Сопутствующий функциональный набор позволяет осуществлять проверку системы на устойчивость, ее контроль и отладку.

Следует заметить, что предлагаемый способ построения модели экскаватора обладает возможностью адаптации и перестраивания под иные модели экскаваторов, посредством проведения операции изменения значений входных данных или же путем внедрения новых элементов, выполняющих ту или иную функцию.

Разработанная модель может быть реализована программно, что позволит разрабатывать, анализировать и улучшать алгоритмы и методы автоматического управления экскаваторами.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Кравцов В.А. Разработка автоматизированной системы управления транспортными операциями экскаватора-мехлопаты: диссертация кандидата технических наук. – М.: МГИ, 1998.

2. Беляков Ю.И. Экскаваторные работы: Справочник рабочего. – М.: Недра, 1992.

3. Годжиев А.А. Исследование и разработка систем управления электроприводами подъемнонапорного механизма экскаваторов: диссертация кандидата технических наук. – М., 1995.

4. Семыкина И.Ю. Снижение динамических нагрузок в электроприводах карьерных экскаваторов: диссертация кандидата технических наук. – Кемерово, 2007.

5. Вуль Ю.Я., Ключев В.И., Седаков Л.В. Наладка экскаваторных электроприводов. – М.: Недра, 1975.

А.С. Крашенинников, С.Г. Попов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОПОТОЧНОЙ ТЕХНОЛОГИИ ОТ ДЛЯ АСИНХРОННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ МАРШРУТОВ ДВИЖЕНИЯ ГРУППЫ АВТОНОМНЫХ РОБОТОВ

Группы автономных гетерогенных роботов функционируют для решения задач обследования местности и помещений дронами[1], складских работ или доставки грузов на дальние расстояния. Особенностью задачи является наличие пространственно-ситуационной неопределенности, состоящей в изменениях среды и целей. При наличии множества роботов группы появляется возможность централизованного параллельного вычисления путей каждого робота на однопроцессорной многоядерной вычислительной системе в многопоточном режиме. Для реализации нескольких потоков применяется реализация распараллеливания с помощью Qt Concurrent и низкоуровневыми средствами операционной системы Windows. Предполагается, что использование параллельного вычисления маршрутов ускорит получение решения задачи для всех роботов группы.

Задача перемещения наземного робота состоит в построении маршрута из произвольной начальной точки карты местности в произвольную конечную точку. При этом карта считается заранее неизвестной, и для ее составления используются летающие дроны. Считается, что каждый тип роботов обладает ограничениями по части проходимости, а именно, максимальная высота полета для летающих и угол сваливания, и запрещенные области, например, водные пространства, для наземного. Построение карты местности выполняется отдельными дронами, основываясь на стратегиях[2], что позволяет использовать параллельные централизованные вычисления путей, с целью дальнейшей передачи роботам, для исполнения.

Задача построения путей построение каждого из них алгоритмически делится на три части:

- 1. Выбор контрольных точек фрагментов пути в соответствии со стратегией исследования местности.
- 2. Каждое построение маршрута между соседними контрольными точками становится отдельной задачей.
- 3. Построение маршрута[3, с.149] по контрольным точкам алгоритмом Ли.

Предполагая последующую реализацию многоагентной системы, было принято решение использовать многопоточное выполнение. Алгоритм распределения контрольных точек запускается один раз за итерацию цикла вычисления путей и вычисляет промежуточные точки для всех роботов сразу. Затем, каждому роботу за одну итерацию задается набор контрольных точек, по которым строится маршрут. Алгоритм построения маршрута позволяет вычислять фрагменты пути для каждого робота между любыми двумя контрольными точками в отдельности, потому они могут быть распараллелены.

Процедура распараллеливания поиска путей между прикладным ПО, библиотекой QT и операционной системой состоит из следующих шагов:

- 1. Выбор стратегии.
- 2. Формирование шага стратегии.
- 3. Выбор контрольных точек для каждого пути.
- 4. Формирование списка задач из фрагментов маршрутов.
- 5. Запуск списка задач построения в асинхронном режиме.
- 6. Ожидание завершения расчета.

- 7. Цель достигнута? Если да, то конец
- 8. Стратегия реализована полностью? Если да, то нет пути; если нет, переход к п.2

Запуск списка задач состоит в вызове библиотечных функций многопоточного выполнения операционной системы средствами модуля Qt Concurrent.

Целью распараллеливания является минимизация общего времени решения задачи. К параметрам, влияющим на время решения является число роботов, число фрагментов в траектории и число ядер в процессоре.

Алгоритм реализован в демонстрационном программном обеспечении. ПО было реализовано на языке С++ в среде программирования QT с использованием модуля Qt Concurrent. В целях исследования эффективности параллельных вычислении был проведен эксперимент на карте размером 5000*5000 модельных клеток. В качестве меняющихся параметров эксперимента использовались количество роботов и средняя длина пути. При вычислениях использовалась аппаратная составляющая в виде ПК на базе восьмиядерного процессора Intel 9-го поколения с тактовой частотой 3.6 ГГц под управлением ОС Windows 10.

Исследование проведено в первую очередь для проверки возможности улучшения времени работы при использовании многопоточного подхода. С этой целью исследование проводилось для одного фрагмента, равного длине пути, и стратегия состояла из одного шага.



Рис. 1. Зависимость времени решения задач от числа летающих дронов и расстояния между начальной и конечной точками маршрута наземного робота: а) однопоточная б) многопоточная

Трехмерный график зависимости времени решения задачи в однопоточном и многопоточном режимах приведен на рис. 1. График показывает двукратное снижение времени построения путей, при этом, наблюдаемые неровности, а также увеличение времени вычисления на коротких маршрутах для многопоточного выполнения обусловлены затратами на распределение задач между потоками в операционной системе.

Результаты измерения времени выполнения шагов алгоритма приведены на рис. 2. На схемах а,b,c и d изображены графики зависимости времени поиска пути от числа роботов в группе и длины пути. На схеме е изображен график зависимости радиуса волны от числа роботов в группе и длины пути. На схеме f отображается общее время решения задачи. Основной вклад во время выполнения расчета вносит этап построения волновой матрицы. Подобный результат обусловлен квадратичной зависимостью числа вычислений от длины пути. Время создания элементов константно, а поиск обратного пути линейно зависит от длины пути. Указанные зависимости сохраняются для однопоточного и многопоточного

режима. Однако, показывая большее суммарное время выполнения, однопоточная версия быстрее справляется с каждым шагом по отдельности. В данном случае, подобное поведение является следствием внутренней логики ОС, обеспечивающей многопоточность выполнения. Учитывая специфику перспективной задачи, можно обозначить эти временные затраты как «потери на оборудовании». Тогда в случае многоагентной системы эти затраты будут обусловлены коммуникацией между роботами.



Рис. 2. Измерения времени выполнения шагов для однопоточного и многопоточного случая а) общее время выполнения одного вычисления пути; b) время создания структур данных; c) время построения волновой матрицы; d) время обратного хода; e) радиус волны; f) суммарное время решения задачи

Измерения времени показали ожидаемую реакцию вычислительной системы в виде квадратичной зависимости времени решения задачи от длины пути и линейной от числа роботов. В рамках проведенного этапа исследований был успешно реализован и апробирован многопоточный алгоритм построения маршрутов группы роботов, что в дальнейшем позволит упростить задачу создания многоагентной системы.

Работа выполнена при поддержке Государственного задания РФ 2.9198.2017/8.9.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Афанасьев И. М. и др. Навигация гетерогенной группы роботов (БПЛА и БНР) через лабиринт в 3D симуляторе Gazebo методом вероятностной дорожной карты //Второй Всероссийский научно-практический семинар "Беспилотные транспортные средства с элементами искусственного интеллекта". – 2015. – С. 18-25.

Alkilabi M. H. M. et al. Evolving group transport strategies for e-puck robots: moving objects towards a target area //Distributed Autonomous Robotic Systems. – Springer, Cham, 2018. – C. 503-516.
 Spong M. W. et al. Robot modeling and control. – 2006.

Г.А. Мануилов, А.А. Иванков Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ВИРТУАЛИЗАЦИЯ ОПЕРАТИВНОЙ ПАМЯТИ В КОНТЕКСТЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА С КОНВЕЙЕРНОЙ ОБРАБОТКОЙ ДАННЫХ

Введение. Построение алгоритмов для численного решения прикладных задач из различных предметных областей — это научное направление, которое возникло с появлением первых ЭВМ, и будет существовать до тех пор, пока востребованы методы прикладной математики и информатики. Две основных характеристики любого алгоритма — его производительность и объем потребляемой оперативной памяти. Именно им уделяют основное внимание при проектирование новых программных решений. Во многих прикладных задачах (например, Big Data анализ) акцент делают на оптимизации алгоритмов работы с оперативной памятью. Задача оптимизации подразумевает наличие некоторого контекста, в котором она решается, то есть знание некоторой сопутствующей априорной информации. В данной работе таким контекстом является конвейерная обработка данных в рамках вычислительного эксперимента, цель которого — исследование статистических методов анализа моделей случайных процессов и построения оценок параметров таких моделей. Конвейер вычислительного эксперимента строится средствами специального фреймворка, разработанного одним из авторов на языке программирования C++. В частности, фреймворк использовался для выполнения работ [1] и [2].

Постановка задачи. Конвейер вычислительного эксперимента определяется как последовательность отдельных компонентов, оперирующих наборами данных различных размеров. Обмен наборами данных между компонентами производится при посредничестве репозитория вычислительного эксперимента. Репозиторий — это хранилище типа «ключзначение», в существующей редакции фреймворка все наборы данных репозиторий хранит в оперативной памяти. Хранение всех данных в адресном пространстве процесса гарантирует минимальное время доступа к ним отдельными компонентами. Основная проблема при использовании такого алгоритма работы заключается в том, что потребление оперативной памяти репозиторием никак не регулируется. В тех сценариях вычислительных экспериментов, где на очередном шаге доступной оперативной памяти недостаточно для размещения нового набора данных в репозитории, вычислительный эксперимент завершается досрочно. Возможное решение — размещение наборов данных на устройстве для долговременного хранения информации, например, на жестком диске (далее диск). Однако такой подход увеличивает время доступа к данным на несколько порядков.

Задача формулируется как многокритериальная оптимизация, когда принимаем во внимание две метрики: среднее время доступа к набору данных, хранимому в репозитории, и объем оперативной памяти, используемой репозиторием, то есть требуется построить алгоритм хранения данных в репозитории оптимальный с точки зрения этих двух характеристик.

Модель системы массового обслуживания. Репозиторий можно рассматривать как многоканальную систему массового обслуживания с неограниченной очередью, где заявка компонента вычислительного эксперимента — запрос к репозиторию на получение доступа к хранящемуся в нем набору данных. Состояние системы на текущем шаге описывается множеством наборов данных, размещенных в памяти и на диске. Пространство состояний такой системы эволюционирует по мере поступления заявок. Последовательность переходов системы между состояниями представляет из себя траекторию ветвящегося случайного процесса. На рис. 1 показан участок сценария вычислительного эксперимента в виде графа, а

на рис. 2 — фрагмент последовательности переходов между состояниями репозитория в ходе выполнения этого эксперимента.



Решение задачи. Конфигурация конвейера задается с помощью набора текстовых конфигурационных файлов, разбор и интерпретация которых осуществляется во время выполнения вычислительного эксперимента. В момент компиляции отдельных компонентов фреймворка конфигурация конвейера неизвестна. Однако синтаксический разбор содержимого конфигурационного файла позволяет еще до начала вычислительного эксперимента построить граф зависимостей между наборами данных, которые требуются на каждом шаге конвейера. Граф зависимостей показан на рис. 3.



Рис. 3. Граф зависимостей между наборами данных. Выделение цветом показывает пользователей соответствующих наборов данных

Постановка задачи подразумевает разбиение множества наборов данных, хранимых в репозитории, на два подмножества: хранимых в оперативной памяти и хранимых на диске. В связи с этим репозиторий можно разбить на две сущности: кэш, который хранит наборы

данных в оперативной памяти и организует доступ по ключу, и дисковое хранилище, также обеспечивающее доступ по ключу. Время доступа к наборам данных, хранящимся в дисковом хранилище, положим постоянным параметром, исключая его минимизацию из задачи. Тогда задачу оптимизации можно разбить на две подзадачи:

- 1. Минимизация времени поиска по кэшу.
- 2. Минимизация среднего времени доступа к кэшу путем выработки оптимальной политики вытеснения.

Первая подзадача решается с помощью выбора подходящей структуры данных для поиска. Граф зависимостей между наборами данных порождает также множество ключей, по которым будут храниться наборы данных в репозитории. Это множество позволяет построить идеальную хеш-функцию, следовательно, в качестве структуры данных для поиска возможно использовать хеш-таблицу с константным временем доступа в любом случае.

Построение графа зависимостей между наборами данных дает априорное знание о последовательности запросов к репозиторию. Это позволило бы решить первую подзадачу с помощью алгоритма Белади [3], если бы размеры наборов данных также были бы известны перед началом вычислительного эксперимента. Однако в контексте поставленной задачи алгоритм Белади не будет оптимальным. Сравнение результатов применения некоторых политик в сценарии вычислительного эксперимента, где отдельные компоненты — реализации алгоритмов оценки параметров кусочно-заданных полиномиальных моделей, приведено в табл. 1.

Политика вытеснения	Уровень попаданий	Среднее время доступа, мс
ОРТ (алгоритм Белади)	0.92	36.7
LRU	0.83	35.3
Segmented LRU [4]	0.67	35.6
MRU	0.75	35.9

Табл. 1. Сравнение эффективности кэша при использовании различных политик вытеснения

Заключение. Спроектирован и реализован новый механизм хранения наборов данных в репозитории. На платформах с 32-битной архитектурой, в частности, он позволяет выполнять вычислительные эксперименты с наборами данных, совокупный объем которых превышает 4 Гб. Новая реализация репозитория сохраняет в оперативной памяти только ограниченное Другое подмножество сохраняется на диске средствами подмножество данных. интерфейсного компонента с набором реализаций (СУБД SQLite, MySQL; прямой доступ к файловой системе). Все изменения механизмов хранения наборов данных совершенно прозрачны для компонентов - потребителей хранящихся в репозитории данных. В рамках архитектуры фреймворка разработаны и протестированы ОРТ, LRU, Segmented LRU и MRU политики кэширования. Разработана система мониторинга состояний репозитория и переходов между ними в ходе вычислительного эксперимента. Разработан набор утилит для визуализации и анализа переходов между состояниями, оценки эффективности кэша. Разработан алгоритм построения ориентированного графа зависимостей наборов данных по заданным файлам конфигурации, а также утилита для его визуализации.

ЛИТЕРАТУРА:

1. А.С. Тетюхин, А.А. Сидоровская, А.А. Иванков. Качество интервальных оценок параметров аддитивной модели процесса Леви. Подход, основанный на результатах аппроксимации первых разностей отраженным нормальным распределением. – Неделя науки СПбПУ: материалы научной конференции с международным участием, 13-19 ноября 2017 года – с. 91-93

2. А.О. Гаврилов, А.А. Иванков. Сравнение кинетической и регрессионной моделей для прогноза обменного курса. – Неделя науки СПбПУ: материалы научной конференции с международным участием, 13-19 ноября 2017 года – с. 73-75

3. L.A. Belady. A study of replacement algorithms for a virtual-storage computer. – IBM Systems Journal, vol. 5, issue 2 – pp. 78-101

4. R. Karedla, J.S. Love, B.G. Wherry. Caching strategies to improve disk system performance. – Computer, vol. 27, issue 3 – pp. 38-46

УДК 519.688

Д.С. Брагин, А.А. Иванков Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

АРХИТЕКТУРА И ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ НЕБЛОКИРУЮЩЕГО ПОТОКОБЕЗОПАСНОГО КОНТЕЙНЕРА В ЗАДАЧАХ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА

Актуальность. В контексте современных информационных технологий основной задачей по-прежнему остается оптимальное использование двух основных аппаратных ресурсов вычислительных систем: процессора и оперативной памяти. Повышение производительности достигается путем распараллеливания процессов вычислений. Оптимальное использование оперативной памяти реализуется механизмами виртуализации этого ресурса. Частичное решение этих задач системным программным обеспечением (СПО) в большинстве случае недостаточно. Информация об архитектуре прикладного ПО и алгоритмах, которые реализованы в коде этого ПО, позволяют существенно улучшить производительность этого кода.

Мотивация. Одним из авторов данной работы в течение нескольких лет было спроектировано и реализовано прикладное ПО (набор кроссплатформенных библиотек, далее фреймворк) для анализа моделей случайных процессов и методов оценки параметров таких моделей [1, 2, 3, 4]. В контексте этих исследований и возникла данная задача.

В сценариях вычислительных экспериментов, которые проводятся с помощью вышеуказанного ПО, реализована парадигма конвейерной обработки данных [4, 5]. Большая часть компонент вычислительного эксперимента - реализации вычислительных алгоритмов, требующих построения достаточно больших наборов промежуточных данных, например, оценки целевой функции, ее производных и др. Построение таких оценок в ходе работы алгоритма («на лету») довольно затратное решение с точки зрения производительности. Поэтому возникла необходимость в заблаговременном построении необходимых оценок и предоставлении доступа к ним компонент вычислительного эксперимента. Часть алгоритмов фреймворка реализованы как параллельные вычисления, поэтому сразу нескольким потокам необходимо предоставить доступ к наборам данных, построенным либо заранее, либо в текущем эксперименте, но другими потоками. Решение такой задачи через унифицированный интерфейс должно гарантировать потокобезопасность (отсутствие «гонки за данными») и эффективное использование оперативной памяти (кучи). Это, в свою очередь, должно улучшить производительность алгоритмов.

Модель. Для описания построенного потокобезопасного контейнера воспользуемся математическими моделями теории массового обслуживания, представив работу с заранее построенными наборами данных как простейшую систему массового обслуживания (СМО), в которой исполнителем является сам контейнер, его клиенты — потоки. Контейнер кеширует в ОП определенные фрагменты заранее сгенерированных данных и обслуживает заявки потоков — клиентов, предоставляя им потокобезопасный доступ к этим фрагментам на чтение и запись. Также предполагается использование аналогичного потокобезопасного

контейнера в качестве хранилища данных в случае жестких ограничений на использование оперативной памяти. В таком случае контейнер будет выступать промежуточным звеном между некоторым физическим местом хранения данных (например, база данных или обычный файл на жестком диске) и вычислительным алгоритмом, предоставляя ему данные в потокобезопасном режиме.

Построенное в ходе работы решение было апробировано на тестовом примере – потокобезопасный контейнер служил в качестве хранилища для заранее сгенерированных случайных последовательностей (с.п.). Рассмотрим простейшую схему такой системы, построенную для тестового примера (рис. 1):



Рис. 1. Архитектура неблокирующего контейнера

В данной СМО в качестве клиентов выступают потоки, а семантика их запросов (заявок) – требование предоставить доступ к конкретному элементу с.п. Исполнитель в такой СМО – это реализация потокобезопасного контейнера, где имеется, как минимум, два массива – основной и вспомогательный, и K счетчиков смещений в основном массиве (по числу потоков - клиентов). Основная операция, которую выполняет контейнер, получив запрос от *i*-го потока, - предоставление доступа к тому элементу с.п., который находится по смещению, хранимому в *i*-м счетчике с последующим инкрементом его значения. Последующая логика работы мастер-потока определяется двумя параметрами системы: пороговым значением, по достижении которого начинается заполнение вспомогательного массива элементами с.п. из внешнего файла, и предельного значения, по достижении которого клиенты-потоки переключаются на чтение из и запись во вспомогательный массив, который теперь играет роль основного. Такой контейнер является одновременно и неблокирующим, и потокобезопасным, так как в такой архитектуре нет никаких блокировок доступа к данным, и отсутствует гонка за данными.

В качестве результата можно выделить снижение временной сложности алгоритма с использованием построенного потокобезопасного контейнера. В качестве критерия производительности была выбрана мера времени, затрачиваемого на обработку минимальной логической единицы вычислительного алгоритма. Представленные ниже результаты были получены на машине с процессором Intel Core i7 (8 потоков), когда клиентами в схеме СМО, представленной выше (рис. 1), являлись 7 потоков, а восьмой - мастер-поток. В такой конфигурации обеспечивалась параллельная работа всех клиентов без

переключения контекста. Результаты представлены как сравнение оценок амортизированного среднего (рис. 2) для двух потокобезопасных архитектур:

- 1) архитектура, в которой каждый поток обладает собственной реализацией алгоритма построения элементов с.п.
- 2) архитектура, в которой каждый поток является клиентом вышеописанного потокобезопасного контейнера.

Необходимо отметить, что реализация архитектуры (1) с точки зрения алгоритма вычисления с.п. отличается от варианта (2) лишь несколькими операциями сложения, умножения и возведения в степень (в совокупности порядка 10^2), в то время как вычисление оценок плотности распределения ординаты случайного процесса «на лету» - это вычисление многомерного интеграла одним из методов семейства Монте-Карло, намного более затратное.



Для архитектуры (2) была проведена серия экспериментов, в которых оценивали

$$\Delta_i = M - N_i, i \in \overline{1, k}, i \neq j : N_i = M \tag{1}$$

Суть этой оценки – запаздывание k-1 потока относительно j – го потока, счетчик которого достиг предельного значения M. В то время как эта величина зависит исключительно от конфигурации конкретного процессора, на котором выполняется код, для тестовой конфигурации были получены статистически значимые различия $M[\Delta_i]$ данных архитектур.

Если в постановке задачи указаны ограничения сверху на объем используемой кучи, то предельный размер *M* определяется методами динамического программирования.

Заключение. В дальнейшем планируется использование аналогичного контейнера для работы с оценками функций/плотностей распределений случайных процессов, когда вычисление таких оценок очень затратное по времени и должно быть сделано заблаговременно. В работах [1-4] реализация SMC-алгоритма сначала (первый шаг) вычисляет оценки параметров модели случайного процесса на укрупненной сетке, а затем вычислительные потоки либо повторно используют оценки плотности распределения, полученные после первого шага, либо (при отсутствии таких оценок) самостоятельно вычисляют и сохраняют эти оценки в контейнере (потокобезопасно). В ходе работы вычислительного эксперимента предполагается последовательное накопление оценок плотностей, что исключит необходимость многократного вычисления такой оценки плотности в другом вычислительном потоке этого эксперимента, вычислительными потоками в последующих экспериментах (т.к. построенная в предыдущих экспериментах оценка была сохранена в контейнере, а затем в наборе данных на внешнем запоминающем устройстве). Тем самым достигается снижение временной сложности вычислительного эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Гаврилов А. О., Иванков А.А. Прогноз обменного курса ЦБ РФ как решение эмпирического уравнения Лиувилля. — Неделя науки СПбПУ: Материалы научного форума с международным участием. Институт прикладной математики и механики – СПб.: изд. Политехн. ун-та, 2016, с 255-258.

2. Нкодиа С.-Р., Иванков А.А. О смещении М-оценок параметров одной аддитивной модели процесса Леви. Исследование допредельных распределений. — Неделя науки СПбПУ: Материалы научного форума с международным участием. Институт прикладной математики и механики – СПб.: изд. Политехн. ун-та, 2018, с 250-253.

3. Тетюхин А. С., Иванков А.А. Качество интервальных оценок параметров аддитивной модели процесса Леви, построенных с помощью сжимающего стохастического оператора. — Неделя науки СПбПУ: Материалы научного форума с международным участием. Институт прикладной математики и механики – СПб.: изд. Политехн. ун-та, 2018, с 247-250.

4. Титов С. С.: Синтаксическая и семантическая верификация сценариев вычислительных алгоритмов: выпускная работа магистра. СПб, СПбПУ, 2019

5. Paul Morrison J. Flow-Based Programming, 2nd edition. CreateSpace Paramount, CA, 2010.

СЕКЦИЯ «КИБЕРБЕЗОПАСНОСТЬ И ЗАЩИТА ИНФОРМАЦИИ»

УДК 004.056

А.В. Андреев, М.О. Калинин Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ОБНАРУЖЕНИЕ МУТИРУЮЩИХ АТАК НА СИСТЕМУ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМОВ ПОСТРОЕНИЯ ОБЩЕГО СУФФИКСНОГО ДЕРЕВА

Обнаружение вторжений – один из ключевых компонентов комплексной системы защиты. Системы обнаружения вторжений (СОВ) позволяют увеличить безопасность сети, контролируя все входящие и исходящие потоки трафика. При этом внутри периметра защищаемой организации СОВ способны отслеживать от 70 до 80% нарушений, связанных с внутренними злоумышленниками [1, 2].

Системы обнаружения вторжений (СОВ) на основе сигнатур поведения сравнивают текущее состояние системы с существующими базами сигнатур небезопасных состояний, таким образом, если текущее состояние аналогично одному из занесенных в список потенциально опасных - система может сделать вывод об угрозе безопасности [3].

Жизненный цикл любой системы может быть представлен в виде цепочки команд, которые приводят к изменению состояния системы. И проблема обнаружения атаки для сигнатурных СОВ эквивалентна сопоставлению этих цепочек с известными сигнатурами атаки.

Мутирующие атаки способны изменять собственную структуру, вставляя дополнительные, не несущие угрозы команды и меняя последовательность действий. Алгоритм работы сигнатурной СОВ делает ее уязвимой к мутациям атак. Так как единственный способ определения нарушения безопасности – нахождение аналогичной последовательности состояний системы в списке опасных, то незначительные в плане функционала изменения в последовательности выполнения действий, не дают сигнатурной СОВ возможности распознать атаку с использованием известной уязвимости.

Решением данной проблемы может служить обладающий высокой скоростью алгоритм, способный с высокой точностью анализировать и сопоставлять текущую последовательность с большой базой последовательностей, не учитывая их незначительные различия.

Схожие требования выдвигаются к семейству алгоритмов биоинформатики, целью которых является сборка по ранее восстановленному геному [4]. Цель алгоритмов сборки по ранее восстановленному геному геному [4]. Цель алгоритмов сборки по ранее восстановленному геному как и сигнатурных алгоритмов СОВ, состоит в нахождении совпадений данного участка с одним из участков из очень объемной базы данных. Алгоритмы сборки генома полностью отвечают нашим требованиям к устойчивой к мутациям атак СОВ, так как изменения, вносимые в атаки, представимы в последовательности состояний системы как вставка дополнительных элементов в последовательность и аналогичны ошибкам вставки лишних блоков нуклеотидов. Далее рассмотрим использование суффиксных деревьев для обнаружение мутирующих атак [5].

Суффиксное дерево для строки S – это минимальное по числу вершин дерево, каждое ребро которого помечено непустой подстрокой s таким образом, что каждый суффикс S[i..n-1] может быть прочитан на пути из корня до какого-нибудь листа и, наоборот, каждая строка, прочитанная на пути из корня до какого-нибудь листа, является суффиксом S. Пример такого дерева для строки "abcabb0" представлен на рис. 1.

Обобщенное суффиксное дерево набора строк S1...Sn — суффиксное дерево, содержащее все суффиксы каждой из n строк. При построении такого дерева каждая строка

должна дополняться уникальным символом маркера вне алфавита (или строкой), чтобы гарантировать, что суффикс не является подстрокой другого, гарантируя, что каждый суффикс представлен уникальным конечным узлом.



Рис. 3. Пример суффиксного дерева для строки "abcabb0"

Для реализации поставленной задачи выявления вторжений в систему с использованием базы сигнатур, будем строить по имеющейся базе суффиксное дерево, которое будет являться обобщенным суффиксным деревом для сигнатур.

Существует множество алгоритмов построения суффиксного дерева. Данная работа велась на основе алгоритма Укконена [6], так как он поддерживает построение обобщенного суффиксного дерева, и обеспечивает линейную сложность его построения.

На первом шаге происходила обработка данных из базы, так как реализованная программа работает исключительно с числовыми значениями. Для этого текстовые атрибуты преобразовывались в бинарные, численные нормализовались относительно минимального и максимального значений. После этого данные обучающей выборки поступали на вход алгоритмам построения дерева. Затем тестовая выборка подавалась на вхол модернизированным, как было указано выше, алгоритмам сравнения. На основании совпадения предполагаемых и действительных меток классов оценивалась эффективность обнаружения атак по критерию полноты классификации:

 $R = \frac{TP}{TP + FN}$

где ТР – количество истинно-положительных записей, FN – количество ложноотрицательных записей.

Оригинальный алгоритм позволяет обнаруживать исключительно те атаки, точные копии которых уже находятся в базе сигнатур. Любое изменение анализируемого вектора атаки приводит к ошибке второго рода. Данная проблема была решена описанным ниже способом.

1. Построение обобщенного суффиксного дерева выполняется не на целых сигнатурных векторах, а на их участках, перекрывающих друг друга. Допустим существует некий сигнатурный вектор C= {C1, C2, C3... Cn-1, Cn}. Заменяем процедуру добавления этого вектора, на последовательное выполнения процедур добавления векторов {C0, C1... Ck}, {C1, C2... Ck+1} ... {Cn-k, Cn-k+1 ... Cn}. Где k – мал по отношению к n.

2. Анализируемые вектора разбиваем аналогичным способом, и выполняем процедуру поиска их подвекторов в построенном нами общем суффиксном дереве. В результате такого анализа мы получим не факт вхождения/не вхождения вектора в дерево, а некую метрику, показывающую степень совпадения данного вектора с вектором атаки.

Такой подход позволяет пропускать не совпадающие элементы, и, следовательно, распознавать угрозу тех атак, сигнатуры которых напрямую не содержатся в базе данных.

В контексте распознавания мутаций данное решение позволяет эффективно противостоять вставкам новых элементов в анализируемый вектор атаки, а также изменению последовательностей блоков элементов вектора.

Для тестирования данного решения была использована база данных KDD Cup 1999[7], созданная для исследований в области обнаружения вторжений и представляющая собой набор соединений. Соединение представляет собой последовательность пакетов, начинающуюся и заканчивающуюся в определенные моменты времени, между которыми потоки данных передаются от IP-адреса источника к IP-адресу получателя по определенному протоколу. Каждое соединение обозначено как нормальное либо как какой-то тип атаки одной из четырех категорий.

На рис. 2 представлена зависимость времени, затраченного на проверку 1500 записей от размера базы сигнатур. Незначительный рост во времени работы связан с ограниченной глубиной дерева, в котором производится поиск, и детерминированностью переходов внутри этого дерева. Таким образом, время поиска почти не зависит от объема данных. На рис. 3 представлена зависимость полноты обнаружения от числа векторов атак, подвергшихся незначительным мутациям.



Рис. 2. Зависимость времени проверки от размера базы сигнатур



Рис. 3. Зависимость полноты обнаружения от частоты мутаций.

Выводы. Реализован алгоритм обнаружения атак на систему на базе суффиксных деревьев. Проведены испытания данного алгоритма, в ходе которых им продемонстрированы высокие показатели скорости и точности работы.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Зотова Т. Сплоченная команда профессионалов главный гарант ИТ-безопасности. Журнал "Сетевой". - 2004. - №5.

2. Карр Д. Чужой среди своих. Журнал "Сетевые решения/ LAN". - 2002. - №10.

3. Лукацкий А.В. Обнаружение атак. 2. СПб.: Мастер систем, 2003. 563 стр.

4. Molecular Tools and Infectious Disease Epidemiology 2012, Crp. 53-78.

5. Marina Barsky, Ulrike Stege, Alex Thomo. Suffix Trees for Very Large Genomic Sequences/ http://csciun1.mala.bc.ca:8080/~barskym/publications/CIKMconference2008.pdf.

6. Esko Ukkonen. On-line construction of suffix trees. P. O. Box 26 (Teollisuuskatu 23), FIN-00014 University of Helsinki, Finland. / https://www.cs.helsinki.fi/u/ukkonen/SuffixT1withFigs.pdf.

7. KDD Cup 1999 Data. / http://kdd.ics.uci.edu/databases/kddcup99/kddcup99.html.

Н.Н. Елисеев, Д.С. Лаврова Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ОБНАРУЖЕНИЕ СЕТЕВЫХ АТАК С ПОМОЩЬЮ МАШИНЫ ЦЕТЛИНА

Введение. Нарушители со временем используют все более изощренные и сложные методы атак, поэтому отличить аномальный сетевой трафик от нормального становится все труднее. Так как сигнатурные методы не всегда могут выявить новые атаки, необходимо применять более сложные методы выявления аномального трафика, например, статистические и поведенческие [1]. Благодаря своим способностям к обучению, с этой целью могут справиться нейронные сети и другие инструменты машинного обучения [2, 3]. Также широко применяются методы data mining, способные выявить значимые признаки, по которым можно классифицировать трафик. В данной работе рассмотрено выявление аномального трафика с помощью методов машинного обучения на основе машины Цетлина.

Целью работы является обеспечение безопасности компьютерных сетей с помощью методов машинного обучения на основе машины Цетлина.

Актуальность. Не последнее место в списке актуальных киберугроз занимают сетевые атаки. По данным Positive Technologies, количество инцидентов безопасности, связанных с реализацией сетевых атак, с каждым годом увеличивается. В связи с растущей сложностью атак, их становится все сложнее определять. Задача обнаружения аномалий в сетевом трафике представляет собой задачу распознавания образов, в связи с чем возникла идея применить машину Цетлина, направленную на распознавание образов, правда, пока что только в медицине, для распознавания аномального трафика. Машина Цетлина – новый подход к машинному обучению, сочетающий быструю сходимость с низкой вычислительной сложностью, который ранее не применялся в области информационной безопасности.

Автомат Цетлина является одним из новых подходов к решению известной проблемы многорукого бандита. Автомат последовательно выполняет действия в определенной среде, и каждое действие вызывает либо вознаграждение, либо штраф. Действие a_r , $r \in \{1,2\}$, вознаграждается вероятностью p_r , в противном случае, действие наказывается штрафом. Вероятности вознаграждения неизвестны автомату и могут изменяться с течением времени. В таких условиях цель состоит в том, чтобы определить действие с наибольшей вероятностью вознаграждения, используя как можно меньше попыток.



Вход 010...101

Рис. 1. Автомат Цетлина с двумя действиями (слева), группа автоматов Цетлина для составления предложения (справа)

Неформально, как показано на рисунке 1, автомат Цетлина — это фиксированный конечный автомат с необычной интерпретацией:

— текущее состояние автомата определяет, какое действие выполнять. Автомат на рисунке имеет 2N состояний. Действие 1 (α_1) выполняется в состояниях с индексом 1 до N, в то время как действие 2 (α_2) выполняется в состояниях с индексом N + 1 до 2N;

— переходы состояний автомата управляют обучением. Один набор переходов состояний активируется на вознаграждение (сплошные линии), а один набор переходов состояний активируется на штраф (пунктирные линии). Как видно, вознаграждения и наказания запускают определенные переходы ИЗ одного состояния В другое, vсиления предназначенные успешных действий лля (Tex, которые вызывают вознаграждение).

С точки зрения реализации, автомат Цетлина поддерживает целое число (индекс состояния), а обучение выполняется с помощью операций инкремента и декремента в соответствии с переходами, изображенными на рисунке 1. Автомат Цетлина, таким образом, чрезвычайно прост в вычислительном отношении и требует незначительных затрат памяти.

В ядре машины Цетлина находятся конъюнктивные предложения, C_j^i , j = 1, ..., m из уравнения. Для каждого предложения C_j^i формируется группа из 20 автоматов Цетлина. На рисунке 1 показана роль каждого из этих автоматов Цетлина и то, как они взаимодействуют, чтобы сформировать предложение C_j^i , т. е. задача группы автоматов Цетлина состоит в том, чтобы решить, в какой форме входная переменная x_k является частью конъюнктивного предложения: x_k , $\neg x_k$ или не является частью предложения вообще.



Рис. 2. Базовая архитектура машины Цетлина (верхняя часть), расширенная архитектура машины Цетлина, вводящая полярность предложения, оператор суммирования, собирающий «голоса», и пороговая функция, определяющая окончательный результат (нижняя часть)

После создания структуры предложения, каждому предложению C_j^i назначается одна группа автоматов Цетлина, $G_j^i = \{TA_k^{(i,j)} \mid 1 \le k \le 2o\}$. Как показано на рисунке 2, архитектура состоит из конъюнктивных предложений, каждое из которых формируется независимой группой автоматов Цетлина. Каждая группа автоматов Цетлина, G_j^i , таким образом, управляет выбором того, какие литералы включить в свое соответствующее предложение, C_j^i [4].

Как видно из рисунка 2, в расширенной архитектуры машины предложения соответствуют скрытому слою нейронной сети, хотя вместо нейронов с нелинейными функциями активации есть формулы в логике высказываний, которые оцениваются в 0 или 1.

То есть, одно предложение соответствует одному нейрону, однако может быть представлено более компактно в битовой форме.

Для построения классификаторов был использован язык Python, библиотеки sklearn, pyTsetlinMachine [5], образцы трафика, полученные Австралийским центром кибербезопасности [6]. Результаты работы классификаторов представлены в таблице 1.

Тип атаки	Гип атаки Результаты классификации		Соответствие истине	Точ- ность	Пол- нота	F ₁ -ме- ра
	Отрица-	Положитель-	(Accuracy)	(Precisio	(Recall)	I
	тельный	ный		n)		
Фаззинг	17746 (TN)	438 (FP)	0.802	0.72	0.98	0.83
	6749 (FN)	11435 (TP)		0.96	0.63	0.76
Анализ сети	1986 (TN)	14 (FP)	0.829	0.75	0.99	0.85
	670 (FN)	1330 (TP)		0.99	0.67	0.80
Отказ в об-	12144 (TN)	120 (FP)	0.864	0.79	0.99	0.88
служивании	3199 (FN)	9065 (TP		0.99	0.74	0.85

Табл. 1. Метрики оценки качества бинарного классификатора для типов атак

Вывод. Построенный классификатор на основе машины Цетлина для атак типа фаззинг, анализ сети, отказ в обслуживании можно считать эффективным (точность на обучающих и тестовых данных составляет выше 80%), он может применяться для выявления этих атак. Дальнейшим развитием работы будет являться подбор оптимальных значений параметров машины Цетлина для эффективного обучения и повышение точности построенных классификаторов, а также использование в связке с другими методами машинного обучения и/или других архитектур машины Цетлина (рекуррентных, сверточных).

Исследование выполнено в рамках стипендии Президента РФ молодым ученым и аспирантам СП-1932.2019.5.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Зегжда П. Д., Лаврова Д. С., Штыркина А. А. Мультифрактальный анализ трафика магистральных сетей Интернет для обнаружения атак отказа в обслуживании //Журнал" Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. – 2018. – №. 2. – С. 48-58.

2. Павленко Е. Ю., Игнатьев Г. Ю. Выявление вредоносных Android-приложений с использованием сверточной нейронной сети //Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. – 2018. – №. 3. – С. 107-119.

3. Зегжда П. Д., Малышев Е. В., Павленко Е. Ю. Использование искусственной нейронной сети для определения автоматически управляемых аккаунтов в социальных сетях //Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. – 2016. – №. 4. – С. 9-15.

4. Granmo Ole-Christoffer. The Tsetlin Machine – A Game Theoretic Bandit Driven Approach to Optimal Pattern Recognition with Propositional Logic. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://arxiv.org/pdf/1804.01508.pdf – (Дата обращения: 03.09.2019).

5. Andersen Per-Arne, Granmo Ole-Christoffer. Implementation of the Tsetlin Machine. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://github.com/cair/pyTsetlinMachine – (Дата обращения: 15.09.2019).

6. UNSW-NB15 Dataset. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.unsw.adfa.edu.au/unsw-canberra-cyber/cybersecurity/ADFA-NB15-Datasets/ – (Дата обращения: 27.06.2019).

Е.А. Зайцева, Д.С. Лаврова Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

НЕЙТРАЛИЗАЦИЯ ПОСЛЕДСТВИЙ ДЕСТРУКТИВНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА КИБЕРФИЗИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ПУТЕМ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ СБОРКИ ГЕНОМА

Повсеместное распространение сложных многокомпонентных технологических систем повлекло за собой смещение вектора атак в сторону от нарушения целостности, доступности и конфиденциальности информации к получению несанкционированного управления над отдельными элементами инфраструктуры, что ведет к нарушению корректности функционирования этих систем. Появление новых технологий и интеграция их с уже имеющимися открывает все новые возможности для злоумышленника. При этом предсказание новых атак, которые ранее не были реализованы ни на какой из существующих систем, является сложной задачей в основном именно из-за нехватки исходных данных.

Деструктивным воздействиям подвергаются информационные структуры различного назначения. Многие объекты критической инфраструктуры реализуют необратимые физические процессы, в связи с чем восстановление системы и корректное завершение проходящих в ней процессов является единственным вариантом, позволяющим избежать последующей за нарушением катастрофы [1, 2].

Стоит отметить, что одним из наиболее значимых показателей применимости метода нейтрализации последствий деструктивных воздействий является скорость его работы. Такое требование объясняется лавинным характером атак: чем больше времени проходит с момента начала атаки, тем сложнее такую атаку прервать, и тем сложнее является процесс последующего восстановления системы.

Целью работы является разработка метода нейтрализации последствий деструктивных воздействий на киберфизические системы.

Будем описывать киберфизическую систему как граф G, в качестве вершин которого выступают отдельные устройства, а в качестве множества ребер – связи, присутствующие между этими устройствами. Кроме того, каждой из вершин сопоставляется множество функций, выполняемых соответствующим устройством. Любая атака может быть представлена как совокупность структурных и функциональных изменений системы. В первом случае изменения затрагивают множества вершин и ребер, во втором – изменениям подвержены множества функций, соответствующих вершинам. Таким образом, описанный граф позволяет в полной мере отразить всевозможные воздействия, осуществляемые на систему.

Деятельность большинства промышленных киберфизических систем направлена на реализацию целевой функции, которая может быть представлена как последовательность взаимосвязанных и более простых функций. Каждая из функций, входящих в состав целевой, реализуется при помощи одной или нескольких вершин графа. То есть, целевая функция представляет собой непустое множество маршрутов на графе рассматриваемой киберфизической системы [3]. Таким образом, при нарушении исходного маршрута целевой функции в результате деструктивного воздействия, нейтрализация последствий данного воздействия может быть сведена к восстановлению системы путем поиска альтернативного маршрута реализации целевой функции.

Маршрут реализации целевой функции системы, как и геном, представляет собой последовательность элементов: в случае маршрута это последовательность вершин, а в случае генома – последовательность нуклеотидов. В результате атаки граф, описывающий систему, претерпевает изменения, в результате чего маршрут реализации целевой функции
может быть нарушен (разбит на несколько частей). Для того, чтобы восстановить маршрут, можно постараться связать оставшиеся фрагменты так, чтобы новый маршрут удовлетворял целевой функции. Для этого предлагается использовать идею поиска совпадений и перекрытий в последовательностях нуклеотидов, используемую в задаче сборки генома. Выбор графа де Брейна, графа перекрытий или одновременное использование обоих графов зависит от особенностей исследуемой системы.

Поскольку построение графов обоих типов представляет собой достаточно сложную вычислительную задачу, предлагается дополнительно выполнить подготовку данных еще до начала работы системы. В данном случае, подготовкой является формирование кластеров, каждый из которых соответствует одной из имеющихся в системе функций и представляет собой множество, в котором будут собраны все вершины графа *G* и подграфы *G*, которые способны выполнить данную функцию.

Таким образом, общая схема предлагаемого метода включает следующий набор действий:

1. Определить целевую функцию рассматриваемой системы, определить множество функций, входящих в состав целевой.

2. Исследовать ресурсы системы с целью определения множества функций, реализуемых каждым из компонентов, взаимосвязей между компонентами (в том числе неактивные). Получить графовое представление исследуемой системы.

3. Осуществить кластеризацию функций с целью определения множеств вершин и подграфов, которые способны выполнить данную функцию.

4. Осуществлять мониторинг системы с целью выявления нарушений.

5. При возникновении нарушений определить участки целевой функции, которые были нарушены. Используя графы де Брейна и/или графы перекрытий, получить наборы связей между кластерами.

6. Восстановить работу системы, используя полученный маршрут. Вернуться на шаг 4.

Для восстановления маршрута предлагается использовать принципы построения графов де Брейна и графов перекрытий, применяемых при секвенировании ДНК. Задача восстановления маршрута реализации целевой функции является во многом схожей с задачей сборки генома, однако подробное сравнение данных задач показало, что задача восстановления маршрута вычислительно является более простой, поскольку в отличие от целевой функции длина генома не является заранее известной, при сборке генома чтение ридов осуществляется из случайных мест ДНК (некоторые части могут быть утеряны) и т.д. Использование принципов построения графов де Брейна и графов перекрытий позволит осуществить поиск подходящего альтернативного маршрута реализации целевой функции быстро, а графовое представление позволяет сделать подход совместимым с любой киберфизической системой. Обширная база методов и алгоритмов работы с графами открывает дальнейшие перспективы исследования и развития методов восстановления корректной работы киберфизических систем.

Исследование выполнено в рамках стипендии Президента РФ молодым ученым и аспирантам СП-1932.2019.5.

ЛИТЕРАТУРА:

 Zegzhda D.P. Systematization and security assessment of cyber-physical systems / Zegzhda D.P., Poltavtseva M.A., Lavrova D.S. // Automatic Control and Computer Sciences. 2017. T. 51. № 8. C. 835-843.
 Pavlenko E. Sustainability of cyber-physical systems in the context of targeted destructive influences / Pavlenko E., Zegzhda D // 2018 IEEE Industrial Cyber-Physical Systems (ICPS). 2018. C. 830-834.

3. Зегжда Д. П. Подход к созданию критерия устойчивого функционирования киберфизических систем / Зегжда Д.П., Павленко Е.Ю., Лаврова Д.С, Штыркина А.А. // Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. 2019. №. 2. С. 156-163.

М.И. Иванов, Е.Б. Александрова Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

РЕАЛИЗАЦИЯ ПРОТОКОЛА ДИФФИ–ХЕЛЛМАНА НА ИЗОГЕНИЯХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРИВЫХ СТЕПЕНИ 5 И 7

Введение. Задача вычисления изогений эллиптических кривых относится к «постквантовым» задачам, представляющим собой альтернативу широко используемым в криптографии с открытым ключом задачам разложения числа на множители и дискретного логарифмирования в циклической группе. Для реализации алгоритмов на изогениях малых простых степеней выбран протокол Диффи–Хеллмана, как базовый при использовании для криптографических целей новых математических задач.

Целью работы является реализация протокола Диффи–Хеллмана на эллиптических кривых, между которыми существуют изогении степеней 5 и 7.

Актуальность. В настоящее время при разработке криптографических алгоритмов и протоколов актуальным является поиск математических задач, для которых не существует полиномиального алгоритма решения на квантовом компьютере. К таким задачам относится задача вычисления изогении между эллиптическими кривыми.

Поскольку изогении составных степеней могут быть найдены как композиции изогений соответствующих простых степеней, практический интерес представляет разработка криптосистем с использованием изогений простых степеней $l \ge 5$.

Для реализации протокола использовались кривые в форме Монтгомери: $E(K):Ay^2 = x^3 + Bx^2 + x$ [1]. Ключевой особенностью данной формы эллиптических кривых является возможность реализации более быстрых алгоритмов сложения и умножения точек [2]. В проективных координатах формулы для вычисления координат точки $P + Q = (X_3, Z_3)$, где $P = (X_1, Z_1), Q = (X_2, Z_2), P - Q = (\tilde{X}, \tilde{Z})$, выглядят следующим образом:

$$\begin{split} & \prod_{X_3} P = Q; \\ & X_3 = \tilde{Z} \Big((X_1 - Z_1) (X_2 - Z_2) + (X_2 - Z_2) (X_1 + Z_1) \Big)^2, \\ & Z_3 = \tilde{X} \Big((X_1 - Z_1) (X_2 - Z_2) + (X_2 - Z_2) (X_1 + Z_1) \Big)^2, \\ & \prod_{X_3} P \neq Q; \\ & X_3 = (X_1 + Z_1)^2 (X_1 - Z_1)^2, \\ & Z_3 = 4X_1 Z_1 \Big((X_1 - Z_1)^2 + \frac{B+2}{4} \cdot 4X_1 Z_1 \Big), \end{split}$$

По формулам Велу были найдены изогении эллиптической кривой. Для каждой степени изогений были реализованы собственные функции вычислений изогений для оптимизации по времени.

Пусть $E_1(K): y^2 = x^3 + Ax + B, E_2(K): v^2 = u^3 + A_1u + B_1$ и $(x_R, y_R) \in E_1(K)$ – аффинная точка порядка l. Ядро изогении степени l содержит аффинные точки порядка l из множества $R \cup -R$ аффинных точек, причем $R \cap -R = \emptyset$. Таким образом, множество R содержит (l-1)/2 точек.

Для
$$Q \in R, Q = (x_Q, y_Q)$$
, положим
 $g_{Q,x} = 3x_Q^2 + A, g_{Q,y} = -2y_Q, s_Q = 4(x_Q^3 + Ax_Q + B), t_Q = 6x_Q^2 + 2A;$
 $u = x + \sum_{Q \in R} \left(\frac{t_Q}{x - x_Q} + \frac{s_Q}{(x - x_Q)^2} \right);$

$$v = y - \sum_{Q \in R} \left(\frac{2ys_Q}{(x - x_Q)^3} + \frac{(y - y_Q)t_Q}{(x - x_Q)^2} - \frac{g_{Q,x}g_{Q,y}}{(x - x_Q)^2} \right).$$

В итоге, получаем следующую кривую:

 $y^2 = x^3 + \frac{B}{A}x^2 + A_1x + B_1$, где $A_1 = 1 - 5\sum_{Q \in R} t_Q, B_1 = -4 - 7\sum_{Q \in R} (s_Q - x_Q t_Q)$. Далее необходимо привести кривую к форме Монтгомери. Для этого сначала кривую в

Далее необходимо привести кривую к форме Монтгомери. Для этого сначала кривую в обобщенной форме Вейерштрасса необходимо привести к сокращенной форме Вейерштрасса. Данный переход осуществлялся по следующим формулам:

$$y^2 = x^3 - 27c_4x - 54c_6,$$

где

$$c_{4} = \left(2\frac{B}{A}\right)^{2} - 24 A_{1},$$

$$c_{6} = \left(2\frac{B}{A}\right)^{3} + 18\left(2\frac{B}{A}\right)A_{1} - 216B_{1}.$$

После этого, имея кривую в сокращенной форме Вейерштрасса, переходим к форме Монтгомери. Для этого находим корень уравнения $x^3 + ax + b = 0$ по формуле Кардано.

$$Q = \left(\frac{a}{3}\right)^3 + \left(\frac{b}{2}\right)^2;$$

$$\alpha = \sqrt[8]{-\frac{b}{2} + \sqrt{Q}};$$

$$\beta = \sqrt[8]{-\frac{b}{2} - \sqrt{Q}};$$

$$X = \alpha + \beta.$$

Затем, зная корень такого кубического уравнения, можем найти коэффициенты эллиптической кривой в форме Монтгомери.

 $s = \sqrt{(3x^2 - x)^{-1}}, B = 3xs, A = s,$ $Av^2 = u^3 + Bu^2 + u.$

Протокол Диффи-Хеллмана на изогениях степеней 2 и 3 показан на рис. 1.



Рис. 1. Протолок Диффи-Хеллмана на изогениях степеней 2 и 3

При этом изогения степени 2 между кривыми $E_1: y^2 = x^3 + ax^2 + bx$ и $E_2: v^2 = u^3 - 2au^2 + (a^2 - 4b)u$ задается следующим образом: $(u, v) = \left(\frac{y^2}{2}, \frac{y(x^2 - b)}{2}\right)$

$$(u,v) = \left(\frac{y^2}{x^2}, \frac{y(x^2-b)}{x^2}\right).$$

Заменой переменной $x \leftarrow x - \frac{a}{3}$ кривые E_1 и E_2 можно привести к виду $y^2 = x^3 + Ax + B$ и $v^2 = u^3 + A_1u + B_1$, соответственно.

Для задания изогении степени 3 используется точка $(x_R, y_R) \in E_1(K)$ – аффинная точка порядка 3. При этом изогения кривых $E_1(K): y^2 = x^3 + Ax + B, E_2(K): v^2 = u^3 + A_1u + B_1$ задается следующими выражениями:

$$u = \frac{x^2(2x_R - x) + x(2A + 5x_R^2) + 4B + 2Ax_R - 2x_R^3}{(x - x_R)^2};$$

$$v = y \frac{x^2(3x_R - x) - x(2A + 9x_R^2) - 8B - 6Ax_R - x_R^3}{(x - x_R)^3};$$

$$A_1 = -9A - 30x_R^2; B_1 = -27 - 70x_R^3 - 42Ax_R.$$

В табл. 1 приведена трудоемкость реализации протокола Диффи-Хеллмана, где М означает операцию умножения точки на число, S – нахождение корня.

Степень изогении	Количество операций
2	5M+3S [3]
3	11M+6S [3]
5	27M+13S
7	33M+16S

Табл. 1. Результат работы протокола для различных степеней изогений

Выводы. В работе реализован протокол Диффи–Хеллмана на эллиптических кривых для изогений степеней 5 и 7. Полученная реализация имеет сопоставимое время работы по сравнению с известными реализациями указанного протокола для степеней 2 и 3.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ростовцев А. Г. Эллиптические кривые в криптографии. Теория и вычислительные алгоритмы // СПб.: НПО «Профессионал». – 2010.

2. Costello C., Smith B. Montgomery curves and their arithmetic: The case of large characteristic fields // IACR Cryptology ePrint Archive. – 2017. – https://eprint.iacr.org/2017/212.pdf.

3. Jao D., De Feo L. Towards quantum-resistant cryptosystems from supersingular elliptic curve isogenies // International Workshop on Post-Quantum Cryptography. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2011. – P. 19-34.

УДК 004.056

В.М. Крундышев Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

НЕЙРОСЕТЕВАЯ СИСТЕМА ОБНАРУЖЕНИЯ ВТОРЖЕНИЙ В СЕТЯХ ПРОМЫШЛЕННОГО ИНТЕРНЕТА ВЕЩЕЙ

В 2011 году на Ганноверской ярмарке Германия впервые высказалась о необходимости разработки стратегии развития промышленности в соответствии с тенденциями новой промышленной эпохи. Основатель и председатель Всемирного экономического форума

(WEF) Клаус Шваб впервые ввел термин «Индустрия 4.0» [1]. Отличительной чертой четвертой (цифровой) промышленной революции, он назвал – сближение технологий и стирание границ между цифровыми, биологическими и физическими областями. Главная ценность в новой экономике – данные, а не физические продукты, экономический рост теперь основан не на капитале и природных ресурсах, а на инновациях и человеческом воображении. По мнению аналитиков PricewaterhouseCoopers [2] основу глобальной цифровой экономики составляют наиболее перспективные технологии, которые будут использоваться во всех сферах деятельности: искусственный интеллект, дополненная реальность, беспилотные летательные аппараты, блокчейн, «интернет вещей», 3D-печать, робототехника.

Примеру Германии последовали другие промышленно развитые страны, так были приняты похожие программы: в Великобритании – «High Value Manufacturing Catapult», во Франции – «Alliance Industrie du Futur», в Италии – «Fabbrica del Futuro», в Нидерландах – «Smart Factory», в Бельгии – «Made Different», в России – «Национальная технологическая инициатива», в Китае – «Сделано в Китае 2025» и т.д. [3]. Мировые лидеры в области сетевых технологий АТ&T, Cisco, General Electric, IBM и Intel создали в 2014 году Консорциум промышленного Интернета (Industrial Internet ConsortiumTM, IIC) с целью согласовать стандарты разработки приложений промышленного интернета вещей (IIoT). Создаваемая экосистема компаний, научных центров и государственных структур призвана стимулировать внедрение цифровых технологий в реальные сектора экономики.

Согласно прогнозу McKinsey к 2025 году общий экономический эффект от промышленного интернета вещей составит до 11 триллионов долларов в год. По оценке аналитиков Huawei к 2025 году будет подключено 100 миллиардов устройств, используемых во всех сферах бизнеса и жизни. При этом «соединенность» объектов с интернетом несет ряд рисков, в первую очередь связанных с безопасностью. Объединение территориально распределенных участников процессов проектирования и производства в единую сеть непременно ведет к возникновению киберугроз. Помимо этого многие промышленные производства относятся к критической инфраструктуре с точки зрения безопасности людей и воздействия на экологию, поэтому последствия кибератаки или сбоя в ПоТ потенциально могут касаться не только экономики, но и физической безопасности.

Для решения проблемы обеспечения кибербезопасности в сетях промышленного интернета вещей предлагается использовать аппарат искусственных нейронных сетей (ИНС). Среди основных преимуществ ИНС можно выделить следующие:

— отсутствие необходимости формализации знаний (заменяется обучением);

- способность обучаться автоматически и в процессе работы;
- вероятность обнаружения неизвестных атак;
- возможность распараллеливания работы.

Генеративные соревнующиеся сети (Generative Adversarial Networks, GAN) – это относительно новый класс нейронных сетей, целью которых является генерация определенных объектов. Данная модель впервые была предложена Иэном Гудфеллоу из Google в 2014 году в [4]. GAN состоят из комбинации двух нейронных сетей, одна из которых объекты генерирует, а другая – оценивает. Первая сеть называется генератором (G, Generator), а вторая – дискриминатором (D, Discriminator). Таким образом, между сетями возникает соревнование: первая должна учиться генерировать все более и более правдоподобные объекты, а вторая – учиться отличать такие подделки от настоящих данных. Генеративные соревнующиеся сети уже продемонстрировали свою эффективность в различных областях: в обработке аудио- и видеоинформации [5], в обнаружении аномалий [6] и генерации данных для обучения [7].

Для моделирования сетевой инфраструктуры с помощью симулятора NS-3 был разработан цифровой двойник предприятия. В результате многократного запуска разработанных сценариев функционирования сети (нормальное функционирование и функционирование под воздействием сетевой атаки «Черная дыра») были синтетически сгенерированы наборы данных (датасеты). Полученные датасеты являются репрезентативными и непротиворечивыми, и поэтому могут быть использованы при обучении и тестировании нейросетевой системы обнаружения вторжений.

В качестве инструментов для реализации нейросетевой системы типа GAN были использованы: язык Python, нейрофреймворк TensorFlow, а также модуль Keras. Размерность выборки составила 2000 записей, 1000 из которых являются нормальными, и еще 1000 – аномальными. Каждая запись содержит девять параметров: 8 признаков данных и одна метка класса. Для представления многомерных векторов в двумерном пространстве использовалась техника уменьшения размерности данных PCA (Principal Component Analysis).

Результаты экспериментов показали, что генерируемое распределение получается близким к настоящему (рис. 1).



Рис. 1. Настоящее и генерируемое распредление

На рис. 2 отчетливо видно, как кривые потерь сходятся при увеличении количества шагов обучения, происходит соревнование генератора и дискриминатора. Таким образом, результаты экспериментов показали эффективность предложенного решения.



Выводы. Проблема обеспечения кибербезопасности в сетях промышленного интернета вещей остается нерешенной, несмотря на большое количество научных исследований в этой области. Использование искусственных нейронных сетей в задаче обнаружения кибератак перспективнее классического сигнатурного анализа по ряду причин. Во-первых, нейронные сети – более гибкое решение, расширение входного вектора новыми признаками – простая задача и не требует переписывания кода сети, любая адаптация под новые признаки происходит автоматически. Во-вторых, нейронная сеть производительнее сложных сигнатурных методов, которые, имея огромную базу данных сигнатур, потребляют большие объемы ресурсов.

Исследование выполнено в рамках стипендии Президента РФ для поддержки молодых ученых и аспирантов (СП-443.2019.5).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Шваб Клаус Четвертая промышленная революция: монография: пер. с англ. // К. Шваб. – М: Изд-во «Э», 2017. – 208 с.: ил. – (Top Business Awards).

2. Klau T. As the boards of Directors of companies decide on the introduction of advanced technologies. Joint stock company: corporate governance issues, 2017, vol. 1 (2), pp. 30-31.

3. Белов В. Б. Новая парадигма промышленного развития Германии – стратегия «Индустрия 4.0». // Современная Европа. 2016. №5 (71).

4. Goodfellow I. et al. Generative adversarial nets //Advances in neural information processing systems. – 2014. pp. 2672-2680

5. Zhu J. Y. et al. Unpaired image-to-image translation using cycle-consistent adversarial networks //arXiv preprint arXiv:1703.10593. – 2017.

6. Schlegl T. et al. Unsupervised anomaly detection with generative adversarial networks to guide marker discovery //International Conference on Information Processing in Medical Imaging. – Springer, Cham, 2017. - C. 146-157

7. Anderson H. S., Woodbridge J., Filar B. DeepDGA: Adversarially-tuned domain generation and detection //Proceedings of the 2016 ACM Workshop on Artificial Intelligence and Security. – ACM, 2016. – C. 13-21.

УДК 004.056

К.В. Кудинов, Е.Ю. Павленко Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ПРИМЕНЕНИЕ МУРАВЬИНОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ПОДДЕРЖАНИЯ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОСТИ СЕТИ

Введение. В последние два десятилетия при оптимизации сложных систем исследователи все чаще применяют природные механизмы поиска наилучших решений. Это механизмы обеспечивают эффективную адаптацию флоры и фауны к окружающей среде на протяжении миллионов лет. Сегодня интенсивно разрабатывается научное направление Natural Computing — «Природные вычисления», объединяющее методы с природными механизмами принятия решений. В данной работе будет рассмотрен муравьиный алгоритм для осуществления отказоустойчивости распределенной системы при возможных атаках нарушителя.

Целью работы является исследование возможности применения муравьиного алгоритма для создания отказоустойчивой распределенной системы.

Актуальность. Цифровизация жизнеобразующих отраслей деятельности и развитие беспроводных, сенсорных и облачных технологий, а также сетей с динамической топологией привели к появлению киберфизических систем (КФС), автономно от человека реализующих физические процессы посредством обмена данными друг с другом [1-3]. Например, умные заводы в Германии. Успешная реализация деструктивных воздействий, направленных на нарушение информационной безопасности, на КФС, тесно интегрированные с различными отраслями деятельности, способна привести не только к финансовому ущербу, но также к техногенным и экологическим катастрофам. При этом, число атак на промышленные объекты инфраструктуры, как показывает статистика, неуклонно растет, что, в совокупности с критичностью нарушения корректности функционирования КФС, демонстрирует актуальность темы исследования.

Муравьиный алгоритм (алгоритм оптимизации подражанием муравьиной колонии) представляет собой имитацию поведения колонии муравьев в природе. В основе муравьиного алгоритма лежит вероятностный подход к поиску оптимального пути, однако имеют большое значение дополнительные критерии [4]. Главную роль в воплощении социального поведения муравьев В природе составляет самоорганизация. Пол самоорганизацией понимается множество динамических механизмов, которые обеспечивают достижение глобальной цели системой в результате низкоуровневого развития этой системы. Централизованное управление в какой-либо форме при этом исключается – элементы системы используют только локальную информацию. В основе самоорганизации муравьев лежит взаимодействие четырех составляющих: случайность, многократность, положительная и отрицательная обратная связи. Многократность заключается в одновременном итерационном поиске несколькими муравьями оптимального маршрута. Каждый муравей выступает как независимый коммивояжер и за одну итерацию алгоритма совершает обход всех вершин графа. В качестве положительной обратной связи в задаче выступает оставление феромонного следа. Вероятность включения вершины в маршрут муравья прямо пропорциональна количеству феромона. Из этого следует случайность: чем короче маршрут, тем большее количество феромона будет оставлено на нем. Отрицательной обратной связью является испарение феромонов: его время не должно быть слишком большим, чтобы поиск маршрута не свелся к единственному варианту, но слишком малое время испарения приведет к некооперированному поведению муравьев и оптимальный путь будет иметь значительную погрешность.

Для перехода муравья из одного города в другой необходимо учитывать три составляющие. Первая, память муравья (список табу) — это список посещенных муравьем городов, заходить в которые еще раз нельзя: $J_{i,k}$ — «список городов, которые еще необходимо посетить муравью k, находящемуся в городе i. $J_{i,k}$ является дополнением к памяти муравья» [5]. Вторая, видимость – это обратная расстоянию величина $\eta_{ij} = 1 / D_{ij}$, где D_{ij} – расстояние между городами i и j. Третья, феромонный след – «подтвержденное опытом желание посетить город j из города i». Количество феромона на ребре (i, j) на итерации t обозначается как $\tau_{ij}(t)$. Вероятность перехода муравья k в город j из города i

$$P_{ij,k} = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}(t)^{\alpha} \eta_{ij}^{\ \beta}}{\sum_{j \in Ji,k} \tau_{ij}(t)^{\alpha} \eta_{ij}^{\ \beta}}, \text{если}(i,j) \in T_k(t)\\ 0, \text{если}(i,j) \notin T_k(t) \end{cases}$$

Параметры α и β задают значимость уровня феромона и видимости города при выборе следующего города. Непосредственный выбор следующего города осуществляется по принципу «колеса рулетки». Затем для каждого из полученных маршрутов рассчитывается целевая функция общей протяженности маршрута. По завершении маршрута каждый муравей *k* откладывает на ребре (*i*, *j*) некоторое количество феромона:

$$\Delta au_{ij,k}(t) = \begin{cases} rac{Q}{L_k(t)}, ext{ если } (i,j) \in T_k(t) \\ 0, ext{ если } (i,j) \notin T_k(t) \end{cases}$$

Здесь $T_k(t)$ – маршрут, пройденный муравьем k на итерации t, $L_k(t)$ – длина этого маршрута, Q – некоторый регулируемый параметр. Правило обновления феромона выглядит следующим образом: $\tau_{ij}(t + 1) = (1 - \rho)\tau_{ik}(t) + \Delta \tau_{ij}(t)$, ρ – регулируемый параметр, принадлежащий отрезку [0;1], $\Delta \tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^{m} \Delta \tau_{ij,k}(t)$, m – количество муравьев. Далее была разработана математическая модель, рассмотрены атаки на нее и методы защиты. Пусть существует распределенная система, состоящая из узлов и связей между ними. Также

в системе протекает критически важный процесс, т.е. процесс выполнение, которого нельзя прерывать. Для его успешного выполнения узлы в системе должны между собой взаимодействовать. Для этого необходимо найти оптимальный путь взаимодействия между узлами. Каждый узел будем описывать парой координат (x,y). Связь между узлами (x_0,y_0) и (x_1,y_1) будем описывать функцией расстояния: $D = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$. Задача, решаемая муравьиным алгоритмом, будет формулироваться следующим образом: Найти минимальный путь (minD) проходящей через все узлы в системе (x,y) ровно 1 раз. Данная модель может быть атакована в 2-х местах: на узел; на связь между узлами. При атаке на систему нарушитель может использовать уязвимости нулевого дня или другие найденные уязвимости, поэтому задача системы безопасности будет формулироваться следующим образом: Обеспечитесь отказоустойчивость системы, т.е. выполнение критически важного процесса, в каждый момент времени при различных атаках нарушителя.

Возможные атаки. Вывод из строя M узлов, где M < N, N – всего узлов в сети. Вывод из строя m связей между узлами, где m < n, n – всего связей между узлами в сети. Вывод из строя M узлов и m связей между узлами, где M < N, N – всего узлов в сети; m < n, n – всего связей между узлами в сети.

Защита от атак. В реальной жизни, при применении данного алгоритма для отказоустойчивости на узлах сети будут располагаться программы-агенты, которые будут контролировать работу узла и при выходе из строя сообщать соседям, что узел больше не является безопасным. Защита от первой атаки заключается в переконфигурации всей сети без использования зараженных компьютеров, для этого создается новый список SurvivingNodes – "выживших" узлов и уже для него запускается алгоритм. Вторая атака заключается в выводе из строя некоторых критических "дорог" между городами. Программы-агенты также должны контролировать работу каналов связи. Если программа-агент находит признаки совершения такого типа атаки, она запускает процесс переконфигурации всей сети и заполняет список недоступных маршрутов *DeadSteps*. Третья атака - это интеграция первых двух атак. Теперь недоступны, как некоторые узлы, так и некоторые "дороги". В данном случае, заполняются аналогичные предыдущим атакам списки. Происходит переконфигурация сети. Таким образом обеспечивается непрерывность выполнения критического процесса в системе.

Для реализации был использован язык Python, библиотеки PyQt5, matplotlib, threading. При помощи QtDesigner, был создан графический шаблон, который транслируется в pythonфайл и включается в проект. На рис. 1 показана защита от первой атаки:



Рис. 1. Практическая реализация

Выводы. Разработанная модель успешно справляется с обеспечением отказоустойчивости распределенной сети при рассмотренных воздействиях нарушителя. Дальнейшие развитием работы будет являться заключаться в модификация алгоритма муравьиной колонии, оптимизация работы, более совершенный подбор параметров алгоритма.

Исследование выполнено в рамках стипендии Президента РФ молодым ученым и аспирантам СП-1689.2019.5.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Лаврова Д. С. Подход к разработке SIEM-системы для Интернета вещей //Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. - 2016. - Т. 2. - С. 51-59.

2. Зегжда Д. П., Павленко Е. Ю., Лаврова Д. С., Штыркина А. А. Подход к созданию критерия устойчивого функционирования киберфизических систем //Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. - 2019. - № 2. - С. 156-163.

3. Калинин М. О., Лаврова Д. С., Ярмак А. В. Обнаружение угроз в киберфизических системах на основе методов глубокого обучения с использованием многомерных временных рядов //Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. - 2018. - №. 2. - С. 111-117.

4. Кажаров А. А., Курейчик В. М. Муравьиные алгоритмы для решения транспортных задач //Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2010. – №. 1. – С. 32-45.

5. Штовба С.Д. Муравьиные алгоритмы // [Журнал] Exponenta Pro. 2003. № 4. С. 70-75.

УДК 004.056

И.И. Маршев, Е.В. Жуковский Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

СОСТЯЗАТЕЛЬНЫЕ АТАКИ НА СРЕДСТВА ОБНАРУЖЕНИЯ ВРЕДОНОСНЫХ ПРОГРАММ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Актуальность. Обнаружение вредоносного программного обеспечения (ВПО) является неотъемлемой частью безопасности компьютерных систем. Поиск сигнатур, первоначально являвшийся основным методом обнаружения ВПО, в настоящее время не справляется со своими задачами по причине постоянного роста числа вредоносных исполняемых файлов и сигнатур для их обнаружения, появления таких методов изменения сигнатур, как полиморфизм, упаковка и др. Указанные недостатки привели к разработке методов обнаружения вредоносных программ с использованием алгоритмов машинного обучения. В работе предложены состязательные атаки на средства обнаружения вредоносных программ с использованием алгоритмов машинного данных средств к предложенным атакам.

Целью данной работы является анализ стойкости классификаторов, обнаруживающих вредоносное программное обеспечение, к состязательным атакам.

В ходе исследования разработаны состязательные атаки на классификаторы, обнаруживающие вредоносные исполняемые файлы, использующие недостатки представления исполняемых файлов. Основная идея разработанных атак – модификация исполняемых файлов, с тем чтобы их представления полностью совпадали, то есть чтобы совпадали входные параметры классификаторов при анализе различных файлов и, следовательно, результаты классификации.

Рассматривались классификаторы из работы [1], показавшие наилучшую точность обнаружения. Для обнаружения вредоносных исполняемых файлов использовались следующие признаки [1]: значение полей заголовков, список импортируемых функций, список строк, список самых частых n-грамм (последовательностей байтов фиксированной

длины). В качестве алгоритмов классификации использовались: дерево решений, алгоритмы адаптивного и градиентного бустинга, случайный лес, наивный байесовский классификатор, метод k-ближайших соседей и нейронные сети. Для тестирования применялось перекрестное тестирование с разделением на десять подмножеств, и тестирование "с разделением по времени", где вся выборка делилась на две равные части в зависимости от времени создания. Различные комбинации перечисленных методов и признаков показали лучшую точность обнаружения и в других работах, например в [2] использовался список строк и п-граммы байтов, в [3] – список строк и импортируемых функций, в [4] – список импортируемых функций и значения некоторых полей РЕ заголовка.

Первым было рассмотрено представление с помощью значений полей PE и DOS заголовков. Главным недостатком данного представления является то, что оно не отражает никаких действий программы, то есть большую часть полей заголовков исполняемого файла можно поменять изменением настроек компилятора, без модификации кода вредоносного программного обеспечения. На классификаторы, использующие данное представление, была предложена следующая атака:

1. Подготовительный этап. На данном этапе формируется выборка *S* невредоносных исполняемых файлов, согласно результату их классификации. Для генерации выборки *S* можно собрать набор любых исполняемых файлов, классифицировать их и отбросить те, которые определились как вредоносные.

2. Основной этап. На вход данному этапу поступает вредоносный файл *m* и выборка *S*. В ходе данного этапа из выборки *S* выбирается файл *m*, у которого значение сложно изменяемых полей заголовков (базовый адрес загрузки; характеристики исполняемого файла; подсистема, требуемая для запуска и др.) совпадает с их значениями у файла *m*. Затем значение полей заголовка *m* меняются так, чтобы они полностью совпадали с соответствующими значениями *m*.

Вторым было рассмотрено представление с помощью списка импортируемых функций. Недостатками данного представления является то, что функции можно импортировать динамически, то есть их не будет в таблице импорта исполняемого файла, кроме того, классификаторы, использующие данное представление, формируют наборы функций, которые должны или не должны встречаться в исполняемых файлах, без учета порядка вызова функций и того, как данные передаются между ними. Для атаки на данное представление использовалась упаковка исполняемых файлов, в ходе которой в большинстве случаев таблица импорта упаковывается, а затем при запуске восстанавливается.

Третьим было рассмотрено представление с помощью списка строк. Главным недостатком данного представления является то, что, как и в предыдущем случае, классификаторы генерируют наборы строк, которые либо должны, либо не должны встречаться в исполняемых файлах, без учета того, как они используются и используются ли вообще. Простейшим примером является одна из самых информативных строк "Microsoft Corporation1", которая встречается у валидных, подписанных соответствующим субъектом, исполняемых файлов. При добавлении в конец вредоносного файла данной строки большинство классификаторов перестают его обнаруживать. На классификаторы, использующие данное представление, была предложена следующая атака:

1. Подготовительный этап. На этом этапе выбирается невредоносный файл *e*, который можно получить случайным образом из выборки *S*, формирование которой описано ранее.

2. Основной этап. На вход данному этапу поступает вредоносный файл *m* и валидный файл *e*. В ходе данного этапа: а) файл *m* упаковывается, б) к упакованному файлу конкатенируется файл *e*. При объединении файлов все строки из *e* добавляются в представление упакованного файла.

Четвертым было рассмотрено представление с помощью самых частых n-грамм байтов. Главным недостатком данного представления является то, что оно отражает только некоторую статистическую информацию о файле и не отражает никакой информации непосредственно о его исполнении. На классификаторы, использующие данное представление, была предложена следующая атака:

1. Подготовительный этап. На этом этапе так же, как и в предыдущей атаке, выбирался невредоносный файл *е*.

2. Основной этап. На вход данному этапу поступает вредоносный файл m и валидный файл e. В ходе данного этапа к файлу m конкатенируется файл e, полученный файл классифицируется. Описанная операция повторяется, пока результат классификации не изменится. При повторении этой операции l+1 раз у полученного файла распределение самых частых n-грамм будет совпадать с распределением у файла e, где l – количество n-грамм в файле m. Так как многократная конкатенация валидного файла может значительно увеличивать размер файла, количество добавлений было ограничено шестью.

В работе сначала проводились все описанные атаки, полученные в результате атак файлы анализировались лучшими классификаторами, представленными в [1]. Порядок проведения атак: атака на классификаторы, использующие список импортируемых функций; атака на классификаторы, использующие список строк; атака на классификаторы, использующие список самых частых n-грамм; атака на классификаторы, использующие значения полей DOS и PE заголовков. Сравнение результатов, полученных до и после проведения атак, представлены в табл. 1.

Используемые	Используемый	Точность обнаружения	Точность обнаружения	
признаки	алгоритмы	до атаки, %	после атаки, %	
Значения полей РЕ		00.26	0	
заголовка	Случаиный лес	99,20	0	
Список				
импортируемых	Случайный лес	96,34	0	
функций				
Строки	Случайный лес	95,66	0	
Самые частые п-	Параро рашаций	100.00	16 74	
граммы	дерево решении	100,00	10,74	

Табл. 1. Сравнение результатов до и после проведения атак

Вывод. Предложены состязательные атаки на классификаторы, обнаруживающие вредоносное программное обеспечение, произведено сравнение результатов до и после проведения атак. Все рассмотренные классификаторы не смогли сохранить свою точность обнаружения после атаки, что делает их непригодными для обнаружения вредоносных исполняемых файлов, в которых применяются методы самозащиты схожие с методами, используемыми в разработанных состязательных атаках.

ЛИТЕРАТУРА:

2. Schultz M. G. et al. Data mining methods for detection of new malicious executables // Proceedings 2001 IEEE Symposium on Security and Privacy. S&P 2001. – IEEE, 2000. – C. 38-49.

3. Islam R. et al. Classification of malware based on integrated static and dynamic features //Journal of Network and Computer Applications. -2013. -Vol. 36. $-N_{\odot}$. 2. -P.646 - 656.

4. Bai J., Wang J., Zou G. A malware detection scheme based on mining format information //The Scientific World Journal. – 2014.

^{1.} Жуковский Е.В., Маршев И.И. Выявление вредоносных исполняемых файлов с использованием машинного обучения // Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. – 2019. – № 1. – С.89 – 99.

ВЫЯВЛЕНИЕ ВРЕДОНОСНОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

В последние годы появляется все больше вредоносного программного обеспечения (ВПО), которое содержит сложные механизмы защиты от обнаружения антивирусными средствами защиты. Наиболее распространенный подход для обнаружения ВПО состоит в том, чтобы выполнять поиск различных сигнатур в анализируемом файле [1, 2]. Однако, наличие в ВПО шифрования, самомодифицирующегося кода или полиморфного генератора делает данный подход практически бесполезным. Поэтому антивирусные компании перешли к разработке методов динамического анализа ВПО, основная идея которых состоит в том, чтобы собирать информацию об исследуемом исполняемом файле в процессе его работы и на основе этих данных делать выводы о том, является файл вредоносным или легитимным [3, 4, 5]. В данной работе предлагается метод динамического анализа ВПО на основе анализа трассы вызовов WinAPI-функций, в котором происходит выделение из файлов действий, представляемых в виде последовательности вызовов системных функций длины N и объединение выделенных действий в общие классы путем применения алгоритмов кластеризации. Полученная информация используется для обучения алгоритмов машинного обучения.

Целью данной работы является исследование возможности выделения классов «действий» из последовательности WinAPI вызовов и их применение в качестве признаков для алгоритмов машинного обучения с целью выявления ВПО.

Одним из способов получения сведений об активности исполняемых файлов является использование технологии песочниц, которая основана на применении средств виртуализации, обеспечивающих создание изолированной контролируемой среды анализа поведения программ. Данный подход используется всеми современными антивирусными средствами.

В данной работе для этой цели используется песочница Cuckoo Sandbox [1], которая является наиболее мощным из свободно распространяемых средств. С ее помощью можно выполнить анализ файлов, в результате которого будет доступна следующая информация: информация о РЕ-заголовке исполняемого файла, трасса вызовов WinAPI-функций с возможностью фильтрации, сетевая активность в виде дампа сетевого трафика, история взаимодействия с файлами, подозрительная активность (например, запуск PowerShell скриптов), снимки памяти процессов и т.д.

В данной работе используется выборка вредоносных файлов, полученных с различных интернет-ресурсов: вредоносные файлы преимущественно, с VirusShare [6] и VirusTotal [7], а в качестве легитимных файлов используются исполянемые файлы штатных программ из директории *Windows*. Количество вредоносных файлов равно 1692, число легитимных файлов – 684. Небольшой размер исследуемой выборки обусловлен большими временными затратами при анализе файла при помощи песочницы. Разработанный рабочий стенд выполняет анализ 50-100 файлов в час.

Трассу вызовов WinAPI-функций невозможно использовать в алгоритмах машинного обучения без предварительной обработки. Поэтому был предложен подход на основе выделения из трассы действий, которыми являются последовательности вызовов функций.

Затем полученные действия необходимо кластеризовать, что позволит выделить классы действий.

Исполнение каждой программы состоит из выполнения множества действий. Все эти действия состоят из последовательности вызовов функций (например, открыть файл – считать файл – обработать файл – закрыть файл). Поэтому в данной работе предлагается следующий алгоритм выделения действий:

1. Закодировать трассу вызовов числовыми значениями.

2. Выделить всевозможные последовательности, состоящие из *N* функций.

3. Посчитать количество вхождений каждой последовательности для каждого экземпляра из выборки.

В табл. 1 представлен результат работы алгоритма.

Табл. 1. Представление поведения программ в виде статистики встречаемости выделенных действий при выполнении программы

	Действие 1	Действие 2	 Действие <i>К</i>
Файл1	$count_{1,1}$	coun t _{1,2}	 $count_{1,K}$
Файл2	$count_{2,1}$	coun t _{2.2}	 count _{2,K}
ФайлN	$count_{N,1}$	$count_{N,2}$	 $count_{N,K}$

Минусом данного представления является большой размер таблицы. Например, при размере последовательности N = 3 количество всевозможных последовательностей для рассматриваемой выборки превышает 200000.

Очевидно, что не все выделенные последовательности являются реальными действиями. Поэтому следующим этапом обработки данных является применение алгоритмов кластеризации. Это поможет выделить классы похожих последовательностей, которые в дальнейшем будут использоваться для обучения.

В данной работе был использован агломеративный алгоритм, осуществляющий поэтапное объединение мелких кластеров в более крупные. В работе есть два регулируемых параметра:

1) количество функций, относящихся к одному действию;

2) количество выделяемых при помощи кластеризации классов.

В качестве первого параметра были рассмотрены значения n = 3, 5, 10, 25, а в качестве второго использовались k = 256, 512, 1024.

В рамках данной работы выполнено сравнение следующих алгоритмов машинного обучения:

1) случайный лес (энтропия и критерий Джини);

2) адаптивный бустинг;

3) логистическая регрессия;

4) градиентный бустинг.

Для оценки качества работы перечисленных алгоритмов используется три основные метрики: точность, F1-мера и площадь под ROC кривой. Также осуществлялся анализ времени обучения и времени, затрачиваемого на тестирование. Для оценки выбранной модели используется кросс-валидация с разбиением на 4 блока.

Максимальная точность выявления ВПО равна 97.83%. Такой результат достигается в случае, когда используется алгоритм Random Forest, размер последовательности равен 5, а количество классов равно 1024. Стоит отметить, что переход от 256 к 512 классам существенно повышает качество работы алгоритмов, однако переход от 512 к 1024 лишь незначительно улучшает показатели. Дальнейшее повышение количества классов не

приводит к улучшению результатов. Возможно, в случае анализа выборки большего объема, данный параметр стоит увеличить.

Наилучшие показатели были получены при размере последовательности N = 5. Это связано с тем, что при большем размере последовательности появляется большое количество уникальных действий, которые отсутствуют в случайно выбранном файле. То есть каждый параметр имеет близкое к нулю значение, следовательно, признаки содержат меньший объем информации. В случае меньшего размера последовательности (например, N = 3) большинство последовательностей не являются действиями, а содержат лишь их части или являются переходными между реальными действиями.

Предложенный подход анализа исполняемых файлов показал, что использование классов действий в качестве признаков для алгоритмов машинного обучения позволяет добиться хороших результатов для обнаружения вредоносных файлов. В ходе работы также были выявлены некоторые недостатки, но большинство из них решаются путем увеличения размера исследуемой выборки. Дальнейшим развитием настоящей работы будет являться разработка новых способов представления информации, полученной при помощи динамического анализа, а также подбор параметров алгоритмов машинного обучения для повышения эффективности выявления ВПО.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Cuckoo Sandbox - URL: https://cuckoosandbox.org/.

2. Van Hung P. An approach to fast malware classification with machine learning technique //Keio University. -2011. - T.5322.

3. Vatamanu C. et al. A comparative study of malware detection techniques using machine learning methods //Int. J. Comput. Electr. Autom. Control Inf. Eng. -2015. -T. 9. -N. 5. -C. 1157-1164.

4. Jens Myrup Pedersen, Matija Stevanovic. Clustering Analysis of Malware Behavior //Aalborg Univers – 2015.

5. Rieck K. et al. Automatic analysis of malware behavior using machine learning //Journal of Computer Security. $-2011. - T. 19. - N_{\odot}. 4. - C. 639-668.$

6. VirusShare – URL: https://virusshare.com/.

7. VirusTotal – URL: https://www.virustotal.com

УДК 004.056

О.Н. Пендрикова, Е.Б. Александрова Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

СХЕМА ПОРОГОВОЙ ЦИФРОВОЙ ПОДПИСИ НА ИЗОГЕНИЯХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРИВЫХ

Актуальность. В последние годы ведущими учеными мира ведутся работы по созданию действующих прототипов многокубитных квантовых вычислителей. Так, в 2018 году корпорацией Google был представлен 72-кубитный квантовый процессор Bristlecone [1]. квантовых вычислений Стремительное развитие области ставит пол **VГ**розу функционирование большинства широко используемых асимметричных криптографических алгоритмов. Еще в 1994 году американский ученый П. Шор разработал полиномиальный алгоритм, сводящий задачи разложения числа на множители И дискретного логарифмирования в циклической группе простого порядка к задаче поиска периода функции, которая имеет эффективное решение с учетом принципа квантовой суперпозиции [2]. Таким образом, возникает необходимость в разработке криптографических алгоритмов. стойких к атакам на квантовом компьютере. Одной из перспективных задач, активно исследуемых в последнее время, является задача поиска изогений эллиптических кривых. Однако на данный момент не известны схемы пороговой подписи, использующих изогении в качестве основной математической структуры, чем и обусловлена актуальность работы.

Целью данной работы является обеспечение пороговой аутентификации, основанной на задаче поиска изогений эллиптических кривых.

Пусть E_1, E_2 – эллиптические кривые над полем $\mathbb{F}_q, q = p^n$. Изогенией $\varphi: E_1 \to E_2$ называется рациональное отображение такое, что $\varphi(P_{\infty}) = P_{\infty}$ [3]. Ядром изогении φ называется множество точек кривой E_1 , отображаемых в точку P_{∞} . Для сепарабельного отображения справедливо равенство: $deg \varphi = \# \ker \varphi$ – степень отображения φ равна мощности его ядра. Эллиптические кривые E_1, E_2 называются изогенными, если между ними существует сепарабельная изогения. Изогения любой степени однозначно задается с помощью своего ядра. Для цепочки изогений вида $E_1 \to E_2 \to E_3$ степень композиции изогений равна произведению их степеней: $deg(\psi \circ \varphi) = deg \varphi \cdot deg \psi$.

В связи со спецификой конкретных практических приложений возникает необходимость в групповой аутентификации, когда цифровая подпись формируется группой участников, а проверяющий имеет возможность удостовериться в том, что подпись вычислена данной группой участников. В зависимости от требований, предъявляемых к такой цифровой подписи, она может быть организована, например, в виде групповой или кольцевой подписи, когда один участник может подписать сообщение от имени всей группы, а также в виде пороговой или коллективной подписи, когда для формирования подписи требуется определенное количество участников.

Концепция пороговой подписи заключается в повышении безопасности секретной информации – закрытого ключа подписи – путем разделения частей секрета между всеми участниками, причем таким образом, чтобы для восстановления ключа и формирования корректной подписи требовалось участие не менее, чем t пользователей, где t – заранее заданное пороговое значение. Чаще всего разделение секрета производится некоторой доверенной стороной – дилером. Формирование итоговой подписи может осуществляться по-разному, в зависимости от конкретных целей: совмещение частичных подписей может производиться доверенной стороной или уполномоченным на это участником, сами участники могут объединяться для восстановления значения закрытого ключа и последующего формирования цифровой подписи и т.п.

В работе предлагается схема пороговой подписи на изогениях суперсингулярных эллиптических кривых. Предлагаемая схема основана на иерархической аутентификации, представленной в работе [4], и состоит из алгоритмов генерации открытых параметров схемы, генерации открытого и закрытых ключей, формирования подписи и проверки подписи.

Порядок группы точек эллиптической кривой может быть гладким числом, так как задача дискретного логарифмирования в этой группе точек не влияет на стойкость криптосистемы на изогениях суперсингулярных кривых.

Для характеристики поля вида $p = l_A^{e_A} l_B^{e_B} l_S^{e_S} f \pm 1$, где l_A, l_B, l_S – маленькие простые числа, f – некоторый сомножитель, с помощью алгоритма, представленного в работе [5] можно сгенерировать суперсингулярную эллиптическую кривую над полем \mathbb{F}_{p^2} , число точек которой будет составлять $(l_A^{e_A} l_B^{e_B} l_S^{e_S} f)^2$.

Таким образом, алгоритм генерации открытых параметров схемы состоит из генерации характеристики поля p, суперсингулярной эллиптической кривой $E(\mathbb{F}_{p^2})$ и случайной точки $P_M \in E[l_s^{e_S}]$, нахождения образующих подгруппы кручения $E[l_s^{e_S}] < P_s, Q_s > и$ определения хэш-функции $H: \{0,1\}^* \to \mathbb{Z}$ для сообщения.

268

Алгоритм генерации ключей подразумевает формирование открытого и закрытого ключей группы с последующим разделением закрытого ключа между всеми участниками. Для этого выполняются следующие действия.

1. Сгенерировать секретную изогению $\varphi_s: E \to E_s$ с помощью ядра $\langle m_s P_s + n_s Q_s \rangle$, где $m_s, n_s \in \mathbb{Z}/l_s^{e_s}\mathbb{Z}$ – случайные числа, не делящиеся на l_s .

2. Построить цепочку изогений $\varphi_1 \rightarrow \varphi_2 \rightarrow ... \rightarrow \varphi_k$, где $\varphi_i: E_{i-1} \rightarrow E_i, E_0 = E, i = 1, ..., k$, путем случайного выбора образующих $P_i, Q_i \in E_i[l_i^{e_i}], i = \{A, B\}, и$ коэффициентов ядра $m_i, n_i \in \mathbb{Z}/l_i^{e_i}\mathbb{Z}$, не делящихся на l_i , где $< P_A, Q_A > = E[l_A^{e_A}], < P_B, Q_B > = E[l_B^{e_B}], k = C_n^{t-1}, n$ – число участников группы, t – значение порога.

3. Вычислить образ $\psi(P_M) = \varphi_n \circ \varphi_{n-1} \circ ... \circ \varphi_2 \circ \varphi_1(P_M)$, где $\varphi_i : E_{i-1} \to E_i$, $E_0 = E$, " \circ " – операция композиции изогений. В качестве открытого ключа группы принимается кортеж $\{E_s, \psi(P_M), deg\psi, E_i, P_i, Q_i\}$, где i = 1...k.

4. В качестве закрытого ключа группы выступает пара значений $\{n_s, m_s\}$, которые служат для проверки легитимности пользователей, а также построенная на шаге 2 цепочка изогений (конкретно – пары значений $\{n_i, m_i\}$), разделенная между участниками по следующему алгоритму.

4.1. Вычислить $k = C_n^{t-1}$ максимальных запрещенных подмножеств $S_1, S_2, ..., S_k$ в терминах теории распределения секрета.

4.2. Для *і* = 1..*п*:

4.2.1. Для **ј** = 1...*k*:

4.2.1.1. Если участник $u_i \notin S_i$, то выдать участнику u_i изогению φ_i .

При таком способе распределения ключа ни одно запрещенное подмножество участников (то есть такое, в котором содержится t - 1 и менее участников), не сможет восстановить всю цепочку изогений для корректного формирования подписи. С другой стороны, любое множество из минимум t участников в совокупности владеет всей секретной цепочкой изогений и может сформировать подпись. В таблице 1 приведено распределение для (3,5)-пороговой схемы подписи.

	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}
u_1	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+
u_2	-	+	+	+	-	-	-	+	+	+
u_3	+	-	+	+	-	+	+	-	-	+
u_4	+	+	-	+	+	-	+	-	+	-
u_5	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-

Табл. 1. Распределение ключей в (3,5)-пороговой схеме.

Получившееся распределение можно хранить в виде кортежа R из n чисел длины kбит, где единичный бит означает наличие у участника соответствующей изогении, нулевой – отсутствие.

Для формирования подписи участник, который хочет подписать сообщение, договаривается с t-1 другими участниками для достижения необходимого порога и, соответственно, получения возможности восстановить закрытый ключ. Формирование подписи производится в соответствии с алгоритмом, приведенным в работе [4] с тем отличием, что инициатор подписи самостоятельно выбирает участника, который будет формировать следующую частичную подпись в соответствии с таблицей распределения,

пересылает ему необходимые данные (предыдущую подпись), а каждый подписывающий пересылает получившуюся частичную подпись обратно инициатору.

Проверка подписи производится в соответствии с аналогичным алгоритмом из работы [4].

Выводы. В работе проанализированы протоколы цифровых подписей. Для исследования в качестве математической структуры, предположительно стойкой к атакам на квантовом компьютере, выбраны изогении эллиптических кривых. На основе известных схем разделения секрета и протокола иерархической аутентификации на изогениях [4] разработана схема пороговой подписи. Полученная схема обладает свойствами анонимности, корректности, невозможности фальсификации. Исходя из свойств биномиальных коэффициентов при использовании выбранной схемы разделения секрета данная схема подписи будет эффективна с точки зрения размера закрытого ключа в тех случаях, когда для подписания сообщения требуется либо сравнительно малое число участников, либо наоборот, достаточно большое (требуется согласие абсолютного большинства).

Дальнейшие исследования в этой области состоят в анализе безопасности данной схемы с точки зрения наличия внешнего/внутреннего нарушителя, а также ее модификации: добавления отзыва права подписи, наделения схемы свойствами динамичности и других свойств.

ЛИТЕРАТУРА:

1. A Preview of Bristlecone, Google's New Quantum Processor, Julian Kelly, Google AI Blog. March 5, 2018. – URL: https://ai.googleblog.com/2018/03/a-preview-of-bristlecone-googles-new.html – (дата обращения: 08.10.2019)

2. Shor P. W. Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring //Proceedings 35th annual symposium on foundations of computer science. – Ieee, 1994. – C. 124-134.

3. Ростовцев А.Г. Эллиптические кривые в криптографии. Теория и вычислительные алгоритмы. – СПб: Профессионал, 2010.

4. Ярмак, А.В. Схема иерархической аутентификации на основе изогений эллиптических кривых: дипломная работа: 10.05.01. СПбПУ, СПб, 2018. – URL: http://elib.spbstu.ru/dl/2/v18-170.pdf – (дата обращения: 09.10.2019).

5. Bröker, R. Constructing supersingular elliptic curves / R. Bröker // J. Comb. Number Theory. – 2009. – Vol. 1(3). – P. 269–273.

УДК 004.056

Е.А. Попова, В.В. Платонов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ СЕТЕВЫХ АТАК НА ОСНОВЕ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

Влияние информационных технологий на современную жизнь человека сложно переоценить. Информатизация общества происходит повсеместно, затрагивая все сферы жизнедеятельности человека. В таких реалиях проблема обеспечения безопасности информации стоит наиболее остро, ведь с увеличением роли технологий в жизни человека увеличивается риск возникновения новых угроз и способов нарушения конфиденциальности, целостности и доступности информации.

Для обеспечения безопасности информации в сфере локальных и глобальных вычислительных сетей используются такие средства защиты информации, как: межсетевые экраны, антивирусное программное обеспечение (ПО), системы обнаружения и/или предотвращения вторжений и др.

Использование СОВ нацелено на обнаружение возможных инцидентов безопасности, происходящих в сети. Обнаружение аномалий – один из основных способов обнаружения инцидентов, используемых в СОВ [1]. Данный метод основывается на проверке трафика: если в нем есть характеристики пакетов, отличающиеся от нормального поведения, то СОВ информирует администратора сети о возможных сбоях или неполадках. Важной задачей при разработке СОВ является выбор значимых параметров для анализа трафика сети. Сетевой трафик обладает множеством характеристики, поэтому необходимо уменьшить размерность пространства признаков для сокращения энергозатратности и времени обнаружения инцидентов. Сложность выбора параметров можно объяснить тем, что параметры зависят от вида обнаруживаемых атак, поэтому одна и та же совокупность параметров не может быть применена для всех типов атак. Одним из возможных методов обнаружения сетевых атак является использование генетического алгоритма. Для построения генетического алгоритма необходимо определить весовые коэффициенты для каждого параметра сетевого трафика.

Целью данной статьи является исследование методов выбора параметров для повышения эффективности обнаружения сетевых атак с помощью генетического алгоритма.

Для достижения этой цели решались следующие задачи:

1. Исследовать энтропийный метод вычисления весовых коэффициентов.

2. Исследовать метод рекурсивного исключения параметров для вычисления весовых коэффициентов.

3. Провести сравнительный анализ двух методов вычисления весовых коэффициентов и сделать выводы о том, использование какого метода повышает точность и эффективность генетического алгоритма для обнаружения сетевых атак.

Согласно теории информации Шеннона, энтропия используется для вычисления релевантности гена [2]. Каждый ген содержит определенный объем информации. Эта информация зависит от частоты, с которой обнаруживается определенный ген и вносит свой вклад в конкретную атаку.

Энтропия для случайного события Х вычисляется по следующей формуле:

$$H(X) = -\sum_{i} p(x_i) \log_2 P(x_i).$$

Значение, равное нулю, означает, что ген не встречается во всех записях сетевых подключений. Когда значение энтропии близко к максимальному возможному значению, это означает, что ген имеет вероятность $\frac{1}{2}$ возникновения во всех сетевых подключениях [3].

Алгоритм обратного выбора (или алгоритм рекурсивного исключения признаков) позволяет избежать повторного обучения на каждом шаге поиска [4]. После формирования окончательной модели вычисляется показатель важности каждой переменной. Этот показатель ранжирует все признаки по степени важности.

Вычисления важности признака может базироваться на различных моделях (например, критерий важности случайного леса). На каждой стадии поиска происходит итеративное исключение наименее важных признаков, при этом модель на каждом шаге перестраивается.

Эффективность генетического алгоритма для обнаружения сетевых атак напрямую зависит от выбранных весовых коэффициентов целевой функции, которая используется для отбора наиболее важных параметров для каждой атаки. В ходе исследования было проведено сравнение энтропийного метода вычисления весовых коэффициентов и метода рекурсивного исключения параметров.

В качестве исходных данных был взят набор UNSW-NB15, который был разбит на следующие типы атак: Fuzzing, Analysis, Backdoor, DoS, Exploit, Generic, Probe и Shellcode. Для демонстрации были выбраны три атаки: DoS, Generic и Analysis. Энтропийный метод реализован на языке python с помощью библиотеки sklearn. Классификатором, принимающим на вход результаты работы генетического алгоритма и реализующим

классификацию атак из тестового набора, был выбран алгоритм Random Forest с количеством деревьев в лесу 330.

Вычисление весовых коэффициентов энтропийным методом было осуществлено с помощью следующих формул:

$$w_x = rac{H(x)}{2}$$
, если $0 < P(X=1) \le 0.5$ или $w_x = rac{2H_{max}-H(X)}{2}$, если $0.5 < P(X=1) \le 1.$

Например, для обнаружения атаки DoS с помощью энтропийного метода были отобраны следующие параметры: proto (название протокола), spkts (количество пакетов от источника к приемнику), sbytes (количество байт от источника к приемнику), rate (индикатор состояния), sttl (ttl от источника к приемнику), sload (количество бит/сек от источника), swin (размер tcp окна источника), stcpb (базовый номер последовательности tcp источника), dtpcb (базовый номер последовательности tcp источника), smean (среднее значение размера пакета источника), dmean (среднее значение пакета приемника), ct_srv_src (число записей, содержащих одинаковые сервис и srcip в 100 записях в соответствии с ltime), ct_dst_ltm (число записей с одинаковым dstip в 100 записях по ltime), ct_srv_dst (число записей, содержащих одинаковые сервис с ltime), ct_srv_dst (число записей, содержащих одинаковые сервис со trown c ltime).

A с помощью метода рекурсивного исключения параметров были выбраны следующие параметры: dur (общая продолжительность записи), proto, service (http, ftp,ssh, dns,...), state (индикатор зависимого протокола: ACC, CLO, CON), spkts, dpkts (количество пакетов от приемника к источнику), sbytes, dbytes (количество байт от приемника к источнику), sttl, dttl (ttl от приемника к источнику), sload, ct_dst_ltm, ct_src_dport_ltm (число записей с одинаковыми srcip и dport в 100 записях в соответствии c ltime), ct_dst_sport_ltm (число записей с одинаковыми dstip и sport в 100 записях в соответствии c ltime), ct_dst_src_ltm (число записей об одном и том же srcip и dstip в 100 записях в соответствии c ltime), is_ftp_login (если доступ к сеансу ftp осуществляется пользователем с паролем, то 1, иначе 0), ct_ftp_cmd (количество потоков, у которых есть команда в сеансе ftp), ct_flw_http_mthd (количество потоков, использующих такие методы, как Get и Post in http service), ct_src_ltm, ct_srv_dst, is_sm_ips_ports (равны ли адреса и порты источника и приемника друг другу. Если равны, то 1, иначе - 0).

Несмотря на то, что метод рекурсивного исключения параметров получил большее количество параметров, точность обнаружения атак с помощью энтропийного метода оказалась выше. В таблице 1 приведены полученные данные для трех атак.

Tuon. T. Chaptenne to mooth conaply kenny atak diby with the todawin			
Атака	Энтропийный метод	Метод рекурсивного	
		исключения параметров	
DoS	0,95	0,95	
Generic	0,94	0,87	
Analysis	0,99	0,97	

Табл. 1. Сравнение точности обнаружения атак двумя методами

В результате выполнения научно-исследовательской работы были исследованы различные методы определения наборов параметров, которые использовались генетическим алгоритмом для обнаружения сетевых атак. Так как в СОВ крайне критичным является процент обнаруженных атак, то необходимо выбирать такие параметры генетического алгоритма, которые дают более точный результат.

Опираясь на проведенные исследования, можно сделать вывод, что оба метода вычисления весовых коэффициентов обладают различной точностью обнаружения атак. При использовании энтропийного метода был получен более высокий процент обнаружения атак.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Naidu Nivedita, Dharaskar R.V. «An effective approach to Network Intrusion Detection System using Genetic Algorithm». – International Journal of Computer Applications. – 2010. – (дата обращения 11.09.2019)

2. Kamath Ajay «A novel two-stage classifier with feature selection for intrusion detection». – Department of computer science & engineering Maulana Azad Institute of technology, Bhopal (M.P.) 462051. – June 2015. - (дата обращения 23.09.2019)

3. Tom Carter, «An introduction to information theory and entropy». – Complex Systems Summer School. - Santa Fe, Aug 2014.

4. Guyon I. et al. Gene selection for cancer classification using support vector machines //Machine learning. – 2002. – T. 46. – №. 1-3. – C. 389-422.

УДК 004.056

Р.Т. Салимов, Е.В. Жуковский Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ОБНАРУЖЕНИЯ И ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ ЭКСПЛУАТАЦИИ УЯЗВИМОСТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВОЗВРАТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Актуальность темы исследования обусловлена тем, что ни один из методов противодействия эксплуатации уязвимостей в современных операционных системах не является эффективным против возвратно-ориентированного программирования.

Цель работы: повышение эффективности обнаружения эксплуатации уязвимостей с использованием возвратно-ориентированного программирования. Для достижения цели нужно решить следующие *задачи*:

1. Изучить существующие методы противодействия возвратно-ориентированному программированию и провести их сравнительный анализ.

2. Разработать программные средства, реализующие наиболее перспективные методы.

3. Оценить на практике эффективность применения реализованных методов.

4. Предложить возможные способы повышения эффективности обнаружения.

5. Провести экспериментальное тестирование разработанного средства выявления эксплуатации уязвимостей на известном прикладном программном обеспечении.

В ходе исследования были изучены следующие методы:

•0-Sum Defender;	• IPR;
 kBouncer; 	• ILR;
• ROPecker;	• ROPScan;
• Return-less Kernels;	•Binary Stirring
• G-Free;	Marlin
	 •0-Sum Defender; • kBouncer; • ROPecker; • Return-less Kernels; • G-Free;

Из этих методов лучшими являются ROPecker и kBouncer, так как они не требуют наличия исходного кода, не увеличивают размер исполняемого файла и незначительно уменьшают скорость выполнения программы (примерно на 2.6% и 1% соответственно). Метод ROPGuard уменьшает скорость выполнения программы всего на 0,48%, но обнаруживает лишь ROP-гаджеты, завершающиеся инструкцией RET [1]. Идея kBouncer [2]

довольно проста: обнаружение ROP-атаки происходит с помощью перехвата вызова критической функции и последующего анализа адресов назначения в LBR-кеше с проверкой того факта, что перед адресом возврата находится опкод инструкции CALL. LBR-стек – это набор регистров процессоров Intel и AMD, организующих буфер для хранения источников и адресатов последних выполненных инструкций ветвления. На каждом виртуальном процессоре свой стек, число регистров в котором зависит от модели процессора.

Для перехвата вызовов API-функций был выбран фреймворк Detours. На основе анализа эксплойтов из базы данных exploit-db.com были выбраны критические функции, которые используются наиболее часто, например, VirtualAlloc и VirtualProtect. Так как LBR-кеш процессора Intel Core i5 состоит из 16 пар регистров, то при запуске программ записи о переходах на критическую функцию в нем отсутствовали. В связи с этим было проведено исследование, направленное на поиск условий, при которых в LBR-кеше будут нужные записи. Анализ показал, что оптимальными являются следующие условия:

• отключение добавления в LBR-кеш событий из кольца 0 (значение 0x1 в регистре 0x1c8);

• изменение кода DLL-библиотеки таким образом, что в нем содержится минимально возможное число вызовов функций и ветвлений.

С целью увеличения производительности разработанного средства можно проверять не тот факт, что перед адресом возврата находится опкод инструкции CALL, а то, что переход на критическую функцию происходит с помощью инструкции RET. Однако в этом случае невозможно обнаружить ROP-атаки, которые вызывают критическую функцию с помощью инструкции JMP, так как JMP является легальным переходом и используется в большинстве WinAPI функций.

В результате анализа возможных путей решения данной проблемы был выбран подход, основанный на использовании гипервизора. Практический анализ возможностей таких гипервизоров как Bareflank Hypervisor, FU_Hypervisor, gbhv, hvpp и HyperPlatform показал, что больше всего для решения задачи подходит последний. Использование гипервизора позволяет освободить место в LBR-кеше, так как переход из перехватчика функции в гипервизор происходит за одну инструкцию. Как следствие, во время эксплуатации уязвимостей в LBR-кеше находится не один гаджет передачи управления на критический адрес, а их достаточное количество (для некоторых эксплойтов - вся цепочка гаджетов).

ROP-гаджеты выполняются последовательно и содержат малое количество инструкций. Эти факты делают возможным применение эвристики, заключающейся в прохождении по LBR-стеку от вершины и анализу разницы между значениями адресов из текущего регистра источника и предыдущего регистра назначения. Соответственно, если разница указанных значений превышает пороговую величину №1, то ветвь классифицируется как гаджет, если общее количество подряд идущих гаджетов больше пороговой величины №2, то это ROPатака. Теоретическая работоспособность эвристики обусловлена тем, что программы вызывают функции, которые состоят из большего, чем гаджеты количества инструкций, так как имеются, как минимум, прологи. Стоит учесть, что функции обычно содержат большое количество различных переходов (не call), в связи с этим, для корректности работы эвристики нужно отключить их фильтрацию. Экспериментально было выяснено, что логирование всех вызовов в ненулевом кольце, кроме условных, косвенных и относительных переходов, является наилучшим вариантом (значение 0xc5 в регистре 0x1c8). Исследование нескольких легитимных программ показало, что для них длина максимальной последовательности гаджетов равна 0, 1 или 2. Исходя из этого, в качестве пороговой величины №2 было выбрано число 6. В качестве пороговой величины №1 было выбрано 5, так как большинство гаджетов состоит из одной-двух инструкций. Эвристика, теоретически, должна определять любые ROP-цепочки. Это позволяет снизить накладные расходы до минимума, так как не требуется работа с памятью, происходит лишь считывание значений из 33-х MSR, а проверка происходит в цикле из 16 итераций.

Схема работы программного комплекса представлена на рисунке 1. Его тестирование при эксплуатации программ RM-MP3 Converter 3.1.2.1, VUPlayer 2.49, Audio converter 8.1, Easy File Sharing Server 7.2, R 3.4.4, Counter Strike: Condition Zero и Internet Explorer показало, что выявляются ROP-атаки, использующие такие уязвимости как использование памяти после освобождения и переполнение буфера на стеке и куче, в том числе и с возможностью удаленного выполнения кода, причем не зависимо от вида ROP-цепочки. Тестирование реализации автора [3] показало, что не обнаруживаются эксплуатации Audio converter 8.1 и Internet Explorer (исходный код был представлен уже после проведенной самостоятельно с использованием документации для процессоров Intel [4] реализации).

Внедрение библиотеки для перехвата вызовов критических функций во все процессы в операционных системах Windows 7 – 10 возможно с помощью ключа peecrpa AppInit_DLL. Данный факт позволил провести тестирование на появление ложных срабатываний. В течение 30 минут работы на каждой операционной системе запускались различные программы: браузеры, игры, редакторы текста и т.д. Ложных срабатываний за это время не было.



Рис. 1. Схема работы разработанного средства защиты от ROP-атак

Выводы. Разработанный программный комплекс работает как на 64-х разрядных, так и на 32-х разрядных системах (Windows 7 – 10), и способен обнаруживать эксплуатацию с помощью ROP-цепочек как 64-х битных, так и 32-х битных программ. Средство защиты не зависит ни от используемой в эксплойте ROP-цепочки, ни от типа уязвимости. Решение не привязано к данному гипервизору, его можно перенести и в другие. Например, в Windows 10 последних версий добавлена технология контроля целостности кода на базе гипервизора, данное решение может быть объединено с этой технологией. Разработанное средство защиты практически не замедляет скорость работы программы и использует мало памяти. Это связано с тем, что добавляются лишь переход на перехватчик (JMP), инструкция VMCALL, считывание значений из 33 MSR, цикл в 16 итераций и запись значения в еах, а для работы используются аппаратные функции процессора. Возможна реализация LBR без перехватчиков режима пользователя – с использованием функционала гипервизора, а именно ЕРТ-исключений, что потенциально может увеличить производительность и точно увеличит безопасность, потому что весь программный комплекс будет расположен в гипервизоре, и на него нельзя будет каким-либо образом воздействовать из операционной системы. Тестирование разработанного программного комплекса показало, что им выявляются ROPатаки, эксплуатирующие такие уязвимости как использование памяти после освобождения, переполнение буфера на стеке и куче, и ложных срабатываний при этом нет. Так как в новых процессорах LBR-кеш будет большего размера, то вероятность появления ложных

срабатываний сведется к нулю. Разработанный метод более надежен, так как он обнаруживает те эксплуатации, которые не обнаруживает оригинальный метод, используемый в kBouncer (проверка того факта, что перед адресом возврата находится опкод инструкции CALL). Стоит отметить, что данный метод применим только для обнаружения ROP-атак режима пользователя (user-mode). Он не применим для обнаружения ROP-атак режима ядра (kernel-mode), так как отключено добавление в LBR-кеш событий из кольца 0 и JOP-атак, так как эвристика не будет работать, потому что при выполнении программ происходит множество переходов с помощью инструкций семейства JMP, зачастую подряд. Разработка средства для обнаружения JOP-атак является отдельной темой для изучения.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Billgren P. Analysis of Defenses against Return Oriented Programming. [Электронный ресурс]. – URL: eit.lth.se/sprapport.php?uid=829 (дата обращения: 01.04.2018).

2. Pappas V. kBouncer: Efficient and Transparent ROP Mitigation. [Электронный pecypc]. – URL: cs.columbia.edu/~vpappas/papers/kbouncer.pdf (дата обращения: 04.04.2018).

3. Pappas V. Runtime Runtime-Oriented Programming (ROP) protection. [Электронный pecypc]. – URL: https://github.com/vpappas/kbouncer (дата обращения: 01.06.2019).

4. Intel documentation converted in HTML. [Электронный pecypc]. – URL: xem.github.io/minix86/ manual/intel-x86-and-64-manual-vol3/o_fe12b1e2a880e0ce-590.html (дата обращения: 26.06.2018).

УДК 004.056

М.Д. Степанов, Е.Ю. Павленко Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ПЧЕЛИНОЙ КОЛОНИИ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОЙ ПРОТИВОПОЖАРНОЙ СИСТЕМЫ

Введение. В данной работе рассмотрена система, состоящая из беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), целью которой является обеспечение пожарной безопасности на определенной местности – своевременное реагирование на пожар способствует предотвращению распространения пожара и помогает избежать тяжелых последствий.

Рассмотрена возможность решения задачи пожарной безопасности с помощью алгоритма пчелиной колонии, а также предложены способы повышения отказоустойчивости системы при различных действиях злоумышленников, за счет переконфигурирования системы с использованием алгоритма пчелиной колонии.

Целью работы является создание и исследование отказоустойчивой противопожарной системы на основе алгоритма пчелиной колонии.

Актуальность. Обеспечение пожарной безопасности является важной и актуальной задачей. С развитием беспилотных летательных аппаратов – увеличением максимальной длительности и дальности полета, подъемной мощности, улучшением управления полета, появляется все больше областей, где применяются сети состоящие из БПЛА [1, 2]. Таким образом существует проблема – пожаротушение труднодоступных и удаленных объектов, а также есть инструмент – сеть из БПЛА, который можно применить для решения данной проблемы. В то же время необходимо учитывать, чтобы система, которая будет применена для решения данной проблемы была самодостаточной и отказоустойчивой, так как в случае умышленного поджога, злоумышленник может препятствовать корректной работе противопожарной системы.

Алгоритм пчелиной колонии основан на двухуровневой стратегии поиска. За счет использования пчел-разведчиков формируется случайное множество перспективных позиций (источников нектара). При возвращении в улей пчелы исполняют «виляющий танец» (являющийся, по сути, специфической формой коммуникации между пчелами), в котором передается закодированная информация о расстоянии до найденного там нектара. На втором уровне с помощью пчел-фуражиров осуществляется исследование окрестностей. Целью пчелиной колонии является поиск источника, содержащего максимальное количество нектара, что соответствует целевой функции (ЦФ) в оптимизационной задаче. Алгоритм получил широкую известность относительно недавно, но при этом является объектом изучения многих работ в различных сферах [3].

С математической точки зрения пчелиный алгоритм можно описать следующим образом: пусть есть функция $f(x_1 \dots x_n)$ от n переменных, действующая в множество рациональных чисел. Если на вход пчелиному алгоритму подать несколько наборов n переменных, то результатом работы алгоритма будет максимальное значение функции $f(x_1 \dots x_n)$ на множестве рассматриваемых наборов. Также, в зависимости от модификации алгоритма, могут быть получены наборы, которые близки к максимальным среди данных [4].

Модель была реализована на языке Python с помощью объектного представления. В модели есть следующие объекты:

• поле — представляет из себя набор локаций, каждая из которых содержит в себе значение нескольких параметров, которые в дальнейшем будут считывать дроны-разведчики для определения наличия пожара в данной локации;

• дроны-разведчики – выполняют функцию разведки для нахождения точек возгорания, каждый из дронов имеет свою область разведки, которая определяется при старте работы алгоритма (при получении сигнала о пожаре), дроны-разведчики исследуют свою область, а затем сообщают дронам-пожарникам, в каких локациях присутствует возгорание;

• дроны-пожарники – ждут сигнала от дронов-разведчиков, затем выдвигаются для выполнения работ по пожаротушению в указанных локациях, для дронов-пожарников заданы два параметра water, mixture – которые отвечают за способность дрона потушить в локации пожар, если вода или смесь заканчиваются, то дрон летит на базу для пополнения ресурсов;

• пожар – является отдельным объектом, обладает способностью распространяться в зависимости от заданных значений ветра (сила ветра, направление).



Рис. 1. Практическая реализация

В начале работы модели (рис. 1) задается размер контролируемой территории с помощью двух параметров N – высота, M – ширин, тогда площадь контролируемой территории высчитывается по формуле $S_{fil} = N \cdot M$ – где каждая точка обладает тремя заранее заданными значениями sensor₁, sensor₂, sensor₃ – которые определяют мощность пожара этой точке, затем поступает уведомление в виде пары координат (x_s, y_s) , которые агаемом месте сообщают о предпол возгорания. Это уведомление, которое отправляется системе пожаротушения может быть создано: установленными датчиками отслеживания на мониторируемой территории, человеком, который заметил что-то подозрительное.

Дальше в модели заданы следующие параметры: dron_radius – параметр для определения максимальной территории, которую может охватить дрон-разведчик, study_area – параметр, который определяет площадь изучаемой территории. Площадь изучаемой территории вычисляется:

$$S_{study} = study_area^2$$

 $S_{study} - study_area^-$ С помощью параметров cnt_{dr} – количество дронов-разведчиков и cnt_{dt} – количество дронов-пожарников. Затем проверяется корректность заданных параметров:

$$S_{maxstudy} = dron_radius^2 \cdot cnt_{dr}$$

Если $S_{maxstudy} < S_{study}$, то параметры заданы некорректно, есть два способа перезадать параметры:

1) увеличить параметр *dron_radius* так, чтобы: $S_{maxstudy} > S_{study}$;

2) уменьшить параметр study_area так, чтобы: $S_{maxstudy} > S_{study}$.

В работе рассмотрены три сценария возможных атак.

Атака на дрона-разведчика. В какой-то момент дрон-разведчик dr; выведен из строя.

Решение. Если обнаружен сбой работы одного из дронов-разведчиков, то происходит следующая проверка: $cnt_{druse} < cnt_{dr}$, если количество используемых дронов-разведчиков меньше, чем общее количество дронов в системе, тогда происходит передача его работы резервному дрону-разведчику. Он получает то же задание, которое было дано вышедшему из строя дрону.

Если резервного дрона нет, то система вынужденно перезадает параметры $S_{maxstudy} < S_{study}$ dron_radius, study_area так, чтобы: где $S_{maxstudy} = dron_radius^2 \cdot cnt_{dr}$

В данной работе система увеличивает площади подконтрольных территорий дронов, увеличивая параметр dron_radius и перезапуская пчелиный алгоритм с новыми параметрами.

Атака на дрона-пожарника. В какой-то момент дрон-пожарник dt_i выведен из строя.

Решение. При этом сценарии предложено аналогичное решение первому сценарию, только уже относительно дрона-пожарника: $cnt_{dtuse} < cnt_{dt}$. Если обнаружен сбой работы одного из дронов-пожарников и резервный дрон-пожарник есть, то список точек, охваченных пожаром, который он получил от своего дрона-разведчика, передается резервному дрону-пожарнику.

Если резервного дрона нет, то список из точек - fire_list, охваченных пожаром, который был получен в ходе работы пчелиного алгоритма, передается ближайшим дронам разведчикам, которые обрабатывают его и, в случае необходимости, дают обновленные указания дронам-пожарникам (то есть перезапускают пчелиный алгоритм с уже имеющимися данными), которые находятся в их подчинении.

Атака на хранилище воды. В какой-то момент дрон-пожарник не может пополнить запасы ресурсов для тушения пожара на ближайшей точке пополнения.

Решение. В этом случае дроны-пожарники удаляют из своего списка *refill_water* координаты данного источника пополнения воды и выбирают из списка новые координаты источника воды следующим образом: для каждого *i* источника в списке *refill_water* вычисляется следующая сумма расстояний: $\rho_i = \rho_{i1} + \rho_{i2}$, где ρ_{i1} – расстояние от текущего положения дрона до *i* источника из списка, а ρ_{i2} – расстояние от *i* источника до следующей точки из *fire_list*.

Вывод. Разработана система, которая выполняет задачу пожаротушения, используя алгоритм, в который заложено поведение пчел при поиске и добыче нектара. В системе, вместо поиска нектара идет поиск областей возгорания, а вместо добычи – работы по пожаротушению. Также система является отказоустойчивой, благодаря использования концепции резервированию и способности системы переконфигурировать параметры, что является очень важным для системы пожаротушения.

Исследование выполнено в рамках стипендии Президента РФ молодым ученым и аспирантам СП-1689.2019.5.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Лаврова Д.С., Печенкин А.И. Обнаружение инцидентов безопасности в Интернете Вещей //Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. – 2015. – №. 2. – С. 69-79.

2. Lavrova D., Poltavtseva M., Shtyrkina A. Security analysis of cyber-physical systems network infrastructure //2018 IEEE Industrial Cyber-Physical Systems (ICPS). – IEEE, 2018. – C. 818-823.

3. Леонов А.В., Чаплышкин В.А. Сети FANET // ОНВ. 2015. №3 (143).

4. Леонов А.В., Литвинов Г.А. Применение алгоритма пчелиной колонии BeeAdHoc для маршрутизации в FANET.

УДК 004.056

Е.Н. Шкоркина Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОТОКОЛОВ ОБЕСПЕЧЕНИЯ КОНФИДЕНЦИАЛЬНОСТИ И ЦЕЛОСТНОСТИ ДАННЫХ НА ОДНОМ КВАНТОВОМ КРИПТОГРАФИЧЕСКОМ КЛЮЧЕ

Важным этапом внедрения криптографических алгоритмов при создании любой системы или сети является разработка механизмов смены криптографических ключей, стойкостью которых определяется стойкость используемых алгоритмов и протоколов. В условиях высоких скоростей передачи данных и/или автономности системы использование классической секретной доставки ключей на специальных носителях либо неэффективно, либо практически невозможно. Объясняется это тем, что при больших скоростях передачи данных быстро истекает время жизни ключа, связанное с большой ежесекундной нагрузкой на ключ, а автономность сети теряется вовсе. Использование протоколов установления ключа также неэффективно, поскольку требуется громоздкая инфраструктура открытых ключей с требованиями по смене сертификатов открытых ключей и сложной поддержкой.

Одним из возможных решений, характеризующимся высокой математической стойкостью вырабатываемых ключей, является использование системы квантового распределения ключей (Quantim key distribution, KPK), работающей по соответствующему протоколу, в котором информация кодируется в квантовые свойства отдельных фотонов. Развитие квантовой криптографии связано, в том числе, с перспективой появления квантового компьютера большой разрядности, с помощью которого возможен полный взлом классических асимметричных криптосистем с помощью алгоритма Шора [1], а также

сокращение эффективной длины ключа симметричных протоколов в два раза квантовым алгоритмом Гровера [2].

В настоящее время внедрение системы КРК связано с автоматизацией процессов смены криптографических ключей симметричных криптоалгоритмов по истечении их периода жизни. Однако, показатели, приведенные в табл. 1, показывают, что низкая скорость генерации криптографических ключей не позволяет обслуживать квантовыми ключами большое количество парно работающих устройств.

Наименование компании, страна	Наименование оборудования	Скорость генерации КК, расстояние
QuantumCTek, Китай	QKD-POL40	15 Кбит/с, 50 км 1 Кбит/с, 60 км
	Cerberis QKD	1,4 Кбит/с, 50 км
ID Quantique, Швейцария	Clavis300 Quantum Cryptography Platform	10 Кбит/с, 50 км
MagiQ Technologies,	QPN-8505	25,6 Кбит/с, 140 км
США	Q-Box	1000 бит/с, 50 км
Toshiba, Япония	QKD GHz System	1 Мбит/с, 50 км
SeQureNet, Франция	Cyngus	10 Кбит/с, 20 км, 100 бит/с, 80 км

Табл. 1. Численные показатели производительности различных систем КРК

Внедрение системы КРК для организации квантово-защищенной связи на сегодняшний день связано еще и с тем, что расстояние устройств КРК, необходимое для стабильной выработки квантовых ключей, ограничено, в среднем, 50 км. Классическое решение проблемы – построение протяженной квантовой линии, состоящей из нескольких классических квантовых участков. соединенных межли собой доверенными Последнее научное достижение в промежуточными области построения узлами. протяженных квантовых сетей связано с технологией увеличения длины квантового канала для одной пары устройств КРК. Основано оно на применении протокола «двупольного» квантового распределения ключей (Twin field quantum key distribution, TF-QKD) [3], позволяющего сохранять приемлемый шум для передачи фотона на протяжении 550 километров. Квантовая связь при использовании TF-QKD становится квантовой связью «с управляемым шумом».

Другая проблема связана с дороговизной системы КРК, особенно когда вырабатываемые квантовые ключи используются только для защищенного взаимодействия одной пары устройств. Именно разделение одной системы КРК между многими сопряженными устройствами перспективно с этой точки зрения, но требует оптимизации использования квантовых ключей ввиду малых скоростей генерации системами КРК квантовых ключей. Для достижения данной цели необходимо применить механизмы, позволяющие сократить количество ключей криптосистемы.

Среди множества парадигм криптографии можно выделить две, применение которых позволяет сократить количество ключей системы при условии обеспечения как конфиденциальности, так и целостности передаваемых данных. В асимметричной криптографии такие схемы совмещают функциональность цифровой подписи и шифрования (signcryption schemes), а в симметричной – аутентифицированного шифрования (Authenticated Encryption), в том числе, с ассоциированными данными. Для первых характерно использование личностной криптографии, в которой открытый личностный ключ пользователя представляет собой некий идентификатор, однозначно характеризующий пользователя (устройство) в сети защищенной связи. Вторые же представляют собой особые

режимы работы блочных шифров, например, Galois/Counter Mode (GCM-режим) [4] и Multilinear Galois Mode (MGM-режим) [5]. Для обеспечения и конфиденциальности, и целостности передаваемых данных с помощью приведенных методов требуется только один квантовый ключ, и кроме того, вычислительные затраты на выполнение преобразований в рамках криптографического протокола или алгоритма будут меньше, чем суммарные затраты на выполнение шифрования, а также подписи или имитовставки по отдельности.

В случае большого числа узлов защищенной связи, имеющих, в том числе, динамическую топологию (самоорганизующиеся сети, интеллектуальные транспортные сети и т. д.), лучше использовать асимметричные схемы с целью устранения необходимости ввода первичных ключей и поддержки автономности сети [6, 7]. В противном случае – при функционировании в сети устройств, работающих точка-точка и имеющих статичную топологию, – оправдано использование аутентифицированного шифрования, требующего меньшего количества квантового ключевого материала при больших скоростях и объемах передаваемых данных.

Выводы. Для организации системы КРК, ресурсы которой разделяются между многими парами устройств защищенной связи, рационально использование криптографических механизмов, позволяющих использовать для обеспечения конфиденциальности и целостности передаваемых данных один квантовый криптографический ключ. Приведено обоснование целесообразности применения как асимметричных, так и симметричных криптосистем в различных условиях использования.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Shor P. W. Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring //Proceedings 35th annual symposium on foundations of computer science. – Ieee, 1994. – P. 124-134.

2. Grover L. K. Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack //Physical review letters. – 1997. – V. 79. – №. 2. – P. 325.

3. Lucamarini M. Overcoming the rate-distance limit of quantum key distribution without quantum repeaters//Nature. - 2018. - V. 557. - No. 7705. - P. 400.

4. McGrew D., Viega J. The Galois/counter mode of operation (GCM) //Submission to NIST Modes of Operation Process. – 2004. – V. 20.

5. Nozdrunov V. Parallel and double block cipher mode of operation (PD-mode) for authenticated encryption. CTCrypt 2017, 2017, 36–45.

6. Aleksandrova E. B. Methods of group authentication for low-resource vehicle and flying self-organizing networks //Automatic Control and Computer Sciences. – 2017. – V. 51. – № 8. – P. 947-958.

7. Aleksandrova E. B., Zegzhda D. P., Konoplev A. S. Applying the group signature for entity authentication in distributed grid computing networks //Automatic Control and Computer Sciences. $-2016. - V. 50. - N_{\odot}. 8. - P. 739-742.$

УДК 004.75, 004.056

Е.Б. Александрова, В.С. Шматов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ АНОНИМНЫМИ И ПОДЛИННЫМИ ОТЗЫВАМИ НА ТОВАРЫ И УСЛУГИ

Отзывы на товары и услуги являются основным источником информации о продукте для большинства покупателей. Поэтому площадки отзывов играют огромную роль в современном мире: они, с одной стороны, позволяют получать сведения о качестве товаров или услуг, а с другой, выражать свое мнение и тем самым косвенно влиять на качество продуктов. Высокая популярность и низкая защищенность площадок отзывов делают их лакомой целью для злоумышленников и ставят под угрозу пользователей.

Все угрозы можно разделить на четыре группы. Угрозы подлинности подразумевают возможность подделывания отзывов для «накрутки» рейтинга товара или услуги, «очернения» конкурента и других обманных воздействий. Угрозы анонимности позволяют определять авторов отзывов и осуществлять пассивные или активные воздействия на них. Примером пассивного воздействия является сбор личной информации пользователя (о его предпочтениях, финансовом состоянии, стиле письма), примером активного – преследование пользователя за высказанное им мнение. Угрозы целостности дают возможность изменять существующие отзывы и тем самым либо дезинформировать всех пользователей, либо компрометировать конкретных. Наконец, угрозы доступности позволяют скрывать наличие определенных отзывов (например, негативных) и за счет этого искажать информацию о товаре или услуге.

Обеспечить защиту от всех угроз – непростая задача. Если, к примеру, в системе обеспечивается анонимность, то становится сложно контролировать подлинность и запрещать пользователям оставлять несколько отзывов на один товар. Самый простой способ решения конфликта анонимности и подлинности – хранение данных об авторстве в секрете и контроль подлинности доверенным лицом – не является безопасным, ведь в таком случае операторы площадки отзывов (а также хакеры в случае осуществления взлома) могут нарушить любой из аспектов безопасности.

Более совершенный способ защиты систем отзывов может использовать криптографические методы. Например, для одновременного обеспечения анонимности и подлинности могут применяться отслеживаемые кольцевые подписи [1, 2]. Но, к сожалению, такие системы будут иметь проблемы с масштабированием при росте числа пользователей.

Другой криптографический механизм, способный предоставить сочетание анонимности и подлинности – это доказательства с нулевым разглашением. На данный момент предложена система ANONIZE [3] для проведения анонимных опросов, но из-за централизованной архитектуры она не может обеспечить все аспекты безопасности.

В работе предлагается модель децентрализованной системы, обеспечивающей анонимность, подлинность, целостность и доступность отзывов на товары и услуги. Она основана на технологии блокчейн: пользователи совместно поддерживают распределенную базу данных, а любая операция над ней (например, добавление нового пользователя) выполняется с помощью транзакции. Майнинг основан на модифицированном принципе Proof-of-Authority.

Все узлы блокчейна делятся на авторизованные и неавторизованные. Авторизованные узлы имеют регистрационную запись пользователя в блокчейне и могут создавать с ее помощью новые блоки; у неавторизованных узлов нет записи, поэтому они могут включать транзакции в блокчейн только с помощью авторизованных узлов. Узел может создать запись пользователя в блокчейне с помощью специальной транзакции. Таким образом, авторизованные узлы контролируют появление новых авторизованных узлов в системе.

Для создания блока узел собирает имеющиеся неподтвержденные транзакции в специальную структуру – блок, подписывает блок и отправляет его другим узлам. Блок содержит хэш-образ предыдущего блока, открытый ключ создателя и список транзакций. Частота создания блоков предопределена и составляет один блок в минуту. Каждый пользователь проверяет новый блок и включает его в свою копию цепочки.

В случае конкуренции между двумя цепочками пользователи отдают предпочтение цепочке с наименьшим весом. Вес цепочки вычисляется как сумма весов всех блоков в ней; вес одного блока вычисляется по формуле $W_i = log_2(PK_u \oplus T_i)$, где PK_u – открытый ключ узла, создавшего и подписавшего блок, а T_i – целевое значение, вычисляемое как

282

 $Hash(i|Base_i)$, где Hash – криптографически стойкая хэш-функция, i – номер блока, а $Base_i$ – открытый ключ пользователя, создавшего блок с номером $\Delta \cdot (\lfloor i/\Delta \rfloor - 1)$. Если еще не создано 2Δ блоков, то $Base_i = 0$. Параметр $\Delta = 512$ задает зависимость целевого значения от истории создания блоков. Его значение выбрано таким образом, чтобы обеспечивалась защита, с одной стороны, от атаки ветвления блокчейна [4] (значение Δ не слишком мало), а с другой – от долгосрочной атаки [4] (значение Δ не слишком велико).

Блокчейн поддерживает три типа транзакций: создание новой регистрационной записи пользователя (запись о пользователе содержит его открытые ключи для создания блоков и отзывов, дополнительную информацию, связанную с ключами, а также привязку к внешней сущности, например, номеру телефона), добавление нового товара (запись содержит краткое название и хэш-образ подробного описания, который играет роль идентификатора товара) и добавление отзыва (запись содержит идентификатор товара и хэш-образ всего отзыва). Полную информацию о товаре или отзыве можно получить по хэш-образу в распределенной базе данных IPFS [5], также поддерживаемой узлами системы.

Для управления отзывами в системе используется протокол с нулевым разглашением [6]. Он гарантирует подлинность и анонимность отзывов, при этом обеспечивая возможность эффективного масштабирования системы: сложность создания и проверки отзывов не превышает $O(\log N)$, где N – число пользователей в системе. Процесс управления отзывами выглядит так: при входе в систему пользователь выполняет инициализацию, основываясь на данных из блокчейна; при добавлении нового отзыва пользователь также создает доказательство уникальности и аутентичности этого отзыва с нулевым разглашением; перед прочтением любого отзыва выполняется проверка прикрепленного доказательства. Этот процесс обеспечивает невозможность создания отзывов незарегистрированными пользователями, невозможность создания одним пользователем нескольких отзывов на один товар и невозможность раскрытия авторства отзыва. Таким образом, достигается подлинность и анонимность отзывов.

Архитектура системы показана на рис. 1.



Рис. 1. Архитектура децентрализованной системы управления отзывами

Предложенная система защищена от всех рассмотренных классов атак: анонимность и подлинность достигаются благодаря протоколу управления отзывами, а целостность и доступность обеспечиваются распределенной архитектурой системы. Кроме того, система эффективно масштабируется с ростом числа пользователей и позволяет быстро находить и

загружать отзывы благодаря использованию IPFS. В системе поддерживается ряд удобных для пользователя функций: например, есть возможность оставлять отзывы на отзывы и тем самым оценивать мнения других людей и добавлять комментарии. Кроме того, есть возможность изменения своего отзыва (например, повышения оценки товара в случае устранения некоторого недочета).

Система управления анонимными и подлинными отзывами способствует сбору и распространению достоверной информации о товарах и услугах, поскольку защищает от вредоносных воздействий как сами отзывы, так и их авторов. Система может найти свое применение не только в онлайн-магазинах и торговых площадках, но и в других областях. К примеру, агрегаторы новостей и другого контента с помощью системы конфиденциальных отзывов смогут получать информацию о том, какие темы интересуют пользователей. Это позволит им узнавать реальное отношение людей к тем или иным событиям и явлениям, а также сравнивать качество контента из различных источников.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Rivest R. L., Shamir A., TaumanY. How to leak a secret //International Conference on the Theory and Application of Cryptology and Information Security. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2001. – P. 552-565. 2. Chaum D., Van Heyst E. Group signatures //Workshop on the Theory and Application of of Cryptographic Techniques. –Springer, Berlin, Heidelberg, 1991. – P. 257-265.

3. Hohenberger S. et al. ANONIZE: A large-scale anonymous survey system //2014 IEEE Symposium on Security and Privacy. – IEEE, 2014. – P. 375-389.

4. Deirmentzoglou E., Papakyriakopoulos G., Patsakis C. A Survey on Long-Range Attacks for Proof of Stake Protocols //IEEE Access. – 2019. – Vol. 7. – P. 28712-28725.

5. Benet J. Ipfs-content addressed, versioned, p2p file system //arXiv preprint arXiv:1407.3561. – 2014.

6. Александрова Е. Б., Шматов В. С. Протокол с нулевым разглашением для управления отзывами на товары и услуги //Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. 2019. – № 1. – С. 31-40.

УДК 004.056

А.А. Штыркина, А.В. Ярмак, Е.Б. Александрова Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

КРИПТОГРАФИЧЕСКИЙ КОНТРОЛЬ ДОСТУПА НА ОСНОВЕ ИЗОГЕНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРИВЫХ

Распределенная структура современных информационных систем включает в себя множество взаимосвязанных элементов, выполняющих определенные функции и предоставляющих ресурсы по запросам пользователей и других субъектов системы. Поскольку критичность выполняемых компонентами функций и обрабатываемых данных может быть различной, возникает задача дифференциации пользователей по уровню доверия и, как следствие, по уровню доступа. Наряду с дискреционной, мандатной и ролевой моделями существует концепция криптографического контроля доступа, предполагающая внедрение криптографических примитивов для реализации правил разграничения доступа.

Одним из основных криптографических примитивов, используемых при реализации криптографического контроля доступа, является атрибутное (attribute-based) шифрование, при котором пользователь может расшифровать необходимую информацию только в том случае, если его набор атрибутов удовлетворяет определенным условиям. При этом, политика доступа может как определяться закрытым ключом пользователя [1], так и содержаться в самом шифртексте [2]. Альтернативные подходы к организации контроля доступа на основе криптографических примитивов основаны на доказательстве с нулевым

разглашением. В качестве математической структуры для организации контроля доступа пользователей к узлам в сенсорных сетях могут использоваться эллиптические кривые [3].

Квантовый компьютер является пока гипотетическим устройством, однако ряд научных исследований мировых корпораций уже направлен на его разработку. Появление крупномасштабного квантового компьютера приведет к взлому широко используемых криптосистем, основанных на задачах дискретного логарифмирования и разложения числа на множители. В 2016 году Национальным институтом стандартов и технологий (NIST) был анонсирован открытый конкурс [4], направленный на разработку и поиск криптосистем, неустойчивых к атакам как на классическом, так и на квантовом компьютерах. Во второй тур конкурса прошло 26 кандидатов, среди которых 17 алгоритмов установления ключа и шифрования, а также 9 алгоритмов цифровой подписи. В качестве трудновычислимых для построения постквантовых криптосистем используются задачи:

- на основе хэш-функций;

- на основе кодов исправления ошибок;

- на основе многомерных квадратичных систем;

- на основе решеток;
- на основе изогений.

Каждая из предложенных криптосистем обладает своими достоинствами и недостатками. Одной из перспективных математических задач для построения постквантовых криптосистем является задача поиска изогений суперсингулярных эллиптических кривых. К преимуществам изогений относится малая длина ключей, а также гибкость при построении различных типов протоколов.

Предлагается схема криптографического контроля доступа, основанная на схеме HBQ [3] и идеях, заложенных в работе [5, 6], и использующая задачу поиска изогений суперсингулярных эллиптических кривых.

В разработанной схеме доступ к сети осуществляется на основе идентификаторов пользователей и списков контроля доступа, записи в которых содержат поля UID – идентификатор пользователя, GID – идентификатор группы, в которой состоит пользователь, access privilege mask – битовая маска доступа. Распределение ключей в соответствии с уровнем доступа субъекта осуществляется центром распределения ключей KDC.

Реализация схемы включает в себя четыре алгоритма:

- алгоритм генерации параметров;

- алгоритм генерации ключа КDC;
- алгоритм генерации ключа пользователя, выполняемый KDC;

– алгоритм проверки доступа пользователя к ресурсам узла сети.

Алгоритм реализуется путем генерации суперсингулярной эллиптической кривой с числом точек $(l_x^{e_x} l_c^{e_c} l_t^{e_t} f)^2$, содержащей три подгруппы кручения. С помощью точек каждой из подгрупп генерируются три изогении, отвечающие за закрытый ключ KDC, закрытый ключ пользователя и за сертификат, формируемый в результате запроса к ресурсам узла. Открытый ключ пользователя формируется KDC и представляет собой *j* —инвариант кривой, полученной под действием всех трех изогений. При запросе пользователя к узлу направляется открытый ключ пользователя, а также его сертификат. В ходе алгоритма авторизации узел после проверки легитимности пользователя строит случайную изогению и, по аналогии с алгоритмом из [6], вырабатывает общий ключ сеанса.

Доказано, что с учетом вычислительно сложных предположений, определенных для изогений суперсингулярных кривых, предлагаемая схема является стойкой к атакам, направленным на несанкционированный доступ к ресурсам узла как при отсутствии, так и при наличии данных об открытом ключе пользователя, а также на нелегитимное расширение прав пользователя.

Схема обеспечивает сравнительно небольшой размер ключей пользователя. Например, для уровня безопасности $\lambda = 80$ бит длина характеристики поля равна р ~ 9 λ ~ 720 бит; длина открытого ключа ~ 720 бит, длина закрытого ключа – около 2•3 λ ~ 480 бит. Также данная схема подходит для распределенных систем, которые обеспечивают контроль доступа к данным для большого количества пользователей.

Однако данная схема требует трудоемких вычислений, что накладывает ограничения для устройств с низким энергопотреблением. Кроме того, протокол не обеспечивает аутентификацию узла пользователем. Это означает, что узел может аутентифицировать пользователя, но пользователь не может быть уверен в легитимности узла. Решение проблемы видится в использовании групповой подписи, в которой КDC выступает в качестве менеджера группы. В такой схеме пользователь может проверить факт принадлежности узла легитимной группе, верифицировав групповую подпись с помощью открытого ключа группы.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Goyal V. et al. Attribute-based encryption for fine-grained access control of encrypted data //Proceedings of the 13th ACM conference on Computer and communications security. – Acm, 2006. – P. 89–98.

2. Bethencourt J., Sahai A., Waters B. Ciphertext-policy attribute-based encryption //2007 IEEE symposium on security and privacy (SP'07). – IEEE, 2007. – P. 321–334.

3. Wang H., Sheng B., Li Q. Elliptic curve cryptography-based access control in sensor networks // International Journal of Security and Networks. – 2006. – Vol. 1. – N. 3–4. – P. 127–137.

4. NIST, Post-Quantum cryptography [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://csrc.nist.gov/ Projects/Post-Quantum-Cryptography, свободный.

5. Jao D., Soukharev V. Isogeny-based quantum-resistant undeniable signatures // PQCrypto 2014. – LNCS. – Springer, Heidelberg, 2014. – Vol. 8772. – P. 160–179.

6. Jao D., De Feo L. Towards quantum-resistant cryptosystems from supersingular elliptic curve isogenies //International Workshop on Post-Quantum Cryptography. – Springer, Berlin.

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ «ГИДРОАЭРОДИНАМИКА, ГОРЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН»

Блюм М.Е., Талалов В.А. Влияние подсоса воздуха на температурный режим	
электрода в обеднительной электропечи	3
Борисов Д.В., Калаев В.В. Моделирование и анализ турбулентности в расплаве	
кремния со свободной поверхностью применительно к технологии выращивания	
кристаллов методом Чохральского	5
Голубков В.Д., Гарбарук А.В. Численное моделирование обтекания крылового	
профиля беспилотного летательного аппарата	7
Градусов А.Д., Галаев С.А. Численное моделирование аэровозбуждения при	
наложенных на лопатку колебаниях	10
Желудков Н.А., Левченя А.М. Численное исслелование гистерезисных явлений при	
размыкании турбулентной закрученной струи, истекающей из кольцевого сопла	13
Игнатенко ВА Базаревский ЛС Сегаль АС Численное молелирование	10
тепломассопереноса в установке для роста кристалла карбила кремния с	
пегирующими примесями	16
Исламова А Г Растекание капель листиплированной волы по абразивно-	10
обработанным металлическим поверхностям	19
$K_{алаушина} F A Смирновский A A Бровин П C Колесник F B Некоторые эспекты$	17
налиушини Е.П., Смирновский П.П., Бровин Д.С., Колесник Е.Б. Пекоторые испекты	
численного моделирования туроулентной круглой струй при помощи метода	22
$M_{0,TO}$ молоников H и Котикова MP Павиана и M PANS молоникование	
толовожников П.А., Котикови М.Г., Левченя А.М. КАНЗ моделирование	
своюдноконвективного пограничного слоя, возмущенного препятствиями	25
	23
<i>Мальцева</i> С. <i>Б.</i> Модель процесса взаимодействия плоских ударных волн с двумя	20
плотно-сдвинутыми сферическими пузырьковыми кластерами	28
Махнов А.В., Шмиот А.А. Численное исследование кавитации и выделения	21
растворенного воздуха	31
Машаев Н.К., Шишкина И.А., Колесник Е.В. Численное исследование перехода	24
между регулярным и маховским отражениями стационарных ударных волн	34
Омельченко О.Б., Маркус Е.С., Снегирев А.Ю., Кузнецов Е.А. Совместное	
моделирование пиролиза и горения твердых горючих материалов с	~-
использованием пакета FDS	37
Орлова Е.Г., Пономарев К.О., Никитин Д.С. Исследование смачивающих свойств	
поверхностей нанокомпозитной карбидокремниевой керамики	40
Подмаркова А.Д., Засимова М.А. Влияние ограждающих стенок на течение и	
теплообмен в трубных пучках глубоководных теплообменных аппаратов	42
Пономарев К.О. Численное исследование температурных возмущений над верхней	
крышкой термосифона	45
Попова Д.К., Щур Н.А., Смирнов Е.М. Численное исследование турбулентного	
обтекания кругового цилиндра, расположенного в щелевом канале	48
Самосудов Ю.В., Степанов В.В. Динамика частиц пыли в турбулентном течении	
газовзвеси внутри котла-утилизатора	51
Шишкина И.А., Машаев Н.К., Колесник Е.В. Тестирование схем семейства AUSM	
на задаче невязкого сверхзвукового течения в канале с центральным клином	54

СЕКЦИЯ «МЕХАНИКА И ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ»

Грищенко А.И., Семенов А.С., Гецов Л.Б. Анализ влияния жесткости закрепления

плоского корсетного образца на его термоусталостную долговечность	57
керна при подъеме с больших глубин	60
уточненных моделей бетона	63
осевого подвеса	66
Дегилевич Е.А., Смирнов А.С. Динамический анализ балочных конструкций по	
модели Тимошенко	69
<i>Егоров С.М., Немов А.С.</i> Конечно-элементное исследование демпфирующих характеристик слоистых металлополимерных композиционных материалов <i>Игумнова В.С., Штукин Л.В., Лукин А.В., Попов И.А.</i> Устойчивость положений	72
равновесия и динамика микрорезонатора	75
Коноплев Ю.Н. Энтропия высокочастотных вибраций	78
сегнетопьезокерамики различного фазового состава	81
полимерной арматуры на ее упругие свойства	84
полусферическом волновом твердотельном гироскопе	87
решений	89
прицепом	92
смещенным центром тяжести в жидкости	95
Стронгин П.Л., Яковис Л.М. Адаптивная идентификация статического управляемого объекта	90
Суворов С.В., Смирнов А.С. Оценка эффективности оптимальных балочных конструкций	102
СЕКЦИЯ «ФИЗИКА ПРОЧНОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ МАТЕРИАЛОВ»	105
<i>Matvienko</i> A.N., <i>Melker</i> A.I. Periodic system of fullerenes: isomers from C_{22} to C_{32}	105
<i>Красницкии</i> С.А., <i>Грофимов</i> А.С., Севаствянов И.Б., <i>Раби</i> Э. Эффективные упругие свойства матрицы с жестким тороидальным включением	108
Гудкина Ж.В., Гуткин М.Ю. Молель развития трешин поперечного слвига в	100
дентине	110
Смирнов С.А., Беляев А.К. Численное решение задачи распространения	
ультразвуковой волны, генерируемой пьезоэлектриком, в упругом материале	113
Конаков Я.В., Шейнерман А.Г. Миграция малоугловых границ зерен под действием напряжений в металломатричных нанокомпозитах с нановключениями	
второй фазы	116
<i>Баршавчик Е.А., Полянскии Б.А., Чеврычкина А.А.</i> Конечно-элементное молецирование лиффузии и перераспределения родорода в метанизх	110
Назарова Е.Д., Калмыков А.Е., Мясоедов А.В. Исследование микроканалов в	119
дентине зубов человека	121
---	------
материалов, содержащих водород	124
пород методом акустоповрежденности	127
отображения субструктуры	130
СЕКЦИЯ «МЕХАНИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ» Васильева Л.Г. Михалок Л.С. Молелирование траектории устаностного роста	
трещины под влиянием остаточных сварных напряжений	133
<i>пригорьева п.м.</i> Выбор модели диффузии для описания транспорта водорода из внешней среды под влиянием механических нагрузок	136
Вильчевская А.Е., Лобода А.Н., Суворов В.В. Создание 3D модели сердца Мамчиц А. Оценка влияния качества дискретизации модели эвольвентного зубчатого зацепления на значения контактных напряжений и затраты	139
вычислительных ресурсов	142
взаимодействия трещины и включений, претерпевающих фазовый переход, для	145
<i>Сиснки эффекта трансформационного упрочнения керамик Рубинова Р.В.</i> Разработка усовершенствованного метода интерполяции для оценки	145
средних значений в задаче геостатистического моделирования	148
дискретного элемента	151
металлах в рамках микрополярной теории упругости	154
инфраструктура на основе предположений об установившемся течении газожидкостной смеси в трубопроводе	157
<i>Лебедев С.Ф.</i> Метод рекомбинации кластеров для ускорения расчета гравитирующих систем	160
Бегун И.А., Великов М.В., Зуев В.А., Мирошник Г.А. Прибор для обучения незрячих	1.00
тактильному чтению «тренажер Браиля»	162
на винклеровском основании с неравномерно движущимся осциллятором Калюжнюк А.В. Исследование топологических характеристик применительно к различным методам пространственной интерполяции данных скважинной	165
геофизики	168
как детектор массы наночастиц в протекающем потоке жидкости	171
гексагонального нитрида бора для описания упругих свойств на основе V-model Гусика H.B. Алдошкин А.И. Образнова A A Федотова C.B. Аппарат для	174
производства шарообразного льда	177
прикрепленной массой	179

СЕКЦИЯ «БИОМЕХАНИКА» Бекетов А.А., Бегун П.И. Биомеханическое моделирование структур руки при

заживающем переломе Монтеджи локтевой кости	183
Белова М.С., Бегун П.И. Построение модели головы и разработка алгоритма	
исследования состояния ее структур при угловых ускорениях	185
Кондратенко И.В., Бегун П.И. Биомеханическое исследование состояния	
структур ступни при опоре на носок	188
Шалиегин Г.С., Бауэр С.М. Конечно-элементное молелирование влияния	
геометрических размеров роговины и склеры на величину внутриглазного	
лавления измеренного тонометром Шиотиа	191
$K_{neuemoe} K M$ Трубициое $H \Pi$ Статистическая обработка офтаньмологических	171
пречетов К.И., Трубников П.П. Статистическая обработка офтальмологических	104
	194
Сафронова А.А., Бегун П.И. Методика опомеханических исследовании оптических	107
сил глазного яолока	197
Пашкова П.А., Бегун П.И. Биомеханическое исследование образования и	
коррекции кератоконуса и кератоглобуса	200
Туркина М.В., Синицына Д.Э., Юхнев А.Д. Исследование структуры течения в	
модели бифуркации брюшной аорты со стенозом ультразвуковым доплеровским	
методом	202
Котмакова А.А., Гатаулин Я.А., Зайцев Д.К. Влияние упругости стенки на	
структуру течения в бифуркации брюшной аорты	205
Тихомолова Л.Г., Гатаулин Я.А., Росуховский Л.А. Численное исслелование	
влияния упругости створок венозного клапана на застойную область за створкой	209
$K_{vueneuvo} \Pi B = R_{uubde} M B = Oписание механического повеления миокарла при$	207
ну премко д.в., Вилове ин.в. Описание механи неского поведения мнохирди при	213
$H_{\mu\nu}$ итическом деформировании на основе пороупрутой модели $I_{\mu\nu}$	213
пикитин А.Б., пвинови Л.Ф., гитиулин Л.А., гихомолови Л.Г. Исследование	
температурных полеи с несколькими центрами нагрева в тканеэквивалентном	01.5
тест-объекте методом ультразвуковой термометрии	216

СЕКЦИЯ «ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ УПРАВЛЕНИЯ МОБИЛЬНЫМИ РОБОТАМИ»

Пурий А.А., Попов С.Г. Исследование времени построения и выполнения плана	
запроса на выборку в гетерогенных системах управления базами данных	219
Климов Е.Г., Востров А.В. Сравнение эффективности эвристик для задачи	
динамического построения маршрутов транспортных средств в условиях	
дорожной транспортной сети	222
Лисенкова А.А., Попов С.Г. Анализ времени доступа к бинарным данным в	
горизонтально масштабированной реляционной базе данных PostgreSQL	225
Курочкин Л.М., Чернышев А.С. Обоснование применимости континуальной	
модели при создании гибридной модели транспортных систем	227
Микулик И.И. Построения пути робота с помощью алгоритма муравьиных	
колоний с модернизацией эвристики	230
Ткач Ю.В. Адаптивная имитационная модель работы экскаватора с	
лвухсегментной сборной стрелой	233
Крашенинников А.С., Попов С.Г. Применение многопоточной технологии ОТ лля	
асинхронного вычисления маршрутов лвижения группы автономных роботов	236
Мануилов ГА Иванков АА Виртуализация оперативной памяти в контексте	200
вычислительного эксперимента с конвейерной обработкой данных	239
$E_{na200} = \pi C$ Ислически с консерной образования данных	237
иеблокириошего потокобезопасного контейнера в запанах инстриного анализа	างา
псолокирующего потокоосзопасного контейнера в задачах численного анализа	2 4 2

СЕКЦИЯ «КИБЕРБЕЗОПАСНОСТЬ И ЗАЩИТА ИНФОРМАЦИИ»

A_{μ} дие $A B K_{\alpha \pi \mu \mu \mu \mu} M O Обнаружение мутирующих атак на систему с$	
иноресь И.Б., Каланан Ш.О. Обнаружение мутрующих атак на систему с	246
использованием алгоритмов построения общего суффиксного дерева	240
Елисеев п.п., Лаврова Д.С. Оонаружение сетевых атак с помощью машины	240
Цетлина	249
Зайцева Е.А., Лаврова Д.С. Нейтрализация последствий деструктивных	
воздействий на киберфизические системы путем применения методов сборки	
генома	252
Иванов М.И., Александрова Е.Б. Реализация протокола Диффи-Хеллмана на	
изогениях эллиптических кривых степени 5 и 7	254
Крундышев В.М. Нейросетевая система обнаружения вторжений в сетях	
промышленного интернета вешей	256
Кудинов К.В. Павленко Е.Ю. Применение муравьиного алгоритма для	
поллержания отказоустойчивости сети	259
Маршее И И Жуковский F В Состазательные атаки на средства обнаружения	207
паршев И.И., Муковский Е.В. Состязательные атаки на средства обнаружения	262
$D_{24,66} P A$. $W_{24,66} E R$ $P_{24,66} P A$	202
Оснев Г.А., Жуковскии Е.Д. Быявление вредоносного программного обеспечения	265
на основе динамического анализа с использованием методов машинного обучения	203
Пенорикова О.Н., Алексанорова Е.Б. Схема пороговой цифровой подписи на	0.45
изогениях эллиптических кривых	267
Попова Е.А., Платонов В.В. Исследование методов вычисления весовых	
коэффициентов для обнаружения сетевых атак на основе генетического алгоритма	270
Салимов Р.Т., Жуковский Е.В. Разработка технологии обнаружения и	
противодействия эксплуатации уязвимостей с использованием возвратно-	
ориентированного программирования	273
Степанов М.Д., Павленко Е.Ю. Применение алгоритма пчелиной колонии для	
создания отказоустойчивой противопожарной системы	276
Шкоркина Е.Н. Использование протоколов обеспечения конфиденциальности и	
пелостности ланных на олном квантовом криптографическом ключе	279
Александрова Е.Б. Шматов В.С. Лецентрализованная система управления	
анонимными и поллинными отзывами на товары и услуги	281
Штыпкина А А Япмак А В Александрова Е Б Криптографический контроль	201
поступа на основе изогений эплинтинеских кривых	201
доступа на основе изогении эллиптических кривых	∠04

НЕДЕЛЯ НАУКИ СП6ПУ

Материалы научной конференции с международным участием

18-23 ноября 2019 года

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93, т. 2; 95 3004 – научная и производственная литература

Подписано в печать 24.12.2019. Формат 60×84/16. Печать цифровая. Усл. печ. л. 18,25. Тираж 44. Заказ 3002.

Отпечатано с готового оригинал-макета, предоставленного организационным комитетом конференции, в Издательско-полиграфическом центре Политехнического университета. 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29. Тел.: (812) 552-77-17; 550-40-14.