

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО

• • • • • : **НЕДЕЛЯ**
• • • • • : : **НАУКИ СПбПУ**
• • • • **П** 19–24 ноября 2018 года

МАТЕРИАЛЫ
научной конференции
с международным участием

**ИНСТИТУТ
ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ**



ПОЛИТЕХ-ПРЕСС
Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого

Санкт-Петербург
2018

УДК 51;531
ББК 22.1;22.2
Н42

Неделя науки СПбПУ : материалы научной конференции с международным участием, 19–24 ноября 2018 г. **Институт прикладной математики и механики.** – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2018. – 354 с.

В сборник включены статьи студентов, аспирантов, молодых ученых и сотрудников СПбПУ, университетов, научных организаций и предприятий Санкт-Петербурга, России, зарубежных стран по материалам докладов, принятых на секционные заседания конференции «Неделя науки СПбПУ» Института прикладной математики и механики. Статьи отражают современный уровень научно-исследовательской работы участников конференции в области прикладной математики и механики.

Представляют интерес для специалистов в различных областях знаний, для учащихся и работников системы высшего образования и Российской академии наук.

Редакционная коллегия

Института промышленного менеджмента, экономики и торговли СПбПУ:

М. Е. Фролов (директор института), *Я. А. Гатаулин* (зам. директора по НИРС – отв. ред.), *Н. Г. Иванов* (зам. директора по НИР),
В. И. Антонов, *А. В. Востров*, *Н. Ю. Ермакова*, *Д. П. Зегжда*,
Н. Ю. Золоторевский, *Д. А. Индейцев*, *В. Е. Клавдиев*, *А. М. Кривцов*,
О. С. Лобода, *А. С. Немов*, *Е. Ю. Резединова*, *Д. А. Савчук*, *А. С. Семёнов*,
Е. М. Смирнов, *Д. А. Третьяков*, *Л. В. Уткин*, *Н. В. Филимоненкова*

Печатается по решению

Совета по издательской деятельности Ученого совета
Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

ISBN 978-5-7422-6401-9

© Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого, 2018

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ТЕЧЕНИЯ
ДИСПЕРСНО-КОЛЬЦЕВОГО РЕЖИМА ПАРОЖИДКОСТНОГО ПОТОКА
В ОДНОМЕРНОМ ТРЕХЖИДКОСТНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Большинство известных в литературе работ основано на двухжидкостном приближении – когда поток представляется двумя «жидкостями». Такая структура двухфазного потока хорошо описывает большинство режимов течения, но не подходит для дисперсно-кольцевого режима, ведь в нем выделяют три «жидкости»: пар, жидкую пленку и капли.

Проблема неточного описания дисперсно-кольцевого режима решается заменой двухжидкостного подхода на трехжидкостной. Трехжидкостная модель не является новшеством. Она разрабатывалась и ранее в ряде отечественных и зарубежных публикаций [1-4]. Переход от описания двух жидкостей к трем не несет с собой алгоритмических новаций, однако позволяет построить более полную физическую модель, неравновесную по скоростям и температурам рассматриваемых жидкостей.

В данной работе представлен маршевый алгоритм для численного решения стационарной задачи течения дисперсно-кольцевого режима в одномерном приближении с использованием трехжидкостного подхода с целью его будущего использования как инструмент для оценки вносимых в решение искажений за счет регуляризации задачи.

Представленная в данной работе стационарная одномерная трехжидкостная модель описывает дисперсно-кольцевой режим течения при наличии в парожидкостном двухфазном потоке потоков пара, капель и жидкой пленки. Соответственно, решаемая система уравнений состоит из девяти дифференциальных уравнений балансов массы (1) – (3), импульса (4) – (6) и энергии (7) – (9) для каждой из трех жидкостей:

$$\frac{\partial}{\partial x}(A\alpha_v\rho_v u_v) = m_{dv}\Pi_{id} + m_{fv}\Pi_{if}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(A\alpha_d\rho_d u_d) = -m_{dv}\Pi_{id} - \Pi_{if}(S_d - S_e), \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(A\alpha_f\rho_f u_f) = -m_{fv}\Pi_{id} + \Pi_{if}(S_d - S_e), \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(A\alpha_v\rho_v u_v^2) + \bar{\alpha}_v \bar{A} \frac{\partial P}{\partial x} = m_{dv}\Pi_{id}(u_{di} - u_v) + m_{fv}\Pi_{if}(u_{fi} - u_v) - \Pi_{if}\tau_{vf} - \Pi_{id}\tau_{vd} + A\alpha_v\rho_v g_x, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(A\alpha_d\rho_d u_d^2) + \bar{\alpha}_d \bar{A} \frac{\partial P}{\partial x} = -m_{dv}\Pi_{id}(u_{di} - u_v) + \Pi_{id}\tau_{vd} + A\alpha_d\rho_d g_x - \Pi_{if}(S_d u_d - S_e u_f), \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(A\alpha_f\rho_f u_f^2) + \bar{\alpha}_f \bar{A} \frac{\partial P}{\partial x} = -m_{fv}\Pi_{if}(u_{fi} - u_v) - \Pi_{wf}\tau_{wf} + \Pi_{if}\tau_{vf} + A\alpha_f\rho_f g_x +$$

$$+ \Pi_{if}(S_d u_d - S_e u_f) \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(A\alpha_v\rho_v u_v H_v) = HTC_{vd}\Pi_{id}(T_{sat} - T_v) + \left(h_v + \frac{u_{di}^2}{2}\right)m_{dv}\Pi_{id} +$$

$$+ HTC_{vf}\Pi_{if}(T_{sat} - T_v) + \left(h_v + \frac{u_{fi}^2}{2}\right)m_{fv}\Pi_{if} \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(A\alpha_d\rho_d u_d H_d) = HTC_{dv}\Pi_{id}(T_{sat} - T_d) - \left(h_d + \frac{u_{di}^2}{2}\right)m_{dv}\Pi_{id} -$$

$$- \Pi_{if}(S_d H_d - S_e H_f) \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(A\alpha_f\rho_f u_f H_f) = HTC_{fv}\Pi_{if}(T_{sat} - T_f) - \left(h_f + \frac{u_{fi}^2}{2}\right)m_{fv}\Pi_{if} +$$

$$+ \Pi_{if}(S_d H_d - S_e H_f) + q_{wf}\Pi_{fv} - q_{wfi}\Pi_{fv} \quad (9)$$

где A – площадь поперечного сечения канала, м²; α_k – объемная доля «жидкости» k (v – пара, d – капель, f – жидкой пленки); ρ_k – плотность, кг/м³; u – скорость, м/с; u_{ki} – скорость межфазной поверхности жидкости k на границе с паром, м/с; P – общее давление, Па; H_k – полная удельная энтальпия, Дж/кг; T_k – температура «жидкости», К; T_{sat} – температура насыщения, К; Π_{ik} – периметр межфазной поверхности фазы k с паром, м; m_{kv} – испарение/конденсация, кг/с; S_e, S_d – унос и осаждение соответственно, кг/м²с; τ_{kp} – сдвиговое напряжение на границе двух фаз, Н; HTC_{kv}, HTC_{vk} – коэффициенты теплоотдачи от жидкости к пару и от пара к жидкости соответственно, Вт/м²К; q_{wf}, q_{wfi} – тепловой поток на стенке и его часть, идущая непосредственно на генерацию пара, Вт/м². В качестве корреляций, используемых для расчета замыкающих соотношений, были выбраны наиболее популярные в литературе.

Вводя вектор потоков вида $\mathbf{W} = (A\alpha_k\rho_k u_k, A\alpha_k\rho_k u_k^2, A\alpha_k\rho_k u_k H_k)^T$ и используя двухточечную аппроксимацию записываем конечно-разностный аналог системы уравнений (1) – (9). Вектор потоков не линеен, поэтому, для достижения сходимости, разбиваем искомые величины на следующем маршевом шаге на сумму известной величины с предыдущей итерации $W_p^{n+1,s}$ и ее приращение на текущей итерации $\Delta W_p^{n+1,s+1}$. Представляя вектор потоков через вектор примитивных переменных $\mathbf{f} = (\alpha_k, T_k, u_k, P)^T$, приводим систему к матричной записи вида $\mathbf{M}^{n+1,s} \Delta \mathbf{f}^{n+1,s} = \mathbf{B}^{n+1,s}$, где вектор $\mathbf{B}^{n+1,s}$ – вектор правых частей, матрица $\mathbf{M}^{n+1,s}$ – матрица преобразования, коэффициенты которой получаются посредством векторного дифференцирования вектора потоков по вектору примитивных переменных. Полученная система решается методом Гаусса.

Описанная выше система тестировалась на экспериментальных данных J.Wurtz [5]. В своей работе Wurtz рассматривал течение пароводяного двухфазного потока в адиабатических круглых трубах с внутренним диаметром 10 и 20 мм, с диапазоном давлений 3 - 9 МПа и общих расходов 500 - 3000 кг/м²с. С помощью представленной в настоящей работе модели рассчитано суммарно 90 экспериментальных точек. Сравнение рассчитанных зависимостей падения полного давления (dp/dx) от относительного расхода пара (G_{vrel}) с измеренными представлено на рисунке 1. Из результатов видно, что качественно рассчитанные зависимости практически совпадают с экспериментальными. Они имеют одинаковые наклоны, причем даже в случае зависимостей со знакопеременной производной.

При количественном анализе этих данных наблюдаются небольшие расхождения, которые можно объяснить не самым удачным выбором формулировки замыкающих соотношений. Однако можно показать, что учет дополнительных факторов, например шероховатости трубы, позволяет приблизить результаты расчета к экспериментально измеренным значениям. Результат такого уточнения расчетов представлен на рисунке 2.

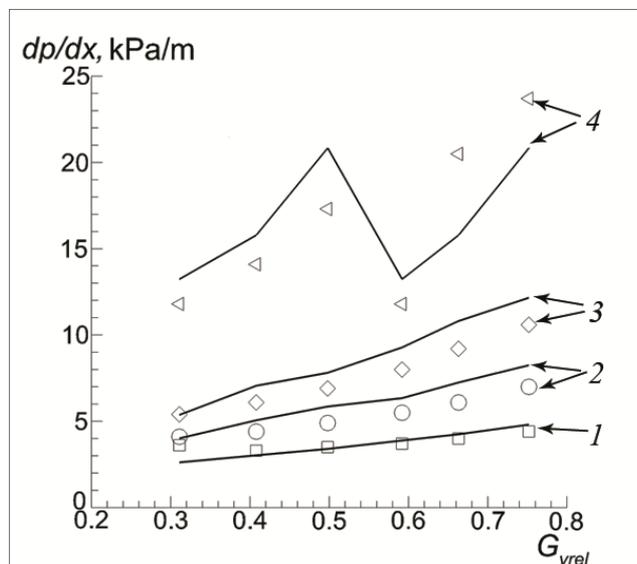


Рис. 1. Экспериментальные (символы) и расчетные (линии) зависимости падения полного давления в канале от относительного расхода пара для внутренних диаметров канала $D = 20$ мм, при различных значениях общего расхода, $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$: 500 (1), 750 (2), 1000 (3), 2000 (4), 3000 (5) и давлении $P = 7$ МПа

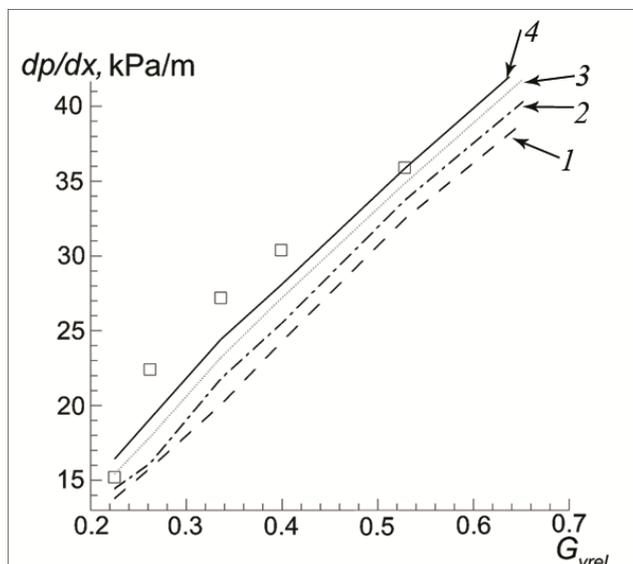


Рис. 2. Зависимости, аналогичные представленным на рис. 1, полученные для различных коэффициентов шероховатости: 1,00 (1), 1,20 (2), 1,50 (3), 1,85 (4); $P = 3$ МПа, $D = 10$ мм

Выводы. В данной работе была разработана трехжидкостная стационарная модель течения дисперсно-кольцевого потока. Выполнено начальное тестирование разработанной вычислительной модели посредством сопоставления результатов расчетов с экспериментальными данными Wurtz [5]. Сравнение показало, что представленная в настоящей работе трехжидкостная модель хорошо описывает рассматриваемую серию экспериментов с парожидкостным потоком.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России (проект № 3.3314.2017/4.6).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Sugowara, S. Droplet deposition and entrainment modeling based on the three-fluid model // Nuclear Engineering and Desing. – 1990. – Vol. 122. – No. 1–3. – P. 62–84.
2. Алипченков В.М., Зайчик Л.И., Зейгарник Ю.А., Соловьев С.Л., Стоник О.Г. Развитие трехжидкостной модели двухфазного потока для дисперсно-кольцевого режима течения в каналах. Размер капель // Теплофизика высоких температур. – 2002. – Том 40. – № 4. – С. 641–651.
3. Jayanti S., Valette M. Prediction of dryout and post-dryout heat transfer at high pressures using one-dimensional three-fluid model // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2004. – Vol. 47. – No. 22. – P. 4895–4910.
4. Stevanovic V., Stanojevic M., Radic D. Three-fluid model predictions of pressure changes in condensing vertical tubes // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2008. – Vol. 51. – No. 15–16. – P. 3736–3744.
5. Wurtz J. An experimental and theoretical investigation of annular steam-water flow in tubes and annuli at 30 to 90 bar // Technical university of Denmark. – 1978. – No. 372.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТИ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА
В СВОБОДНО-КОНВЕКТИВНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ
ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЯ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ И ЕЕ ПУЛЬСАЦИЙ

Объектом исследования является свободно-конвективный пограничный слой, развивающейся вдоль вертикальной нагретой поверхности. Измерения проводились на экспериментальном стенде, детально описанном в работе [1]. Схема рабочего участка стенда представлена на рис. 1. Свободно-конвективное течение воздуха развивается вдоль пластины (рис. 1, поз. 4), которая с тыльной стороны нагревается с помощью электрических нагревателей. Возможно два режима нагрева: режим постоянной температуры и постоянного теплового потока. В данной работе измерения проведены для первого режима – при температуре поверхности пластины T_w равной $67 \pm 2^\circ\text{C}$. Температура воздуха вдали от пластины (T_a) составляла $24 \pm 2^\circ\text{C}$.

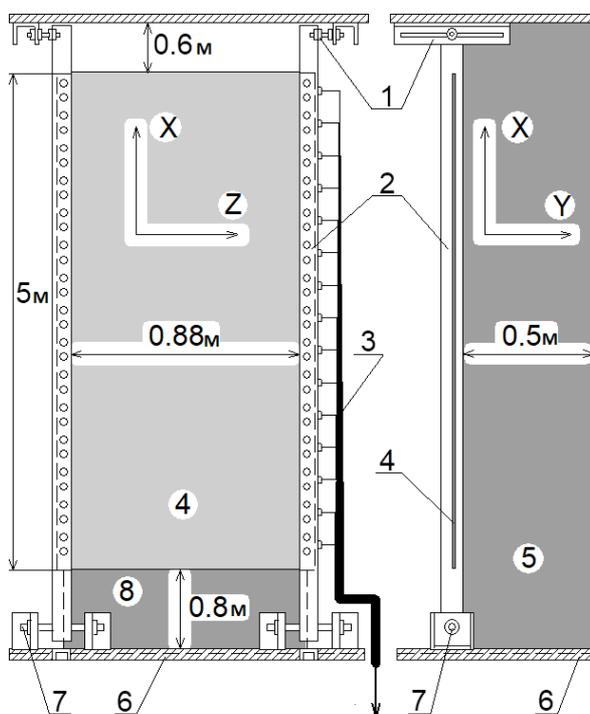


Рис. 1. Схема установки с нагреваемой вертикальной пластиной
1 – верхнее крепление, 2 – вертикальные опоры, 3 – кабели датчиков температуры,
4 – нагреваемая пластина, 5 – боковые шторки; 6 – фундамент,
7 – нижнее шарнирное крепление, 8 – задняя шторка

Цель работы – отработка методики определения области ламинарно-турбулентного перехода в свободно-конвективном пограничном слое по данным измерения поля температуры T и ее пульсаций T' . Для этого во многих сечениях слоя, определяемых значением вертикальной (продольной) координаты x (отсчитываемой от нижней кромки пластины), измерялись профили осредненной температуры $\langle T \rangle$ и среднеквадратичной величины температурных пульсаций $\langle T'^2 \rangle^{0.5}$, в зависимости от нормальной координаты y .

Температура измерялась с помощью датчика термосопротивления, выполненного в виде тонкой вольфрамовой проволоочки; передвижение датчика по нормальной координате осуществлялось с помощью координатной системы, управляемой компьютером. Малая тепловая инерционность датчика обеспечивает возможность достаточно аккуратного измерения актуальной температуры T . Оцифрованные результаты большого числа измерений актуальной температуры обрабатываются компьютерной программой для получения указанных статистических характеристик поля температуры.

Известно [2], что в случае ламинарного режима течения зависимость толщины теплового пограничного слоя δ_T от продольной координаты носит степенной характер с показателем $1/2$, а в случае турбулентного режима толщина пограничного слоя практически не меняется. Эти сведения можно использовать для определения области ламинарно-турбулентного перехода. На рисунке 2 приведены данные, иллюстрирующие изменение толщины δ_T по продольной координате. Толщина определялась как расстояние от пластины, на котором отличие осредненной температуры $\langle T \rangle$ от внешней температуры T_∞ составляло 5% от общего перепада $\Delta T = T_w - T_a$. Видно, что в интервале значений x от 0.7 до 1.4 м происходят сильные изменения в характере зависимости $\delta_T(x)$, обусловленные, очевидно, процессами ламинарно-турбулентного перехода. На участке измерений со значениями $x < 0.7$ м зависимость $\delta_T(x)$ отвечает известным закономерностям для ламинарного слоя, а при $x > 1.4$ м толщина δ_T приблизительно постоянна. Координате $x = 0.7$ м соответствует местное число Грасгофа $Gr_x = g\beta(T_w - T_a)x^3/\nu^2 = 1.6 \cdot 10^9$, а при $x = 1.4$ м число $Gr_x = 1.3 \cdot 10^{10}$ (при расчете числа Грасгофа коэффициент вязкости ν определялся по средней температуре $T_m = (T_w + T_a)/2$, коэффициент термического расширения β – при внешней температуре, $g = 9.81$ м/с²). Отметим, что полученные таким образом оценки чисел Грасгофа, отвечающих началу и концу участка ламинарно-турбулентного перехода, близки к тем, которые следуют из анализа экспериментальных данных [3] по зависимости локального коэффициента теплоотдачи (числа Нуссельта) от Gr_x .

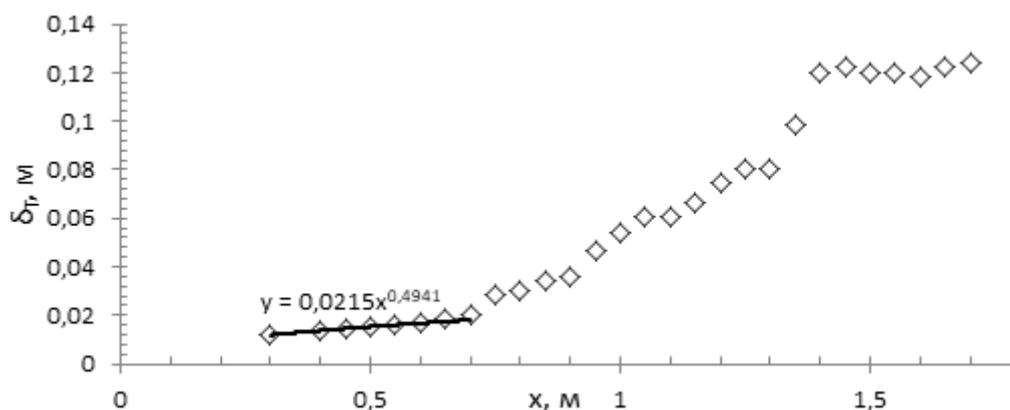


Рис. 2. Изменение толщины теплового пограничного слоя вдоль пластины

Другой подход к определению положения и протяженности участка ламинарно-турбулентного перехода в свободно-конвективном пограничном слое основывается на анализе данных о пульсациях температуры [4]. На рис. 3 иллюстрируется изменение по продольной координате измеренной, максимальной по сечению слоя, среднеквадратичной величины пульсаций температуры. Приведенные данные позволяют заключить, что отчетливый рост пульсаций температуры начинается при $x > 0.5$ м, а выход на «полочку», отвечающий наступлению режима развитой турбулентности в слое, соответствует значению $x \approx 1.5$ м. При этом координате $x = 0.5$ м соответствует местное число Грасгофа $Gr_x = 5.9 \cdot 10^8$,

а при $x = 1.5$ м число $Gr_x = 1.6 \cdot 10^{10}$. Первая из двух полученных оценок числа Грасгофа почти на порядок превышает критическое число Грасгофа $Gr_{x,crit} \approx 10^8$ предсказываемое по линейной теории устойчивости (см., например, [5, 6]). Можно предположить, что, начиная с координаты x , соответствующей $Gr_x \approx 6 \cdot 10^9$, в пограничном слое начинается нелинейная стадия эволюции неустойчивых мод, возбуждаемых поступающими из внешней среды «опасными» возмущениями, которая сопровождается относительно быстрым ростом интенсивности растущих мод (отметим при этом, что в величину $\langle T'^2 \rangle^{0.5}$ на участке $x < 0.5$ наиболее существенный вклад вносят низкочастотные пульсации, которые не оказывают возбуждающего действия на неустойчивые моды). Однако, вплоть до сечения слоя, которое отвечает числу $Gr_x \approx 1.6 \cdot 10^9$, определенному выше по данным на рис. 2, амплитуда развивающихся неустойчивых мод недостаточна, чтобы существенно изменить осредненные характеристики свободно-конвективного течения.

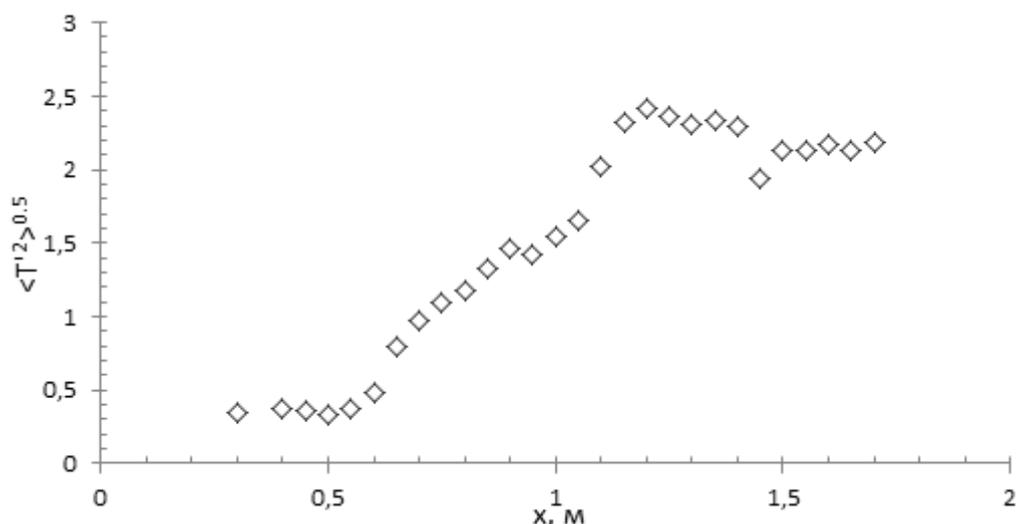


Рис. 3. Изменение вдоль пластины среднеквадратичного значения пульсаций температуры, °С

Число Грасгофа, определенное по выходу на «полочку» величины $\langle T'^2 \rangle^{0.5}$ в области больших значений координаты и составляющее приблизительно $1.6 \cdot 10^{10}$, ощутимо выше приводимого в литературных источниках [2-5], согласно которым область развитого турбулентного режима в свободно-конвективном пограничном слое на изотермической пластине начинается при $Gr_x \approx 10^{10}$.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №18-19-00082).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Чумаков Ю.С. Экспериментальное исследование структуры переходного и турбулентного свободно-конвективного пограничного слоя на вертикальной нагретой поверхности / Дисс. на соиск. уч. ст. д. ф.-м.н., С.-Петербург: СПб Гос. Техн. Унив. 2000. – 333 с.
2. Джалурия Й. Естественная конвекция / Пер. с англ. – М.: Мир, 1983. – 400 с.
3. Tsuji T., Nagano Y. Velocity and temperature measurements in a natural convection boundary layer along a vertical flat plate // Exp. Therm. Fluid Sci. – 1989. – Vol. 2. – P. 208-215.
4. Miyamoto M., Katoh Y., Kurima J., Taguchi Y. Characteristics of free-convection boundary layer in transition region along vertical plate // Trans. JSME, Ser.B. – 1994. – Vol. 60, No. 571. – P. 971-976.
5. Doan K.S., Coutanceau J. Structure d'un écoulement de convection naturelle-transition et turbulence établie // Acta Astronautica. – 1981. – Vol. 8. – P. 123-160.
6. Aberra T., Armfield S., Behnia M., McBain G. Boundary layer instability of the natural convection flow on a uniformly heated vertical plate // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2012. – Vol. 55. – P. 6097–6108.

О МОДЕЛИРОВАНИИ КОНВЕКЦИИ РАСПЛАВА КРЕМНИЯ В УСТАНОВКАХ МЕТОДА ЧОХРАЛЬСКОГО С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ RANS МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Метод Чохральского является основным способом выращивания объемных полупроводниковых кристаллов из расплава для электронной промышленности. Постоянно происходит совершенствование ростовой технологии, вызванное ужесточением требований к структурному качеству кристаллической решетки. Возрастающие экономические требования вызывают необходимость модификации ростовой технологии для производства кристаллов большего диаметра [1, 2].

Сложность моделирования турбулентного свободно-конвективного течения в установках по выращиванию кристаллов методом Чохральского связана с наличием нескольких движущих сил конвекции с пространственно изменяющейся интенсивностью [2]. Липчин и Браун [2] рассмотрели несколько моделей турбулентности для расчета конвекции в прототипе ростовой установки. Были рассмотрены стандартная $k-\varepsilon$ модель с пристенными функциями, комбинация $k-\varepsilon$ с моделью одного уравнения для течения около твердых границ и низкорейнольдсовая $k-\varepsilon$ модель, предложенная Джонсом и Лаундером. Было показано, что результаты, полученные с помощью низкорейнольдсовой $k-\varepsilon$ модели, лучше согласуются с экспериментальными данными [2].

В настоящей работе и использованием кода CGSim проводятся расчеты турбулентной конвекции расплава в ростовой установке EKZ-1300 [1] с использованием трех RANS моделей турбулентности. Диаметр тигля составляет 300 мм, диаметр кристалла – 100 мм. Вращение тигля осуществлялось со скоростью 5 об/мин, вращение кристалла – со скоростью 20 об/мин. Входная скорость аргона составляла 0.66 м/с. Для моделирования стационарной осесимметричной конвекции расплава, а также дозвукового слаботурбулентного течения газа над свободной поверхностью расплава решаются уравнения Рейнольдса и уравнение энергии. На свободной поверхности учитывается эффект Марангони и динамическое взаимодействие расплава и газа. Результаты RANS-расчетов сравниваются с результатами прямого численного моделирования (DNS), также выполненного в CGSim. Расчетная сетка для задачи в DNS постановке содержала 16 млн ячеек, высота первой пристенной ячейки составляла около 0.07 мм. Расчет производился с шагом по времени 0.02 с.

Помимо апробированных ранее моделей одного уравнения («one equation»), и $k-\varepsilon$ модели Чена, в данной работе использовалась и $k-\omega$ SST модель Ментера. Известно, что для задач вынужденной конвекции эта модель часто проявляет себя лучше других [3]. Верификация программной реализации модели Ментера в коде CGSim представляется в настоящей работе. Решалась тестовая двумерная задача о стационарном турбулентном течении в канале с внезапным расширением [3], и результаты расчетов в коде CGSim сопоставлялись с данными, полученными в коммерческом пакете ANSYS Fluent. Расчет в пакете Fluent проводился на квазиструктурированной сетке, в пакете CGSim – на блочно-структурированной. Общее число ячеек – 31700. Высота первой пристенной ячейки Δy_1 составляла $3 \cdot 10^{-4}$ м, значение безразмерной координаты y^+ на стенке не превышало единицы.

На рисунке 1 приведено сравнение распределений продольной составляющей скорости, кинетической энергии турбулентности и турбулентной вязкости в канале. В окрестности нижней стенки канала на участке расширения образуется зона возвратного течения. Наличие

высоких градиентов скорости в области рециркуляционной зоны приводят к генерации кинетической энергии турбулентности, что видно из соответствующих распределений. Область с максимальным значением турбулентной вязкости расположена вдоль большей части нижней стенки канала на участке расширения. Распределения сравниваемых величин, полученные при расчете в обоих пакетах, хорошо согласуются между собой.

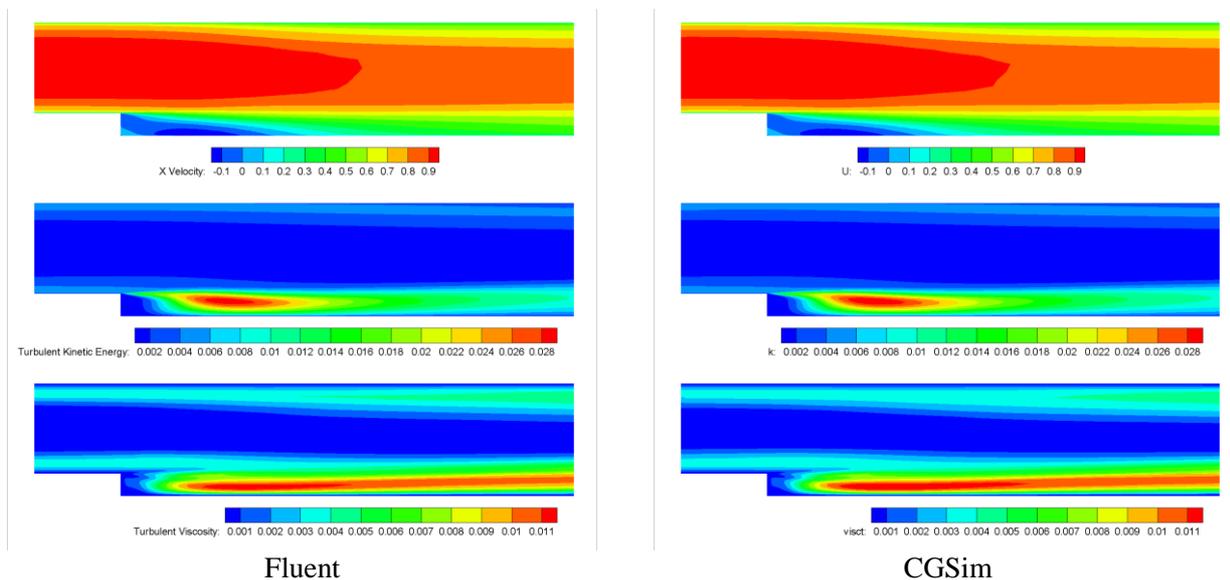


Рис. 1. Поля продольной составляющей скорости, кинетической энергии турбулентности и турбулентной вязкости для задачи о течении в канале с внезапным расширением ($k-\omega$ SST модели Ментера): слева - данные расчета в программе Fluent, справа – в программе CGSim

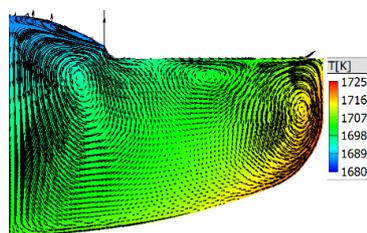
Распределения температуры, турбулентной вязкости, а также векторные поля скорости, полученные при расчете турбулентной конвекции расплава, приведены на рис. 2-4. Структура течения расплава характеризуется наличием сложного вихревого движения. Ввиду того, что RANS расчеты систематически занижают турбулентную вязкость в подкристалльной области, вблизи оси симметрии наблюдается интенсивное нисходящее движение расплава, в то время как в DNS расчете течение в окрестности оси носит менее упорядоченный характер. Распределения скорости, полученные при расчете с использованием моделей турбулентности one equation и Chien $k-\epsilon$, близки между собой. Крупные области вихревого течения располагаются у боковой стенки тигля, в окрестности центра свободной поверхности под экраном, а также в центральной части расплава. Расчет с помощью модели SST показывает наличие двух вихревых структур у боковой стенки тигля, что качественно коррелирует с результатом DNS.

Оценка коэффициента турбулентной вязкости по данным DNS расчета определялся из следующего соотношения:

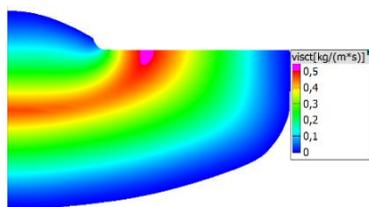
$$-\rho \overline{U_i' T'} = \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i},$$

где ρ – плотность, $\overline{U_i' T'}$ – турбулентный тепловой поток, Pr_t – турбулентное число Прандтля \bar{T} – осредненная по Рейнольдсу температура. Оцененная таким образом изотропная турбулентная вязкость в DNS имеет значения, многократно превышающие значения турбулентной вязкости, полученной RANS моделями. В отличие от двухпараметрических моделей распределение коэффициента турбулентной вязкости в модели «one equation» качественно согласуется с распределением расстояния до стенки, что обусловлено использованием последнего в качестве единственного турбулентного масштаба

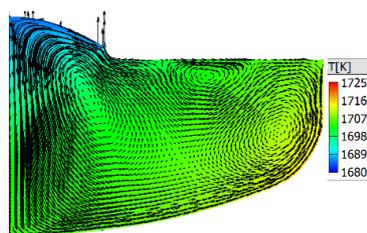
длины. Самый низкий уровень турбулентной вязкости наблюдается в расчете с использованием модели SST, при этом зона повышенной вязкости смещена по сравнению с данными по другим моделям. Наиболее интенсивные вихри формируются в областях с относительно низкими значениями коэффициента турбулентной вязкости.



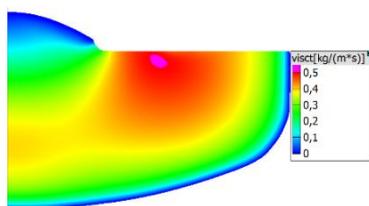
а) one equation



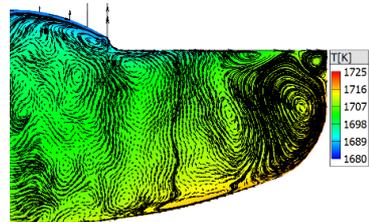
а) one equation



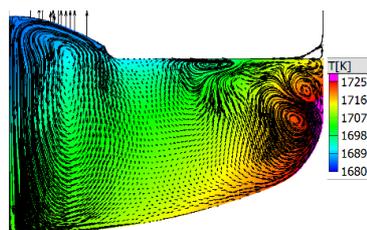
б) Chien $k-\epsilon$



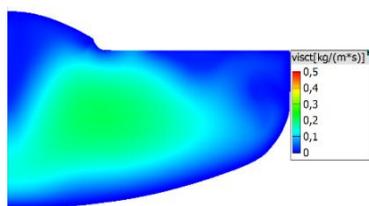
б) Chien $k-\epsilon$



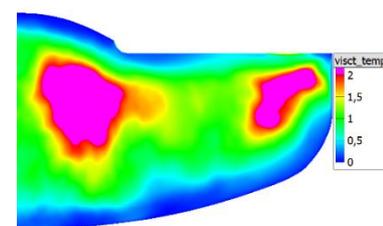
а)



в) SST $k-\omega$



в) SST $k-\omega$



б)

Рис. 2. Поля векторов скорости и температуры: данные RANS

Рис. 3. Распределения турбулентной вязкости: данные RANS

Рис. 4. Данные DNS-расчета: а) поля векторов скорости и температуры, б) поле турбулентной вязкости

Заключение. В работе представлены результаты расчетов турбулентной конвекции расплава кремния в установках выращивания кристаллов по методу Чохральского. Поля течения и распределения турбулентной вязкости, полученные с использованием трех моделей турбулентности, сопоставлены между собой и с данными DNS расчетов. Показано, что рассмотренные RANS модели не позволяют предсказать структуру течения, полученную в ходе DNS, а характерные значения турбулентной вязкости по данным DNS имеют значения многократно превышающие значения турбулентной вязкости в RANS расчетах.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Калаев В.В. Решение сопряженной задачи гидродинамики и теплообмена в устройствах Чохральского для выращивания кристаллов кремния / Дисс. канд. физ.-мат. наук, СПб, 2003, 168 с.
2. Lipchin A., Brown R.A. Hybrid finite-volume/finite-element simulation of heat transfer and melt turbulence in Czochralski crystal growth of silicon // J. Crystal Growth. – 2000. – Vol 216. – P. 192-203.
3. Smirnov E.M., Smirnovsky A.A., Schur N.A., Zaitsev D.K., Smirnov P.E. Comparison of RANS and IDDES solutions for turbulent flow and heat transfer past a backward-facing step // Heat Mass Transfer. – 2018. – Vol. 54, Iss. 8. – P. 2231-2241.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ К ОЦЕНКЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ УЛЬТРАЗВУКОВОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ РАСХОДА В ВОДОВОДАХ ПОВОРОТНО-ЛОПАСТНЫХ ТУРБИН

Для контроля расхода воды существуют различные устройства. В данной работе будет исследоваться эффективность измерения воды с помощью ультразвуковых расходомеров. Принцип действия ультразвуковых расходомеров основан на измерении разницы во времени прохождения сигнала [1]. При этом два ультразвуковых сенсора, расположенные по диагонали напротив друг друга (рис. 1), функционируют попеременно как излучатель и приёмник. Таким образом, акустический сигнал, поочередно генерируемый обоими сенсорами, ускоряется, когда направлен по потоку, и замедляется, когда направлен против потока. Разница во времени, возникающая вследствие прохождения сигнала по измерительному каналу в обоих направлениях, прямо пропорциональна средней скорости потока, на основании которой можно затем рассчитать объемный расход. Использование нескольких акустических каналов позволяет компенсировать искажения профиля потока.

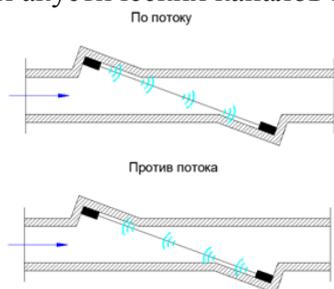


Рис. 1. Принцип ультразвукового измерения расхода [2]

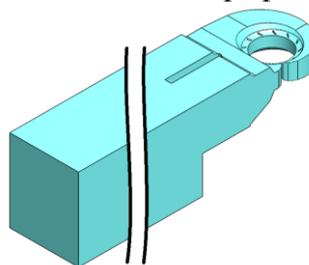


Рис. 2. Расчетная область, включающая проточную часть спиральной камеры, подводящий канал и зону, расположенную вверх по потоку

Цель настоящей работы – оценить возможности ультразвукового метода измерения расхода в водоводах поворотно-лопастных турбин. Рассматривается проточная часть спиральной камеры и подводящий канал поворотно-лопастной ГЭС, показанные на рис. 2. В расчетную область дополнительно включалась зона, расположенная вверх по потоку реки. Геометрическая модель построена в программном комплексе SolidWorks [3].

Расчеты проводились в программном комплексе ANSYS CFX [4]. Использовалась расчетная сетка, состоящая из 402995 ячеек (260200 узлов). В области спиральной камеры использовались тетраэдры, в области подводящего канала и зоны, расположенной вверх по потоку реки сетка состояла из гексаэдров. Моделировалось стационарное изотермическое турбулентное течение вязкой несжимаемой жидкости (воды). Задавались следующие граничные условия. На входе и на выходе из расчетной области (рис. 2) задавалось равномерное распределение скорости. Значения скорости определялись из заданного расхода $728 \text{ м}^3/\text{с}$ [5]. На поверхностях, которые являются стенками ГЭС, а также на нижней поверхности зоны, расположенной вверх по потоку, которая является дном реки, было задано условие прилипания. На верхней и боковых границах зоны, расположенной вверх по потоку, было задано условие проскальзывания [6]. Использовалась SST $k-\omega$ модель турбулентности [4]. В ходе итерационного процесса было получено сошедшее стационарное решение.

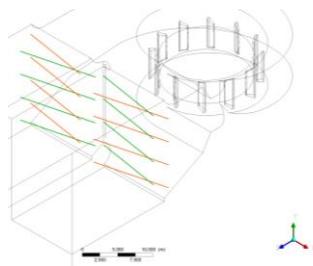


Рис. 3. Траектории действия ультразвуковых расходомеров для измерения скорости в сечении подводящего канала, параллельном входу

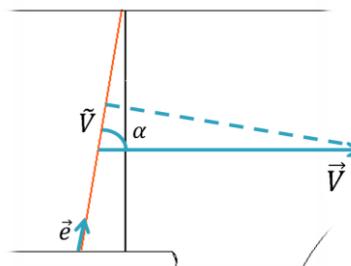


Рис. 4. Траектория действия ультразвукового датчика: вектор скорости и его проекция на луч

Обработка поля скорости, полученного в результате трехмерных расчетов, позволяет рассчитать расход как непосредственно (назовем это «истинным» расходом – в рассматриваемой постановке расход задается, и оценка с помощью вкладки «Expressions» с хорошей точностью дает задаваемое значение $728 \text{ м}^3/\text{с}$), так и по методике, имитирующей измерения ультразвуковым методом. В настоящей работе рассматривается размещение 16 пар ультразвуковых датчиков, траектории действия которых показаны на рисунке 3. Центры траекторий расположены в плоскости подводящего канала, параллельной входу. Средняя скорость для каждой траектории определяется как $V_{\text{cp}} = L/2 (1/t^+ - 1/t^-)/\cos\alpha$, где L – длина траектории действия рассматриваемого ультразвукового датчика, t^+ и t^- – времена, за которые сигнал проходит по течению и против течения соответственно, α – угол между вектором скорости и траекторией действия ультразвукового датчика. Время, за которое ультразвуковой сигнал проходит в одну и другую стороны, определяется из рассчитанного поля скорости следующим образом: $t^+ = \sum(\Delta l / (C + \tilde{V}))$, $t^- = \sum(\Delta l / (C - \tilde{V}))$, где \tilde{V} – проекция вектора скорости, C – скорость ультразвука в воде, Δl – часть траектории (ячейка), на которой определено текущее значение \tilde{V} . Траектория действия ультразвукового датчика показана на рисунке 4, здесь приведены вектор скорости и его проекция на луч \tilde{V} .

Расход для области действия пары ультразвуковых датчиков определяется из соотношения $Q_j = V_{\text{cp}} \cdot S$, где S – площадь области действия. Расход для всего поперечного сечения определяется суммированием по значениям, рассчитанным для всех датчиков, $Q = \sum Q_j$. Расчет, проведенный по данной методике, дал значение расхода, которое на 33% отличается от «истинного» расхода. Таким образом, на основе применения методов вычислительной гидродинамики можно поставить вопрос о точности широко применяющегося на практике ультразвукового метода. Дальнейшие исследования будут направлены на уточнение расчетной постановки и сопоставление расчетных данных с экспериментом.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ультразвуковой расходомер / https://ru.wikipedia.org/wiki/Ультразвуковой_расходомер
2. Ультразвуковой метод измерения расхода. Блог компании Enotek / <https://eno-tek.ru/blog/teplo-blog/ultrasonic-method>
3. Лапин В.Н. Численное моделирование течений несжимаемой жидкости в аэрогидродинамических установках / Дисс. на соиск. уч. ст. к. ф.-м.н., Новосибирск: ИВТ СО РАН. 2006. – 140 с.
4. ANSYS CFX-Solver Theory Guide. ANSYS, Inc. 2009.
5. Акционерное общество «Проектно-изыскательский и научно-исследовательский институт «Гидропроект» имени С.Я Жука». Проектная документация «Комплексная реконструкция Чебоксарской ГЭС». Этап 1. Часть 2.
6. Жарковский А.А., Поспелов А.Ю. Использование 3D методов для расчета течения, прогнозирования характеристик и оптимизации формы проточных частей гидравлических турбин // Гидротехническое строительство. – 2014. – №11. – С. 104-109.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ
КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ КОМПАУНДА С ЧАСТИЦАМИ

На сегодняшний день турбогенераторы являются незаменимыми устройствами в энергетике. Они используются для выработки электроэнергии на атомных электростанциях (АЭС), теплоэлектроцентралях (ТЭЦ), а также на тепловых электростанциях (ТЭС). Во время работы турбогенератора за счет вращения паровой или газовой турбины создается вращающееся магнитное поле ротора, при этом в обмотках неподвижного статора возникает напряжение и ток. Несмотря на высокий уровень КПД, абсолютная величина потери энергии велика, что приводит к большому нагреву обмоток статора, так как энергия переходит в тепло [1], которое требуется эффективно отводить [2]. Одним из возможных способов организации отвода тепла является обдув статора охлаждающим газом, при этом выбор газа зависит от мощности турбогенератора.

На рисунке 1 изображен статор, в пазах которого расположена обмотка, вокруг которой намотана плёночная изоляция, пропитанная эпоксидным связующим – компаундом. Известно, что теплопроводность изоляции сравнительно невелика. В настоящее время актуальна задача увеличения мощности турбогенераторов. Для организации эффективного охлаждения мощных турбогенераторов необходимо повышать теплопроводность изоляции обмотки статора.



Рис. 1. Статор турбогенератора Нововоронежской АЭС-2 [3]

В работах [4-6] отмечается, что низкая теплопроводность изоляции обусловлена теплопроводностью связующего вещества. Таким образом, для увеличения теплопроводности необходимо каким-то образом изменить его характеристики. Один из возможных способов повышения теплопроводности изоляции – использование композиционных материалов, так называемых наполненных изоляционных лент. При этом в исходный материал компаунда (матрицу) с низкой теплопроводностью вводится мелкодисперсный наполнитель – частицы или волокна с высокой теплопроводностью. В силу ряда технологических ограничений объемное содержание вносимых частиц не должно превышать 30%.

Цель настоящей работы – оценка эффективной теплопроводности композиционных материалов, создаваемых с использованием частиц различной формы. Трёхмерная стационарная задача теплопроводности решалась с использованием коммерческого пакета ANSYS Mechanical в кубической модели «компаунд-частица», проиллюстрированной на рисунке 2 для кубической частицы. Для задания размеров модели «компаунд-частица» использовалась формула $L = (V_p/N_v)^{1/3}$, где L – длина ребра куба, N_v – объёмная концентрация частиц, V_p – объём частицы. На двух противоположных поверхностях модели «компаунд-частица» задавались граничные условия первого рода (постоянные значения температуры, T_0 и T_L , моделирующие горячую и охлаждаемую стенки), на остальных четырёх поверхностях ставилось адиабатическое граничное условие. В результате решения задачи теплопроводности определялся средний тепловой поток через изотермическую грань куба с частицей, q_m , что позволяло оценить значение эффективной теплопроводности $\lambda_{\text{eff}} = q_m L / \Delta T$, где $\Delta T = (T_0 - T_L)$ – перепад температуры на изотермических гранях модели «компаунд-частица».

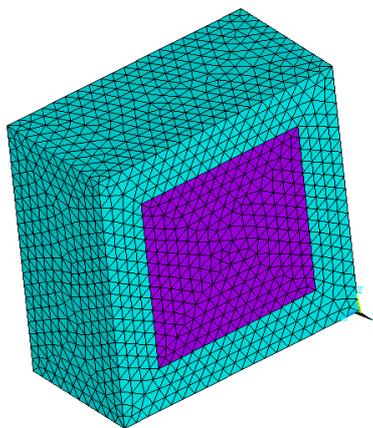


Рис. 2. Иллюстрация расчетной области: компаунд (внешняя область) с кубической частицей (внутренняя область); на рисунке показана расчетная сетка

Оценка эффективной теплопроводности была выполнена для кубических, сферических и цилиндрических частиц. Во всех случаях была исследована зависимость эффективной теплопроводности модели «компаунд-частица» от объёмной концентрации частиц, а также от их теплопроводности. Для всех частиц было проведено сравнение результатов расчетов с данными, полученными с привлечением аналитических моделей [5, 7], а также с экспериментальными данными [8, 9].

Было выявлено, что для кубических частиц имеется зависимость эффективной теплопроводности от ориентации частиц в пространстве, положения. Для цилиндрических частиц была выявлена зависимость эффективной теплопроводности от направления теплового потока (вдоль или поперек частицы), а также от длины частицы. В связи с этим был проведен поиск оптимальных размеров цилиндрической частицы. Был сделан вывод о том, что использование цилиндрических частиц предпочтительнее, так как при их использовании достигается большее значение теплопроводности.

На рис. 3 представлена зависимость относительной эффективной теплопроводности от объёмной концентрации наполнителя при оптимальной длине цилиндрического включения. Показаны расчетные данные для продольного и поперечного направлений теплового потока. Видно, что при поперечном тепловом потоке относительная эффективная теплопроводность быстро растет, и при объёмной концентрации частиц в 30% ее значение превышает 3. При продольном направлении теплового потока рост эффективной теплопроводности практически прекращается, когда объёмная концентрация частиц достигает 15%; максимальное значение эффективной теплопроводности при этом менее двух.

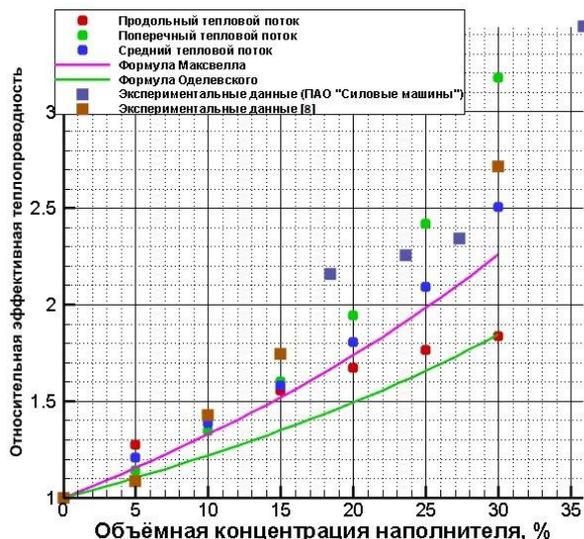


Рис. 3. Результаты моделирования и экспериментальные данные в сравнении с теорией

На рисунке 3 приведено также распределение среднего значения теплового потока, определенного как полусумма продольного и поперечного потоков, которое и сравнивается с аналитическими данными. Следует отметить большой разброс литературных данных. Видно, что результаты расчетов довольно близки к оценке по формуле Максвелла [5], в то время как оценка по формуле Оделевского [5] дает существенно более низкие значения эффективной теплопроводности. Результаты расчетов близки к экспериментальным данным [8] при малых концентрациях наполнителя.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Щавелев Д.С. Гидроэнергетические установки (гидроэлектростанции, насосные станции и гидроаккумулирующие электростанции). Издание 2-е. Л.: Энергоиздат. – 1981. – 520 с.
2. Азбукин Ю.И. Повышение эффективности эксплуатации турбогенераторов. М.: Энергоатомиздат. – 1983. – 81 с.
3. Информационный портал «Атомная энергия 2.0» / URL: <http://www.atomic-energy.ru>
4. Азизов А.Ш., Андреев А.М., Костельов А.М. Поликарпов Ю.И. Теплопроводность системы изоляции статорной обмотки мощных турбогенераторов с воздушным охлаждением // Электротехника – 2009. – №3. – С. 26-28.
5. Степашкина А. С. Разработка методов исследования и моделирование электро- и теплопроводящих свойств пленочных и волокнистых композитных материалов / Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. СПб.: 2015. – 115 с.
6. Михеев В.А., Сулаберидзе В.Ш. Расчетно-экспериментальные исследования эффективной теплопроводности композиционных материалов на основе полимеров // Мир измерений. – 2017. – №3. – С. 26-28.
7. Reine B., Di-Tomaso J., Dusserre G., Olivier P. Study of thermal behavior of thermoset polymer matrix filled with micro and nanoparticles / Proc. of 15th European Conference on Composites Materials, Venice, Italy, June 24-28, 2012. 9 p.
8. Han Z., Wood J.W., Herman H., Zhang C., Stevens G.C. Thermal properties of composites filled with different fillers / In: Proc. of 2008 IEEE International Symposium on Electrical Insulation, June 9-12, 2008. P. 497-501.
9. Mishra D., Satapathy A. A study on thermal and dielectric characteristics of solid glass microsphere filled epoxy composites / In: Polymer science: research advances, practical applications and educational aspects. Formatex Research Center, 2016. P. 13-28.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В УСЛОВИЯХ ГОРОДСКОЙ ЗАСТРОЙКИ

Введение. Актуальность рассматриваемой темы определена потребностью оценки воздействия избыточного давления взрыва. Существующие эмпирические формулы позволяют определить взрывные нагрузки на конструкции, если исследуемый объект находится в прямой видимости от эпицентра взрыва [1]. В реальности фактическая нагрузка от взрыва может быть увеличена или уменьшена за счет присутствия в ближайшей области других объектов из-за многократного отражения ударных волн, их дифракции и интерференции [2]. Современные программные комплексы позволяют смоделировать детонацию и распространение ударной волны, учитывая отражение от поверхности земли и других объектов [3]. Цель работы – исследовать распространение ударной волны в условиях городской застройки с помощью численного моделирования для различных масс взрывчатого вещества и оценить степень разрушения на основе полученных данных (избыточное давление).

Постановка задачи. Рассмотрена задача о распространении ударной волны в окрестности 7 тел призматической формы в соответствии с экспериментом, расчет проводился в масштабе 1:50 (рис. 1). В начальный момент времени в точке P (рис. 1), происходит взрыв с массой $m = 8, 16, 32$ г TNT, что соответствует реальным массам 1000, 2000, 4000 кг.

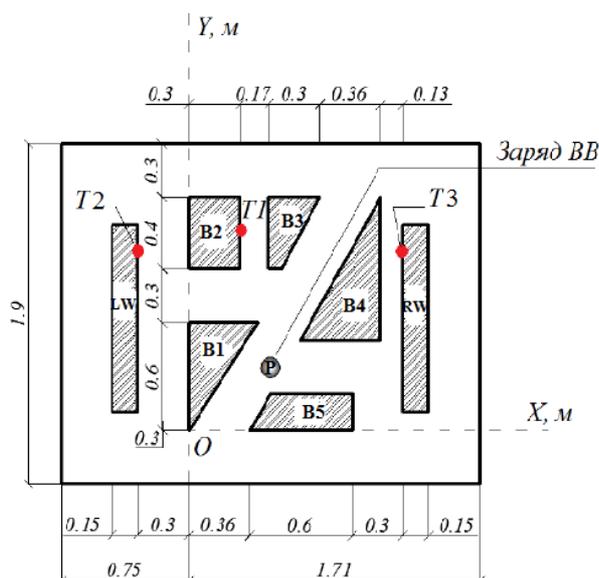


Рис. 1. Схема расчетной области (в плане) [3]

Математическая модель. В результате взрыва формируется ударная (детонационная) волна. Ее движение описывается с помощью классических уравнений газовой динамики и уравнения состояния продуктов детонации Джонса — Уилкинса — Ли [4]

$$p = A \left(1 - \frac{\lambda \eta}{R_1} \right) e^{-\frac{R_1}{\eta}} + B \left(1 - \frac{\lambda \eta}{R_2} \right) e^{-\frac{R_2}{\eta}} + \lambda \rho e, \quad (1)$$

где p – давление продуктов детонации, A , B , R_1 , R_2 , λ – константы, определяемые по характеристикам детонационной волны в заряде взрывчатого вещества заданной плотности

$\rho_0 = 1/v_0$ (v_0 – начальный удельный объем заряда взрывчатого вещества); e – внутренняя энергия на единицу объема; $\eta = \rho/\rho_0$ – относительная удельная плотность.

Граничные и начальные условия. Для всех границ выбраны «мягкие» ГУ, имитирующие открытое пространство, кроме нижней, соответствующей земле, для неё принято условие непротекания. Для всех тел применяется свойство абсолютно жёсткого тела с жестким закреплением. Расчетная область представляет собой объем воздуха с начальным распределением параметров среды, соответствующих нормальным атмосферным условиям.

Методика расчета. Задача о движении взрывной волны решалась схемой Годунова второго порядка точности. Для решения задач использованы программные средства: препроцессор Explicit Dynamics, солвер и постпроцессор AUTODYN. В результате исследования на сеточную сходимость была выбрана структурированная сетка с количеством элементов примерно 1 млн. Число Куранта равно 0.3.

Результаты. На рисунке 2 представлены поля давлений в моменты времени $t=0,073$ мс (а), $t=0,17$ мс (б), $t=0,41$ мс (в) в сечении $z=0$, соответствующем земле. Ударная волна, образовавшаяся в результате взрыва, имеет форму сферы и распространяется в свободном пространстве. При $t=0,073$ мс она доходит до призмы B5 и отражается от нее (рис.2а). К моменту времени $t=0,168$ мс ударная волна доходит до призм B1 и B4. В результате нерегулярного отражения от стенок призм B1 и B5 возникают ножки Маха. Отраженная от призмы B1 ударная волна начинает двигаться по направлению к центру взрыва (рис.2б). На рисунке 2в показано столкновение волны, отраженной от призмы B5 и волны, отраженной от призмы B1. В результате взаимодействия образуется новая ударная волна с большей интенсивностью по сравнению с отраженными.

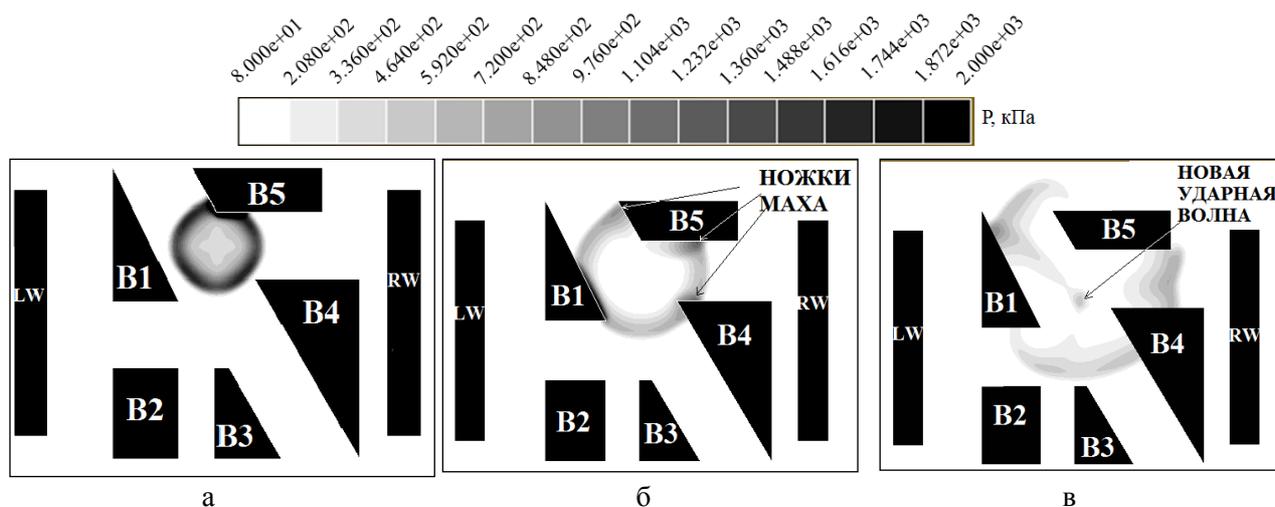


Рис. 2. Поля давлений в разные моменты времени ($m = 16$ г, $z = 0$)

Для подтверждения правильности проведенных расчетов проводилось сравнение полученных результатов с литературными данными [2, 3] (рис. 3). Видно хорошее качественное совпадение кривых давления. Количественно давление отличается не более чем на 20%.

На рисунке 4 показано сравнение изменения давления во времени для различных масс заряда. При увеличении массы взрывчатого вещества в 4 раза пиковое давление увеличивается почти в 1,5 раза, а длительность фазы разрежения уменьшается. Также заметны более мощные вторичные пики давления.

В таблице 1 представлены результаты оценки разрушений, выполненной на основе методики, описанной в [5].

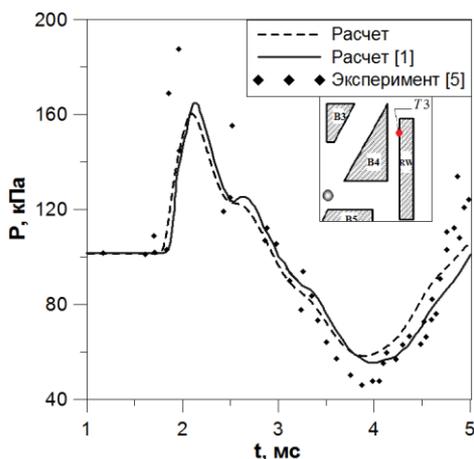


Рис. 3. Изменение давления во времени для $m = 16$ г (точка 3)

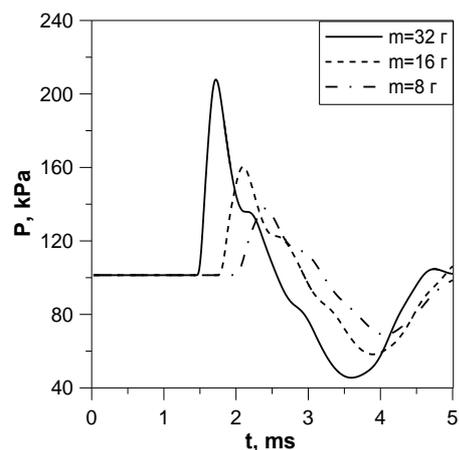


Рис. 4. Изменение давления во времени (точка 3) для $m = 8, 16, 32$ г

Табл. 1. Оценка разрушений

Вид здания	Масса взрывчатого вещества, г					
	8		16		32	
	ΔP	Степень поражения	ΔP	Степень поражения	ΔP	Степень поражения
B1	>100 кПа	ПР	>100 кПа	ПР	>100 кПа	ПР
B2	70 кПа	50%	>100 кПа	ПР	>100 кПа	ПР
B3	70 кПа	50%	>100 кПа	ПР	>100 кПа	ПР
B4	>100 кПа	ПР	>100 кПа	ПР	>100 кПа	ПР
B5	>100 кПа	ПР	>100 кПа	ПР	>100 кПа	ПР
RW	80 кПа	50%	90 кПа	50%	>100 кПа	ПР
LW	25 кПа	СР	60 кПа	50%	>100 кПа	ПР

(ПР – полное разрушение, 50% – 50%-ное разрушение зданий, СР – средние повреждения)

Выводы. Проведено численное моделирование распространения ударной волны от взрыва различных масс TNT. Численные результаты сопоставлены с литературными данными по избыточному давлению, в среднем разница не превышает 10%. При сравнении с экспериментальными данными отмечена разница значений для избыточного давления в среднем 20%. На основании полученных данных проведена оценка степени поражения. Так, для взрыва наибольшей исследуемой массы характерно полное разрушение всех зданий, находящихся вблизи от эпицентра взрыва.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Храмов Г.Н. Горение и взрыв. – СПб: СПбГПУ, 2007. – 289 с
2. Smith P. D., Rose T. A. Blast wave propagation in city streets – an overview // Prog. Struct. Engng Mater. – 2006. – 8. – P. 16-28.
3. Вальгер С.А., Федоров А.В., Федорова Н.Н. Моделирование ударно-волновой нагрузки от взрыва на отдельно стоящую призму прямоугольного сечения и комплекс призм, имитирующих городскую застройку / Сб. трудов XIV Всероссийского семинара «Динамика многофазных сред», Новосибирск, 2-5 ноября 2015 г. С. 23-26.
4. Горбатенко А.А. Анализ уравнения состояния продуктов детонации JWJ // Молодежный научно-технический вестник. – 2012. – №3. – 5с.
5. Приказ МЧС РФ от 10 июля 2009 г. N 404 «Об утверждении методики определения расчетных величин пожарного риска на производственных объектах».

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕНТИЛЯЦИОННОГО ТЕЧЕНИЯ В ТЕСТОВОМ АУДИТОРНОМ ПОМЕЩЕНИИ

Введение. Для обеспечения комфортных и безопасных параметров воздушной среды в обитаемых помещениях (скорости движения воздуха, его температуры, концентрации содержащихся в нем вредных примесей и др.) необходимо использовать эффективные системы вентиляции. При проектировании вентиляционных систем все чаще используются методы вычислительной гидродинамики, направленные на трехмерное моделирование турбулентных струйных течений, как правило характеризующихся истечением множественных струй, взаимодействующих между собой. В инженерной практике при этом используются методы, основанные на численном решении трехмерных уравнений Рейнольдса (так называемые RANS/URANS подходы – Steady/Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes), замыкаемых полуэмпирической моделью турбулентности. Несмотря на широкое использование RANS моделирования в численных расчетах воздухообмена в стандартных и специализированных помещениях (к примеру, при вентиляции бассейна [1], ледовой арены [2], кабины пилотируемого самолета [3] и модулей Международной космической станции [4]), вопрос о качестве результатов, полученных с помощью таких подходов, остается открытым. Валидация данных RANS осуществляется или с привлечением более точных вихреразрешающих подходов к моделированию турбулентного движения (например, примененный в [5] метод моделирования крупных вихрей, Large Eddy Simulation – LES), или при непосредственном сравнении расчетных данных с эталонным физическим экспериментом, при этом обычно рассматривается истечение одиночной струи (см., например, [6]). В настоящей работе представляются результаты численного моделирования, направленного на оценку структуры вентиляционного течения в приближенном к реальным условиям тестовом помещении с множественными вентиляционными отверстиями – аудитории Софийского технического университета. В данном помещении планируется провести измерения поля скорости, при этом на этапе постановки эксперимента необходимо максимально учесть требования, предъявляемые к валидационным данным со стороны специалистов по численному моделированию, что в итоге позволит позиционировать результаты как эталонные.

Геометрия тестового помещения. Рассматривается прямоугольное помещение шириной $W = 5.4$ м, длиной $L = 11.8$ м и высотой $H = 3.2$ м, схематически изображенное на рис. 1а. В геометрическую модель включены подоконник, четыре радиатора, четыре колонны, четыре потолочных комбинированных приточно-вытяжных диффузоров и вентиляционные каналы. Все элементы в модели помещения имеют форму параллелепипедов. В дальнейшем, размеры объектов вдоль оси “ x ” будут называться шириной, вдоль “ y ” – длиной, и вдоль “ z ” – высотой. Начало координат размещено в углу помещения (рис. 1а).

Подоконник, с шириной 0.4 м и высотой 0.1 м расположен вдоль стенки, $x = 0$, ширина и высота его основания – 0.1×0.9 м. Все радиаторы (#1-4, рис. 1а), находящиеся от пола на 0.2 м, имеют одинаковые размеры – $0.2 \times 1.5 \times 0.5$ м, расстояние от стенки $y = 0$ до радиатора #1 – 0.7 м, #2 – 3.6 м, #3 – 6.7 м и #4 – 9.6 м. Потолок помещения имеет два выступа высотой $h_{c,1} = 0.2$ м и $h_{c,2} = 0.4$ м, ширина которых равна 0.9 м и 0.6 м соответственно. Высота колонн совпадает с высотой помещения. Колонна I длиной 0.45 м находится на расстоянии

$l_{col,I} = 5.95$ м от стенки $y = 0$ и имеет вблизи пола уступ 0.2×0.2 м. Под подоконником колонна I сплошная вплоть до основания подоконника, ее ширина равна 0.9 м, над подоконником расстояние от колонны I до стенки $x = 0$ составляет 0.3 м, ее ширина равна 0.7 м. Колонна II ширины 0.6 м и длины 0.5 м, расположенная вблизи противоположной стенки, находится на расстоянии $l_{col,II} = 5.9$ м от стенки $y = 0$. Колонны III и IV, имеющие ширину 0.6 м и длину 0.15 м, примыкают к стенке $y = 11.8$ м и располагаются на расстояниях 0.2 м и 4.5 м от стенки $x = 0$.

Для подачи и отвода воздуха помещение снабжено вентиляционными каналами, соединенными с четырьмя приточно-вытяжными устройствами – диффузорами (№1-4, рис. 1а) одинаковых размеров $1 \times 1 \times 0.25$ м. Расстояние от стенки $x = 0$ до диффузоров №2 и №4 составляет 1.4 м, до диффузоров №1 и №3 – 2.4 м, расстояние от стенки $y = 0$ до диффузора №1 – 1 м, №2 – 3.9 м, №3 – 6.9 м, №4 – 9.8 м. Диффузоры присоединены к вентиляционным каналам высотой 0.1 м, примыкающим к потолку. Как показано на рис. 1б, в центре каждого диффузора размещено квадратное отверстие 0.5×0.5 м, через которое происходит отбор воздуха из аудитории – для расчетной области это выход. По сторонам от центрального отверстия расположены четыре прямоугольных отверстия 0.5×0.07 м, через которые воздух подается в помещение – это входы в расчетную область.

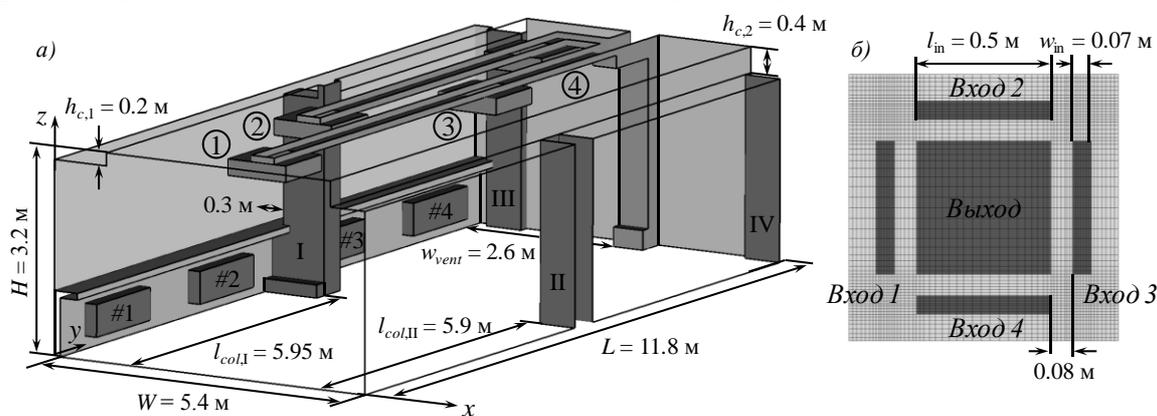


Рис. 1. а) Геометрия расчетной области; б) фрагмент расчетной сетки на поверхности одного из комбинированных приточно-вытяжных диффузоров в сечении $z = 2.85$ м

Определяющие параметры. Физические свойства воздуха, подаваемого в помещение, соответствуют температуре 15°C ($\rho = 1.225 \text{ кг/м}^3$, $\mu = 1.8 \times 10^{-5} \text{ кг/м}\cdot\text{с}$). На каждом из 16 входных отверстий задается однородный профиль скорости $V_{in} = 4.26 \text{ м/с}$. Угол направления подачи воздуха, отсчитываемый от поверхности потолка, равен 45° . Число Рейнольдса, построенное по ширине входного отверстия, составляет $Re = w_{in} V_{in} / \nu = 2 \times 10^4$.

Вычислительные аспекты. Моделирование турбулентного течения воздуха осуществлялось на основе URANS подхода, с использованием стандартной $k-\epsilon$ модели турбулентности в сочетании с опцией «Enhanced wall treatment». Уровень турбулентности на входе определялся интенсивностью турбулентности, $I = 5\%$, и отношением турбулентной вязкости к молекулярной, $TVR = 10$. Использовалась квазиструктурированная расчетная сетка со сгущением ко входным и выходным отверстиям, и к стенкам, построенная в сеточном генераторе ANSYS ICEM CFD 18.2. Общая размерность расчетной сетки составляет 5.85 миллионов ячеек. Фрагмент сетки в области входов и выходов изображен на рис. 1б, ячейки минимального размера расположены вблизи входных отверстий и имеют размеры $0.01 \times 0.01 \times 0.01$ м. Величина расстояния от центра первой пристенной ячейки до стенки, y^+ , варьируется в диапазоне $1 \dots 60$.

Численное моделирование выполнено с помощью программного комплекса ANSYS Fluent версии 18.2 с использованием ресурсов суперкомпьютерного центра

«Политехнический» (<http://www.scc.spbstu.ru>; задача распараллеливалась на 112 ядер). Дискретизация пространственных и временных производных была выполнена со вторыми порядками точности. Для продвижения по времени использовался безытерационный алгоритм NITA. Шаг по времени брался равным 0.004 с.

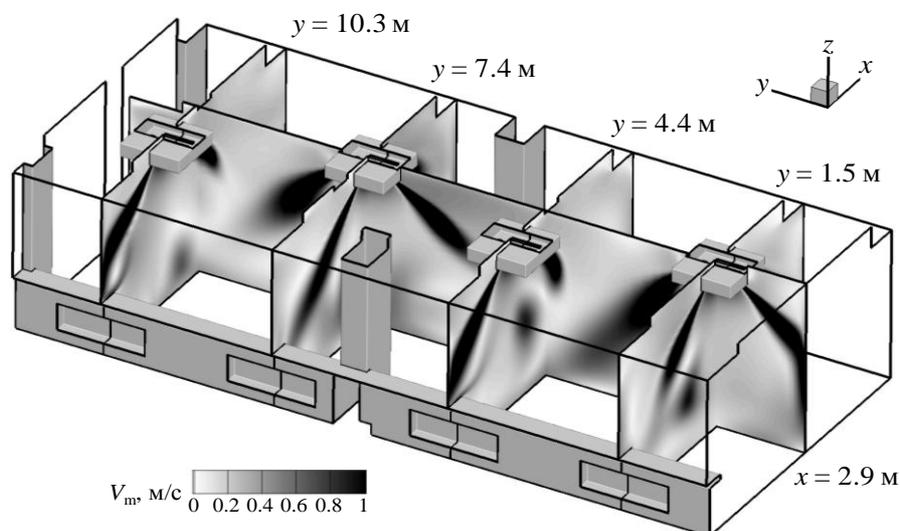


Рис. 2. Поля мгновенного модуля скорости в нескольких сечениях помещения

Результаты. Структуру течения в помещении аудитории иллюстрирует рисунок 2, где приведены мгновенные поля модуля скорости в нескольких вертикальных сечениях. Струи воздуха полностью охватывают верхнюю часть помещения, распространяясь достаточно свободно, взаимодействие между струями минимально. Следует отметить, что формирование струйных областей происходит по-разному. К примеру, из сечения $x = 2.9$ м (рис. 2) видно, что струи, распространяющиеся в положительном направлении оси y , отклоняются от первоначального направления на больший угол по сравнению со струями, распространяющимися в отрицательном направлении оси. На основе детального анализа трехмерного поля скорости определены области, где необходимо провести детальные термоанемометрические измерения с более подробным пространственным разрешением.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 18-58-18011).

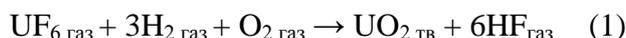
ЛИТЕРАТУРА:

1. Денисихина Д.М., Луканина М.А., Самолетов М.В. Математическое моделирование микроклимата в помещении бассейна // АВОК: Вентиляция, отопление, кондиционирование воздуха, теплоснабжение и строительная теплофизика. – 2012. – № 6. – С. 56-61.
2. Palmowska A., Lipska B. Experimental study and numerical prediction of thermal and humidity conditions in the ventilated ice rink arena // Building and Environment. – 2016. – Vol. 108. – P. 171-182.
3. Liu W., Wen J., Chao J., Yin W., Shen C., Lai D., Lin C.H., Liu J., Sun H., Chen Q. Accurate and high resolution boundary conditions and flow fields in the first class cabin of an MD 82 commercial airliner // Atmospheric Environment. – 2012. – Vol. 56. – P. 33-44.
4. Son C.H., Turner E.H., Smirnov E.M., Ivanov N.G., Telnov D.S. Integrated Computational Fluid Dynamics Carbon Dioxide Concentration Study for the International Space Station // SAE 2005 Transactions. Journal of Aerospace. – 2006. – P.89-94.
5. Smirnov E.M., Ivanov N.G., Telnov D.S., Son C.H. CFD modelling of cabin air ventilation in the International Space Station: a comparison of RANS and LES data with test measurements for the Columbus module // Int. J. of Ventilation. – 2006. – Vol. 5 (2). – P. 219-227.
6. Hurnik M., Blaszcok M., Popiolek Z. Air distribution measurement in a room with a sidewall jet: a 3D benchmark test for CFD validation // Building and Environment. – 2015. – Vol. 93. – P. 319-330.

ОХЛАЖДЕНИЕ ПОТОКА, СОСТОЯЩЕГО ИЗ ПРОДУКТОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ГЕКСАФТОРИДА УРАНА С КИСЛОРОДОМ И ВОДОРОДОМ В РЕЖИМЕ ГОРЕНИЯ

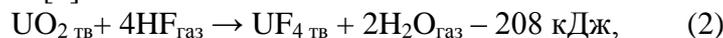
Гексафторид урана UF_6 используют при изотопном обогащении урана в ядерном топливном цикле [1]. В этом процессе в качестве побочного продукта образуется гексафторид урана, обеднённого по изотопу ^{235}U (ОГФУ). В настоящее время в России накоплено до 1 млн. тонн ОГФУ, поэтому разработка методов его конверсии с получением коммерчески значимых соединений является актуальной задачей.

Ранее авторами на основе термодинамических расчётов показано, что одним из направлений переработки ОГФУ с целью получения фторида водорода и диоксида урана может стать его взаимодействие с водородсодержащими и кислородсодержащими веществами при температуре выше 1150 К [2-4]. Например, при взаимодействии с водородом и кислородом



при температуре исходных веществ 400 К температура продуктов процесса в адиабатических условиях составляет более 2000 К, а с учётом излучения гетерогенной зоны реакции – порядка 1600 К [2].

Для разделения порошка диоксида урана и газообразного фторида водорода с помощью металлокерамических фильтров необходимо охладить газодисперсный поток до 400 К. Однако при температуре ниже 1100 К в газодисперсном потоке UO_2 и HF будет протекать реакция фторирования [1]



что может привести к снижению выхода фторида водорода.

Известно, что при температуре порядка 500 К скорость реакции (2) пренебрежимо мала [1]. В таблице 1 приведены значения времени превращения UO_2 с характерным размером частиц 100 мкм в UF_4 на 10% в зависимости от температуры [1].

Табл. 1. Зависимость времени превращения UO_2 в UF_4 на 10% $t_{0,1}$ при фторировании безводным фторидом водорода (содержание воды не более 0,06%) при среднем размере частиц UO_2 100 мкм и давлении 0,1 МПа.

T, K	1013	810	723	573	473
$t_{0,1}, c$	75	113	225	338	2400

Известно, что характерный размер твёрдых частиц, получаемых в режиме горения, обычно находится в диапазоне 0,01 – 100 мкм, а среднее значение составляет 1-10 мкм [5, 6].

Для того, чтобы глубина превращения UO_2 в UF_4 при характерном размере частиц 1 мкм при охлаждении продуктов процесса (2) была порядка 1% необходимо, чтобы время охлаждения потока от 1150 до 500 К составляло порядка 0,001 с.

Введем понятие объемной концентрации твердого компонента, которая будет характеризовать газопылевой поток:

$$\beta = F_T/F = F_T/(F_T + F) \quad (3)$$

Для нашего случая $\beta < 0.00035$ – слабозапыленный газопылевой поток.

Теплообмен слабозапылённого газопылевого потока со стенкой трубы рассчитывали согласно [7]:

$$Nu_{\text{п}} = 0.023Re_{\text{п}}^{0.8}Pr_{\text{п}}^{0.4} = Nu(1 + \mu)^{0.8}(1 - \beta)^{1.12}[(1 + C_{\text{T}}\mu C^{-1})/(1 + \mu)]^{0.4}, \quad (4)$$

$$\mu = G_{\text{T}}/G, \quad (5)$$

$$\Delta P = \lambda \cdot L/d \cdot \rho/2 \cdot v^2, \quad (6)$$

$$\lambda = 0.031 \cdot Re^{-1/4}, \quad (7)$$

$$Nu = \alpha d/X, \quad (8)$$

$$Re_{\text{п}} = \rho_{\text{п}} \cdot v_{\text{п}} \cdot d/\eta_{\text{п}}, \quad (9)$$

$$Pr_{\text{п}} = \eta_{\text{п}} C_{\text{п}}/\lambda, \quad (10)$$

$$\eta_{\text{п}} = \eta \cdot (1 + 2.5\beta), \quad (11)$$

$$\rho_{\text{п}} = \rho \cdot (1 + \mu). \quad (12)$$

Здесь G_{T} – расход порошка, G – расход газа, V_{T} – скорость движения порошка, V – скорость движения газа, μ – концентрация порошка в газе, β – объёмная концентрация твёрдого компонента, F_{T} – объём твёрдой компоненты, F – объём газа, $F_{\text{с}}$ – объём системы, C_{T} – теплоёмкость твёрдой компоненты, C – теплоёмкость газа, λ – коэффициент трения, L – длина теплообменника, d – диаметр теплообменника, X – теплопроводность, α – коэффициент теплоотдачи.

В таблице 2 приведены характеристики охлаждения слабозапылённого ($\beta < 0.00035$) потока ($\text{UO}_{2\text{тв}} + 6\text{HF}_{\text{газ}}$) от 1150 К до 500 К в цилиндрической трубе с термостатированной стенкой при скорости подачи ОГФУ, характерной для пилотной (расход UF_6 10 г·с⁻¹) и промышленной (расход UF_6 200 г·с⁻¹) установок.

Табл. 2. Характеристики параметров охлаждения потока ($\text{UO}_{2\text{тв}} + 6\text{HF}_{\text{газ}}$) – расход исходного UF_6 W_{UF_6} , диаметр теплообменника D , средние значения в теплообменнике скорости потока u , чисел Рейнольдса для газового и газопылевого потоков Re и $Re_{\text{п}}$, коэффициента теплоотдачи α , перепад давления ΔP , длина теплообменника L и время охлаждения потока t – при среднем значении объёмной концентрации UO_2 $\beta = 9 \cdot 10^{-5}$, среднем давлении $p = 0,15$ МПа, $T_{\text{нач}} = 1150$ К, $T_{\text{кон}} = 500$ К, $T_{\text{ст}} = 100$ °С

№	W_{UF_6}		D , мм	u , м·с ⁻¹	ΔP , Па	Re	$Re_{\text{п}}$	α , Вт·м ⁻² ·К ⁻¹	L , м	t , с
	г·с ⁻¹	г·год ⁻¹								
1	10	280	10	96	4655	16300	48400	592	0.90	0.02
2			20	24	273	8150	24200	170	1.60	0.06
3	200	5600	30	213	33735	108666	323344	1112	3.15	0.03
4			45	95	6114	72444	214896	537	4.35	0.07
5			90	24	335	36222	107781	154	7.58	0.30

Время охлаждения потока составило величину порядка 10^{-2} с, для теплообменника диаметром 10-20 мм, при реально достижимом перепаде давления в теплообменнике. Поэтому можно ожидать, что глубина фторирования UO_2 при характерном размере частиц порядка 1-10 мкм составит величину порядка единиц процентов при указанных параметрах теплообменника.

Реакция фторирования UO_2 фторидом водорода (2) является экзотермической. Поэтому необходимо оценить возможность развития теплового взрыва в начале охлаждения потока при температуре порядка 1000 К.

Скорость тепловыделения dQ_1/dt при протекании реакции (2) при $T = 1000$ К для частиц диаметром 1 мкм составляет величину порядка 3500 кВт·моль UO_2^{-1} . Оценку этой величины осуществляли пересчётом данных [1] для частиц диаметром 1 мкм. Значения скорости теплоотвода dQ_2/dt из газопылевого потока ($\text{UO}_{2\text{тв}} + 6\text{HF}_{\text{газ}}$), движущегося в

цилиндрической трубе при температуре 1000 К и температуре стенки трубы 100 °С, приведены в таблице 3.

Табл. 3. Скорость теплоотода из газопылевого потока ($UO_{2\text{тв}} + 6HF_{\text{газ}}$), при температуре потока 1000 К и температуре стенки 100 °С в зависимости от расхода UF_6 и диаметра цилиндрического теплообменника

№	W_{UF_6}		D, мм	u, м·с ⁻¹	α , Вт·м ⁻² ·К ⁻¹	dQ_2/dt , кВт·моль ⁻¹ _{UO2}
	Г·с ⁻¹	Г·ГОД ⁻¹				
1	10	280	10	96	592	60620
2			20	24	170	8704
3	200	5600	30	213	1112	37956
4			45	95	537	12219
5			90	24	154	1752

Из данных таблицы 3 следует, что $dQ_2/dt > dQ_1/dt$ для теплообменников диаметром меньше 20 и 90 мм для пилотного и промышленного реакторов соответственно. Поэтому для исключения теплового взрыва диаметры теплообменников не должны превышать указанные величины.

Расчётами показано, что для того чтобы глубина фторирования диоксида урана с характерным размером частиц порядка 1 мкм фторидом водорода при охлаждении продуктов взаимодействия в режиме горения гексафторида урана, водорода и кислорода от 1150 до 500 К составила величину порядка 1% характерное время охлаждения должно быть на уровне 10^{-2} - 10^{-1} с. Такие времена охлаждения могут быть получены в конвективном теплообменнике типа «труба в трубе» с диаметром порядка десятков миллиметров, длиной несколько метров и перепадом давления от единиц до десятков килопаскалей. Тепловой взрыв в теплообменнике диаметром менее 20 мм и 90 мм для расходов ОГФУ 10 и 200 г/с соответственно при протекании реакции фторирования диоксида урана фторидом водорода при температуре 1000 К исключён.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Тураев Н.С., Жерин И.И. Химия и технология урана. –Л.: ЦНИИАТОМИНФОРМ, 2005. – 409 с.
2. Зимин А.Р., Пашкевич Д.С. Термодинамический анализ восстановления гексафторида урана в пламени водородсодержащего топлива и кислородсодержащего окислителя / Материалы научной конференции с международным участием «Неделя науки СПбПУ» 14-19 ноября 2016. Институт прикладной математики и механики. СПб. Изд. Политехнического ун-та. 2016. С. 149-151.
3. Зимин А.Р., Пашкевич Д.С. Термодинамическое обоснование получения фторида водорода из гексафторида урана в пламени водородсодержащего топлива и кислородсодержащего окислителя / Физико-химические аспекты предельных состояний и структурных превращений в сплошных средах, материалах и технических системах: Вып.2 / Под общ. ред. чл.-корр. РАН Ю.В. Петрова. – СПб.: Политехника, 2018. С. 96-103.
4. Зимин А.Р., Пашкевич Д.С. Термодинамически равновесный состав веществ в системе элементов U-F-O-H /Материалы научной конференции с международным участием «Неделя науки СПбПУ». Институт прикладной математики и механики. СПб. Изд. Политехнического ун-та. 2017. С. 222-224.
5. Rahman I. Synthesis of silica nanoparticles by sol-gel: size-dependent properties, surface modification, and applications in silica-polymer nanocomposites – a review // Journal of Nanomaterials – 2012 – Vol. 2012 – P 1-15.
6. Зуев В.П., Михайлов В.В. Производство сажи. М., Изд. «Химия», 1965 г., 328 с.
7. Горбис З.Р., Календерьян В.А. Теплообмен и гидромеханика сквозных дисперсных потоков. М., 1970.

КОНВЕРСИЯ ВОДЯНОГО ПАРА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ИСПАРЁННОЙ
ПЛАВИКОВОЙ КИСЛОТЫ С УГЛЕРОДОМ

Введение. В [1] было предложено получать фторид водорода из его водного раствора высокотемпературным взаимодействием испарённой плавиковой кислоты с углеродом по реакции получения водяного газа:



Расчётами термодинамически равновесного состава веществ в системе элементов С-О-Н-Ф было показано, что при температуре выше 1000 К вода в этой смеси отсутствует, основным фторсодержащим веществом является фторид водорода, фториды и оксифториды углерода отсутствуют, т.е. фторид водорода в условиях проведения реакции (1) термодинамически стабилен [1]. Таким образом, была показана принципиальная возможность проведения процесса (1), когда фторид водорода остается стабильным, а водяной пар взаимодействует с углеродом с образованием водорода и монооксида углерода. Взаимодействие водяного пара с углеродом хорошо изучено в теории и практике газификации твёрдых топлив. В частности, в [2] показано, что характерное время взаимодействия водяного пара с углеродом различных марок при температуре 1500-1600 К составляет единицы секунд. Однако данных о скорости реакции взаимодействия водяного пара с углеродом в присутствии фторида водорода в литературе не обнаружено. При этом известно, что фторид водорода, как полярное вещество (дипольный момент 1,88 D), оказывает на многие химические процессы как каталитическое, так и ингибирующее действие [3]. В настоящей работе приведены результаты исследования на лабораторной установке глубины конверсии водяного пара при обработке испаренного водного раствора фторида водорода в высокотемпературном стационарном слое гранулированного графита при подаче в слой кислорода.

Лабораторное исследование. Для проведения экспериментальных исследований по взаимодействию испарённой плавиковой кислоты с углеродом в присутствии кислорода была использована лабораторная установка, схема которой и методика проведения эксперимента приведены в [1]. Эксперименты проводили при двух способах установки форсунки в реакторе, рис. 1. Для формирования высокотемпературной реакционной зоны в слой разогретого углерода подавали кислород. Объемный расход кислорода в опытах был выбран максимально возможным, при котором не происходило псевдооживление слоя графита, его значение составляло 90 н.см³/с. Диапазон изменения расхода испаренного водного раствора фторида водорода составлял 5÷85 мг/с. Измерением температуры было показано, что графит разогревали до температуры, достаточной для протекания реакции получения водяного газа - в слое вблизи выхода газовых потоков из форсунки температура превышала 1400 К. При этом необходимо учитывать, что никелевые трубки, в которых были установлены термодатчики, искажали поле температуры за счёт своей теплоёмкости и теплопроводности, поэтому измеренные температуры были ниже реально существовавших в слое. Характерный размер зоны с температурой выше 1000 К при верхнем наклонном расположении форсунки составлял примерно 7-8 см, а при нижнем вертикальном расположении формировалась область с высотой 13-15 см и шириной 5-6 см, рис. 1. При одном и том же расходе газообразных компонентов время пребывания водяного пара в

высокотемпературной ($T > 1000$ К) зоне при нижнем положении форсунки выше примерно на 60%, чем при верхнем наклонном положении.

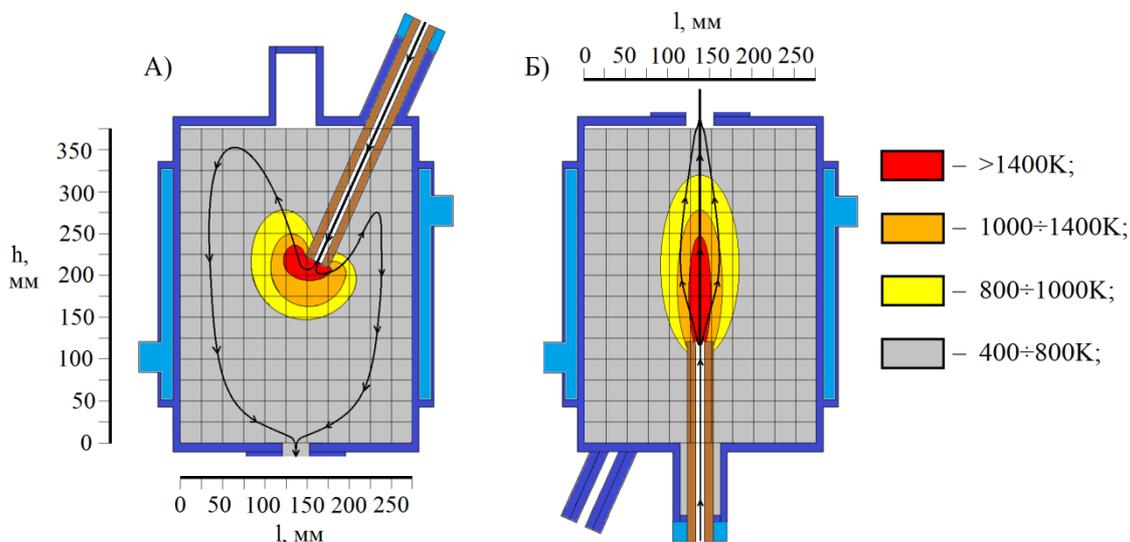


Рис. 1. Характерное распределение температуры и линии тока газа в реакторе при различных способах установки форсунки, А – верхнее расположение форсунки, Б – нижнее расположение

Конверсия водяного пара в зависимости от массового расхода испаренного водного раствора фторида водорода. Одним из параметров, определяющих эффективность предлагаемого метода получения фторида водорода, является конверсия водяного пара при высокотемпературном контакте с углеродом. Конверсию водяного пара при заданном расходе водного раствора фторида водорода определяли двумя способами – по составу газообразных продуктов на выходе из реактора и по количеству воды, собранной в теплообменнике ниже по потоку. Результаты измерений приведены на рисунке 2. Конверсия водяного пара при изменении расхода водного раствора фторида водорода от 5 до 90 мг/с меняется от 10 до 80- 90%, проходя через максимум. Глубины конверсии водяного пара при работе с кислотой с содержанием фторида водорода 40 и 72% близки между собой. На конверсию оказывает существенное влияние способ установки форсунки. При осесимметричной установке конверсия водяного пара выше примерно на 40%. Вероятно, что это связано с большим временем пребывания потока в высокотемпературной зоне.

Конверсия водяного пара в зависимости от времени пребывания в высокотемпературной области. Время пребывания водяного пара в зоне с температурой выше 1000 К приблизительно оценивали по расходу водного раствора фторида водорода и конфигурации высокотемпературной зоны. Результаты обработки экспериментальных данных приведены на рисунке 3. Полученные значения глубины конверсии в зависимости от времени контакта углерода с водяным паром в высокотемпературной бескислородной зоне позволяют сделать вывод, что практически полное восстановление воды углеродом происходит при времени контакта порядка $7 \div 10$ секунд. При этом концентрация исходной плавиковой кислоты практически не влияет на значение этого параметра. Полученные значения времени контакта, при которых обеспечена 90%-я конверсия воды, хорошо совпадают с данными [2], где водяной пар взаимодействовал с различными марками углерода при отсутствии фторида водорода. Это, а также то, что концентрация фторида водорода в его исходном растворе не влияет на значение конверсии, позволяет сделать вывод, что фторид водорода практически не оказывает влияния на скорость высокотемпературного взаимодействия водяного пара с графитом при температуре выше 1000 К.

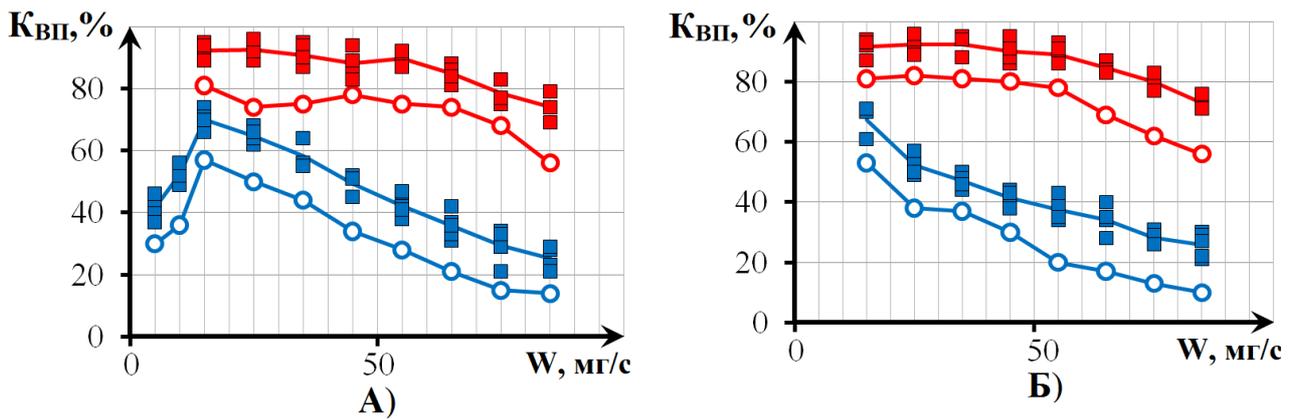


Рис.2. Конверсия водяного пара при контакте испаренного водного раствора фторида водорода с высокотемпературным слоем углерода в зависимости от расхода раствора при расходе кислорода 90 н.см³/с. А) содержание HF в растворе 40%; Б) содержание HF в растворе 72%
 ■ – $K_{\text{газ}}$ в положение форсунки А; ● – $K_{\text{жид}}$ в положение форсунки А; ■ – $K_{\text{газ}}$ в положение форсунки Б; ● – $K_{\text{жид}}$ в положение форсунки Б

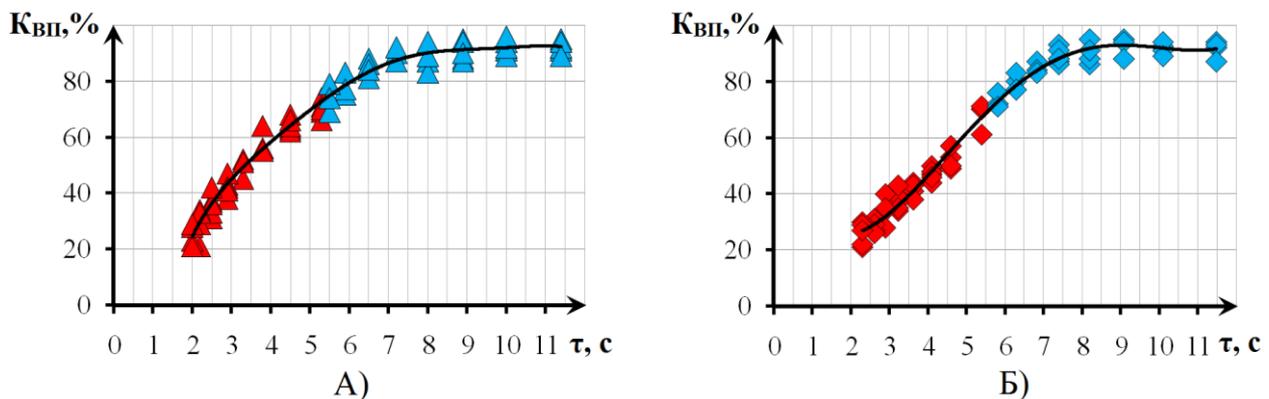


Рис. 3. Зависимость конверсии водяного пара при подаче в высокотемпературный слой графита испаренного водного раствора фторида водорода от времени пребывания водяного пара в слое с температурой выше 1000 К вне кислородной зоны
 А) содержание HF в растворе 40%; Б) содержание HF в растворе 72%
 ▲ – $K_{\text{газ}}$ в положении А; ▲ – $K_{\text{газ}}$ в положении Б

Выводы. При взаимодействии водяного пара с углеродом при температуре выше 1000 К присутствие фторида водорода практически не оказывает влияния на скорость этой реакции. Характерное время контакта водяного пара и неподвижного слоя графита при температуре выше 1000 К в присутствии фторида водорода, при котором достигается 90%-я конверсия воды, составляет величину порядка 10 с.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Пашкевич Д.С., Алексеев Ю.И., Петров В.Б. [и др]. Стабильность фторида водорода в высокотемпературной зоне восстановления воды углеродом // Химическая промышленность. – 2015. – Т.92. – №15. – С. 211-220.
2. Федосеев С.Д., Чернышев А.Б. Полукоксование и газификация твердого топлива. М.: ГНТИ нефтяной и горючепродуктовой литературы (Гостоптехиздат), 1960. – 327 с.
3. Максимов Б.Н., Барабанов В. Г., Серушкин. Л. [и др.]. Промышленные фторорганические продукты. Ленинград: Химия, 1990. – 464 с.

СВЕРХЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ ВЯЗКИМ ГАЗОМ ОБЛАСТИ СОПРЯЖЕНИЯ
ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА И ПЛАСТИНЫ: СОПОСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА
ПО НЕСКОЛЬКИМ ЧИСЛЕННЫМ СХЕМАМ

Необходимость моделирования высокоскоростных течений газа часто возникает не только при разработке аэрокосмической техники, но и для решения промышленных задач, например, для оптимизации венцов турбомашин, которые, как правило, характеризуются сложной геометрией проточных частей. Сегодня для численного решения задач данного класса наиболее широко используются метод конечных объемов, позволяющий проводить расчеты в геометрических конфигурациях практически любой сложности.

Данная работа посвящена тестированию ряда численных схем, предложенных в литературе для расчета сверхзвуковых течений вязкого газа, на задаче трехмерного обтекания удлиненного цилиндрического тела, установленного на пластине, вдоль которой развивается пограничный слой (рис 1а). Данная задача рассматривалась во многих источниках, как экспериментально [1, 2], так и численно [3-5], в основном для условий гиперзвукового обтекания, однако случай течения с умеренными числами Маха в литературе исследован недостаточно.

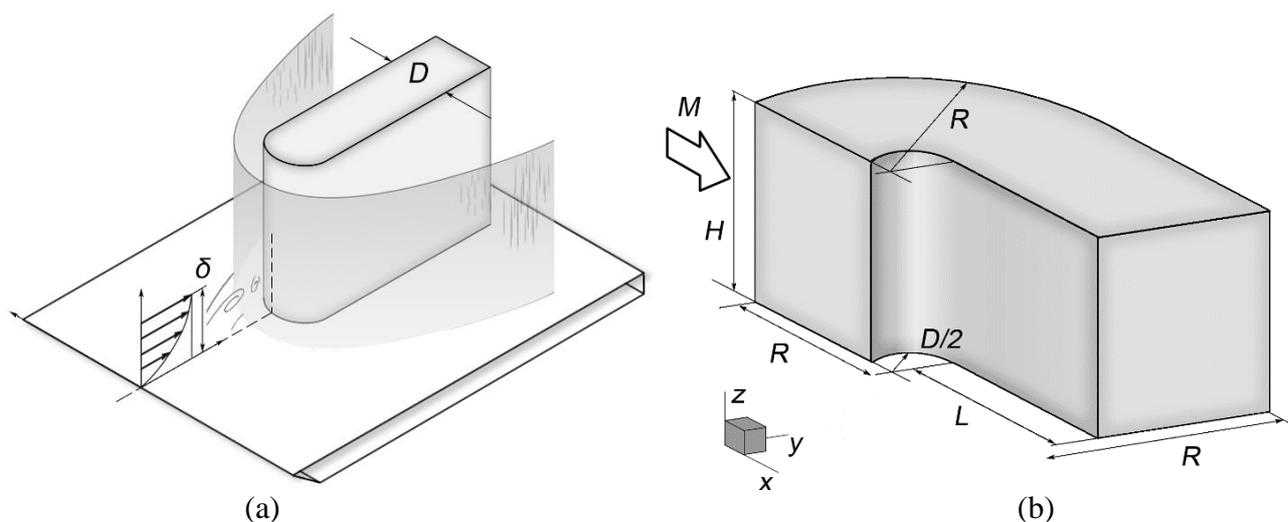


Рис. 1. Постановка задачи (а) и расчетная область (б)

Для выполнения расчетов использовался конечно-объемный «неструктурированный» программный код SINF/Flag-S, разрабатываемый на кафедре «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» СПбПУ. В ветви кода, предназначенной для расчетов высокоскоростных течений вязкого газа, конвективные потоки на грани расчетной ячейки могут вычисляться по разным схемам: Роу, HLL, HLLC (см., например, [6]), также по гибридным схемам [5], которые обеспечивают эффективное подавление так называемой «карбункул» неустойчивости. При использовании схем второго порядка точности для монотонизации решения применяются либо квазиодномерные ограничители с различными способами восстановления точек – методы Darwish, Moukalled 2003 (далее – DM) и Bakhvalov, Kozubskaya 2016 (BK), либо скалярные ограничители – Barth T.J., Jespersen 1989 (BJ), Venkatakrishnan 1995 (VK) и Park J.S., Yoon 2010 (MLP). Подробное описание и тестирование

различных ограничителей в случае неструктурированных сеток проведено в наших предыдущих работах [7-9].

Течение исходно предполагается симметричным, и при моделировании расчеты велись только для половины рассматриваемой конфигурации (рис. 1b). Размеры расчетной области: $R = 15D$, $H = 10D$, $L = 8D$, где D – диаметр затупленной части тела. Задача определяется тремя безразмерными параметрами: числом Маха набегающего потока (M_∞), числом Рейнольдса и отношением диаметра тела к толщине набегающего пограничного слоя, в данной работе рассматривались следующие значения: $M_\infty = 2.95$, $Re_D = 4 \cdot 10^3$, $D/\delta_{95\%} = 1$, что обеспечивает реализацию полностью ламинарного режима течения. На входной границе расчетной области задавался профиль с пограничным слоем заданной толщины $\delta_{95\%}$, на поверхности тела и пластине задавались условия адиабатичности. Расчеты проводились на сетке из 13.3 млн ячеек, которая обеспечивает сошедшееся по сетке решение.

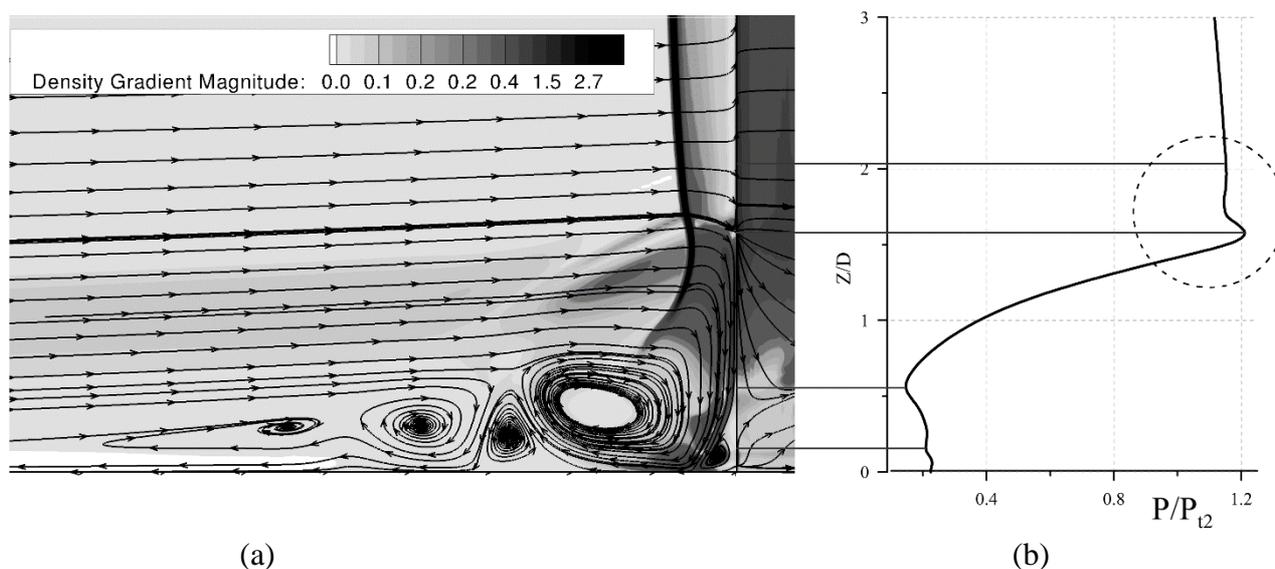


Рис. 2. Поле градиента плотности и линии тока в плоскости симметрии (a) и распределение давления вдоль лобовой линии (b)

Поток, возникающий при обтекании затупленного тела, содержит протяженную переднюю отрывную область (рис.2a), перед телом формируются совокупность подковообразных вихрей. На рисунке 2a изображено поле градиента плотности, которое визуализирует ударно-волновую структуру, видно образование двух косых скачков уплотнения, которые отходят от отрывной зоны. На лобовой линии наблюдается ярко-выраженный максимум давления, который соответствует точке растекания потока (рис. 2b). Такая структура аналогична представленной в других работах [3, 5].

На рисунке 3 приведены распределения давления на лобовой линии (в области около максимума давления, отмеченной на рисунке 2b), полученные при использовании различных схем для расчета конвективных потоков, а именно рассматривались схемы первого (рис. 3a) и второго порядка точности (рис. 3b).

При использовании некоторых схем в решении около скачка наблюдаются сильные осцилляции в области около нижней стенки, которые связаны с возникновением «карбункул» неустойчивости. Для предотвращения этого явления необходимо использовать более диссипативную схему в области около скачка. Гибридная схема HLLC&Rusanov позволяет получить решение без осцилляций как в случае схемы первого порядка, так и в случае второго порядка точности (данная схема работает как HLLC схема во всей расчетной области, кроме области около скачка, где она переключается на сильно диссипативную

схему Русанова). Следует отметить также, что схема HLL в случае первого порядка является настолько диссипативной, что решение качественно видоизменяется.

Примечательно, что все схемы первого порядка точности не воспроизводят максимум давления даже на достаточно мелких сетках. Поэтому для правильного воспроизведения структуры течения в задачах рассматриваемого типа необходимо использовать схемы второго порядка точности.

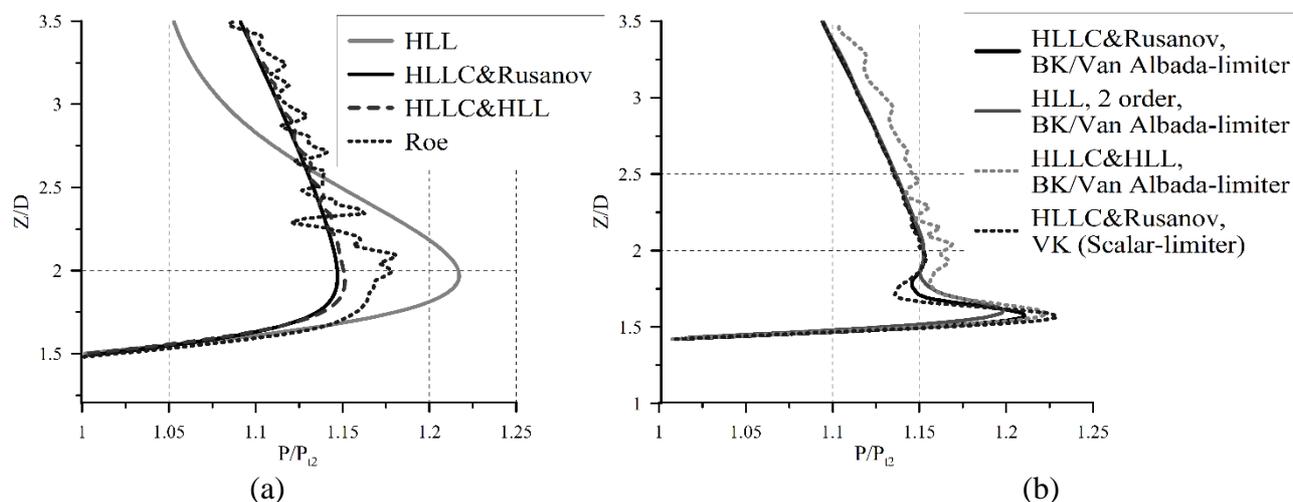


Рис. 3. Распределение давления по схемам первого (a) и второго порядка точности (b)

При использовании скалярных ограничителей схема получается менее диссипативной (рис. 3b), однако это приводит к тому, что в области около отошедшей ударной волны наблюдаются осцилляции; решение с использованием квазиодномерного подхода позволяет получить более гладкое решение.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Dolling D.S., Bogdonoff S.M. Blunt Fin-Induced Shock Wave/Turbulent Boundary-Layer Interaction // AIAA J. – 1982. – Vol. 20, No. 12. – P. 1674-1680.
2. Borovoy V., Mosharov V., Radchenko V., Skuratov A. The shock-waves interference in the flow around a cylinder mounted on a blunted plate / In: Proc. of 7th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS). – 2017. – 8 p.
3. Hung C.-M., Buning P.G. Simulation of blunt-fin-induced shock-wave and turbulent boundary-layer interaction // J. Fluid Mech. – 1985. – Vol. 154. – P. 163-185.
4. Houwing A.F.P., Smith D.R., Fox J.S., Danehy P.M., Mudford N.R. Laminar boundary layer separation at a fin-body junction in a hypersonic flow // Shock Waves – 2000. – Vol. 11, Iss.1. – P. 31-42.
5. Tutty O.R., Roberts G.T., Schuricht P.H. High-speed laminar flow past a fin-body junction // J. Fluid Mech. – 2013. – Vol. 737. – P. 19-55.
6. Toro E.F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction. – Berlin: Springer, 2009.
7. Колесник Е.В., Смирнов Е.М. Тестирование различных схем с квазиодномерной реконструкцией газодинамических переменных при расчетах на неструктурированных сетках // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – 2017. – Т. 10, No. 3. – С. 123-139.
8. Kolesnik E.V., Smirnov E.M. Analysis of performance of scalar limiters in high-order schemes used for unstructured-grid gasdynamic flow computations // Advanced Math. Models & Applications. – 2017. – Vol.2, No. 3. – P. 266-274.
9. Kolesnik E.V., Smirnov E.M. Some aspects of numerical modeling of inviscid supersonic flow in a duct with a central wedge // Journal of Physics: Conf. Series. – 2018. – Vol. 1038. – 012133.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ
ИЗОЛЯЦИОННОЙ ЛЕНТЫ

При работе турбогенератора процесс преобразования механической энергии в электрическую сопровождается выделением джоулева тепла – одного из видов потерь, которые являются причиной нагревания и последующего повреждения различных частей генератора, например, элементов обмоток статора. Одна из важных задач, поставленных с целью повысить мощность и надежность турбогенераторов, не превышать существующие допустимые температуры нагрева. Задача исследований в этой области сводится к нахождению способа повышения эффективной теплопроводности изоляции для увеличения допустимых температур нагрева составных частей генераторов.

Система изоляции для стержней, которые укладываются в статор турбогенератора, представляет собой сухие стеклослюдяные ленты. Сам статор пропитывается эпоксидным компаундом.

В работах [1, 2] выделено три способа улучшения теплопередачи в системе статорной обмотки:

- 1) уменьшение толщины корпусной изоляции;
- 2) увеличение допустимой рабочей температуры корпусной изоляции;
- 3) увеличение коэффициента теплопроводности корпусной изоляции, в частности слюдяной бумаги.

Конструкторское решение, предложенное в работе [3] и связанное со способом укладки ленты, позволило уменьшить толщину изоляционного слоя от 2 мм до 1.46 мм, сохранив количество изоляционных слоев и, соответственно, электрические и механические свойства изоляции, теплопроводность при этом увеличилась на 37% от 0.27 Вт/(м·К) до 0.37 Вт/(м·К).

Второй способ требует применения изоляционных материалов более высокого класса по нагревостойкости, чем класс F, и соответственно повышения длительной электрической прочности корпусной изоляции. На данный момент, это решение требует самых значительных затрат.

Третий способ имеет потенциал повышения теплопроводности свыше 100% и не требует изменения принципиальной конструкции изоляции. Решение задачи о повышении эффективной теплопроводности изоляционных материалов, в частности теплоизоляционной ленты, нужно искать за счет оптимального выбора процентного содержания и формы наполнителя в композитном материале.

Экспериментальное определение коэффициента теплопроводности изоляции готового статорного стержня затруднительно и занимает много времени. Предложены два способа расчета эффективной теплопроводности изоляционной ленты: численный метод и расчет по приближенной формуле.

Рассматривается трехмерная модель конструкции изоляционной ленты (рис. 1а), состоящая из стеклянной подложки с компаундом и слюдяной бумаги. Для моделирования трехмерной конструкции за основу взята изоляционная лента Элмикатерм 52409, которая имеет теплопроводность в пределах 0.23-0.3 Вт/м·К и используется ПАО «Силовые машины» в статорных обмотках турбогенераторов.

В силу симметрии структуры изоляции, в качестве расчетной области взят ограниченный участок изоляции, заключенный между центрами четырех соседних ячеек стеклянной подложки (рис. 1б). Размеры расчетной области выбраны исходя из реальных

размеров ленты: $h_L = 0.18$ мм – толщина ленты (высота расчётной области), $a_L = 0.416$ мм – ширина расчётной области, $b_L = 1$ мм – длина расчётной области, $h_g = 0.055$ мм – толщина стеклянной подложки, $a_g = 0.132$ мм – ширина стеклянной нити, $h_s = h_L - h_g = 0.125$ мм – толщина слюдяной бумаги.

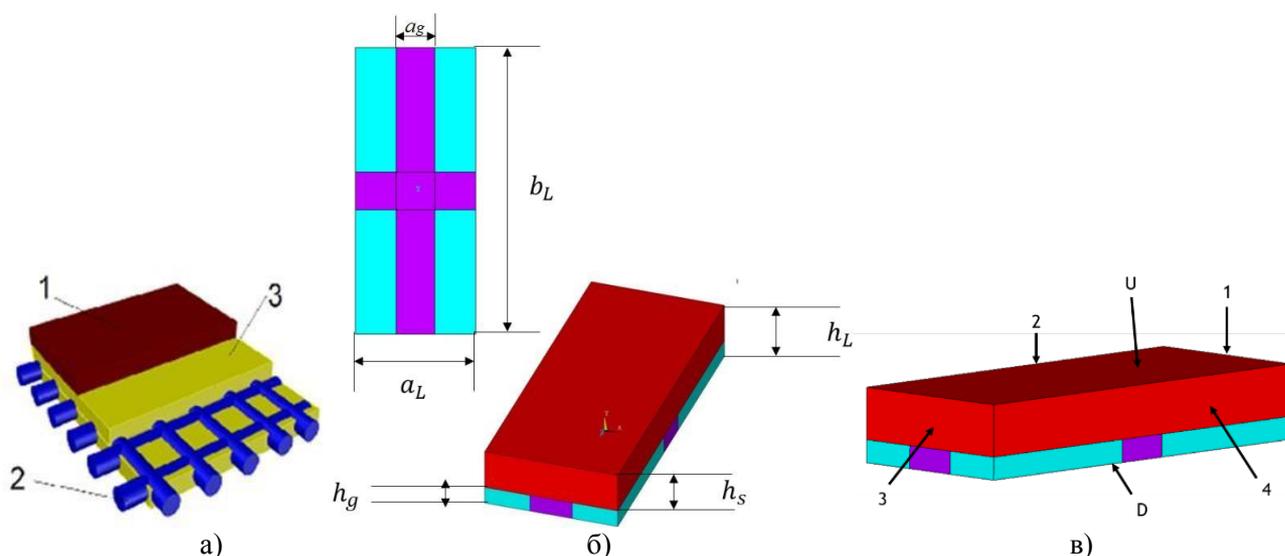


Рис. 1. (а) Трехмерная модель конструкции изоляционной ленты; (б) расчетная область – участок изоляции, заключённый между центрами четырёх соседних ячеек стеклянной подложки; (в) индексация граничных поверхностей

При численном моделировании расчет эффективной теплопроводности ленты проводится по формуле:

$$\lambda_{L_{\text{eff}}} = \bar{q} \cdot \frac{h_L}{\Delta T},$$

где \bar{q} – средний тепловой поток через выбранную поверхность ленты, $\Delta T = (T_U - T_D)$ – перепад температур на поверхностях ленты (во всех вариантах расчета $\Delta T = 10$ К).

Для определения \bar{q} численно решается трехмерная стационарная задача теплопроводности. Граничные условия представляют собой условия первого рода на поверхностях U и D: $T_U = 310$ К, $T_D = 300$ К, и условия симметрии (адиабатичности) на поверхностях 1-4 (рис. 1в)

Моделирование теплоизоляционной ленты проводилось с применением программного пакета конечно-элементного анализа ANSYS Mechanical APDL. Использовался объемный шестигранный, квадратичный элемент со срединными узлами – SOLID90.

При проведении расчетов было принято, что для каждого компонента ленты (слюдяная бумага, стеклянная подложка, компаунд) известна эффективная теплопроводность:

- 1 – слюдяная бумага ($\lambda = 0.51$ Вт/м·К, $\rho = 2.81$ г/см³);
- 2 – стеклянная подложка ($\lambda = 0.991$ Вт/м·К, $\rho = 2.61$ г/см³);
- 3 – компаунд ($\lambda = 0.174$ Вт/м·К, $\rho = 1.2-1.25$ г/см³).

Для моделирования принято допущение, что частицы могут проникать в слюдяную бумагу и стеклянную подложку вместе с пропиточным компаундом при изготовлении электроизоляционной ленты. Из-за хаотичности структур эффективные теплопроводности стеклянных нитей (λ_{gc}) и слюдяной бумаги (λ_{sc}) рассчитываются как среднее арифметическое

между компонентами, образующими последовательные и параллельные тепловые сопротивления.

Для приближенного расчета эффективной теплопроводности ленты можно предложить следующий алгоритм:

$$\lambda_{\text{pod}} = \lambda_{\text{gc}} \cdot \frac{S_{\text{gc}}}{a_L \cdot b_L} + \lambda_{\text{cL}} \cdot \frac{a_L \cdot b_L - S_{\text{gc}}}{a_L \cdot b_L},$$

$$S_{\text{gc}} = a_g \cdot (a_L + b_L - a_g),$$

$$\lambda_L = \left(\frac{h_s}{\lambda_{\text{sc}}} + \frac{h_g}{\left(\frac{\lambda_{\text{cL}}}{\lambda_{\text{gc}}} \right)^{0.1} \cdot \lambda_{\text{pod}}} \right)^{-1} \cdot h_L$$

В этих формулах λ_{pod} – эффективная теплопроводность стеклянной подложки, S_{gc} – площадь сечения стеклянных нитей, множитель $(\lambda_{\text{cL}}/\lambda_{\text{gc}})^{0.1}$ учитывает изменение поля температуры в подложке из-за разницы теплопроводностей компаунда и нитей, λ_{cL} – теплопроводность компаунда в подложке (если его значение отличается от компаунда в слюдяной бумаге).

Приближенный алгоритм расчёта можно использовать для быстрой оценки эффективной теплопроводности ленты исходя из её геометрических размеров и свойств отдельных составляющих, так как отклонение составляет до 2% относительно результатов численного моделирования.

Увеличение теплопроводности частиц в компаунде целесообразно до 25 Вт/(м·К) при использовании частиц правильной формы. Чрезмерно высокое значение теплопроводности наполнителя не существенно влияет на рост теплопроводности изоляции и с экономической точки зрения неоправданно.

Для получения ленты с эффективной теплопроводностью ленты свыше 0.75 Вт/(м·К) необходимо использовать компаунд с теплопроводностью выше 1.5 Вт/(м·К) при массовом содержании компаунда в слюдяной бумаге 10% и стеклянных нитях 15%.

Выводы. Наибольшим тепловым сопротивлением обладает слюдяная бумага (при заданных размерах и содержанию слюды), и эффективная теплопроводность ленты близка к теплопроводности слюдяной бумаги. Увеличить теплопроводность ленты можно за счет увеличения теплопроводности слюдяной бумаги – уменьшая её толщину и увеличивая содержания в ней компаунда (с частицами).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Азизов А.Ш., Андреев А.М., Костельов А.М., Поликарпов Ю.И. Теплопроводность системы изоляции статорной обмотки мощных турбогенераторов с воздушным охлаждением // Электротехника. – 2009. – №3. – С. 10-14.
2. Tari M., Yoshida K., Sekito S., Allison J., Brusch R., Lutz A. A high voltage insulating system with increased thermal conductivity for turbo generators / In: Proc. of Coil Winding, Insulation and Electrical Manufacturing Conference, Berlin, 2001. 5 p.
3. Marek P., Senn F., Grubelnik W., Ladstter W. Impact of new motor and generator insulation systems // Energize. – 2007 – P. 51-55.
4. ANSYS. Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications. ANSYS Inc., 2017. 1226 p.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ КОНВЕКЦИИ РЭЛЕЯ-БЕНАРА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В УСЛОВИЯХ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА

Сохраняющийся на протяжении многих лет интерес к изучению конвективных движений жидкости, возникающих вследствие пространственной неоднородности плотности в полях массовых сил, обусловлен как их глубоким фундаментальным, так и важным практическим значением. Отдельное внимание при этом уделяется экспериментальному и численному исследованию свободной конвекции в замкнутых областях упрощенной геометрии при различных условиях их подогрева и значениях определяющих параметров и свойств сред (см. диссертацию [1] и приведенные в ней источники литературы).

Несмотря на накопленный опыт и наличие обширной базы результатов исследований, по-прежнему актуальной остается проблема аккуратного и достоверного численного предсказания характеристик представляющих наибольший практический интерес переходных и турбулентных режимов конвекции Рэля-Бенара, в том числе при наличии ограничивающих жидкий объем с разных сторон теплопроводящих стенок и оценка их влияния на структуру течения и теплоперенос [2, 3]. Так, в работе [3] исследовалось влияние теплопереноса в горизонтальных твердых стенках на турбулентную конвекцию ртути в неподвижной и вращающейся цилиндрической полости с высотой, равной диаметру.

Целью настоящей работы являлось изучение на основе метода прямого численного моделирования свободной конвекции воздуха, развивающейся в подогреваемой снизу вертикальной цилиндрической полости с учетом эффектов сопряженного теплообмена с окружающей полостью кольцевой твердой стенкой конечной толщины. Расчеты проводились при фиксированном значении числа Рэля ($Ra = 10^6$) и числа Прандтля ($Pr = 0.7$) для трех значений коэффициента теплопроводности стенки, $\lambda_s = 0.04; 0.19; 1.51$ Вт/м·К (что соответствует теплопроводящим свойствам пенопласта, оргстекла и бетона) и в несопряженной постановке. Физические свойства задействованных в расчетах сред приведены в табл. 1 (индекс «f» применяется для жидкого объема, «s» – для твердого).

Табл. 1. Физические свойства сред в настоящих расчетах

Воздух: $\rho_f = 1.225$ кг/м ³ $c_{pf} = 1005$ Дж/кг·К $\lambda_f = 0.026$ Вт/м·К $\mu_f = 1.8 \cdot 10^{-5}$ кг/м·с $\beta_f = 3.67 \cdot 10^{-3}$ 1/К	Бетон: $\rho_s = 2400$ кг/м ³ , $c_{ps} = 840$ Дж/кг·К, $\lambda_s = 1.51$ Вт/м·К
	Оргстекло: $\rho_s = 1180$ кг/м ³ , $c_{ps} = 1270$ Дж/кг·К, $\lambda_s = 0.19$ Вт/м·К
	Пенопласт: $\rho_s = 70$ кг/м ³ , $c_{ps} = 1260$ Дж/кг·К, $\lambda_s = 0.04$ Вт/м·К

Расчетная область (рис. 1) включала в себя цилиндрическую полость диаметром D и высотой H ($H/D = 1$), в которой моделировалась конвекция воздуха, и окружающую ее твердую стенку в форме кольца толщиной h ($h/D = 0.19$). На всех границах «жидкого» цилиндра ставились условия непроницаемости и прилипания. На горизонтальных границах задавались постоянные значения температуры (T_{hot} и T_{cold}). Боковая внешняя стенка считалась адиабатической.

Течение и теплоперенос в полости описывались системой уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска для учета эффектов плавучести в поле силы тяжести, дополненной уравнением баланса энергии. В твердом объеме решалось уравнение теплопроводности.

Основная серия расчетов и предварительная постпроцессорная обработка результатов осуществлялась с помощью программного комплекса ANSYS Fluent 18.0. Также был

проведен сопоставительный расчет в несопряженной постановке с использованием «неструктурированного» комплекса SINF/Flag-S, разрабатываемого сотрудниками кафедры «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» СПбПУ. В обоих случаях пространственная дискретизация конвективных членов осуществлялась с использованием схемы QUICK, диффузионные члены аппроксимировались по центрально-разностной схеме со вторым порядком точности. Продвижение по физическому времени производилось на основе неявной схемы второго порядка с использованием метода дробных шагов.

В расчетах использовалась неравномерная сетка, состоящая из шестигранных ячеек ($5 \cdot 10^5$ ячеек относилось к жидкому объему и $4 \cdot 10^5$ ячеек – к стенке). Шаг по времени по результатам предварительных методических расчетов был выбран равным 0.05 с. Продолжительность выборок для осреднения составила более 8000 безразмерных времен.

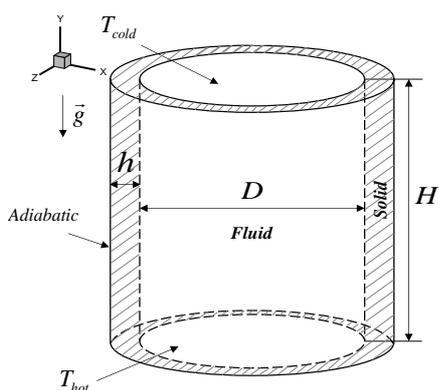


Рис. 1. Расчетная область и граничные условия

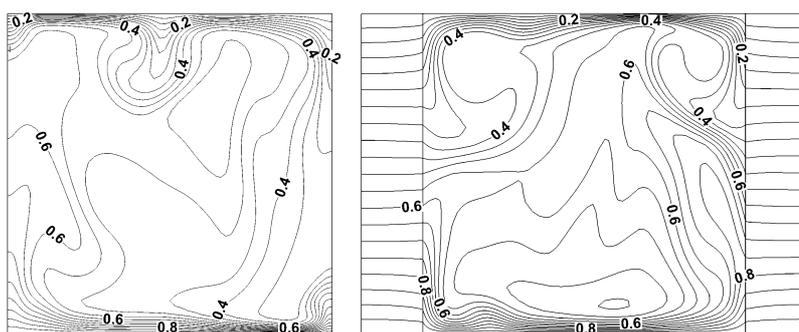


Рис. 2. Мгновенные поля безразмерной температуры в меридиональном сечении (несопряженная, слева, и сопряженная при $\lambda_s = 0.19$ Вт/м·К, справа, постановки)

Визуализация и анализ результатов расчетов показали, что для всех рассчитанных вариантов реализуется турбулентный режим конвекции. Основное течение в полости в каждый момент времени представляет собой единственную глобальную конвективную ячейку, сосуществующую с мелкомасштабной турбулентностью [1]. Структура мгновенных полей температуры для двух постановок задач качественно схожа (рис. 2). Вместе с тем, в осредненных во времени полях скорости наблюдаются качественные отличия: в несопряженной постановке и при наименьшей из рассмотренных λ_s конвективная ячейка сохраняется и после осреднения, а при бóльших значениях теплопроводности стенки течение представляется в виде двух тороидальных вихрей, как следствие прецессии ячейки (рис. 3).

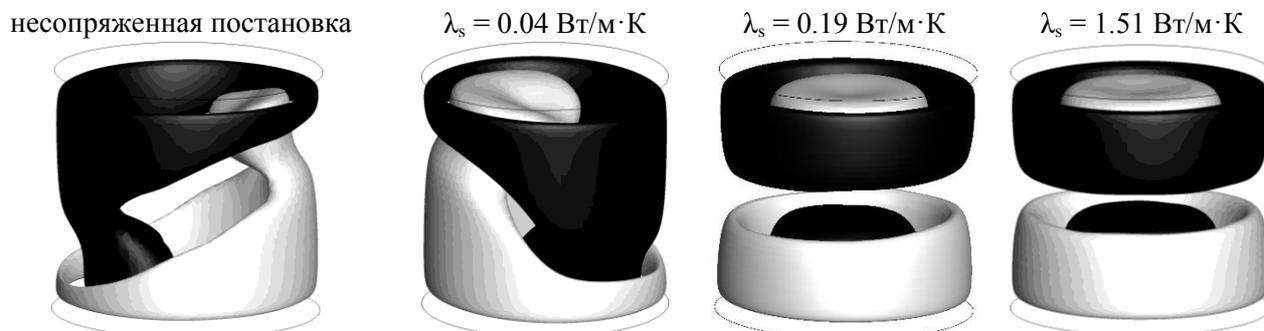


Рис. 3. Иповерхности осредненной во времени вертикальной компоненты вектора скорости (в безразмерном виде; темный цвет соответствует скорости $V_y = -0.07$, светлый $V_y = -0.07$)

На рисунке 4 показаны вертикальные профили осредненной во времени безразмерной температуры на границе раздела сред. Как видно, увеличение теплопроводности стенки приводит к сглаживанию перегибов на профиле со стремлением его к линейному. Изменение теплопроводности стенки позволяет получить весьма широкий диапазон форм профиля температуры и оказывает влияние на структуру течения и характеристики теплопереноса.

В таблице 2 приведены осредненные по пространству и во времени значения числа Нуссельта через нижние горизонтальные стенки жидкого и твердого объемов для всех вариантов расчетов. Проведенное сопоставление с имеющимися данными расчетов других авторов в несопряженной постановке [4, 5] показало, что значения Nu_f близки между собой (отличие не превышает 3%). Результаты, полученные в настоящей работе с использованием комплексов ANSYS Fluent и SINF/Flag-S, оказались очень близкими. В расчетах в сопряженной постановке значения числа Нуссельта при разных λ_s различаются слабо (максимальное отличие – менее 1%). Заметный рост Nu_s с уменьшением λ_s (при этом $\lambda_s/\lambda_f \rightarrow 1$) обусловлен увеличением передачи тепла из жидкого объема через боковую стенку.

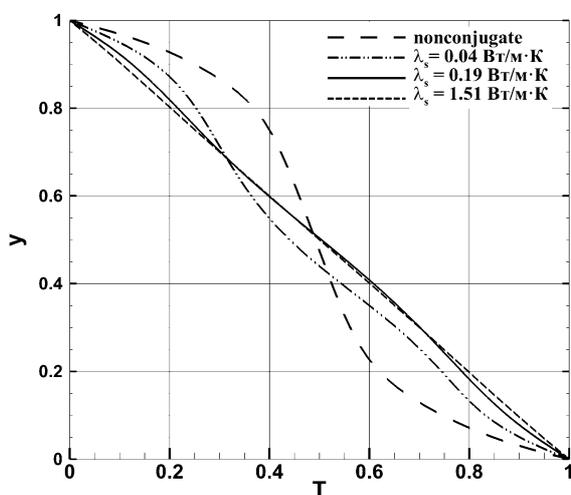


Рис. 4. Профили осредненной во времени температуры на границе раздела сред

Табл. 2. Сравнение рассчитанных значений числа Нуссельта

λ_s , Вт/м·К	Nu_f (Fluent)	Nu_f (SINF/ Flag-S)	Nu_f [4]	Nu_f [5]	Nu_s
несопряженная постановка	8.53	8.49	8.25	8.63	-
0.04	8.44	-	-	-	1.47
0.19	8.46	-	-	-	1.14
1.51	8.51	-	-	-	1.02

Таким образом, проведенные исследования позволили оценить степень влияния теплопроводящих свойств материала твердой стенки, окружающей воздушную полость, на характеристики конвекции и теплопереноса и расширили базу данных результатов высокоточных расчетов по проблеме для условий сопряженного теплообмена.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №17-08-01543).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Абрамов А.Г. Метод моделирования крупных вихрей в приложении к задачам турбулентной конвекции в подогреваемых снизу емкостях: варианты и возможности / Дисс. канд. физ.-мат. наук. - СПб: СПбГПУ. 2003. 219 с.
2. Stevens R.J. A.M., Lohse D., Verzicco R. Sidewall effects in Rayleigh-Bénard convection // J. Fluid Mech. – 2014. – Vol. 741. – P. 1-27.
3. Смирнов С.И., Смирнов Е.М., Смирновский А.А. Влияние теплопереноса в торцевых стенках на турбулентную конвекцию ртути во вращающемся цилиндре // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – 2017. – Том 10(1). – С. 31-46.
4. Stevens R.J. A.M., van der Poel E.P., Grossmann S., Lohse D. The unifying theory of scaling in thermal convection: the updated prefactors // J. Fluid Mech. – 2013. – Vol. 730. – P. 295-308.
5. Scheel J.D., Schumacher J. Global and local statistics in turbulent convection at low Prandtl numbers // J. Fluid Mech. – 2016. – Vol. 802. – P. 147-173.

NATURAL CONVECTION FLOW AT THE JUNCTION OF CIRCULAR CYLINDER
PLACED ON VERTICAL HEATED PLATE

In recent years, a few papers have been performed on the numerical study of natural convection flows over a bluff body [1-2] that confirm the presence of vortical system developed in the upstream region of the bluff body. As for any flow past a bluff body, in the encounter region, pressure gradient is increased, that induce separation of the boundary layer. The pressure gradients leads up the formation of the vortical system, that depends on a number of parameters, such as Grashof number, intensity of separation, and also on the bluff body geometry. In the case of natural convection flows, the presence of the vortical system can significantly affect the distribution of the local heat transfer rates in the junction region [3], so the success of heat transfer computations will depend on the accuracy of reproduction of the complex vortex structure.

In this work, numerically described flow formation around the junction of a circular cylinder placed on a heated plate, that characterize the behavior of the arising complex vortex structure in the case of laminar natural convection boundary layer.

The main purpose for this study is to gain an insight into formed vortex structure around heated circular cylinder placed on a rectangular vertical heated plate. The geometry of the computational domain, its dimensions and boundary conditions are shown in Fig. 1. The origin of the system of coordinates was located at the center of the cylinder on the vertical isothermal plate.

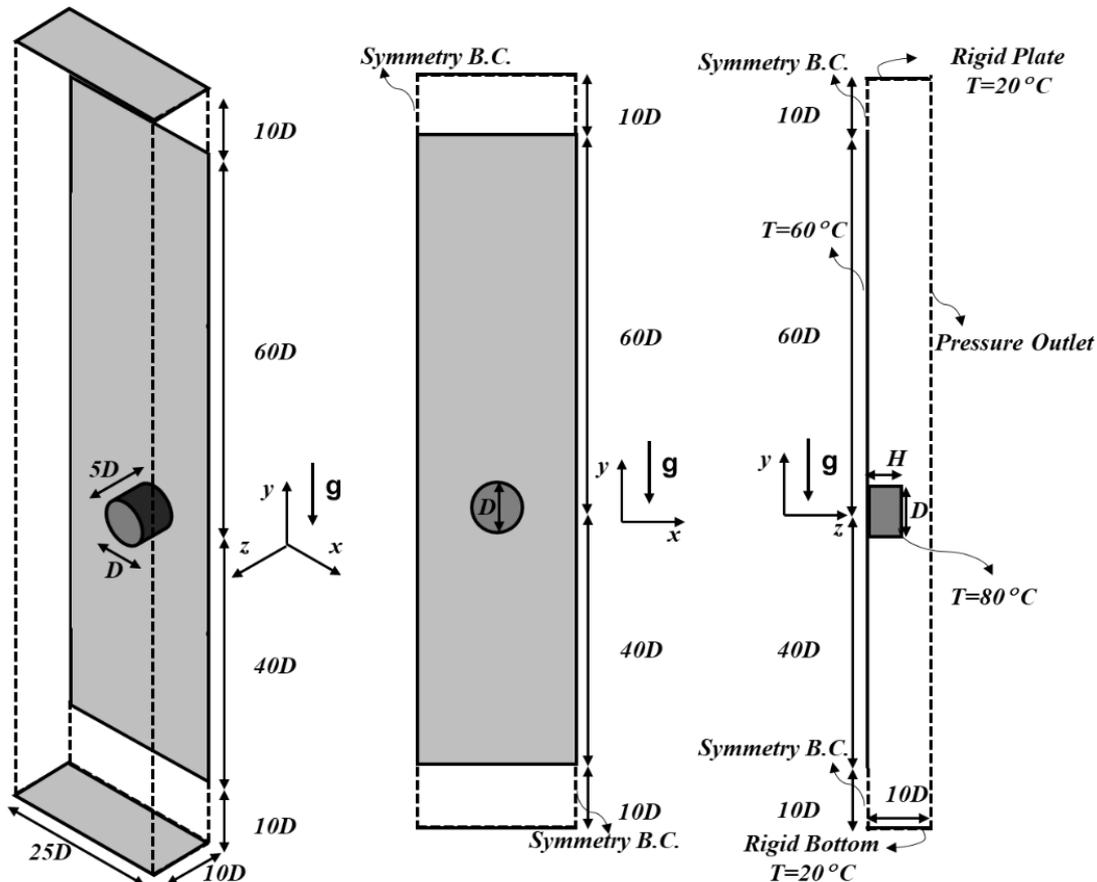


Fig. 1. Schematic of the computational domain

We carried out high-resolution numerical computations with body-fitted mesh adapted to the geometry of the domain in order to increase the resolution at the junction of cylinder, where anticipate arise complex vortex structure. The region around the cylinder was discretized with embedded O-type grid to cover an area centered at the axis of the cylinder and with external chord equal to $2D$, as shown in Fig. 2. Additional square block with edge dimension equal to $3D$ was embedded to the grid in order to facilitate the smooth transition from the very fine mesh near the cylinder to the relatively coarse background mesh, without producing high aspect ratio cells (see Fig. 2). Also two blocks were added near leading and trailing edges where grid was clustered to the plate edges in order to correctly describe boundary conditions in these regions. The grid was clustered to the vertical heated plate with a coefficient equal to 1.05 in the Z-direction. The final grid contained about 4.8×10^6 cells.

In this work, a commercial code (ANSYS FLUENT 16.2) was used to simulate the flow. The non-stationary solution of the Navier-Stokes and energy equations considering Boussinesq approximation was obtained by using step time equal to 0.002 s.

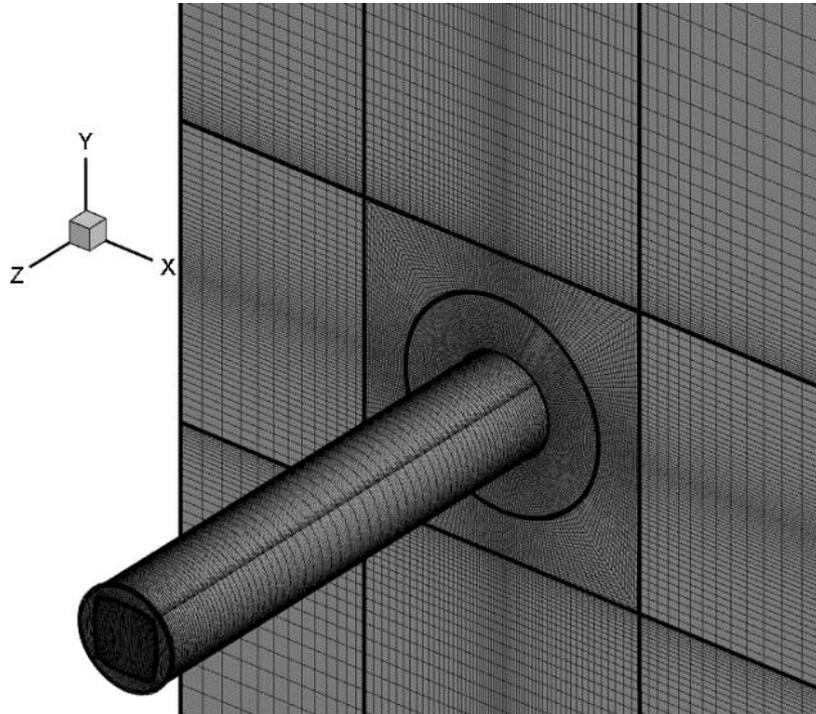


Fig. 2. Schematic of the computational grid layout

In this section, the results of the numerical simulations of the laminar flow in natural convection boundary layer near the circular cylinder mounted on vertical heated plate are presented. In order to discuss the effect of cylinder on the structure of vortical system, the dynamic features of the flow will be analyzed using three-dimensional flow streamline pattern and Q -criterion isosurfaces.

In order to visualize the three-dimensional coherent dynamics of the flow, the so-called Q -criterion is used that is defined in paper [4] as follows:

$$Q = \frac{1}{2}(\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}) \quad (1)$$

Here Ω_{ij} and S_{ij} denote the antisymmetric and symmetric parts of the second invariant of the velocity gradient tensor respectively. According to the paper [4], vortex structures can be identified in regions where $Q > 0$, where the local rotation rate dominates over the strain rate.

The three-dimensional streamline pattern overset to Q -criterion isosurfaces is shown in Fig. 3. In Fig. 3, the grey circle represented to cross section of cylinder. This pattern demonstrates the peculiarities of the vortex structures formed around the cylinder at $z = 2$ [mm]. Producing of a complex vortex structure in the upstream region of the cylinder confirmed in the case of a natural convection flow, as shown in Fig. 3. In addition, in Fig. 3, it is obvious, that three-dimensional flow streamline pattern rotate toward the vertical plate in coincidence with vortex structure, which means cylinder heat the vertical plate at the junction of the cylinder. Therefore, when the surface temperature of the cylinder is much higher than the temperature of the vertical plate, the cylinder will be notable separated source of buoyancy-induced flow, which under certain conditions can have a significant effect on the overall flow in the downstream region of cylinder.

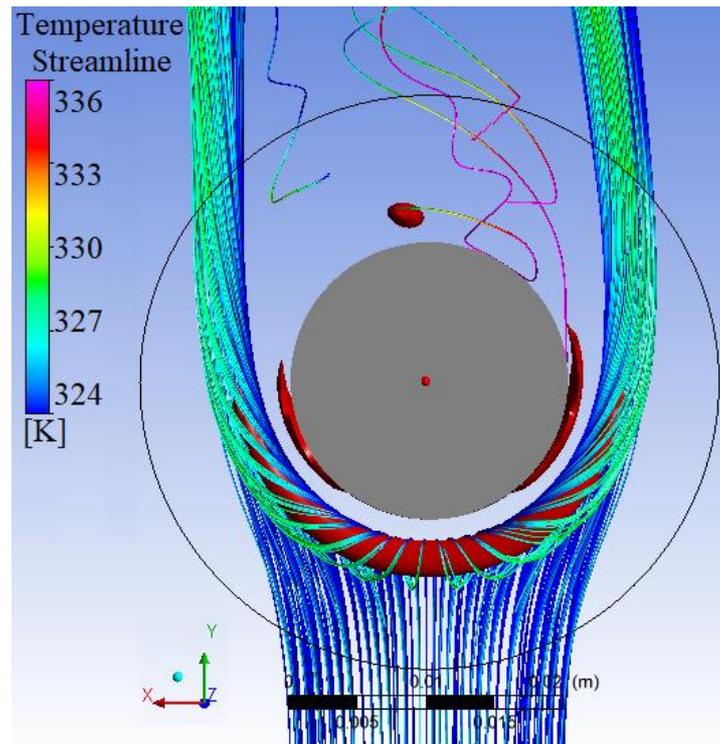


Fig. 3. Visualization of the flow vortex structure overset to three-dimensional flow streamline

As result, we can conclude in this case, vortical system effects on the flow considerably and determines the heat transfer at the junction of circular cylinder, which is placed on the vertical heated plate. The success of heat transfer computations largely depends on the prediction quality of this vortical structure.

REFERENCES:

1. Chumakov Yu.S., Levchenya A.M., Malah H. The vortex structure formation around a circular cylinder placed on a vertical heated plate // St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. – 2018. – Vol. 11 (1). – P. 73-85. (in Russian)
2. Malah H., Chumakov Y.S., Levchenya A.M. A study of the vortex structures around circular cylinder mounted on vertical heated plate // AIP Conference Proceedings. – 2018. – Vol. 1959. 6 p.
3. Simpson R.L. Junction flows // Ann. Rev. Fluid Mech. – 2001. – Vol. 33. – P. 415-443.
4. Hunt J.C.R., Wray A.A., Moin P. Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows / In: Center for Turbulence Research Summer Program. 1988. P. 193-208.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРИМЕСИ В ВЕНТИЛИРУЕМОМ ПОМЕЩЕНИИ

В настоящее время большинство населения большую часть времени проводит в помещениях. Для комфортного и безопасного пребывания людей в помещениях требуется обеспечивать необходимые требования к освещению, температуре, влажности воздуха, уровню загрязнений и т.п. Поддерживать требуемое качество воздушной среды позволяют системы вентиляции, которые осуществляют непрерывный воздухообмен с окружающей средой и/или очистку загрязненного воздуха. При отсутствии систем вентиляции или при их плохой работе в помещении накапливаются вредные вещества, что может приводить к ощущению дискомфорта и сказываться на состоянии здоровья человека.

Для оценки работы систем вентиляции необходимо, в частности, прогнозировать распространение примесей при их выделении от точечного или распределенного источника. Примером решения такой задачи служит работа [1], где рассматривается работа системы вентиляции в больничной палате и анализируется распространение инфекции от лежачего пациента. Другой пример – работа [2], где проводится исследование последствий выделения опасной примеси в салоне пассажирского самолета. Достоверное предсказание процесса распространения примеси позволяет оценить риски от выделения токсичного вещества и может позволить оценить способы их снижения.

В настоящей работе рассматривается распространение примеси от точечного источника в вентилируемом атриуме. Постановка задачи соответствует условиям эксперимента [3, 4], в котором рассматривалось изотермическое распространение красителя в воде ($\rho = 998.2 \text{ кг/м}^3$, $\mu = 1.003 \times 10^{-3} \text{ кг/м с}$), подаваемой через пять входных отверстий. Проводятся расчеты трехмерного турбулентного течения вязкой несжимаемой жидкости с постоянными физическими свойствами. Область течения показана на рисунке 1. Размеры каждого входного отверстия – $w_{in} \times l_{in} = 0.01 \times 0.043 \text{ м}$. Высота выходного отверстия равна $w_{out} = 0.035 \text{ м}$. На входе задается равномерное распределение скоростей $V_{in} = 0.217 \text{ м/с}$ и нулевая концентрация примеси. На выходе из расчетной области задается постоянное нормированное давление. Остальные поверхности представляют собой твердые стенки, на которых задается условие прилипания. Число Рейнольдса, построенное по ширине входа, равно $Re_{in} = \rho V_{in} w_{in} / \mu = 2160$. Для моделирования распространения примеси используется модель локального источника, занимающего одну ячейку вычислительной сетки.

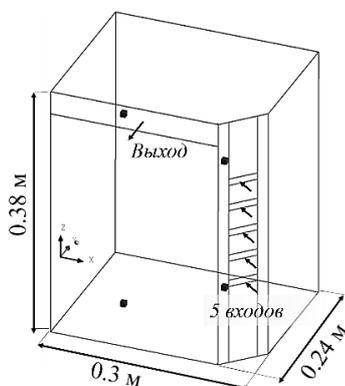


Рис. 1. Расчетная область; точками отмечены варианты расположения источника примеси

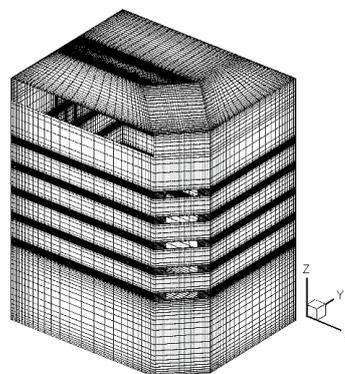


Рис. 2. Исходная расчетная сетка (424 тыс. ячеек)

Уравнения Рейнольдса замыкались при помощи четырех различных полуэмпирических моделей турбулентности: Спаларта-Аллмараса, $k-\omega$ Уилкокса, $k-\omega$ SST Менгера, стандартная $k-\epsilon$. На входной границе интенсивность турбулентности задавалась равной 10%, а отношение турбулентной вязкости к молекулярной – 25. Турбулентное и молекулярное числа Шмидта равны 0.7 и 10^3 соответственно. Численные расчеты выполнены с использованием коммерческого CFD-пакета ANSYS Fluent 18.0. Дискретизация пространственных и временных производных была выполнена со вторым порядком точности. В расчетах использовались сетки со сгущением к входным отверстиям. Размер исходной расчетной сетки – 424 тыс. ячеек (рис. 2), размер измельченной сетки – 3.4 млн ячеек.

На первом этапе решения задачи было получено стационарное поле скорости. Необходимо отметить, что при использовании модели турбулентности $k-\omega$ SST Менгера сошедшегося стационарного решения получить не удалось. Относительно низкий уровень турбулентной вязкости, получаемый в данной модели, требовал решения нестационарных уравнений Рейнольдса, что осталось за рамками данной работы. На рисунке 3 приведено поле модуля скорости в двух сечениях для стационарного решения. Поток в плоскости $z = 0.06$ м делится на два больших противовращающихся вихря, разделенных входной струей (рис. 3а). В плоскости, перпендикулярной к стенке с входами, пять впускных струй сливаются вблизи центра атриума. Входная струя достигает противоположной стенки и, разделяясь, разворачивается, формируя верхнюю и нижнюю рециркуляционные зоны (рис. 3б).

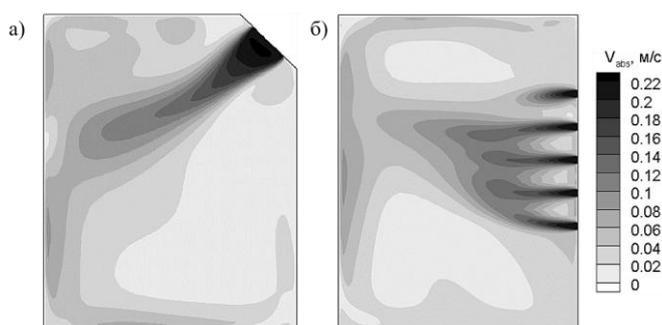


Рис. 3. Поле модуля скорости, полученное при использовании стандартной $k-\epsilon$ модели: а) в сечении $z = 0.205$ м и б) в среднем вертикальном сечении, перпендикулярном к стенке с входами

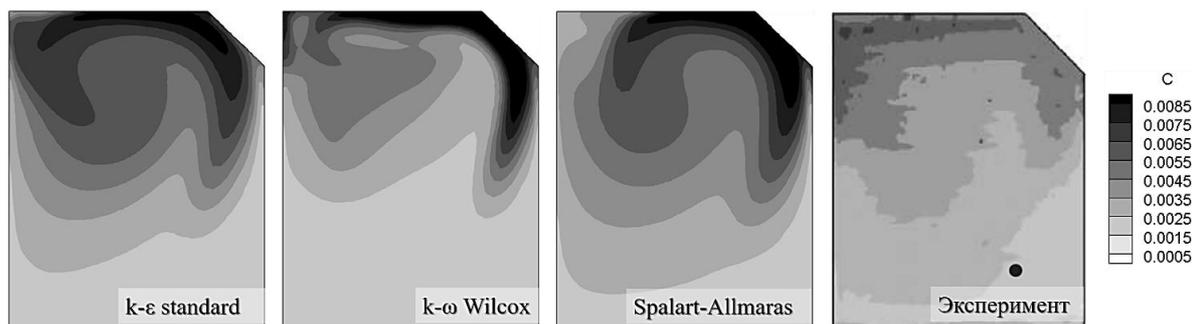


Рис. 4. Поля концентрации в плоскости $z = 0.06$ м: результаты расчетов для разных моделей турбулентности даны в сопоставлении с экспериментом [3]

Нестационарный процесс распространения примеси после начала её выделения рассчитывался в «замороженном» поле скорости. В качестве начального поля бралась нулевая концентрация. Шаг по времени был равен 0.5 с, а длина выборки составила 520 с (время выхода на стационарный режим составило приблизительно 500 с для всех рассмотренных вариантов). В эксперименте краситель вводился в вентилируемое помещение чуть выше пола вдали от входных отверстий. Черная точка на экспериментальном поле дает

положение источника. Оказалось, что установившееся по окончании переходного процесса поле концентрации наиболее близко к экспериментальному [3] для k-ε модели турбулентности (рис. 4). Хорошее совпадение результатов расчетов с использованием стандартной k-ε модели с экспериментом было показано ранее в [5]. Для всех трех моделей турбулентности характерна область с максимальной концентрацией примеси, расположенная под входной струей. Следует заключить, что RANS подход пригоден для прогнозирования распространения примеси от точечного источника, но результаты чувствительны к выбору модели турбулентности. Помимо исходного положения источника, соответствующего эксперименту, были рассмотрены три других положения (см. точки на рисунке 1). Влияние положения источника на эффективность удаления примеси из вентилируемого помещения оценивалось на основе сопоставления эффективности вентиляции, среднего значения концентрации по объему и объема изоповерхности, внутри которой концентрация выше предельного значения. Предельное значение концентрации для построения изоповерхности считалось равным 0.0039. В соответствии с методикой [6], эффективность удаления загрязняющего вещества определяется как $\epsilon_c = (C_{out} - C_{in}) / (\langle C \rangle - C_{in})$. Здесь C_{out} – концентрация примеси в удаляемой жидкости (на выходе из помещения), C_{in} – концентрация примеси в поступающей жидкости (на входе), $\langle C \rangle$ – средняя концентрация примеси в помещении. Значение ϵ_c позволяет оценить способность вентиляционных систем к удалению загрязняющих веществ в вентилируемом помещении. Стоит отметить, что система вентиляции считается эффективной, если $\epsilon_c > 1$.

Табл. 1. Эффективность вентиляции при различных положениях источника примеси

Положение источника	у потолка	у пола	под струей	над струей
Объем облака, м ³	0.0077	0.0048	0.0023	0.0019
$\langle C \rangle$	0.0042	0.0030	0.0019	0.0012
C_{out}	0.0023	0.0022	0.0024	0.0020
ϵ_c	0.55	0.73	1.26	1.67

В таблице 1 приведены среднее значение концентрации по объему, общая эффективность вентиляции при удалении примеси ϵ_c и объем облака для всех четырех вариантов расположения источника выброса. Исходя из среднего значения концентрации по объему можно сделать вывод, что примесь менее эффективно вымывается в случае, если источник находится у потолка, так как он расположен в застойной зоне. Для вариантов с источниками выброса под струей и над струей $\epsilon_c > 1$, так как примесь попадает в область эжекции с относительно высокими скоростями.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Mazumdar S., Yin Y., Guity A. Impact of moving objects on contaminant concentration distributions in an inpatient ward with displacement ventilation // HVAC&R Research. – 2010. – Vol. 16 (5). – P. 545-563.
2. Poussou S.B., Mazumdar S., Plesniak M.W., Sojka P.E., Chen Q. Flow and contaminant transport in an airliner cabin induced by a moving body: model experiments and CFD prediction // Atmospheric environment. – 2010. – Vol. 44 (24). – P. 2830-2839.
3. Thatcher T.L., Wilson D.J., Wood E.E., Craig M.J., Sextro R.G. Pollutant dispersion in a large indoor space: Part 1 – Scaled experiments using a water-filled model with occupants and furniture // Indoor Air. – 2004. – Vol. 14. – P. 258-271.
4. Finlayson E.U., Gadgil A.J., Thatcher T.L., Sextro R.G. Pollutant dispersion in a large indoor space: Part 2 – Computational fluid dynamics predictions and comparison with a scale model experiment for isothermal flow // Indoor Air. – 2004. – Vol. 14. – P. 272-283.
5. Ivanov N., Smirnov E., Lacor C. Computational Fluid Dynamics Analysis of Pollutant Dispersion in a Ventilated Atrium / In: Proc of Roomvent 2007 Conference, June 13-15, 2007, Helsinki, Finland. 9 p.
6. Awbi H.B. Ventilation of Buildings, second ed. – Spon Press, 2005. – 522 p.

РАСЧЕТЫ ТЕЧЕНИЯ В ОСЕРАДИАЛЬНОМ ДИФFUЗОРЕ С ФИКСИРОВАННОЙ ТОЧКОЙ ОТРЫВА: ВЛИЯНИЕ ВЫБОРА RANS-МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Конструкция осерадиального диффузора как одного из элементов проточных частей паровых и газовых турбин значительно влияет на их эффективность и эксплуатационные характеристики [1]. На современном этапе развития вычислительной гидродинамики существуют различные подходы к расчетам течений в подобных конструкциях, в том числе и вихреразрешающие подходы. Однако сложность конструкции турбомашин обосновывает интерес к применению экономичной методики, основанной на осредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье-Стокса (RANS).

Осерадиальный диффузор представляет из себя кольцевой канал с криволинейными образующими, предназначенный для торможения выходящего из последней ступени турбины потока. Течение на входе в такой диффузор направлено по оси турбомашин, а затем расходится в радиальном направлении. Резкий поворот приводит к образованию обширных зон возвратного течения и сложной его структуры за поворотом. От корректности предсказания положения точки отрыва и разрешения течения после него при использовании разных моделей турбулентности будет зависеть уровень потерь энергии в диффузоре. Перечисленные сложности обосновывают актуальность представляемого исследования.

В литературе имеются данные об экспериментальных исследованиях течения в осерадиальных диффузорах ([1] и другие работы). Расчеты течения в рассматриваемом диффузоре, выполненные ранее в СПбПУ с использованием академического кода, дали заметное завышение уровня потерь относительно экспериментальных значений [2]. Более детальное расчетное исследование со сравнением двух моделей турбулентности показало, что от выбора модели зависит положение точки отрыва и уровень турбулентной вязкости за поворотом, что в совокупности влияет на уровень потерь [3, 4].

В данной работе рассматриваются осесимметричные задачи о турбулентном течении совершенного газа в канале, геометрия которого в целом соответствует экспериментально исследованному диффузору [1]. Участок поворота на обечайке (кожухе), имевший форму дуги окружности, заменен прямым углом. Цель работы – провести тестирование ряда популярных моделей турбулентности, изучив влияние их выбора на уровень потерь, получаемый при фиксированном положении точки отрыва.

Уравнения Рейнольдса и энергии замыкались следующими полуэмпирическими моделями турбулентности: модели baseline $k-\omega$ (далее BSL) и SST Ментера, RNG и Realizable $k-\epsilon$, модель Спаларта-Аллмараса (S-A), модель Wilcox ($k-\omega$) и она же с низкорейнольдсовой поправкой ($k-\omega$ LRE). Ссылки на статьи с описанием моделей имеются в документации используемого расчетного кода ANSYS Fluent [5].

На рисунке 1 показана расчетная область: это участок конфузорного течения, собственно диффузор со входным сечением перед изломом обечайки, и дополнительный участок для выравнивания радиального течения после диффузора. Здесь же, на рисунке 1 обозначены граничные условия. Течение в модельном диффузоре обеспечивалось перепадом давления между входом, где задавалось избыточное полное давление, и выходной границей, на которой фиксировалось статическое давление (выход в атмосферу). Твердые стенки втулки и обечайки с условием прилипания адиабатические. Температура на входе в расчетную область соответствовала нормальным условиям. Интенсивность турбулентности на входе – 0.5%, отношение турбулентной вязкости к молекулярной равно 0.5.

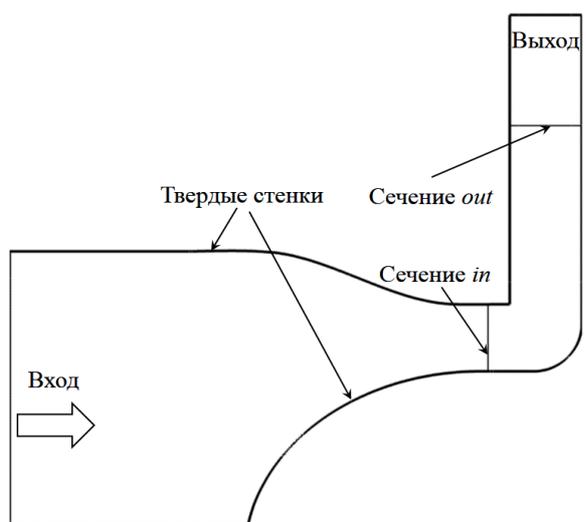


Рис. 1. Расчетная область и граничные условия

Табл. 1. Потери и турбулентная вязкость

Модель	ζ	ζ/ζ_{SST}	$\langle VR_{out} \rangle$
BSL	2.94	94%	998
SST	3.14	100%	646
RNG	3.13	100%	219
Realizable	3.13	100%	276
S-A	3.29	105%	914
k- ω	3.32	106%	266
k- ω LRE	3.58	114%	209

Течение в диффузоре определяется числами Рейнольдса Re_{in} и Маха M_{in} . Число Рейнольдса $Re_{in} = \rho_{in} v_{in} b / \mu$, где ρ_{in} и v_{in} – среднерасходные значения плотности и скорости газа в сечении in , b – расстояние от втулки до обечайки, μ – постоянный по области течения динамический коэффициент вязкости. В данной работе $Re_{in} \cong 1.8 \times 10^5$. $M_{in} \cong 0.49$.

Коэффициент полных потерь в диффузоре определяются следующим образом:

$$\zeta = \frac{1 - (p_{out}/p_{0,in})^{(k-1)/k}}{1 - (p_{in}/p_{0,in})^{(k-1)/k}}, \text{ где индекс «0» соответствует полной величине, } k = 1.4.$$

Для расчетов использованы псевдоструктурированные, согласованные с границами области течения сетки из четырехугольных ячеек, сеточные линии сгущены к твердым стенкам. Исследование сеточной сходимости проведено на сетках с числом узлов от 110×120 до 440×434 . В параметрических расчетах использовалась следующая сетка: размерность 220×200 , среднее значение $y^+ = 0.22$ у обечайки, отношение высоты диффузора к размеру наибольшей ячейки на входе в диффузор $\Delta_{in} = 80$. Отношение нормальных к стенке размеров соседних ячеек внутри пограничного слоя было равно $k = 1.1$. Общее число ячеек базовой сетки около 130 тысяч. Расчеты выполнены на пакете ANSYS Fluent 18.2 [5]. Применялся совместный (coupled) метод решения уравнений, которые дискретизировались со вторым порядком точности.

В таблице 1 приведены данные по коэффициенту потерь ζ и среднерасходные значения отношения турбулентной вязкости к молекулярной на выходе из диффузора VR_{out} для разных вариантов расчетов, перечисленных в порядке увеличения потерь. Применение разных моделей турбулентности дает разброс величины потерь в пределах 20%. При этом получаемый уровень турбулентной вязкости на выходе из диффузора отличается в 5 раз. Обобщая большинство рассмотренных вариантов (кроме модели S-A), можно заключить: если вязкость ниже за счет выбора модели турбулентности, неоднородности потока усиливаются, что приводит к увеличению потерь.

Следует отметить, что при плавном закруглении формы обечайки, когда положение точки отрыва зависит от выбора модели, модель S-A давала потери на 7% ниже, чем SST [3]. Это можно было объяснить тем, что модель SST предсказывала преждевременный отрыв.

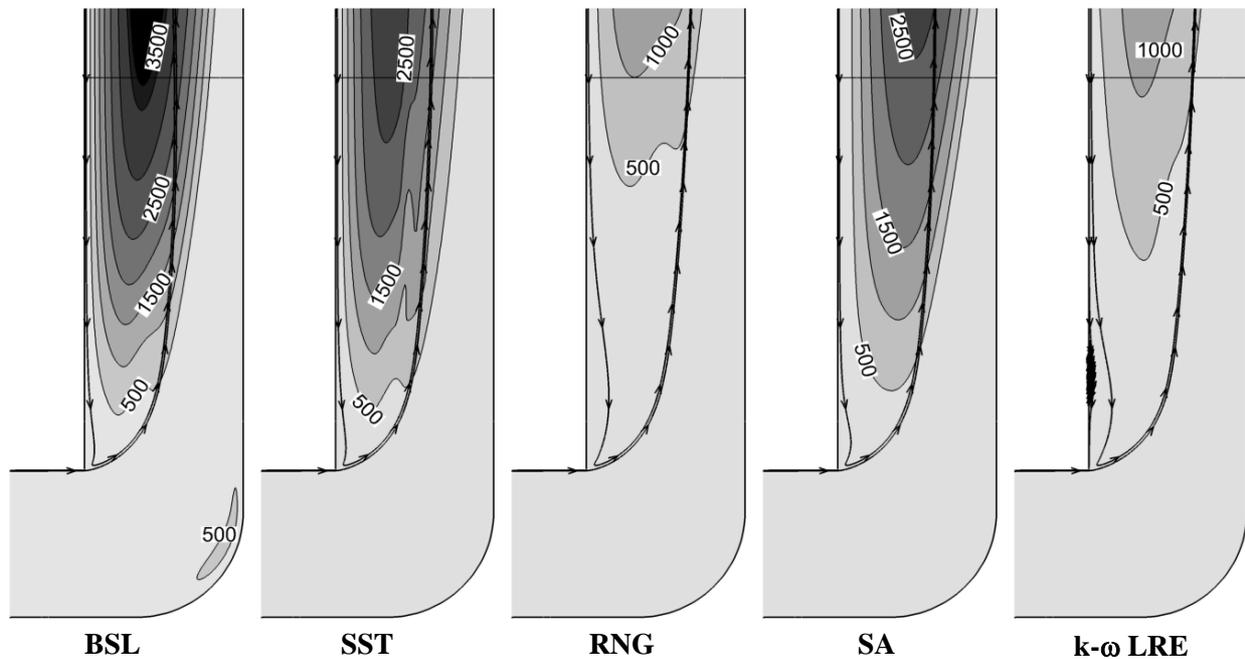


Рис. 2. Распределения величины отношения турбулентной вязкости к молекулярной

Характерные распределения величины отношения турбулентной вязкости к молекулярной, полученные в расчетах с применением некоторых моделей, показаны на рисунке 2. Проходящие в окрестности отрыва линии тока иллюстрируют основную особенность течения в виде возникающей при повороте потока обширной зоны возвратного течения. Поскольку положение отрыва фиксировано в точке излома обечайки, картины течения близки для всех вариантов. Исключение составляет вариант применения модели $k-\omega$ с низкорейнольдсовой поправкой (LRE), когда снижение уровня вязкости приводит к появлению дополнительного вихря у обечайки после поворота потока. Дополнительное перемешивание жидкости в этой области приводит к повышению потерь.

Отметим, что в экспериментах [1] при $Re = 1.8 \times 10^5$ получено значение коэффициента полных потерь $\zeta = 1.08$. Однако, давление p_m в экспериментах определялось приближенно, что может занижать потери на 20%. Представляется интересным провести дальнейшие модификации постановки задачи, чтобы исследовать факторы, влияющие на уровень потерь.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 17-08-00854).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Мигай В.К., Гудков Э.И. Проектирование и расчет выходных диффузоров турбомашин, Л.: Машиностроение, 1981 г. – 266 с.
2. Николаев М.А. Численное моделирование трансзвуковых пространственных течений вязкого газа в проточных частях турбомашин на основе CUSP схемы, Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, СПбГПУ, СПб., 2006 г. – 214 с.
3. Егоров В.О., Левченя А.М. Численное моделирование сжимаемого турбулентного течения в осерациальном диффузоре с использованием RANS-подхода / Неделя науки СПбПУ: материалы научной конференции с международным участием. Институт прикладной математики и механики. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2017. – С.210-212.
4. Левченя А.М., Кириллов А.И., Смирнов Е.М. Численное моделирование отрывного течения в кольцевом осерациальном диффузоре // Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. – 2017. – № 4. – С. 172–180.
5. ANSYS FLUENT 18.2 Theory Guide, ANSYS Inc., 2017.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ КОНВЕКЦИИ РЭЛЕЯ-БЕНАРА
ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ
ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЧИСЛАХ ПРАНДТЛЯ

Постоянный интерес к изучению свободноконвективных течений объясняется широким спектром областей приложения, в том числе геофизической природы (конвекция в океанах, во внешнем ядре Земли), процессов в технике (охлаждение электрических схем, технологии выращивания кристаллов полупроводников и др.). Одной из наиболее часто рассматриваемых модельных задач является конвекция жидкости в вертикально ориентированной цилиндрической полости, подогреваемой снизу (конвекция Рэля-Бенара).

К настоящему времени накоплен представительный объем результатов численных и экспериментальных исследований по проблеме для разных отношений диаметра к высоте полости, при варьировании числа Рэля и при значениях числа Прандтля порядка единицы (характерны, например, для воздуха, $Pr \approx 0.7$ [1, 2] и для воды, $Pr \approx 6$ [3, 4]). Значительно меньше работ посвящено изучению конвекции Рэля-Бенара при $Pr \ll 1$, типичных для течений жидких металлов: здесь можно отметить экспериментальные [3, 5] и численные [2, 6] исследования. Отдельный интерес представляет изучение конвекции в полости, вращающейся вокруг своей вертикальной оси, с оценкой влияния эффектов вращения на структуру конвекции и характеристики теплопереноса [4, 6].

В настоящей работе методом прямого численного моделирования (DNS) проводятся многопараметрические расчеты турбулентной конвекции жидкости в цилиндрической полости при фиксированном числе Рэля $Ra = 10^6$ и наборе меняющихся чисел Прандтля и Россби. Расчеты на основе уравнений Навье-Стокса выполнены во вращающейся системе координат. Для учета эффектов плавучести использовалось приближение Буссинеска (вклад центробежной силы полагался пренебрежимо малым по сравнению с гравитацией).

Расчетная область включала заполненную жидкостью цилиндрическую ячейку диаметром D и высотой H ($\Gamma = D/H = 1$). На всех границах задавались условия их непроницаемости и отсутствия скольжения жидкости. На горизонтальных стенках в качестве термических условий задавались постоянные значения температуры. Боковая поверхность цилиндра полагалась адиабатической. Далее представляются результаты расчетов, проведенных при $Pr = 0.7$ и 6.4 , для значений числа Россби, изменявшихся от 0.09 до ∞ . Полученные данные сопоставляются с результатами работы [6], выполненной при $Pr = 0.025$.

Расчеты проведены с использованием программного пакета ANSYS Fluent 18.0 и конечно-объемного «неструктурированного» программного кода SINF/Flag-S, разрабатываемого сотрудниками кафедры «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» СПбПУ. Решение системы уравнений переноса проводилось по методу дробных шагов [6] со вторым порядком пространственной и временной дискретизации. В ходе расчетов использовалась сетка с шестигранными элементами, содержащая приблизительно $5 \cdot 10^5$ ячеек (вертикальный размер первого пристенного шага вблизи горизонтальных стенок был порядка $10^{-4}H$). Шаг по времени подбирался таким образом, чтобы локальное число Куранта было меньше единицы. Выборки для осреднения в зависимости от варианта расчета составляли от 4000 до 8000 безразмерных времен.

На рисунке 1 иллюстрируется структура течения, полученная для $Pr = 6.4$ при различных интенсивностях вращения. При малой скорости вращения (большие числа Россби) основное течение представляет собой глобальную циркуляцию, наблюдавшуюся

ранее в работах [4, 6]. С увеличением скорости вращения структура течения меняется: конвективная ячейка распадается на группу более мелких вихрей, совершающих хаотичное движение в полости. Аналогичные изменения в структуре глобальной циркуляции с ростом интенсивности вращения происходят и при меньших значениях числа Прандтля [6].

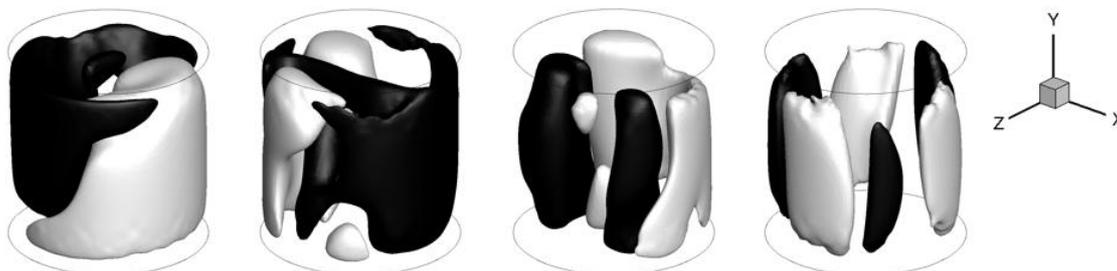


Рис. 1. Изоповерхности мгновенной вертикальной компоненты скорости при $Pr = 6.4$ (темный цвет соответствует скорости $\bar{V}_y = -0.07$, светлый – $\bar{V}_y = 0.07$); $Ro = \infty, 1.2, 0.33$ и 0.09 , слева-направо

Изменения во времени вертикальной компоненты вектора скорости в точке, расположенной вблизи адиабатической стенки в центральном горизонтальном сечении, показаны на рисунках 2 и 3. Видно, что в неподвижной полости (рис. 2) конвективная ячейка претерпевает случайные колебания с очень низкой частотой. При наложении вращения ориентация конвективной ячейки перестает иметь случайный характер (рис. 3). При этом для случая медленного вращения полости ($Ro > 1$) имеет место прецессия глобальной ячейки (рис. 3б). Дальнейший рост интенсивности вращения ($Ro \ll 1$) сопровождается постепенным уменьшением амплитуд вертикальной составляющей скорости (рис. 3в).

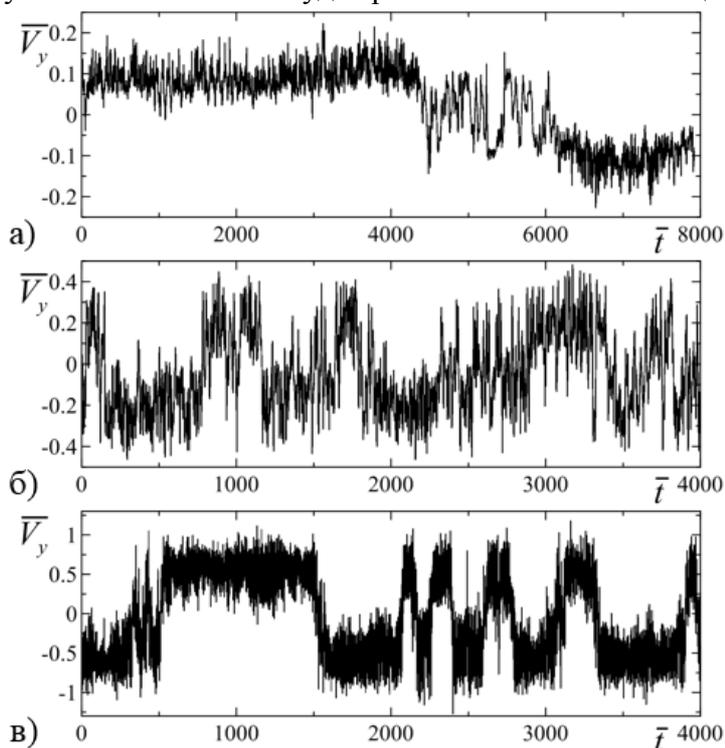


Рис. 2. Изменение во времени вертикальной компоненты скорости вблизи боковой стенки в центральном горизонтальном сечении в неподвижной полости: а) $Pr = 6.4$, б) $Pr = 0.7$, в) $Pr = 0.025$

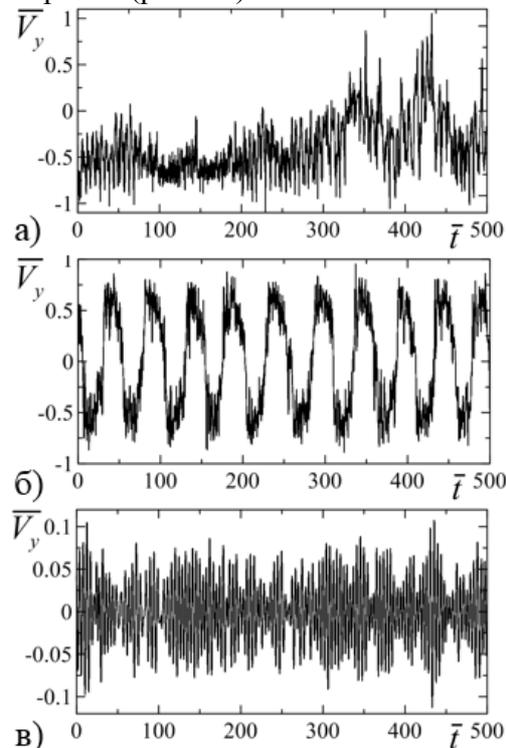


Рис. 3. Изменение во времени вертикальной компоненты скорости вблизи боковой стенки в центральном горизонтальном сечении при $Pr = 0.025$: а) $Ro = \infty$, б) $Ro = 1.2$, в) $Ro = 0.15$ [6]

В таблице 1 приведены полученные в настоящих расчетах значения интегрального числа Нуссельта Nu для неподвижной полости в сопоставлении с экспериментальными и расчетными данными других авторов. Видно, что экспериментальные исследования [1, 5] дают значения Nu , завышенные по сравнению с рассчитанными методом DNS на 10-15%. Такое ощутимое отличие может быть объяснено пренебрежением при постановке численной задачи термическим сопротивлением горизонтальных стенок. Как показало исследование, проведенное ранее для ртути при $Ra = 10^6$ [6], учет теплопередачи в стенках приводит к сопоставимому росту числа Нуссельта. При этом результаты расчетов гораздо лучше согласуются между собой, отличие не превышает 10%.

Влияние числа Россби на характеристики интегрального теплопереноса иллюстрирует рисунок 4. Небольшой рост значения числа Нуссельта с начальным увеличением скорости вращения для варианта с $Pr = 6.4$ обусловлен возникновением в конвекции жидкостей при $Pr > 1$ вихрей Экмана [4]. Дальнейшее увеличение интенсивности вращения приводит здесь к уменьшению Nu . При $Pr < 1$ значение числа Нуссельта уменьшается монотонно с увеличением скорости вращения полости вплоть до состояния, когда конвекция полностью вырождается ($Nu = 1$ при $Pr = 0.025$). Результаты расчета для варианта с $Pr = 6.4$ и $Ro = 0.09$ хорошо согласуются с данными работы [4].

Табл. 1. Сравнение расчетных и экспериментальных значений числа Нуссельта при отсутствии вращения

Pr	Расчеты			Эксперименты		
	SINF/Flag-S (Fluent 18.0)	[2]	[4]	[3]	[1]	[5]
6.4	8.11 (8.03)	-	9.0	8.27	-	-
0.7	8.49 (8.53)	8.63	-	-	10.3	-
0.025	5.58 (5.60)	5.43	-	5.12	-	6.46

Примечание: Значения числа Нуссельта осреднены по пространству и времени. Эксперименты [3] были проведены при значительно больших значениях параметра Γ ($3 \leq \Gamma \leq 10$), чем в настоящей работе.

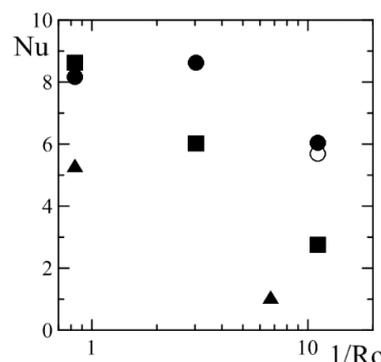


Рис. 4. Зависимость Nu от $1/Ro$; ●: $Pr = 6.4$, ■: $Pr = 0.7$, ▲: $Pr = 0.025$ [6], ○: DNS при $Pr = 6.4$ [4]

Результаты, полученные в настоящей работе с использованием комплексов ANSYS Fluent и SINF/Flag-S, оказались очень близкими; так, отличие в Nu составило менее 1%.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №17-08-01543). Расчетные данные получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра СПбПУ.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Wu X.-Z., Libchaber A. Scaling relations in thermal turbulence: The aspect-ratio dependence // Phys. Rev. A. – 1992. – Vol. 45(2). – P. 842-845.
2. Scheel J.D., Schumacher J. Global and local statistics in turbulent convection at low Prandtl numbers // J. Fluid Mech. - 2016. Vol. 802. - P. 147-173.
3. Rossby H.T. A study of Bénard convection with and without rotation // J. Fluid Mech. – 1969. – Vol. 36(2). – P. 309-335.
4. Kooij G.L., Botchev M.A., Geurts B.J. Direct numerical simulation of Nusselt number scaling in rotating Rayleigh-Bénard convection // Int. J. Heat Fluid Flow. – 2015. – Vol. 55. – P. 26-33.
5. Takeshita T., Segawa T., Glazier J.A., Sano M. Thermal turbulence in mercury // Phys. Rev. Lett. – 1996. – Vol. 76(9). – P. 1465-1468.
6. Смирнов С.И., Смирнов Е.М., Смирновский А.А. Влияние теплопереноса в торцевых стенках на турбулентную конвекцию ртути во вращающемся цилиндре // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – 2017. – Том 10(1). – С. 31-46.

ВЛИЯНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ ОБРАБОТКИ ПЕРВИЧНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СКАНИРУЮЩЕЙ КАЛОРИМЕТРИИ НА РАСЧЕТНУЮ ОЦЕНКУ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОПАСНОСТИ

Аннотация. На основе реальных данных показано, как деформируется кривая тепловыделения из-за тепловой инерционности ячейки, приводится метод коррекции искажений, и показано, как пренебрежение реконструкцией температуры образца и деконволюцией влияет на результирующую кинетику. Рассмотрено влияние указанных факторов на результаты расчета параметров термической опасности объекта с энергетическим веществом. Использование численного эксперимента показало, что модельная кинетика дает более корректные оценки временных характеристик и применение этого типа кинетики для оценки реакционных опасностей предпочтительно.

Введение. ДСК широко применяется для исследования кинетики химических реакций. Тем не менее, правильная интерпретация данных невозможна без должного учета всех деталей исследования. Несмотря на то, что существует обширная литература по применению ДСК [1-4], только недавно этому обстоятельству начали уделять должное внимание. Так, в [5] проанализировано влияние различных методов деконволюции данных на достоверность создаваемой кинетической модели. В [6] представлен анализ влияния разных методов реконструкции базовой линии под кинетической кривой на результирующую модель. Но до сих пор не проводилось исследование комплексного влияния всех процедур первичной обработки экспериментальных данных на кинетику и результаты расчета параметров термической безопасности изделия.

Постановка и описание цели. Цель данного исследования – определить влияние разных вариантов полноты первичной обработки экспериментальных данных на результирующую кинетику и последующий расчет параметров теплового взрыва и стабильности энергетического материала.

Методика исследования. Влияние тепловой инерционности на результаты динамического эксперимента анализируется на основе простой однозвенной динамической модели ДСК [2, 3], которая, однако, в большинстве случаев адекватна целям кинетического исследования. Показана трансформация кривой ДСК в результате обработки данных. Основное внимание уделено двум факторам, обусловленным тепловыми процессами в образце. Отклонение температуры образца от линейной, пропорциональное сигналу ДСК, смещает кривую вправо по оси температур, в то время как поправка на аккумуляцию тепла в образце (деконволюция), пропорциональная скорости изменения сигнала, смещает кривую влево. Положение результирующей кривой W (оценки истинной скорости тепловыделения) зависит от относительного вклада реконструкции температуры и деконволюции и сильно зависит от особенностей реакции (рис. 1). Эксперименты по разложению жидкого нитросоединения проводились на ДСК теплового потока TG-DSC-111 Setaram в стеклянных запаянных ампулах при скоростях нагрева 0,5, 1, 2 и 4 К/мин на образцах массой ~ 10 мг. Постоянная времени ячейки и термическое сопротивление, необходимые для деконволюции данных и коррекции температуры, были определены в ходе динамической калибровки и составили 35,8 с и 39 К/Вт соответственно. Кривые ДСК однозначно свидетельствуют об автокаталитической природе разложения (рис.2).

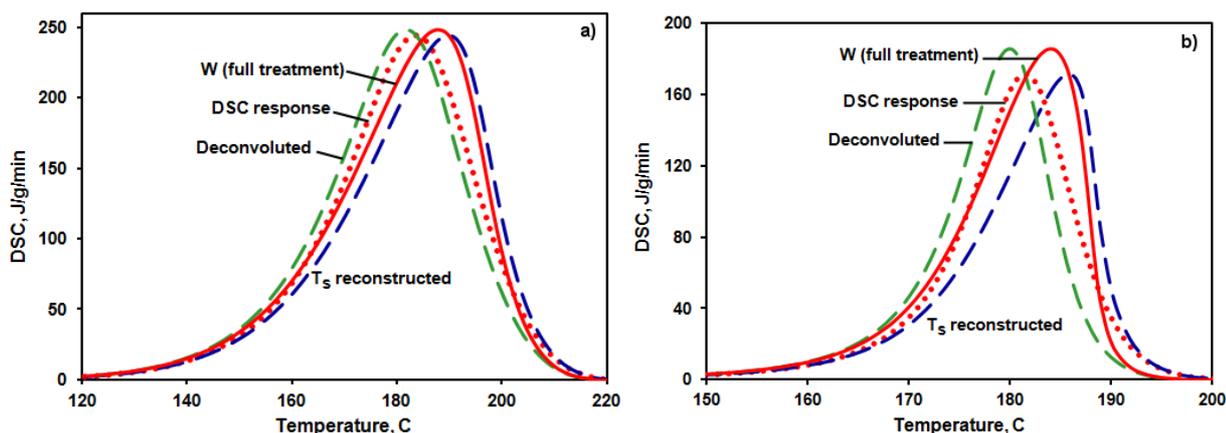


Рис. 1. Деформация истинной скорости тепловыделения из-за тепловой инерционности
Скорость нагревания - 4 К/мин

а) реакция 1-го порядка, тепловой эффект - 2000 Дж/г, максимальный перегрев 6,1 °С;
б) автокаталитическая реакция, тепловой эффект - 600 Дж/г, максимальный перегрев 4,2 °С.

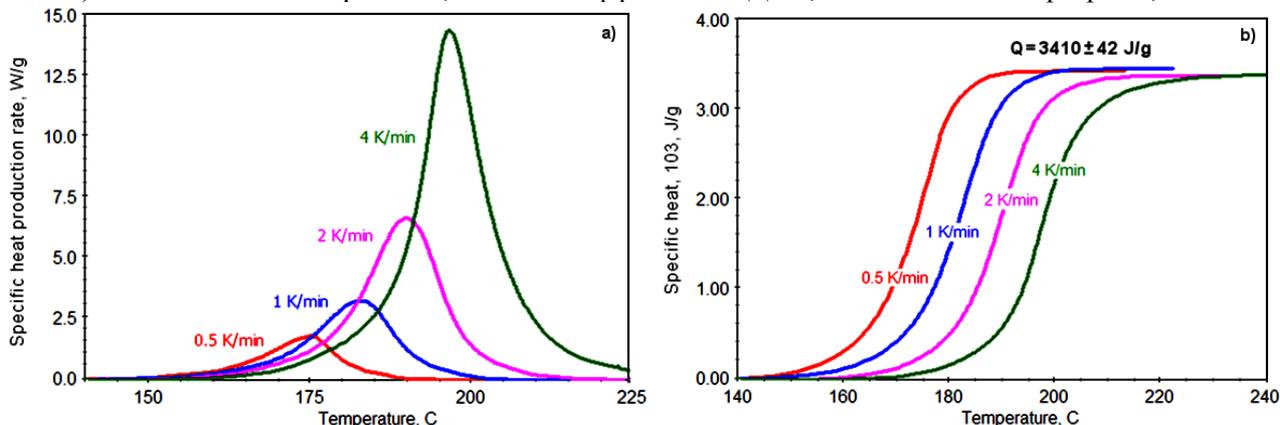


Рис. 2. Экспериментальные данные
а) кривые ДСК; б) интегральные кривые тепловыделения

Результаты и их обсуждение. Для анализа влияния процедур обработки данных на кинетику использовались 4 набора данных - исходные кривые без обработки (серия 0), данные с реконструированной температурой образца (серия Т), данные после деконволюции (серия D), и полностью обработанные данные (серия TD).

Для кинетического анализа использовались изоконверсионная и модельная кинетики. В последнем случае применялась двухстадийная модель полного автокатализа:

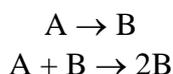


Рисунок 3 показывает, что разброс в значениях эффективной энергии активации для разных серий весьма значителен (~30 кДж/моль или ~20% от среднего значения), при этом кинетика, полученная для каждой серии, обеспечивает хорошее описание данных серии.

Аналогичная ситуация наблюдается и при использовании модельной кинетики. Энергия активации автокаталитической стадии меняется от серии к серии примерно в тех же пределах. Набор параметров, полученных для каждой серии, также обеспечивает хорошее описание данных серии.

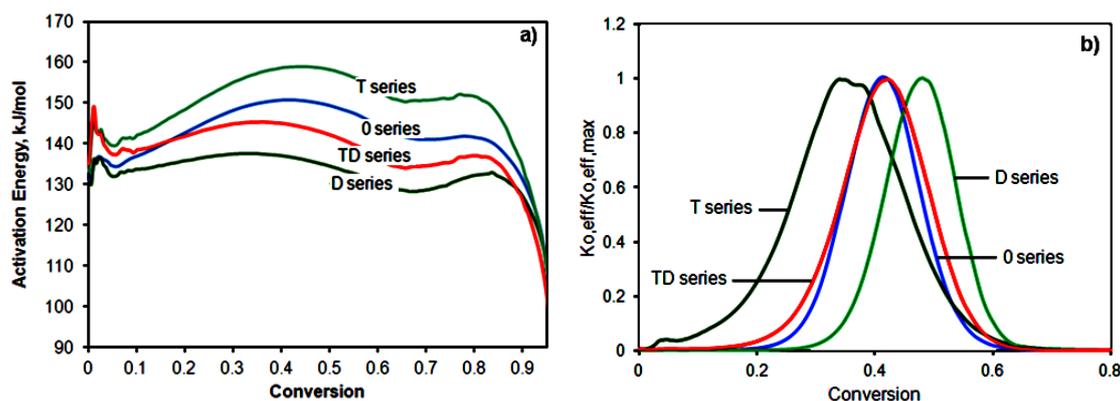


Рис. 3. Изоконверсионная кинетика по данным серий 0, T, D и TD

а) энергия активации; б) относительная предэкспонента

Для оценки влияния некорректности кинетики на ошибки при прогнозе поведения реагирующей системы были рассчитаны значения температуры самоускоряющегося разложения (SADT) [7] для 50-литрового бака с продуктом, времена достижения 10% степени превращения при постоянной температуре (стабильность), и периоды индукции адиабатического теплового взрыва [8].

Расчет SADT показал, что и изоконверсионная и модельная кинетика приводят к близким результатам и разброс значений в зависимости от серии, по которой создавалась кинетика, не превышает 3 °C при среднем значении SADT 95 °C для изоконверсионной кинетики и 97 °C – для модельной.

Разброс в значениях временных характеристик значительно больше как для каждого типа кинетики, так и между прогнозами, полученными по разным типам. Так, прогноз стабильности при 60 °C по изоконверсионной кинетике дает разброс от ~1000 дней для серий 0 и T и 2000 дней для серии TD. При использовании модельной кинетики оценки существенно более консервативны - ~1500 дней для серий 0 и T и ~3000 дней для серии TD.

Выводы. Учет искажений, вносимых тепловой инерцией калориметрической ячейки имеет принципиальное значение для получения достоверной кинетики реакции независимо от типа применяемой кинетики. Установлено, что оценки температурных характеристик опасности, полученные и по изоконверсионной и по модельной кинетике для условий, не сильно далеких от экспериментальных, близки и довольно слабо зависят от качества кинетики. Некорректность кинетики из-за неадекватной обработки данных ДСК оказывает существенное влияние на правильность оценки временных характеристик (стабильность, период индукции и т.п.).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Шестак Я. Теория термического анализа. – М.: Мир, 1987. – 455 с.
2. Gray A.P., Porter R.S., Johanson J.F. A Simple Generalized Theory for the Analysis of Dynamic Thermal Measurement // Analytical Calorimetry. – 1968. – Vol. 1. – P. 209-218.
3. Бенин А.И., Белохвостов В.М., Косой А.А. Изучение кинетики химических реакций методом дифференциальной сканирующей калориметрии // Журн. физ. химии. – 1987. – Т. 61. – № 5. – С. 1205–1210.
4. Calvet E., Prat H. Recent Progress in Microcalorimetry. – London.: Pergamon Press, 1963. – 177 p.
5. Barale S., Vincent L., Sauder G., Sbirrazzuoli N. Deconvolution of calorimeter response from electrical signals for extracting kinetic data // Thermochemica Acta. – 2015. – № 615. – P. 30–37.
6. Svoboda R., Málek J. Interpretation of crystallization kinetics results provided by DSC // Thermochemica Acta. – 2011. – № 526. – P. 237–251.
7. Kossoy A., Benin A., Akhmetshin Yu. An advanced approach to reactivity rating // Journal of Hazardous Maters. – 2005. – Vol. 118. – № 1-3. – P. 9-17.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПИРОЛИЗА И ГОРЕНИЯ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ
МЕТОДОМ КИСЛОРОДНОЙ МИКРОКАЛОРИМЕТРИИ

Сжигание промышленных и бытовых отходов является одним из распространённых способов их переработки. В составе отходов значительную часть составляют искусственные и растительные полимеры [1], горение которых включает стадию термического разложения (пиролиза) исходного материала с образованием летучих и, возможно, коксового остатка и последующее горение летучих в диффузионном пламени. Режимы пиролиза и горения зависят от состава сжигаемой смеси. Несмотря на то, что кинетика пиролиза для широкого круга индивидуальных полимеров исследуется в течение длительного времени, опубликованные кинетические параметры пиролиза полимерных материалов в ряде случаев противоречивы и изменяются в широком диапазоне, а теплота сгорания летучих и массовая доля коксового остатка требуют уточнения. Приведённые данные представляют практический интерес как при контролируемом сжигании в энергетическом оборудовании, так и при неконтролируемом горении в случае пожара.

Целью данной работы является определение кинетических характеристик пиролиза и горения полимерных материалов, присутствующих в бытовых и промышленных отходах, методом кислородной микрокалориметрии.

Принцип кислородной микрокалориметрии (КМК) [2-4] заключается в разделении процесса горения полимерного материала на две стадии: пиролиз материала в отсутствие кислорода и последующее окисление летучих. Как и в более традиционном методе термогравиметрического анализ (ТГА), испытуемый образец (достаточно малый, чтобы исключить наличие значительного перепада температуры внутри образца) подвергается нагреву с постоянной скоростью роста температуры в атмосфере инертного газа. Отличие от ТГА заключается в том, что газообразные продукты пиролиза затем смешиваются с кислородом и полностью окисляются в камере сгорания, в которой поддерживается высокая температура (около 900 °С). При этом измеряется расход кислорода, поглощаемого при окислении летучих, а измеренный сигнал синхронизируется с динамикой роста температуры образца с учётом времени перемещения газовой смеси вдоль камеры сгорания. По измеренному расходу кислорода определяется мощность тепловыделения, имеющего место при окислении летучих. В экспериментах регистрируется зависимость удельной мощности тепловыделения от температуры образца $\dot{q}(T)$, где $T = T_0 + \beta t$, β – скорость нагрева.

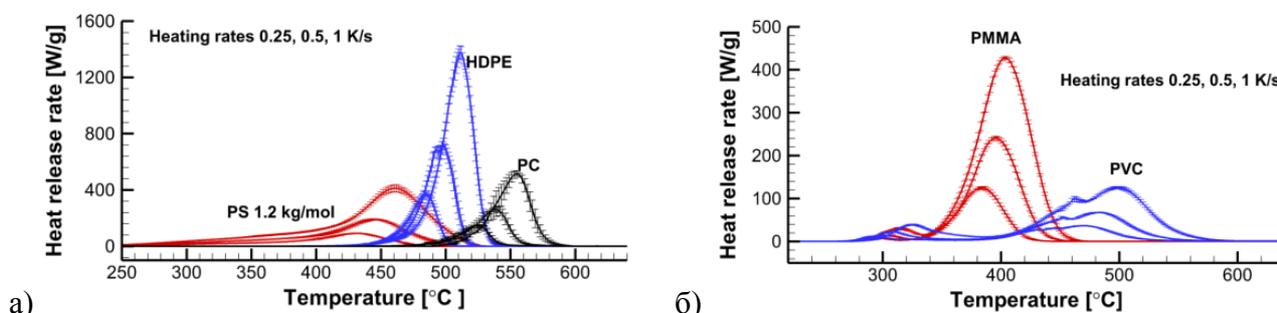


Рис. 1. Результаты измерений для чистых веществ при трех скоростях нагрева 0.25, 0.5 и 1 К/с: а) – низкомолекулярный полистирол, полиэтилен высокой плотности, поликарбонат; б) – полиметилметакрилат и поливинилхлорид; вертикальные планки показывают среднее квадратичное отклонение для нескольких измерений

Примеры результатов микрокалориметрических измерений для полимеров, часто встречающихся в промышленных и бытовых отходах, приводятся на рисунке 1. Измерения, выполненные при разных скоростях нагрева, позволяют оценить кинетические параметры термического разложения материалов. Для этого мы используем изоконверсионную методику, предложенную в работах [5-7]. Кроме того, в данной работе определяются интегральные и предельные характеристики термического разложения, в частности теплота сгорания летучих $\overline{\Delta q'}$, максимальная мощность тепловыделения, массовая доля углистого остатка v_r , реакционная теплоёмкость $\eta_{10-90\%}$, и температура, соответствующая 50% конверсии $T_{50\%}$. Некоторые результаты измерений приведены в таблице 1.

Табл. 1. Результаты микрокалориметрических измерений характеристик пиролиза и горения полимерных материалов

Полимеры	$\overline{\Delta q'}$, МДж/кг	v_r , –	$\eta_{10-90\%}$, кДж/(кг К)	$T_{50\%}$, °С	E_a , кДж/моль
Полностью газифицирующиеся					
HDPE	41.3±0.1	0	1245	494	229±7
LDPE	41.5±0.6	0	1012	486	227±7
PS980	38.6±0.9	0	1081	430	173±10
PS1.2	33.9±0.3	0	237	429	167±10
PMMA	24.9±0.2	0	433	393	212±18
PP	40.9±0.2	0	1025	472	233±15
Обугливающиеся					
PC	20.0±0.2	0.234±0.005	417	533	233±13
PET	14.3±0.6	0.09±0.03	168	453	217±23
PVC	13.8±0.2	0.057±0.001	73.9	464	268±50

Приведённые результаты используются для построения математических моделей пиролиза и горения смесей полимерных материалов [4].

Работа выполняется в рамках проекта РНФ 16-49-02017.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Geyer R., Jambeck J.R., Law K.L. Production, use, and fate of all plastics ever made // Science Advances. – 2017. – Vol. 3, №7, e1700782.
2. ASTM D7309-07a. Standard Test Method for Determining Flammability Characteristics of Plastics and Other Solid Materials Using Microscale Combustion Calorimetry. ASTM Int., 2007. P. 1-8.
3. Lyon R.E., Walters R.N., Stoliarov S.I., Safronava N. Principles and Practice of Microscale Combustion Calorimetry. Technical Report DOT/FAA/TC-12/53(R1). FAA, 2014. 95 p.
4. Корайем Х.М., Степанов В.В., Талалов В.А., Снегирёв А.Ю. Пиролиз и горение смесей полимерных материалов / Труды Седьмой Российской национальной конференции по теплообмену: в 3 томах (22-26 октября 2018 г., Москва). Т.1. – М.: Издательский дом МЭИ, 2018. – С. 398-401.
5. A.Yu. Snegirev, V.V. Talalov, V.V. Stepanov, J.N. Harris, Formal kinetics of polystyrene pyrolysis in non-oxidizing atmosphere // Thermochim. Acta. – 2012. – Vol. 548. – P. 17-26.
6. Snegirev A.Yu. Generalized approach to model pyrolysis of flammable materials // Thermochim. Acta. – 2014. – Vol. 590. – P. 242-250.
7. Snegirev A.Yu., Talalov V.A., Stepanov V.V., Korobeinichev O.P., Gerasimov I.E., Shmakov A.G. Autocatalysis in thermal decomposition of polymers // Polym. Degrad. Stab. – 2017. – Vol. 137. – P. 151-161.

СМЕНА РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ В СВОБОДНОКОНВЕКТИВНОМ ФАКЕЛЕ
С РОСТОМ ЧИСЛА ГРАСГОФА

В последние десятилетия интерес к изучению свободноконвективных течений заметно усиливается [1]. Одним из наиболее интересных течений при этом является свободноконвективный факел – поток, формирующийся над локально нагретой поверхностью. Интерес в подобных случаях представляют не только характеристики потока, но и его схожесть с другими известными течениями (например, с диффузионными пламенами [2]).

В настоящее время популярность использования подходов численного моделирования применительно к задачам свободной конвекции существенно возросла. Связано это может быть с появлением многопроцессорных компьютеров и развитием алгоритмов, позволяющих оптимально задействовать предоставляемые вычислительные мощности. Одним из неоспоримых достоинств проведения численного моделирования является получение большого числа данных во всей расчетной области (мгновенные поля скорости, давления, температуры и т.д.) [3]. Получение аналогичного объема данных в физическом эксперименте невозможно. При этом важно понимать, что достоверность получаемых в результате численного моделирования данных может быть проверена только путем их сопоставления с данными подробного и корректного эксперимента. Стоит также отметить, что большинство авторов проводят подробный анализ трехмерного поля скорости и его производных, при этом ограничиваясь лишь поверхностным рассмотрением поля температуры [4].

Целью данной работы является рассмотрение структуры потока воздуха, формирующегося над горизонтальным нагретым локализованным диском. Данные о качественном изменении характеристик потока и подробный анализ характеристик теплообмена при малых числах Грасгофа достаточно подробно рассмотрены, например, в работе [5]. Число Грасгофа – определяющий параметр задачи – вводится в соответствии со следующим соотношением:

$$Gr = \frac{g\beta(T_w - T_a)R^3}{\nu^2}, \quad (1)$$

где g – ускорение свободного падения [m/c^2], β – коэффициент температурного расширения [$1/K$], T_w – средняя температура по поверхности диска [K], T_a – средняя температура окружающего воздуха [K], R – радиус диска [m], ν – коэффициент кинематической вязкости [m^2/c].

В данной работе приведены количественные данные о характеристиках течения при малых числах Грасгофа, а также данные о потоке при больших числах Грасгофа. В рамках работы поставлен физический эксперимент, а также численно решена задача о развитии свободноконвективного факела.

Для проведения экспериментальной части исследования, на кафедре «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» Санкт-Петербургского государственного политехнического университета Петра Великого разработан экспериментальный стенд, схема которого представлена на рисунке 1а. Подробное описание стенда, как и описание схемы визуализации потока (рис. 1б), приведено в работе [5].

Численное моделирование произведено с использованием кода ANSYS Fluent, и заключается в решении уравнений Навье – Стокса в приближении Буссинеска и предположении о ламинарности течения в трехмерной области, размеры которой

соответствуют размерам экспериментального стенда и близки к размерам расчетных областей, описанных в работах других авторов [4]. Схема расчетной области представлена на рисунке 1в, введенная система координат (по аналогии с известными ранними работами) – на рисунке 1г.

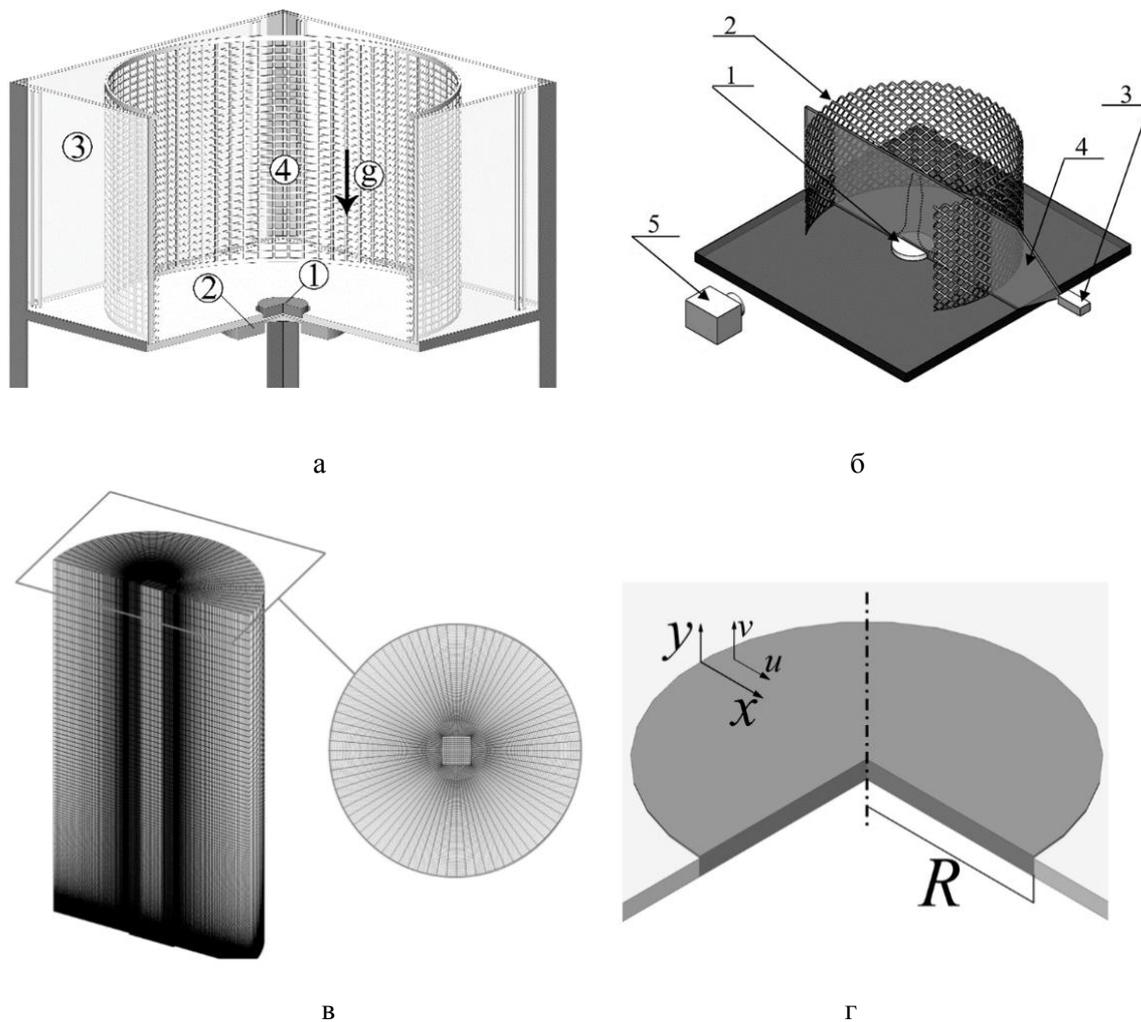


Рис. 1. Экспериментальное оборудование и постановка численной задачи:
 а – схема экспериментального стенда (1 – нагреваемый диск, 2 – элемент теплообменника, 3 – проницаемые стенки камеры, 4 – защитная сетка);
 б – схема визуализации (1 – нагреваемый диск, 2 – изолирующая сетка, 3 – лазер и оптическая система, 4 – плоскость лазерного ножа, 5 – фотокамера);
 в – пример расчетной сетки в области решения уравнений;
 г – система координат, связанная с поверхностью диска

Как уже неоднократно отмечалось ранее, в зависимости от числа Грасгофа над диском могут наблюдаться несколько устойчивых режимов течения. В частности, исходный режим стационарного осесимметричного течения сменяется осесимметричным периодическим режимом. В рамках этого режима наблюдается формирование «перегретых» воздушных масс, подъем которых разрушает первоначальную картину течения. На рис. 2 представлены поля мгновенной температуры, векторные поля скорости, изоповерхности Q-критерия в различные моменты времени, отмеченные точками на рис. 2г.

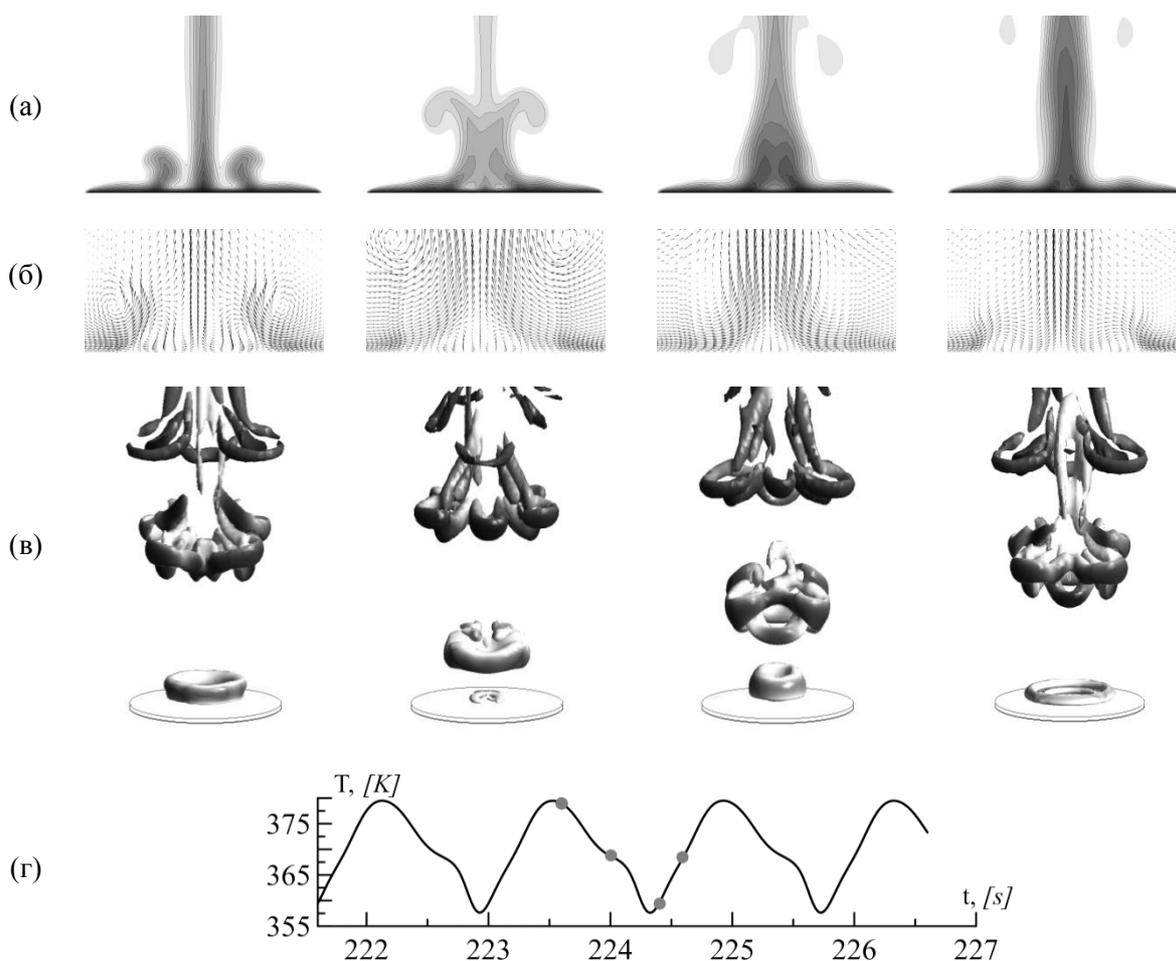


Рис. 2. Мгновенные характеристики потока: а – поля температуры в плоскости симметрии; б – векторные поля скорости в центральной плоскости; в – изоповерхности Q-критерия; г – изменение мгновенной температуры во времени на высоте 1 мм от поверхности диска на оси симметрии

Выводы. В результате работы удалось как экспериментально, так и численно обнаружить два устойчивых режима течения в свободноконвективном факеле, а также выделить их основные особенности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-31-00130.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Kondrashov A., Sboev I., Dunaev P. Evolution of Convective Plumes Adjacent to Localized Heat Sources of Various Shapes // *Int. J. Heat Mass Transfer* – 2013. – 103. – p 298-304.
2. Hu L., Hun J., de Ris J.L. Flame Necking-In Instability Characterization in Small and Medium Pool Fires with Different Lip Heights // *Combustion and Flame* – 2015. – 162. – p 1095-1103.
3. Lopez J.M., Marques F. Instability of Plumes Driven by Localized Heating // *J. Fluid Mech.* – 2013. – 736. – P 616-640.
4. Plourde F., Pham M.V., Doan K.S., Balachandar S. Direct numerical simulations of a rapidly expanding thermal plume: structure and entrainment interaction // *J. Fluid Mechanics.* – 2008. – Vol. 604. – P. 99-103.
5. Khrapunov E.F., Potechin I.V., Chumakov Y.S. Structure of a free convective flow over a horizontal heated surface under conditions of conjugate heat transfer // *J. of Physics: Conf. Series* – 2018 – Vol. 891.

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ВИХРЕВЫХ ЯЧЕЕК ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ
ОТРЫВОМ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА В ОСЕРАДИАЛЬНОМ ДИФFUЗОРЕ

Осерадальный диффузор, представляющий из себя кольцевой канал с криволинейными образующими, используется в качестве элемента выхлопного патрубка турбомшины, обеспечивающего отвод рабочего тела в заданном направлении с минимальными аэродинамическими потерями [1]. Течение на входе в такой диффузор направлено по оси турбомшины, а затем расходится в радиальном направлении. Поворот потока в диффузоре обычно сопровождается обширными отрывными зонами, что приводит к существенным потерям энергии. Представляется актуальной задача минимизации или даже полного подавления отрывных зон, что позволит уменьшить потери в диффузоре.

Одним из известных из литературы механизмов управления отрывом, позволяющих влиять на протяженность зон рециркуляции, служит размещение на стенке вихревых ячеек, представляющих собой пазы различной формы [2]. Вихревые ячейки могут иметь различные размеры, форму сечения, а также погруженность в стенку тела; наиболее часто встречаются ячейки круглого и эллиптического сечения.

Цель настоящей работы – оценка эффективности применения вихревых ячеек для управления отрывом турбулентного потока в осерадиальном диффузоре. Объектом исследования является осерадиальный кольцевой диффузор, исследованный на лабораторном стенде в ЦКТИ им. И.И. Ползунова [1]. Расчеты течения в рассматриваемом диффузоре, выполнялись ранее в СПбПУ с использованием как академического [3], так и коммерческого [4] кодов.

Контуры проточной части диффузора и соответствующие геометрические размеры приведены на рисунке 1а. Как и ранее [4], с целью максимального приближения расчета к условиям опыта в расчетную область помимо проточной части диффузора включены также блоки 1 и 2 (рис. 1б). Контуры блока 1 воспроизводят обводы проточной части стенда и при заданном полном давлении на входе в расчетную область формируют на входе в диффузор (в сечении 1–1) поле скорости, соответствующее условиям проведения опыта. Блок 2 позволяет, при постановке на выходе из расчетной области граничного условия с заданием постоянного по сечению давления, сформироваться в сечении 2–2 (на выходе из диффузора) полю течения, близкому к условиям эксперимента. Специальное исследование по влиянию конфигурации блока 2 на результаты расчетной оценки эффективности диффузора подтвердило допустимость принятой имитации [4].

На рисунке 1б приведена исходная расчетная область без вихревой ячейки. Рис. 1в показывает расчетную область с размещенной в области обечайки диффузора вихревой ячейкой, представляющей собой паз круглого сечения. Ячейка охватывает всю область поворота диффузора, так что сечение ячейки представляет собой полный круг радиусом 9 мм. Угол раскрытия ячейки варьируется, рассмотрены углы в 40.5° (открыта первая половина поворота) и 81° (полностью раскрытая ячейка). Подобный способ установки ячейки был предложен в работе [2] для канала с поворотом на 180° .

Течение в диффузоре определяется числами Рейнольдса Re_{in} и Маха M_{in} . Число Рейнольдса $Re_{in} = \rho_{in} v_{in} b / \mu$, где ρ_{in} и v_{in} – среднерасходные значения плотности и скорости газа в сечении 1-1, b – расстояние от втулки до обечайки, μ – постоянный по области течения динамический коэффициент вязкости. В данной работе $Re_{in} = 1.8 \times 10^5$. $M_{in} = 0.49$, что соответствует условиям эксперимента [1].

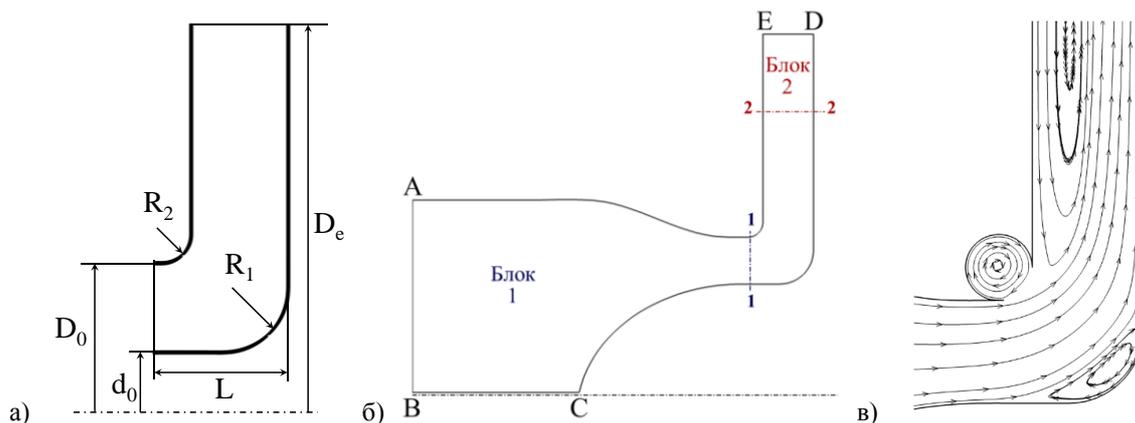


Рис. 1. а) Проточная часть диффузора [1]: $D_0=186.5$ мм, $d_0=130.5$ мм, $L=37.5$ мм, $D_e=336$ мм, $R_1=20$ мм, $R_2=9$ мм; б) расчетная область без вихревой ячейки; в) расчетная область с вихревой ячейкой, охватывающей всю область поворота (угол раскрытия 81°), показаны линии тока

Турбулентное течение вязкого газа рассматривается в стационарной осесимметричной постановке. Расчеты проводились с использованием коммерческого кода ANSYS Fluent (версия 17.2). Предыдущие расчеты показали, что от выбора модели зависит положение точки отрыва и уровень турбулентной вязкости за поворотом, что в совокупности влияет на уровень потерь [4]. В настоящей работе все расчеты проводятся с использованием SST $k-\omega$ модели Ментера.

Ставились следующие граничные условия. Течение в модельном диффузоре обеспечивалось перепадом давления между входом, где задавалось избыточное полное давление, и выходной границей, на которой фиксировалось статическое давление (выход в атмосферу). Твердые стенки втулки и обечайки с условием прилипания адиабатические. Температура на входе в расчетную область соответствовала нормальным условиям. Интенсивность турбулентности на входе – 0.5%, отношение турбулентной вязкости к молекулярной равно 0.5.

В области диффузора и дополнительных блоков, моделирующих проточную часть экспериментального стенда, была построена структурированная расчетная сетка. Размерность базовой расчетной сетки без вихревой ячейки (рис. 2а) в области проточной части диффузора – 124×201 , количество ячеек во всей расчетной области в этом случае – 36545. Показано, что базовая сетка обеспечивает получение сеточно-независимого решения. В области вихревой ячейки генерировалась неструктурированная расчетная сетка со сгущением к твердым стенкам и соединению с сеткой из области диффузора, при этом сетка в области диффузора оставалась неизменной (рис. 2б,в).

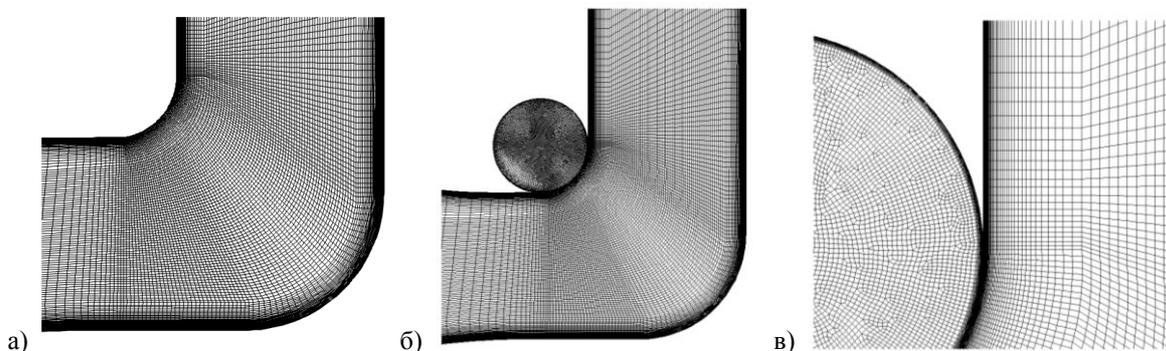


Рис. 2. Примеры расчетных сеток: а) без вихревой ячейки, б) с вихревой ячейкой, в) детали сетки в окрестности примыкания вихревой ячейки к обечайке

Поля модуля скорости (рис. 3) показывают, что циркуляция жидкости в вихревой ячейке происходит в сторону, противоположную движению основного потока. Это связано с тем, что размер окна раскрытия ячейки велик, и движение жидкости внутри ячейки попадает под влияние образующейся после поворота отрывной зоны. Также с введением вихревой ячейки скорость вблизи поворота обечайки снижается примерно на 40 м/с. Анализ полей давления показал, что при установке вихревой ячейки пропадает зона пониженного давления у поворота обечайки диффузора.

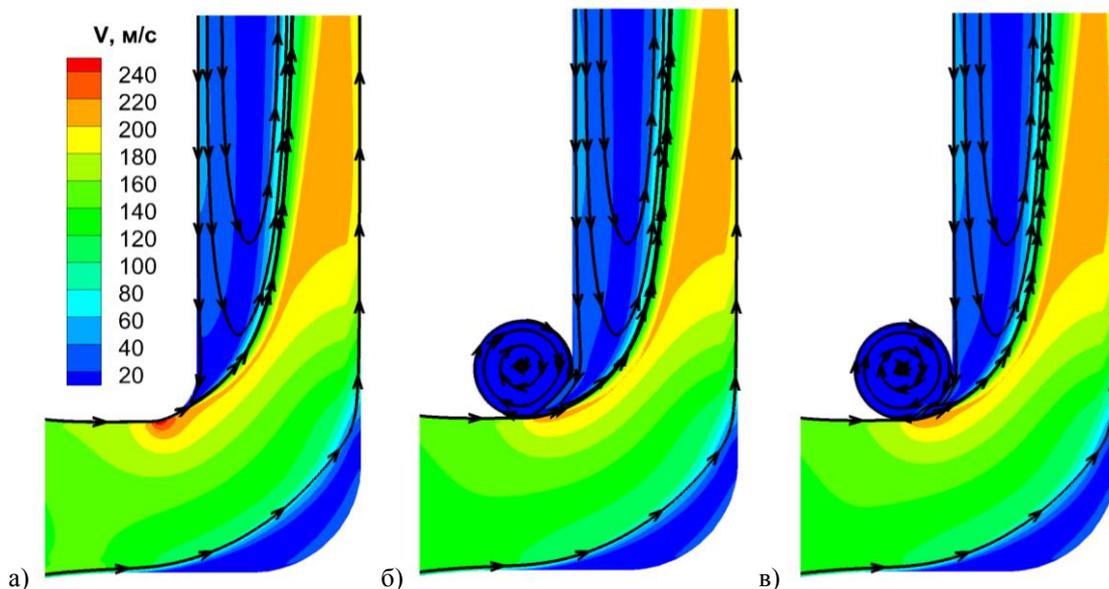


Рис. 3. Поля модуля скорости и линии тока для случаев (а) без вихревой ячейки; (б) с вихревой ячейкой с углом раскрытия 81°; (в) с вихревой ячейкой с углом раскрытия 40.5°

В соответствии с [1], коэффициент полных потерь в диффузоре определяется следующим образом: $\zeta = [1 - (p_{out}/p_{0,in})^{(k-1)/k}] / [1 - (p_{in}/p_{0,in})^{(k-1)/k}]$, здесь индекс «0» соответствует полному давлению, $k = 1.4$ – показатель адиабаты. Значение коэффициента полных потерь равняется $\zeta = 1.603$ для исходного варианта без вихревой ячейки, $\zeta = 1.888$ для угла раскрытия 81° и $\zeta = 1.822$ для угла раскрытия 40.5°. Таким образом, потери выросли на 17.8% и 13.7% соответственно по сравнению с результатами в диффузоре без ячейки. Следует заключить, что использование вихревой ячейки, охватывающей весь поворот обечайки диффузора, приводит к увеличению потерь за счет дополнительной рециркуляции внутри ячейки. Возможно, впрочем, что положительный эффект окажет использование ячеек меньшего радиуса, при этом окажется возможным варьировать и место размещения ячейки. Продолжение исследований будет направлено на решение данной задачи.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 17-08-00854).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Мигай В.К., Гудков Э.И. Проектирование и расчет выходных диффузоров турбомашин, Л.: Машиностроение, 1981 г. – 272 с.
2. Аэродинамика утолщенных тел с вихревыми ячейками. Численное и физическое моделирование / Под ред. С.А. Исаева. – СПб.: Изд-во Политех. ун-та, 2016. 215 с.
3. Николаев М.А. Численное моделирование трансзвуковых пространственных течений вязкого газа в проточных частях турбомашин на основе CUSP схемы, Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, СПбГПУ, СПб., 2006 г. – 214 с.
4. Левченя А.М., Кириллов А.И., Смирнов Е.М. Численное моделирование отрывного течения в кольцевом осерадиальном диффузоре // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Естественные и инженерные науки. – 2017. – №4. – С. 172–180.

**ГЕОЛОГО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛАСТА КРУПНОГО
МЕСТОРОЖДЕНИЯ ЗАПАДНОЙ СИБИРИ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМЫ
РАЗРАБОТКИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ**

Целью современной разработки месторождений нефти и газа является наиболее полное извлечение запасов. Это возможно при использовании достоверных геолого-технологических моделей, на основе которых следует принимать решения по дальнейшему изучению и оптимизации разработки залежей углеводородов.

Месторождение расположено в пределах Сургутского района Ханты-Мансийского автономного округа (ХМАО) Тюменской области.

Основной нефтесодержащей толщей является комплекс отложений в составе сортымской свиты неокома нижнего мела. Залежи нефти здесь связаны с пластами клиноформного комплекса.

Цель работы - создать геологическую модель. Основными этапами ее построения были: создание структуры и каркаса, включающего кубы литологии, пористости, проницаемости, насыщенности.

Для построения геологической модели по пласту данного месторождения были использованы следующие исходные данные:

Скважинная информация:

- Координаты скважин;
- Инклинометрия;
- Каротаж;
- Результаты интерпретации ГИС;
- Отбивки пластов;
- Помесячные данные добычи и закачки с начала разработки;
- Данные о перфорации;
- Пластовая информация;
- Контуры нефтеносности;
- Границы зон замещения и выклинивания.

В результате был сформирован проект по месторождению, включающий все вышеперечисленные исходные данные, включающий в себя все скважины. Для геологического моделирования была выбрана прямоугольная область размером 22.8×18 км. Для построения структурных поверхностей использовались абсолютные отметки вскрытия пласта, рассчитанные по данным сейсморазведки, инклинометрии и координатам устья для каждой скважины.

Расчет куба литологии был проведен с использованием трехмерного тренда, построенного на ГСР. Для контроля качества результатов построения оценивались гистограммы распределения литологии по кубу и скважинам. В качестве входных данных использовались осредненные скважинные данные.

По каждому пласту настройки при моделировании были подобраны таким образом, чтобы рассчитываемый параметр соответствовал геологическим представлениям о характере его возможных изменений. На данном этапе так же проводился анализ неоднородности по каждому продуктивному пласту по вертикали и латерали.

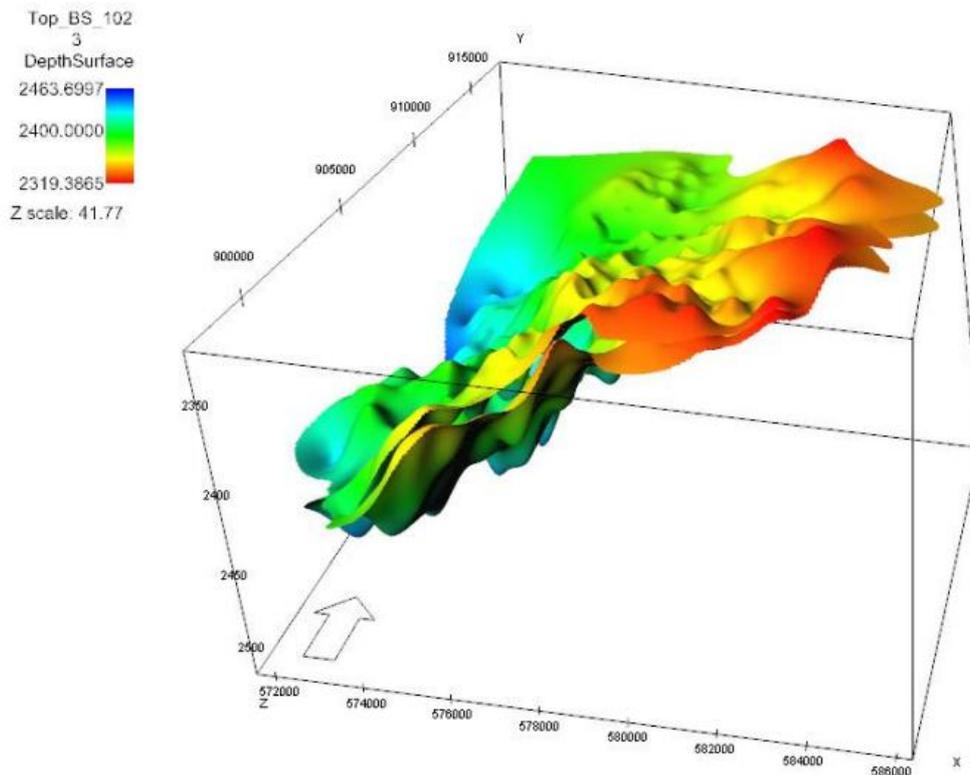


Рис. 1. Реализация построения поверхностей кровли и подошвы геологической модели

Моделирование куба проницаемости осуществлялось с учетом петрофизических зависимостей для двух типов коллектора:

$$K_{perm} = 0,0004 \cdot e^{57,24 \cdot K_{poro}}$$

$$K_{perm} = 3 \cdot 10^{-5} \cdot e^{65,11 \cdot K_{poro}}$$

Подсчет запасов проводился стандартным методом расчета запасов нефти в ПО Roxar RMS при помощи модуля Volumetrics. Корректный переход от подробной геологической модели к укрупненной гидродинамической (upscaling) позволяет, в принципе, сохранить геологическую неоднородность пласта.

Процедура качества upscaling контролировалась сравнениями гистограмм дискретного параметра песчаности гидродинамической сетки и литологии геологической, пористости, проницаемости и водонасыщенности, а также ГСР литологии. Представленные распределения запасов нефти по проницаемости, а также геологостатистические разрезы для геологической и гидродинамической моделей, позволяют сделать вывод о корректности проведенного ремасштабирования исходной модели и сохранении геологической неоднородности пласта.

Качество процедуры переноса свойств геологической модели на фильтрационную сетку оценивалось путем сопоставления дифференциальных характеристик: общих, эффективных, нефтенасыщенных толщин, средних параметров по скважинам, гистограммам распределения параметров в ячейках геологической и гидродинамической моделей, а также на основании визуальной оценки степени сохранения макронеоднородности слагающих пласт геологических тел (рис. 2).

Расхождение фактических и расчетных значений не превышает 1%, что свидетельствует о корректности проведения процедуры адаптации данных истории разработки. Полученная геолого-гидродинамическая модель может служить основой для расчета и прогнозирования мероприятий воздействия на пласт.

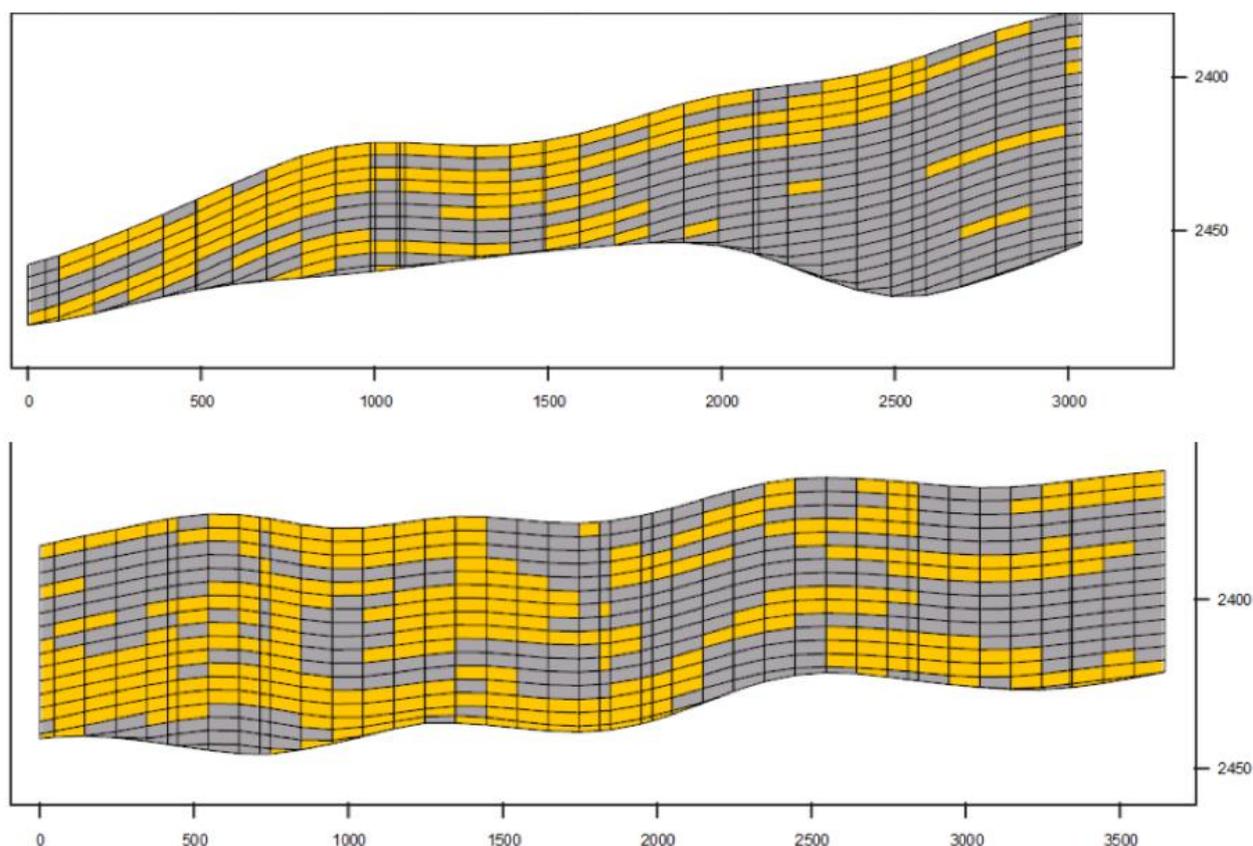


Рис.2. Пример визуальной оценки степени закругления куба песчаности при переходе от геологической модели к гидродинамической

Создание данной модели проводилось в несколько этапов, также основой для расчета прогнозных показателей добычи позволила сформулировать рекомендации по оптимизации разработки залежей углеводородов.

Результатом создания геолого-гидродинамической модели стали карты распределения остаточных запасов, плотность остаточных запасов и т.д.

На основе анализа карт были выделены участки с остаточными запасами нефти. Для этих областей отмечается высокая дифференциация распределения остаточных запасов по площади участка. Выделенные зоны расположены как в ЧНЗ, так и охватывают ВНЗ. Согласно карте остаточных подвижных запасов, было выделено 2 участка, представляющий интерес для выработки запасов и подбора эффективных геолого-технических мероприятий

Выводы. Созданная модель пласта не только полно отражает геологическое строение и особенности исследуемого пласта, но и является базой для мониторинга и последующей оптимизации системы разработки месторождения.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Закиров С. Н. Разработка газовых, газоконденсатных и нефтегазоконденсатных месторождений. – М.: Струна, 1988.
2. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. – М.: Институт компьютерных исследований, 2004
3. Randall C. O'Reilly. A Family of Large-Stencil Discrete Laplacian Approximations in Three Dimensions. - University of Colorado Boulder, 2006

МОДЕЛИРОВАНИЕ МИКРОСЕЙСМИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ
ПЛАНАРНОЙ ТРЕЩИНЫ

Один из наиболее используемых методов добычи нефти из горных пород – гидроразрыв пласта (ГРП), приводящий к образованию и росту на глубине трещины. Распространение трещины ГРП индуцирует микросейсмические события, которые можно отследить путём сейсмического мониторинга. Получаемые данные позволяют судить о распространении трещины, определять положение фронта трещины во времени, а также ряд других характеристик трещины. В данной работе рассматривается обратная задача, а именно процесс моделирования микросейсмических событий вокруг трещины. Источником начальных данных в нашем случае будет эволюция трещины, рассчитанная по планарной модели, в среде с заданным контрастом напряжений. Напряжения в слоях определяются на основании известного контраста напряжений и давления в трещине. Для интеграции результатов расчетов планарной модели в модуль нахождения сейсмических событий производится восстановление расчетной сетки по её параметрам.

В область распространения трещины случайным образом сеются дефекты (рис. 1), имеющие прямоугольную форму, равномерно распределенные по координатам и углам поворота и экспоненциально распределенные по длине наименьшей стороны [1].

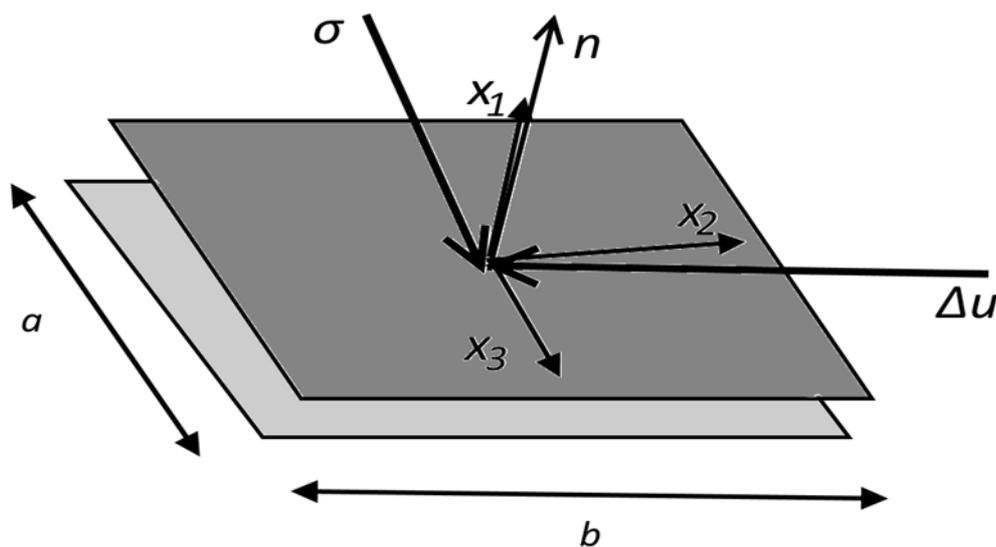


Рис. 1. Представление дефекта

Активация дефекта происходит при превышении предела прочности на растяжение или сдвиг. Растяжение происходит при наличии нормальных усилий больше нуля:

$$\sigma_n > 0. \quad (1)$$

Сдвиг происходит при:

$$(\sigma_\tau - (c_0 - \sigma_n * \tan \rho)) > 0, \quad (2)$$

где σ_τ – касательные усилия, c_0 – когезия, ρ – угол трения.

Магнитуда событий вычисляется по формуле [2]:

$$M_W = \frac{2}{3}(\log_{10} M_0) - 6, \quad (3)$$

где M_0 – скалярный сейсмический момент, находящийся из выражения [3]:

$$M_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sum M_{ij}^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (4)$$

$$M_{ij} = G * S * m_{ij}, \quad (5)$$

$$m_{ij} = \frac{1}{2}(u_i n_j + n_i u_j). \quad (6)$$

M_{ij} – тензор сейсмического момента, G – модуль сдвига, S – площадь дефекта, u_i – скачок перемещений вдоль орта n_i .

Рассмотрим планарную трещину, распространяющуюся в слоистой (с точки зрения напряжений) среде, в которой посеяно 30 тысяч дефектов. На рисунке 2 представлены проекции событий на плоскость трещины. Точками отмечены активированные дефекты. Сплошными линиями разделены слои. Положительный контраст соответствует сжимающим напряжениям.

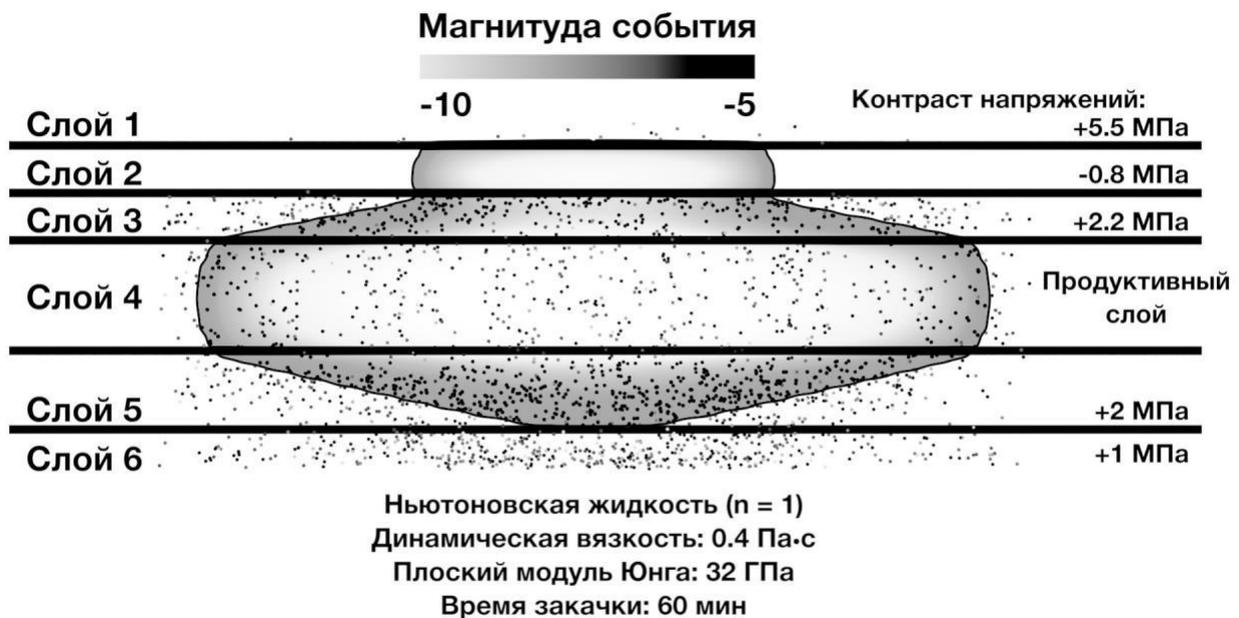


Рис. 2. Распределение микросейсмических событий относительно планарной трещины

Из рисунка 2 видно, что в слое 1 происходит гораздо меньше событий, чем в других слоях со сжимающими напряжениями. Такое поведение обусловлено высоким значением сжимающих напряжений в слое, а также удаленностью от фронта трещины. В слое 2 события отсутствуют, так как в нём действуют растягивающие напряжения. В слое 6 трещина только начинает прорастать, но благодаря контрасту напряжений в нём уже наблюдаются индуцированные события. По мере замедления фронта трещины всё большее количество событий возникает вдоль трещины. Можно утверждать, что при росте трещины в раскрытие

чаще возникают события в непосредственной близости от области наибольшего роста, а не вдоль фронта трещины.

Таким образом, по результатам распространения планарной трещины были промоделированы сейсмические события сдвига и растяжения, вычислены магнитуды событий и сейсмические моменты. По картине микросейсмической картины во времени (интенсивность, частота возникновения сейсмических событий) можно определить положение фронта трещины, выделить направление её максимального роста. Стоит отметить, что обычно ГРП проводится на километровых глубинах, где все слои будут обладать сжимающими напряжениями близких порядков.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки в рамках ФЦП "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы", Мероприятие 1.2., Соглашение о предоставлении субсидии № 14.575.21.0146 от 26.09.2017, уникальный идентификатор ПНИ: RFMEFI57517X0146.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Linkov, A.M. Keynote lecture: numerical modeling of seismicity: theory and applications. 8th Int. Symp. on Rockburst and Seismicity in Mines (eds. A. Malovichko and D. Malovichko), Obninsk-Perm, 2013. pp 197–218.
2. S. Maxwell. Microseismic Imaging of Hydraulic Fracturing: Improved Engineering of Unconventional Shale Reservoirs. 2014 Distinguished Instructor Short Course, Distinguished Instructor Series, No. 17, 2014.
3. V. Grechka and W. M. Heigl. Microseismic Monitoring. Geophysical References Series No. 22 (eds. S.A. Shapiro and L.Huang), 2017

УДК 620.1-1/-9

А.В. Смирнов, Ю.Я. Болдырев

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

К ВОПРОСУ ОБ ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКЦИИ ЛОПАСТИ ВОЗДУШНОГО ВИНТА С ПОМОЩЬЮ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Введение. В последнее время численный эксперимент для моделирования пространственных турбулентных течений за вращающимися с высокой скоростью объектами занимает все большее место при проектировании изделий в авиационной и космической промышленности. Подход, в котором рассчитываются аэродинамические характеристики винтов с использованием моделей турбулентности на основе уравнений Навье-Стокса осредненных по Рейнольдсу [1] в постановке без учета деформации лопастей в общем случае не верен. Такой подход приводит к значительному отклонению от физической реальности, наблюдаемой в натурных испытаниях, что обусловлено отсутствием учета изменения формы лопасти под действием аэродинамических нагрузок и вихреобразования за лопастями. Лопастей современных винтов (рис. 1) изготавливают из композиционных материалов в силу малому удельному весу материала и меньшей подверженности износу [2], что актуально при проектировании винтов. Композиционные материалы обеспечивают, помимо прочего, значительную жёсткость конструкции лопастей, что помогает избежать сильного изменения формы лопастей в рабочих режимах, предотвратить эффект флаттера и потерю тяги. Решить проблему взаимодействия элементов конструкции лопастей с внешними распределенными нагрузками набегающего потока позволяют подходы аэроупругости [3;4] (FSI - Fluid Structure Interaction). При использовании таких подходов рассчитанные распределенные аэродинамические нагрузки передаются в модули расчёта деформаций лопастей, что

позволяет рассчитать тягу винта с учетом изменения формы лопасти. При этом возможны два пути реализации методов FSI: методы односторонней связи (One-Way FSI) и методы двухсторонних взаимодействий (Two-Way FSI).

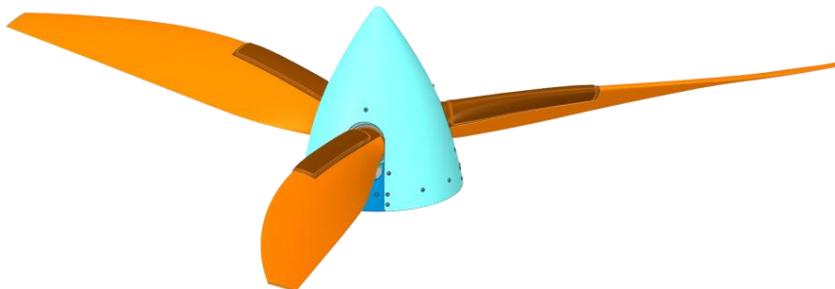


Рис. 1. Модель трехлопастного воздушного винта

При решении задач методом односторонней связи, когда аэродинамические нагрузки передаются в модуль расчёта напряженно-деформированного состояния (НДС) лопастей единожды, можно оценить деформацию лопасти, но при этом нельзя пересчитать аэродинамические характеристики лопастей с учетом их измененной формы под действием этих нагрузок. Эту проблему позволяет решить второй подход, - метод двухсторонних взаимодействий, при использовании которого передача нагрузок, геометрии, расчётных сеток может осуществляться как из аэродинамического модуля в модуль расчёта НДС, так и обратно. Оптимизация внутренней конструкции лопасти воздушного винта состоящей из композита – наиболее эффективный способ улучшения тяги, создаваемой лопастями, за счёт уменьшения их деформаций, под действием нагрузок, возникающих при работе винта. Применение методики, представленной в работе, позволяет получить достоверные значения тяги, а так же сократить расчётное время.

Цель работы:

1. Построить модель, описывающую поведение лопастей воздушного винта, показанного на рисунке 1, при их центробежном и аэродинамическом нагружении.
2. Провести оптимизацию конструкции лопасти с точки зрения выкладки материалов композита по толщине, углу и соотношению перекрытия волокон в композитном материале.

Результаты:

1. С использованием программного комплекса ANSYS CFX получено поле давлений распределённого на поверхности лопастей (рис. 2).

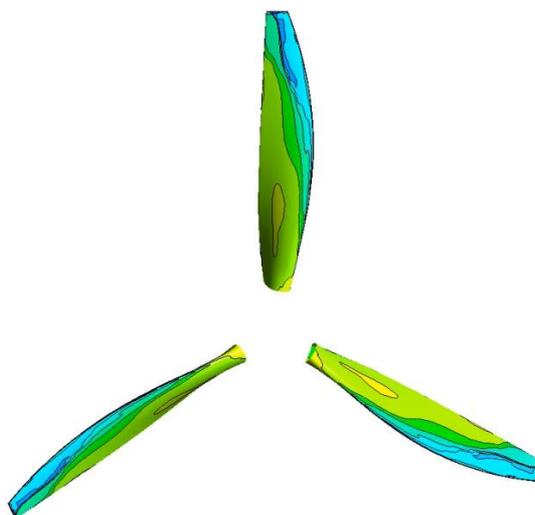


Рис. 2. Распределение давления по поверхности лопасти.

2. С помощью средств ANSYS Mechanical и Composite PrepPost определена оптимальная структура выкладки композита и его толщины по высоте лопасти. Показано, что композит с углами укладки $0^{\circ}|60^{\circ}$ и количеством слоев равным 13 (средняя толщина по высоте лопасти $\sim 5,2$ мм с перекрытием 50×50) даёт наименьшее максимальное перемещение под действием центробежной силы, при этом масса лопасти не превышает 4 кг.

3. Был проведен статический, связанный, нелинейный [5] расчет композитной лопасти под действием аэродинамических нагрузок и центробежной силы на выявление вероятности разрушения лопасти. Получено и проанализировано поле перемещений (рис. 3). Максимальное перемещение положения лопасти составило 8.24 мм, оно незначительно и не приведет к разрушению лопасти.

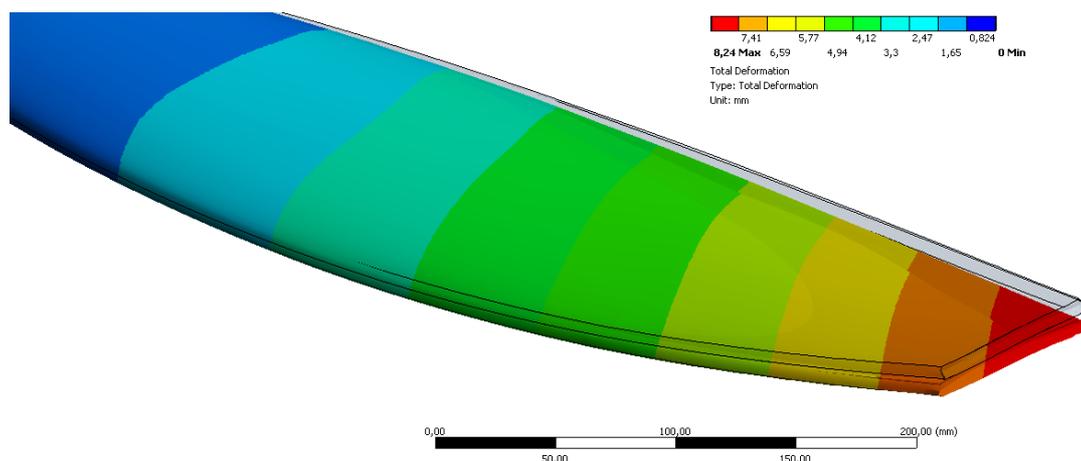


Рис. 3. Сравнение деформированной и недеформированной модели лопасти под действием центробежной и аэродинамической сил

Выводы:

Построена модель, описывающая поведение лопастей воздушного винта при их центробежном и аэродинамическом нагружении. Проведена оптимизация конструкции лопасти с точки зрения выкладки материалов композита по толщине, углу и соотношению перекрытия волокон в композитном материале. Показано, что при технологии выкладки композитного материала $0^{\circ}|60^{\circ}$ можно получить минимальные перемещения и изгиб законцовок лопастей. Такая укладка увеличивает сопротивляемость лопастей к нагрузкам. Как показали расчёты, наибольшая изгибная и крутильная деформация наблюдается при укладке $0^{\circ}|30^{\circ}$.

Полученная методика позволяет учитывать различные нагрузки на лопасть и проследить её деформацию в динамике. Стоит учитывать, что циклически изменяемые нагрузки приводят к разрушению лопастей. В дальнейших исследованиях предлагается, помимо связанной задачи, включить в расчётный комплекс механизм определения усталостной долговечности лопастей и собственных частот.

Работа выполнена при финансовой поддержке по проекту Минобрнауки России в рамках реализации ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы». Соглашение о предоставлении субсидии от 26.09.2017 г. №14.578.21.0244. (уникальный идентификатор RFMEFI57817X0244) [6].

ЛИТЕРАТУРА:

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 7-е изд., испр. М.: Дрофа, 2003. 812 с.
2. Скворцов Ю.В. Конспект лекций по дисциплине механика композитных материалов, СГАУ имени академика Королева С.П., 2013.
3. Brehm, C., Barad, M., and Kiris, C. An Immersed Boundary Method for Solving the Compressible Navier-Stokes Equations with Fluid-Structure Interaction. 34th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Washington, D.C., June 13-17 2016, AIAA-2016-3265.
4. H. Schmucker, F Flemming, S Coulson. Two-way coupled fluid structure interaction simulation of a propeller turbine. IOP Publishing Ltd. 2010.
5. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980. 512 с.
6. <http://www.spbstu.ru/upload/fp/14.578.21.0244.pdf>

УДК 531.39

Н.Г. Шварев, Н.С. Марков

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МИКРОСЕЙСМИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ФРОНТА РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ ТРЕЩИНЫ ГРП

При распространении трещины гидроразрыва пласта в породе происходят микросейсмические события, которые могут неблагоприятно влиять на процесс. Численное моделирование является основой для количественного изучения и интерпретации сеймики в устоявшихся терминах механики деформируемого твердого тела. С помощью него можно получить лучшую основу для принятия решений, касающихся разработки недр, разведки и добычи нефти и газа.

Большинство из используемых ранее моделей дефектов имеет различные ограничения, связанные с невозможностью учета асейсмических событий или интервалов между сейсмическими. Простейшей реологической моделью, позволяющей избежать эти ограничения, является ESC-модель [1], представленной на рисунке 1.

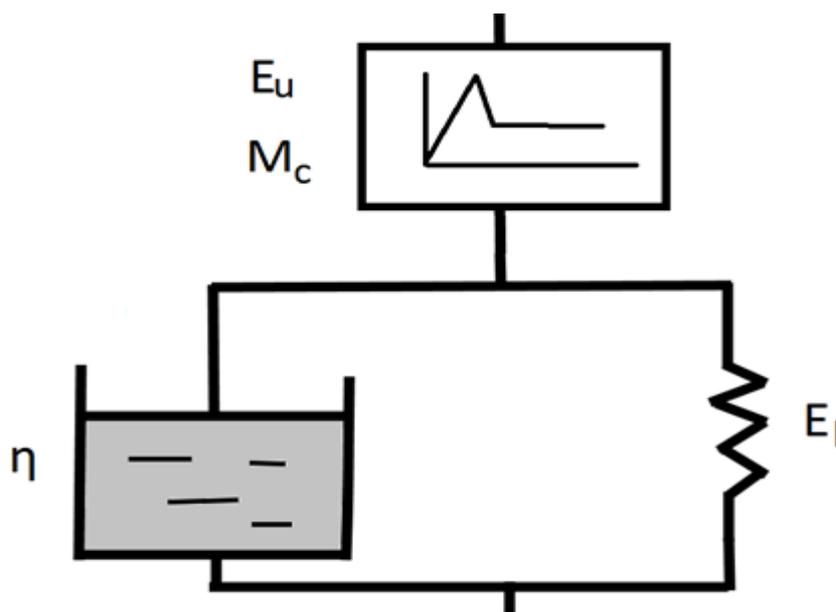


Рис. 1. ESC-модель дефекта

ESC-модель состоит из упругого элемента с жесткостью E_l , размягчающегося элемента с модулем размягчения M_c и жесткостью E_u и вязкого/ползучего элемента с вязкостью η [2]. Она позволяет учитывать хрупкость породы, различать устойчивые и неустойчивые состояния, оценивать потребление энергии и следить за затуханием асейсмических деформаций, а также моделировать одиночное сейсмическое или асейсмическое событие [3].

Для исследования распределения микросейсмических событий относительно фронта трещины рассмотрим распространение трещины ГРП, рассчитанной на основе квазитрехмерной модели, в области, в которой посеяно 30 тысяч дефектов, которые при активации (превышении предела прочности на растяжение или сдвиг) ведут себя как ESC-модель [4]. На рисунке 2 представлены проекции событий на плоскость трещины на 22 шаге по времени её распространения. Точками отмечены активированные дефекты, прямоугольниками – трещина. Пунктирными линиями разделены слои. Цветом обозначен шаг по времени активации дефекта. Для наглядности и получения большего количества событий рассматриваются небольшие сжимающие напряжения.

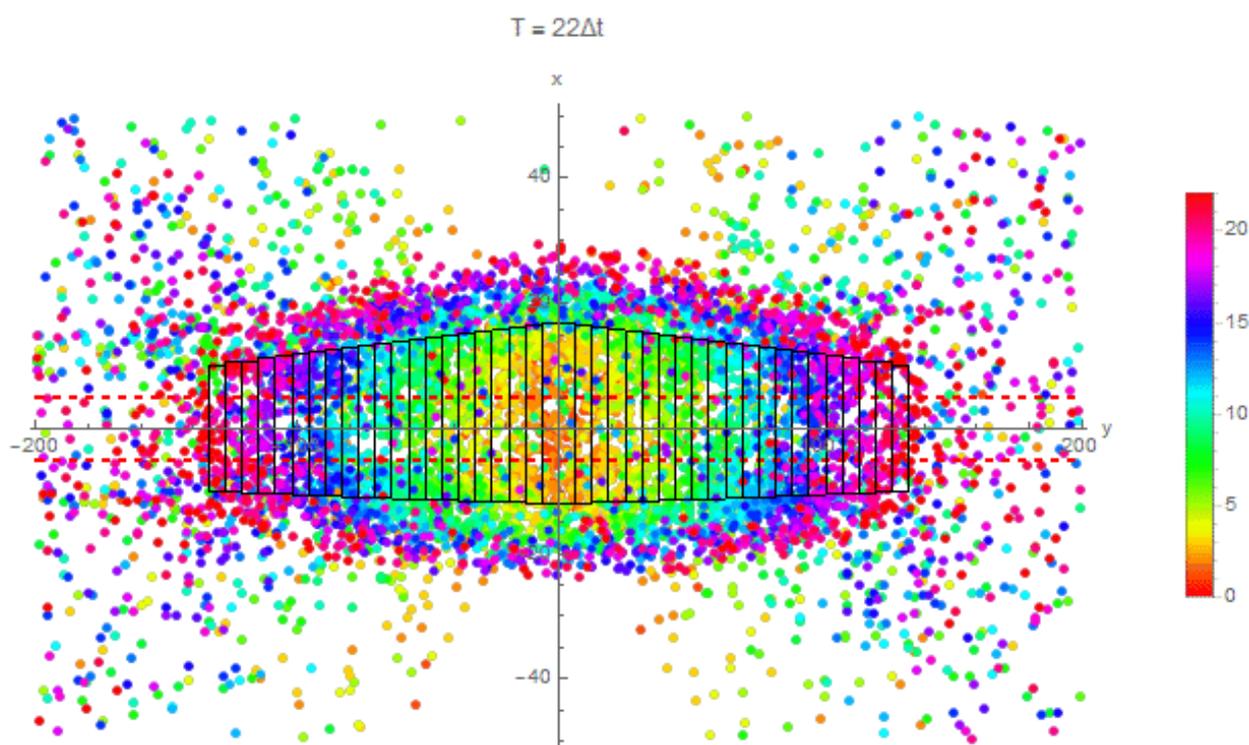


Рис. 2. Проекция событий на плоскость трещины на двадцать втором шаге по времени

Видно, что большинство событий происходит на фронте распространяющейся трещины. Для лучшей визуализации построим гистограмму распределения событий вправо от центра трещины ГРП на наиболее наглядном четвертом шаге по времени (рис. 3). Красной линией обозначен фронт распространяющейся трещины. Вдоль оси абсцисс – номер области. Вдоль оси ординат – количество произошедших на временном шаге событий.

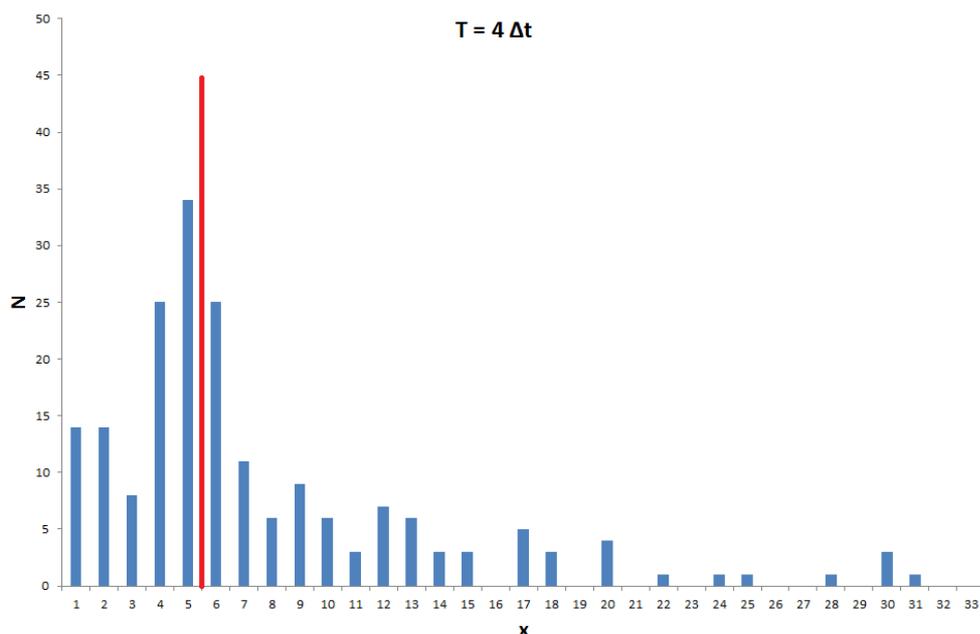


Рис. 3. Гистограмма распределения событий на четвертом шаге по времени

Таким образом, на основании рисунков 2 и 3 можно сказать, что большинство сейсмических событий происходит на фронте распространяющейся трещины ГРП, что позволяет определить фронт трещины в пласте на основе сейсмического мониторинга.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки в рамках ФЦП "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы", Мероприятие 1.2., Соглашение о предоставлении субсидии № 14.575.21.0146 от 26.09.2017, уникальный идентификатор ПНИ: RFMEFI57517X0146.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Linkov, A.M. Numerical modelling of seismic and aseismic events in three-dimensional problems of rock mechanics, J. Min. Sci., vol. 42(1), 2006. pp. 1–14.
2. Linkov, A.M. Integration of numerical modeling and seismic monitoring: General theory and first steps, in Proc. Int. Conf.: New Developments in Rock Mech. (ed. Yunmei, L.), New York, 2002. pp. 259–264.
3. Linkov, A.M. Keynote address: New geomechanical approaches to develop quantitative seismicity, in Proc. 4th Int. Symp. on Rockbursts and Seismicity in Mines (eds. Gibowicz, S.J. and Lasocki, S.), Balkema, Rotterdam, 1997. pp. 151–166.
4. Linkov, A.M. Keynote lecture: numerical modeling of seismicity: theory and applications. 8th Int. Symp. on Rockburst and Seismicity in Mines (eds. A. Malovichko and D. Malovichko), Obninsk-Perm, 2013. pp 197–218.

УДК 519.65

Р.В. Рубинова

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ И ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ МЕТОДОМ ЕСТЕСТВЕННОГО СОСЕДА

Добыча нефти и газа неразрывно связана с геофизическим моделированием. Без предварительного анализа горных пород на содержание полезных ископаемых продуктивная добыча невозможна, так как данное моделирование позволяет не только обнаружить факт

существования залежей, но и определить форму полезного слоя, что позволяет создать точную траекторию пробуриваемой скважины. Само геофизическое моделирование чаще всего использует методы интерполяции, чтобы увидеть полную картину происходящего при относительно небольшом количестве производимых замеров.

Одним из достаточно точных интерполяционных методов является метод естественного соседа, разработанный Робинот Симсоном в 1980 году [1]. Он основан на разбиении Вороного, как вспомогательный инструмент для определения естественных соседей используется триангуляция Делоне. Суть метода заключается в выражении неизвестного значения в некоторой данной точке как взвешенное среднее по значениям в ближайших точках наблюдений.

Условно данный метод можно разбить на несколько этапов. Сначала необходимо построить разбиение Вороного для исходной сетки, т.е. тех точек, значения интересующей функции в которых нам известны. Ячейка Вороного – множество точек, более близких к одному из элементов множества, чем к любому другому элементу этого множества [2]. Каждой точке заданной пользователем сетки ставится в соответствие клетка полученного разбиения.

На следующем шаге добавляются по очереди новые точки, значения в которых необходимо найти. Для каждой точки строится новое разбиение Вороного, которое сравнивается со старым. Новая ячейка формируется из областей, ранее занятых другими ячейками. Отношение «отобранной» от старой ячейки площади к площади новой ячейки и является весом, с которым известное значение «влияет» на неизвестное [3].

Реализовывать подобный метод на практике было решено при помощи языка программирования python. При подробном изучении библиотек данного языка была найдена одна (MetPy), в которой уже была представлена функция `natural_neighbor`, результат работы которой представлен на рисунке 1. Однако при более близком рассмотрении выяснилось два существенных недостатка, из-за которых данная функция не стала применяться.

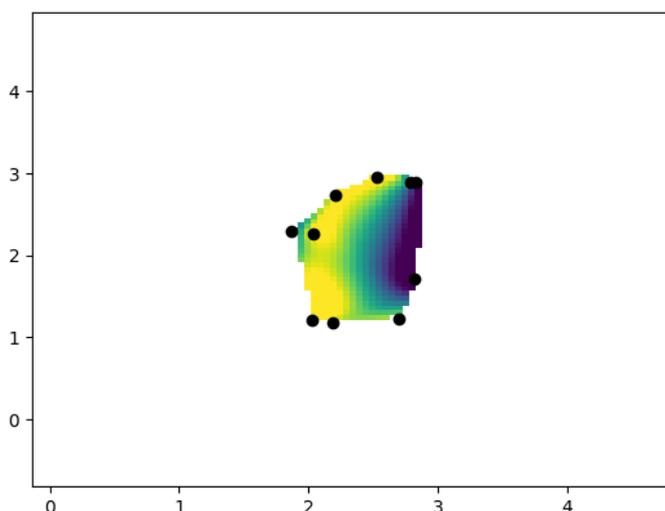


Рис. 1. Интерполяция методом естественного соседа, реализация библиотеки MetPy

Во-первых, область применения данной функции ограничена выпуклой оболочкой исходной сетки. Фактически, данная реализация ограничивала возможности применения данного метода, который можно использовать и для экстраполяции. Данный недостаток весьма существен, так как в большинстве задач (в частности, при моделирование геофизических полей в нефтегазодобывающей промышленности) очень часто необходимо искать значения неизвестной функции не только внутри, но и вне некоторой области.

Во-вторых, представленная в библиотеке MetPy реализация выдаёт численные ошибки на границе выпуклой оболочки. Это можно обосновать тем, что в представленном алгоритме для определения вершин разбиения Вороного использовались треугольники, с вершинами в искомой точке и её точках-соседях. В случае, когда необходимо было исследовать край области, точки оказывались на одной прямой и треугольник по ним построить было невозможно.

В связи с этими двумя недостатками существующей реализации, было принято решение написать собственную функцию. При её создании использовались встроенные библиотеки `numpy` и `scipy`, которые помогли эффективно хранить имеющиеся данные в массивах и работать с ними, а также ускорить построение разбиения Вороного и триангуляции Делоне.

Основной проблемой при реализации экстраполяции методом естественного соседа была работа с крайними ячейками, которые, вообще говоря, являются бесконечными фигурами. Чтобы получить конечные области, площади которых можно было бы сравнивать, была задана прямоугольная граница рассматриваемой области по минимальным и максимальным значениям x и y координат входных данных. При отражении множества исходных точек от каждой границы было получено новое множество, для которого и строилось разбиение Вороного. Граница являлась срединным перпендикуляром для отрезка, соединявшего точку с её отражением, т.е. она входила в разбиение. После построения четыре дополнительных множества более не рассматривались.

Еще одним вопросом, над которым пришлось поработать, стала векторизация полученного кода. На практике часто есть необходимость производить расчёты для нескольких моментов времени, т.е. на входе может оказаться трёхмерный массив данных. Чтобы не рассматривать каждый «слой» по отдельности (что занимает большое количество времени) программа была модифицирована для работы с многомерными массивами, так что при тех же вычислительных мощностях скорость расчёта возросла в несколько раз. Для сравнения: до векторизации 150 слоёв считалось 2 часа, после – 10 минут.

Результатом работы стала функция, написанная на языке программирования Python, в которой указанные выше проблемы были решены. Она позволила получить следующий результат (рис. 2).

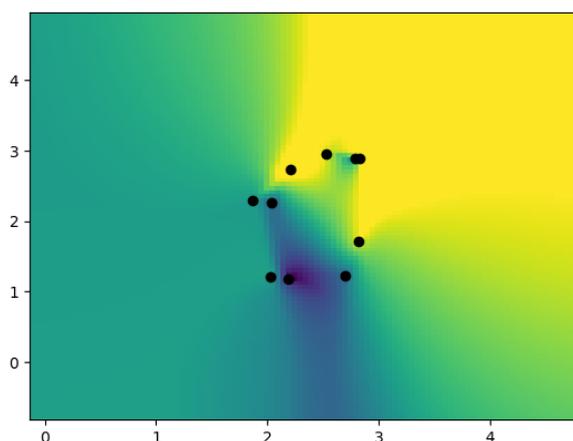


Рис. 2. Интерполяция методом естественного соседа, собственная реализация

Выводы. Полученная реализация метода естественного соседа позволяет не только интерполировать, но и экстраполировать имеющиеся данные и не даёт численную ошибку на границе области. Она векторизована и работает быстрее имеющейся до этого реализации, что позволяет сэкономить время и вычислительные мощности, затрачиваемые на

геофизическое моделирование. Таким образом, данная реализация более эффективна, чем встроена.

ЛИТЕРАТУРА:

1. R. Sibson, "A vector identity for the dirichlet tessellation," *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 87, no. 1, pp. 151–155, 1980.
2. A. Okabe, B. Boots, K. Sugihara, SN. Chiu, "Spatial Tessellations: Concepts and Applications of Voronoi Diagrams.", 1999
3. H. Ledoux, C. Gold, "An efficient natural neighbor interpolation algorithm for geoscientific modelling", *Developments in Spatial Data Handling, 11th International Symposium on Spatial Data Handling*, pp. 97-108, 2005

УДК 539.3, 544

П.М. Григорьева^{1,2}, Е.Н. Вильчевская^{1,2}

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

² ФГБУН Институт Проблем Машиноведения Российской Академии Наук (ИПМаш РАН)

КИНЕТИКА ФРОНТА ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ В ТЕЛАХ С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ В ЗАДАЧАХ МЕХАНОХИМИИ

Взаимосвязи между химическими реакциями и механическими напряжениями, возникающими в деформируемых твердых телах, представляют интерес как для фундаментальной науки, так и для инженерных приложений. В этой статье рассматривается влияние механических напряжений на кинетику химической реакции между твердой и газообразной компонентами, а именно



где B_- и B_+ – твердые компоненты, B_* – газовая компонента, n_-, n_+, n_* – стехиометрические коэффициенты. Полагаем, что реакция локализована на фронте реакции Γ , которая разделяет области, занятые исходными и трансформированными материалами. Реакция поддерживается диффузией газовой компоненты B_* извне к поверхности химической реакции сквозь образовавшийся материал. Таким образом, реакция включает в себя два процесса – объемную диффузию газа через трансформированный материал и саму химическую реакцию. Оба процесса могут зависеть от механических напряжений. Влияние внешних и внутренних напряжений на кинетику фронта реакции было исследовано многими учеными, которые впоследствии представили различные модели. Например, Као в [1, 2] начал моделировать напряжения в цилиндрических структурах и постулировал связь между скоростью реакции и компонентой радиального напряжения. Через год Сутарья и Олдхэм [3] представили более конкретную модель: они эмпирически связали нормальные напряжения и давление с двумя величинами, параметром скорости поверхностной реакции и коэффициентом диффузии в рамках экспоненциального подхода Больцмана. Отметим, что данные зависимости параметров от напряжений были введены эвристически. Выбор параметров моделей был основан на корректировке теоретических результатов и экспериментальных данных по кинетике окисления. Влияние механических напряжений на процесс диффузии также учитывалось через введение в уравнение диффузии дополнительных членов, зависящих от напряжений (см., например, [4,5]). Эти дополнительные члены обычно зависят от изменения объема или жесткости твердого материала, или от концентрации газа [6-8]. Иной подход для учета влияния напряженно-деформированного состояния на фронте химической реакции на скорость распространения

фронта был представлен недавно в [9] в рамках теории рациональной механики сплошных сред. Он основан на рациональном выводе выражения для тензора химического сродства, что позволило естественным образом получить зависимость скорости распространения от напряжений. В данной работе исследуется сравнительное влияние напряжений на кинетику фронта химической реакции посредством учета вклада напряжений в тензор химического сродства и коэффициент диффузии. В рамках первого подхода напряжения влияют на распространение фронта химической реакции, так как они появляются в выражении для химического сродства и в соответствующем кинетическом уравнении, которое связывает химическое сродство с скоростью реакции. Второй подход сводит задачу распространения фронта химической реакции под напряжением к задаче диффузии с правильным выбором диффузионной модели и зависимыми от напряжения параметрами модели. Обычно в моделях зависимой от напряжений диффузии используется скалярная характеристика тензора напряжений. Эта характеристика может быть определена по-разному, например, как давление, как нормальное напряжение, как интенсивность сдвиговых напряжений и прочие. В настоящей работе предложена связь коэффициента диффузии с тензором напряжений через деформации материала, через который происходит диффузия, что приводит к модели тензорной диффузии.

Используя модель химического сродства вкупе с разными диффузионными моделями, мы исследуем кинетику распространения фронта химической реакции в краевых задачах с осевой симметрией: в цилиндрическом сплошном теле и в цилиндрической трубе. Распространение химической реакции при постоянном коэффициенте диффузии сравнивается с результатами, полученными при использовании эмпирического коэффициента диффузии и введенного коэффициента тензодиффузии, что позволяет исследовать, как учет зависимости диффузии от напряжений влияет на распространение фронта химической реакции и оценить диапазон внешних нагрузок, для которых зависимостью коэффициента диффузии от напряжений можно пренебречь и считать его постоянным.

В случае химических реакций в газах и жидкостях, где напряжения определяются скалярной величиной – давлением, химический потенциал также является скалярной величиной. В случае твердых реагирующих компонент химический потенциал становится тензором. В результате изучения фазового равновесия, было показано (см. [9]), что тензор химического потенциала для твердой компоненты определяется тензором энергии-импульса Эшелби. Таким образом, скорость границы фронта химической реакции может быть рассчитана с использованием равновесной концентрации, которая определяется из напряженно-деформированного состояния твердого тела, и с использованием концентрации на фронте реакции, которая находится из задачи диффузии. Самым простой моделью диффузии является закон Фика:

$$\nabla \cdot (D \nabla c) = 0. \quad (2)$$

Граничными условиями являются непрерывности потока массы на внешней поверхности тела Ω и баланса массы на фронте реакции Γ , которое говорит о том, что весь диффузионный поток потребляется химической реакцией. В дальнейшем будут рассмотрены три различные модели диффузии. В первой используется постоянный коэффициент диффузии. Вторая основана на широко используемой зависимости коэффициента диффузии от давления ([17-19]):

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{pV_d}{kT}\right), \quad p = -\frac{1}{3}(\sigma_{11}^+ + \sigma_{22}^+ + \sigma_{33}^+). \quad (3)$$

Как уже было упомянуто выше, это выражение носит феноменологический характер и основано на интуитивной оценке экспериментальных данных [3]. Более обоснованная зависимость диффузии от напряженно-деформированного состояния была получена в

ранних работах (см., например, [10]), где коэффициент диффузии в направлении x_1 выглядит следующим образом:

$$D = D_0(1 + \beta(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33})), \quad (4)$$

где β – постоянный параметр. Следовательно, в трехмерном случае мы приходим к модели тензорной диффузии, в которой коэффициент диффузии имеет различное значение в разных направлениях. Обратим внимание, что в целом эти два подхода дают разные результаты. Например, в случае одноосного растяжения в направлении диффузионного потока феноменологический подход (3) приводит к увеличению скорости диффузии, а тензорная диффузия (5) приведет к замедлению диффузии, поскольку межмолекулярное пространство в плоскости, перпендикулярной диффузионному потоку, уменьшится из-за эффекта Пуассона.

В данной работе были исследованы две краевые задачи: бесконечный цилиндр, к внешней поверхности которого приложена нормальная нагрузка в виде постоянного давления, и бесконечная цилиндрическая труба, внешняя поверхность которой свободна, а внутренняя поверхность находится под давлением.

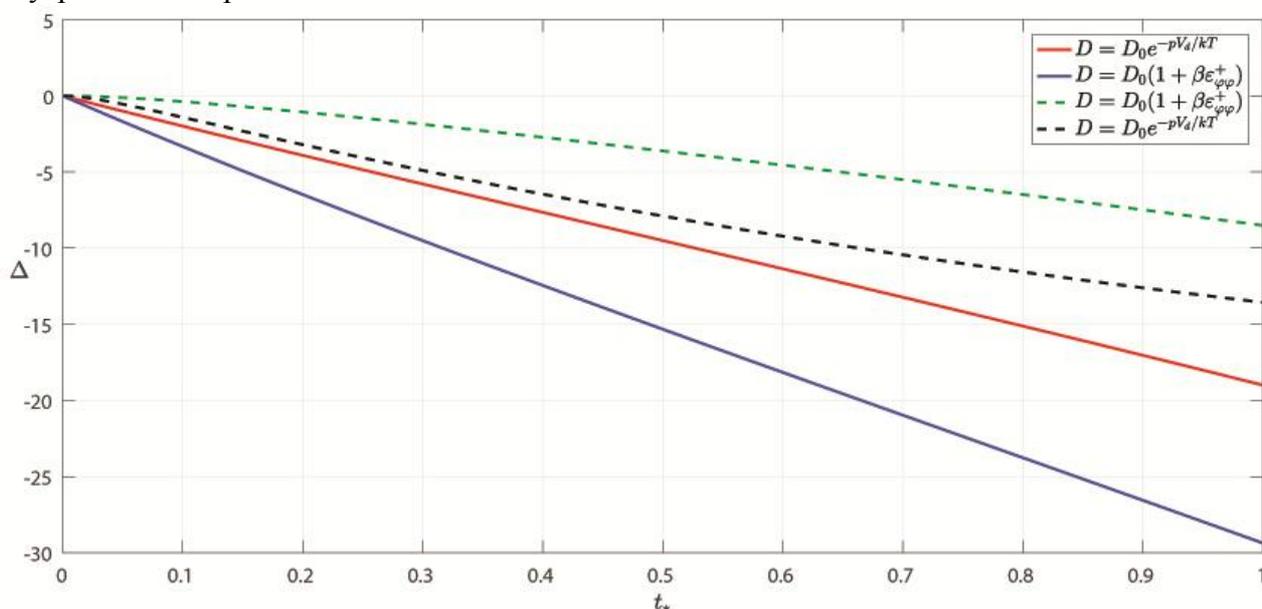


Рис. 1. Разница в моделях диффузии для цилиндра (пунктирные кривые) и трубы (сплошные кривые)

Из результатов видно, что разница между подходами больше в случае трубы. Это происходит потому, что внутренние деформации в случае трубы в результате эффекта Пуассона значительно больше, чем деформации в случае цилиндра. Таким образом, кривизна поверхности значительно влияет на кинетику химической реакции в материале и на диффузию газовой компоненты вглубь материала.

Исследование выполнено при поддержке гранта РФФИ (проект № 18-19-00160)

ЛИТЕРАТУРА:

1. Kao D. B. et al. Two-dimensional silicon oxidation experiments and theory //Electron Devices Meeting, 1985 International. – IEEE, 1985. – С. 388-391.
2. Kao D. B. et al. Two-dimensional thermal oxidation of silicon—I. Experiments //IEEE Transactions on Electron Devices. – 1987. – Т. 34. – №. 5. – С. 1008-1017.
3. Sutardja P., Oldham W. G. Modeling of stress effects in silicon oxidation //IEEE Transactions on Electron Devices. – 1989. – Т. 36. – №. 11. – С. 2415-2421.
4. Aloke P. et al. Thermodynamics, diffusion and the Kirkendall effect in solids. – 2014.

5. Cui Z., Gao F., Qu J. Interface-reaction controlled diffusion in binary solids with applications to lithiation of silicon in lithium-ion batteries //Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2013. – Т. 61. – №. 2. – С. 293-310.
6. Knyazeva A. G. Model of medium with diffusion and internal surfaces and some applied problems //Mater. Phys. Mech. – 2004. – Т. 7. – №. 1. – С. 29-36.
7. Toribio J. et al. Role of drawing-induced residual stresses and strains in the hydrogen embrittlement susceptibility of prestressing steels //Corrosion Science. – 2011. – Т. 53. – №. 10. – С. 3346-3355.
8. Cui Z., Gao F., Qu J. A finite deformation stress-dependent chemical potential and its applications to lithium ion batteries //Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2012. – Т. 60. – №. 7. – С. 1280-1295.
9. Freidin A. B. Chemical affinity tensor and stress-assist chemical reactions front propagation in solids //ASME 2013 international mechanical engineering congress and exposition. – American Society of Mechanical Engineers, 2013. – С. V009T10A102-V009T10A102.
10. Grigoreva P., Vilchevskaya E. N., Müller W. H. Modeling Stress-Affected Chemical Reactions in Solids—A Rational Mechanics Approach //Advances in Mechanics of Microstructured Media and Structures. – Springer, Cham, 2018. – С. 157-183

УДК 531.133.1

П.Ю. Булдаков¹, Е.Б. Старобинский¹, А.Е. Переверзев¹, А.С. Майстро¹, И.А. Зарубин²
¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
²Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»

РАЗРАБОТКА ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА В ОТКРЫТОЙ ВОДЕ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ АВТОНОМНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫМ УНИВЕРСАЛЬНЫМ КАТЕРОМ (БУК)

На сегодняшний день многие из использующихся БУК являются относительно простыми аппаратами с классической системой управления, которая отвечает за изменение положения руля и работу движителя. Модуль дистанционной связи позволяет получать управляющие команды от оператора в пределах прямой досягаемости. Повышение автономности безэкипажного катера путем реализации автоматической системы управления и добавления гибридного энергоснабжения с фотовольтаикой позволит значительно расширить сферу его применения за счет отказа от телеметрии и «безграничного» запаса топлива. Данный БУК позволит выполнять сложные задачи вдали от суши (патрулирование границ, построения карты морского дна, поисково-спасательные работы и т.д.). Оператор будет принимать и обрабатывать данные с БУК, не осуществляя при этом непрерывный контроль за его работой. Это обеспечит снижение стоимости и рисков выполнения данных задач.

Для системы управления БУК было решено использовать аппарат нечетких множеств и нечеткой логики в сочетании с аппаратом нейросетевых вычислений, сочетая достоинства обоих: малую ресурсоемкость одного и большую точность другого. На данном этапе проекта реализован лишь аппарат нечетких множеств и нечеткой логики для предварительной настройки и тестирования которого нужна физико-математическая модель движения катера в открытой воде. Решение о разработке своей математической модели было принято в связи с тем, что данный БУК не имеет аналогов среди судов, для которых имеются проверенные математические модели поведения их на воде.

Для достижения вышеуказанной цели были определены следующие задачи: подобрать систему уравнений, описывающих плоскопараллельное движение судна в спокойной воде с возможностью дальнейшего совершенствования и усложнения модели; провести численный

расчет гидродинамических и аэродинамических коэффициентов БЭЖ в программе Ansys Fluent; написать программный код, реализующий данную модель, для внедрения в программный код системы управления.

Анализ математических моделей, используемых на сегодняшний день для симулирования движения судов различных классификаций, крайне подробно проведен в [1]. Опираясь на эту работу было решено взять за основу систему уравнений, предложенную в [2].

Записав второй закон Ньютона в проекциях на оси координат, связанные с лодкой и используя имеющиеся выражения сил, можно получить следующую систему уравнений движения судна в горизонтальной плоскости:

$$\begin{cases} (m + \lambda_{11}) \frac{dv_x}{dt} = (m + \lambda_{22}) v_y \omega - C_x \frac{\rho v^2}{2} A_L - C_{Ax} \frac{\rho_a v_R^2}{2} A_{VB} + F_x, \\ (m + \lambda_{22}) \frac{dv_y}{dt} = -(m + \lambda_{11}) v_x \omega + C_y \frac{\rho v^2}{2} A_L - C_{Ay} \frac{\rho_a v_R^2}{2} A_{VL} - F_y, \\ (I_{zz} + \lambda_{66}) \frac{d\omega}{dt} = C_m \frac{\rho v^2}{2} A_L L - C_{Am} \frac{\rho_a v_R^2}{2} A_{VL} + M_F, \end{cases} \quad (1)$$

$$\lambda_{11} = m \frac{T_m}{2L}, \quad (2)$$

$$\lambda_{22} = m \left[\frac{2T_m}{B} \left(1 - \frac{B}{2L} \right) \right], \quad (3)$$

$$\lambda_{66} = m \left[\frac{2T_m}{B} \left(1 - 1.6 \frac{B}{T_m} \right) \right], \quad (4)$$

$$I_{zz} = 0.05 m L^2, \quad (5)$$

где λ_{11} , λ_{22} , λ_{66} – присоединенные массы воды; m – масса лодки; ω – угловая скорость; M_F – момент силы тяги; I_{zz} – момент инерции лодки; ρ – плотность воды; C_x , C_y – коэффициенты тангенциальной и нормальной силы, а C_m – коэффициент момента (данные коэффициенты называются гидродинамическими и зависят от угла дрейфа β); v – скорость движения судна относительно воды; A_L – площадь погруженной части диагональной плоскости (ДП); L – длина катера по ватерлинии; ρ_a – плотность воздуха; A_{VB} – площадь проекции надводной части судна на плоскость мидель шпангоута; A_{VL} – площадь проекции надводной части судна на продольную вертикальную плоскость; C_{Ax} , C_{Ay} и C_{Am} – аэродинамические коэффициенты, зависящие от угла кажущегося ветра γ_R ; v_R – скорость кажущегося ветра; χ – курсовой угол; F_{sh} – тяга на швартовах; k_r – коэффициент падения тяги с ростом скорости; α – угол отклонения направления тяги от ДП.

Уравнения для определения координат центра масс в неподвижной системе координат имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_x \cos(\chi) - v_y \sin(\chi) - v_f \cos(\gamma_f), \\ \frac{dy}{dt} = v_y \cos(\chi) + v_x \sin(\chi) + v_f \sin(\gamma_f), \end{cases} \quad (6)$$

где v_f и γ_f – скорость и угол течения в неподвижной системе координат.

Решение задачи о нахождении аэродинамических и гидродинамических коэффициентов осуществлялось методом обращения потока в программном комплексе Ansys Fluent. Суть этого метода заключается в том, что модель жестко закреплена, и на нее набегающий поток жидкости с заданной скоростью и под разными углами, имитируя тем самым скорость движения самой модели с различным углом дрейфа β как показано на рисунке 1. Произведя расчет, меняя угол β от 0° до 180° с шагом в 10° , получаем коэффициенты

гидродинамических сил в зависимости от β и коэффициенты аэродинамических сил в зависимости от γ_R .

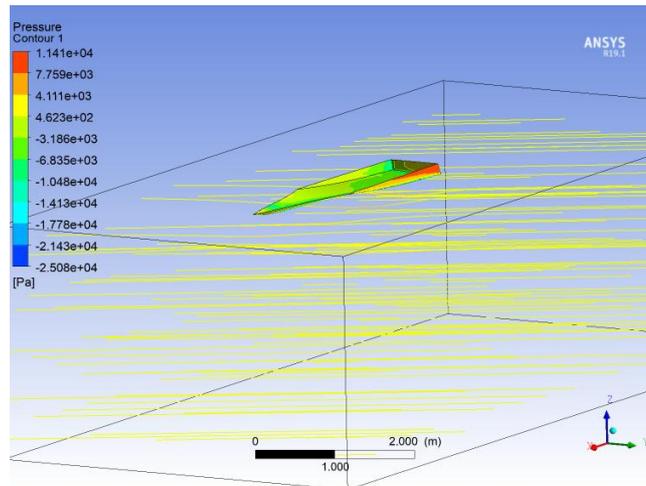


Рис. 1. Пример результатов расчета гидродинамики в Ansys Fluent при различных β

В качестве модели турбулентности выбрана модель Transition SST. Transition SST позволяет более точно описывать турбулентность за счет введения дополнительных уравнений переноса. Основные константы и подробное описание модели приведены в работах [3-5].

Полученные в результате численного расчета в Ansys Fluent данные аппроксимируем с помощью полинома 9-ой степени в программе Origin (рис. 2). На выходе получаем уравнения зависимости коэффициентов гидродинамического и аэродинамического сопротивления корпуса БУК от углов β и γ_R .

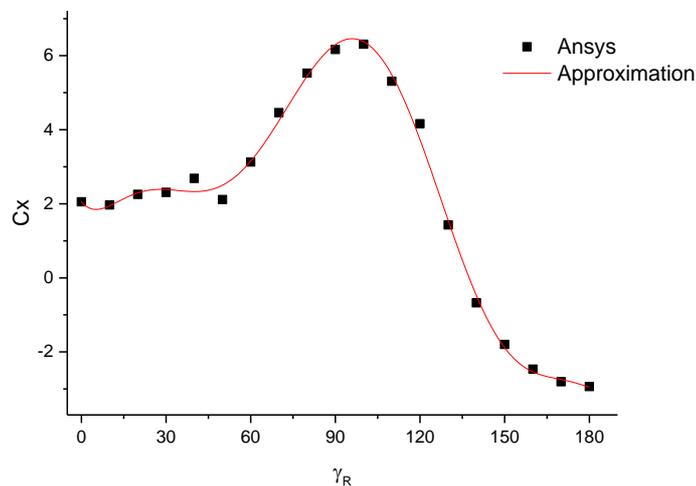


Рис. 2. Пример аппроксимации результата численного расчета коэффициента аэродинамического сопротивления C_x от угла кажущегося ветра γ_R

Приведенные выше уравнения с подставленными из численных расчетов в Ansys Fluent аэродинамическими и гидродинамическими коэффициентами реализованы на высокоуровневом языке программирования Python. На рисунке 3 представлен пример результата моделирования движения БУК.

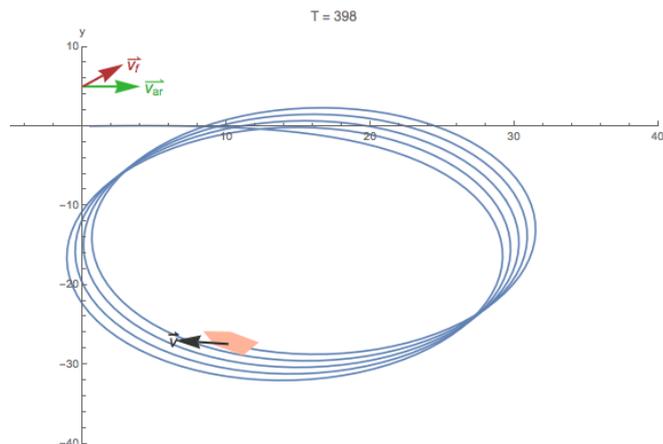


Рис. 3. Траектория движение БУК при $\alpha = 1^\circ$, $V_a = 1 \text{ м\c{s}}$, $V_f = 1 \text{ м\c{s}}$ и $\gamma_f = 45^\circ$

Полученные результаты вполне соответствуют качественным физическим представлениям, лежащим в основе динамики надводного корабля. Дальнейшее развитие модели позволит учитывать большее количество внешних факторов.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Юдин Ю. И., Сотников И. И. Математические модели плоскопараллельного движения судна. Классификация и критический анализ // Вестник МГТУ. 2006. №2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskie-modeli-ploskoparallelnogo-dvizheniya-sudna-klassifikatsiya-i-kriticheskiy-analiz-1>.
2. Справочник по теории корабля: В трех томах. Том 3. Управляемость водоизмещающих судов. Гидродинамика судов с динамическими принципами поддержания/ Под ред. Я. И. Войткунского. Л.: Судостроение, 1985. 544 с.
3. Белов И. А., Исаев С. А. Моделирование турбулентных течений: учеб. пособие. СПб.: БГТУ, 2001. 108 с.
4. Снегирев А. Ю. Высокопроизводительные вычисления в технической физике. Численное моделирование турбулентных течений: уч. пособие. СПб.: Изд-во Политех. ун-та, 2009. 143 с.
5. Menter F. R. [et. al.]. Correlation Based Transition Model Using Local Variables. Pt 1. Model Formulation. ASME-GT2004-53452, 2004.

УДК 69.04

И.В. Ненахова

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ДВУХЭТАЖНОГО ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОГО ДОМА ДЛЯ СЕЙСМООПАСНЫХ РАЙОНОВ

В северных районах РФ (Томская, Новосибирская и др. области) разработан и реализован проект энергоэффективного двухэтажного здания с металлическим каркасом. Во многих регионах Кыргызской Республики подобная энергоэффективность особенно актуальна. Однако внедрение в практику строительства зданий подобного типа в условиях горной местности требует дополнительных исследований по оценке прочности и деформационных характеристик с позиции сейсмобезопасности.

Рассмотрена задача моделирования и расчета двухэтажного энергоэффективного жилого здания для сейсмоопасных районов. Представлена спроектированная и выполненная в металле модель исследуемого здания, проведена проверка устойчивости сооружения на

различные виды нагрузок. Результаты исследования подтверждают возможность реализации проекта для строительства в сейсмоопасных районах.

Введение

Ежедневно в разных точках мира происходят катаклизмы техногенного и природного характера, одними из которых являются землетрясения. Уровень сейсмического риска возрастает наряду с появлением новых строительных технологий. Рост и развитие населенных пунктов сопровождается повышением их уязвимости к воздействию стихийных бедствий и техногенных катастроф. Повреждения зданий, сооружений и систем жизнеобеспечения могут привести к резкому увеличению социальных и экономических потерь. Поэтому проектирование сейсмостойких зданий и сооружений должно проводиться [1] на основе ожидаемых сейсмических воздействий, выраженных в параметрах сейсмического движения грунта [2–5].

Концепция сейсмоустойчивого строительства заключается в повышении несущей способности конструкции, использование материалов, обеспечивающих минимизацию их расходов. Масса сооружения оказывает существенное влияние – чем она меньше, тем объект является более устойчивым. Кроме этого, исходя из опыта предыдущих землетрясений, специалистами сделан ряд выводов [1]:

- каркасные и каркасно-монолитные здания обладают значительной сейсмостойкостью;
- монолитные и крупнопанельные ограждающие конструкции на порядок выше по сейсмостойкости блочной или кирпичной кладки.

Постановка задачи

Рассматривается задача моделирования энергоэффективного двухэтажного каркасного здания для сейсмоопасных районов с расчетом несущего каркаса на сейсмическое воздействие.

При моделировании объекта (рисунок 1) [6] составлялись критерии подобия, равенство которых обеспечивало подобие модели и натуре.

При проектировании модели были использованы следующие критерии механического подобия [7, 8]:

- условие равенства максимальных относительных деформаций без ограничения жесткости системы:

$$\varepsilon_M \max = \varepsilon_H \max, \quad (1)$$

где $\varepsilon_M \max$ и $\varepsilon_H \max$ – наибольшие относительные деформации в подобных точках модели и реального элемента конструкции.

- условие одинаковой жесткости без ограничения величин максимальных относительных перемещений:

$$\frac{f_M}{l_M} = \frac{f_H}{l_H}, \quad (2)$$

где f_M и f_H – прогибы в подобных точках; l_M и l_H – пролеты модели и реальной конструкции.

Уравнение (2) дает возможность определить характеристику жесткости реальной конструкции по результатам исследования жесткости модели.

В связи с тем, что конечной задачей эксперимента является изучение работы модели в процессе испытания на сейсмоплатформе, то в качестве основного критерия механического подобия было принято равенство относительных деформаций на нижней поверхности модели и реальной конструкции [6]. Погрешность между максимальными относительными деформациями (3) на нижней грани реальной конструкции и модели, которые определены по формулам (4), составляет 2,5%.

Относительная погрешность по условию равенства прогибов реальной конструкции и опытной модели составляет 7,5%.

Критериальность сейсмических воздействий

Сложные конструктивные решения современных зданий и сооружений, вызванные архитектурно-планировочными требованиями, необходимостью размещать тяжелое оборудование, высотой зданий, большими пролетами, изменяющимся по высоте объемом зданий и т. д., требуют формирования расчетных схем, отвечающих их реальной работе при сейсмических воздействиях.

В таких случаях создаются расчетные схемы, обладающие значительным числом степеней свободы даже при принимаемых упрощениях и, следовательно, формируются разрешающие системы уравнений с колоссальным числом неизвестных. В решении таких систем уравнений нельзя обойтись без применения современной вычислительной техники и специализированных программ. В настоящее время при решении строительных задач с помощью компьютерной техники наиболее распространен метод конечных элементов.

Сказанным предполагается введение в рассмотрение скоростей $\frac{dZ}{dt}$ и ускорений $\frac{d^2Z}{dt^2}$ перемещений. Возникающие при этом инерционные силы будут определяться следующим образом:

$$I(t) = m \frac{d^2Z}{dt^2}, \quad (3)$$

где m – масса, Z – перемещение.

Очевидно, что силы инерции не могут считаться пренебрежимо малыми по сравнению с нагрузками на систему и силами упругости, поэтому их следует учитывать при составлении условий равновесия, которые принимают вид дифференциальных уравнений в частных производных.

Для расчета сейсмостойкости рассматриваемой модели каркасного здания был привлечен метод конечных элементов в программном комплексе SCAD, который реализует конечно-элементное моделирование статических и динамических расчетных схем, проверку устойчивости, выбор невыгодных сочетаний усилий, подбор арматуры железобетонных конструкций, проверку несущей способности стальных конструкций [3]. Ниже приведены лишь фактически использованные возможности комплекса SCAD при проверке рассматриваемой конструкции.

Для исследований на динамические нагрузки были подготовлены данные о вариантах динамических нагружений и заданы для каждого из этих нагружений набор характеристик соответствующего воздействия, порождающего колебания системы. Учет инерционных сил связан с узловыми сосредоточенными массами и массами, расположенными на элементах системы. Направление действия инерционных сил должно соответствовать поступательным динамическим степеням свободы, отвечающим граничным условиям и признаку схемы. Допускается использование различных инерционных характеристик в разных нагружениях (например, исследуется движение системы с временными нагрузками и без).

Кроме этого в ЭБК SCAD [7] предусмотрена возможность расчета на сейсмические воздействия по акселерограммам.

В результате выполненных расчетов можно определить формы собственных колебаний системы, а также деформации схемы и усилия или напряжения в ее элементах. Это позволит выполнить прочностные расчеты сечений всех элементов, а также оценить деформативность системы в сравнении с требованиями нормативных документов.

Заключение

Разработана и реализована в натурном виде в рамках теории подобия и размерности модель энергоэффективного каркасного здания, пригодная для испытаний на сейсмоплатформе.

Составлена схема загрузки с учетом статического приложения нагрузок и сейсмического воздействия.

Получены конкретные численные результаты. Показано, что каркас здания удовлетворяет требованиям сейсmobезопасности.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Саркисов Д. Ю. Сейсмостойкость зданий и сооружений. Томск: Издательство ТГАСУ, 2015. 156с.
2. Рудаев Я.И., Китаева Д.А., Мамадалиева М.А. Моделирование деформационного поведения горных пород // Записки Горного института. 2016. Т. 222. С. 816-822.
3. Dovgan V.I., Kitaeva D.A., Rudaev Ya.I. About structure formation self-organization at loading of quasibrittle materials // Proceeding of the XXXIII International Summer School-Conference "Advanced problems in mechanics" (APM'2005). St.Petersburg: Polytechnical Publishing House. 2005. Pp. 61-66.
4. Mrdak I., Rakočević M., Žugić L., Usmanov R., Murgul V., Vatin N. Analysis of the influence of dynamic properties of structures on seismic response according to Montenegrin and European regulations // Applied Mechanics and Materials. 2014. Vols. 633-634. Pp. 1069-1076.
5. Chernysheva N.V., Kolosova G.S., Rozin L.A. Combined Method of 3d Analysis for Underground Structures in View of Surrounding Infinite Homogeneous and Inhomogeneous Medium // Magazine of Civil Engineering. 2016. N. 2. Pp. 83-91.
6. Ненахова И.В., Криулин Е.В. К задаче о моделировании и расчете двухэтажного энергоэффективного жилого дома для сейсмоопасных районов // Сборник материалов IX Международной конференции молодых ученых и студентов «Современные техника и технологии в научных исследованиях». Бишкек: Издательство НС РАН, 2017. С. 291-296.
7. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1977. 440 с.

UDC 539.3

R.A. Abdikarimov¹, D.A. Khodzhaev², N.I. Vatin³

¹Tashkent Financial Institute

²Tashkent Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Engineers

³Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

TO CALCULATION OF RECTANGULAR PLATES ON PERIODIC OSCILLATIONS

Introduction. Construction of the dynamic instability domain of thin-walled elastic systems is a very urgent and important task; a multitude of publications are devoted to this issue, of which, first of all, the studies carried out in [1-6] should be mentioned. Beginning with the article by N.M. Belyaev [1], parametric oscillations become the subject of numerous studies in application to various mechanical systems with distributed parameters, in particular, to rods, plates and shells. In the fundamental monograph V.V. Bolotin [2] has analyzed in detail the occurrence of parametric resonance in elastic thin-walled systems. An extensive monograph by T. Schmidt [6] contains a detailed review of many aspects concerning these issues.

Solution of linear problems of parametric oscillations of thin-walled structures (such as plates and shells) often is reduced to the use of ordinary differential equations with periodic coefficients - to the Mathieu-Hill equations. At certain ratios of coefficients, the solution of this type of equation increases indefinitely, since the corresponding oscillations of thin-walled structures are resonant in nature. The range of parameters that cause these oscillations is called the domain of dynamic

instability (DDI). An assessment of the DDI is one of the central problems of parametric oscillations of thin-walled structures.

Solution of the problems connected with the study of resonant phenomena in geometrically nonlinear cases of viscoelastic thin-walled structures of variable thickness has been developed inadequately. The development of a methodology for solving such an important class of problems is of considerable theoretical and practical interest.

Despite the great number of publications devoted to the study of parametric oscillations of thin-walled structures, the number of papers devoted to the study of dynamic stability of these structures with account of viscoelastic properties of their material is few.

Methods. Consider a viscoelastic rectangular plate (with sides a and b) of variable thickness $h = h(x, y)$, made of homogeneous isotropic material. Assume that the plate is subjected to an external dynamic load acting along the edge a , having a periodic character: $P(t) = P_0 + P_1 \cos \Theta t$ (here $P_0, P_1 = const$; Θ - is the excitation frequency). Also assume that the plate has initial deflections.

Nonlinear equations of the oscillatory motion of the plate (with respect to deflection $w = w(x, y, t)$ and longitudinal displacements $u = u(x, y, t)$, $v = v(x, y, t)$) under the influence of force $P(t) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ with account of initial deflection (at appropriate boundary and initial conditions) can be written in the form [7].

To solve the system of nonlinear integral-differential equations (IDE), the sought for functions $u(x, y, t)$, $v(x, y, t)$, $w(x, y, t)$, $w_0(x, y, t)$ are presented as an expansion in known (basic) functions $\phi_{nm}(x, y)$, $\varphi_{nm}(x, y)$, $\psi_{nm}(x, y)$, $\psi_{0nm}(x, y)$ satisfying the given boundary conditions. Twice integrating the obtained system with respect to time t , it can be written in integral form, as shown in the articles by [8].

Results and Discussion. Results of computational experiments corresponding to different physical and geometric parameters of a viscoelastic isotropic plate are illustrated by the graphs shown in Figure 1.

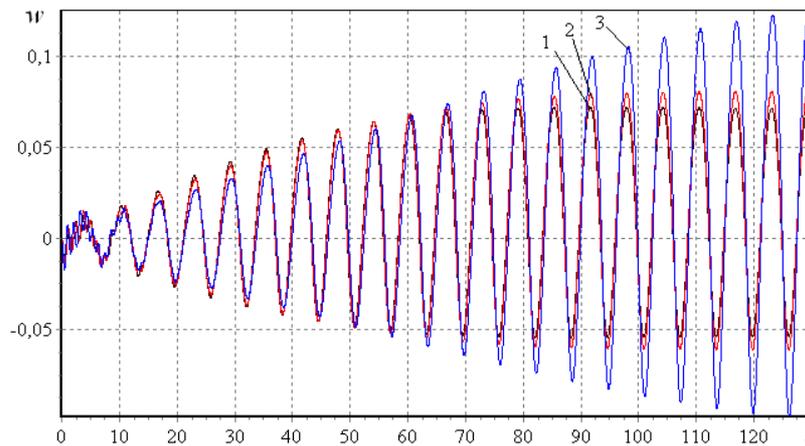


Fig. 1. Graphs of dependence of deflection on time t at various values of the parameter of its thickness α^* :
0 (1); 0.4 (2); 0.8 (3)

Figure shows the graphs of deflection versus time t for the midpoint ($x = 0.5, y = 0.5$) of the plate at various values of its thickness parameter α^* , taking into account viscoelastic properties of material. Note that an increase in the parameter of α^* according to the above law corresponds to a decrease in thickness of the plate along the length of Ox axis. This causes the resonance regime

and an increase in oscillation amplitude of the plate (curve 3). At other values of parameter α^* (curves 1 and 2), the oscillations become steady.

Conclusions. Mathematical model, technique for its investigation and computational algorithm for the problem of parametric nonlinear oscillations of plates of variable thickness are developed taking into account viscoelastic properties of material. An appropriate computer software package is designed to effectively evaluate dynamic instability of plates in question, depending on mechanical characteristics of their material, external excitation loads, geometric parameters, eigenfrequency of vibration, and excitation forces.

REFERENCES:

1. N.M. Belyaev, Ustoychivost prizmaticheskikh sterzhney pod deystviyem peremennykh prodolnykh sil [Stability of Prismatic Rods under the Influence of Variable Longitudinal Forces], Engineering Constructions and Structural Mechanics, 149-167 (1924).
2. V.V. Bolotin, Dinamicheskaya ustoychivost uprugikh sistem [Dynamic Stability of Elastic Systems], Gostekhizdat, Moscow (1956).
3. V.Z. Vlasov, Obshchaya teoriya obolochek i yeye prilozheniya v tekhnike [General Theory of Shells and its Applications in Engineering], Gostekhizdat, Moscow-Leningrad (1949).
4. A.S. Volmir, Nelineynaya dinamika plastinok i obolochek [Nonlinear Dynamics of Plates and Shells], Science, Moscow (1972).
5. A.E. Bogdanovich, Nelineynyye zadachi dinamiki tsilindricheskikh kompozitnykh obolochek [Nonlinear Problems of the Dynamics of Cylindrical Composite Shells], Zinatne, Riga (1987).
6. T. Schmidt, Parametricheskiye kolebaniya [Parametric Oscillations], Mir, Moscow (1978).
7. L. Kurpa, O.S. Mazur, Ya.V. Tkachenko, Parametric Vibration of Multilayer Plates of Complex Shape, Journal of Mathematical Sciences, **203(2)**, 165-184 (2014).
8. R.A. Abdikarimov, V.M. Zhgutov, Matematicheskiye modeli zadach nelineynoy dinamiki vyazkoprugikh ortotropnykh plastin i obolochek peremennoy tolshchiny [Mathematical Models of Problems of Nonlinear Dynamics of Viscoelastic Orthotropic Plates and Shells of Variable Thickness], Magazine of Civil Engineering, **6**, 38-47 (2010).
9. A.F. Verlan, R.A. Abdikarimov, H. Eshmatov, Chislennoye modelirovaniye nelineynykh zadach dinamiki vyazkoprugikh sistem s peremennoy zhestkostyu [Numerical Modeling of Nonlinear Problems of the Dynamics of Viscoelastic Systems with Variable Rigidity], Electronic modeling, **32(2)**, 3-14 (2010).

УДК 539.3

К.П. Фролова^{1,2}, Е.Н. Вильчевская^{2,1}, В.А. Полянский^{1,2}

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

² Институт проблем машиноведения РАН

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАВОДОРОЖЕННОГО ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ В РАМКАХ ТЕОРИИ МИКРОПОЛЯРНЫХ СРЕД

Накопление водорода внутри металлов и сплавов во время эксплуатации металлических конструкций приводит к снижению их прочности. Влияние даже малых концентраций водорода на эффективные свойства материалов, используемых в современной промышленности, может оказаться существенным [1]. В связи с этим, исследование характера распределения концентрации водорода внутри металлов и сплавов является актуальной задачей механики. Согласно имеющимся в литературе данным, при насыщении металлических образцов водородом наблюдается его неравномерное распределение. В тонком поверхностном слое наблюдается значительно большая концентрация водорода, чем внутри образца [2, 3]. При этом известно, что на боковой поверхности образцов присутствуют дислокации, приводящие к образованию микротрещин, инициирующих

повороты зерен вблизи этой поверхности и последующий приток водорода из окружающей среды в образовавшиеся пустоты [4]. Таким образом, неравномерность распределения концентрации водорода внутри образца может быть объяснена наличием продольных смещений частиц вблизи его боковой поверхности и увеличением расстояния между ними.

В настоящей работе делается попытка объяснить наличие поверхностного слоя, содержащего избыточное количество водорода, с помощью микрополярной теории упругости, позволяющей учесть микроструктуру материала и ввести дополнительные трансляционные и вращательные степени свободы для элементов среды. При этом присутствие микротрещин на боковой поверхности образца в рамках данной работы задается с помощью распределенного момента, тогда как сам процесс растрескивания не моделируется. Применение моментной теории также позволяет оценить величину модуля упругости, характеризующего влияние внутренних моментов на поведение материала. Дополнительные материальные константы, фигурирующие в теории микрополярных сред, были получены в ряде работ лишь для некоторых материалов [5-7], тогда как большинство коэффициентов все еще остается неопределенным.

Задача решается в линейном приближении. Тензоры деформации растяжения-сдвига \mathbf{e} и изгиба-кручения \mathbf{k} определяются посредством векторов перемещения \mathbf{u} и микроповорота $\boldsymbol{\theta}$ элемента среды [8]:

$$\mathbf{e} = \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{I} \times (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\omega}), \quad \mathbf{k} = \nabla \otimes \boldsymbol{\theta}, \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}$ – классический тензор деформаций, вводимый в линейной теории упругости, \mathbf{I} – единичный тензор, $\boldsymbol{\omega}$ – вектор макроповорота, ∇ – оператор градиента.

Предполагаем, что материал рассматриваемого континуума является изотропным и физически линейным. В этом случае определяющие соотношения для тензоров напряжений \mathbf{T} и моментных напряжений \mathbf{M} задаются следующим образом [6]:

$$\mathbf{T} = \lambda (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon} + \kappa \mathbf{I} \times (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\omega}), \quad (2)$$

$$\mathbf{M} = \beta_1 (\nabla \cdot \boldsymbol{\theta}) \mathbf{I} + \beta_2 \mathbf{k}^T + \beta_3 \mathbf{k}, \quad (3)$$

где $\lambda, \mu, \kappa, \beta_i (i = 1, 2, 3)$ – независимые упругие модули.

Векторы перемещения и микроповорота могут быть определены из уравнений равновесия, которые в отсутствии распределенных сил и моментов принимают следующий вид:

$$\nabla \cdot \mathbf{T} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{M} + \mathbf{T}_x = 0, \quad (4)$$

где $(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b})_x = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$.

В рамках данной работы мы рассматриваем случай, когда $\kappa \rightarrow \infty$. Это означает, что антисимметричная часть тензора \mathbf{e} должна обращаться в ноль. В таком случае вектора микро- и макроповоротов оказываются равными и все элементы поворачиваются вместе со средой как жесткое целое. Это приводит к тому, что дивергенция вектора микроповорота в выражении (3) обращается в ноль. Определяя из второго уравнения равновесия (4) векторный инвариант тензора напряжений, можно вычислить его антисимметричную часть. Затем, разложив в первом уравнении равновесия (4) тензор напряжений на симметричную и антисимметричную части, получим следующее выражение для определения перемещений:

$$(\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \Delta \mathbf{u} + \frac{\beta_3}{4} \nabla \cdot \Delta (\mathbf{u} \otimes \nabla - \nabla \otimes \mathbf{u}) = 0. \quad (5)$$

Применим изложенную выше теорию для решения краевой задачи для металлического образца цилиндрической формы радиуса r_0 и длины L , на боковой поверхности которого задан распределенный момент $-M_0 \mathbf{e}_\varphi$. Решение для перемещений в силу наличия

аксиальной симметрии ищется в следующем виде: $\mathbf{u} = \mathbf{u}(r, z) = u_r(r, z)\mathbf{e}_r + u_z(r, z)\mathbf{e}_z$. Введем безразмерные параметры:

$$x = 1 - r/r_0, \tilde{z} = z/L, \xi = r_0/L, u_x = u_r/r_0, u_z = u_z/r_0, \tilde{\lambda} = \lambda/\mu, \delta = \sqrt{\beta_3/4\mu r_0^2} = l_b/r_0.$$

Тогда уравнение равновесия в перемещениях в координатой форме сведется к:

$$(\tilde{\lambda} + 2)\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} - (\tilde{\lambda} + 1)\frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial \tilde{z}} - \delta^2 \frac{\partial^4 u_z}{\partial x^3 \partial \tilde{z}} = 0, \quad (6)$$

$$-(\tilde{\lambda} + 1)\frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial \tilde{z}} + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} - \delta^2 \left(\frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^4 u_z}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 u_x}{\partial x^3 \partial \tilde{z}} \right) = 0. \quad (7)$$

В выражениях (6), (7) отброшены слагаемые более высокого порядка малости, полученные в предположении о том, что обе компоненты перемещений меняются в радиальном направлении в значительно большей степени, чем в продольном.

Решая систему уравнений (6), (7), получаем следующее выражение для продольных перемещений: $u_z = A(\tilde{z})\exp(-x/\delta)$. Решение для радиальных перемещений принимает вид: $u_x = -A'(\tilde{z})\delta \exp(-x/\delta)$. Угол микроповорота определяется как $\theta_\varphi = 1/(2\xi\delta)A(\tilde{z})\exp(-x/\delta)$. Тогда получаем следующее выражение для тензора напряжений:

$$\tilde{\mathbf{T}} = \frac{1}{\mu} \mathbf{T} = 2 \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \left(A'(\tilde{z})(\mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r) + \frac{1}{\xi\delta} A(\tilde{z})\mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_r \right). \quad (8)$$

Два первых слагаемых в выражении (8) обладают большим порядком малости, чем последнее, а потому формально ими можно было бы пренебречь. Однако, в данной работе мы рассматриваем случай, когда $A(\tilde{z}) = const$. Тогда тензор моментных напряжений определяется следующим образом:

$$\tilde{\mathbf{M}} = \frac{1}{\mu L} \mathbf{M} = 2A(\tilde{z})\exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \left(\frac{\beta_2}{\beta_3} \mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_r - \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_\varphi \right). \quad (9)$$

Из уравнения (9) с учетом граничного условия получаем следующее выражение для определения константы интегрирования: $A(\tilde{z}) = M_0/(2\mu L)$.

Согласно приведенному выше решению, применение теории микрополярных сред позволяет получить дополнительные продольные перемещения вблизи боковой поверхности цилиндрического образца. Эти перемещения увеличивают расстояние между ближайшими зернами, что может инициировать проникновение водорода из окружающей среды в образовавшиеся пустоты. Для оценки параметра модели, рассмотрим стандартный цилиндрический образец радиуса $r_0 = 0.0045\text{м}$ и высоты $L = 0.035\text{м}$, выполненный из алюминиевого сплава D16 ($\mu = 27000\text{МПа}$), часто используемого в экспериментах. Для оценки малого параметра δ воспользуемся следующим выражением: $\delta = -x_*/Ln(\chi)$, где $x_* = 100\mu\text{м}/r_0 \approx 0.02$ – толщина наводороженного слоя, $\chi u_z|_{x=0} = 0.01 u_z|_{x=0}$ – значение экспоненциальной функции на внутренней границе слоя. Тогда искомая величина упругого модуля $\beta_3 = 4\mu r_0^2 \delta^2 \approx 5e-5\text{МПа} \cdot \text{м}^2$.

Итак, в рамках данной работы были выполнены две основные задачи. Во-первых, разработана модель, объясняющая существенно неоднородное распределение концентрации водорода. Применение теории, учитывающей микроструктуру материала, позволило получить уточненное решение, убывающее при удалении от границы и наблюдаемое непосредственно вблизи поверхности деформируемого тела. Такое решение порождает

дополнительные смещения зерен друг относительно друга и, следовательно, в образовавшиеся пустоты может беспрепятственно проникать водород. При этом сам процесс диффузии в данной статье не моделировался. Во-вторых, в работе предложен новый способ оценки дополнительных упругих модулей, характерных для сред Коссера. Этот способ основан на сравнении экспериментально измеренной толщины пограничного слоя, содержащего большое количество водорода, и аналитически полученной характерной длины области затухания решения для перемещений.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда, проект № 18-19-00160.

ЛИТЕРАТУРА:

1. A.K. Belyaev, K.P. Frolova, A.M. Polyanskiy, V.A. Polyanskiy, Y.A. Yakovlev. Modern advances in mechanics of materials with hydrogen // Proceedings of Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics 2018”, 2018, pp. 21-32
2. A. Martinsson, R. Sandstrom. Hydrogen depth profile in phosphorus-doped, oxygen-free copper after cathodic charging // Journal of Materials Science, 2012, 47(19), pp. 6768–6776
3. A.K. Belyaev, V.A. Polyanskiy, Y.A. Yakovlev, D.E. Mansyrev, A.M. Polyanskiy. Surface effect of the waves of plastic deformation and hydrogen distribution in metals // Days on Diffraction, 2017, pp. 45–50
4. T. Steffens, C. Schwink, A. Korner, H.P. Karnthaler. Transmission electron microscopy study of the stacking-fault energy and dislocation structure in cumn alloys // Philosophical Magazine A, 1987, 56(2), pp. 161–173
5. G. Adomeit. Mechanics of Generalized Continua (Edited by E. Kroner), chapter Determination of elastic constants of a structured material // IUTAM Symposia, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1968
6. R.D. Gauthier, W.E. Jahsmann. A quest for micropolar elastic constants // Journal of Applied Mechanics, 1975, 42, pp. 369–374
7. R.S. Lake. Size effects and micromechanics of a porous solid // Journal of Materials Science, 1983, 18(9), pp. 2572–2580
8. V.A. Eremeyev, L.P. Lebedev, H. Altenbach. Foundations of micropolar mechanics // Springer Science & Business Media, 2012

УДК 515.14, 001.891.573, 004.942

А.В. Калюжнюк

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

АНАЛИЗ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРЕХМЕРНЫХ ЦИФРОВЫХ МОДЕЛЕЙ НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

Введение. Процесс разработки нефтяного месторождения сегодня требует непрерывного информационного сопровождения. Особенно сильно такая необходимость имеет место в условиях смещения акцента при разработке, планировании и мониторинге нефтегазовых месторождений на сверхвысокорасчленные и низкопроницаемые коллекторы. Получение правильной оценки экономической эффективности, оптимальное размещение эксплуатационных скважин и обоснованный прогноз уровней добычи углеводородов должны проводиться при наличии количественного представления об изучаемом, в том числе геологическом, объекте [1]. Требуется некоторая математическая мера геологического строения месторождений, с которыми работает отрасль в настоящий момент.

Получение названных оценок включает в себя процесс геолого-гидродинамического моделирования. В текущей практике процесс настройки геолого-гидродинамической модели заключается в подборе параметров модели, исходя из:

- стационарных данных по скважинам – каротажных кривых, лабораторных исследований керна, данных бурения и др.;
- динамических данных, например, дебитов скважин во времени или показаний забойного манометра.

На практике, как правило, настройка модели происходит итерационно: путем численного моделирования серий прямых ресурсоемких задач. Скорость этого итерационного процесса зависит, в том числе, от качества цифровой геологической модели. Для оценки качества такой модели требуется способ, чтобы описать её “неоднородность” и “внутреннюю сложность”. Это необходимо для решения задач подбора правильного размера сетки в модели, радиуса вариограммы, корреляции экспериментальных данных и свойств пласта и др.

Объект и предмет исследования. Объектами исследования явились нефтяные месторождения – совокупности скоплений углеводородов (нефти) на определённой территории.

В процессе разработки нефтяного месторождения происходит построение его цифровой геологической (рис. 1) и гидродинамической модели. Построенные модели позволяют выбирать оптимальные параметры разработки (схемы разработки, значения забойного давления на скважинах и т.д.) и прогнозировать объёмы добычи.

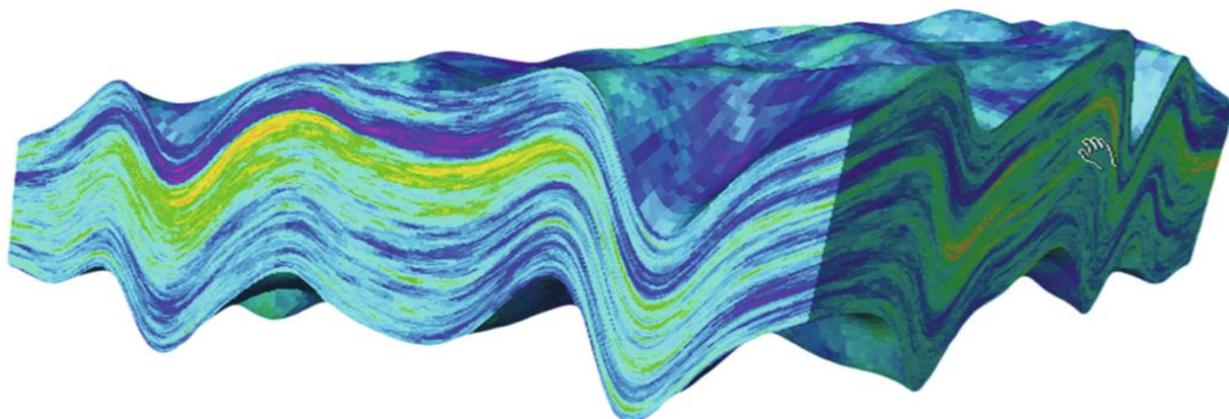


Рис. 1. Пример геологической модели, созданной методом последовательного Гауссова моделирования (SGS)

В ходе разбуривания и эксплуатации месторождения, количество информации о нём постоянно увеличивается, что позволяет перестраивать модели с более высокой точностью. Геологическая модель на каждой итерации построения модели используется затем как один из входных параметров для гидродинамического моделирования.

Вследствие этого эффективность производственных решений при разработке нефтяных месторождений в существенной мере зависит от качества цифровой геологической модели [2]. Создание качественной модели требует инструмента для оценки внутренней “сложности” и “неоднородности” модели.

В настоящее время при изучении пространственных свойств, в том числе цифровых моделей, в различных областях науки используются методы математической топологии [3]. Предмет исследования работы – применимость методов математической топологии для оценки “сложности” и “неоднородности” геологического строения месторождений (рис. 2).

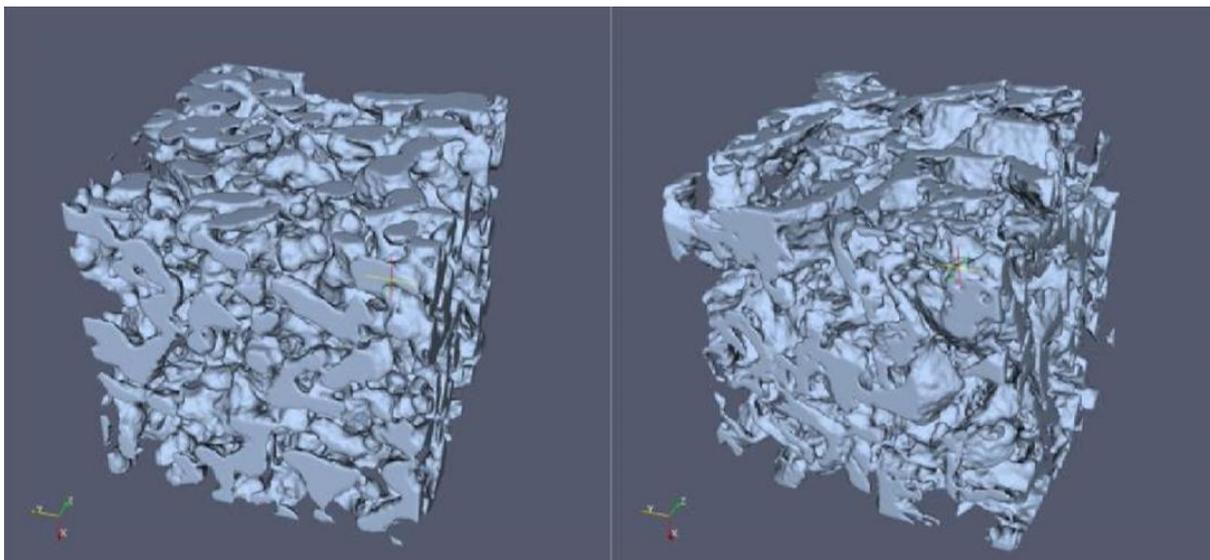


Рис. 2. Пример модели с неочевидными значениями топологических характеристик, полученной в результате проведения томографии горной породы

Цель работы – развитие методов топологии для использования топологических характеристик в качестве меры для оценки геологического описания и качества трёхмерных моделей месторождения.

Для достижения цели поставлены следующие задачи:

1. Программно реализовать алгоритм расчёта топологических характеристик цифровых трёхмерных моделей.
2. Исследовать топологические характеристики применительно к созданным без учёта данных реального месторождения “синтетическим” геологическим моделям [4], а также применительно к геологическим моделям реального месторождения.

Методы исследования. В работе использованы методы алгебраической топологии и теории групп гомологий. На их основе разработано программное обеспечение для определения топологических характеристик цифровых моделей. В качестве топологических характеристик (инвариантов) пространства X использованы числа Бетти, определяемые по формуле:

$$b_k(X) = \text{rank}(H_k(X)),$$

где H_k – группа k -мерных гомологий пространства X [5].

В работе решены все поставленные задачи:

1. Разработан программный модуль вычисления топологических характеристик (инвариантов) – чисел Бетти. Проведено тестирование программного модуля: для цифровых моделей тел, для которых числа Бетти определены аналитически.

2. С помощью разработанного ПО исследовано поведение топологических характеристик на синтетических цифровых геологических моделях путём серии численных экспериментов. Установлена их устойчивость к “вариабельности” (изменчивости) стохастической модели: значения топологических характеристик слабо меняются для разных реализаций одной и той же стохастической модели. Выявлены качественные зависимости топологических характеристик от параметров стохастической модели: типа и радиусов вариограмм (рис. 3). Аналогичные зависимости получены для цифровых геологических моделей реальных месторождений.

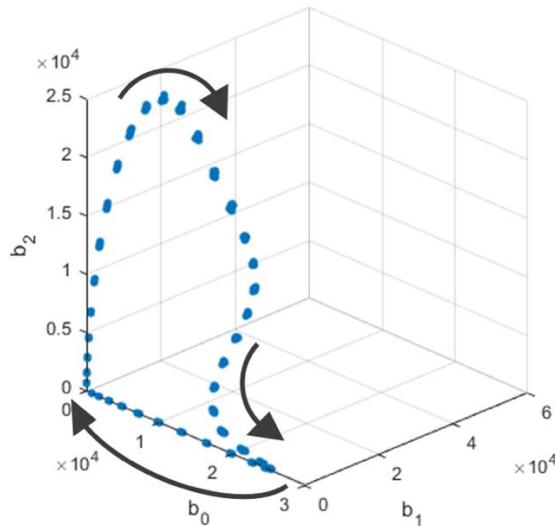


Рис. 3. Пример значений топологических характеристик цифровой синтетической геологической модели при варьировании параметра экскурсии модели от 0 до 1

Выводы. В результате исследования обосновано использование топологических характеристик (инвариантов) в качестве меры внутренней сложности и неоднородности модели. В дальнейшем топологические характеристики могут быть использованы в качестве критериев при оценке качества цифровой геологической модели, для выбора оптимального размера конечно-объемной сетки, для оценки физичности модели и в других задачах нефтяного дела.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Методы математического моделирования неоднородных анизотропных сред в статистической подземной гидромеханике: Автореф. дис. ... доктора ф.-м. наук. / А.А. Яковлев // Уфа., 2003. – 32 с.
2. Автоматизация литолого-фациального анализа на основе спектральной теории / М. М. Хасанов, Б.В. Белозеров и др. // Нефтяное хозяйство, 2015. № 12. – С. 48-51.
3. Topological landmarkbased navigation and mapping / R. Ghrist, D. Lipsky, J. Derenick, and A. Speranzon // [Электронный ресурс] Electronic pre-print, 2012. URL: <https://www.math.upenn.edu/~ghrist/preprints/landmarkvisibility.pdf> (дата обращения: 29.05.2018).
4. Геостатистика: теория и практика / В. В. Демьянов, Е. А. Савельева; под ред. Р. В. Арутюняна // Ин-т проблем безопасного развития атомной энергетики РАН. – М.: Наука, 2010. – 327 с.
5. Введение в теорию гомологий. / Э. Казарян // Лекц. курсы НОЦ, 3, МИАН. М., 2006. – 104 с.

UDC 539.3

D.A. Khodzhaev¹, R.A. Abdikarimov², N.I. Vatin³

¹Tashkent Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Engineers

²Tashkent Financial Institute

³Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

NONLINEAR OSCILLATIONS OF A VISCOELASTIC CYLINDRICAL PANEL WITH CONCENTRATED MASSES

Introduction. With intensive progress in modern industry one of the most important problems in machine-building and engineering is the decrease in specific consumption of materials of the

structures and machines. Saving in materials brings the necessity to produce a thin-walled structures. However the thinner the element the more flexible it is, and the more pronounced is its tendency to the buckling and the loss in stability. The latter is accompanied by the catastrophic growth of deformation and, as the rule, by the failure of structures. From this point of view, when manufacturing a light, strength and reliable structures, the most acceptable are the composite materials, which allow to improve considerably an operational characteristics of these structures and, sometimes, to manufacture the structures, which could not be realized with traditional materials. Plates, panels and shells made of composite materials with fixed objects in the form of additional mass are widely used as a result of their high viscoelastic and strength characteristics. Therefore, while projecting the elements of the structure made of composite materials, it is very important to predict their dynamic characteristics which vary with their configuration, mass distribution, viscoelastic properties, etc.

In most cases, the role of additional mass is played by longitudinal and transverse ribs, straps, attachments, joints of devices and machines [1-3]. When theoretically considering problems of this type, it is convenient to interpret attached elements as additional mass, rigidly jointed to the system and concentrated in points. There are a number of publications devoted to the study of the oscillation and dynamic stability of elastic systems with concentrated masses [3,4]. In these works, the problems were solved in the linear state, and only a number of material properties of the structure were taken into account. Papers studying the problems of nonlinear oscillation and dynamic stability of elastic cylindrical panels, carrying concentrated masses, are scarce [5]. Similar problems of oscillation and dynamic stability of an elastic and viscoelastic plates, cylindrical panels and shells in different state without concentrated masses were considered in [6, 7].

The aim of this works is to study nonlinear problems of oscillation of viscoelastic cylindrical panel with concentrated masses.

Methods. Consider a gentle-sloping circular viscoelastic cylindrical panel with sides a and b , of constant thickness h and the radius of the median surface R , made of inhomogeneous orthotropic material, carrying a concentrated mass M_p , located at points (x_p, y_p) , $p=1, 2, \dots, I$.

The equation of motion of the element of a viscoelastic cylindrical panel with concentrated masses has the following form

$$B_{11}(1-R_{11}^*)\frac{\partial \varepsilon_x}{\partial x} + B_{12}(1-R_{12}^*)\frac{\partial \varepsilon_y}{\partial x} + 2B(1-R^*)\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial y} - \left[\rho + \frac{1}{h} \sum_{i=1}^I M_i \delta(x-x_i) \delta(y-y_i) \right] \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0,$$

$$B_{22}(1-R_{22}^*)\frac{\partial \varepsilon_y}{\partial y} + B_{21}(1-R_{21}^*)\frac{\partial \varepsilon_x}{\partial y} + 2B(1-R^*)\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial x} - \left[\rho + \frac{1}{h} \sum_{i=1}^I M_i \delta(x-x_i) \delta(y-y_i) \right] \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0,$$

(1)

$$\frac{h^2}{12} \left\{ B_{11}(1-R_{11}^*) \frac{\partial^4 (w-w_0)}{\partial x^4} + [8B(1-R^*) + B_{12}(1-R_{12}^*) + B_{21}(1-R_{21}^*)] \times \right.$$

$$\times \frac{\partial^4 (w-w_0)}{\partial x^2 \partial y^2} + B_{22}(1-R_{22}^*) \frac{\partial^4 (w-w_0)}{\partial y^4} \left. \right\} - k_x [B_{11}(1-R_{11}^*) \varepsilon_x +$$

$$+ B_{12}(1-R_{12}^*) \varepsilon_y] - k_y [B_{22}(1-R_{22}^*) \varepsilon_y + B_{21}(1-R_{21}^*) \varepsilon_x] -$$

$$- \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} [B_{11}(1-R_{11}^*) \varepsilon_x + B_{12}(1-R_{12}^*) \varepsilon_y] + 2B \frac{\partial w}{\partial y} (1-R^*) \gamma_{xy} \right\} -$$

$$+ \left[\rho + \frac{1}{h} \sum_{i=1}^I M_i \delta(x-x_i) \delta(y-y_i) \right] \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0,$$

Results and Discussion. The results of calculations for nonlinear oscillation of viscoelastic cylindrical panel are given below. Calculations were performed using different physical and geometrical parameters (Fig. 1).

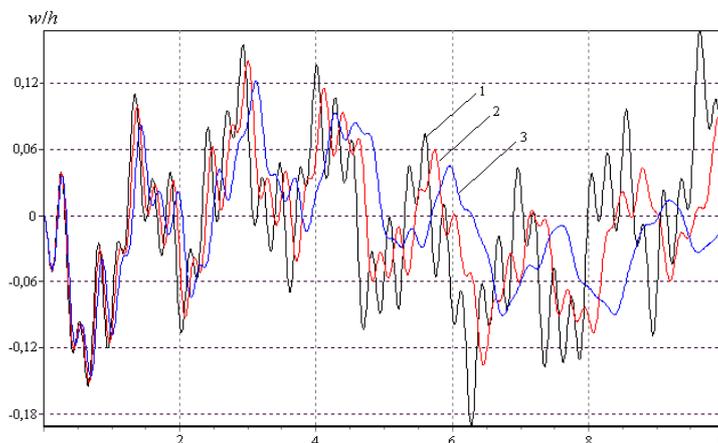


Fig. 1. Dependence of deflection on time t at various values of the parameter A

Figure 1 shows the relationship between the deflection and the time of the median point of elastic ($A=0$ – curve 1) and viscoelastic panel ($A=0.05, 0.1$ – curves 2,3). As can be seen from the figure 1, the account of the viscoelastic properties of the material of the panel under free oscillations ($q=0$) leads to damping of the oscillation process. Although the solution of elastic and viscoelastic problems at zero times does not differ from each other, as time unfolds, the viscoelastic properties have a more pronounced influence. The results of the study show that the increase in rheological parameter A yields a decrease in the amplitude and frequency of oscillations.

Conclusions. Investigation of nonlinear problems of oscillations of viscoelastic cylindrical panels with a concentrated mass shows that: an increase in concentrated mass leads to a sharper drop in the amplitude and frequency of oscillations than in elastic case; similar to the elastic case, the greater the distance of the concentrated mass from the center of the panel, the higher the frequency of oscillations; in design, with different geometrical and physical parameters of the cylindrical panel, it is necessary to choose the corresponding theory (linear and nonlinear theories).

REFERENCES:

1. I.V. Andrianov, V.A. Lesnichaya, L.I. Manevich, Averaging method in a statics and dynamics of ribbed shells, Nauka, Moscow (1985).
2. I.Ya. Amiro, and others, Oscillations of ribbed shells of rotation, Naukova Dumka, Kiev (1988).
3. L.V. Andreev, A.L. Dyshko, I.D. Pavlenko, Dynamics of plates and shells with the concentrated masses, Mashinostroenie, Moscow (1988).
4. C.L. Amba-Rao, On the oscillation of a rectangular plate carrying a concentrated mass, Journal of Applied Mechanics, **31**, 550-551, (1964).
5. P.A. Bondarev, Oscillations of a plate with the concentrated masses, laying on the nonlinear elastic foundation, Ukrainian mathematical journal, **1**, 61-66 (1974).
6. Chang-jun Cheng, Neng-hui Zhang, Dynamical behavior of viscoelastic cylindrical shells under axial pressures, Applied Mathematics and Mechanics, **22(1)**, 1-9 (2001).
7. Y.X. Sun, S.Y. Zhang, Chaotic dynamic analysis of viscoelastic plates, International Journal of Mechanical Sciences, **43**, 1195-1208 (2001).

ВЗАИМОСВЯЗЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕПЛА И УГЛОВОЙ СКОРОСТИ В МИКРОПОЛЯНЫХ СРЕДАХ

Микрополярная теория является одной из форм обобщенной теории континуума. Она учитывает внутренние вращательные степени свободы материала, см. Еремеев и др. [1]. Микрополярная теория хорошо подходит для моделирования поликристаллических и композиционных материалов, гранулированных и порошкообразных материалов, пористых сред и пен.

Данная работа посвящена модели материала в рамках расширенной теории микрополярных сред. Расширение касается баланса для тензорного поля момента инерции, который в отличие от общей теории будет содержать источниковый член. Как следствие, тензор момента инерции становится теперь независимым полем, изменяющимся в пространстве и времени и подчиняющимся собственному дифференциальному уравнению в частных производных: расширенному балансу микроинерции. Этот член важен, если микрополярный материал претерпевает структурные изменения.

Рассматривается модель микрополярной среды на основе пространственного описания. Таким образом, учитывается, что тензор инерции элементарного объема может изменяться. Среда состоит из шарообразных термоупругих частиц, которые обладают только вращательными степенями свободы. Структурное изменение обусловлено переходным температурным полем. Целью работы является показать, что изменение температуры приводит к изменению тензора инерции и, как следствие, влияет на вращательное движение частиц. Работа представляет интерес, так как в классической теории отсутствует связь температуры и собственной угловой скорости.

Рассматривается случай, когда частицы однородно распределены в прямоугольной пластине: $x \in [0; L]$, $y \in [-L_y; L_y]$, $z \in [-L_z; L_z]$. Тогда на макроуровне тензор инерции изотропный $\mathbf{J} = J\mathbf{E}$. Первоначально температура среды также однородна и равна T_0 . В течение времени она изменяется из-за однородного нагрева правой стороны пластины, в то время как левая сторона поддерживается при начальной температуре: $T[x = 0; y; z; t] = T_0$. Из-за возрастающего температурного поля частицы начинают расширяться, что, в свою очередь, приводит к увеличению момента инерции. Чтобы найти определяющее соотношение для момента инерции, мы рассматриваем свободное тепловое расширение шарообразной частицы. В этом случае источниковый член также должен быть изотропным $\chi = \chi\mathbf{E}$. В предположении, что температура мгновенно принимается частицей, зависимость момента инерции от температурного поля определяется следующим образом: $J = J_0[1 + \alpha(T(x, t) - T_0)]^2$, где J_0 – начальный момент инерции; α – коэффициент линейного теплового расширения. Момент инерции J представляет собой переменную величину, которая должна подчиняться уравнению состояния: $\frac{\delta J}{\delta t} = \chi$ [2]. Следовательно, источниковый член: $\chi = \frac{\delta J}{\delta t} = 2J_0\alpha[1 + \alpha(T - T_0)]\frac{\partial T}{\partial t}$. Далее обратимся к уравнению баланса момента количества движения $\rho\mathbf{J} \cdot \frac{\delta \boldsymbol{\omega}}{\delta t} = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\omega} + \nabla \cdot \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\tau}_\times + \rho\mathbf{m}$ и уравнению теплопроводности $\rho c_V \frac{\delta T}{\delta t} = \boldsymbol{\tau}_d^T \cdot (\nabla \cdot \mathbf{v} + \mathbf{E} \times \boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{\mu}_d^T \cdot \nabla \boldsymbol{\omega} - \nabla \cdot \mathbf{h}$, где ρ – массовая плотность среды (постоянная), c_V – теплоемкость при постоянном объеме, \mathbf{h} – вектор

теплового потока, $\boldsymbol{\mu}$ – тензор моментных напряжений, $\boldsymbol{\tau}$ – тензор силовых напряжений. Силовые и моментные напряжения представим в виде суммы упругой и неупругой составляющих: $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_e + \boldsymbol{\mu}_d$, $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_e + \boldsymbol{\tau}_d$. Положим упругую составляющую тензора моментных напряжений равной нулю, а в качестве определяющего уравнения для диссипативной составляющей возьмем уравнение, предложенное Жилиным [3]: $\boldsymbol{\mu} = -\beta(\nabla \times \boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{E}$, где β имеет смысл коэффициента трения. Чтобы решать одномерную задачу, полагаем: $\boldsymbol{\omega} = \omega \mathbf{e}_z$, $\mathbf{m} = m \mathbf{e}_z$.

Таким образом, развитие температуры, момента инерции и угловой скорости может быть получено в результате решения связанной системы дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\frac{\partial \bar{J}}{\partial \bar{t}} = 2\bar{\alpha}[1 + \bar{\alpha}(\bar{T} - 1)] \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}}, \quad \bar{J} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{t}} = \eta \frac{\partial^2 \bar{\omega}}{\partial \bar{x}^2} + \bar{m}, \quad \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} = \delta \left(\frac{\delta \bar{\omega}}{\delta \bar{x}} \right)^2 + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{x}^2},$$

$$\bar{\alpha} = \alpha T_{ini}, \quad \delta = \frac{\beta m_0}{\kappa T_{ini} J_0}, \quad \eta = \frac{\beta c_V}{\kappa J_0}, \quad \bar{m} = \omega_0 \frac{L^2}{D}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{m_0}{J_0}}, \quad D = \frac{\kappa}{\rho c_V}.$$

Здесь $h = -\kappa \nabla T$ – закон Фурье, где κ – коэффициент теплопроводности. Безразмерные величины: $\bar{x} = \frac{x}{L}$, $\bar{t} = \frac{D}{L^2} t$, $\bar{T} = \frac{T}{T_0}$, $\bar{J} = \frac{J}{J_0}$, $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}$. Начальные условия: $\bar{T}[\bar{x}, \bar{t} = 0] = 1$, $\bar{J}[\bar{x}, \bar{t} = 0] = 1$, $\bar{\omega}[\bar{x}, \bar{t} = 0] = 0$. Граничные условия различных типов: $\bar{T}[\bar{x} = 0, \bar{t}] = 1$, $\bar{T}[\bar{x} = 1, \bar{t}] = \frac{T_L}{T_{ini}}$ или $\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} \Big|_{\bar{x}=1} = -\frac{hL}{T_{ini}\kappa}$, $\bar{\omega}[\bar{x} = 0, \bar{t}] = \bar{\omega}[\bar{x} = 1, \bar{t}] = 0$ или $\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{x}} \Big|_{\bar{x}=0;1} = 0$.

Первое граничное условие для угловой скорости означает прилипание частиц к стенкам (в смысле отсутствия их вращения), второе – отсутствие моментных напряжений на границах. Также обращаем внимание, что граничные условия для угловой скорости необходимы только при учете вязких эффектов. Эта система дифференциальных уравнений решается численно с помощью метода конечных разностей.

На рисунках 1-3 представлены графики распределения температуры и момента инерции в образце в различные моменты времени $\bar{t} = 0.005$ (зеленый), $\bar{t} = 0.01$ (голубой), $\bar{t} = 0.03$ (красный) без учета вязких эффектов для различных граничных условий для температуры, а также данные распределения при учете вязких эффектов.

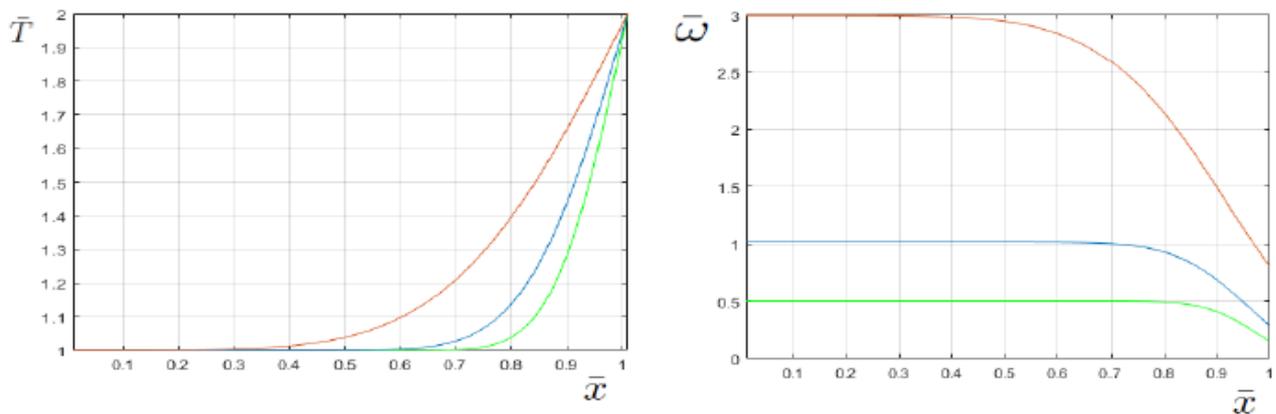


Рис. 1. Графики распределения температуры и угловой скорости при $\beta = 0, \bar{m} = 100, \bar{T}[\bar{x} = 1, \bar{t}] = 2$.

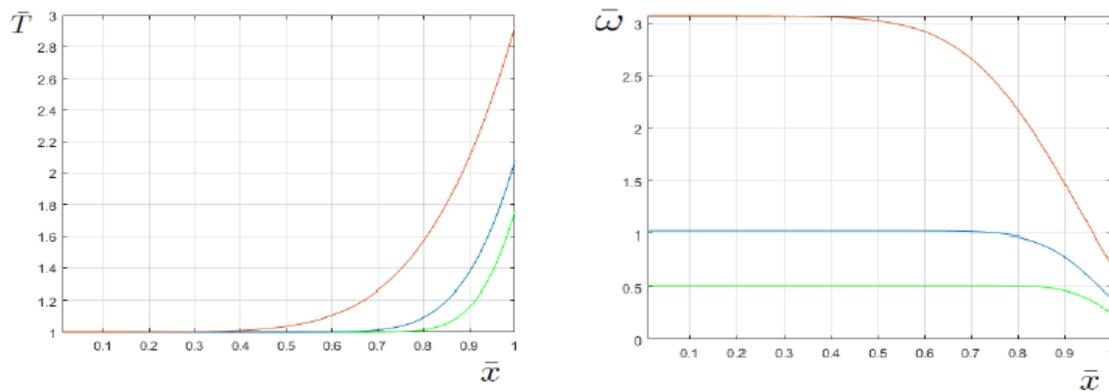


Рис. 2. Графики распределения температуры и угловой скорости при

$$\beta = 0, \bar{m} = 100, \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} \Big|_{\bar{x}=1} = 10.$$

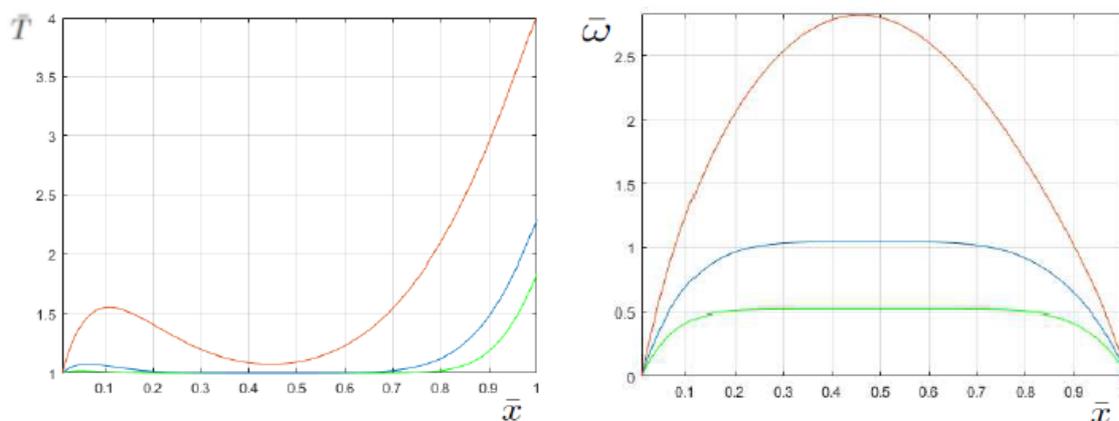


Рис. 3. Графики распределения температуры и угловой скорости при

$$\eta = 1, \delta = 1, \bar{m} = 100, \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} \Big|_{\bar{x}=1} = 10, \bar{\omega}[\bar{x} = 0, \bar{t}] = \bar{\omega}[\bar{x} = 1, \bar{t}] = 0.$$

На графиках наблюдаем нелинейный профиль угловой скорости. Это контрастирует с классическим подходом без структурных изменений, когда угловая скорость не изменяется по длине образца. Изменение температуры приводит к изменению тензора инерции и, как следствие, влияет на вращательное движение частиц. В случае граничного условия с потоком тепла на правой границе пластины температура на этой границе растет, соответственно, момент инерции увеличивается. Это, в свою очередь, приводит к уменьшению угловой скорости. По сравнению со случаем граничного условия для температуры первого рода, уменьшение происходит медленнее на первом этапе процесса нагрева, но затем становится более заметным. На последних двух графиках мы наблюдаем распределения при учете вязких эффектов. Вязкое трение приводит к дополнительному увеличению температуры, особенно это заметно на левой границе образца.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда, проект № 18-19-00160.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Eremeyev VA, Lebedev LP, Altenbach H (2012) Foundations of micropolar mechanics. Springer Science & Business Media, Heidelberg, New York, Dordrecht, London
2. Ivanova EA, Vilchevskaya EN (2016) Micropolar continuum in spatial description. Continuum Mechanics and Thermodynamics 28(6):1759–1780
3. П. А. Жилин (2012) Рациональная механика сплошных сред. - Издательство СПбПУ.

УСКОРЕНИЕ МАТРИЧНО-ВЕКТОРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ В РАСЧЕТАХ ПЛАНАРНОЙ МОДЕЛИ ТРЕЩИНЫ ГРП С ПОМОЩЬЮ БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Одним из ключевых методов газонефтедобычи является гидравлический разрыв пласта (ГРП). В связи с высокой стоимостью и сложными условиями проведения ГРП и технологическим прогрессом в компьютерной области в настоящее время особенно актуальны задачи моделирования трещин, получаемых в результате ГРП. Рассмотрим метод ускорения одной из моделей ГРП – планарной модели, описывающую распространение трещины в плоскости в горной слоистой породе. Будем считать, что все вычисления осуществляются на равномерной сетке, состоящей из строго квадратных ячеек. В моделях ГРП зачастую фигурирует связь двух характеристик трещины через некую матрицу, зависящую от расчётной области. Примером этого являются давление и раскрытие трещины, связанных матрицей коэффициентов влияния. Элемент такой матрицы – это подматрица, показывающая воздействия сосредоточенной в данной ячейке силы на каждую точку пространства. В случае квадратной сетки размером $N \times N$ матрица влияния будет представлять матрицу четвертого ранга размером $N \times N \times N \times N$. Известная и искомая характеристики также будут представлять собой матрицы $N \times N$ (пусть давление – известная характеристика, а раскрытие – искомая). Удобно перестроить (вытянуть) каждую подматрицу матрицы влияния в строчку, как показано на рисунке 1, а получившуюся матрицу строчек вытянуть в столбец.

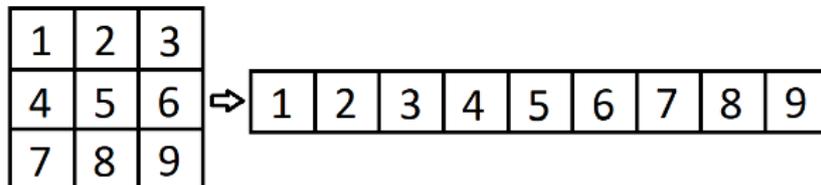


Рис. 1. Перестроение матрицы

Аналогичным образом матрица давления в трещине перестраивается в вектор-столбец, после чего раскрытие трещины может быть найдено как произведение новой матрицы влияния (размером $N^2 \times N^2$) и вектора давления (размером N^2). На практике расчёт прямого произведения матрицы на вектор требует существенных временных затрат – сложность алгоритма $O(N^4)$, величина $N \sim 100$.

Так как в основе матрицы коэффициентов влияния лежит расчёт функции Грина, матрица обладает симметрией относительно главной диагонали [1], при этом на главной диагонали располагаются наибольшие по модулю значения. Рассмотрим возможность вычисления произведения в пространстве Фурье. Применение быстрого преобразования Фурье позволит уменьшить асимптотическую сложность вычислений с $O(N^4)$ для прямого метода перемножения до $O(N^2 \log N)$, при этом граничные условия (ГУ) в задаче должны быть периодическими.

Матрица влияния имеет вид симметричной матрицы:

$$M = \begin{pmatrix} a_0 & \cdots & a_{n-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n-1} & \cdots & a_0 \end{pmatrix}$$

Она легко приводится в особый циркулянтный вид за счет наложения граничных периодических условий на матрицу M :

$$A = \begin{pmatrix} a_0 & \cdots & a_{n-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 & \cdots & a_0 \end{pmatrix}$$

Быстрое дискретное преобразование Фурье (FFT, обратное преобразование Фурье – IFFT) [2] возможно при размере вектора 2^n , где n – натуральное число, для этого может потребоваться корректировка размеров расчётной области. Одним из самых распространённых для FFT является алгоритм Кули-Тьюки [3], в котором преобразование Фурье для вектора x принимает вид:

$$X = \hat{A}x,$$

где элементы матрицы \hat{A} имеют вид $a_N^k = e^{-\frac{2i\pi}{N}k}$.

FFT выражается как сумма четных и нечетных индексов:

$$X_m = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_{2n} a_N^{2nm} + \sum_{n=0}^{N/2-1} x_{2n+1} a_N^{(2n+1)m}$$

Вычисление произведения матрицы на вектор таким образом сводится к следующим этапам:

- 1) $y = FFT(a)$, где a – первый столбец циркулянта A ,
- 2) $x = FFT(p)$, где p – вектор давления,
- 3) $h = x * y$ – покомпонентное перемножение векторов,
- 4) $p = IFFT(h)$, получение давлений обратным БПФ.

Были проведены компьютерные эксперименты по замеру скорости вычислений прямым методом перемножения матрицы на вектор и с использованием описанным выше алгоритмом (рис. 2). В экспериментах генерировалась случайная циркулянтная матрица и случайный вектор, после чего сравнивалось среднее время выполнения двух алгоритмов. Результаты осреднялись по ансамблю из 1000 реализаций.

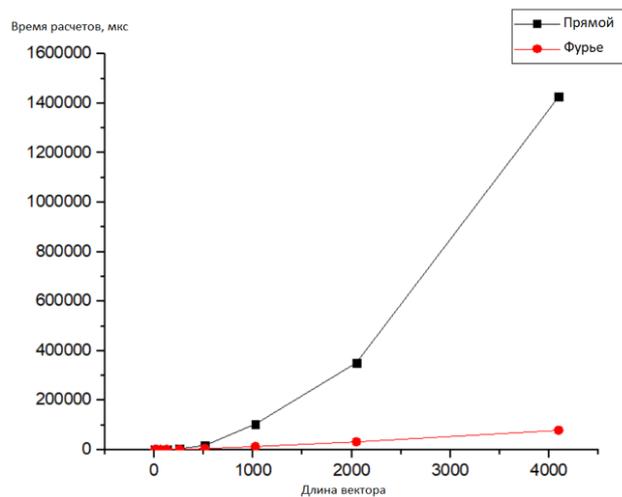


Рис. 2. График времени расчетов

При длине вектора менее 128 элементов быстрее работает прямой метод перемножения, но начиная с 1024 элементов оправдано использование быстрого преобразования Фурье. При размере вектора 4096 процедура перемножения ускоряется приблизительно в 20 раз. При этом стоит отметить, что на малых длинах FFT оказывается примерно в два раза медленнее прямого метода.

При проведении сравнительных расчетов планарной модели трещины с прямым перемножением матрицы и с модифицированной быстрым преобразованием Фурье была получена зависимость времени расчёта от размера трещины (рис. 3).

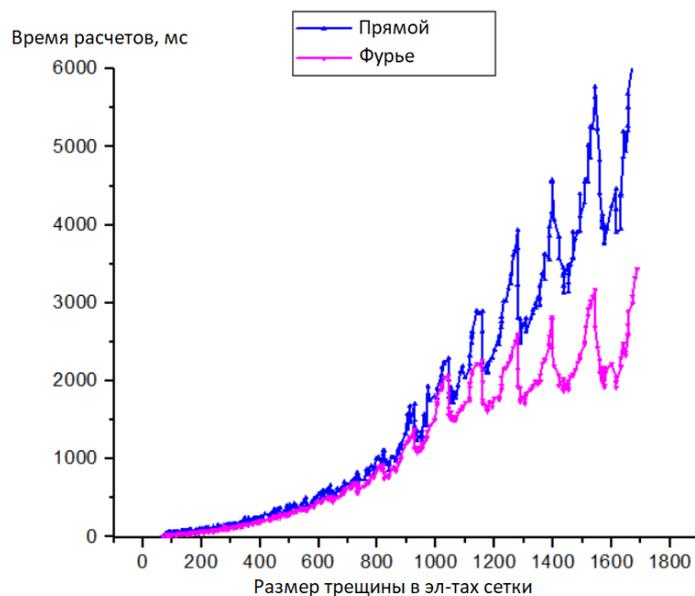


Рис. 3. Сравнение времени расчетов

Обе версии расчетной программы написаны на языке C++. Значительно меньшее ускорение, достигнутое в последнем эксперименте, относительно прогнозируемого может быть обусловлено двумя факторами. Первое – программа учитывает свойства перемножаемых величин и особенности языка программирования и компилятора для повышения эффективности. Второе – общий размер расчётной области при использовании FFT выше из-за наблюдаемого граничного эффекта и необходимости удовлетворить условию $N = 2^n$. Тем не менее, уже при размере трещины около 1000 элементов при сравнении прямой метод обладает худшими показателями скорости.

Таким образом, в данной работе предложена методология ускорения умножения матрицы на вектор с применением FFT для матриц, по своей структуре близких к циркулянтным. При размере матрицы 4096 скорость вычисления возрастает в 20 раз. При использовании данной техники в реализации планарной модели ГРП производительность вычислительного модуля увеличилась примерно в два раза.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Zaitsev, Valentin F., and Andrei D. Polyinin. Handbook of exact solutions for ordinary differential equations. CRC press, 2002.
2. Elliott, Douglas F., and K. Ramamohan Rao. Fast transforms algorithms, analyses, applications. Elsevier, 1983.
3. Cooley, James W., and John W. Tukey. "An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series." Mathematics of computation 19, no. 90 (1965): 297-301.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДАТЧИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОГО МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ СУДНА ТИПА «НАТЯНУТЫЙ ТРОС»

Для работы систем динамического позиционирования необходимы датчики определения местоположения, одним из которых является Taut Wire (от англ. «Натянутый трос»). Подробнее об устройстве датчика можно прочитать в [1, с.177].

Работа состоит из двух частей. В первой части происходит моделирование провисания троса при различных течениях, глубинах, силах натяжения и углах отклонения троса от вертикали. При этом считается, что судно не подвержено внешним волновым воздействиям. Несмотря на то, что используемая модель является динамической, нас интересует установившееся решение. Из найденной формы троса вычисляется ошибка позиционирования, возникающая из-за отклонения формы троса от прямой. В работе использованы методы молекулярной динамики [2]. Во второй части, в отличие от первой, решается динамическая задача оценки влияния качки на изменение силы натяжения в тросе. Сравнивается качество работы двух разных систем компенсации качки. Исходя из реакции систем на внешнее волновое возмущение, делается вывод о пригодности каждой из них.

Для нахождения формы троса создана его математическая модель. Трос – система грузов на линейных пружинах. Крайние точки троса закреплены. Каждый груз считается точечной массой. Изначально трос натянут. Исходя из силы натяжения троса, равновесного расстояния между частицами, количества грузов и длины троса, задается жесткость линейных пружин. Дальнейшее провисание троса обусловлено двумя факторами: нахождением в поле действия силы тяжести и воздействием течения. Сила тяжести действует на каждый груз, а для описания течения трос был разбит на множество цилиндров, построенных на двух соседних точечных массах. После записи сил, действующих на трос, было получено уравнение движения системы:

$$m_i \ddot{\vec{r}}_i = m_i \vec{g} + C_0 \left(\vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i - \frac{L_0(\vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i)}{|\vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i|} \right) + C_0 \left(\vec{r}_{i-1} - \vec{r}_i - \frac{L_0(\vec{r}_{i-1} - \vec{r}_i)}{|\vec{r}_{i-1} - \vec{r}_i|} \right) + \vec{F}_{cur} + B \vec{v}_i \quad),$$

где m_i – масса груза, C_0 – жесткость пружины, L_0 – равновесная длина пружины, B – коэффициент демпфирования, \vec{F}_{cur} – сила сопротивления среды [3].

Модель предполагает наличие разных профилей течения: постоянного прямоугольного профиля, переменного профиля, снижающегося до нуля по линейному закону к нижней точке троса, параболического профиля.

Для сравнения результатов моделирования используется аналитическая кривая [4] и информация, опубликованная компанией Kongsberg [5, с.10], где указаны данные о точности позиционирования с использованием Taut Wire LTW-500. Результаты моделирования без течения представлены на рисунке 1. Зависимость отражает величину ошибки от глубины. Красная горизонтальная линия показывает критическую ошибку позиционирования в 3 метра, свыше которой использование Taut Wire не имеет смысла.

Наличие течения сильно сказывается на величине провисания троса. При этом важно понимать, как поведет себя трос, чтобы оценивать величину ошибки позиционирования или вообще отказаться от использования датчика типа “Натянутый трос” в пользу других. Результаты моделирования при различных профилях течения в сравнении с данными для LTW-500 представлены на рисунке 2.

Как видно из рисунка 1, ошибка ожидаемо возрастает с увеличением глубины и уменьшением натяжения. Модель хорошо описывает поведение троса в воде, величина ошибки находится между аналитической кривой и данными от Kongsberg.

Результаты на рисунке 2 показывают, что течение сильно ухудшает точность позиционирования, и глубина возможного использования Taut Wire резко уменьшается.

Для адекватной работы системы позиционирования типа «натянутый трос» необходимо поддерживать постоянное натяжение троса. Перемещение центра масс судна под действием волн при использовании Taut Wire, вызывает попеременное увеличение и падение силы натяжения в тросе. Излишнее натяжение легко способно его порвать, а недостаток натяга заставит трос сильно провисать под действием силы тяжести и течения, что, в свою очередь, даст существенную ошибку позиционирования. Для предотвращения обеих крайне нежелательных ситуаций все датчики типа «натянутый трос» предполагают наличие систем компенсации качки для поддержания заданной величины натяжения.

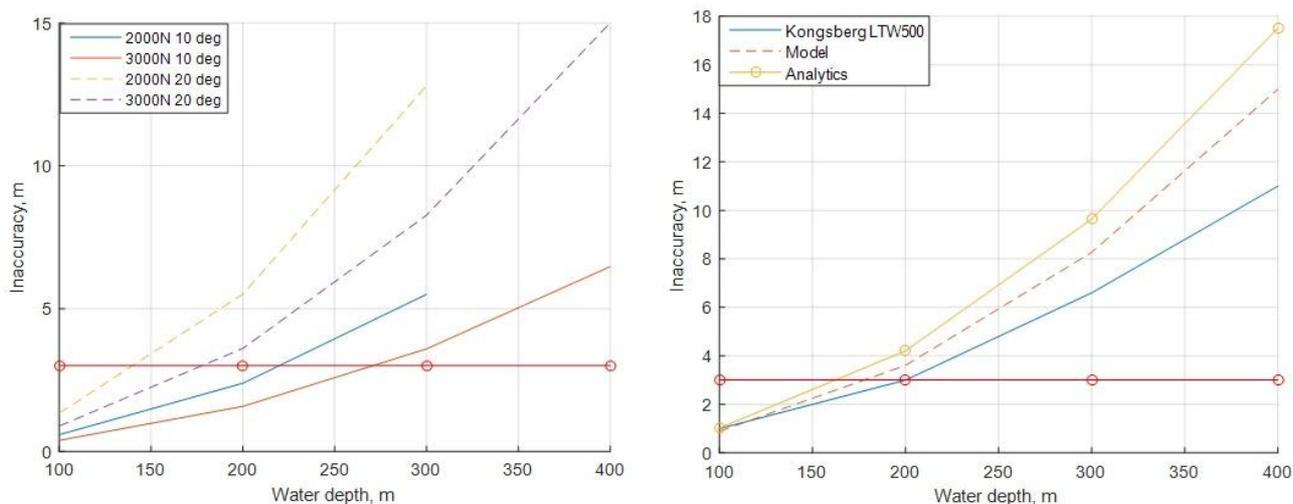


Рис. 1. Ошибка позиционирования из модели (слева) и сравнение ошибок с аналитикой и LTW-500 (справа)

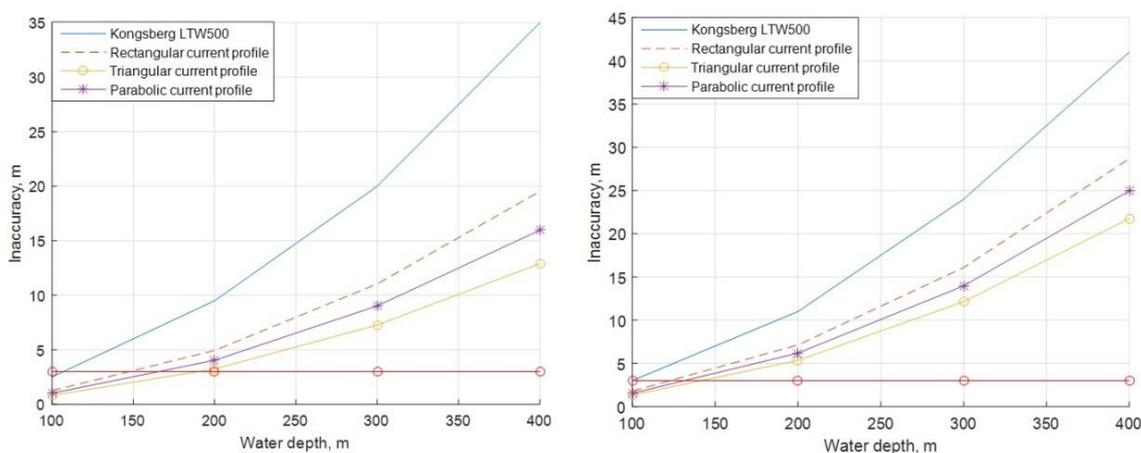


Рис. 2. Ошибка позиционирования для разных профилей течения при начальном угле расположения троса 10° (слева) и 20° (справа)

Рассмотрим и сравним две системы компенсации качки. Задача – промоделировать поведение обеих систем при внешних волновых воздействиях и определить, как каждая из систем реагирует поворотом кран-балки и изменением силы натяжения в тросе на различные внешние возмущения.

Наиболее простой и дешевый способ поддержания нужного натяжения – установка на дальний от точки закрепления троса конец кран-балки массивного груза,

Другой способ поддержания натяжения – вместо точечной массы установить на конце левого плеча пневмоцилиндр, обеспечивающий постоянную силу. Более подробное описание каждой из систем может быть найдено в [1, с.177].

Для понимания, в какой диапазон частот системы попадает задаваемая волна, была построена АЧХ и ФЧХ для каждой из систем. Обе зависимости представлены на рисунке 3.

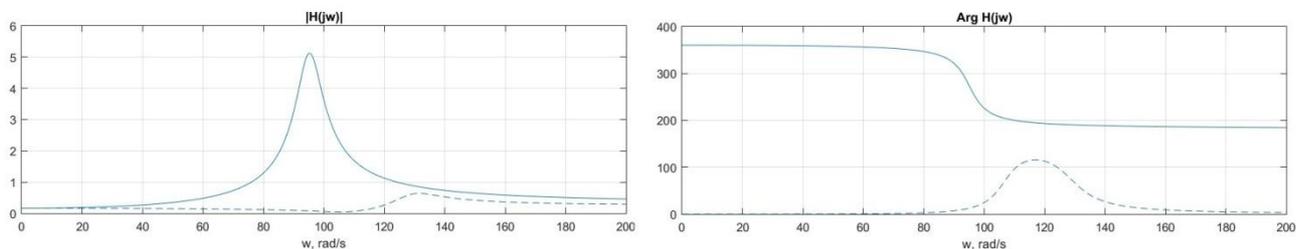


Рис. 3. АЧХ и ФЧХ обеих систем

Как видно из частотных характеристик, резонансная частота подаваемой волны составляет $\omega_r \approx 100 \frac{1}{c}$. Это воздействие является очень высокочастотным, и для судна в открытой воде вероятность встретиться с ним стремится к нулю. Обе системы до частоты внешней волны в 40 Гц практически не меняют значения амплитуды колебания угла (одинаково реагируют увеличением амплитуды угла на изменение амплитуды волны).

Далее проведено исследование зависимости амплитуды колебаний силы натяжения в тросе от частоты подаваемой волны при заданной амплитуде 0.5 метра для характерных величин периода волн. Увидеть эти зависимости можно на рисунке 4.

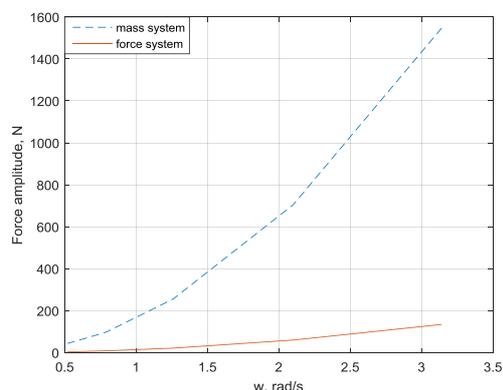


Рис. 4. Зависимость изменения амплитуды силы от частоты волны

По виду зависимости можно сделать вывод, что система с контргрузом (пунктирная линия на графике) сильнее реагирует на изменение входного сигнала, что связано с наличием инертного компонента в виде точечной массы на конце левого плеча. Система с пневмоцилиндром менее подвержена изменению силы при увеличении частоты.

Таким образом, результатом данной работы стало создание математической модели троса в воде под действием течения разного профиля, сравнение с данными, приведенными по датчику LTW-500 и данными, вытекающими из аналитической модели. Также по инженерным чертежам были предложены схемы математических моделей, описывающих датчик с системами регулировки натяжения и выбрана наилучшая из них.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Неделя науки СПбПУ: материалы конференции с международным участием. ИПММ. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2017. – 311с.

2. J. M. Haile. (1992). Molecular dynamics simulation. Wiley.
3. Л.Г. Лойцянский. Механика жидкости и газа. Изд. 6-е. – М.: Наука, 1987.
4. Д.Р. Меркин. Введение в механику гибкой нити: учебное пособие. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980.
5. Light Weight Taut Wire Mk 15B Volume 2 Operation Manual.

УДК 539.3

В.О. Штегман¹, А.Б. Фрейдин^{1,2}, А.В. Морозов^{2,3}

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

² Институт Проблем Машиноведения Российской Академии Наук

³ Technical University of Berlin

АНАЛИЗ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ ДВУХФАЗНОГО КРУГОВОГО СТЕРЖНЯ, КАК ЭЛЕМЕНТА ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ КРЕМНИЕВОГО АНОДА

Актуальность. Литий-ионные батареи широко применяются в различных устройствах. Ключевыми характеристиками батареи являются удельная емкость и долговечность. Анод на основе кремния имеет удельную емкость примерно в 10 раз больше, чем традиционные углеродные аноды [1]. Однако, в процессе двухфазной литизации [2, 3] кремний подвергается большой деформации превращения (270~330%), которая вызывает большие механические напряжения, которые могут блокировать процесс литизации и приводить к разрушению [4]. В работе Baggetto и др. [5] предложено использовать для поглощения энергии деформации превращения деформации структурных элементов анода, имеющего периодическую структуру (рис. 1). В связи с этим в данной работе исследуется задача потери устойчивости и определяется момент потери устойчивости кругового стержня, как элемента периодической структуры. Несмотря на то, что кремний является вязкоупругим материалом [4], рассматривается упрощенная линейно-упругая постановка – для определения достоверности используемых аналитических и численных методов с последующим применением для более сложных геометрических конфигураций.

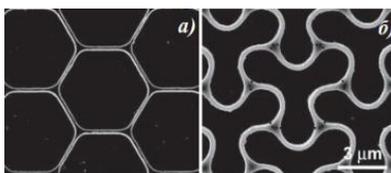


Рис. 1. Периодическая сотовая структура анода: а) до литизации б) после литизации [5]

Цели и задачи работы. Численное и аналитическое исследование потери устойчивости двухфазного кругового стержня с движущейся межфазной границей.

Методы исследования. Методы теории упругости и метод конечных элементов.

Решение поставленной задачи. С учетом симметрии задачи, рассматривается составной цилиндр, состоящий из двух материалов, с шарнирным закреплением на обоих торцах. Круговая цилиндрическая сердцевина состоит из исходного материала. Внешняя часть стержня образована превращенным материалом. Круговая цилиндрическая граница в процессе превращения движется от поверхности цилиндра к его оси. Модель стержня с составным сечением представлена на рис. 2. Критическая сила по Эйлеру [6] имеет вид:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{(kl)^2}, \quad (1)$$

где E – модуль Юнга, l – длина стержня, I – момент инерции сечения стержня, k – параметр, характеризующий граничные условия, для рассматриваемого случая $k = 1$.

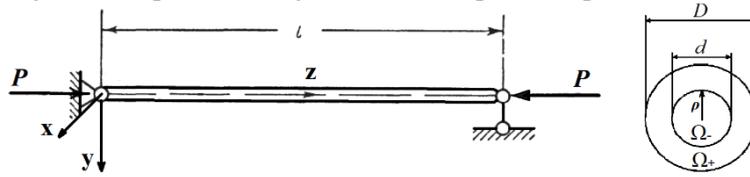


Рис. 2. Рассматриваемая модель двухфазного стержня

Изгибная жесткость двухфазного стержня EI должна отражать двухфазную структуру сечения. Для составного стержня можно найти эффективное выражение:

$$(EI)_{эфф} = \int_{\Omega_-} E_- y^2 dA + \int_{\Omega_+} E_+ y^2 dA = E_- \frac{\pi d^4}{64} + E_+ \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}, \quad (2)$$

где E_- и E_+ являются константами для каждого из материалов, d – диаметр внутреннего цилиндра, Ω_- – площадь внутреннего круга, Ω_+ – площадь внешнего кольца, D – внешний диаметр стержня. Используя выражения для эффективной изгибной жесткости, $(EI)_{эфф}$, для стержня с круглым составным сечением, воспользовавшись значениями, приведенными в таблице 1, по формуле (1) можно рассчитать значение критической силы по Эйлеру.

Численная постановка реализована с помощью модуля Linear Buckling в программном пакете конечно-элементного моделирования COMSOL Multiphysics. Задача решалась в трехмерной постановке. Граничные условия – на левом торце стержня $u_z = 0$, на правом – подвижный шарнир.

Табл. 1. Параметры материала и геометрические размеры для нахождения критической силы и реакции опоры

E_+ [ГПа]	E_- [ГПа]	$\nu_- = \nu_+$	ϵ^{tr}	R [м]	l/D
80	40	0.3	0.1	0.5	10

Для определения силы реакции опоры рассмотрим задачу с деформацией превращения внешнего стержня:

$$\epsilon_+^{tr} = \epsilon^{tr} = \frac{1}{3} \epsilon^{tr} I. \quad (3)$$

Определяющие соотношения для изотропного упругого материала имеют вид:

$$\sigma_- = C_- : \epsilon_-, \quad \sigma_+ = C_+ : (\epsilon_+ - \epsilon^{tr}), \quad C_{\pm} = \lambda_{\pm} I \otimes I + 2\mu_{\pm} I, \quad (4)$$

где λ_{\pm} и μ_{\pm} – параметры Ламе.

Для нахождения деформаций и напряжений на фронте реакции рассмотрим уравнение равновесия, которое, с учетом осевой симметрии в цилиндрической системе координат, имеет вид:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_{\varphi}}{r} = 0, \quad \frac{d\sigma_z}{dz} = 0. \quad (5)$$

Общий вид решения для перемещений имеет вид:

$$u_{\pm}(r) = C_{1\pm} r + \frac{C_{2\pm}}{r}. \quad (6)$$

Для двухфазного цилиндра ставятся граничные условия:

$$u_{r-}(0) = 0, \quad \sigma_{r+}(R) = 0, \quad u_{r+}(\rho) = u_{r-}(\rho), \quad \sigma_{r+}(\rho) = \sigma_{r-}(\rho), \quad (7)$$

где ρ – положение межфазной границы.

Константы $C_{1-}, C_{1+}, C_{2-}, C_{2+}$ могут быть найдены единственным образом из граничных условий:

$$C_{2-} = 0, \quad C_{1-} = C_{1+} + \frac{C_{2+}}{\rho^2}, \quad C_{1+} = \frac{(\frac{\mu_+ C_{2+}}{R^2} + \varepsilon^{tr}(\lambda_+ + \frac{2\mu_+}{3}))}{2(\lambda_+ + \mu_+)}, \quad (8)$$

$$C_{2+} = \frac{\rho^2 R^2 \varepsilon^{tr} (3\lambda_+ + 2\mu_+) (\lambda_- + \mu_-)}{3\mu_+ (\lambda_+ + \mu_+) (\rho^2 - R^2) - (\lambda_- + \mu_-) (3\rho^2 \mu_+ + 6R^2 (\lambda_+ + \mu_+))}.$$

Реакция опоры R_z находится по формуле:

$$R_z = \Omega_- \sigma_{z-} + \Omega_+ \sigma_{z+}. \quad (9)$$

При численной реализации объемная деформация реакции химического превращения моделировалась с помощью температурной аналогии. Граничные условия на обоих торцах стержня $u_z = 0$.

На рисунке 3 представлены зависимости критических сил и реакций опоры от относительного положения фронта реакции ρ/R . Где $F_{кр4}, F_{кр4_мкэ}, F_{кр6}, F_{кр6_мкэ}, F_{кр10}, F_{кр10_мкэ}$ – значения критических сил для стержней разной относительной длины $l/D = 4, 6, 10$, полученные из аналитического и численного решения соответственно, а R_z и $R_{z_мкэ}$ – значения сил реакции в опоре, полученные из аналитического и численного решения задачи упругости, соответственно.

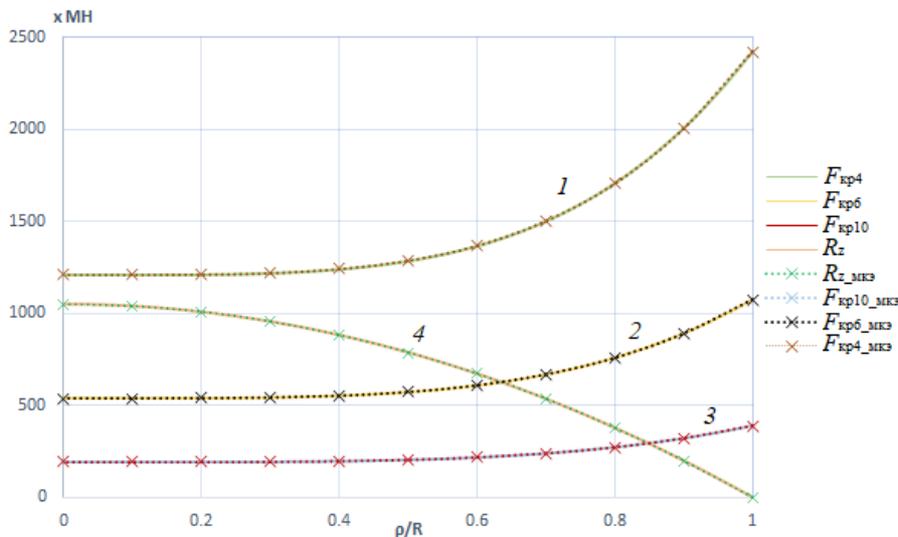


Рис. 3. Зависимость критической силы и реакция опоры от относительного положения межфазной границы

Вывод. Из рисунка 3 видно, что для некоторых относительных длин стержня l/D при любой степени превращения стержня (любое положение фронта реакции) значение критической силы выше, чем сила, возникающая в опоре (кривая 1). Это значит, что потеря устойчивости для такой конфигурации происходить не будет. Пересечение кривых 2 и 3 с кривой 4 означает потерю устойчивости составной периодической структуры стержня, при относительном положении межфазной границы $\rho/R = 0.63, 0.84$, соответственно. Численно полученные решения с достаточной степенью точности совпадают с аналитическими результатами. Проведенная верификация численных процедур подтверждает возможность их использовать при решении задач с более сложной геометрической конфигурацией. Кроме того, варьируя параметры задачи, можно влиять на момент потери устойчивости стержня в процессе литизации. Выбор этих параметров является задачей оптимизации и требует дальнейшего исследования.

ЛИТЕРАТУРА:

1. F. Ozanam et al. Mat. Science and Engineering B 2016.
2. M.T. McDowell, et al. Nano Lett. 2013, 13, 758–764.
3. H. Wu et al. Nano Today 2012 7, 414—429.
4. M. Poluektov, A.B. Freidin, Łukasz Figiel. Int. Journal of Engineering Science 128, 2018, 44–62.
5. L. Baggetto et al., Adv. Mater. 2011, 23, 1563–1566.
6. Кошелев А.И., Нарбут М.А., Механика деформируемого твердого тела, 2002.

УДК 69.04

Ибрахим Анас
Санкт-Петербургский государственный университет

ABOUT THE DEVELOPMENT OF SOFTWARE COMPLEX FOR MODELING AND ANALYZING STRUCTURES AND BUILDINGS

Introduction. The report describes the features and the main stages of the development of software complex for modeling , analyzing and designing structures and buildings.

Currently, there are many programs for modeling and analyzing structures. These programs are not free and their prices is relatively high. In addition, they are designed to work in accordance with the standards and codes of the countries of its developers, and it is difficult to adapt these programs to work in accordance with the standards and codes of other countries. Therefore, it is important to develop programs that can make (modeling ,analyzing and designing) adapted to Russian standards, which will reduce the costs and effort.

AMS2D program

This program is designed to calculate structures in a two-dimensional setting [1,2] .

- Seismic analysis in accordance with the static method adopted in the American code "UBC79" to design and implement buildings and structures to resist earthquakes.
- Design shear wall in accordance with the method of Ultimate status with the adoption of hidden columns at both ends of each reinforced wall .
- A method of analyzing columns, exclusively at central pressure “Axial force”. Design of columns in accordance with the method of Ultimate status,
- Analyzing of beams according to the method of three moments. Design of Beams in accordance with the method of Ultimate status.

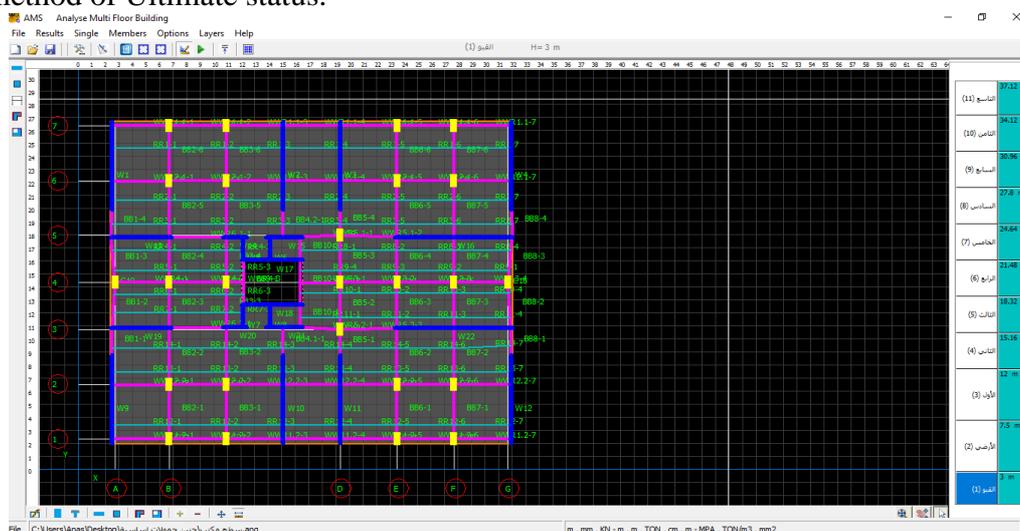


Fig. 1. AMS2D program interface

AMS2D program features:

- + It is simple in modeling and working with structural elements;
- + Making a full analyze of the structure with all its elements at once;
- + The program provides the ability to import the geometry of columns, walls, plates, holes in the plates from program AutoCAD, which facilitates the modeling of vertical and horizontal elements;
- + The ability to Export the results of designing elements to AutoCAD file;
- + The ability to track the progress of the solution at all stages and export the results to Excel.

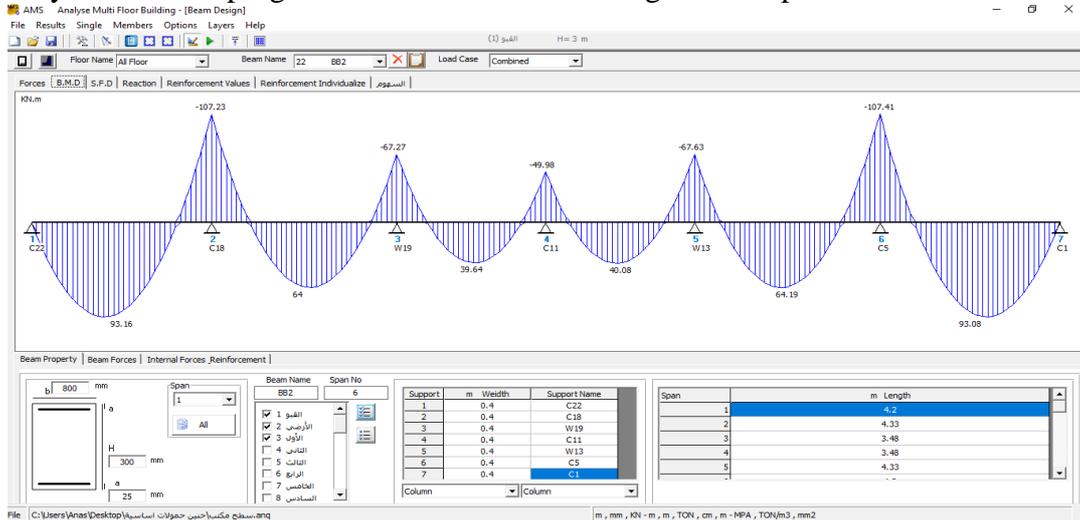


Fig. 2. Bending moment diagram along the length of a multi-span beam

AMS3D program:

This program is designed for three-dimensional analysis of complex structures. It is based on the finite element method (FEM) [3].

In addition to the properties of the previous program, AMS3D can:

- + make three-dimensional analysis of buildings in accordance with the (FEM).
- + make dynamic and static analysis to resist of lateral force .

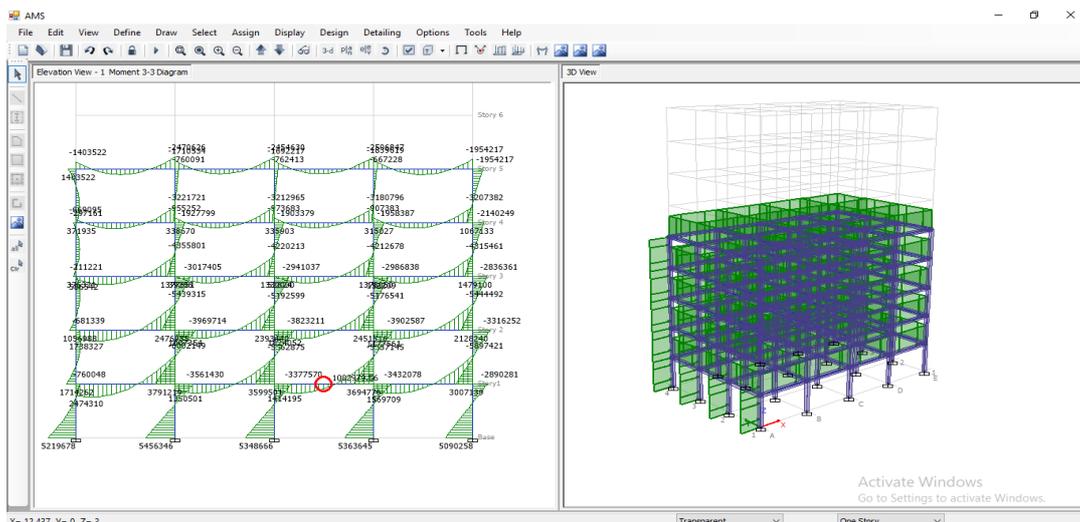


Fig. 3. An example of the results of the “Bending moments” calculation using FEM

+ **Analysis of various types of concrete sections [4,5,6,7,8]:** This includes

- Stress – strain curves for concrete .
- Stress – strain curves for steel .

- Moment-curvature diagram .
- Moment – Rotation diagram of a given specific length of the plastic hinge (see the example in Fig. 4)
- P-M-M (Power-Moment-Moment) interaction curve and draw it in two-dimensional and three-dimensional form .

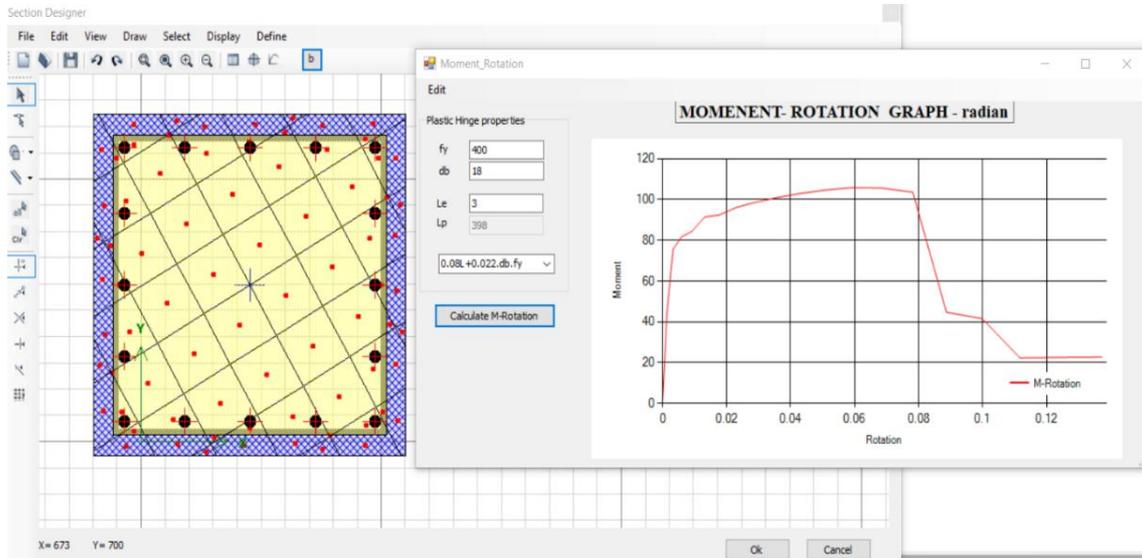


Fig. 4. Moment – Rotation diagram of a given specific length of the plastic hinge

Conclusion:

- We have made the basic block of a three-dimensional analysis software based on the finite element method (FEM).
- The software can be adjusted and developed in accordance with the Russian standards in terms of making static and dynamic analyzing and designing of metal and concrete structures , and making drawings for structural details compatible with the work requirements in Russia.

REFERENCES:

1. Американский код Uniform Building Code (UBC) 97 - серия 1997
2. Earthquake Resistant Design According To 1997 UBC
3. Finite-element-procedure- Klaus Bathe mechanical engineering Massachusetts Institute of Technology 1996.
4. TECHNICAL NOTE MATERIAL STRESS -STRAIN CURVES General User Stress-Strain Curves Rebar Parametric Stress-Strain Curves,” pp. 1–18, 2008.
5. THEORETICAL STRESS-STRAIN MODEL FOR CONFINED CONCRETE By, vol. 114, no. 8, pp. 1804–1826, 1989.
6. Concrete Frame Design Manual Concrete Frame Design Manual ACI 318-14,” 2017.
7. ACI, Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and Commentary (ACI 318R-14). 2014.
8. Section Designer Manual ETABS ® Three Dimensional Analysis and Design.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО ПРОГИБА СТУПЕНЧАТОГО СТЕРЖНЯ,
ИМЕЮЩЕГО НАЧАЛЬНУЮ КРИВИЗНУ, ПРИ УДАРЕ О ЖЕСТКУЮ ПРЕГРАДУ

Задачи расчета на устойчивость и динамический прогиб при поперечных колебаниях в работах [1 - 6] реализовывались в основном для идеальных стержней с прямолинейной осью при отсутствии каких-либо посторонних внешних воздействий. Однако в реальной ситуации помимо учета действующей продольной нагрузки, очень часто необходимо учитывать различные дополнительные факторы, например начальную кривизну. В этом случае решение поставленной задачи усложняется, однако не учет внешних дополнительных факторов из-за неточности расчетов часто будет приводить к преждевременному износу конструкции в процессе эксплуатации, выходу из строя оборудования, а иногда и к аварийной ситуации. Особую важность представляет учет динамического характера продольного нагружения стержня, что приводит к дальнейшему усложнению поставленной задачи, как это было справедливо отмечено в работах [2 - 6]. Необходимо отметить, что если рассматривать продольный удар ступенчатого стержня, имеющего несколько однородных участков различной длины и площади сечений, то решение задачи известными методами [2 - 6] может оказаться невозможным из-за хаотичности интерференционной картины продольных волн при их переходе через границы участков [8].

Ниже приводится модель расчета прогиба ступенчатого стержня, состоящего из двух однородных участков, один из которых имеет начальную кривизну, при продольном ударе об абсолютно жесткую преграду (рис. 1). Разработанная математическая модель расчета позволяет учесть силы инерции, действующие на колеблющийся стержень и, вызванные кратковременностью действия ударной силы. Методом начальных параметров рассчитываются максимальное поперечное смещение и скорость сечений стержня, сжатого постоянной продольной силой [7]. Далее с применением волновой модели продольного удара [8] вычисляются продольные силы, возникающие в однородных участках стержня, и рассчитывается время их действия. После прекращения действия продольных сил участки стержня представляют из себя колебательную систему, выведенную из положения равновесия и совершающую затухающие поперечные колебания, имея вначале процесса приобретенную скорость и начальное смещение поперечных сечений.

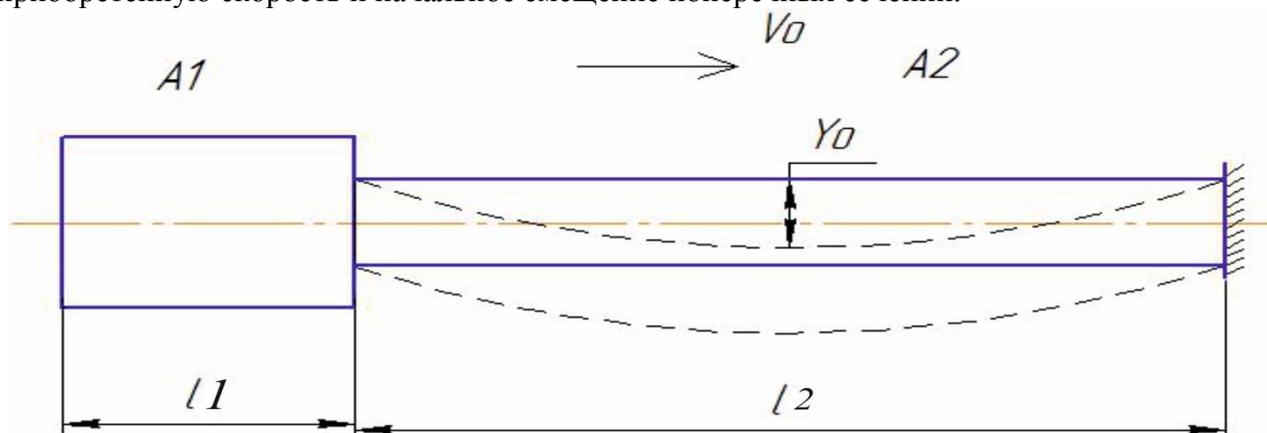


Рис. 1. Схема удара ступенчатого стержня о жесткую преграду

Возникающие продольные силы в ступенчатом стержне массы m и длинами участков l_1 и l_2 соответственно при продольном ударе со скоростью V_0 об абсолютно жесткую преграду,

носят кратковременный характер. После прекращения их действия, как уже отмечалось выше, участки стержня начинают совершать затухающие поперечные колебания. Для определения максимальной амплитуды поперечных колебаний, которая будет иметь место вначале колебательного процесса (рис.), используется дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня постоянного поперечного сечения, несущего равномерно распределенную массу [7]:

$$\frac{d^4 y}{d\xi^4} + v^2 \frac{d^2 y}{d\xi^2} - u^4 y = 0, \quad (1)$$

где y - прогиб оси стержня;

$\xi = x/l$ относительная координата;

$$v^2 = \frac{Nl^2}{EI}; \quad u^4 = \frac{m\omega^2 l^4}{EI};$$

N – продольная сила (положительная, если стержень сжат);

l – длина стержня или его однородного участка;

EI – жесткость стержня при изгибе;

m – интенсивность массы;

ω - частота свободных колебаний.

В данной задаче уравнение (1) используется применительно к каждому из однородных участков в отдельности, площадь поперечных сечений которых A_1 и A_2 соответственно (рис.). Один из участков имеет начальную кривизну y_0 (рис.).

Общий интеграл уравнения (1) при отсутствии кратных корней можно записать в виде ряда

$$y = \sum_{j=1,2} (A_j \operatorname{sh} \lambda_j \xi + B_j \operatorname{ch} \lambda_j \xi), \quad (2)$$

где A_j, B_j – постоянные интегрирования; λ_j - корни характеристического уравнения (2).

Выражение (2) для прогибов однородных участков ступенчатого стержня дает возможность составить формулы усилий и углов поворота их сечений, если воспользоваться дифференциальными зависимостями [7]

$$\varphi = \frac{dy}{dx}; \quad M = -EI \frac{d^2 y}{dx^2}; \quad Q^N = -EI \frac{d^3 y}{dx^3}. \quad (3)$$

Здесь φ, M - амплитуды угла поворота и изгибающего момента в сечении;

Q^N – амплитуда поперечной силы, перпендикулярной к изогнутой оси стержня [7].

При горизонтальном ударе ступенчатого стержня о жесткую преграду с учетом начальной кривизны одного из его однородных участков, используя метод начальных параметров, выражение для максимального прогиба, запишется в виде

$$y_{\max} = \tilde{\varphi}_0 F_{\xi}^{IV} - \tilde{M}_0 F_{\xi}^{III} \quad (4)$$

Здесь $\tilde{\varphi}_0$ – относительный угол поворота ударного сечения, связанный с начальной кривизной участка, \tilde{M}_0 – начальный изгибающий момент в ударном сечении, $F_{\xi}^{IV}, F_{\xi}^{III}$ – коэффициенты, определяемые в [7, 9].

Для определения продольной силы N используется волновая модель продольного удара стержня о жесткую преграду [8]. Для каждого i -го однородного участка стержня методом Даламбера [8] решается волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 u_i(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u_i(x,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (5)$$

где $u_i(x, t)$ - продольное перемещение поперечного сечения i -го однородного участка, x – координата сечения, t – время, a – скорость распространения продольной волны деформации. Задаются соответствующие начальные и граничные условия [8].

Следуя методике определения величины относительной продольной деформации в [8], находим ее максимальное по модулю значение в процессе удара рассматриваемого ступенчатого стержня (рис.): $\tilde{\varepsilon}(x, t) = -1$ при $t = 0,8 l/a$, где l – полная длина всего ступенчатого стержня. Таким образом, при известной величине продольной силы:

$$N = EA\tilde{\varepsilon} \frac{V_0}{a} \quad (6)$$

и продолжительности ее действия, можно, используя метод начальных параметров, рассчитать прогиб y сечения участка стержня и его скорость $y' = \frac{dy}{dt}$ в момент прекращения действия продольной силы N . Далее сечения, имея приобретенную поперечную скорость y' и двигаясь по инерции до некоторого максимального отклонения y^*_{\max} от положения равновесия ввиду действия упругих сил, начинают совершать свободные колебания. Расчет величины y^*_{\max} осуществляется по методике, изложенной в [9].

Таким образом, в представленной работе осуществляется совместное использование метода начальных параметров и волновой модели продольного удара для моделирования максимального прогиба ступенчатого стержня, имеющего начальную кривизну одного из участков, при ударе о жесткую преграду. Дальнейшее развитие данного подхода будет представлять немалый интерес для решения целого ряда прикладных задач.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Филиппов А. П. Колебания деформируемых систем / А. П. Филиппов // М.: Машиностроение. – 1970. - 734 с.
2. Морозов Н. Ф. Динамика стержня при кратковременном продольном ударе / Н. Ф. Морозов, П. Е. Товстик // Вестник С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2013. Вып. 3. С. 131-141.
3. Беляев А. К. Динамический подход к задаче Ишлинского-Лаврентьева / А. К. Беляев, Д. Н. Ильин, Н. Ф. Морозов // Изв. РАН. МТТ. 2013. № 5. С. 28-33.
4. Беляев А. К. О статической и динамической неустойчивости тонких стержней / А. К. Беляев, Н. Ф. Морозов, П. Е. Товстик // Тр. 7 Всерос. конф. «Механика деформируемого твердого тела» Ростов н/Д.: Изд. ЮФУ, 2013. С. 80-84.
5. Морозов Н. Ф. О динамической потере устойчивости стержня при продольной нагрузке, меньшей эйлеровой / Н. Ф. Морозов, П. Е. Товстик // Докл. АН. 2014. Т. 453. № 3. С. 282-285.
6. Морозов Н. Ф. Устойчивость стержня при длительном осевом сжатии / Н. Ф. Морозов, П. Е. Товстик, Т. П. Товстик // Проблемы прочности и пластичности. Межвузовский сборник. Нижний Новгород. 2015. № 77(1). С. 40-48.
7. Чудновский В. Г. Методы расчета колебаний стержневых систем / В. Г. Чудновский // Киев: Изд-во АН УССР. - 1952. - 403 с.
8. Битюрин А. А. Продольный удар неоднородного стержня о жесткую преграду / А. А. Битюрин, В. К. Манжосов // Ульяновск.-2009.-164 с.
9. Битюрин А. А. Моделирование амплитуды поперечных колебаний однородного стержня при ударе о жесткую преграду с учетом собственного веса / А. А. Битюрин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2018. – № 2. – С. 16-23.

ПОСТРОЕНИЕ МОМЕНТНОЙ ЗЁРЕННОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ УПРУГИХ СВОЙСТВ ГЕКСАГОНАЛЬНОГО НИТРИДА БОРА

Нитрид бора – двухкомпонентное соединение, состоящее из азота и бора. Нитрид бора с гексагональной решёткой (hBN) – перспективный материал для создания оптических микроскопов повышенного разрешения. Это уникальное соединение еще называют бывшим графитом. Поляритоны, образующиеся на поверхности кристалла, позволяют многократно понизить дифракционный предел и достичь разрешений порядка десятков и даже единиц нанометров. Гексагональный нитрид бора применяется для получения высокоогнеупорных материалов, армирующих волокон, как полупроводниковый материал, сухая смазка для подшипников, поглотитель нейтронов в ядерных реакторах.

Целью данной работы является создание модели, позволяющей корректно описать упругие свойства гексагонального нитрида бора.

При описании двумерных материалов внутренняя структура материала играет решающую роль на микро- и наномасштабном уровне. В то же время вычислительные методы механики дискретных сред (например, метод молекулярной динамики) не позволяют моделировать объемы материала, достаточные для решения практических задач. Поэтому необходимо построить модель, которая учитывает микроструктуру материала и корректно описывает его механические свойства; при этом структурным элементом модели должен являться некоторый ансамбль частиц («зерно»). Мы представили гексагональный нитрид бора в виде шестиугольной кристаллической решетки. Связи между атомами заменили на линейные пружинки. Структурный элемент («зерно») выбран таким образом, чтобы «зерна» образовывали двумерную кристаллическую решетку. Таким образом, была построена треугольная решетка (рис.1).

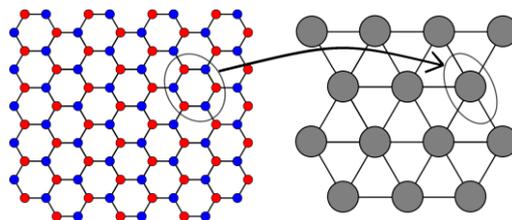


Рис.1 Замена зерен шестиугольной решетки на частицы в треугольной решетке

Для того, чтобы описать моментное и силовое взаимодействие между зернами было рассмотрено взаимодействие между отдельными атомами (см. рис.2).

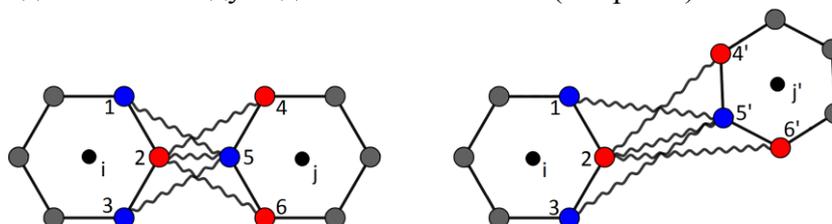


Рис.2 Взаимодействие двух элементарных ячеек

Введем жесткости связей между атомами: жесткость бор-бор (синие атомы) обозначим c_1 , жесткость азот-бор обозначим c_2 , жесткость азот-азот (красные атомы) обозначим c_3 .

Между атомами будет действовать сила упругости, которая выражается следующим образом:

$$F = c\Delta x$$

Будем пользоваться следующими предположениями:

$$\left| \frac{\Delta x}{a} \right| \ll 1, \left| \frac{\Delta y}{a} \right| \ll 1, |\Delta\varphi| \ll 1$$

Найдя силы взаимодействия между частицами и сложив их, получим:

$$\mathbf{F}_{ij} = \mathbf{F}_{25} + \mathbf{F}_{15} + \mathbf{F}_{35} + \mathbf{F}_{24} + \mathbf{F}_{26} = \Delta x \left(c_2 + \frac{3}{2}(c_1 + c_3) \right) \mathbf{e}_1 + \frac{(c_1 + c_3)(\Delta y - \varphi a) - c_3 \varphi a}{4a} \mathbf{e}_2$$

Тогда момент сил, действующих на систему примет вид:

$$\mathbf{M}_{ij} = \mathbf{r}_{12} \times (\mathbf{F}_{25} + \mathbf{F}_{24} + \mathbf{F}_{26}) + \mathbf{r}_{11} \times \mathbf{F}_{15} + \mathbf{r}_{13} \times \mathbf{F}_{35} = \frac{1}{4} a \left((2c_1 + c_3)(\Delta y - 2\varphi a) + 2c_1 \Delta y \right) \mathbf{e}_3$$

Для треугольной решетки были найдены продольная и поперечная жесткости:

$$C_a = \left. \frac{\mathbf{F}_{ij}}{\Delta x} \cdot \mathbf{e}_1 \right|_{\Delta y, \varphi=0} = c_2 + \frac{3}{2}(c_1 + c_3)$$

$$C_d = \left. \frac{\mathbf{F}_{ij}}{\Delta y} \cdot \mathbf{e}_2 \right|_{\Delta x, \varphi=0} = \frac{1}{4}(c_1 + c_3)$$

Затем были записаны компоненты тензора жесткости для двумерной треугольной решетки [1]:

$$C_{11} = \frac{\sqrt{3}}{4}(3C_a + C_d), C_{12} = \frac{\sqrt{3}}{4}(C_a - C_d), C_{44} = \frac{\sqrt{3}}{4}(C_a + C_d)$$

Из литературных источников были найдены упругие модули гексагонального нитрида бора (Табл. 1, Табл. 2), после чего были подобраны оптимальные значения упругих модулей с учетом всех параметров (Табл. 3).

Табл. 1. Компоненты тензора жесткости hBN.

C_{11} , ГПа	C_{12} , ГПа	C_{44} , ГПа	Источник
750	150	4	[2]
811	169	7.7	[3]

Табл. 2. Упругие модули hBN.

E, ГПа	ν	Источник
720	0.2	[2]
775	0.209	[4]

Табл. 3. Полученные упругие характеристики hBN в ходе оптимизации.

E, ГПа	K, ГПа	ν	$c_1 + c_3$, ГПа	c_2 , ГПа	C_{11} , ГПа	C_{12} , ГПа	C_{44} , ГПа
632	430	0.26	323	12	680	180	250

В ходе оптимизации мы минимизировали следующий функционал путем подбора значений в заданном интервале компонент тензора жесткости:

$$\Phi = \left(\frac{C_{11} - C_{11}^*}{C_{11}^*} \right)^2 + \left(\frac{C_{12} - C_{12}^*}{C_{12}^*} \right)^2,$$

где C_{11}^*, C_{12}^* – параметры оптимизации, подобранные на основе экспериментальных данных [2,3] в десятипроцентном коридоре.

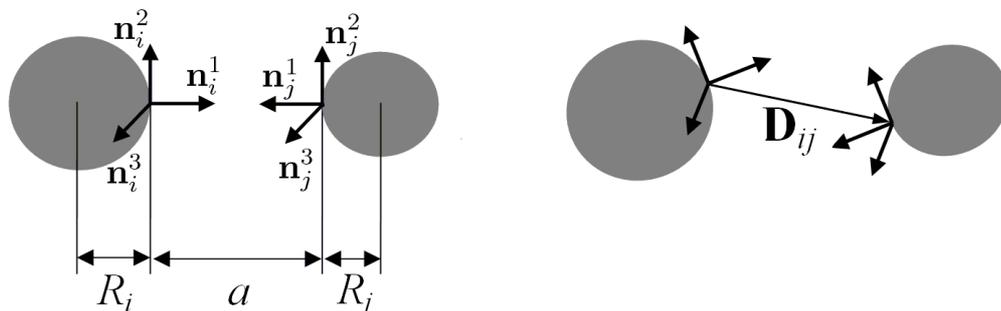


Рис.3 Две взаимодействующие частицы в недеформированном (слева) и деформированном состоянии (справа) [5]

Это позволило получить отклонение полученных упругих модулей от эксперимента в рамках 10% за исключением компоненты тензора жесткости C_{44} . Можно сделать вывод, что наша модель не совсем верно описывает взаимодействия в решетке нитрида бора, поскольку был совершен переход от сложной решетки к простой, в силу изотропии упругих свойств которой [1]: $C_{44} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12})$.

Рассмотрим другую модель, в которой взаимодействие между частицами в треугольной решетке будем описывать при помощи V-model [5].

В V-model потенциальная энергия связи является функцией взаимного расположения частиц \mathbf{D}_{ij} и векторов, жестко связанных с частицами $\mathbf{n}_{ik}, \mathbf{n}_{jm}$ (рис.3).

Так как мы решаем плоскую задачу, мы не будем учитывать слагаемые, связанные с изгибом и кручением. Тогда выражение для потенциальной энергии примет следующий вид:

$$U = \frac{B_1}{2}(D_{ij} - a)^2 + \frac{B_2}{2}(\mathbf{n}_{j1} - \mathbf{n}_{i1}) \cdot \mathbf{d}_{ij} \quad [6]$$

Выражения для силы и момента запишутся следующим образом:

$$\mathbf{F}_{ij} = \frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}_{ij}} = B_1(D_{ij} - a)\mathbf{d}_{ij} + \frac{B_2}{2D_{ij}}(\mathbf{n}_{j1} - \mathbf{n}_{i1}) \cdot (\mathbf{E} - \mathbf{d}_{ij}\mathbf{d}_{ij})$$

$$\mathbf{M}_{ij} = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial U}{\partial \mathbf{n}_{ik}} \times \mathbf{n}_{ik} = R_i \mathbf{n}_{i1} \times \mathbf{F}_{ij} - \frac{B_2}{2} \mathbf{d}_{ij} \times \mathbf{n}_{i1}$$

где коэффициенты выражаются следующим образом: $B_1 = C_a, B_2 = a^2 C_d$, а вектор взаимного расположения частиц имеет следующий вид: $\mathbf{D}_{ij} = \mathbf{r}_{ij} + R_j \mathbf{n}_{i1} - R_i \mathbf{n}_{j1}$.

Таким образом, в данной работе была построена зёрненная модель гексагонального нитрида бора, корректно описывающая упругие свойства при малых деформациях. Для верификации предложенной модели будут построены дисперсионные соотношения и будет проведен сравнительный анализ полученного решения с экспериментальными данными [7].

Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации No. МК-1820.2017.1.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Кривцов А.М. Упругие свойства одноатомных и двухатомных кристаллов. СПб.: Изд-во Политех. ун-та, 2009. 126 с.
2. <http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/BN/mechanic.html#Basic>

3. <http://www.esrf.eu/UsersAndScience/Publications/Highlights/2006/HRRS/HRRS8>
4. Городцов В.А., Лисовенко Д.С. К механике углеродных и других слоистых наночастиц. Инж. физика. – 2009. – №4. – С. 36-38.
5. Kuzkin V.A., Krivtsov A.M. Enhanced vector-based model for elastic bonds in solids. Letters on materials 7 (4), 2017, pp. 455-458
6. Berinskii I.E., Panchenko A.Y., Podolskaya E. A. Application of the pair torque interaction potential to simulate the elastic behavior of SLMoS2. Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering 24(4), 2016, pp. 45003
7. Van Truong Tran. Electronic and thermoelectric properties of graphene/boron nitride in-plane heterostructures. Materials Science [cond-mat.mtrl-sci]. Universit'e Paris-Saclay, 2015.

УДК 539.3

М.А. Фомичева¹, Е.Н. Вильчевская^{1,2}

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

²Институт проблем машиноведения РАН

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ ГРАНУЛИРОВАННЫХ СРЕД В РАМКАХ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ОПИСАНИЯ

Процесс дробления гранулированных сред широко используется в производстве в настоящее время. Несмотря на большое количество экспериментальных данных о характере течения сыпучих материалов в различных технологических устройствах, в настоящее время не существует законченной теории, описывающей измельчение частиц [1]. В статье [2] был предложен новый подход к описанию сред со структурными изменениями на основе пространственного описания микрополярных сред. Главной особенностью данной теории являются дополнительные балансовые соотношения для тензоров инерции.

Настоящая работа посвящена моделированию прохождения материала через дробильную установку. Из-за процесса дробления общее число гранул и тензор инерции каждой отдельной гранулы постоянно меняется. Тем не менее, поскольку распределение гранул в среде статистически однородно, тензор инерции макро-частицы является шаровым. Простейшая интерпретация данной задачи была рассмотрена в статье [3].

Рассмотрим вначале линейно – упругий слой гранулированного материала высоты H , находящийся на ленте конвейера, двигающейся с постоянной скоростью v_0 вдоль оси x . Перемещение материала в направлении оси y ограничено стенками. На участке $x \in [0..L]$ на верхней границе материала действует постоянное давление P_0 . Поведение материала определяется системой дифференциальных уравнений, состоящей из:

- уравнения равновесия

$$\nabla \cdot \sigma = 0 \quad (1)$$

- кинетического уравнения для тензора инерции:

$$\frac{\delta J}{\delta t} = \chi \quad (2)$$

где $\sigma = \mathbf{C} : \varepsilon$ тензор напряжений, \mathbf{C} - тензор упругости, J – момент инерции макро-частицы, χ – источниковый член, $\frac{\delta(\cdot)}{\delta t} = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla(\cdot)$ - материальная производная. Данная система уравнений дополняется следующими граничными и начальными условиями:

$$\sigma_z|_{z=h} = P_0, \quad \sigma_y = 0, \quad \varepsilon_x = 0, \quad J(0, z, t) = \frac{J_0(H-z)}{H}, \quad J(x, z, 0) = \frac{J_0(H-z)}{H} \quad (3)$$

Предполагается, что модуль объемного сжатия k и модуль сдвига μ материала зависят от момента инерции частиц, а именно: $k = k_* f_1\left(\frac{J}{J_*}\right)$, $\mu = \mu_* f_2\left(\frac{J}{J_*}\right)$ где J_* - минимальный момент инерции, который могут достигнуть частицы, k_* , μ_* - модули объемного сжатия и сдвига, соответствующие минимальному моменту инерции, $f_1\left(\frac{J}{J_*}\right)$, $f_2\left(\frac{J}{J_*}\right)$ - функции, определяющиеся из эксперимента.

Из условия равновесия (1) следует, что тензор напряжений имеет вид:

$$\sigma = \frac{P_0}{3k + \mu} \left((3k - 2\mu) \mathbf{e}_y \mathbf{e}_y + 2(3k + \mu) \mathbf{e}_z \mathbf{e}_z \right) \quad (4)$$

Предположим, что источниковый член, действующий на области $0 \leq y \leq L$ имеет вид:

$$\chi = -\alpha_0 \text{tr}(\sigma)(J - J_*) \quad (5)$$

где параметр α_0 характеризует твердость частиц. Тогда, в безразмерной форме уравнение (2) может быть записано как:

$$\frac{\partial \bar{J}}{\partial \tau} + \frac{\nu_0 J_*}{\alpha_0 P_0 L} \frac{\partial \bar{J}}{\partial \bar{x}} = \frac{9 \bar{P} k_*}{P_0 \left(3 + \frac{\mu}{k}\right)} (\bar{J} - 1), \quad \bar{J} = \frac{J}{J_*}, \quad \bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{P} = \frac{P_0}{k_*} \quad (6)$$

Стационарное решение уравнения (6) с начальным условием (3) представлено на рисунке 1. Распределение момента инерции по горизонтальному сечению имеет ярко выраженный нелинейный характер (Рис.1а). Изменение момента инерции по сечению тем значительнее, чем ниже расположено сечение. На рисунке 1б) представлен график распределения момента инерции в различных вертикальных сечениях. Синяя линия соответствует начальному распределению момента инерции при вхождении материала в дробильную установку. Чем дальше находятся гранулы под действием внешнего давления, тем меньше становится разница в распределении момента инерции по вертикальному сечению.

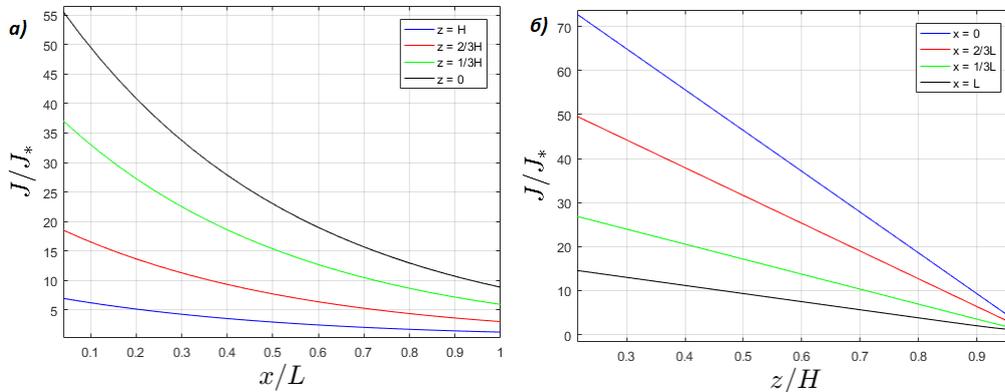


Рис. 1. Распределение момента инерции в
а) горизонтальных сечениях. б) вертикальных сечениях

Рассмотрим теперь несжимаемый линейно-вязкий материал, определяемый соотношением:

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{E} + \eta(\nabla\mathbf{v} + \mathbf{v}\nabla), \quad (7)$$

где η – коэффициент вязкости. В этом случае условие равновесия (1) заменяется на баланс количества движения:

$$\frac{\delta\mathbf{v}}{\delta t} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (8)$$

Источниковый член для данного материала будет определяться уравнением

$$\chi = -\alpha_0 P_0 (J - J_*), \quad (9)$$

Предположим, что в начальный момент времени все гранулы находились в состоянии покоя и имели одинаковый момент инерции:

$$\mathbf{v}(x, z, 0) = \mathbf{0}, \quad J(x, z, 0) = J_0 \quad (10)$$

В качестве граничных условий примем, что нижний ряд частиц движется со скоростью конвейера (условие прилипания), а верхний ряд проскальзывает:

$$\mathbf{v}(x, 0, t) = v_0 \mathbf{e}_x, \quad \mathbf{v}(x, H, t) = \beta v_0 \mathbf{e}_x, \quad (0 \leq \beta \leq 1) \quad (11)$$

Кроме того, учтем, что все частицы при попадании в дробильную установку имеют одинаковый момент инерции, т.е.

$$J(0, z, t) = J_0 \quad (12)$$

Будем искать решение для поля скоростей в виде $\mathbf{v} = v(z)\mathbf{e}_x$. Тогда в безразмерной форме система уравнений (8), (2) примет вид:

$$\frac{\partial \bar{J}}{\partial \tau} + \frac{v_0 J_*}{\alpha_0 P_0 L} \frac{\partial \bar{J}}{\partial \bar{x}} = -\frac{9\bar{P}k_*}{P_0 \left(3 + \frac{\mu}{k}\right)} (\bar{J} - 1) \quad (13)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial \tau} = \frac{\nu}{\alpha_0 P_0 H^2} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{z}^2}, \quad \bar{v} = \frac{v}{v_0}, \quad (14)$$

где ν – динамический коэффициент вязкости.

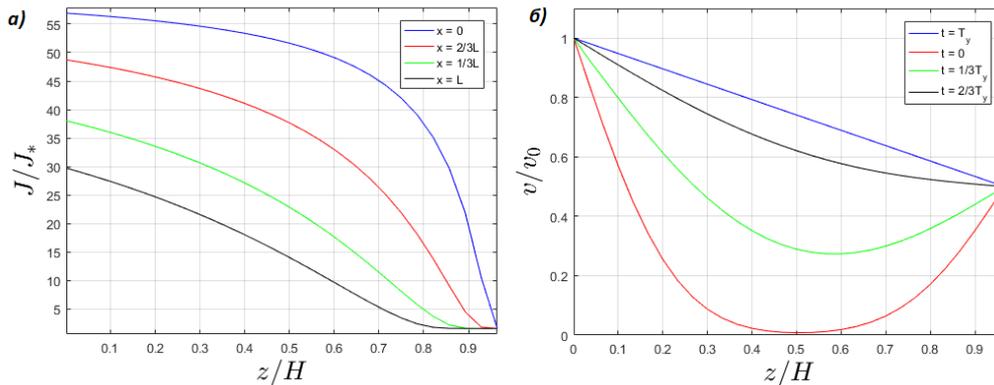


Рис. 2. а) Распределение момента инерции в различных горизонтальных сечениях; б) Распределение поля скоростей по вертикали в разные моменты времени при $x = \frac{1}{2} L$

Для численного решения системы уравнений (13), (14) с граничными и начальными условиями (10)-(12), был использован явный метод интегрирования. Результаты решения представлены на рисунке 2. Левый рисунок показывает распределение момента инерции по высоте для разных горизонтальных сечений при установившемся режиме скоростей. Правый рисунок описывает выход системы на стационарный режим, соответствующий линейному распределению скорости по вертикали.

Выполненное компьютерное моделирование процесса измельчения гранулированных сред в рамках пространственного описания показало, что при использовании нового подхода к описанию изменения момента инерции в дробильной установке можно получить полную картину его изменения. В зависимости от начальных и граничных условий, а также при выборе разных материалов, момент инерции может иметь как более простой линейный характер, так и более сложный нелинейный. Также было показано, что при использовании данной модели можно исследовать переход системы к стационарному режиму.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 16-01-00815-а

ЛИТЕРАТУРА:

1. В.Л. Колмогоров, Ю.Н. Логинов, Исследование процесса прессования гранулированных материалов, (1976).
2. Elena A. Ivanova, Elena N. Vilchevskaya. Micropolar continuum in spatial description. Continuum Mechanics and Thermodynamics, (2016).
3. W.H. Mueller, E. N. Vilchevskaya, W. Weiss. Micropolar theory with production of rotational inertia: A farewell to material description, (2017).

УДК 57.087.1

А.С. Серов, М.А. Дрепин

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

СИСТЕМА КОРРЕКЦИИ ПОХОДКИ ПУТЕМ АНАЛИЗА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗКИ НА СТОПЕ

Актуальность

Одной из самых распространенных видов ортопедических патологий является деформация стоп. Подробно изучить отклонение можно с помощью множества методов диагностики: визуальная оценка стопы, рентгенография, МРТ, плантография, подометрия и др. Большинство методов требуют специализированного врачебного вмешательства, некоторые требуют применения вредного для организма излучения, другие являются дорогостоящими. Поэтому мы поставили для себя цель создать устройство, с помощью которого можно будет диагностировать определенную патологию или вести контроль за уже выявленной проблемой самостоятельно. У многих людей в реабилитационный период после полученных травм или прошедших операций существует проблема правильной постановки стопы при ходьбе. Одни ставят сначала носок ноги, затем перекачиваются на пятку и продолжают ходьбу, другие косолапят (выделяют три вида косолапости: эквиноварусная, когда стопа больного повернута вниз и внутрь, варусная, при которой пятка повернута внутрь, и вальгусная, при которой пятка развернута наружу) [1-5]. В рамках нашего проекта мы планируем распознавать какой из видов косолапости присутствует у носителя и предлагать индивидуальные советы по исправлению в соответствии с недугом. Проблема правильной постановки стопы при ходьбе активно обсуждается по миру. И если отечественный рынок решает эту проблему лишь созданием ортопедических стелек индивидуальной формы и врачебным контролем, то зарубежный уже осуществляет переход

к более современным методам: получению и обработке параметров постановки стопы непосредственно во время ходьбы. Такой подход позволяет человеку вести контроль за правильностью распределения нагрузки без обращения к врачу.

Важно отметить, что разрабатываемая система коррекции походки решает конкретную задачу, поставленную Научно-исследовательским детским ортопедическим институтом имени Г.И. Турнера.

Методы исследования

Для обеспечения контроля за постановкой стопы используется стелька со встроенными датчиками давления, распределенными по стопе. Датчики считывают данные при сжатии и в реальном времени сигнализируют носителю различными сигналами (звук, вибрация, оповещения на телефон), если постановка стопы отличается от нормальной.

По своей сути разработанное устройство можно отнести к методам БОС (Биологическая обратная связь) терапии. Использование слухового, тактильного и визуального стимулов обосновано необходимостью развития навыков саморегуляции особенно в процессе реабилитации в послеоперационный период [6-7].

Цели и задачи работы

Своей главной целью в процессе работы мы видим создание простого в изготовлении и доступного модуля, встраиваемого в обувь (стельку), позволяющего избежать многочисленных дорогостоящих тестов и контроля врачей.

Этапы разработки:

- Выбор оптимальных компонентов;
- Сборка схемы (Arduino-micro Leonardo, Bluetooth hc-05, тензорезисторы, пьезоэлемент, аккумулятор, модуль заряда);
- Получение данных по Bluetooth на телефон;
- Нормализация данных с датчиков давления;
- Написание алгоритма, обрабатывающего данные;
- Моделирование и распечатка корпуса под электронные составляющие;
- Сборка устройства;
- Тестирование качества анализа;
- Оценка адекватности модели посредством тестирования в Научно-исследовательском детском ортопедическом институте имени Г.И. Турнера.

Результаты работы

На данный момент устройство состоит из модуля обработки и передачи данных и датчиков давления, распределенных по стельке.

Для созданной модели был реализован простейший алгоритм классификации отклонений от нормы, что позволяет контролировать правильный перекал стопы (сначала фиксируется пятка, затем носок), сигнализировать о нарушении и советовать носителю, что именно исправить в его походке. С помощью собранного прототипа были собраны данные о ходьбе, визуализацию которых вы можете увидеть на рисунке 1.

На графике изображена вертикальная составляющая реакции опоры на опорной ноге за один цикл шага. Первый максимум кривой соответствует переносу веса тела на опорную ногу (приземление на пятку), второй максимум отражает процесс отталкивания ноги от поверхности (толчок носком). Минимум кривой соответствует периоду соприкосновения всей стопы с поверхностью. Как можно заметить, оба максимума показывают вес тела выше ста процентов от веса тела. Это объясняется тем, что кроме сил гравитации на стопу действуют силы инерции и усилия мышц. Минимум реакции опоры стопы составляет всего лишь около шестидесяти процентов, это обуславливается появляющейся силой толчка другой ноги, которая направлена вверх и вычитается из веса тела.

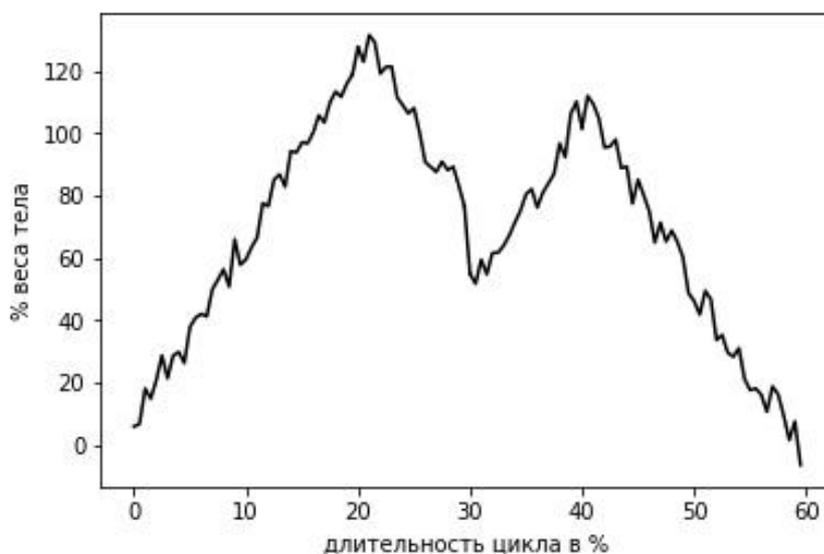


Рис. 1. Вертикальная составляющая реакции опоры

Краткие выводы по работе

Прототип не требовал малых размеров и компактности устройства, поэтому для удобства отладки было решено расположить модуль с электроникой отдельно от самой обуви. Однако при конструировании конечного продукта необходимо сделать устройство максимально удобным для носителя. Интеграция всех электронных составляющих непосредственно в стельку позволит свести размеры девайса к минимуму, что позволит без проблем использовать его как с обычной одеждой, так и со спортивным инвентарем. Анализ полученных данных показал, что для повышения точности фиксации правильного положения стопы устройством можно использовать технологию машинного обучения. Данная технология позволит максимально точно построить классификационно-аналитическую модель при наличии достаточного объема данных. Получение больших объемов данных для данной задачи не составляет большого труда, благодаря созданному устройству, которое способно строить картину распределения нагрузки со сколь угодно малым шагом по времени. Сенсоры давления имеют высокую чувствительность, что минимизирует ошибку. Однако стоит отметить, что для получения более полной картины распределения нагрузки следует тестировать устройство на разных возрастных и физиологических категориях.

Финансовая поддержка:

Распечатка модели и предоставление сенсоров давления осуществлялись Научно-образовательным центром "Биомеханика и медицинская инженерия" при содействии Ковалева Олега Олеговича.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Андрианов В. Л., Веселов Н.Г., Мирзоева И.И. Организация ортопедической и травматологической помощи детям. — Л.: Медицина, 1988. — 240 с.
2. Арсланов В.А. Контроль за состоянием развития свода стопы у школьников. // Двигательная активность и симпатoadреналовая система в онтогенезе: Межвуз. сборник научных трудов. - Казань., 1987., - С. 25-30
3. Бландинский В.Ф., Вавилов М.А., Романова Е.В. Допплерография нижних конечностей при косолапости// Тезисы первой

4. Болтрукевич СИ., Кочергин В. В., Игнатовский М.И., Макси-менко А.Д. Ранняя электронно-компьютерная диагностика патологии стоп у детей и биомеханические аспекты ортопедической коррекции// Журнал Гродненского гос. мед. университета.- 2005.- №4. -С.60-64
5. Ковалев Е.В., Рыжов П.В., Чернов А.П., Пирогова Н.В. Применение щадящих оперативных методик в лечении плоскостопной деформации стоп у детей// Тезисы первой международной конференции по хирургии стопы и голеностопного сустава в Москве.- М., 2006. - С.49
6. Basmajian, R., Bentzon, J.W. An electromyographic study of certain muscles of the leg and foot in the standing position // Surg. Gynecol. Obstet.-1954.-Vol.98.- P. 662-669.
7. Рукина Н.Н., Ежов М.Ю., Ежов Ю.И. Нагрузка на стопу при поперечном плоскостопии// Журнал Вестник Ивановской медицинской академии Т. 17, № 3, 2012

УДК 531/534

Л.Р. Ахметшин

Национальный исследовательский Томский государственный университет

АНАЛИЗ ЦИКЛИЧЕСКОГО ПРЕССОВАНИЯ РИФЛЕНИЕМ МЕТОДОМ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Введение

Методы интенсивной пластической деформации (ИПД) зарекомендовали себя, как перспективный подход для изменения внутренней структуры материалов и изменения их физико-механических свойств. Метод циклического прессования рифлением (ЦПР) хорошо проявил себя в измельчении микроструктуры образцов листового проката [1]. Легкие конструкционные материалы широко применяются в различных областях промышленности, таких как автомобильная, космическая и судопроизводственная.

Суть метода ЦПР подробно описаны авторами в работе [2]. Однако остается актуальным вопрос создания более точных прогностических физико-математических моделей, описывающих процесс обработки легких конструкционных материалов. При этом математическое моделирование является удобным теоретическим инструментом, позволяющим реализовать выявление основных механизмов и закономерностей.

Целью работы являлся анализ и выявление особенностей метода прессования рифлением с использованием численного моделирования.

Материалы и методы. В работе определено напряженно-деформированное состояние плоских заготовок из исследуемого сплава при обработке ЦПР проводили методами численного моделирования. В основу математической модели легли уравнения механики сплошных сред: равновесия, геометрических соотношений, определяющих соотношений, которые описывают упругопластическое поведение материала. Определяющее соотношение основано на билинейной аппроксимации экспериментальной кривой деформирования для исследуемого сплава. Билинейная аппроксимация заключается в замене нелинейной упругопластической задачи двумя линейными упругими задачами. Данный подход является частным случаем метода упругих решений А.А. Ильюшина. Для решения системы уравнений применяли метод конечных элементов в лагранжевом подходе для плоско-деформированного состояния.

Коэффициенты определяющего уравнения находили из результатов экспериментов по одноосному растяжению плоских образцов из магниевого сплава Mg8 при температурах 298 и 473 К и скорости деформации 0.001 1/с. Результаты представлены в таблице 1. При квазистатическом нагружении повышение температуры приводит к уменьшению сопротивления сплава и увеличению степеней предельных деформаций. Предполагается, что

оснастка пресс-формы на протяжении всего эксперимента ведет себя абсолютно упруго, в качестве материала выбрана закаленная сталь 40X.

Табл. 1. Коэффициенты определяющего уравнения для сплава Ма8 и для стали 40X

Материал	E (ГПа)	σ_0 (МПа)	G (ГПа)	k (МПа)	ν
Сплав Ма8	450	80	17	0	0,35
Сталь 40X	206	785	85	-	0,3

Результаты и обсуждение. Анализ обработки листового проката посредством прессования рифлением проводился для полуцикла метода, который заключается в одном прессовании рифлением и одном выпрямлении плоской заготовки толщиной 2 мм. За один полуцикл в образце пластические деформации локальны и неравномерны; это связано с тем, что пресс-форма имеет в себе зубья. Накопление эффективной пластической деформации происходит в области сдвига.

Численными расчетами были получены результаты для накопления эффективной пластической деформации при изменении вида классической пресс-формы, которая имеет зубья трапецевидной формы. В результате численного эксперимента были получены результаты по распределению эффективных пластических деформаций в образце (рис.1) при изменении кривизны углов у трапецевидных зубьев. Радиус скругления R варьировался от 0 мм до 2 мм, с шагом 0.5 мм. Анализируя модели на рисунке 1а – 1д, видно, что при различном R пресс-форма оставляет зазоры. Это связано с тем, что при подборе пресс-формы под толщину образца площадь контакта может увеличиваться.

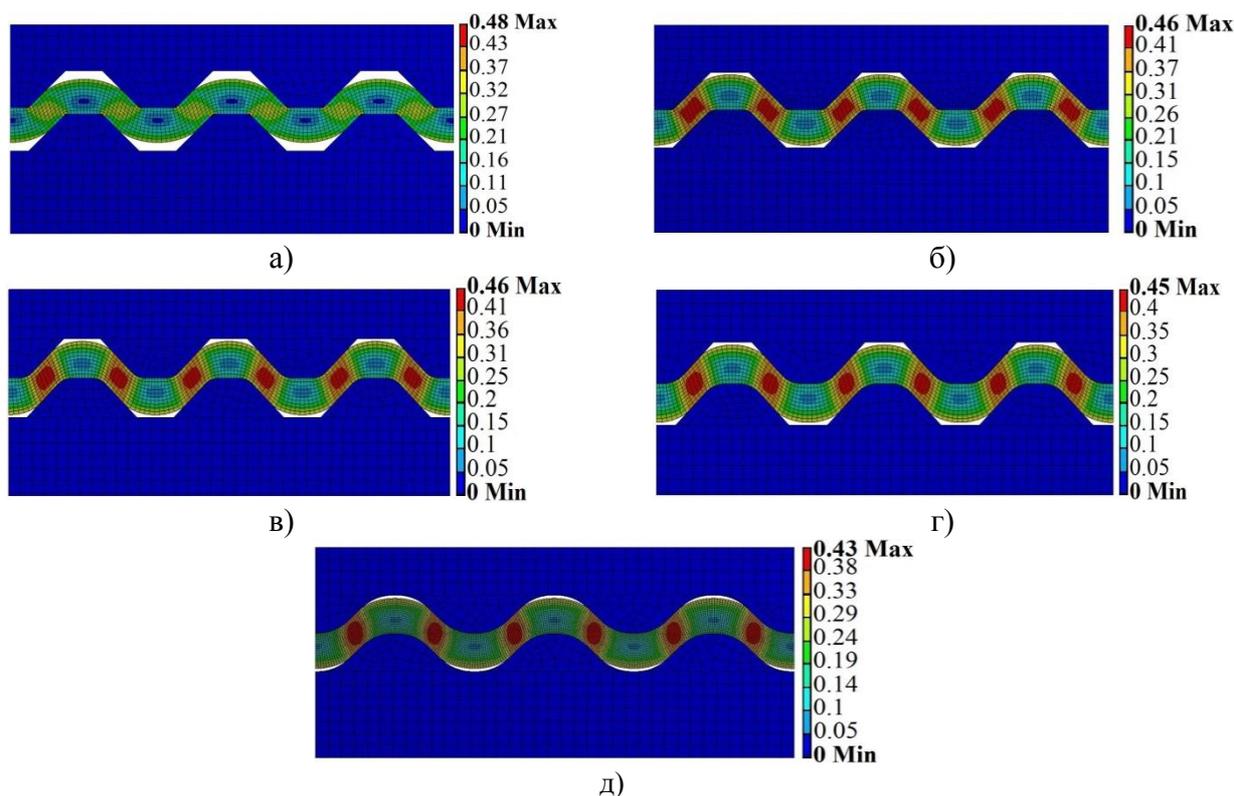


Рис. 1. Кумулятивная пластическая деформация (рифление) при изменении радиуса кривизны пресс-формы: а – 0 мм; б – 0,5 мм; в – 1 мм; г – 1,5 мм; д – 2 мм

С увеличением кривизны зубьев пресс-формы область деформированного состояния увеличивается, и по визуализации модели (рис. 1) показано, что идет плавный переход от области с максимальными к области с наименьшими деформациями. Численные расчеты

показывают, что наибольшее накопление пластических деформаций у моделей, показанных на рисунке 1б и 1в.

Результаты численного моделирования расходятся с аналитическим решением [3] в среднем на 20%. Этот эффект связан с излишней идеализацией теоретического расчета, а именно с допущениями об отсутствии трения и равенством нулю всех компонент тензора деформации кроме сдвиговых ϵ_{xy} . На самом деле в образце реализуется сложнапряженное состояние, которое вносит значительный вклад в накопление эффективной пластической деформации.

После цикла рифления следует цикл выпрямления. При выпрямлении образцов накопленная пластическая деформация суммируется в области сдвига, то есть за полуцикл ее величина в локальных зонах может увеличиться в 2 раза (рис. 2).

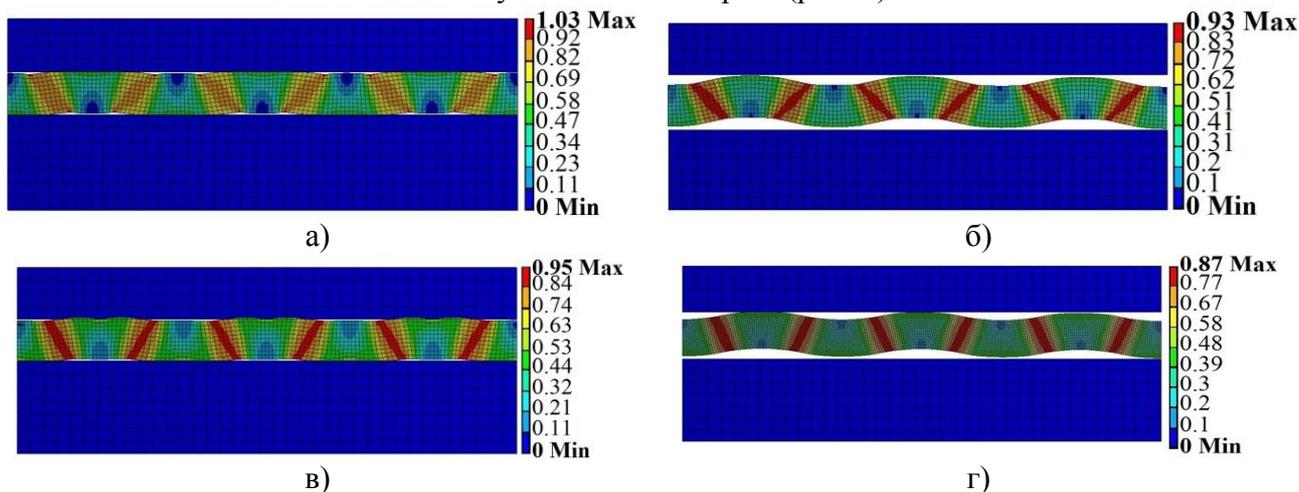


Рис. 2. Кумулятивная пластическая деформация (выпрямление) при изменении радиуса кривизны пресс-формы: а – 0.5 мм; б – 1 мм; в – 1.5 мм; г – 2 мм

Заключение. На основе результатов численного моделирования была проведена оценка напряженно-деформированного состояния плоских образцов при прессовании рифлением с изменением радиуса кривизны классической оснастки в билинейной постановке задачи, определены степени накопления пластической деформации при различных режимах прессования. На этапе численного расчета рифления модель оставляет зазоры, это можно связать с тем, что площадь контакта оснастки больше площади контакта пластины. Большие степени деформации являются причиной измельчения внутренней структуры материала, что приводит к изменению его физико-механических свойств. Увеличение числа циклов прессования ведет к пропорциональному увеличению степени кумулятивной пластической деформации.

Благодарность. Данное научное исследование выполнено при частичной поддержке Российского научного Фонда (грант № 16-19-10264).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Москвичев Е.Н., Скрипняк В.А., Лычагин Д.В., Козулин А.А. Формирование текстур сплава 1560 при интенсивной пластической деформации // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. - 2016. - Т. 21. - № 3. - С. 1180-1183.
2. Ахметшин Л.Р., Кушнарев А.Г., Москвичев Е.Н. Численное моделирование деформации образцов листового проката из магниевых сплавов при обработке методом прессования рифлением / В сборнике: Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики – 2017 Сер. "Физико-математическая" 2018. С. 74-81.
3. Amit Kumar Gupta, Tejveer Simha Maddukuri, Swadesh Kumar Singh Constrained groove pressing for sheet metal processing // Progress in Materials Science. 84, (2016). pp. 403–462.

ДВОЙНОЕ ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН В ГРАФЕНОВОЙ РЕШЁТКЕ

Структура современных материалов может быть описана с помощью различных моделей кристаллических решёток. В частности, это касается структуры т.н. «умных» и метаматериалов, обширные перспективы применения которых вызвали значительный интерес к аналитическому и численному описанию их структуры и возможным динамическим процессам, происходящим в них. Линейные модели широко распространены [1-5], в то время как нелинейные модели, являющиеся значительно более сложными, но более точными, не настолько развиты [6-8].

Целью данной работы является разработка и применение комбинированного дискретно-континуального [9] метода при анализе континуального предела дискретных уравнений. В частности, мы успешно использовали его для изучения нелинейных волновых процессов в нескольких двумерных решетках [10].

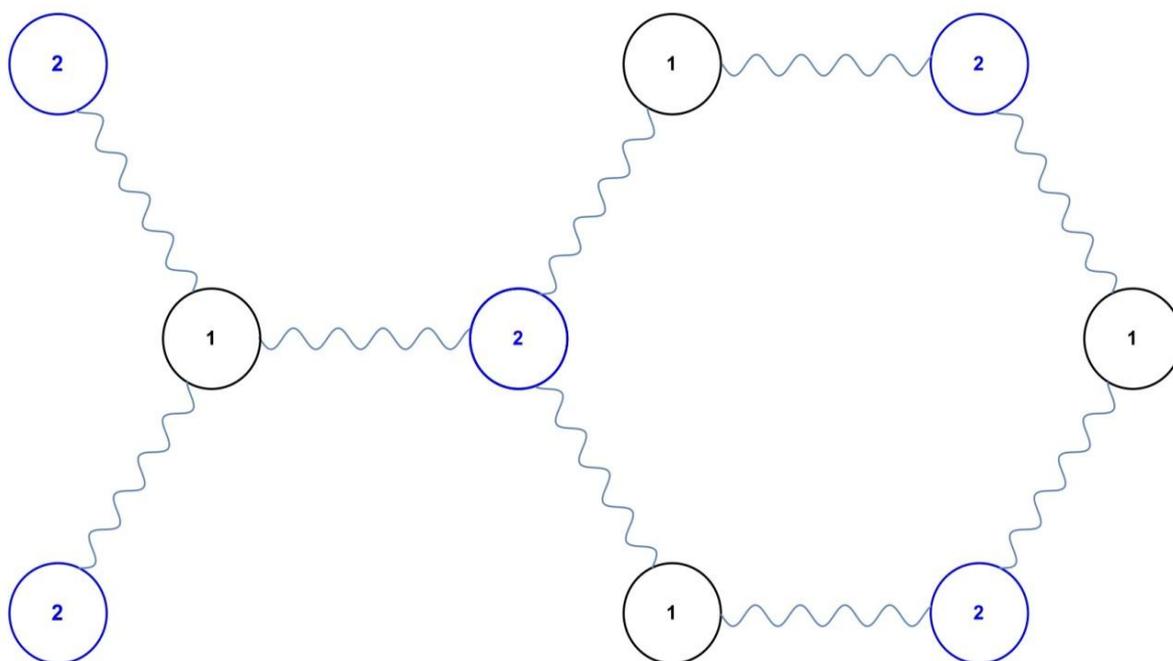


Рис. 1. Решетка графена с 2 типами частиц

Графеновая решетка разделяется на две подрешетки и учитываются как поступательные, так и угловые взаимодействия. Трансляционные перемещения первой подрешетки по горизонтали и вертикали соответственно обозначим u , v , а второй подрешетки – U , V . Это позволяет записать выражения для энергий для каждой подрешетки и получить дискретные уравнения движения с использованием вариационного принципа Гамильтона-Остроградского. Кинетическая энергия имеет вид:

$$K_1 = \frac{M}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + J l^2 (\dot{\varphi}^2 + \dot{\psi}^2)$$

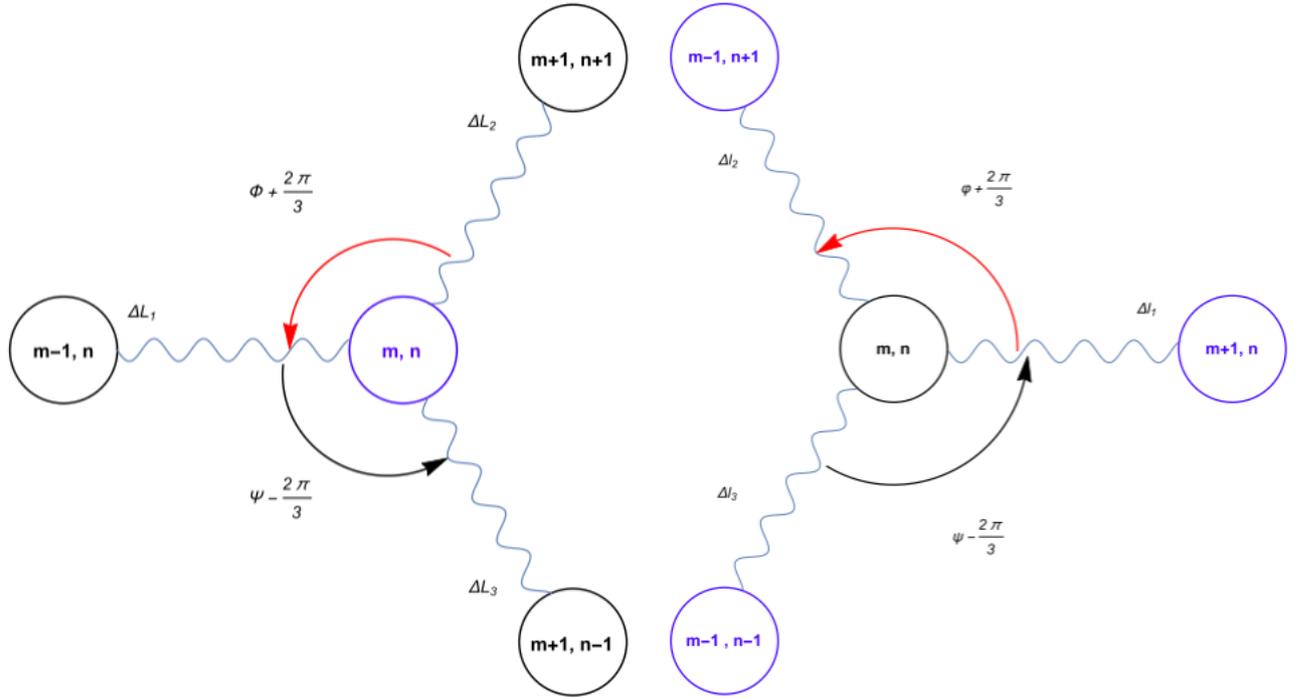


Рис. 2. Две подрешётки с направлением изменения углов

$$\Pi_1 = C_1 \sum_{i=0}^3 \Delta l_i^2 + C_2 l^2 (\varphi^2 + \psi^2) + Q \sum_{i=0}^3 \Delta l_i^3$$

Выражения для кинетической и потенциальной энергий второй подрешётки выводятся аналогично.

Далее, после получения дискретных уравнений для 2 подрешёток, мы рассматриваем только распространение плоских продольных волн, т.к. анализ двумерных уравнений слишком сложен. Тогда $v, V = 0$ После проведения процедуры континуализации, описанной в [9], для удобства используется замена переменных:

$$v = \frac{u + U}{2}$$

$$w = \frac{u - U}{2}$$

$$Mv_{tt} - \frac{3l^2}{2}(C_1 + C_2)v_{xx} + (C_1 - 3C_2)lw_x - 3Jlw_{xtt} - 30Qlww_x = 0$$

$$Mw_{tt} + \frac{3l^2}{2}(C_1 + C_2)w_{xx} + 6(C_1 + C_2)w - (C_1 - 3C_2)lv_x - 3Jlw_{xtt} - 18Qw^2 + 30Qlww_x = 0$$

Здесь v отвечает за макросмещения решётки, а w описывает относительное смещение подрешёток.

Уравнения могут быть асимптотически разделены. Для этого рассмотрим длинные и слабые нелинейные волны, и будем искать решение в виде:

$$w = w_0 + w_1 + \dots$$

где

$$w_0 = \frac{l(C_1 - 3C_2)}{6(C_1 + C_2)} v_x$$

$$w_1 = \frac{1}{6(C_1 + C_2)} \left((M + 6J)w_{0,tt} + \frac{3l^2}{2}(C_1 + C_2)w_{0,xx} + 3Jl_{v_{xtt}} + 18Qw_0^2 - 30Qlw_0v_x \right)$$

В результате данного исследования была разработана нелинейная модель для описания длинных нелинейных волн деформации в двумерной графеновой решётке. Модель основана на рассмотрении двух взаимодействующих подрешёток с учетом как поступательного, так и углового взаимодействий. Особое внимание уделено продольным плоским волнам. Получены нелинейные континуальные уравнения.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ostoja-Starzewski M. Lattice models in micromechanics. – *Appl. Mech. Rev.*, 55(1), 35–60, 2002
2. A. Askar. Lattice Dynamical Foundations of Continuum Theories. – World Scientific, Singapore, 1985
3. Andrianov I. V., Awrejcewicz J., Weichert D. Improved continuous models for discrete media. – *Mathematical Problems in Engineering (Open Access)*, 986242, 2010
4. Vasiliev A. A., Dmitriev S.V., Miroshnichenko A.E. – Multi-field continuum theory for medium with microscopic rotations. – *Intern. J. Solids Structures* 42, 2005, pp. 6245–6260.
5. A. Vasiliev, et al. Elastic properties of a two-dimensional model of crystals containing particles with rotational degrees of freedom. – *Phys. Rev. E*, 65: 094101, 2002
6. G.A. Maugin. *Nonlinear Waves in Elastic Crystals*. – Oxford University Press, UK, 1999
7. V.I. Erofejev, N.V. Klyueva. Solitons and nonlinear periodic strain waves in rods, plates, and shells (A review). – *Acoustical Physics* 48(6), 2002, pp. 643–655.
8. A.I. Manevich, L.I. Manevitch. *The Mechanics of Nonlinear Systems with Internal Resonances*. – Imperial College Press, London, 2005
9. Askes H. and Metrikine A. Higher-order continua derived from discrete media: continualisation aspects and boundary conditions. *Int. J. Solids Struct.*, 42, 2005, pp.187–202
10. A.V. Porubov, A.M. Krivtsov and A.E. Osokina. Two-dimensional waves in extended square lattice. *Int J Non-Linear Mech*, 99, 2018, pp. 281–287.

УДК 539.3:539.4

С.Д. Ляжков

Санкт-Петербургский политехнический университет имени Петра Великого

ПЕРЕХОД К ТЕПЛОВОМУ РАВНОВЕСИЮ В ГАРМОНИЧЕСКОЙ ГЦК РЕШЕТКЕ

Создание сверхчистых кристаллических материалов, абсолютно свободных от дефектов и примесей, уже является возможным с развитием нанотехнологий. Для практических приложений интерес представляют уникальные тепловые свойства сверхчистых материалов. Так, в подобных материалах реализуется недиффузионный способ распространения тепла [1]. Удобной моделью для исследования тепловых свойств сверхчистых материалов является гармонический кристалл – математическая модель, представляющая собой совокупность материальных точек, взаимодействующих посредством гармонических сил и совершающих гармонические колебания. Среди тепловых процессов, происходящих в гармонических кристаллах, интерес представляют нестационарные

процессы перехода к тепловому равновесию. Гармоническая модель кристалла используется для описания переходных тепловых процессов во многих работах.

В данной работе рассматривается переход к состоянию теплового равновесия в гранецентрированной кубической (ГЦК) решетке. В начальный момент времени частицы имеют нулевые перемещения и случайные начальные скорости; распределение температуры по пространственным направлениям однородно; кинетические температуры по направлениям "x", "y", "z" не равны. Целью исследования является моделирование поведения кинетической температуры в ГЦК решетке при переходе к тепловому равновесию.

Рассмотрим бесконечную кристаллическую ГЦК решетку, состоящую из одинаковых частиц массой m , соединенных линейными пружинками жесткостью c . Атомы лежат в центрах граней и вершинах кубов, плотно заполняющих пространство. Для идентификации частиц будем использовать их радиус-векторы в недеформированном состоянии. Рассмотрим частицу с радиус – вектором x . Для нумерации всех частиц, соседних с ней, будет использоваться индекс α . Векторы, соединяющие частицу с радиус - вектором x с соседней, обозначаются a_α . Векторы $n_\alpha = a_\alpha/|a_\alpha|$ в рассматриваемой решетке имеют следующий вид (1):

$$\begin{aligned} n_{\pm 1} &= \pm \frac{1}{\sqrt{2}}(e_x + e_y); & n_{\pm 4} &= \pm(n_3 - n_2); \\ n_{\pm 2} &= \pm \frac{1}{\sqrt{2}}(e_y + e_z); & n_{\pm 5} &= \pm(n_1 - n_3); \\ n_{\pm 3} &= \pm \frac{1}{\sqrt{2}}(e_x + e_z); & n_{\pm 6} &= \pm(n_1 - n_2), \end{aligned} \quad (1)$$

где e_x, e_y, e_z – орты декартового базиса, направленные вдоль осей кубической симметрии [2]. Для радиус – вектора x имеется следующее представление:

$$x = a(A_1 n_1 + A_2 n_2 + A_3 n_3), \quad (2)$$

где a – равновесное расстояние, A_1, A_2, A_3 – целые числа.

В работе [3] уравнение динамики решетки представлено в матричном виде:

$$m\ddot{u}(x) = \sum_{\alpha} C_{\alpha} u(x + a_{\alpha}), \quad C_{\alpha} = cn_{\alpha}n_{\alpha}, \quad (3)$$

где $u(x) = (u_x, u_y, u_z)^T$ – вектор - столбец, состоящий из компонент вектора перемещения частицы с радиус-вектором x . C_{α} – матрицы, коэффициенты которых определяют вклад частицы номер α в суммарную силу, действующую на рассматриваемую частицу. Из третьего закона Ньютона: $C_{\alpha} = C_{-\alpha}^T$.

Начальные условия к уравнению (3):

$$u(x) = 0; \quad \dot{u}(x) = v_0(x), \quad (4)$$

где $v_0(x)$ – вектор независимых случайных начальных скоростей частиц с нулевым математическим ожиданием.

Исследуем поведение кинетической температуры T в ГЦК решетке (5):

$$T = \frac{1}{3} \text{tr} T, \quad k_B T = m \langle \dot{u}(x) \dot{u}(x)^T \rangle, \quad (5)$$

где k_B – постоянная Больцмана, T – матричная температура.

Сделаем следующую подстановку в уравнение (3):

$$u(x) = A e^{i(\omega t + k \cdot x)}, \quad i^2 = -1, \quad (6)$$

где A – постоянный вектор, $\omega(k)$ – дисперсионное соотношение, величина, необходимая для описания тепловых процессов в кристаллах, k – волновой вектор, который представляется в следующем виде (7):

$$k = \frac{1}{a} (\theta_s \tilde{n}_1 + \theta_p \tilde{n}_2 + \theta_n \tilde{n}_3), \quad n_i \cdot \tilde{n}_j = \delta_{ij}, \quad (7)$$

где $\theta_s, \theta_p, \theta_n \in [0; 2\pi]$, δ_{ij} – символ Кронекера.

Подставив (6) в уравнение (3), получим однородную систему линейных уравнений относительно A :

$$(\Omega - \omega^2 E)A = 0, \quad \Omega = -\frac{1}{m} \sum_{\alpha} C_{\alpha} e^{ik \cdot a_{\alpha}}. \quad (8)$$

Система (8) имеет нетривиальное решение при равенстве нулю определителя матрицы Ω . Таким образом, задача сводится к нахождению собственных чисел и векторов Ω .

Формула кинетической температуры T имеет следующий вид [3]:

$$T = \frac{T_0}{2} \left(1 + \frac{1}{3(2\pi)^3} \sum_{j=1}^3 \iiint_0^{2\pi} \left(1 + \frac{\{P^* T dev T_0 P\}_{jj}}{T_0} \right) \cos(2\omega_j(\theta_s, \theta_p, \theta_n)t) d\theta_s d\theta_p d\theta_n \right), \quad (9)$$

где P – унитарная матрица из единичных собственных векторов Ω , T_0 – начальное значение матричной температуры.

Методом стационарной фазы [4] можно доказать, что величина $T - \frac{T_0}{2}$ стремится к нулю, как $1/t^{\frac{3}{2}}$. Таким образом, формула (9) показывает, что в ГЦК решетке при переходе к тепловому равновесию реализуется процесс выравнивания кинетической и потенциальной энергий.

На рисунке 1 представлен процесс колебаний кинетической температуры, связанный с выравниванием кинетической и потенциальной энергий в ГЦК решетке. Для проверки формулы (9) проводилось численное интегрирование уравнения (3) методом Верле с шагом $10^{-3} \tau_*$, $\tau_* = 2\pi\sqrt{m/c}$. При расчете кинетической температуры по формуле (9) использовался метод ячеек.

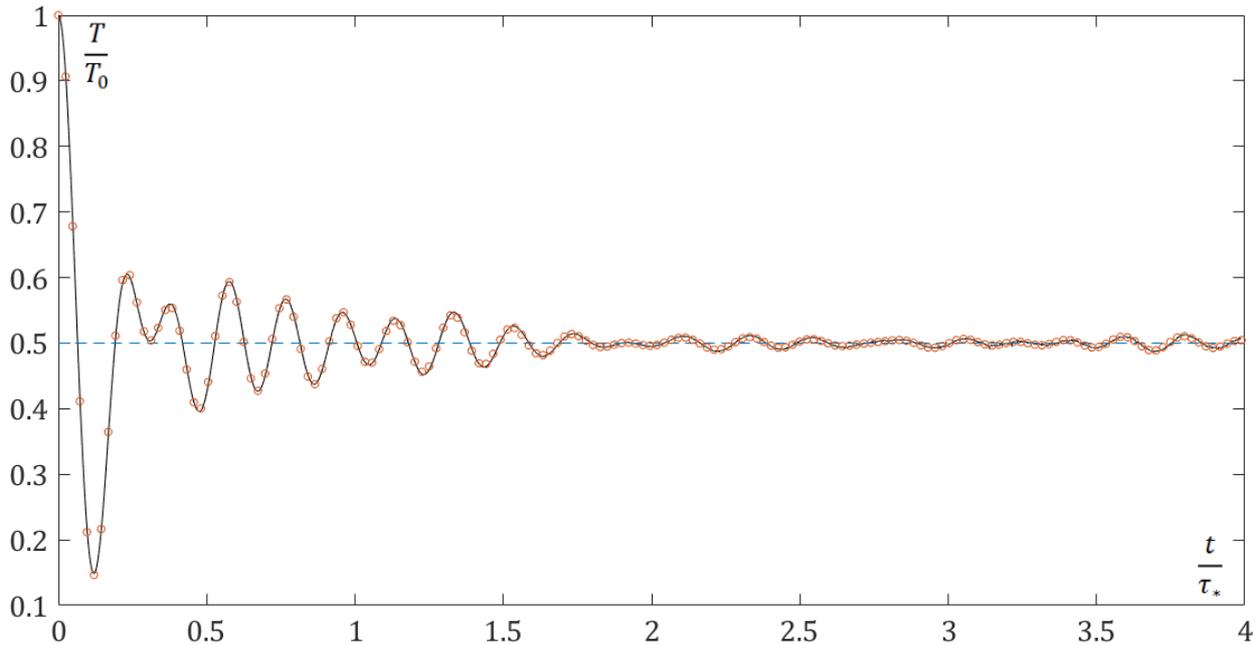


Рис.1. Колебания кинетической температуры, связанные с выравниванием кинетической и потенциальной энергий в ГЦК решетке. Линия – аналитическое решение (формула (9)), точки – численное решение уравнения динамики (3) методом Верле. Пунктирная линия – стационарное значение кинетической температуры ($T = \frac{T_0}{2}$)

Выводы. В настоящей работе рассмотрен переход к тепловому равновесию в гармонической ГЦК решетке. Рассмотрен случай, когда в начальный момент времени нет равного распределения кинетической энергии по пространственным направлениям. Результат на основе формулы (9) показал, что в ГЦК решетке реализуется процесс

выравнивания кинетической и потенциальной энергий. Аналитическое решение совпало с численным интегрированием уравнения динамики решетки.

ЛИТЕРАТУРА:

1. C.W. Chang. Breakdown of fourier's law in nanotube thermal conductors. Phys.Rev.Lett, Vol.101. – P.075903 (2008).
2. А.М.Кривцов. Упругие свойства одноатомных и двухатомных кристаллов. Учебное пособие, 115 с. (2008).
3. V.A. Kuzkin. Approach to thermal equilibrium in harmonic crystals with polyatomic lattice, 29 p. (2018).
4. M.V. Fedoryuk Russian Mathematical Surveys, 6(1), 65-115, (1971).

ОБНАРУЖЕНИЕ АТАК В СЕТЯХ VANET С ПРИМЕНЕНИЕМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

VANET (Vehicular Ad Hoc Network) – автомобильные беспроводные сети, относящиеся к классу самоорганизующихся сетей SON, имеющих возможность в отсутствие централизованной инфраструктуры обмениваться данными любой паре находящихся в зоне радиопокрытия узлов сети. Узлы сети VANET сами находят друг друга и формируют сеть и одновременно выполняют 2 роли – маршрутизаторов и конечных устройств [1].

Сети VANET уязвимы к классическим типам атак, присущим большинству беспроводных сетей. Однако имеют и отличительные уязвимости. По причине отсутствия фиксированной топологии, центральных узлов, широкополосного канала, стабильных источников питания, постоянной связи узлов, реализация успешной атаки злоумышленником становится легко выполнимой. Таким образом, в связи с быстрым развитием данного типа сетей задача обеспечения их безопасности является актуальной и широко исследуемой.

В данной работе была поставлена задача применения нейронных сетей для обнаружения двух классов атак в сетях VANET, работающих с использованием протокола AODV: черная дыра и червоточина [2].

Для выявления наилучшего решения поставленной задачи использовались нейронные сети двух видов: многослойный перцептрон и LSTM-сеть с двумя LSTM-слоями, хранящими информацию о трех состояниях.

Для построения сетей использовался фреймворк TensorFlow и библиотека Keras. Данные для обучения и тестирования сгенерированы сетевым генератором ns-3 и представляют собой таблицы маршрутизации узлов сети VANET.

Для определения наилучшего решения были рассмотрены различные функции штрафа, активации и методы оптимизации.

В качестве функций штрафа были рассмотрены функции `mean_squared_error`, `binary_crossentropy` и `mean_absolute_error` [3]. На рисунке 1 видно, что эффективнее использовать функцию активации ReLU.

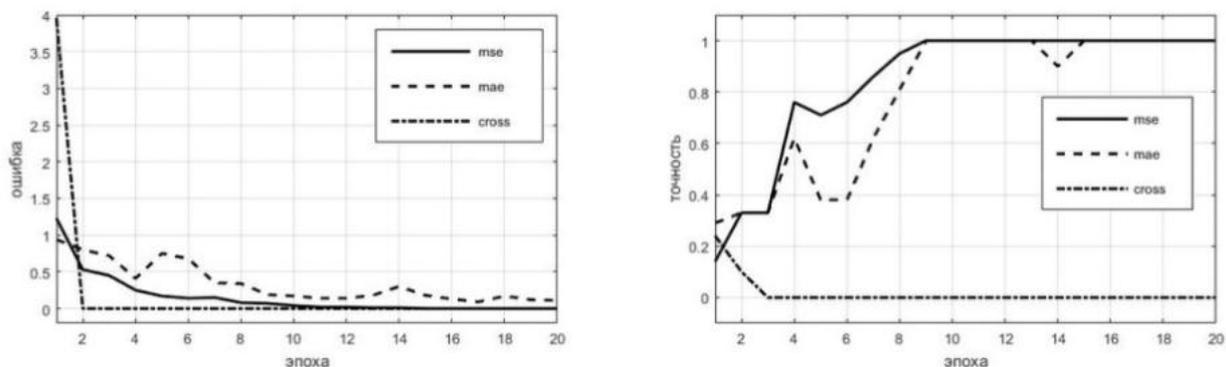


Рис. 1. Сравнение функций штрафа

В качестве функций активации были рассмотрены функции ReLU, tanh и sigmoid [3]. На рисунке 2 видно, эффективнее использовать функцию штрафа `mean_squared_error`.

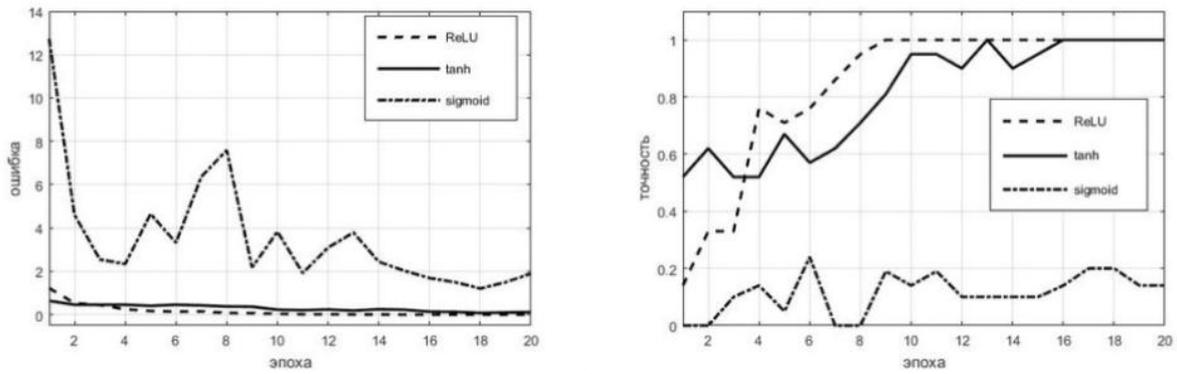


Рис. 2. Сравнение функций активации

В качестве методов оптимизации были рассмотрены методы Adam, sgd и rmsprop [3]. На рисунке 3 видно, что эффективнее использовать метод Adam.

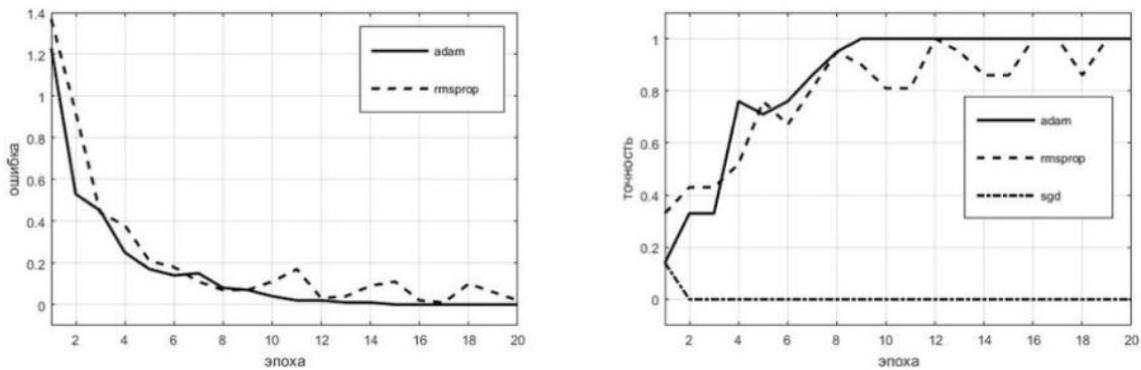


Рис. 3. Сравнение методов оптимизации

Сети долгой краткосрочной памяти LSTM относятся к классу рекуррентных сетей, основная особенность которых заключается в том, что текущее состояние нейрона таких сетей зависит от предыдущего состояния. Такие сети применяются в случаях, когда необходимо, чтобы предыдущее состояние не просто влияло на следующее, а также имелась возможность «запомнить» что-то надолго [4].

Чтобы сравнить эффективность двух построенных сетей, было проведено тестирование обеих сетей на выборке из 30 элементов. Результаты сравнения представлены в таблице 1.

Табл. 1. Сравнение нейронных сетей

	Перцептрон	LSTM
Количество эпох	10	350
Время обучения, с	6	457
Точность при обучении, %	100	100
Точность на тестовых данных, %	73,3	96,7

В ходе работы было выяснено, что лучшим методом оптимизации для решения поставленной задачи является метод Adam. Однако не было достигнуто 100% точности на тестовой выборке. В связи с этим было решено изменить параметры, используемые в данном методе, для увеличения точности.

Схема метода имеет следующий вид:

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \frac{\eta}{\sqrt{v_i + \varepsilon}} \cdot m_i, \quad m_i = \beta_1 m_{i-1} + (1 - \beta_1) g_i, \quad v_i = \beta_2 v_{i-1} + (1 - \beta_2) g_i.$$

Результат оптимизации зависит от сглаживающих параметров β_1 , β_2 , отвечающих за направление движения к точке минимума, то есть скорость обучения сети, и величины шага η , определяющего точность. После изменения данных параметров, было установлено, что наилучшим выбором являются значения $\beta_1=0.9$, $\beta_2=0.7$, $\eta=0.001$ (рис. 4, 5). При этом точность увеличилась с 93% до 100%.

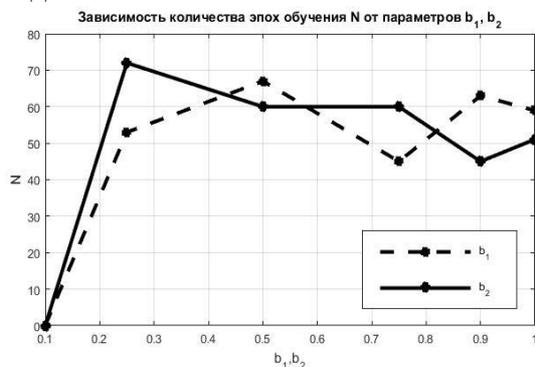


Рис. 4. Зависимость количества эпох обучения от параметров β_1 , β_2

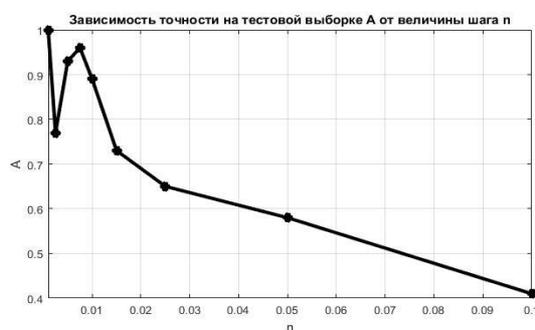


Рис. 5. Зависимость точности на тестовой выборке A от величины шага η

Для улучшения точности сети LSTM при решении поставленной задачи были рассмотрены ее различные конфигурации. Для анализа были взяты разные длины последовательностей, запоминаемых сетью, которые представляют собой состояния сети в разные промежутки времени $N = 2, 3, 4, 5$. Также было рассмотрено, какое количество слоев с ячейками LSTM необходимо для нахождения наилучшего решения (табл. 2).

Табл. 2. Зависимость точности на тестовой выборке от количества состояний и слоев LSTM

Кол-во сост. N	Кол-во слоев LSTM	Точность, %	Т обуч., эпох	Кол-во сост. N	Кол-во слоев LSTM	Точность, %	Т обуч., эпох
2	2	94	28	3	4	90	44
2	3	89	35	4	2	81	40
2	4	76	38	4	3	70	67
3	2	94	14	5	2	60	120
3	3	92	33				

По результатам эксперимента можно сделать вывод, что наилучшая конфигурация сети для решения поставленной задачи имеет 2 LSTM-слоя, при этом эффективнее рассматривать 3 состояния VANET-сети.

Выводы. Использование построенных в работе нейронных сетей для обнаружения атак в сетях VANET позволяет выявлять атаки типа червоточина и черная дыра. При этом сети многослойного перцептрона и LSTM решают разные задачи. Обе сети можно использовать

для обнаружения атак в конкретный момент времени. Сеть LSTM также решает задачу обнаружения атак при наблюдении за сетью в течение некоторого промежутка времени. Таким образом, ее использование является более предпочтительным по причине динамического изменения состояния VANET-сети.

В результате проведенного анализа было получено, что наилучшим вариантом для решения задачи нахождения атак Blackhole и Wormhole в сети VANET является LSTM-сеть, имеющая 2 LSTM-слоя, анализирующая 3 состояния VANET-сети и использующая метод оптимизации Adam с параметрами $\eta=0.001$, $\beta_1=0.9$, $\beta_2=0.75$.

При финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы» (Соглашение от 26.09.2017 №14.575.21.0131, уникальный идентификатор соглашения RFMEFI57517X0131)

ЛИТЕРАТУРА:

1. Aswathy M, Tripti C A Cluster Based Enhancement to AODV for Inter-Vehicular Communication in VANET // International Journal of Grid Computing & Applications (IJGCA) Vol.3. – 2012. – №3. – С.41 – 48
2. Москвин Д.А., Иванов Д.В. Разработка и экспериментальная оценка методов защиты беспроводных самоорганизующихся сетей // МСМ. – 2014. – №4. – С.247 – 252
3. Николенко С., Кадури А., Архангельская Е. Глубокое обучение. – СПб.: Питер, 2018. – 480 с.
4. Созыкин А. В. Обзор методов обучения глубоких нейронных сетей // Вестник ЮУрГУ. Серия: Вычислительная математика и информатика. – 2017. – №3. – С.28 – 41.

УДК 004.492.3

Ф.А. Баринов¹, В.Ю. Аранов²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

²EPAM Systems Inc., USA

МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОГО ОБНАРУЖЕНИЯ ПРАВ СУПЕРПОЛЬЗОВАТЕЛЯ В ОПЕРАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ ANDROID OREO НА ПРИМЕРЕ MAGISK

Введение. На современных мобильных устройствах широко распространена операционная система Android [1]. На второе полугодие 2018 года Oreo является версией операционной системы с самой быстрорастущей пользовательской базой [2]. Часть приложений, выпускаемых для операционной системы Android, требует доверенной вычислительной среды. Типичными представителями подобных приложений являются банковские приложения [3], приложения, взаимодействующие с социальными сетями, приложения, реализующие технические меры по разграничению платного и свободно доступного контента и т.п. В случае отсутствия непредусмотренных компанией Google модификаций ОС у пользователя нет возможности как модификации кода приложения, так и получения несанкционированного доступа к его данным. При наличии у пользователя доступа к аккаунту суперпользователя и/или модификации загрузчика операционной системы такие возможности появляются, делая вычислительную среду недоверенной.

Противодействие практике использования пользователем недоверенной вычислительной среды лежит в двух плоскостях: юридической и технической. В данной статье делается акцент исключительно на технической части рассматриваемой проблемы. Техническая часть в свою очередь разделяется на две фазы: обнаружения недоверенной

среды и активного противодействия в случае подобного обнаружения. Дальнейшее исследование посвящено фазе обнаружения недоверенной среды.

Целью работы являлось создание библиотеки для обнаружения возможности выполнения неподписанного компанией Google исполняемого кода в операционной системе Android с правами суперпользователя. Обнаружение основывалось на использовании методов статистической проверки гипотез. С целью возможности встраивания в существующий технологический стек разработка осуществлялась, на Java, и C/C++ Native SDK. Недоверенная вычислительная среда для тестирования библиотеки была создана при помощи установки диспетчера доступа к правам суперпользователя Magisk.

Актуальность. В настоящее время для обнаружения недоверенной вычислительной среды используются различные сигнатурные методы [3], обход которых сводится к выявлению детектируемых сигнатур, что в свою очередь приводит к снижению эффективности сигнатурного метода, постоянным затратам на обновление сигнатур и непредсказуемой продолжительности эффективности защиты [3], [4]. Методы обнаружения недоверенной вычислительной среды из-за модификаций загрузчика или присутствия доступному пользователю аккаунта суперпользователя, основанные на иных методах, например, статистических, предположительно лишены вышеуказанных недостатков и более того, обладают рядом значительных преимуществ, таких как: сложность обхода сигнатуры, возможность применения без поддержки со стороны операционной системы, возможность миграции на другие устройства/версии операционных систем.

Выбор диспетчера доступа к правам суперпользователя Magisk обусловлен тем, что в отличие от других решений (таких как KingRoot, VRoot и т.п.), обнаружение его наличия в системе сигнатурным методом неэффективно [5].

Результаты работы. Работа выполнялась в предположении, что приложение, использующее разрабатываемую библиотеку, находится в списке Magisk Hide, что означает, что поведение диспетчера прав суперпользователя Magisk для приложения, использующего разрабатываемую библиотеку, и для программного модуля не из указанного списка различается. Эта разница проявляется в том, что для приложений из списка Magisk предпринимает попытку имитации доверенной вычислительной среды. Особенности реализации имитации доверенной вычислительной среды для приложений из списка Magisk Hide, влияющие на запуск приложения, находящегося в этом списке и вне его, представляют наибольший интерес. Так, например, попытка вызова команды «su», успешный доступ к которой является признаком наличия на устройстве прав суперпользователя, из разрабатываемой библиотеки будет неуспешна из-за того, что указанная команда будет не найдена. Также в рамках исследования было выяснено, что приложение не сможет обнаружить Magisk в списке установленных приложений и не сможет найти процесс менеджера и его дочерние процессы в списке работающих приложений.

Рассмотрим причину, связанную с ошибкой доступа к команде «su» подробнее. В ходе анализа исходного кода проекта Magisk, было выявлено, что указанная имитация достигается за счёт того, что процесс диспетчера в фоновом режиме следит за тем, какие приложения запускаются на устройстве при запуске приложения из списка. Так как запуск приложения связан с накладными расходами в виде создания процесса и регистрации его в таблице процессов в ядре операционной системы, времени, которое проходит между запросом на запуск приложения и началом его исполнения достаточно для того, чтобы процесс приложения был приостановлен диспетчером. Magisk деинсталлирует системные разделы из приложения (удаляет соответствующие записи в виртуальной файловой системе /proc и /mount), а потом посылает сигнал о том, что процесс приложения готов к исполнению. При демонтаже системных разделов теряется доступ к привилегированным командам, а значит и доступ к команде «su» в частности.

Тем не менее, эта задержка, которая происходит при запуске приложения, уходящая на то, чтобы диспетчер сокрыл системные разделы от приложения, является достаточно большой, что позволяет различать системы с установленным Magisk и без него. Предполагается, что при совпадении остальных параметров вычислительной среды, запуск приложения из списка Magisk Hide осуществляется дольше, чем на системе без установленного Magisk.

Однако, более практически значимым является сопутствующее предположение о том, что приложение из списка Magisk Hide запускается дольше, чем приложение не из этого списка. Таким образом, можно сформировать две выборки: одна – время запуска службы приложения, которое внесено в список, и вторая – время запуска службы приложения не из списка. Для того, чтобы внешние факторы меньше влияли на получаемый результат и условия запуска двух служб были максимально идентичны, эти две службы реализуют идентичную функциональность, которая сводится к возврату в библиотеку текущего системного времени. По разнице между временем, в которое произошел запрос на запуск службы из библиотеки, и временем, которое было возвращено службой в вызывающее приложение.

Таким образом, возникает задача проверки статистической гипотезы. В рамках данной работы решено сформулировать гипотезу о равенстве математических ожиданий двух выборок и использовать критерий Стьюдента для ее проверки. Условие применимости критерия Стьюдента – принадлежность выборок нормальному закону распределения. Выполнение этого условия достигается за счет следующего подхода к формированию выборок: выборки формируются не из замеров непосредственно, а из средних значений групп замеров. Так, если в выборках, для которых применяется критерий Стьюдента, требуется наличие 100 элементов, то каждый из них формируется как среднее для 1000 замеров. Согласно центральной предельной теореме, какова бы ни была форма генеральной совокупности, которой принадлежат отдельные замеры, выборочное распределение из средних групп этих замеров стремится к нормальному.

Однако, следует отметить, что запуск процесса операционной системы – продолжительная операция и формирование очень большого количества замеров (100000 для формирования группы, для которой вычисляется среднее), не представляется практически возможным. В рамках выполненной работы было решено остановиться на формировании двух выборок по 30 элементов, каждая из которых является математическим ожиданием для группы замеров из 30 элементов.

Важным замечанием является также то, что при использовании критерия Стьюдента в рамках исследования большее значение имел не факт равенства математических ожиданий, а вероятность ошибки при отклонении нулевой гипотезы (Р-значение), то, насколько отличается эта ошибка при формировании выборок на устройстве с установленным Magisk и на устройстве без него.

Так, в ходе исследования было установлено, что Р-значение, полученное в результате применения критерия Стьюдента на устройстве с Magisk, отличается на 3 порядка (табл. 1) от Р-значения, полученного на устройстве без Magisk. Таким образом, наблюдается различие в поведении программ на устройстве с возможностью получить права суперпользователя и без этой возможности.

Табл. 1. Результат проверки статистической гипотезы о равенстве МО

<i>Устройство</i>	<i>t-значение</i>	<i>P-значение</i>
Magisk установлен	1.64679	0.05250
Magisk не установлен	8.50629	0.00001

Однако, нельзя говорить, что в каком-либо из этих случаев равны математические ожидания выборок, так как велика ошибка второго рода. Если руководствоваться только критерием Стьюдента, то при столь малых Р-значениях (табл. 1), хотя они и отличаются на несколько порядков, нельзя судить о равенстве математических ожиданий выборок.

Выводы. В процессе выполнения научной работы был выявлен признак, дающий возможность обнаружить присутствие Magisk, на основе которого была разработана библиотека, позволяющая определить наличие прав суперпользователя. Практическая реализация библиотеки, однако, не позволяет использовать ее в коммерческих продуктах по причине слишком большого времени работы алгоритма для достижения приемлемой вероятности ошибки. В качестве направления дальнейшей работы предполагается осуществление подбора нового статистического критерия, использующего выявленный признак, с меньшими затратами времени работы алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА:

1. The Smartphone Duopoly [Электронный ресурс] // Statista – The portal for statistics. - 2018. - URL: <https://www.statista.com/chart/3268/smartphone-os-market-share/> (дата обращения: 10.10.2018)
2. Android operating system share worldwide by OS version from 2013 to 2018 [Электронный ресурс] // Statista – The portal for statistics. - 2018. - URL: <https://www.statista.com/statistics/271774/share-of-android-platforms-on-mobile-devices-with-android-os/> (дата обращения: 10.10.2018)
3. Nguyen-Vu L. and others. Android Rooting: An Arms Race between Evasion and Detection // Hindawi Security and Communication Networks. – Korea, 2017. – 13p. – DOI: 10.1155/2017/4121765
4. Benameur A., Evans N., Shen Y. All your Root Checks are Belong to Us: The Sad State of Root Detection // Proceedings of the 13th ACM International Symposium on Mobility Management and Wireless Access. – 2015. – P. 81-88. – DOI: 10.1145/2810362.2810364
5. Shen Y., Evans N., Benameur A. Insights into Rooted and Non-Rooted Android Mobile Devices with Behavior Analytics // Proceedings of the 31st Annual ACM Symposium on Applied Computing. – 2015. – P. 580-587. – DOI: 10.1145/2851613.2851713

УДК 007

В.Г. Бурлов¹, Е.С. Грозмани², С.В. Петров²

¹ Российский государственный гидрометеорологический университет,

² Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ РИСКОВ ДЛЯ УСТРОЙСТВ ИНТЕРНЕТА ВЕЩЕЙ

Введение. Оценка риска – это совокупность аналитических мероприятий, позволяющих спрогнозировать возможность получения определенной величины ущерба от возникшей внештатной/рисковой ситуации и несвоевременного принятия мер по предотвращению риска [1]. Оценка риска является процессом, объединяющим идентификацию, анализ риска и сравнительную оценку риска [2]. Риск может быть оценен для всей организации, ее подразделений, отдельных проектов, деятельности или конкретного опасного события. Поэтому в различных ситуациях могут быть применены различные методы оценки риска.

Целью работы является сравнительный анализ применимости методов оценки рисков для устройств Интернета вещей, выявление отличительных особенностей методов, преимуществ и недостатков.

Актуальность. В настоящее время большое распространение получили устройства Интернета вещей (IoT) – устройства, имеющие доступ к сети Интернет и способные взаимодействовать друг с другом или с внешней средой. Согласно исследованиям Cisco, число подключенных к сети устройств достигнет к 2020 году пятидесяти миллиардов [3].

Самыми популярными методами оценки рисков являются статистические, аналитические, метод экспертных оценок, метод аналогов. При определении метода оценки риска необходимо провести анализ ситуации и выбрать подходящий метод. Сравним данные методы оценки рисков, а также определим их преимущества и недостатки.

Статистический метод целесообразно использовать в том случае, когда имеется довольно обширная база статистической информации. Сущность статистического метода основывается на использовании вероятностного распределения случайных величин (т.е. имея достаточный объем информации о рисках в прошлых периодах для конкретных видов деятельности, можно оценить возможность реализации этих рисков в будущем).

К преимуществам статистического метода относятся:

1. Простота расчетов.
2. Простота трактовки и интерпретации полученных результатов.

К недостаткам статистического метода относятся:

1. Необходимость в достаточно обширной и достоверной статической базе.
2. Сложности в получении исходных данных.

Аналитический же метод предполагает использование традиционных показателей, которые применяются при оценке эффективности инвестиционных и инновационных проектов – расчет точки безубыточности, периода окупаемости, внутренней нормы доходности, индекса рентабельности, чисто проведенного дохода.

К преимуществам аналитического метода относятся:

1. Простота расчетов.
2. Простота трактовки и интерпретации полученных результатов.

К недостатку аналитического метода можно отнести то, что не всегда существует достаточная адекватность отражения уровня риска по причине уникальности реализуемого проекта.

Метод экспертных оценок обычно реализуется путем обработки мнений опытных предпринимателей и специалистов. Он отличается от статистического лишь методом сбора информации. Данный способ предполагает сбор и изучение оценок, сделанных различными специалистами, вероятностей возникновения различных уровней потерь. Реализация способа экспертных оценок значительно осложняется, если количество показателей оценки невелико.

К преимуществам метода экспертных оценок относятся:

1. Простота и быстрота получения результата.
2. Не требует высоких затрат средств и времени на организацию и проведение.
3. Применим в условиях полной неопределенности.
4. Отсутствие потребности в данных, являющихся коммерческой тайной.
5. Подходят к любым сферам жизнедеятельности человека.

К недостаткам метода экспертных оценок относятся:

1. Существенное влияние человеческого фактора.
2. Высокая гипотетичность полученных результатов.
3. Высокая зависимость результатов оценки от опыта и характера приглашенных экспертов, и их взаимодействия друг с другом.

Метод аналогий (или аналогов) чаще всего используется в том случае, если другие методы оценки риска неприемлемы. Метод связан с использованием базы данных о рисках аналогичных проектов. В основу данного метода положен сбор статистической информации.

К преимуществам метода аналогов относятся:

1. Возможность получения реальных результатов.
2. Возможность установления причинно – следственных связей.

К недостаткам метода аналогов относятся:

1. Потребность в обширной и достоверной статистической базе.
2. В ряде случаев отсутствие аналогов из-за уникальности отдельных проектов.
3. Результаты могут быть субъективны.

При всех преимуществах, которые предлагает Интернет вещей, он таит в себе существенные риски, которыми компаниям нужно научиться управлять. Только после этого можно приступать к полномасштабному внедрению технологии IoT.

Распространение новых устройств и непрерывный рост соответствующих угроз — решающий фактор для того, чтобы попытаться понять виды будущих угроз и разработать решения по их управлению. Традиционная стратегия управления рисками указывает сразу на множество самых разных способов уменьшения риска и зависит от того, как используются новые устройства.

Другой подход — это сосредоточиться на тех рисках, которые отличаются наиболее разрушительными последствиями. Для этого надо определить, что данное устройство из категории «Интернет вещей» предназначено делать. Если устройство впоследствии будет эксплуатироваться иначе, то анализ рисков нужно будет выполнить еще раз. Идентификация уязвимостей обычно начинается с изучения всех интерфейсов и потенциальных направлений для атак, причем как программных, так и физических [4]. Поскольку часто их число весьма велико, то целесообразно сосредоточить внимание на наиболее вероятных и разрушительных угрозах. Необходимо также учитывать то, что рассматриваемая задача выходит за рамки стандартного анализа риска, потому что «Интернет вещей» не будет стоять на месте. Такие технологии, как датчики дорожного движения и интеллектуальные средства учета, не предназначены для частой замены, поэтому для обновления их программного обеспечения и внесения изменений, связанных с сетью, нужно будет использовать стационарно установленное оборудование. Это означает, что такие факторы, как возможность модернизации и расширения, которые не были основными с точки зрения кибербезопасности, становятся важной проблемой для «Интернета вещей». Следовательно, будущие риски и варианты ненадлежащего использования устройств «Интернета вещей» должны быть четко определены [5]. Бесспорно, что само по себе выявление рисков является лишь частью проблемы. Из-за того, что потенциальные последствия от взлома не всегда в достаточной и полной мере оценены становится ясно, что для адекватного уменьшения уязвимости потребуется достаточно большая работа. Пожалуй, наиболее важным фактором является то, что устройство должно быть идентифицировано для определенной цели.

Выводы. Принимая во внимание все преимущества и недостатки вышерассмотренных методов для оценки рисков не стоит ограничиваться каким-то одним методом. Следует использовать в совокупности те из них, которые в большей степени соответствуют условиям проведения анализа рисков объекта. Выбор конкретного метода оценки рисков зависит от наличия информационной базы, требований к конечным результатам, сложности расчетов, уникальности рисков и прочих факторов, определяющих риски.

ЛИТЕРАТУРА:

1. ГОСТ Р ИСО 31000–2010 «Менеджмент риска. Принципы и руководство». М.: Стандартинформ, 2012. – 28с. – (Дата обращения: 30.06.2018).
2. ГОСТ Р ИСО 31010 – 2011 «Менеджмент риска. Методы оценки риска». М.: Стандартинформ, 2012, 74 с. – (Дата обращения: 10.07.2018).
3. Круз Л. Интернет вещей и информационная безопасность, 2013г. [Электронный ресурс]. (Дата обращения: 15.07.2018). URL: <http://www.cisco.com/web/RU/news/releases/txt/2013/03/032813c.html>.
4. Бурлов В.Г. Основы моделирования социально-экономических и политических процессов (Методология. Методы) СПб: Факультет Комплексной Безопасности, СПбГПУ.2007г.-265 с.
5. Бурлов В.Г. Математические методы моделирования в экономике. Часть 1, -С-Пб. СПбГПУ, Факультет безопасности, НП «Стратегия будущего», 2007.- 330с.

ЭЛАСТИЧНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПРОГРАММНЫМИ СЕРВИСАМИ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ В СЕТЯХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

В целях производительной обработки больших массивов информации, поступающих от контролируемой сети транспортных средств (СТС), предлагается использовать суперкомпьютерные технологии эластичных вычислений. Эластичные вычисления – разновидность облачных вычислений, которая расширена возможностью динамически подготавливать и освобождать ресурсы (процессоры, память и хранилища данных) [1]. Платформа эластичных вычислений образована облачной средой, на базе которой разворачивается вычислительная инфраструктура контроллера (ПКС-контроллер) безопасности программно-конфигурируемой СТС, автоматически адаптируемая под текущие размерность, динамику и нагрузку контролируемой сети [2].

Контроллер безопасности СТС, построенный на высокопроизводительной вычислительной платформе эластичных вычислений, позволяет программно управлять СТС большого масштаба и высокой мобильности с учетом реализации ролевого контроля и управления доступом участников информационных взаимодействий, поддержания доступности и безопасной маршрутизации в СТС, сохранения пропускной способности СТС и гибкости распределения вычислительной мощности и набора программных сервисов управления.

С учетом эластичности среды для реализации метода адаптивного управления программными сервисами безопасности на платформе эластичных вычислений необходимо решить несколько практических задач.

1. Классификация сетевых потоков для распределения по пулу виртуальных машин, соответствующих сервисам безопасности.

2. Перераспределение поступающей нагрузки между виртуальными машинами.

На рисунке 1 представлена схема адаптивного управления программными сервисами безопасности.

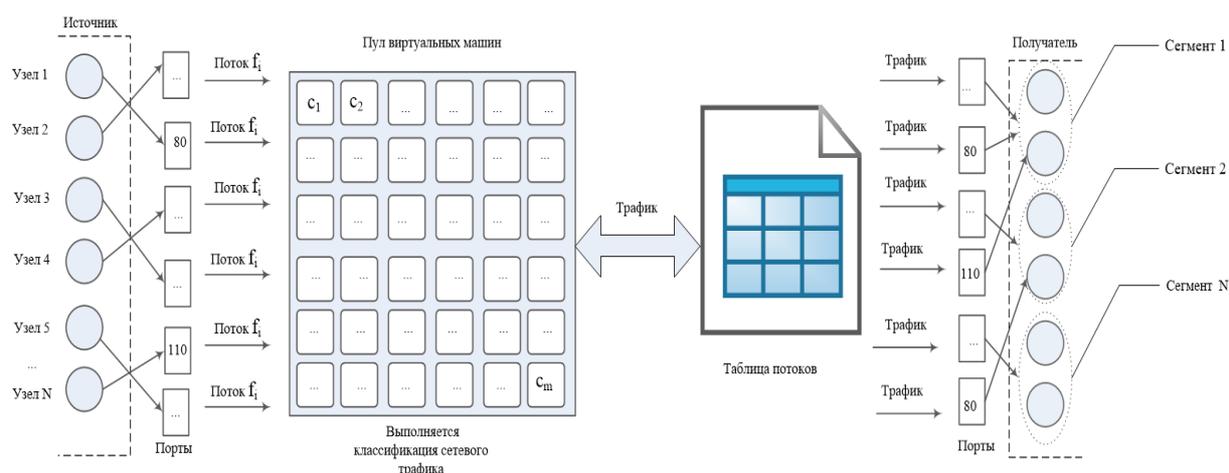


Рис. 1. Схема адаптивного управления программными сервисами безопасности

Равномерное распределение нагрузки по виртуальным машинам повышает производительность ПКС-контроллера за счет параллельного использования вычислительных ресурсов и выделения сетевых потоков [3]. Использование пула виртуальных машин позволяет достичь прироста в производительности системы управления.

Эластичность пула виртуальных машин обеспечивается тем, что выделяется узел менеджера нагрузки, который периодически опрашивает виртуальные машины об их загруженности, формирует статистику и в соответствии с заданным алгоритмом принимает решение о включении новой виртуальной машины, остановки одной из работающих или оставляет пул неизменным.

Для оценки эффективности предложенного алгоритма управления была создана суперкомпьютерная система иерархического управления безопасностью СТС, представленная на рисунке 2.

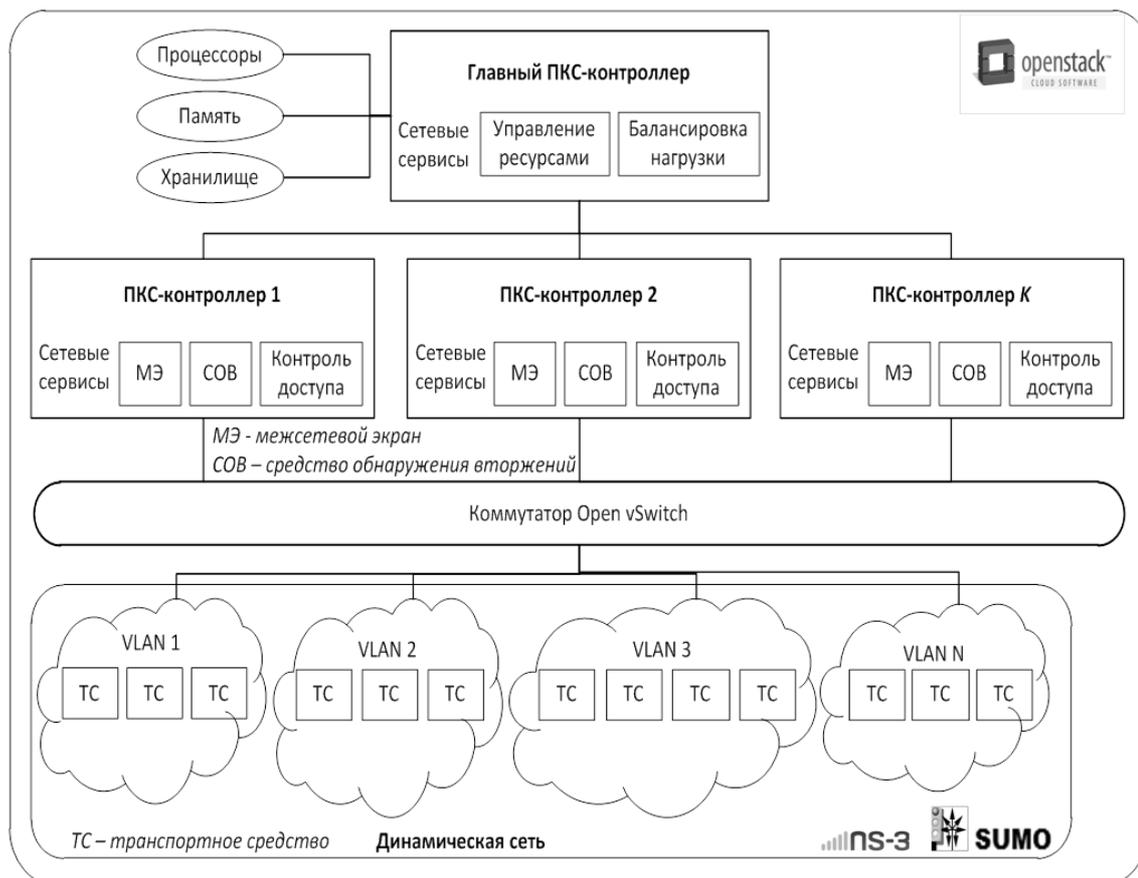


Рис. 2. Суперкомпьютерная система иерархического управления безопасностью в сетях транспортных средств

Выводы. Концепция эластичных вычислений позволяет построить эластичный мультисервисный ПКС-контроллер СТС, в среде которого реализуется адаптивное управление программными сервисами для удовлетворения меняющихся запросов в СТС без необходимости постоянно планировать загрузку и предпринимать меры для обработки запросов. Платформа для данного решения образуется облачной средой, включающей пул виртуальных машин, который автоматически адаптируется под текущие размерность, топологию, нагрузку и требования в сети.

Сервисы ПКС-контроллера выделяются в изолированные виртуальные машины с поддержкой динамического распределения нагрузки между ними, обеспечивая при этом эластичность обработки сетевых потоков взаимодействующих узлов СТС за счет масштабирования пула виртуальных машин и распараллеливания загрузки ПКС-контроллера.

Результаты работы получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого – СКЦ «Политехнический» (<http://www.spbstu.ru>).

При финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы» (Соглашение от 03.10.2016 №14.578.21.0224, уникальный идентификатор соглашения RFMEFI57816X0224).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Н. Nikolas, S. Kounev, R. Reussner. Elasticity in Cloud Computing: What It Is, and What It Is Not//Proceedings of the 10th International Conference on Autonomic Computing (ICAC 2013), San Jose, CA, June 24–28.
2. Смелянский Р.Л. Программно-конфигурируемые сети//Открытые системы. СУБД. 2012. № 9, -С. 18.
3. Крундышев В.М, Калинин М.О., Зегжда Д.П. Моделирование и исследование свойств безопасности перемещающихся программно-конфигурируемых сетей VANET/MANET с использованием виртуальной среды суперкомпьютера// Информационная безопасность регионов России (ИБРР-2017). Санкт-Петербург, 1-3 ноября 2017 г. -С. 280-282.

УДК 004.056

И.И. Маршев, Е.В. Жуковский
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ ВРЕДОНОСНОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Актуальность. Обнаружение вредоносного программного обеспечения (ВПО) является неотъемлемой частью безопасности компьютерных систем. Изначально основным методом обнаружения вредоносных программ был поиск сигнатур. В наши дни у сигнатурного анализа есть ряд проблем: постоянно растущее количество ВПО, следовательно, и сигнатур; методы скрытия сигнатур, такие как шифрование, полиморфизм и др. Также данный способ не может обнаруживать новые образцы вредоносных исполняемых файлов. Описанные проблемы привели к разработке других методов обнаружения вредоносных программ, таких как анализ поведения программ, использование алгоритмов машинного обучения и др. В данной работе рассмотрены методы, основанные на алгоритмах машинного обучения, а именно использование разных алгоритмов, разных наборов признаков и др.

Целью данной работы является определение методов машинного обучения и групп признаков, наиболее применимых для обнаружения вредоносного программного обеспечения.

В ходе данного исследования была разработана система для анализа исполняемых файлов, состоящая из следующих компонентов: анализатор файлов, предназначенный для извлечения значений выбранных признаков из исполняемых файлов; анализатор признаков, предназначенный для выбора наиболее информативных признаков с помощью критерия информационного выигрыша и критерия χ^2 (хи квадрат); скрипты для обучения и тестирования алгоритмов классификации.

Использовались следующие алгоритмы классификации: дерево решений, алгоритмы адаптивного и градиентного бустинга, случайный лес, наивный Байес, метод k-ближайших соседей и нейронные сети.

Использовались два вида тестирования: перекрестное тестирование, с разделением на десять подмножеств; тестирование “с разделением по времени”, в данном виде тестирования

вся выборка делилась на две равные части, первая часть использовалась для обучения и состояла из “старых” исполняемых файлов, созданных до 2013 года, вторая часть использовалась для проверки и в неё попали “новые” исполняемые файлы, созданные после 2013 года.

Для обучения и тестирования была собрана выборка вредоносного и валидного программного обеспечения. Вредоносное программное обеспечение было загружено с сайтов VirusShare (virusshare.com) и Malekal (malwaredb.malekal.com). Все полученные образцы были просканированы с помощью ресурса VirusTotal (www.virustotal.com) и были выбраны исполняемые файлы, обнаруженные более чем двумя антивирусами. Валидные исполняемые файлы были собраны с компьютера, на котором было установлено следующее программное обеспечение: Windows 10, OneDrive, VisualStudio 2015 Enterprise, Nessus, Python 2.7 и другое. В итоге было собрано 52967 образцов ВПО и столько же валидных исполняемых файлов.

В данной работе рассматривались признаки, которые можно получить за константное и линейное время относительно размера файла, а именно: значение полей DOS и PE-заголовков, список импортируемых функций, список экспортируемых функций, наличие подписи у исполняемого файла, список строк.

Первыми рассмотренными признаками были значения полей DOS и PE-заголовков, они включали в себя значения 86 полей заголовков исполняемого файла и его размер. В результате перекрестного тестирования исследуемых классификаторов лучшую точность обнаружения 99,26% показал случайный лес из 57 деревьев, в которых в качестве критерия расщепления использовался критерий информационного выигрыша. При тестировании “с разделением по времени” лучшую точность 99,25% показал случайный лес из 87 деревьев, в которых в качестве критерия расщепления использовался критерий Джини.

Вторым рассмотренным признаком был список импортируемых функций, данный признак включал имена импортируемых функций с учетом библиотеки, а также имена подключаемых библиотек. Во всех исследуемых образцах было обнаружено 330671 импортируемая функция, среди них были выбраны 1000 наиболее информативных с помощью критерия информационного выигрыша и критерия χ^2 , оба критерия посчитали функции `_CorDllMain`, `ExitProcess`, `_amsg_exit` наиболее информативными. Каждый образец из выборки был представлен бинарным вектором длины 1000, элементы которого отражали присутствие или отсутствие той или иной функции в таблице импорта. В результате тестирования лучшую точность обнаружения показали алгоритмы, обученные на функциях, выбранных с помощью критерия информационного выигрыша. При перекрестном тестировании лучшую точность обнаружения 93,19% показала нейронная сеть с одним слоем из 100 нейронов, в качестве функции активации использовалась сигмоида. При тестировании “с разделением по времени” лучшую точность 96,38% показал случайный лес из 58 деревьев, в которых в качестве критерия расщепления использовался критерий информационного выигрыша.

Третьим рассмотренным признаком был список экспортируемых функций, данный признак включал имена этих функций с учетом заявленного имени библиотеки. Во всех исследуемых образцах было обнаружено 1627375 экспортируемых функций. Так как достаточно большая часть выборки, 11% вредоносного и 35% валидного ПО, не имело экспортируемых символов, было решено не использовать данный признак.

Четвертым рассмотренным признаком был список имён субъектов, которые подписали данный файл. Во всех исследуемых образцах было обнаружено 1755 имён. Аналогично экспортируемым функциям, достаточно большая часть выборки, 81% вредоносного и 56% валидного ПО, не имели подписи, поэтому было решено не использовать данный признак для классификации.

Пятым рассмотренным признаком был список строк, под строкой понималась любая последовательность символов из букв; цифр; знаков препинания, табуляции и перевода строки, длиной более 4 символов и заканчивающаяся нуль-символом ('\0'). Во всех исследуемых образцах было обнаружено 151679320 строк, среди них были выбраны 1000 наиболее информативных с помощью критерия информационного выигрыша и критерия χ^2 , оба критерия посчитали строки "L\$8SH", "Microsoft Corporation1", "System.Drawing.Size" наиболее информативными. Каждый образец из выборки был представлен бинарным вектором длины 1000, элементы которого отражали присутствие или отсутствие той или иной строки в исполняемом файле. В результате тестирования лучшую точность обнаружения показали алгоритмы, обученные на строках, выбранных с помощью критерия χ^2 . При перекрестном тестировании и при тестировании "с разделением по времени" лучшую точность обнаружения, 98,78% и 95,66% соответственно, показал случайный лес из 68 деревьев, в которых в качестве критерия расщепления использовался критерий информационного выигрыша.

В ходе проводимых исследований осуществлялось сравнение полученных результатов с результатами других ранее опубликованных исследований (табл. 1).

Табл. 1. Сравнение результатов исследований

Название исследования	Используемые признаки	Используемый алгоритмы	Точность обнаружения
M. Schultz, 2001 [1]	Строки и n-граммы	Наивный Байес	97,11%
L. Nataraj, 2011 [2]	Исполняемые файлы, в виде черно-белых изображений	Метод k-ближайших соседей	99,2%
P. Singhal, 2012 [3]	Список импортируемых функций	Случайный лес	97%
R. Islam, 2013 [4]	Строки и n-граммы вызовов функций	Метод опорных векторов	98,71%
J. Bai, 2014 [5]	Список импортируемых функций, значения полей PE заголовка и др.	Случайный лес	99,1%
Исследование, описанное в данной статье	Значения полей PE заголовка	Случайный лес	99,26%
	Список импортируемых функций	Нейронная сеть	96,38%
	Строки	Случайный лес	95,66%

Вывод. В данной работе были рассмотрены разные методы машинного обучения: дерево решений, алгоритмы адаптивного и градиентного бустинга, случайный лес, наивный Байес, метод k-ближайших соседей и нейронные сети; и группы признаков: значения полей PE-заголовков, список импортируемых функций, список строк. Лучший результат показал случайный лес, обученный на значениях полей PE заголовков, как при поиске уже известных образцов – перекрестном тестировании, так и при поиске потенциально новых вредоносных исполняемых файлов – тестирование "с разделением по времени".

Исследование выполнено в рамках гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ Российской Федерации НШ-2992.2018.9 (соглашение 075-02-2018-504)

ЛИТЕРАТУРА:

1. Schultz M. G. et al. Data mining methods for detection of new malicious executables //Security and Privacy, 2001. S&P 2001. Proceedings. 2001 IEEE Symposium on. – IEEE, 2001. – С. 38-49.
2. Nataraj L. et al. Malware images: visualization and automatic classification //Proceedings of the 8th international symposium on visualization for cyber security. – ACM, 2011. – С. 4.
3. Singhal P., Raul N. Malware detection module using machine learning algorithms to assist in centralized security in enterprise networks //arXiv preprint arXiv:1205.3062. – 2012.
4. Islam R. et al. Classification of malware based on integrated static and dynamic features //Journal of Network and Computer Applications. – 2013. – Т. 36. – №. 2. – С. 646-656.
5. Bai J., Wang J., Zou G. A malware detection scheme based on mining format information //The Scientific World Journal. – 2014. – Т. 2014.

УДК 004.75

А.И. Печенкин, В.С. Шматов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ЗАЩИТА БЛОКЧЕЙНОВ ОТ DOS-АТАК ПУТЕМ ПОВЫШЕНИЯ МАСШТАБИРУЕМОСТИ

В наши дни технология блокчейн начинает находить свое применение в реальных проектах, затрагивающих финансы, здравоохранение, ведение земельного учета, документооборот и другие области. Например, Росреестр запустил в Ленинградской области проект по регистрации договоров долевого участия в строительстве недвижимости через блокчейн [1]. Сообщается, что время регистрации одной сделки сократилось с нескольких дней до нескольких десятков минут.

У современных блокчейнов есть недостаток, препятствующий их применению во многих областях – низкая масштабируемость. Заложенные в блокчейны принципы обеспечивают постоянную пропускную способность, не зависящую от числа пользователей (например, максимально возможная скорость работы блокчейна криптовалюты Bitcoin – около 7 транзакций в секунду). С ростом сети количество транзакций возрастает, и время их включения в блокчейн увеличивается.

Низкая масштабируемость блокчейнов делает возможным проведение DoS-атаки. Злоумышленник может создавать большое количество транзакций, тем самым парализуя работу сети. К примеру, летом 2015 года такая атака была проведена на блокчейн Bitcoin. В результате сеть стала работать медленно и нестабильно. Проведение DoS-атаки возможно до сих пор. На данный момент комиссия за большинство транзакций в сети Bitcoin не превосходит 10\$. Если злоумышленник будет генерировать 7 транзакций с такой комиссией каждую секунду, они забьют весь канал, и никто не сможет провести транзакцию с более низкой комиссией. Цена атаки вполне доступна для крупной корпорации или спецслужбы.

Поэтому актуальной задачей является обеспечение масштабируемости блокчейнов. Если проблема низкой масштабируемости будет решена, блокчейны смогут пропускать тысячи транзакций в секунду, а нагрузка на ресурсы пользователей будет небольшой.

В работе предлагается архитектура блокчейна с высокой масштабируемостью. Принципы его работы обеспечивают низкие требования к ресурсам узлов и повышают количество обрабатываемых транзакций в единицу времени с ростом числа узлов.

Цель работы – обеспечение защиты блокчейнов от DoS-атак путем повышения их масштабируемости. Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

- определение понятия масштабируемости блокчейна;
- анализ существующих подходов к обеспечению масштабируемости;

— разработка архитектуры масштабируемой блокчейн-системы.

Для достижения первой цели был использован метод формализации. Достичь второй цели помогли методы анализа и сравнения. Наконец, методы синтеза и моделирования позволили достичь третьей цели.

Рассмотрим простейшую модель блокчейна: есть N узлов, каждый из которых генерирует M транзакций в единицу времени. Общая нагрузка на систему составляет $(N \cdot M)$ транзакций в секунду. В общем случае под масштабируемостью понимают независимость нагрузки на каждый конкретный узел от общего числа узлов. Для блокчейна можно выделить четыре вида масштабируемости.

Наиболее важный показатель – это масштабируемость по пропускной способности. Будем называть блокчейн масштабируемым по пропускной способности, если время, которое уходит на обработку одной транзакции, не увеличивается при росте N .

Под масштабируемостью по вычислительной мощности будем понимать независимость суммарного объема вычислений, проводимых всеми узлами блокчейна, от числа узлов N .

Будем называть блокчейн масштабируемым по хранимым данным, если объем данных, которые должен хранить каждый узел, со временем возрастает не быстрее, чем линейно.

Наконец, масштабируемость по сетевому взаимодействию достигается, если объем полезного трафика, получаемого и передаваемого каждым узлом, не зависит от N , а объем служебного трафика не превосходит существенно объем полезного для разумных значений N .

Есть два основных подхода к обеспечению масштабируемости блокчейнов: проведение транзакций вне блокчейна (off-chain transactions) и сегментирование (sharding).

Проведение транзакций вне блокчейна – это организация взаимодействия между узлами таким образом, что часть данных транзакций выносятся в отдельные структуры и обрабатываются «вне блокчейна». В блокчейн вносятся лишь данные, позволяющие убедиться в подлинности структур. Примерами технологий, основанных на проведении транзакций вне блокчейна, являются Segregated Witness, Lightning Network [2] и вероятностные микроплатежи [3].

Сегментированием блокчейна называют разбиение состояния на несколько частей (сегментов). Каждый узел работает лишь в одном сегменте и не знает ничего (или практически ничего) о других сегментах. Примером технологии сегментирования является Plasma [4]. Сравнение технологий обеспечения масштабируемости приведено в таблице 1.

Табл. 1. Сравнение технологий масштабирования блокчейнов

	Segregated Witness	Lightning Network	Вероятностные микроплатежи	Plasma
Масштабируемость по пропускной способности	Нет	Да	Да	Да
Масштабируемость по вычислительной мощности	Нет	Нет	Да	Нет
Масштабируемость по хранимым данным	Нет	Нет	Нет	Нет
Масштабируемость по сетевому взаимодействию	Нет	Нет	Да	Нет

Ни одна из технологий не обеспечивает полную масштабируемость. В связи с этим была разработана архитектура блокчейн-системы, которая обладает всеми видами масштабируемости. Предлагаемая масштабируемая блокчейн-система предназначена для безопасного исполнения распределенных приложений, требующих достижения консенсуса в недоверенной среде.

В основе системы лежит принцип сегментирования: система представляет собой множество слабо зависящих друг от друга сегментов, реализующих распределенные

приложения. Любое приложение можно реализовать в рамках одного или нескольких сегментов. В каждом сегменте поддерживается отдельный блокчейн. Первый блок содержит код распределенного приложения. Каждый последующий блок содержит транзакции – вызовы процедур из кода приложения, и РСD-доказательство корректности всех предыдущих блоков. Поэтому для проверки корректности всего блокчейна достаточно двух блоков – первого и последнего.

Отличие предлагаемой архитектуры масштабируемой блокчейн-системы от «классической» архитектуры, основанной на сегментировании, заключается в отсутствии «главного» блокчейна, над которым должна работать вся сеть. Это позволяет поддерживать в системе любое разумное количество сегментов и не сталкиваться с проблемой масштабируемости «главного» блокчейна. Блокчейн сегмента поддерживается только узлами, входящими в этот сегмент, а для включения нового блока они прибегают к помощи майнера.

Алгоритм майнинга основан на принципе Proof-of-Capacity [5]. Основным ресурсом для майнинга является дисковое пространство. Особенностью системы является то, что адрес каждого майнера содержит информацию о том, какие данные для майнинга он хранит у себя на диске. Основываясь на этой информации, можно понять, насколько быстро майнер сможет подтвердить блок. Таким образом, всегда известно, к какому майнеру нужно обратиться, чтобы максимально быстро включить блок в блокчейн сегмента.

Маршрутизация в распределенной системе основана на протоколе Kademlia DHT [6]. Это позволяет узлам быстро находить друг друга и эффективно обмениваться информацией.

Предложенная система обладает всеми видами масштабируемости. Масштабируемость по пропускной способности достигается за счет разделения сети на сегменты. Даже если пропускная способность каждого сегмента будет небольшой, можно достичь произвольной пропускной способности всей системы за счет большого числа сегментов.

Масштабируемость по вычислительной мощности обеспечивается тем, что каждый блок проверяется лишь одним майнером. Количество майнеров в системе пропорционально количеству узлов и, следовательно, количеству сегментов. Значит, на одного майнера приходится постоянная нагрузка.

Так как процесс майнинга не требует хранения блокчейна, а процесс работы в одном сегменте – хранения данных других сегментов, система также является масштабируемой по хранимым данным.

Наконец, масштабируемость по сетевому взаимодействию также присутствует: обычные узлы скачивают лишь блоки своего сегмента, а майнеры – отдельные блоки из других блокчейнов. Маршрутизация в сети осуществляется с помощью эффективного протокола, ее сложность растет незначительно по мере увеличения числа узлов.

Таким образом, предложенная система является масштабируемой и позволяет реализовывать произвольные распределенные приложения на основе технологии блокчейн. Масштабируемость защищает систему от DoS-атак. Такая система может использоваться государственными и частными компаниями для повышения безопасности и эффективности процессов и приложений.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Росреестр, АИЖК и ВЭБ запустили блокчейн-проект по регистрации ДДУ [Электронный ресурс] // Федеральная служба государственной регистрации, кадастра и картографии – Режим доступа: <https://rosreestr.ru/site/press/news/rosreestr-aizhk-i-veb-zapustili-blokcheyn-proekt-po-registratsii-ddu>, свободный (дата обращения: 14.10.2018) – Загл. с экрана
2. Poon J., Dryja T. The Bitcoin Lightning Network: Scalable Off-Chain Instant Payments [Электронный ресурс] // Lightning Network – Режим доступа: <https://lightning.network/lightning-network-paper.pdf>, свободный (дата обращения: 14.10.2018) – Загл. с экрана. – Яз. англ.

3. Pass R. Micropayments for Decentralized Currencies [Электронный ресурс] // сервер IC3 – Режим доступа: <http://www.inic3.org/files/micropay2.pdf>, свободный (дата обращения: 14.10.2018) – Загл. с экрана. – Яз. англ.
4. Poon J., Buterin V. Plasma: Scalable Autonomous Smart Contracts [Электронный ресурс] // Plasma: Scalable Autonomous Smart Contracts – Режим доступа: <https://plasma.io/plasma.pdf>, свободный (дата обращения: 14.10.2018) – Загл. с экрана. – Яз. англ.
5. Abusalah H., Alwen J., Cohen B., Khilko D., Pietrzak K., Reyzin L. Beyond Hellman's Time-Memory Trade-Offs with Applications to Proofs of Space [Электронный ресурс] // Cryptology ePrint Archive, 17 Sep 2017 – Режим доступа: <https://eprint.iacr.org/2017/893.pdf>, свободный (дата обращения: 14.10.2018) – Загл. с экрана. – Яз. англ.
6. Maymounkov P., Mazieres D. Kademlia: A Peer-to-peer Information System Based on the XOR Metric [Электронный ресурс] // MIT CSAIL Parallel & Distributed Operating Systems Group – Режим доступа: <https://pdos.csail.mit.edu/~petar/papers/maymounkov-kademlia-lncs.pdf>, свободный (дата обращения: 14.10.2018) – Загл. с экрана. – Яз. англ.

УДК 004.056

О.Н. Пендрикова, Е.Б. Александрова
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ПРОВЕРКА НА СУПЕРСИНГУЛЯРНОСТЬ ПРИ ГЕНЕРАЦИИ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРИВЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАФА ИЗОГЕНИЙ

Актуальность. В последние годы большое внимание ученых всего мира привлекает стремительно развивающаяся область квантовых вычислений. Появление вычислительных машин, в основе которых лежат принципы квантовой физики, ставит под угрозу безопасность широко используемых криптографических алгоритмов. В 1994 году американским ученым Питером Шором был разработан эффективный алгоритм разложения чисел на множители для квантового компьютера [1]. Этот алгоритм позволяет решать за полиномиальное время задачи разложения чисел на множители и дискретного логарифмирования в циклической группе простого порядка, то есть задачи, положенные в основу большинства используемых в настоящее время криптографических алгоритмов. Следовательно, необходимо разрабатывать новые алгоритмы шифрования и цифровой подписи, которые будут стойкими к атакам на квантовом компьютере. Одной из таких задач является задача поиска изогении между суперсингулярными эллиптическими кривыми. Для работы алгоритмов на эллиптических кривых крайне важно генерировать кривые определенных типов, обладающих необходимыми свойствами. В рамках данной работы предложен алгоритм проверки эллиптической кривой на суперсингулярность, позволяющий уменьшить временные затраты на генерацию требуемых кривых.

Целью данной работы является повышение скорости генерации эллиптических кривых для различных криптографических алгоритмов путем ускорения процесса проверки кривой на суперсингулярность.

Рассмотрим две эллиптические кривые E_1, E_2 над полем $\mathbb{F}_q, q = p^n$. Изогенией $\varphi: E_1 \rightarrow E_2$ называется рациональное отображение такое, что $\varphi(P_\infty) = P_\infty$ [2].

Ядром изогении φ называется множество точек кривой E_1 , отображающихся в точку P_∞ . Если отображение φ сепарабельно, то его степень равна мощности ядра: $\deg \varphi = \# \ker \varphi$. Эллиптические кривые E_1, E_2 называются изогенными, если между ними существует сепарабельная изогения. Согласно теореме Тейта [3] кривые изогенны тогда и только тогда, когда число точек у них совпадает.

Для изогении $\varphi: E_1 \rightarrow E_2$ степени l существует единственная дуальная изогения $\widehat{\varphi}: E_2 \rightarrow E_1$, такая, что $\varphi\widehat{\varphi} = [l]$, где $[l]$ – умножение точек кривой E_2 на число l . Аналогично $\widehat{\varphi}\varphi = [l]$ умножение точек кривой E_1 на число l . Дуальные изогении имеют одинаковые степени. На практике в основном рассматривают изогении малых степеней ($l = 2, 3, 5, \dots$).

Суперсингулярной кривой называется эллиптическая кривая, значение следа T эндоморфизма Фробениуса для которой кратно значению характеристики поля. Вычисление следа T является задачей, полиномиально эквивалентной задаче подсчета числа точек эллиптической кривой. Наилучшие известные алгоритмы – Чуфа и SEA – решают ее за время $O(\log^5 q)$ и $O(\log^4 q)$, соответственно [4]. Сложность предлагаемого алгоритма составляет $O(\log^2 q)$, что является существенным улучшением для работы со значениями характеристики поля, используемыми в современных криптографических алгоритмах.

Для любого натурального l , отличного от характеристики поля p , на основе классов изоморфных кривых, которые однозначно задаются l -инвариантом, можно построить граф изогений степени l . Данный граф можно условно разделить на две компоненты, одна из которых будет соответствовать несуперсингулярным эллиптическим кривым, а вторая – суперсингулярным.

Если кривые суперсингулярны, то граф их изогений будет представлять собой $(l + 1)$ -регулярный граф. Если кривые не являются суперсингулярными, граф, вершинами которого являются классы изоморфных кривых, а ребрами – l -изогении между ними, называется l -вулканом [5]. Такое название обусловлено характерной формой графа – часть вершин образуют циклический подграф («кратер вулкана») и являются корнями поддеревьев, листья которых образуют «подножие вулкана». Все вершины имеют степень $l + 1$ или 1 . Наличие висячих вершин и является отличительной особенностью графа несуперсингулярных эллиптических кривых от графа суперсингулярных кривых, с учетом которой строится предлагаемый алгоритм.

Ясно, что если исследуемая эллиптическая кривая является суперсингулярной, то вершина графа, соответствующая ее l -инварианту, имеет степень $l + 1$. В противном случае возможны варианты: висячая вершина (степень 1), вершина, принадлежащая кратеру, либо одна из вершин, лежащих непосредственно на самом «вулкане» (степень $l + 1$). Для определения суперсингулярности кривой необходимо построить путь от рассматриваемой вершины до висячей (в случае несуперсингулярной кривой) или сделать вывод об отсутствии такого пути в противном случае.

Если рассматриваемая вершина имеет степень 1 , то алгоритм заканчивает работу с выводом «не суперсингулярная».

В двух других случаях нетрудно показать, что достаточно строить ровно три цепочки изогений от рассматриваемой вершины для достижения «подножия вулкана». Действительно, в худшем случае первая вершина будет принадлежать «кратеру», то есть циклическому подграфу, и, следовательно, не более чем две из строящихся цепочек не достигнут висячей вершины и зациклятся. Третья же цепочка в любом случае завершится вершиной степени 1 , при условии, что исследуемая кривая была несуперсингулярной, причем максимальная длина построенной цепочки будет не больше, чем высота наибольшего поддерева графа.

Суммируя вышесказанное, можно предложить следующий алгоритм проверки кривой на суперсингулярность, основанный на поиске пути к висячей вершине в произвольном графе изогений эллиптических кривых.

Вход: эллиптическая кривая E .

Выход: вывод о суперсингулярности кривой E .

1. Вычислить корни модулярного полинома $\Phi_2(x, j)$, построенного на основе кривой E .

2. Построить три цепочки с первой вершиной -инвариантом кривой E , второй вершиной – корнем модулярного полинома.
3. Если полином имеет 0 или 1 корень, то вывод: «кривая несуперсингулярная».
4. Для каждой из трех цепочек выполнить следующие действия.
 - 4.1. Если цепочка пуста, определить следующую вершину, отличную от предыдущей, случайным образом выбирая один из корней модулярного полинома. Если полином имеет 0 или 1 корень, то вывод: «кривая несуперсингулярная».
 - 4.2. Если цепочка зациклилась, удалить ее.
5. Если все три цепочки удалены или количество итераций алгоритма превысило значение $\lceil \log_2 p \rceil$, то вывод: «кривая суперсингулярная», иначе вернуться на шаг 4.

Описанный алгоритм допускает использование изогений любых степеней. Исследования времени работы алгоритма для различных значений характеристики поля показали, что наиболее эффективным является использование изогений степени 2 и 3, так как именно при этих значениях достигается оптимальное соотношение между высотой получаемого «вулкана» и степенью модулярного полинома.

По сравнению с алгоритмом SEA, реализованным в среде компьютерной алгебры Sage в виде функции *trace_of_frobenius()* [6], разработанный алгоритм показывает лучший результат для кривых над полем характеристики порядка 2^{260} и выше, которые отвечают требованиям безопасности современных криптографических протоколов.

Вывод. Генерация криптостойких эллиптических кривых является важнейшей задачей при проектировании и разработке защищенных криптосистем. Так как в различных криптосистемах предъявляются разные требования к используемым кривым, важно на начальном этапе разработки уметь проверять генерируемую кривую на суперсингулярность. В настоящей работе предложен метод такой проверки, основанный на принципиальных отличиях структуры графов изогений суперсингулярных и несуперсингулярных эллиптических кривых. Проведено обоснование корректности разработанного алгоритма, и дана оценка его сложности. На основе разработанного алгоритма естественным образом строится алгоритм генерации эллиптических кривых заданного типа. Представленный алгоритм позволяет ускорить процесс генерации эллиптических кривых и может быть использован в качестве вспомогательного инструмента при построении защищенных криптосистем, стойких к атакам с использованием квантового компьютера.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ekert A., Jozsa R. Quantum computation and Shor's factoring algorithm //Reviews of Modern Physics. – 1996. – Т. 68. – №. 3. – С. 733.
2. Ростовцев А.Г. Эллиптические кривые в криптографии. Теория и вычислительные алгоритмы. – СПб: Профессионал, 2010.
3. Silverman J. H. The arithmetic of elliptic curves. – Springer Science & Business Media, 2009. – Т. 106.
4. Schoof R. Counting points on elliptic curves over finite fields //J. Théor. Nombres Bordeaux. – 1995. – Т. 7. – №. 1. – С. 219-254.
5. Miret J.M. et al. Exploiting isogeny cordillera structure to obtain cryptographically good elliptic curves //Journal of Research and Practice in Information Technology. – 2008. – Т. 40. – №. 4. – С. 263.
6. Sage Tutorial. Release 8.3. // Учебное пособие по работе с математическим программным обеспечением Sage. – URL: <http://doc.sagemath.org/pdf/en/tutorial/SageTutorial.pdf> – (дата обращения: 13.09.2018).

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ВЫБОРА ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ
СЕТЕВЫХ АТАК НА ОСНОВЕ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

Введение. С развитием информационных технологий ко всем ранее известным угрозам добавились новые, связанные с использованием локальных и глобальных вычислительных сетей. Для обнаружения угроз и вторжений в информационные системы применяются различные технологии защиты: межсетевые экраны, антивирусное программное обеспечение, системы обнаружения атак (СОА), системы предупреждения вторжений и многие другие.

Использование СОА нацелено на обнаружение возможных инцидентов, отслеживание информации о них и уведомление сетевых администраторов о происходящем в сети. Одним из основных методов, используемых СОА для обнаружения подобных инцидентов, является обнаружение аномалий [1]. Данный метод основывается на проверке трафика: если в нем есть характеристики пакетов, отличающиеся от нормального поведения, то СОА генерирует сигналы тревоги.

Актуальность. Важной задачей при разработке СОА является выбор значимых параметров для анализа. Сложность выбора множества параметров можно объяснить тем, что составляющие его параметры зависят от вида обнаруживаемых атак, поэтому одна и та же совокупность параметров не будет адекватной для всех типов атак. Одним из возможных решений является использование генетического алгоритма. Для построения генетического алгоритма необходимо определить весовые коэффициенты для каждого параметра.

Целью научно-исследовательской работы является выбор анализируемых параметров для повышения эффективности обнаружения сетевых атак с помощью генетического алгоритма.

Для достижения этой цели решались следующие задачи:

1. Исследовать энтропийный метод вычисления весовых коэффициентов.
2. Исследовать метод главных компонент для вычисления весовых коэффициентов.
3. Провести сравнительный анализ двух методов вычисления весовых коэффициентов и сделать выводы о том, использование какого метода повышает точность и эффективность генетического алгоритма для обнаружения сетевых атак.

Энтропийный метод вычисления весовых коэффициентов

Энтропия обычно используется при получении информации для вычисления релевантности гена с помощью атрибута класса. Каждый ген содержит определенный объем информации и обеспечивает свой вклад в атрибут класса. Эта информация зависит от частоты, с которой обнаруживается определенный атрибут и вносит свой вклад в конкретную атаку. Энтропия атрибута имеет минимальное значение 0 и максимальное значение 1 [2].

Энтропия для случайного события X вычисляется по следующей формуле (1):

$$H(X) = -\sum_i p(x_i) \log_2 P(x_i) \quad (1)$$

Значение равно 0 означает, что ген не встречается во всех сетевых подключениях. Когда энтропия имеет значение 1, это значит, что ген имеет вероятность 1/2 возникновения во всех подключениях [3].

Энтропия гена X может быть получена из формулы (1) преобразованием к виду (2):

$$H(X) = -1 * \left[\left(\frac{n_1}{n_0+n_1} * \log_2 \frac{n_1}{n_0+n_1} \right) + \left(\frac{n_0}{n_0+n_1} * \log_2 \frac{n_0}{n_0+n_1} \right) \right], \quad (2)$$

где n_1 представляет число значений единиц для данного гена во всех хромосомах, а n_0 – количество нулей.

Метод главных компонент для вычисления весовых коэффициентов

Метод главных компонент – это метод, который переводит большое количество связанных между собой (зависимых, коррелирующих) переменных в меньшее количество независимых переменных. Специфическим является то, что в ходе вычислительных процедур одновременно получают все главные компоненты и их число первоначально равно числу исходных переменных [4].

Табл. 1. Точность обнаружения атак для различных методов

Метод вычисления весовых коэффициентов	Тип атаки	Номера задействованных атрибутов	Точность обнаружения
Энтропийный метод	R2L	1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32, 33, 34, 36, 38, 39, 40, 41	TPR 0.8967 FPR 0.98
	U2R	1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 13, 14, 23, 24, 27, 29, 30, 32, 33, 34, 36, 40, 41	TPR 0.7884 FPR 0.97
Метод главных компонент	R2L	2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32, 33, 34, 36, 38, 39, 40, 41	TPR 0.8775 FPR 0.9
	U2R	1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 13, 14, 17, 18, 23, 24, 29, 30, 32, 33, 34, 36, 37, 41	TPR 0.7752 FPR 0.96

Сравнение методов вычисления весовых коэффициентов для генетического алгоритма

Повысить эффективность обнаружения сетевых атак на основе генетического алгоритма можно с помощью вычисления весовых коэффициентов, соответствующих каждому анализируемому параметру. В процессе исследования было проведено сравнение энтропийного метода вычисления весовых коэффициентов и метода главных компонент. В качестве исходных данных был взят набор NSK KDD 2000, который был разбит согласно четырем типам атак: R2L, U2R, Probe и DoS [1]. Для исследования рассматривался исходный набор из 41 параметра. Энтропийный метод реализован на языке C# и платформе .NET. Вычисление весовых коэффициентов с помощью метода главных компонент было реализовано на языке программирования для статистической обработки данных R. Для исследования были использованы наиболее трудные для обнаружения классы атак, а именно: R2L и U2R. Полученные с помощью двух методов весовые коэффициенты были использованы в программной реализации генетического алгоритма, написанного на языке C# и средства .NET. В данном случае генетический алгоритм использовался для отбора оптимальных параметров, сигнализирующих об определенном классе атак. Например, хромосома 1111110001100000000001111111001110101111, получившаяся в результате использования энтропийного метода, означает, что для оптимального обнаружения атаки R2L необходимо учитывать параметры, приведенные в Приложении А. Хромосома, получившаяся в результате выполнения генетического алгоритма с весовыми коэффициентами, полученными при помощи метода главных компонент, имеет вид 0111110001100000000001111111001110101111. Она практически совпадает с хромосомой, получившейся в результате использования энтропийного метода, за исключением первого параметра. Точность обнаружения определялась по формулам (3, 4):

$$TPR = \frac{TP}{TP+FN} \quad (3)$$

$$FPR = \frac{FP}{TN+FP} \quad (4)$$

где TP – количество верно определенных атак, FP – количество атак, неверно отнесенных к классу R2L, TN – количество верно определенных атак, не относящихся к классу R2L, FN – количество необнаруженных атак R2L. Полученные результаты представлены в таблице 1.

Выводы. Опираясь на проведенные исследования можно сделать вывод, что оба метода вычисления весовых коэффициентов обладают различной точностью обнаружения атак. В результате работы генетического алгоритма для энтропийного метода вычисления весовых коэффициентов было отобрано на один параметр больше, чем при методе главных компонент. При использовании энтропийного метода был получен наилучший результат.

При финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы» (Соглашение от 26.09.2017 №14.575.21.0131, уникальный идентификатор соглашения RFMEFI57517X0131)

ЛИТЕРАТУРА:

1. Naidu Nivedita, Dharaskar R.V. «An effective approach to Network Intrusion Detection System using Genetic Algorithm». – International Journal of Computer Applications. – 2010. – (дата обращения 11.03.2017)
2. Kamath Ajay «A novel two-stage classifier with feature selection for intrusion detection». – Department of computer science & engineering Maulana Azad Institute of technology, Bhopal (M.P.) 462051. – June 2015. - (дата обращения 23.11.2017)
3. Tom Carter, «An introduction to information theory and entropy». – Complex Systems Summer School. - Santa Fe, Aug 2014.
4. Померанцев А. «Метод главных компонент». – 2008.[Электронный ресурс] – URL: <http://rcs.chemometrics.ru/Tutorials/pca.htm>. – (дата обращения 15.06.2018)

УДК 004.056

Е.Г. Проценко, Е.В. Жуковский
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМАТА ВХОДНЫХ ДАННЫХ ПРОГРАММЫ НА ОСНОВЕ БИНАРНОГО АНАЛИЗА ИСПОЛНЯЕМОГО ФАЙЛА

Многие форматы файлов и сетевые протоколы являются проприетарными, то есть не имеют публично доступной спецификации. Однако, даже реализации тех протоколов и форматов файлов, которые ее имеют, могут поддерживать скрытый или дополнительный функционал. Это может быть сделано для внедрения новых возможностей, либо упрощения процесса разработки. А также для внедрения потайных ходов в разрабатываемое программное обеспечение, например, в камеры видеонаблюдения. При этом, они могут использоваться в городской инфраструктуре.

Для определения сетевого протокола существуют два основных подхода:

1. анализ сетевой трассы [1, 2];
2. бинарный анализ [3, 4, 5, 6, 7, 8].

Для анализа формата файла подходит только второй.

Первый подход предполагает анализ и кластеризацию сетевого трафика. Однако он ограничен в плане отсутствия семантической информации о сообщениях, что в свою очередь создает новые проблемы. Бинарный анализ позволяет избавиться от них и включает в себя как статические, так и динамические методы.

В одной из первых работ, посвященных данной теме, был описан прототип под названием Polyglot [3], в котором были представлены различные техники определения

различных структур входных данных программы на основе бинарного анализа, например, строки, разделители и другие. Затем последовал ряд работ, которые модифицировали и улучшали данный подход.

По результатам анализа данных работ был определен ряд критериев, по которым их можно сравнить и оценить какие вопросы и проблемы в них не были затронуты. Целью данной работы является разработка иного подхода, позволяющего избавиться от недостатков существующих. Критерии и результаты сравнения представлены в таблице 1. В этой же таблице представлено сравнение с разрабатываемой техникой, прототип которой имеет название «Boogie».

Предложенный прототип позволяет избавиться от следующих проблем, которые не поднимались в существующих работах:

1. анализ покрытия кода;
2. генерация входных данных;
3. анализ программы без наличия примеров входных данных.

Табл. 1. Сравнение работ по определению формата входных данных

Система	Replayer [4]	Polyglot [3]	Работа [5]	Работа [8]	Tupni [7]	Prospex [6]	Boogie
Статический анализ	-	-	+	+	-	-	-
Динамический анализ	+	+	+	+	+	+	+
Контекст для определения формата	-	-	-	+	+	-	-
Записи	-	-	-	-	+	-	+/-
Массивы	-	+	+	+	+	+	+/-
Строки	-	+	+	+	+	+	+/-
Контрольные суммы	+	-	-	+	+	-	+/-
Конечный автомат сетевого протокола	-	-	-	-	-	+	-
Генерация входных данных	-	-	-	-	-	-	+
Анализ покрытия кода	-	-	-	-	-	-	+
Анализ без наличия примеров входных данных	-	-	-	-	-	-	+

Предложенный подход позволяет интегрироваться с существующими, при этом не нарушая их процессы. Он основывается на технике символьного исполнения и taint-анализа исполняемого анализируемого файла и рекурсивном решении ограничений на пути исполнения программы. Таким образом, возможна генерация входных данных, позволяющих увеличить покрытие кода, а качество определения формата данных напрямую зависит от этого показателя. Также обеспечивается попадание в сложно достижимые участки кода, такие как потайные ходы. Данный подход был реализован для бинарных программ за счет использования библиотеки для символьных вычислений Triton. Возможен анализ как программ для ОС Windows, так и Linux систем. Его можно также расширить на программы с наличием исходного кода. Ключевой момент разработанного основного алгоритма заключается в том, что для собранной трассы исполнения определяется список всех условных переходов. Для каждого условного перехода проверяется, зависит ли он от символьных переменных (то есть, от входных данных текущей итерации). Если переход является условным, то ограничения, накладываемые данным переходом, инвертируются и

суммируются с предыдущими ограничениями текущей трассы. На результирующем ограничении решается символьное уравнение с помощью SMT-решателей. Если решение было найдено, то оно добавляется в очередь для дальнейшего анализа.

В конце анализа текущих входных данных из очереди выбирается очередной элемент по методу «первый зашел – первый вышел» (или любому другому). После этого обертка для программы доставляет очередные данные на вход и собирает трассу исполнения. Собрав трассу, начинает работать основной алгоритм Boogie по решению ограничений на пути исполнения программы. Эти шаги повторяются до тех пор, пока в очереди не останется элементов. Таким образом, решается и проблема «взрыва путей», свойственная символьному исполнению.

Для анализа бинарных файлов предоставляется библиотека на языке Python, которая реализует основной алгоритм решения символьных ограничений на пути исполнения. Также для конкретной программы необходимо разработать «обертку», которая описывает начальный и конечный моменты анализа программы, а также определяет средством отладки или бинарной инструментации для анализа программы.

Результат работы прототипа выглядит таким образом, что на итерации алгоритма генерируются такие данные, которые позволяют покрыть новый участок кода. Для протокола HTTP при определении типа запроса порядок сообщений будет отличаться в зависимости от реализации, но может выглядеть примерно следующим образом: «AAAAA», «P», «G», «PU», «GE», «PUSH» и так далее.

Предложенный подход позволяет улучшить существующие, решающие задачу определения формата данных, а также позволит добиться лучших результатов в следующих направлениях:

- определение потайных ходов в ПО;
- нахождение ошибок в реализации;
- нахождение недокументированных возможностей;
- генерация входных данных для фаззинга с учетом покрытия кода;
- разработка защитных средств по работе с сетевыми данными (например, COB);
- анализ протоколов без наличия исходного кода и спецификации.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Cui W., Kannan J., Wang H. Discoverer: Automatic Protocol Reverse Engineering from Network Traces // Proceedings of the 16th USENIX Security Symposium. – 2017. – № 14.
2. Cui W., Paxson V., Weaver N., Katz R. H. Protocol-Independent Adaptive Replay of Application Dialog // Proceedings of the 13th Annual Network and Distributed System Security Symposium (NDSS). – 2006.
3. Caballero J., Yin H., Liang Z., Song D. Polyglot: automatic extraction of protocol message format using dynamic binary analysis // Proceedings of the 14th ACM conference on Computer and communications security. – 2007. – С. 317 – 329.
4. Newsome J., Brumley D., Franklin J., Song D.X. Replayer: automatic protocol replay by binary analysis // Proceedings of the 13th ACM conference on Computer and communications security. – 2006. – С. 311 - 321.
5. Wondracek G., Comparetti P.M., Kruegel C., Kirda E. Automatic Network Protocol Analysis // Proceedings of the 15th Annual Network and Distributed System Security Symposium (NDSS'08). – 2008.
6. Comparetti P.M., Wondracek G., Kruegel C., Kirda E. Prospex: Protocol Specification Extraction // SP '09 Proceedings of the 2009 30th IEEE Symposium on Security and Privacy. – 2009. – С. 110 – 125.
7. Cui W., Peinado M., Chen K., Wang H.J., Irun-Briz L. Tupni: automatic reverse engineering of input formats // CCS '08 Proceedings of the 15th ACM conference on Computer and communications security. – 2008. – С 391 – 402.
8. Lin Z., Jiang X., Xu D., Zhang X. Automatic Protocol Format Reverse Engineering through Context-Aware Monitored Execution // Computer Networks: The International Journal of Computer and Telecommunications Networking. – 2013. – С. 451 – 474.

ОРГАНИЗАЦИЯ ОТЗЫВА ДЛЯ СХЕМЫ КОЛЬЦЕВОЙ ПОДПИСИ НА РЕШЕТКАХ

Электронная подпись в настоящее время является основным способом, позволяющим аутентифицировать данные и их источник. Одним из видов электронной подписи является кольцевая подпись, используемая в различных прикладных областях, например, в системах электронного голосования, электронной валюты. Такая подпись гарантирует, что сообщение было подписано одним из участников группы, однако не предоставляет возможности отследить, кем именно.

Важной составляющей протокола кольцевой подписи является процедура отзыва права подписи у пользователя группы. Организация отзыва оказывает влияние на эффективность схемы подписи. Так, разные механизмы отзыва отличаются объемом дополнительных вычислений и обновлений, а также влиянием на размер подписи.

Традиционные схемы цифровой подписи, основанные на задаче разложения целых чисел на множители и задаче дискретного логарифмирования, не являются стойкими к атакам с использованием квантового компьютера. В связи с этим в настоящее время стоит задача разработки криптографических алгоритмов, стойких к подобного рода атакам. Одним из перспективных направлений в данной области является криптография на решетках.

В данной работе исследуется схема кольцевой подписи на решетках, методы организации отзыва в схемах групповой подписи. Предложен подход к решению задачи отзыва в схеме кольцевой подписи на решетках.

Целью работы является повышение эффективности процедуры отзыва права подписи для схемы кольцевой подписи на решетках.

Кольцевая подпись является разновидностью групповой подписи. Каждый участник группы (кольца) имеет ключ подписи, с помощью которого может подписать сообщение от лица группы. При этом получатель не может определить по подписи, кем из участников она была сформирована. Таким образом, данная схема гарантирует, что сообщение было подписано одним из участников группы, и при этом обеспечивает анонимность этого участника в пределах данной группы. Отсюда вытекают два важных свойства безопасности кольцевых схем подписи:

- невозможность подделки – заключается в неосуществимости операции подписи от лица группы при отсутствии одного из закрытых ключей;
- анонимность автора подписи – заключается в невозможности узнать, какой именно закрытый ключ был использован при формировании подписи.

С каждым участником кольца ассоциируется пара: открытый ключ P_k и закрытый ключ S_k . Простейшая схема кольцевой подписи состоит из процедур формирования подписи $\text{Ring-sign}(m, P_1, P_2, \dots, P_r, S_k)$ и проверки подписи $\text{Ring-verify}(m, \sigma)$ (рис. 1).

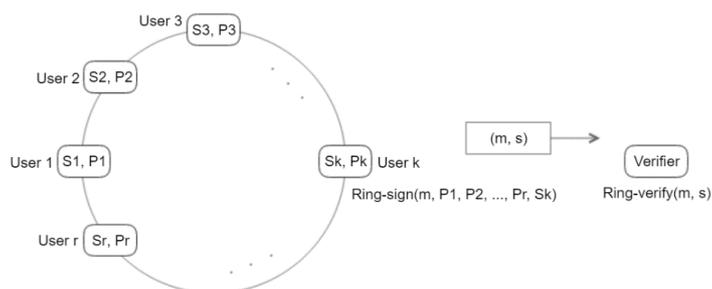


Рис. 1. Схема кольцевой подписи

В качестве прототипа выбрана схема кольцевой подписи на решетках, основанная на модели со случайным оракулом [1], в основе безопасности которой лежит задача поиска вектора по норме (short integer solution, SIS): для заданной матрицы $A \in \mathbb{Z}_q^{m \times n}$ найти вектор $v \in \mathbb{Z}^n \setminus \{0\}$ такой, что $Av = 0$ и $\|v\| \leq \beta$ для некоторого заданного β .

Для организации отзыва был выбран механизм отзыва со связыванием (linking-based revocation) [2]. Данный подход основывается на том, что назначенная сущность может определить, были ли две подписи сформированы одним и тем же (анонимным) автором – участником группы. Данная сущность является онлайн-сервером, который хранит подписи отозванных участников группы. При проверке подписи проверяющий обращается к серверу, который сравнивает полученную подпись со списком отозванных подписей (revocation list, RL) и отвечает проверяющему, состоит ли автор подписи в списке отзыва (рис. 2). Данный метод не требует от участников схемы обновлять ключи при удалении одного из участников из группы, синхронизировать информацию об отзыве между участниками схемы, а также производить дополнительные вычисления при проверке подписи проверяющим.

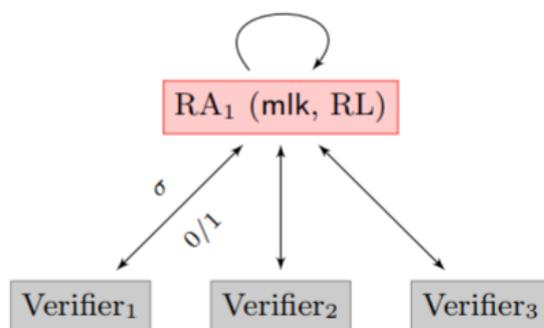


Рис. 2. Отзыв со связыванием

Для применения данного механизма схема кольцевой подписи должна обладать свойством контролируемой связываемости. Кольцевые подписи с контролируемой связываемостью отличаются наличием выделенной сущности – менеджера связывания, обладающего возможностью с помощью ключа mlk (master linking key) по двум подписям σ и σ' с помощью алгоритма $Link(gpk, mlk, M, \sigma, M', \sigma')$, где gpk (group public key) – открытые ключи схемы, определить, были ли они сформированы одним и тем же пользователем без возможности идентифицировать этого пользователя. При этом добавляется следующее свойство безопасности: ключ менеджера связывания не должен позволять получить какую-либо информацию, с помощью которой можно идентифицировать автора подписи.

Для реализации свойства связываемости в схеме кольцевой подписи предлагается использовать следующий способ, основанный на парадигме Sign-and-Encrypt-and-Prove, SEP (Подписать-Зашифровать-Доказать) [3]. Кольцевая подпись, следующая данной парадигме, состоит из блоков: схема подписи (digital signature) $DS=(KeyGen_s, Sign, Verify)$, схема шифрования с открытым ключом (asymmetric encryption) $AE=(KeyGen_e, Enc, Dec)$, протокол неинтерактивного доказательства с нулевым разглашением (Non-interactive zero-knowledge proof, NIZK).

Каждый новый участник кольца отправляет выпускающему центру значение $f(x_i)$, где f – односторонняя функция, x_i – секретное значение. Выпускающий центр в ответ в качестве сертификата участника $cert$ отправляет подпись $Sign(sk, f(x_i))$, где sk (signing key) – ключ подписи выпускающего центра. Тогда кольцевая подпись, сформированная участником при подписании сообщения, будет дополнена значением $T = Enc(epk, cert)$, где epk (encryption public key) – открытый, esk (encryption secret key) – закрытый ключи схемы шифрования AE.

Для доказательства связанности двух подписей используется шифрование с открытым ключом с тестами на равенство (All-or-Nothing Public Key Encryption with Equality Tests, AoN-РКЕЕТ) [4], позволяющее назначенной сущности, владеющей лазейкой tk (trapdoor key), по двум шифртекстам T, T' с помощью алгоритма $Com(T, T', tk)$ определить, зашифровывают ли они один и тот же открытый текст, не раскрывая его содержания.

Таким образом, каждому участнику кольца выдается сертификат, который в зашифрованном виде прикрепляется к подписи. При проверке подписи центр отзыва сравнивает полученный сертификат с зашифрованными сертификатами из списка отзыва с помощью теста на равенство и отправляет проверяющему ответ, состоит ли данный участник в списке отзыва.

Однако данный метод обладает следующим недостатком: автор подписи может зашифровать и отправить не свой сертификат, тогда сравнение сертификатов тестом на равенство не будет иметь смысла. Для решения данной проблемы предлагается, чтобы центр отзыва хранил не список отозванных подписей, а список подписей активных участников кольца, которые не были отозваны (белый список). В случае, если право подписи пользователя было отозвано, его подпись будет удалена из списка.

Таким образом выбранный протокол кольцевой подписи дополняется следующими действиями:

- 1) Каждому пользователю, помимо ключей подписи, выдается сертификат $cert$ в соответствии с парадигмой SEP. Также с помощью алгоритма KeyGen схемы AoN-РКЕЕТ генерируются ключи шифрования (epk, esk). Центру отзыва выдается ключ связывания tk , который является лазейкой.
- 2) Для подписания сообщения участник зашифровывает свой сертификат на открытом ключе: $T = Enc(epk, cert)$ и добавляет полученное значение к сгенерированной подписи.
- 3) После проверки корректности подписи проверяющий обращается к центру отзыва. Центр отзыва, обладая лазейкой tk и белым списком подписей участников кольца, сравнивает проверяемую подпись с каждой подписью из списка с помощью теста на равенство $Com(T, T', tk)$. Если подпись оказалась связанной с одной из подписей в списке, то центр отзыва возвращает проверяющему значение true, если же ни одна подпись из списка не соответствует проверяемой – false.

Вывод. В ходе работы решена задача организации отзыва в схеме кольцевой подписи на решетках с помощью применения механизма, основанного на контролируемой связываемости. Выбранная кольцевая подпись дополнена алгоритмами сравнения подписей в соответствии с парадигмой SEP и протоколом AoN-РКЕЕТ, реализующим схему шифрования с открытым ключом с тестами на равенство. Также для обеспечения безопасности сам механизм отзыва был видоизменен, список отозванных подписей был заменен списком активных подписей. Реализованный механизм позволяет производить отзыв права подписи без обновления ключей для авторов подписи и информации об отозванных участниках для проверяющего. Таким образом, отзыв происходит незамедлительно без необходимости синхронизации данных между участниками за счет добавления к схеме центра отзыва, являющегося онлайн-сервером.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Wang S., Zhao R., Zhang Y. Lattice-based ring signature scheme under the random oracle model // International Journal of High Performance Computing and Networking. – 2018. – Т. 11. – №. 4. – С. 332-341.
2. Slamanig D., Spreitzer R., Unterluggauer T. Linking-Based Revocation for Group Signatures: A Pragmatic Approach for Efficient Revocation Checks // International Conference on Cryptology in Malaysia. – Springer, Cham, 2016. – С. 364-388.

3. Canard S. et al. On the implementation of a pairing-based cryptographic protocol in a constrained device // International Conference on Pairing-Based Cryptography. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2012. – С. 210-217.
4. Tang Q. Public key encryption supporting plaintext equality test and user-specified authorization // Security and Communication Networks. – 2012. – Т. 5. – №. 12. – С. 1351-1362.

УДК 004.056

П.И. Туманян, Е.Ю. Резединова
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРНЫХ СТРАТЕГИЙ ПОВЕДЕНИЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ В СОЦИАЛЬНОЙ СЕТИ TWITTER

В современном мире социальные сети являются мощным инструментом самоорганизации общества, они получили широкое распространение во всех слоях населения. Социальными сетями сегодня интегрируются практически все существующие интернет-источники, благодаря им происходит объединение и структурирование пользователей по интересам, политическим и религиозным взглядам.

С другой стороны, бурное развитие данной сферы социальных связей приводит к росту недоверия в интернет-сообществах, в том числе по причине сомнения в «реальности» тех или иных пользователей. Одной из самых опасных угроз доверию в социальных сетях является распространение социальных ботов [1], [2]. Поэтому весьма актуальной представляется проблема определения характерных стратегий. В данной статье, которая является логическим продолжением более ранних работ авторов [3] и [4], ставится цель подробнее рассмотреть характерные стратегии поведения ботов. Для этого необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать программу, осуществляющую сбор и анализ информации о пользователях.
2. Проанализировать полученные программой результаты.
3. Разделить всех пользователей на классы.
4. Выявить модели поведения, характерные для реальных пользователей и ботов.

Для определения признаков, характеризующих и отличающих друг от друга два вида пользователей (реальных и ботов) с помощью программы, написанной языке Python и посредством программного интерфейса Twitter API были собраны данные около 600 аккаунтов сети Twitter.

На основе этих данных были получены значения различных метрик, исходя из которых были составлены «портреты» реального пользователя и бота. В зависимости от количества подписчиков (популярности) всех пользователей можно условно разделить на 4 категории:

1. Обычные пользователи – аккаунты имеющие до 1000 подписчиков. Это пользователи с низкой популярностью и не стремящиеся к ее увеличению. Активность данных аккаунтов невысока. В тоже время это самая многочисленная группа пользователей Twitter, составляющая более 90% от общего количества учетных записей [5].
2. Пользователи со средней популярностью. Количество подписчиков составляет от 1 тысячи до 100 тысяч.
3. Популярные пользователи, количество подписчиков которых находится в пределах от 100 тысяч до 1 миллиона. Данные пользователи Twitter являются одними из самых популярных на платформе и их статус соотносим с положением знаменитостей и людей с мировым признанием. Эта группа составляет около 2% от всех аккаунтов.

4. Пользователи с высокой популярностью. К данной категории относятся пользователи с числом подписчиков более 1 миллиона и имеющие статус знаменитостей и всемирно известных личностей.

На основе анализа поведения в сети с учетом приведенной выше классификации получены стратегии поведения, характерные для реальных пользователей и ботов. Применительно к реальным пользователям стратегии поведения могут быть представлены следующим образом

Стратегия поведения № 1. Обычно такие пользователи в среднем делают одну запись (tweet) в 2 дня. Чаще ими просматривается новостная лента и отмечаются чужие публикации, значительно реже записи комментируются. Периодически делаются дубли чужих записей через функцию retweet. Среди таких пользователей можно также выявить два подкласса. К первому относится тип пользователей, которые чаще делают свои собственные публикации, нежели дублируют чужие. Пользователи второго подкласса в основном дублируют чужие публикации и редко делают свои собственные. Данная стратегия обычно присуща первой категории пользователей.

Стратегия поведения №2. Отличается ежедневным размещением нескольких записей с целью удовлетворения интереса своих подписчиков в новом контенте. При этом для публикаций выбирается наиболее эффективное с точки зрения количества посещений время. Пользователи данной модели поведения (обычно это пользователи второй или третьей категории) также комментируют публикации, отмечают и распространяют записи и сообщения пользователей, относящихся по популярности к их категории или выше.

Стратегия поведения № 3. Чаще всего данная стратегия фиксируется у аккаунтов четвертой категории пользователей. Как правило, ведением данных аккаунтов занимается специально обученный человек. Это крупные новостные или звездные аккаунты. Для них не характерно комментирование, оценка или повторная публикация чужих публикаций. Записи данных пользователей массово читаемы, их активно обсуждают в комментариях, дублируют с помощью функции retweet. Им свойственно ежедневное увеличение аудитории.

В зависимости от направленности (назначения) контента все бот-аккаунты можно разделить на четыре категории: спам, монетизация трафика, криптовалютные боты и влияние на общественное мнение.

1. Спам-боты. Это аккаунты, автоматически генерирующие спам-контент, к которому относятся: ссылочный спам (большинство публикаций – это ссылки на сторонние ресурсы), простой спам (публикации состоят из несвязанных слов, бессвязных фраз и не имеют никакой логики) и цитатный спам (публикации – это цитаты).

2. Монетизация трафика. Это аккаунты, за счет которых достигается искусственное увеличение аудитории других пользователей. Обычно владельцы ботов, нацеленных на монетизацию трафика, продают свои услуги. Это услуга «накрутки» подписчиков, продажа аккаунтов с большим количеством подписчиков (ботов), публикация рекламного контента.

3. Криптовалютные боты. Подобные боты задействованы в мошеннических схемах распространения «бесплатной криптовалюты» [6].

4. Влияние на общественное мнение путем распространения недостоверной информации. Такие боты могут использоваться для политических и пропагандистских целей.

Применительно к данным группам бот-аккаунтов выделены следующие модели поведения:

1. Привлечение внимания к профилю путем подписки (отписки) от большого количества пользователей за короткий период времени (характерно для всех категорий ботов).

2. Использование публикаций, преимущественно состоящих из URL ссылок на сторонние ресурсы. Как правило, лента бот-аккаунтов разбавлена записями без ссылок, публикацией картинок и видео. Часто используются также дублирования через функцию retweet и комментарии, чтобы аккаунт не выглядел как бот (характерно для 1 группы ботов).

3. Публикации схожего или дублирующего контента (характерно для 1, 3 и 4 группы ботов).

4. Использование популярных «хэштегов», не относящихся к теме публикации (характерно для всех категорий ботов).

5. Повторяющиеся комментарии и упоминания на разные публикации (характерно для первой и второй группы ботов).

6. Частое упоминание других пользователей совместно с тем или иным рекламным контентом (характерно для всех групп ботов).

7. Копирование информации из аккаунтов других пользователей (раздел «О себе», URL-адрес и пр.) с представлением ее как собственной (характерно для всех категорий ботов).

Выводы. В данной работе был проведен анализ поведения пользователей социальной сети Twitter. Были собраны данные об аккаунтах реальных пользователей и автоматизированных ботов, проведено разделение всех пользователей на классы, а также выявлены характерные для них модели поведения.

Учитывая изложенное выше, можно сделать вывод о применимости для выявления бот-аккаунтов в социальных сетях особенностей моделей поведения ботов, а также их отличий от стратегий реальных пользователей социальных сетей.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Topmarketing.by Честное SMM-продвижение, выявляем аккаунты-боты в социальных сетях [Электронный ресурс] [Дата обращения: 20.06.2017]. Режим доступа: URL: <http://topmarketing.by/internetmarketing/chestnoe-smm-prodvizhenie-vyyavlyаемakkaunty-boty-v-socialnyx-setyah.html>
2. Лыфенко М.Д. Виртуальные пользователи в социальных сетях: Мифы и реальность: [Текст] / Лыфенко М.Д. // Вопросы кибербезопасности – 2014 – № 4 – с.1-4
3. П.И. Туманян, Е.Ю. Резединова. Алгоритмы выявления ботов в социальных сетях. Информатика и кибернетика (ComCon-2017): сборник докладов студенческой научной конференции Института компьютерных наук и технологий. 3–8 апреля 2017 года. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2017, 260–264.
4. П. И.Туманян, Е. Ю. Резединова. Анализ поведения пользователей в социальной сети Twitter. Неделя науки СПбПУ : материалы научной конференции с международным участием. Институт компьютерных наук и технологий. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2018, 23-29
5. V.S. Subrahmanian, A. Azaria, S. Durst, V. Kagan, A. Galstyan The DARPA Twitter Bot Challenge, 2016.
6. «Охота на ботов в Твиттере» [Электронный ресурс] [Дата обращения: 11.09.2018]. Режим доступа: URL: <https://www.kaspersky.ru/blog/hunting-twitter-bots/21086/>

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ АУТСОРСИНГА
ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ МАЛОМОЩНЫХ КРИПТОСИСТЕМ

Набирающая обороты автоматизация всех аспектов жизни общества привела к появлению и активному развитию беспроводных самоорганизующихся сетей, особенно для задач мониторинга и наблюдения. Относительно новой областью исследований стали летающие самоорганизующиеся сети (FANET-сети, Flying Ad-Hoc Networks), регулирующие автономное движение беспилотных летательных аппаратов (БПЛА).

Специфика FANET-сетей на основе мини-БПЛА накладывает особые ограничения, объективно влияющие на решение задачи обеспечения информационной безопасности. К таким особенностям можно отнести: очень высокую мобильность узлов, большое расстояние между отдельными узлами сети, частые изменения топологии сети, ограниченность энергетических ресурсов и памяти. При этом повышенная динамика топологической структуры сети может стать причиной задержек и сбоев при передаче сообщений, а также вызывать трудности при определении точного местоположения узлов сети.

Обеспечение безопасности в FANET-сетях до недавнего времени осуществлялось посредством аппаратного шифрования (AES, DES) с помощью инструкций центрального процессора. Для защиты от атак на доступность используется псевдослучайная перестройка частоты, а также обеспечение анонимности узлов посредством групповой аутентификации узлов FANET-сети.

Вопросам обеспечения конфиденциальности и целостности передаваемых данных, защищенной аутентификации узлов с учетом требований таких сетей уделялось крайне мало внимания. Проблема ограниченности энергетических ресурсов и памяти требует использования специализированных криптографических алгоритмов, адаптированных к аппаратным особенностям и ограничениям узлов сети. Следовательно, необходимо создание именно маломощных криптосистем с доказанной практической эффективностью. Для достижения данной цели необходимо, во-первых, разработать новую или оптимизировать имеющуюся криптосистему и, во-вторых, показать ее практическую эффективность.

Парадигма личностной криптографии в FANET-сетях позволяет обеспечить аутентификацию, конфиденциальность и целостность с помощью протоколов, совмещающих функциональность цифровой подписи и шифрования (Identity-Based Signcryption, IBSC). Затраты на выполнение такого протокола будут меньше, чем суммарные затраты на выполнение шифрования и подписи по отдельности. Для реализации в FANET-сети подходящей из современных является личностная схема шифрования с подписью, представленная в работе [1], поскольку она позволяет выполнять часть вычислений, в том числе вычисление билинейного отображения, в автономном режиме:

1) Алгоритм генерации параметров: выполняется доверенной стороной и предназначен для генерации глобальных параметров системы и мастер-ключа.

Сгенерировать группы $(G_1, +)$, $(G_2, +)$ и (G_3, \bullet) простого порядка q и выбрать билинейное отображение $e: G_1 \times G_2 \rightarrow G_3$. Найти образующие $P_1 \in G_1^*$ и $P_2 \in G_2^*$.

Выбрать случайное число $s \in \mathbb{Z}_q^*$ и установить параметр $P_{pub} = sP_1$, используя s в качестве мастер-ключа.

Выбрать криптографически стойкие функции хэширования $H_1: \{0,1\}^* \rightarrow \mathbb{Z}_q^*$, $H_2: \{0,1\}^* \times G_3 \rightarrow \mathbb{Z}_q^*$ и $H_3: \{0,1\}^n \rightarrow \mathbb{Z}_q^*$.

Доверенная сторона сохраняет число $M_{sk} = s$ в качестве закрытого мастер-ключа системы и публикует открытые системные параметры

$$M_{pk} = \{G_1, G_2, G_3, e, n, P_1, P_2, P_{pub}, H_1, H_2, H_3\}.$$

2) Алгоритм генерации секретного ключа: также выполняется доверенным органом. На его вход поступает мастер-ключ и произвольная строка бит $ID \in \{0,1\}^*$, а его результатом является секретный ключ пользователя, соответствующий идентификатору ID .

– Для идентификатора $ID_A \in \{0,1\}^*$ секретный ключ пользователя D_A при известном M_{sk} вычисляется доверенной стороной как $D_A = \left[\frac{1}{H_1(ID_A)+s} \right] P_2$.

3) Алгоритм формирования подписи и шифртекста: на вход поступает сообщение и секретный ключ пользователя, а его результатом является тройка из шифртекста, цифровой подписи и значения T .

– Для сообщения M , идентификатора отправителя ID_A и выбранного случайным образом $x \in \mathbb{Z}_q^*$ вычисляется $y = e(P_1, P_2)^x$, $C = M \oplus H_3(y)$, $h = H_2(M, y)$, $S = [x + h]D_A$, $T = x(H_1(ID_A) \cdot P_1 + P_{pub})$.

– Шифртекст C включается в тройку (C, S, T) , содержащую подпись сообщения.

4) Алгоритм расшифрования и проверки подписи: на вход этого алгоритма поступает тройка (C, S, T) и идентификатор отправителя ID_A , а его результатом является значение $True$ или $False$.

– Для тройки (C, S, T) и идентификатора отправителя ID_A вычисляется $y = e(T, D_A)$, $M = C \oplus H_3(y)$, $h = H_2(M, y)$.

– Расшифрованное сообщение M проходит проверку в том случае, если $y = e(H_1(ID_A)P_1 + P_{pub}, S)e(P_1, P_2)^{-h}$.

Алгоритм генерации параметров и алгоритм генерации ключа могут быть выполнены в так называемом оффлайн-режиме (автономно), когда маломощное устройство не выполняет никаких действий, связанных с непосредственным функционалом. Кроме того, заранее может быть сгенерировано значение x и вычислено значение y из алгоритма формирования подписи и шифртекста. Для вычисления значения S предлагается использовать аутсорс-алгоритм умножения точки эллиптической кривой на число [2].

Табл. 1. Результаты измерений времени выполнения операций в группе точек эллиптической кривой

Операция в группе точек эллиптической кривой	Время, мс	Практическое время, тактов
Сложение различных точек эллиптической кривой (AP)	331	56797445
Умножение точки эллиптической кривой на число с помощью NAF-формы (MP)	1336	224437927

Произведем оценку эффективности выполнения описанной личностной схемы совместно с аутсорсингом. Для того чтобы максимально приблизить производимые криптографические вычисления к вычислениям на реальных микроконтроллерах БПЛА, была осуществлена эмуляция целевого 32-битного процессора Cortex-M4 микроконтроллера семейства STM32F407/417 архитектуры ARM с помощью эмулятора QEMU. Для измерения реального времени выполнения операций в программе использовался 24-битный системный таймер SysTick, характерный для микроконтроллеров указанного семейства. Реализация операций арифметики эллиптических кривых была выполнена на основе свободно

распространяемой С-библиотеки PBC (Pairing-Based Cryptography). Результаты измерений времени выполнения арифметических операций приведены в таблице 1.

Проведем подсчет эффективности применения аутсорс-алгоритма умножения точки эллиптической кривой на число, в соответствии с которым необходимо выполнить два сложения в группе точек эллиптической кривой. Тогда сложность составит $MP_{outsourcing} = 2AP$, а операция займет время, равное 662 мс ($2 \cdot 331$ мс). Время, затраченное на умножение точки эллиптической кривой на число, уменьшится примерно в 2 раза ($\frac{MP}{MP_{outsourcing}} = 2,018$).

Приведем подсчет времени формирования шифртекста с подписью по описанному личностному протоколу. В соответствии с ним БПЛА необходимо два раза выполнить операцию побитового XOR, два раза выполнить подсчет хэш-значения, один раз выполнить сложение в \mathbb{Z}_q^* и один раз умножить точку эллиптической кривой на число.

Время выполнения операции XOR на микроконтроллере было найдено практически и составило 49 мс.

В соответствии с работой [3] хорошие результаты показывают компактные хэш-функции семейства QUARK, использующие функции-губки. Так, число тактов работы алгоритма хеширования U-QUARK на блок обработанной информации составляет 33. Поскольку эмулируемый микроконтроллер имеет разрядность 32 бита, максимально может быть необходимо вычислить хэш-значение для числа порядка 33 бит. В U-QUARK входные данные разбиваются на блоки размера $r = 8$ бит. Получается, что максимально может быть обработано $\left\lceil \frac{33}{8} \right\rceil = 5$ блоков. Число тактов для вычисления хэш-значения составит $5 \cdot 33 = 165$ и будет соответствовать времени в 6 мс.

Сложение элементов группы в \mathbb{Z}_q^* так же было выполнено на эмулируемом микроконтроллере и составило 49 мс.

Время вычисления умножения точки эллиптической кривой на число с помощью аутсорс-алгоритма было подсчитано ранее и составило 662 мс.

Итого для формирования шифртекста с подписью необходимо 766 мс.

Выводы: В FANET-сетях рациональным будет использование приведенной личностной схемы шифрования с подписью, поскольку введение в данную схему этапа предвычислений позволяет существенно снизить количество операций, необходимых для формирования подписи шифртекста. Практически показана эффективность использования аутсорс-алгоритма: умножение точки эллиптической кривой на число с помощью аутсорс-алгоритма выполняется в два раза быстрее, чем в случае использования NAF-формы числа. Подсчитано время формирования шифртекста с подписью для личностного протокола, составляющее 766 мс. Данный результат можно считать хорошим, поскольку такое время позволяет поддерживать актуальность данных в FANET-сети.

При финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы» (Соглашение от 03.10.2016 №14.578.21.0224, уникальный идентификатор соглашения RFMEFI57816X0224).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ch R., Rao K. V., Vasumathi D. Identity-based Cryptosystem based on tate Pairing // Global Journal of Computer Science and Technology. – 2016. – Т. 16. – №. 5.
2. Александрова Е.Б., Шкоркина. Е. Н. Применение неоспоримой подписи на эллиптических кривых для верификации сервера при аусторс-вычислениях // Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. – 2018. – № 1. – С. 97–101.
3. Жуков А.Е. Легковесная криптография. Часть 2 // Вопросы кибербезопасности. – 2015. – №. 2 (10).

РЕШЁТОЧНЫЕ КРИПТОГРАФИЧЕСКИЕ ПРОТОКОЛЫ
ДЛЯ МНОГОПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИХ СИСТЕМ

Введение. В настоящее время широко используются криптосистемы с открытым ключом, так как с их помощью можно избежать необходимости передачи закрытого ключа по незащищенному каналу обмена - зашифрование или подтверждение подписи производится с помощью открытого ключа. Основные виды алгоритмов: шифры с открытым ключом, асимметричные схемы цифровой подписи, доказательства с нулевым разглашением.

Безопасность многих схем с открытым ключом основана на математических задачах традиционной криптографии: разложение чисел на множители, дискретное логарифмирование. Однако уже разработаны алгоритмы решения этих задач для квантовых компьютеров. Например, алгоритм Шора позволяет разложить число на множители за полиномиальное время, что значительно снижает стойкость упомянутых типов алгоритмов. Именно поэтому актуальны исследования в сфере постквантовой криптографии, в том числе криптографии на решетках.

Целью работы является обеспечение защищенного взаимодействия пользователей в многопользовательской системе с использованием задач теории решеток.

Решетка L размерности n - дискретное множество всех целочисленных линейных комбинаций линейно независимых векторов $b_1, \dots, b_n \in \mathbb{R}^m, n \leq m$,

$$L = L(B) = B * \mathbb{Z}^n = \left\{ \sum_{i=1}^n c_i b_i : c_i \in \mathbb{Z} \right\}$$

Множество $B = b_1, \dots, b_n$ - базис решетки L . Решетка может иметь много различных базисов.

Основные математические задачи, с использованием которых обеспечивается безопасность протоколов:

- SVP (Shortest Vector Problem, задача поиска кратчайшего вектора) – по базису решетки найти кратчайший вектор, также принадлежащий данной решетке,

- SIS (Short Integer Solution, задача нахождения кратчайшего вектора с p -нормой) – для данной m -мерной решетки $L_q(B) = \{x \in \mathbb{Z}^m : Bx \equiv 0 \pmod{q}\}$, образованной базисом B , найти кратчайший вектор с p -нормой,

- LWE (Learning With Errors – задача обучения с ошибками) - для q -арной m -мерной решетки, т.е. $L(B) = \{B^T s \pmod{q} \subseteq \mathbb{Z}, s \in \mathbb{Z}^m\}$, где q - простое число, на которой равномерно распределен шум e , найти исходный вектор s по некоторому множеству известных $Bs_j + e_j$.

Так как взаимодействие вычислительных средств часто происходит в рамках многопользовательских систем, актуальным является использование групповых подписей, которые можно описать следующим образом:

Групповая подпись реализует возможность формирования подписи от имени некоторого органа – группы подписантов, причем в группе подписантов выделяется лидер (руководитель). Предполагается, что протокол групповой подписи предоставляет следующие возможности:

- подписать документ имеет возможность любой подписант или несколько подписантов из рассматриваемой группы;
- получатель может проверить корректность подписи, но не может определить, кто из членов группы является ее автором;
- руководитель и только он по значению подписи и подписанному документу может идентифицировать подписантов, сформировавших данную подпись.

Сравнительный анализ решеточных протоколов групповой подписи (табл. 1) показал, что схема LNWX имеет схожие или лучшие свойства по четырем критериям из пяти по отношению к другим. При этом размеры ключей и подписи либо меньше, либо незначительно отличаются.

Табл. 1. Сравнительный анализ решеточных схем групповой подписи

	Размер подписи	Размер открытого ключа группы	Размер закрытого ключа члена группы	Лазейка	Модель
GKV [1]	$\mathcal{O}(\lambda^2 N)$	$\mathcal{O}(\lambda^2 N)$	$\mathcal{O}(\lambda^2)$	Исп.	Статическая
LLS [2]	$\mathcal{O}(\lambda l)$	$\mathcal{O}(\lambda^2 l)$	$\mathcal{O}(\lambda^2)$	Исп.	Статическая
LLM+ [3]	$\mathcal{O}(\lambda l)$	$\mathcal{O}(\lambda^2 l)$	$\mathcal{O}(\lambda)$	Исп.	Статическая
LLNW [4]	$\mathcal{O}(\lambda l)$	$\mathcal{O}(\lambda^2 + \lambda l)$	$\mathcal{O}(\lambda l)$	Не исп.	Частично динамическая
LNWX [5]	$\mathcal{O}(\lambda l)$	$\mathcal{O}(\lambda^2 + \lambda l)$	$\mathcal{O}(\lambda) + l$	Не исп.	Динамическая

LNWX – полностью динамическая решеточная схема групповой подписи. Протокол основан на групповой подписи LLNW, которая работает со статическим набором пользователей, однако расширяет её до полностью динамической модели Бутла [6]. В основе протокола лежат задачи: SIS, LWE.

Схема LNWX обладает свойствами корректности, анонимности, невозможности ложного обвинения, характеризуется наличием механизма отзыва и добавления пользователей.

Подобную схему можно применять в различных сферах, в том числе в организации электронного документооборота или сетей VANET. В данной работе предлагается использовать ее для защиты от CSRF-атак (Cross Site Request Forgery) в веб-приложениях, контент в которых предоставляется пользователям в соответствии, например, с оплаченной подпиской.

В этом случае при авторизации пользователя в соответствии с подпиской происходит следующее:

На стороне пользователя генерируется пара ключей, открытый ключ отправляется на сервер. На сервере с полученным открытым ключом ассоциируется идентификатор пользователя из базы данных и включается в таблицу и в дерево Меркла участников группы.

Клиенту пересылается зашифрованные на его открытом ключе идентификатор и путь по дереву Меркла от его ключа до корня. Таким образом заканчивается генерация ключей и добавление пользователя в группу.

Далее при каждом запросе платного контента или запросе, изменяющем данные, пользователь генерирует подпись. В случае запроса на получение данных подпись только проверяется (то есть доказываемая принадлежность группе), а в случае изменения данных раскрывается автор подписи, и его идентификатор сравнивается с идентификатором того, от

кого пришел запрос. Таким образом обеспечивается защита от совершения действий злоумышленником от лица другого пользователя с помощью межсайтовой подделки запроса.

Такой вид взаимодействия клиента с сервером позволяет сохранить анонимность пользователей при получении контента, а также защитить операции от CSRF-атак.

Если подписки имеют иерархическую структуру, то, в зависимости от уровня подписки, пользователь генерирует ключи и становится членом группы с равным или меньшим уровнем подписки. Менеджером группы и раскрывающим менеджером является сторона сервера. Выпускающим менеджером являются совместно сторона пользователя и сторона сервера.

Решеточная криптография является ресурсоёмкой, однако в крупных веб-проектах вычислительные мощности серверов являются достаточными для проведения подтверждения и раскрытия подписи, а генерация одной подписи для запроса на стороне пользователя не требует больших вычислительных ресурсов.

Преимущества групповой подписи перед обычными CSRF-токенами:

- CSRF-токены часто передаются в открытом виде, что может привести к получению его злоумышленником – в то время как перехваченную групповую подпись злоумышленник не может использовать;
- создается анонимная среда для пользователей при запросах информации (это не сказывается на защищенности контента, так как для ее получения злоумышленнику будет необходимо оформить подписку того же уровня, что и у пользователя);
- никакие из имеющихся на сервере данных (которые могут быть получены с использованием других уязвимостей) не дадут злоумышленнику получить возможность генерировать подписи от лица другого пользователя.

Выводы. В работе предложен метод использования решеточного криптографического протокола для защиты от CSRF-атак в веб-приложениях. Данная технология имеет ряд преимуществ по сравнению с использованием простых токенов, которые перечислены выше. Недостатком такого метода является требование к вычислительным мощностям системы, поэтому его использование оправдано только на относительно крупных веб-ресурсах.

При финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы» (Соглашение от 03.10.2016 №14.578.21.0224, уникальный идентификатор соглашения RFMEFI57816X0224).

ЛИТЕРАТУРА:

1. S. D. Gordon, J. Katz, and V. Vaikuntanathan. A Group Signature Scheme from Lattice Assumptions. In ASIACRYPT 2010, volume 6477 of Lecture Notes in Computer Science, pages 395–412. Springer, 2010.
2. F. Laguillaumie, A. Langlois, B. Libert, and D. Stehlé. Lattice-Based Group Signatures with Logarithmic Signature Size. In ASIACRYPT 2013, volume 8270 of Lecture Notes in Computer Science, pages 41–61. Springer, 2013.
3. B. Libert, S. Ling, F. Mouhartem, K. Nguyen, and H. Wang. Signature Schemes with Efficient Protocols and Dynamic Group Signatures from Lattice Assumptions. In ASIACRYPT 2016, volume 10032 of Lecture Notes in Computer Science, pages 373–403. Springer, 2016.
4. B. Libert, S. Ling, K. Nguyen, and H. Wang. Zero-Knowledge Arguments for Lattice-Based Accumulators: Logarithmic-Size Ring Signatures and Group Signatures Without Trapdoors. In EUROCRYPT 2016, volume 9666 of Lecture Notes in Computer Science, pages 1–31. Springer, 2016.
5. S. Ling, K. Nguyen, H. Wang, Y. Xu. Lattice-Based Group Signatures: Achieving Full Dynamicity with Ease. URL:<https://eprint.iacr.org/2017/353.pdf>.
6. J. Bootle, A. Cerulli, P. Chaidos, E. Ghadafi, J. Groth, and C. Petit. Short Accountable Ring Signatures Based on DDH. In ESORICS 2015, volume 9326 of Lecture Notes in Computer Science, pages 243–265. Springer, 2015.

**МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТЕЛЕМАТИЧЕСКОЙ ОБСТАНОВКИ
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЫ**

Интенсивность движения транспортных средств в условиях городской агломерации обуславливает высокие издержки в процессе движения, связанные с повышенной аварийностью, избыточным расходом топлива, низкой средней скоростью движения. Указанные проблемы вызывают повышенный риск в процессе движения по дорогам и потери времени водителей и пассажиров.

Вариантом решения перечисленных проблем является интеллектуализация транспортного средства, которая связана, в первую очередь, с возможностью прогнозирования поведения на всём предполагаемом маршруте движения. Для оперативного обмена данными о транспортной обстановке необходимо использование информационных сервисов, расположенных вне автомобиля, что требует обеспечения непрерывной двунаправленной связи между движущимся транспортным средством, дорожной инфраструктурой и облачными сервисами [1]. Непрерывности связи препятствуют наличие зон без покрытия глобальными сетями связи, ограниченность областей покрытия стационарными локальными беспроводными сетями связи, динамика взаимного размещения транспортных средств, вызванная высокими относительными скоростями их движения. Для построения надёжного прогноза доступных сетевых ресурсов на всём маршруте движения транспортного средства необходим сервис управления данными о телематической обстановке на всём маршруте. Обращение транспортных средств к сервису обеспечит выбор последовательности подключения к беспроводным сетям на всём маршруте движения автомобиля, что позволит оптимизировать взаимодействие с внешними информационными сервисами [2].

Целью работы является разработка и исследование методов прогнозирования телематической обстановки.

Решение задачи прогнозирования телематической обстановки на всей траектории маршрута движения транспортного средства сводится к решению однокритериальной задачи, в качестве критерия которой выступает учёт свойств передаваемого трафика по беспроводной локальной сети Wi-Fi. Для различных типов трафика (классификация трафика проводилась согласно модели дифференцированного обслуживания (Differentiated Service)) реализованы три метода прогнозирования телематической обстановки, исходными данными которых является планируемая траектория движения транспортного средства, полученная от навигационной системы автомобиля или смартфона пользователя. Траектория определяется набором точек в системе координат WGS84 и моментами времени, в которые предположительно будет находиться транспортное средство в процессе движения. Область доступных сетей в каждой точке траектории определяется областью в 200 метров вокруг автомобиля, что соотносится с чувствительностью приёмника транспортного средства. Данные о телематической обстановке располагались в СУБД MySQL согласно схеме базы данных, приведенной в работе [3].

1. Метод получения наибольшего среднего уровня сигнала беспроводной локальной сети на выбранной траектории (FIRST METHOD). Рассматриваемый метод

предназначен для приложений с разговорным классом трафика. Подсчет среднего уровня сигнала сети осуществляется следующим образом:

$$level_{mid} = \frac{\sum_{i=1}^n level_i}{count}, i = \overline{1, n}$$

где $level_i$ – значение уровня сигнала сети в i -той точке траектории, $count$ - суммарное число точек траектории в которых была обнаружена данная сеть. Результат работы метода – рекомендуемая для подключения сеть с наибольшим значением среднего уровня сигнала сети.

2. Метод получения наибольшего покрытия сети на всей траектории (*SECOND METHOD*). Рассматриваемый метод предназначен для приложений с интерактивным классом трафика. Покрытие сетью траектории вычисляется по формуле вида:

$$network_coverage = \frac{count_{trajectory}}{count_{network}}$$

где $count_{trajectory}$ – общее число географических точек составляющих выбранную траекторию, $count_{network}$ – число географических точек траектории в которых была обнаружена данная сеть. Результат работы метода – рекомендуемая для подключения сеть с наибольшим значением покрытия сети.

3. Метод получения наименьшего числа разрывов сети на всей траектории (*THIRD METHOD*). Разрыв сети - отсутствие наличия данной сети в некоторой части/частях траектории при учёте того, что ранее данная сеть уже была обнаружена. Рассматриваемый метод предназначен для приложений с фоновым или потоковым классами трафика. Результат работы метода – рекомендуемая для подключения сеть с наименьшим числом разрывов сети. Графическая интерпретация метода представлена на рисунке 1.

$$network_{gaps} = \sum_{i=1}^n gap_i, i = \overline{1, n}$$

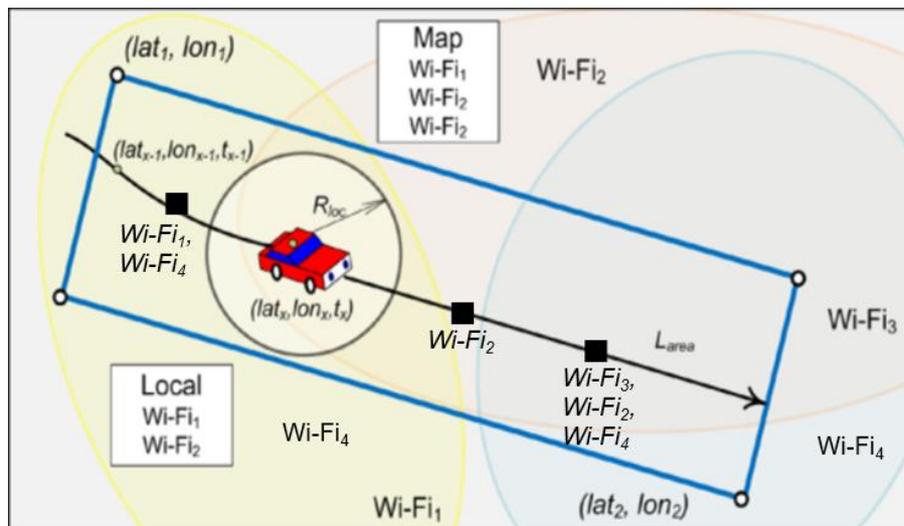


Рис. 1. Графическая интерпретация третьего метода

Распределения ошибок трех методов прогнозирования относительно друг друга при последовательном выборе каждого из них приведены на рисунке 2.

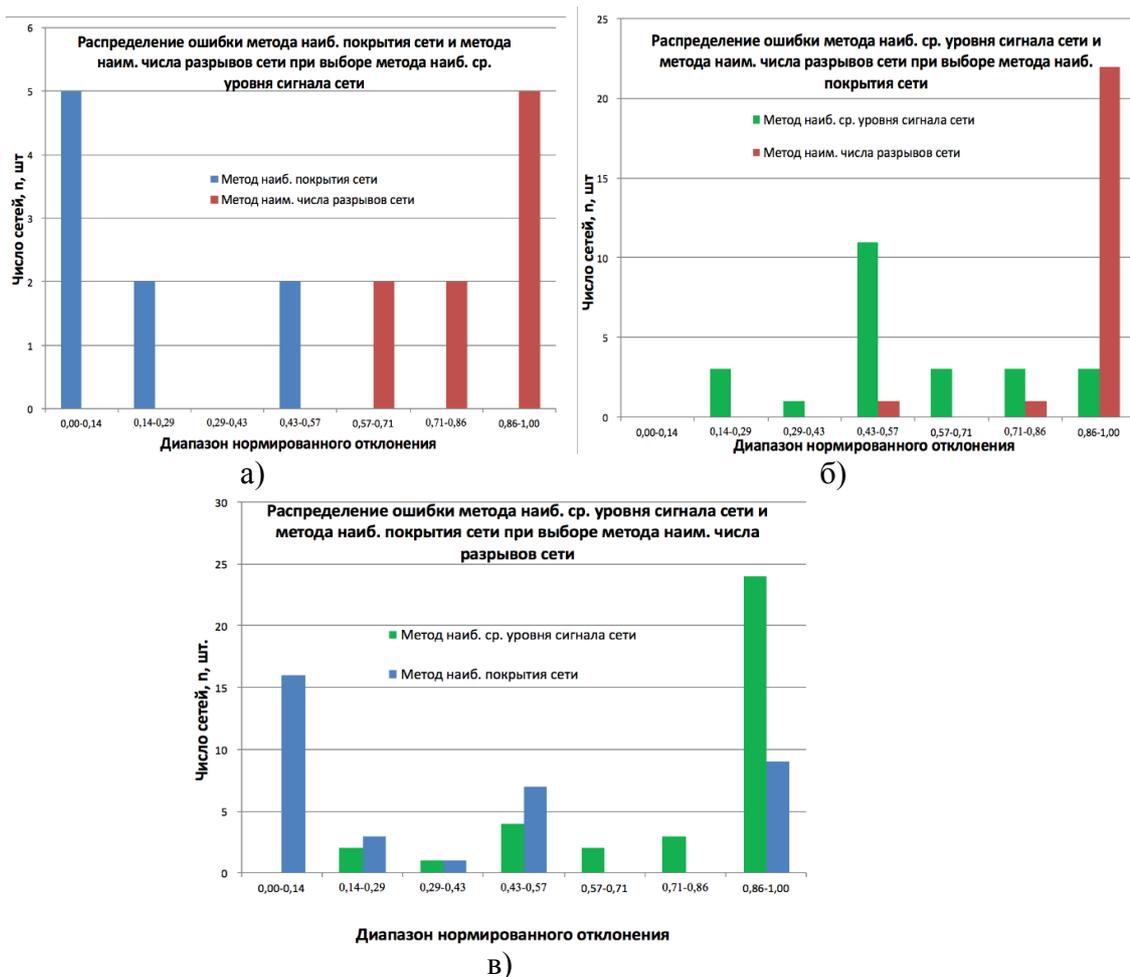


Рис. 2. Распределения ошибок методов прогнозирования телематической обстановки:
 а) Распределение ошибки методов прогнозирования при выборе FIRST METHOD;
 б) Распределение ошибки методов прогнозирования при выборе SECOND METHOD;
 в) Распределение ошибки методов прогнозирования при выборе THIRD METHOD

Полученные распределения демонстрируют наличие так называемого приоритетного статуса у используемых методов прогнозирования телематической обстановки. В связи с чем, доступные для подключения беспроводные локальные сети Wi-Fi, выбранные менее приоритетным методом прогнозирования, являются менее удобными для передачи соответствующего типа трафика.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 16-29-04319 офи.м. «Контекстно-ориентированные методы принятия решений и планирования операций смешанной группой мобильных роботов».

ЛИТЕРАТУРА:

1. Glazunov, V., Kurochkin, L., Kurochkin, M., and Popov, S. (2013). Instrumental environment of multi-protocol cloud-oriented vehicular mesh network. In Ferrier, J.-L., Gusikhin, O. Y., Madani, K., and Sasiadek, J. Z., editors, ICINCO (1), pages 568–574. SciTePress.
2. Popov, S., Sharagin, M., Glazunov, V., Chuvatov, M. Implementation of the algorithms to retrieve the data about local and global wireless networks from the telematics map (2017) ICINCO 2017 - Proceedings of the 14th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, 2, pp. 447-452.
3. Glazunov, V., Kurochkin, L., Popov, S., and Chuvatov, M. (2015). Prototype of the telematics map cloud service. In Open Innovations Association (FRUCT), 2015 17TH Conference of, pages 50–55.

МЕТОД СИНТЕЗА ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ РОБОТА В УСЛОВИЯХ ПРОСТРАНСТВЕННО-СИТУАЦИОННОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПРИ РЕШЕНИИ ЦИКЛИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Планирование траекторий движения на динамической карте требует больших вычислительных ресурсов. Делегируемые роботам задачи, как правило, имеют циклически характер, то есть автоматизируется некоторая последовательность действий. Более того, процессы, протекающие в реальной среде, имеют периодический характер: например, смена дня и ночи, времена года, приливы и отливы. Таким образом, можно составить представление о динамике среды и использовать эту информацию при подготовке к выполнению целевых задач.

Задача непосредственного планирования траектории движения в динамической среде решается модификацией классических поисковых алгоритмов [1]. Примером циклической задачи движения может являться патрулирование местности [2]. Представление среды в памяти робота определяет принципы планирования траекторий, например в [3] рассматривается карта на уровне глобального планирования и локального движения. От сложности представления среды зависит возможность учета ее свойств, что исследуется в [4]. Планирование действий [5] может основываться на ожидаемых периодических действиях, вероятность которых основывается на длительном опыте и топологических картах. Планирование траектории движения для модульной группы роботов с использованием модифицированного алгоритма случайных деревьев, представленное в [6] рассматривает движение на реалистичных картах с обходом препятствий.

В данной статье рассматривается метод синтеза траектории движения робота, находящегося в периодически изменяющейся среде при выполнении циклической задачи. Для выполнения поставленной задачи исследуется переход между предрасчитанными временно оптимальными траекториями, поиск которых является вычислительно сложной задачей.

Целью работы является исследование модели движения робота при выполнении циклической задачи в периодически изменяющейся среде.

В задачи исследования входит анализ траекторий движения робота при решении циклических задач, создание программной модели и проведения математического моделирования, разработка метода и алгоритма.

Среда движения роботов E состоит из m слоев $E = \{E_1, \dots, E_i \leftarrow [e_{xyi} \in \zeta_i], \dots, E_m\}$ размеченных регулярной сеткой размера axb , в каждой ячейке e_{xyi} находится значение $\zeta_i = [\min_i, \dots, \max_i]$ из множества физически возможных величин в координатах сетки (x, y) . Динамика среды представляется предсказуемым периодическим изменением одного из свойств среды.

Робот R курсирует между двумя точками A и Z , каждая из которых становится начальной или конечной в зависимости от направления движения робота.

Траектория движения робота из начального положения до цели описывается $T = \{A_R, \dots, t_k, \dots, Z_R\} \rightarrow \min, t_k \in E$. Поиск пути осуществляется по средствам критерия минимизации рисков отказа оборудования при переходе из одной точки пространства в другую и минимизация геометрического расстояния, пройденного роботом. Взаимодействие робота со средой описывается вектором $G = \{g_1, \dots, g_m\}$, представляющим собой отношение влияния слоя на отказоустойчивость оборудования.

В ходе исследования проведено моделирование движения роботов по предрасчитанным траекториям с учетом динамики среды, результаты которого представлены на рис.1. При построении графика использовались предрасчитанные траектории из пространства состояний робота, на которых моделировалось движение с заданной скоростью и оценивался риск движения. Величина риск движения определялась перепадами высоты перемещения и движением в тени.

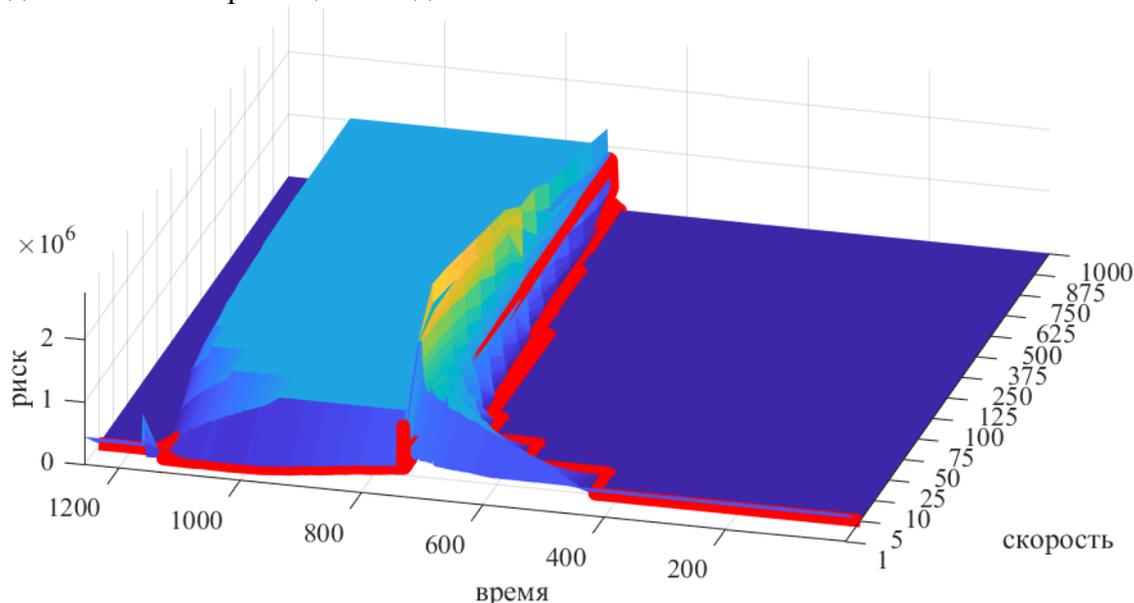


Рис. 1. Зависимость риска от времени начала движения и скорости перемещения робота

Поверхность на рис. 1 при времени от 750 до 1150 имеет высокие значения риска, так как предполагается движение в ночное время, аналогично в остальное время представляется освещенной и имеет низкую оценку риска. Красной линией отмечено минимальное значение риска движения при выбранном времени начала движения при минимальной возможной скорости. Для снижения показателей предложен метод синтеза траекторий.

Метод синтеза траектории движения робота в изменяющейся среде основан на возможности предварительной обработки информации. Задачи, выполняемые роботами, заключаются в выполнении однотипных последовательностей действий. При существенных, но периодических изменениях среды действия робота можно предварительно рассчитать оптимальную траекторию движения робота для мгновенного состояния среды. Полученное пространство состояний траекторий движения робота для решения конкретной задачи используется в качестве локальных решений, между которыми в реальном времени строятся переходы. Таким образом, нет необходимости рассчитывать, вычислительно дорогой, путь до цели и рассчитать переход до соседней траектории. Синтез траекторий осуществляется:

$$T_{i \rightarrow i+1} = T(E_i)(t_{i1} \dots t_{i2}) + T(E_i \rightarrow E_{i+1})(t_{i2} \dots t_{i3}) + T(E_{i+1})(t_{i3} \dots t_{i4}),$$

где $T_{i \rightarrow i+1}$ – траектория движения робота от времени t_i до $t_{i+\Delta t}$, $T(E_i)$ – траектория движения по оптимальному пути в состоянии среды E_i , $T(E_i \rightarrow E_{i+1})$ – траектория перехода между состояниями E_i и E_{i+1} , $T(E_{i+1})$ – траектория движения робота по неоптимальному на данный момент времени пути, но лучшему для времени t_{i+1} , Δt – время статичности состояния среды.

Критерии синтеза траектории движения:

1. Движение по текущей траектории фиксированное время $(t_{i2} - t_{i1}) = (t_{i3} - t_{i2}) + (t_{i4} \dots t_{i3})$;
2. Динамический подбор объема использования траекторий при минимизации отдельных ее частей: $T(E_i) \rightarrow \max$, $T(E_i \rightarrow E_{i+1}) \rightarrow \min$, $T(E_{i+1}) \rightarrow \min$.

3. Оценка движения робота по текущей и ближайшим k траекториям. Для построения оценочных траекторий используется динамический критерий, но с дополнением в виде «хвоста» пути до конечной точки. Составляется таблица оценки рисков при движении по расчетным траекториям с учетом динамики среды. Выбирается путь с наименьшим риском, таким образом позволяя не совершать лишние переходы при планомерном ухудшении окружающей среды.

Алгоритм синтеза траекторий движения робота в динамической среде. Для работы алгоритма требуются начальные данные: периоды изменения параметров среды и оптимальные траектории для статичных состояний среды, привязанные к состоянию.

Работа алгоритма заключается в использовании участков предрасчитанных траекторий оптимальных для текущего момента времени и построение коротких переходов между ними. Разработанный метод содержит три отличных друг от друга критерия правил перехода между траекториями. Переход между траекториями можно осуществлять безусловно или по условию, заданному некоторой оценкой параметров движения. При построении алгоритма реализовывались предложенные три критерия: безусловного перехода со статическим временем перехода, безусловного перехода с динамической оценкой времени перехода и переход по условию минимального риска с оценкой на N ходов вперед.

В работе предложен анализ модели движения робота в пространстве состояний при учете динамики среды при решении циклической задачи. Разработанный метод синтеза траекторий движения робота при решении циклической задачи в периодически изменяющейся среде показал, что на основе предрасчитанных путей можно строить субоптимальные траектории, позволяющие учитывать, как динамику среды, так и вводить асинхронные корректировки в процессе движения роботов. В дальнейшем планируется провести анализ эффективности предложенных критериев.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 18-29-03250 «Методы робастного синтеза интеллектуальных транспортных систем для коалиции киберфизических объектов на основе байесовской концепции вероятности и аппарата модальных логик».

ЛИТЕРАТУРА:

1. A. T. Sadiq and A. H. Hasan, "Robot path planning based on PSO and D* algorithms in dynamic environment," 2017 International Conference on Current Research in Computer Science and Information Technology (ICCSIT), Slemani, 2017, pp. 145-150. doi: 10.1109/CRCSIT.2017.7965550
2. L. Iocchi, L. Marchetti and D. Nardi, "Multi-robot patrolling with coordinated behaviours in realistic environments," 2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, San Francisco, CA, 2011, pp. 2796-2801. doi: 10.1109/IROS.2011.6094844
3. T. Ort, L. Paull and D. Rus, "Autonomous Vehicle Navigation in Rural Environments Without Detailed Prior Maps," 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Brisbane, QLD, 2018, pp. 2040-2047. doi: 10.1109/ICRA.2018.8460519
4. Моторин Д. Е., Попов С. Г. Алгоритм многокритериального поиска траекторий движения робота на многослойной карте// Информационно-управляющие системы. 2018. № 3. С. 45–53. doi:10.15217/issn1684-8853.2018.3.45
5. J. P. Fentanes, B. Lacerda, T. Krajník, N. Hawes and M. Hanheide, "Now or later? Predicting and maximising success of navigation actions from long-term experience," 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Seattle, WA, 2015, pp. 1112-1117. doi: 10.1109/ICRA.2015.7139315
6. V. Vonásek, M. Saska, K. Košnar and L. Přeučil, "Global motion planning for modular robots with local motion primitives," 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Karlsruhe, 2013, pp. 2465-2470. doi: 10.1109/ICRA.2013.6630912

ОБ ОДНОМ КРИТЕРИИ ДИНАМИЧЕСКОГО ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФРАГМЕНТОВ
ДАННЫХ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ РЕЛЯЦИОННЫМИ
БАЗАМИ ДАННЫХ

В области распределенных баз данных существует проблема оптимизации аллокации фрагментов данных по узлам хранения информации. Она заключается в том, чтобы в соответствии с определенными критериями минимизировать (оптимизировать) затраты при обращении различных узлов к этим фрагментам данных путем передачи их на более "удобные" узлы БД. Эту проблему решают различные алгоритмы распределения и перераспределения данных по узлам СБД. Каждый такой алгоритм имеет собственные границы применимости, эффективность, критерии оптимизации и проч. Эти характеристики можно попробовать классифицировать следующим образом:

1. По критериям оптимизации:
 - a. Скорость передачи данных
 - b. Величина задержек
 - c. Количество локальных обращений
 - d. Стоимость обновления данных
 - e. Комбинации этих критериев
 2. По возможным аппаратным ограничениям:
 - f. Емкость узлов
 - g. Пропускная способность узлов (ограничение по времени, timeconstraint)
 - h. Емкость канала
 3. По избыточности/реплицируемости:
 - i. Избыточные
 - j. Неизбыточные
 4. По типу распределения:
 - k. Динамическое
 - l. Статическое
 5. По типу фрагментации:
 - m. Вертикальная
 - n. Горизонтальная
 - o. Гибридная,
- а также их комбинации.

В данной работе рассмотрим проблему минимизации среднего времени выполнения общего запроса к фрагментам данных. Для этого зафиксируем характеристики типа распределения как динамический, типа избыточности – как неизбыточный.

Будем рассматривать систему со следующими входными данными:

- начальное распределение фрагментов данных по узлам РСУБД, про которое известно, что оно неэффективно для текущего отрезка времени
- стационарная нагрузка/поток данных, не изменяющийся для текущего отрезка времени
- статистические данные по этой нагрузке, собранные за данный отрезок времени.

Схематичный пример подобной системы приведен на рисунке 1. Здесь узлы p_i – входные узлы, n_i – узлы хранения данных, e_i – величина задержки на конкретном канале.

Предположим, что скорости передачи данных на каждом ребре, соответствующем каналу связи между двумя узлами, стационарны и пропорциональны объему передаваемых данных (то есть “стоимость” передачи данных по ребру в обе стороны одинакова).

Рассмотрим перераспределение данных на примере фрагмента, про который известно, что он располагается в “неоптимальном” месте.

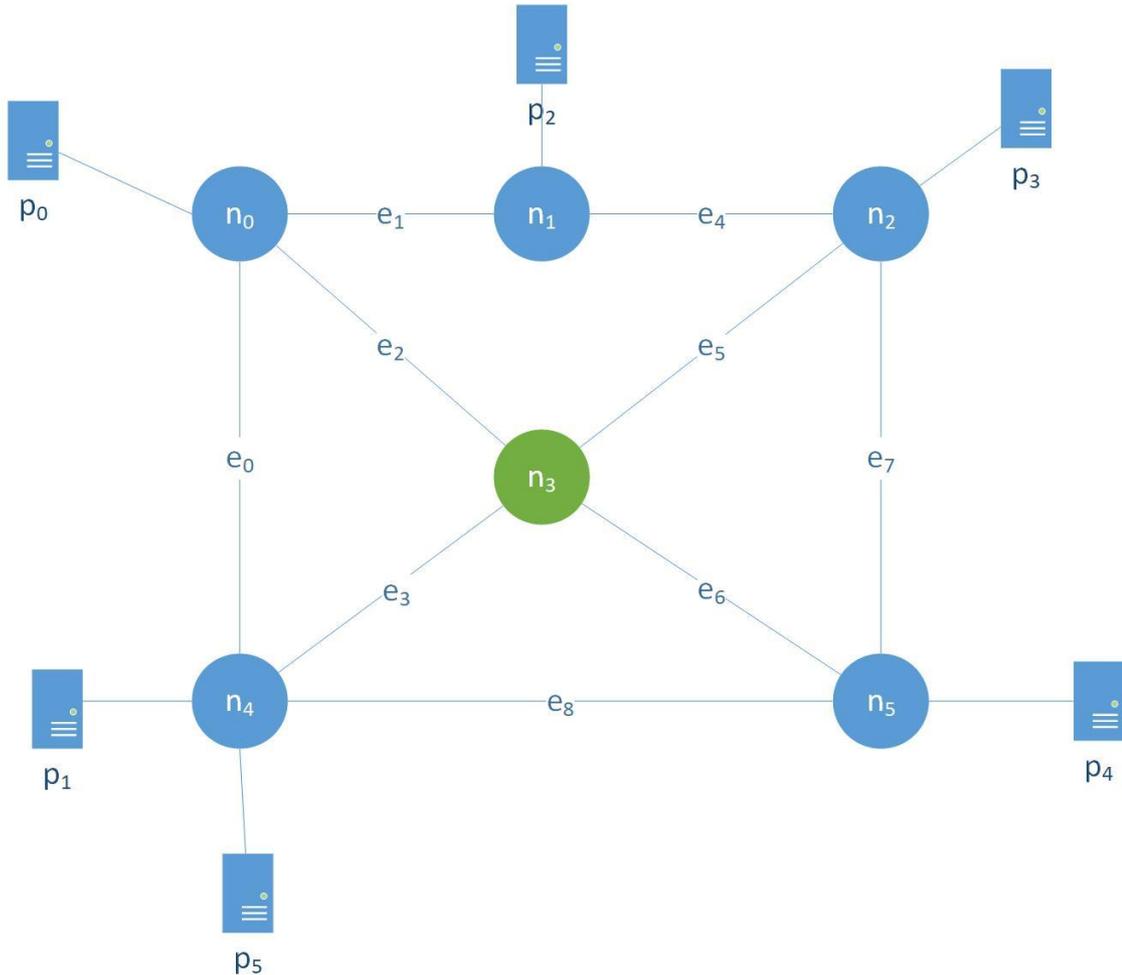


Рис. 3. Схема узлов данных

Зная интенсивность запросов к какому-либо фрагменту данных с входных узлов, можно применить алгоритмы поиска кратчайшего пути в графе и выделить промежуточные узлы, через которые идут оптимальные маршруты от входных узлов к фрагменту. Таким образом, получим набор узлов, один из которых является местом назначения (т.е. к тем, среднее время обращения к которому минимально) используемого фрагмента данных при перераспределении.

Формально, критерий оптимальности в данном контексте выглядит следующим образом:

$$\sum (\varphi_i * way_{p_i}) \rightarrow min$$

где way_{p_i} – сумма всех стоимостей рёбер e_i оптимального пути (т.е. пути с наименьшими задержками) между входным узлом p_i и узлом с искомым фрагментом; φ_i – частота обращений входного узла p_i к искомому фрагменту данных. Такие пути обозначены оранжевыми стрелками на рисунке 2 (числа на рёбрах означают задержки на этих каналах).

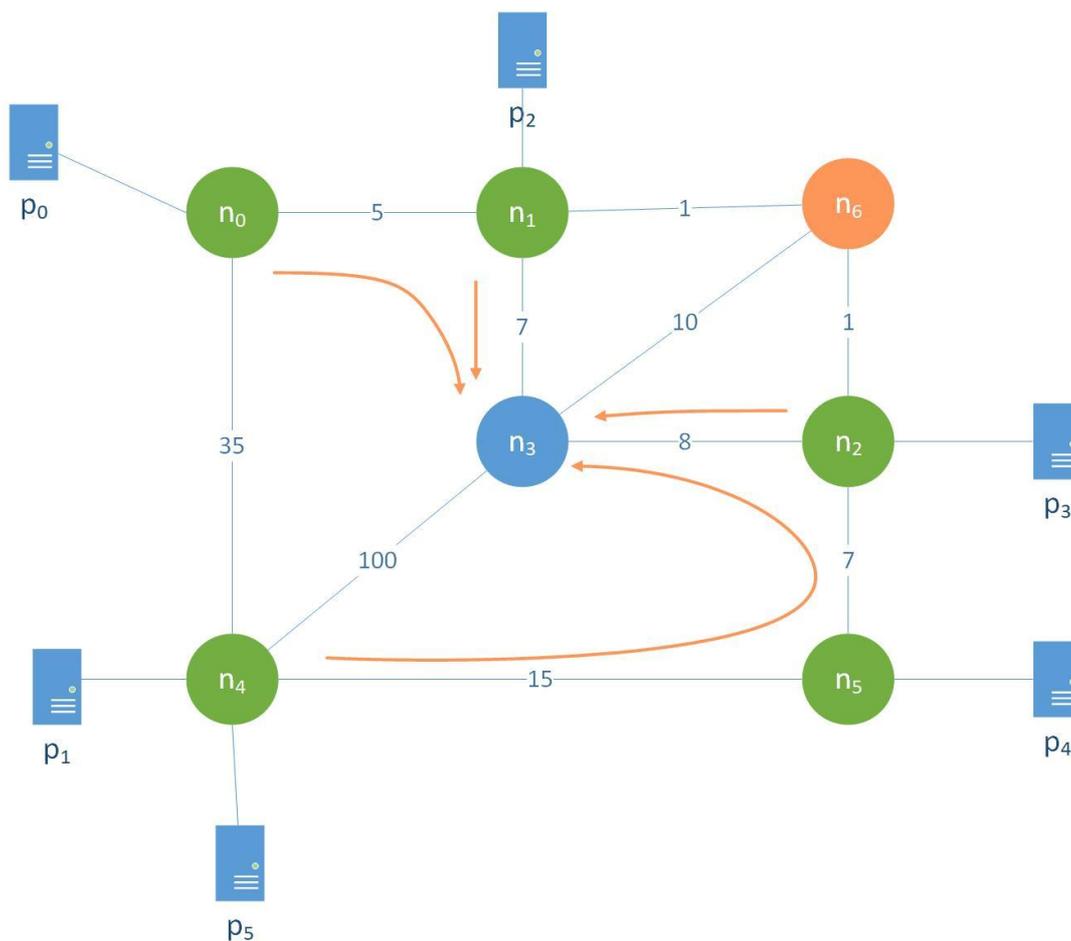


Рис. 4. Схема данных с неучтенным узлом

Стоит заметить, что в случае на рисунке 2 может произойти такая ситуация, что искомый узел не входит в конечный набор (в данном случае это узел n_6 : он не попадает в текущие оптимальные пути ($n_4 \rightarrow n_5 \rightarrow n_2 \rightarrow n_3$; $n_5 \rightarrow n_2 \rightarrow n_3$; $n_2 \rightarrow n_3$; $n_1 \rightarrow n_3$; $n_0 \rightarrow n_1 \rightarrow n_3$)). В таком случае необходима проверка следующего рода: берутся пути с максимальным и минимальным количествами ребер; далее, для каждого входного узла вычисляется оптимальный конечный узел в путях с количествами ребер от их минимума до максимума.

Таким образом, нарабатывается база оптимальных узлов.

Зная время обращения к каждому из таких узлов, можно вычислить оптимальный узел для хранения необходимого фрагмента данных.

Далее, в ходе перебора подобных узлов, ищется необходимый.

Работа подготовлена в ходе реализации комплексного проекта в рамках Постановления Правительства РФ от 09.04.2010 г. № 218 при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ. Договор № 03.G25.31.0259 от 28.04.2017 г.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Raju Kumar, Neena Gupta "An Extended Approach to Non-Replicated Dynamic Fragment Allocation in Distributed Database Systems" IEEE International Conference on Issues and Challenges in Intelligent Computing Techniques (ICICT), pp. 861-865, 2014
2. S. Ceri and G. Pelagatti "Distributed Databases: Principles Systems" McGraw-Hill International Editions, 1985.

3. M. Ozsu and P. Valduriez "Principles of Distributed Database Systems" Prentice Hall, second ed. 1999.
4. Raju Kumar, Neena Gupta "Dynamic Data Allocation in Distributed Database Systems: A Systematic Survey" International Review on Computers and Softwares (IRECOS), Vol. 8, No. 2, pp. 660-667, February 2013.

УДК 004.021, 004.85, 004.93

М.А. Рябинин¹, Л.В. Уткин¹, А.А. Мелдо^{1,2}

¹Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра Великого

²Санкт-Петербургский клинический научно-практический центр специализированных видов медицинской помощи (онкологический)

СЕГМЕНТАЦИЯ НОВООБРАЗОВАНИЙ В ЛЕГКИХ НА СНИМКАХ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

Введение

Трехмерное изображение легких, получаемое при помощи компьютерной томографии, представляет собой большой набор изображений с высоким разрешением. Такие изображения являются срезами участка тела через заданное расстояние. Чем меньше это расстояние, тем больше изображений составляет трехмерное изображение и тем точнее оно описано. Для выделения объектов на таком трехмерном изображении решают задачу сегментации с применением методов машинного обучения, например, сверточных сетей [2]. Однако сегментация с помощью сверточных сетей требует больших наборов обучающих данных с размеченными областями легких для обучения. Скорость работы таких алгоритмов не высока, а также существует большая вероятность ошибки сегментации. Для повышения скорости и точности сегментации в предлагаемой работе были выделены ключевые особенности изображения легкого на снимках компьютерной томографии и сделана попытка решения задачи сегментации без использования алгоритмов машинного обучения.

Сегментация легких на снимках КТ

Основная идея состоит в том, что ткани легких имеют заданную плотность, которая определяется объемом поглощаемого радиоизлучения. Снимки компьютерной томографии представлены информацией о плотности ткани в каждой координате, то есть каждый пиксель изображения описывается целым числом, которое соответствует плотности тканей по шкале Хаунсфилда (рис. 1).

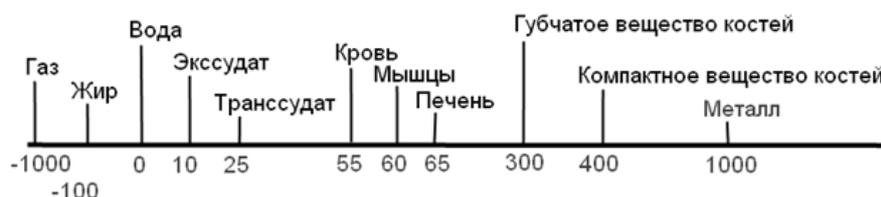


Рис. 1. Плотность различных тканей по шкале Хаунсфилда

Плотность тканей легких находится между -900 и -300 единицами по шкале Хаунсфилда. Используя эту особенность, можно определить координаты легких на снимках. Для этого в трехмерном изображении необходимо определить пики гистограмм распределения плотностей точек, соответствующих этому диапазону. Также следует учитывать, что на снимках компьютерной томографии пациенты отцентрированы по высоте, это также позволяет сократить область поиска. На рисунке 2 представлен пример того, как выглядит снимок компьютерной томографии после фильтрации плотностей

соответствующих описанному диапазону. Как видно из рисунка 2, легкие – наиболее плотное скопление таких точек.

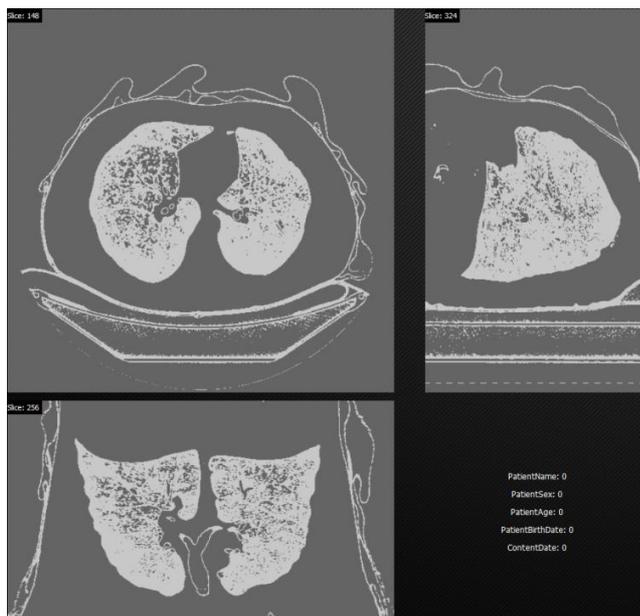


Рис. 2. Изображение КТ после фильтрации плотностей

Определив область легких на изображении, необходимо выбрать по несколько точек из крайней левой и правой областей. Таким образом, данные точки будут принадлежать как левому, так и правому легкому. Несколько точек необходимо выбирать из-за специфики применяемых далее методов. Следующим шагом является удаление всех областей, не относящихся к легким. Для этого применяется рекурсивный алгоритм порогового включения [3], его принцип заключается в том, что при наличии нескольких выбранных точек (ядра) и границ диапазона включения, соседние точки, входящие в этот диапазон, маркируются так же, как и ядро. Таким образом, достраивается весь рассматриваемый объект, а точки, не являющиеся соседними к ядру или не входящие в диапазон, удаляются. Результат работы алгоритма представлен на рисунке 3.

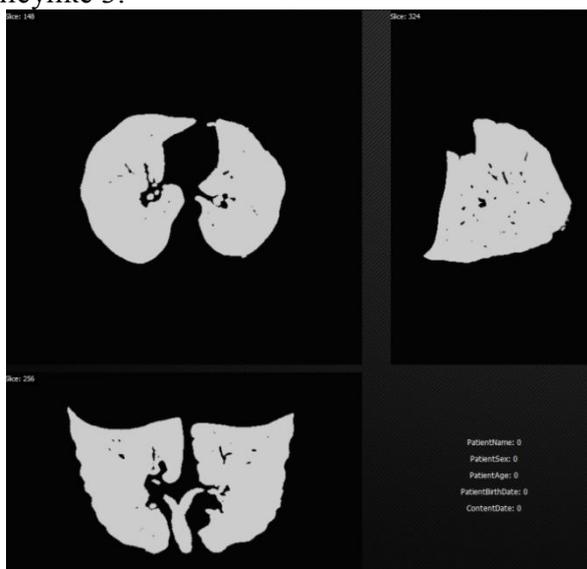


Рис. 3. Легкие после алгоритма порогового включения

Сегментация объектов в легких на снимках КТ

На предыдущем этапе была определена область легких. Далее необходимо определить объекты, находящиеся внутри рассматриваемой области. Перед непосредственной сегментацией объектов стоит рассмотреть возможные случаи расположения новообразований с точки зрения особенностей обработки изображений:

- 1) образования на внутренней части плевры легкого,
- 2) образования внутри лимфатической и сосудистой систем легкого,
- 3) образования на внешней части сердечной системы,
- 4) обособленное расположение.

На рисунке 4 представлены примеры таких расположений с выделенными очагами поражения.

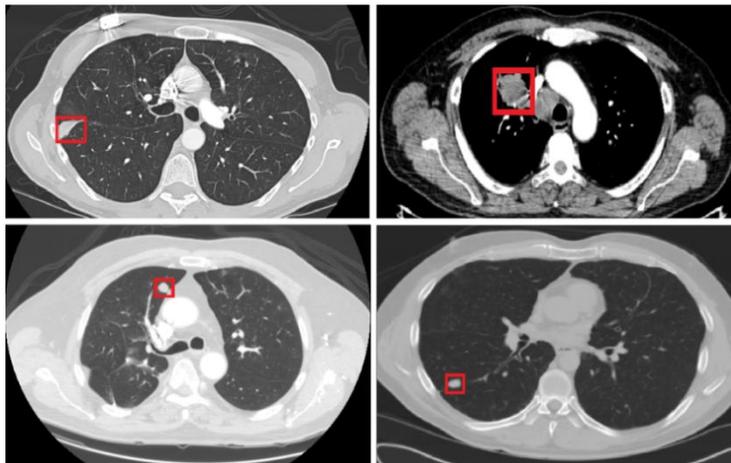


Рис. 4. Примеры расположения очагов заболевания. Верхний левый кадр – случай 1, верхний правый кадр – случай 2, нижний левый кадр – случай 3, нижний правый кадр – случай 4.

Из рисунка 4 можно заметить, что многие объекты, находящиеся внутри легких на двумерных срезах, представляют собой замкнутое пространство, однако при этом некоторые из них не являются таковыми в трехмерном изображении, например, сосудистая система. Исходя из этого, был предложен алгоритм покадровой заливки изображений. То есть на каждом изображении в качестве ядра выбирались точки, не относящиеся к объему легких, для которых применялся метод порогового включения, таким образом замкнутые области на изображении оказывались не достижимы для алгоритма и не были промаркированы значением ядра. Применяв данный подход к каждому изображению в каждой из трех проекций (рис. 2), можно определить, что, если точка не была отмечена хотя бы в одной из трех проекций, то она относится к внутреннему объему легких. Однако в описанных случаях 1 и 3 (рис/ 4) при большом объеме новообразования, оно сегментируется лишь частично, поскольку многие точки таких объектов достижимы на всех проекциях (пример изображен на рисунке 5). Поэтому к найденным объектам легких был применен алгоритм дилатации [4], который учитывал плотность соседних с объектом точек, и, если плотность не входила в заданный диапазон, построение объекта в данном направлении заканчивалось. Так как новообразования в легком имеют диапазон плотностей по шкале Хаунсфилда (рис. 1) от -100 до 100 единиц, после применения алгоритма дилатации производилась фильтрация плотностей всего трехмерного изображения. На рисунке 6 представлены конечные результаты сегментирования и примеры сегментации без дилатации и с дилатацией объектов.

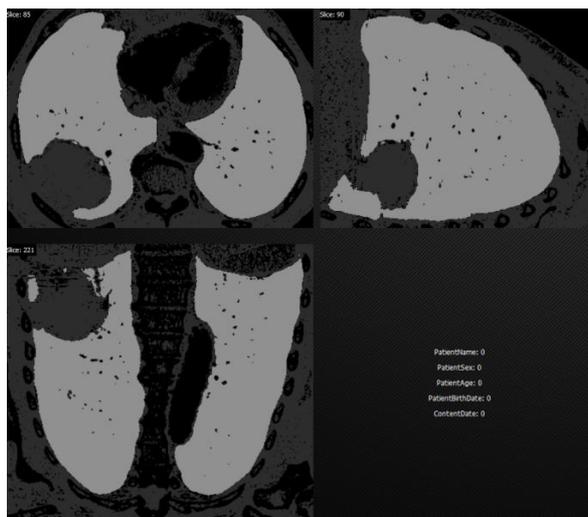


Рис. 5. Пример случая новообразования на внутренней части плевры легкого

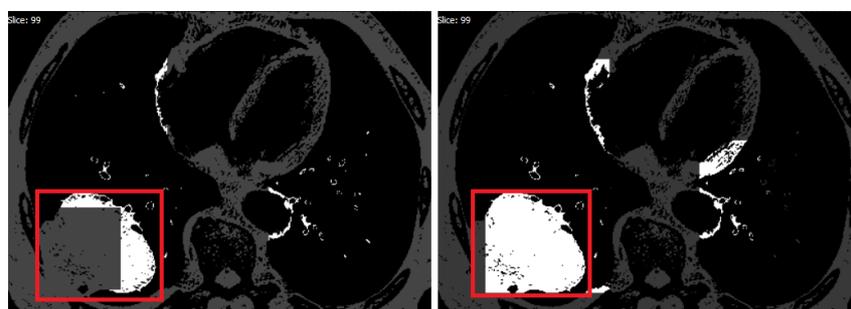


Рис. 6. Сегментация без дилатации и с дилатацией соответственно

Сравнение с алгоритмами машинного обучения

Для сравнения результатов функционирования предложенного алгоритма сегментации на основе вычислительной геометрии с алгоритмами машинного обучения использовалась открытая база данных снимков компьютерной томографии LIDC. Данная база данных содержит 1018 снимков пациентов. В качестве алгоритмов сегментации на основе машинного обучения выбраны наиболее популярные сверточные сети: 2D U-Net и 3D U-Net. В качестве критериев используются скорость и точность сегментации, результаты сравнения приведены в таблице 1. Под точностью сегментации в работе понимается доля объектов, правильно выделенных или сегментированных в легком среди всех объектов тестирующей выборки. Следует отметить, что все приведенные выше методы сегментации показали примерно одинаковые результаты по точности. Однако, как видно из таблицы скорость предложенного алгоритма существенно выше аналогов, основанных на методах машинного обучения.

Табл. 1. Результаты сравнения алгоритмов

Метод	Скорость сегментации, с
2D U-Net	4200
3D U-Net	400
Алгоритм на основе вычислительной геометрии	45

Заключение

В статье представлен новый алгоритм сегментации новообразований в легких на снимках компьютерной томографии. Описаны его основные этапы и продемонстрированы

результаты их выполнения. Произведено сравнение предложенного алгоритма с подходами, основанными на методах машинного обучения. Алгоритм на основе вычислительной геометрии обрабатывает снимки компьютерной томографии существенно быстрее аналогов, использующих модификации сверточных сетей. Данная работа является частью задачи по автоматическому обнаружению онкологических новообразований в легком.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-11-00078).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Berg, M., Kreveld, M., Overmars, M., Schwarzkopf, O. Computational Geometry. –М.:Springer, 1997. 386 p.
2. Y. LeCun, B. Boser, J. S. Denker, D. Henderson, R. E. Howard, W. Hubbard and L. D. Jackel: Backpropagation Applied to Handwritten Zip Code Recognition, Neural Computation, 1989. P:541-551.
3. A. Anjos and H. Shahbazkia. Bi-Level Image Thresholding — A Fast Method. –М.:BIOSIGNALS 2008. Vol:2. P:70-76.
4. Л.Шапиро, Дж.Стокман. Компьютерное зрение. изд. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. 752 с.

УДК 004.021

Л.М. Курочкин, М.В. Попов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКОГО МЕТОДА ВЫБОРА СИСТЕМЫ СПУТНИКОВОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

Основным средством определения координат наземного объекта являются данные, получаемые от спутниковых систем позиционирования. На сегодняшний день, на разной стадии развёртывания, эксплуатации и использования находятся несколько систем спутникового позиционирования: GPS, GLONASS, GALILEO, BeiDou. В силу влияния траекторных, атмосферных и временных факторов при использовании различных систем, позиционирование обеспечивается с разной точностью.

Для повышения точности навигационных данных могут быть использованы методы фильтрации навигационных данных [1], RTK поправки [2]. Совместное использование навигационных данных, полученных от нескольких систем спутникового позиционирования, с целью повышения точности позиционирования - также вызывает интерес у исследователей [3].

В данной работе рассматривается динамический метод выбора системы/комбинации систем спутникового позиционирования, обеспечивающей наивысшую точность определения координат без использования сторонних поправок. Выбор осуществляется на основе статистического анализа данных, получаемых от систем спутникового позиционирования.

Для формирования оценок точности навигационных данных используются наборы координат, зафиксированного на месте приёмника. Наборы координат получают последовательно от различных систем спутниковой навигации или их комбинаций, и формируются на протяжении одинаковых временных интервалов.

В исследуемом методе производится динамическая оценка координат, полученных за интервал времени t . По мере получения новых значений координат указанный набор смещается в последовательной выборке на s значений, для оценки используются значения

собственных координат от $k+s$ до $k+m+s$. Используется следующая терминология: m - размер «окна», k - количество собственных координат используемых для формирования оценок, s – «шаг окна» – количество собственных координат, последовательно полученных во времени на которое смещается «окно».

Для проведения анализа качества работы алгоритма предложен способ проверки результатов, основанный на сравнении результатов, полученных в результате работы динамического метода, и уточненными навигационными данными, полученными при постобработке с использованием данных ближайшей к месту проведения эксперимента станции IGS.

В ходе проводимого апостериорного анализа навигационных данных проводились оценка расстояния от центра каждого «окна» до центра выборки данных GPS, полученной в результате постобработки данных. Центры «окон» и полной выборки вычислялись с помощью алгоритм k-means.

Уточнённый центр полной выборки использовался в качестве точного значения координат приёмника для оценки погрешности определения координат при обработке данных, полученных от систем спутниковой навигации и их комбинаций без использования дифференциальных поправок. Суммарное расстояние между центрами «окон», полученное в рамках одного эксперимента – является альтернативной оценкой точности определения собственных координат при обработке данных от систем спутниковой навигации и их комбинаций без использования дифференциальных поправок.

При исследовании динамического метода выбора навигационной системы для каждой серии экспериментов проводилось сравнение вычисленных центров «окон» с уточнённым значением положения приёмника. Уточнённое значение положения приёмника вычислялось с использованием дифференциальных поправок для данных, полученных в данной серии эксперимента от навигационной системы GPS.

Значения отклонений от уточнённого значения положения приёмника использовалась для оценки точности метода и выбора его параметров. На рисунке 1 представлена зависимость изменения суммарного расстояния между центрами «окон» для серии эксперимента, проводимого в Санкт-Петербурге. В данном эксперименте размер «окна» принимал значения 60, 90, 120 ... 300с, «окно» двигалось с шагом 60 с. Для данной серии экспериментов наименьшее значение суммарного расстояния между центрами «окон» обеспечивает использование комбинации систем спутниковой навигации GPS и SBAS.

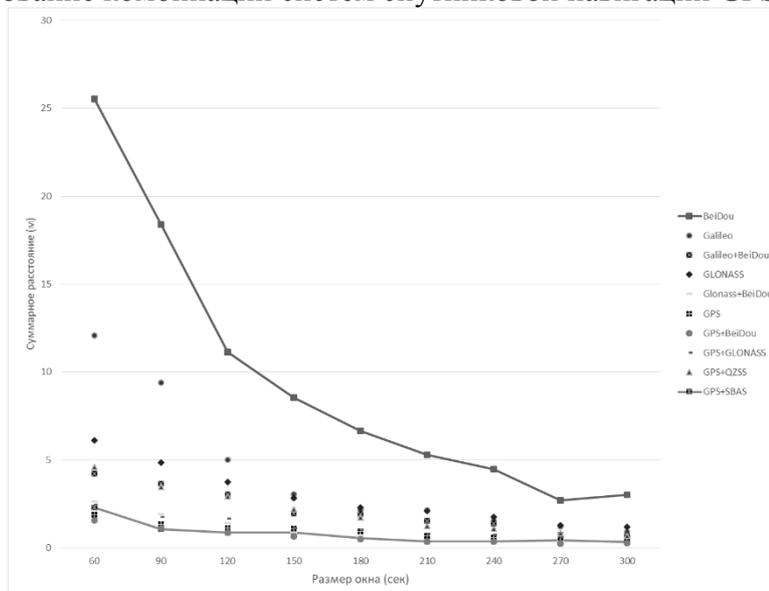


Рис. 1. Суммарное расстояние между центрами окон (Санкт-Петербург)

Эта же комбинация систем спутниковой навигации обеспечивает наименьшее расстояние от центра «окна» до уточнённого центра, вычисленного с использованием дифференциальных поправок для навигационных данных, полученных от GPS (см. рис. 2).

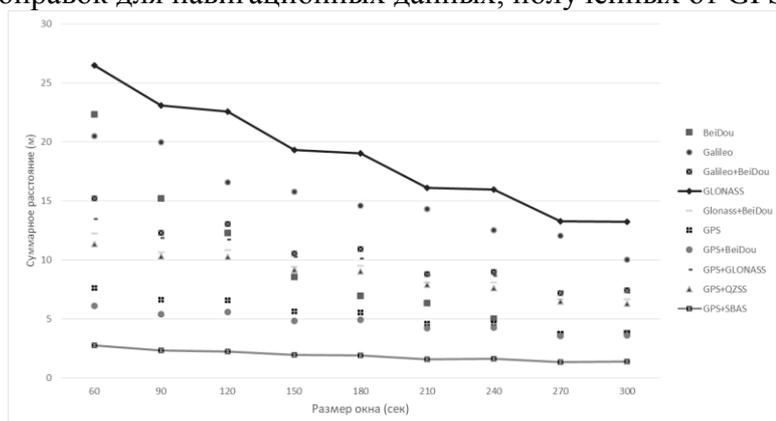


Рис. 2. Расстояние от центра «окна» до уточнённого по GPS центра (Санкт-Петербург)

Данные, полученные в ходе эксперимента, позволяют сделать вывод о том, что при использовании динамического метода выбора спутниковой навигационной системы использование «окна» размером 90сек. достаточно для формирования оценки точности навигационных данных, получаемых от спутниковой навигационной системы или комбинации систем. Среднее значение дисперсии: GPS+SBAS: $2,07669E-12$; GPS+SBAS и Galileo $2,30942E-10$; GPS+SBAS и GPS+QZSS $3,97981E-12$ подтверждает обоснованность выбора.

Рассмотренный в работе метод выбора системы спутникового позиционирования или комбинаций таких систем, обеспечивающий наибольшую точность определения собственных координат при использовании одноканальных приёмников и без использования поправок навигационных данных, позволяет сократить время оценки точности навигационных данных до полутора минут для каждой навигационной системы или комбинации таких систем. Представленное решение может использоваться для навигационного обеспечения в задачах управления автономными наземными объектами. Использование представленного решения позволяет сократить время выбора наиболее точной системы спутникового позиционирования или парных комбинаций систем в условиях: отсутствия RTK поправок и полей точности систем спутниковой навигации, сформированных для данной местности, и сведений о начальном географическом положении объекта; ограниченных вычислительных мощностей автономного объекта; использования однодиапазонного приёмника навигационных сигналов.

По результатам проведённых исследований можно сделать вывод о том, что представленный динамический метод позволяет сократить время выбора спутниковой навигационной системы вдвое по отношению ко времени, необходимого для работы статического метода выбора.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ: 16-29-04319 офи_м «Контекстно-ориентированные методы принятия решений и планирования операций смешанной группой мобильных роботов».

ЛИТЕРАТУРА:

1. Макаренко Г.К., Алешечкин А.М. Исследование алгоритма фильтрации при определении координат объекта по сигналам спутниковых радионавигационных систем // Доклады ТУСУР. 2012. № 2(26). Ч. 2. С. 15–18.

2. Takács, B., Siki, Z., and Markovits-Somogyi, R.: EXTENSION OF RTKLIB FOR THE CALCULATION AND VALIDATION OF PROTECTION LEVELS, Int. Arch. Photogramm. Remote Sens. Spatial Inf. Sci., XLII-4/W2, Pp. 161-166, <https://doi.org/10.5194/isprs-archives-XLII-4-W2-161-2017>, 2017.

3. Xingxing Li, Maorong Ge, Xiaolei Dai, XiaodongRen, Mathias Fritsche, Jens Wickert, Harald Schuh Accuracy and reliability of multi-GNSS real-time precise positioning: GPS, GLONASS, BeiDou, and Galileo // Journal of Geodesy. 2015. Vol. 89. Issue 6. Pp. 607–635.

УДК 004.031.42, 004.623, 004.655.3

А.А. Лисенкова, С.Г. Попов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕНИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГЕНЕРАЦИИ MDX-ЗАПРОСОВ К МНОГОМЕРНЫМ OLAP-КУБАМ

Технология комплексного анализа данных OLAP заключается в подготовке агрегированных данных, структурированных по многомерному принципу на основе больших исходных массивов данных. С точки зрения пользователя OLAP-системы представляют средства гибкого просмотра информации в различных срезах, автоматического получения агрегированных данных, выполнения аналитических операций свёртки и детализации. Доступ к данным на OLAP серверах осуществляется с помощью языка многомерных выражений – MDX, который предоставляет в распоряжение разработчиков средство для более простого и эффективного доступа к многомерным структурам данных. Применение MDX унифицирует протокол обращения к данным. Отсутствие такого языка лишает разработчиков мощного инструмента для манипулирования многомерными структурами.

Примерами интеллектуального доступа к данным может служить система [1] с помощью семантического анализатора, осуществляющего перевод запроса к информационной системе с естественного языка на SQL-подобный язык запросов среды 1С: Предприятие. Технологический подход к решению схожей задачи предложен в [2] в виде описания дизайна и прототипа фреймворка для представления OLAP операций в виде набора RESTful Web Services. Web Services были разработаны для загрузки куба, среза, drilldown и других операций. В работе [3] предложена трехуровневая архитектура, основанная на веб-сервисах SOAP и XML, что позволило эффективно запрашивать данные из web-источников. Вариант реализации компилятора приводится в [4] статье, где рассматривается системный дизайн компилятора MDX с помощью метода ADD, при использовании которого конечная архитектура компилятора удовлетворяет не только функциональным требованиям, но и важным качествам, которыми должна обладать система. Современные программные продукты, такие как SQL Server Management Studio, MDX Sample Application, Reporting Services, Ranet OLAP обеспечивают реализацию MDX запросов к OLAP-серверам в текстовом или графическом виде, что показывает важность и распространённость доступа к данным при помощи языка доступа к многомерным данным.

Целью работы является реализация графического редактора для динамической генерации MDX-запроса на выборку данных из многомерного OLAP-куба, располагающегося на MOLAP сервере Palo, эквивалентному синтаксису конструкции MDX:

$$SELECT \left[\begin{array}{l} < SELECT \text{ query axis clause } > \\ [, < SELECT \text{ query axis clause } > \dots] \end{array} \right]$$
$$FROM [< SELECT \text{ subcube clause } >]$$

В этом случае запрос требует реализации следующих ключевых элементов: SELECT, FROM. При этом в предложении FROM указывается имя куба, а каждый показатель оси

представляется в виде [Dimension].[Member]. Если в выборке участвует несколько членов, то они должны быть сгруппированы и записаны согласно следующему синтаксису:

{[Dimension].[Member], [Dimension].[Member]}, ... }

Реализация процедуры выполнения запроса предполагает последовательную выборку метаданных куба, а затем генерацию на её основе выборки данных из куба. Схемы получения данных и метаданных приведены на рисунках 1 и 2.

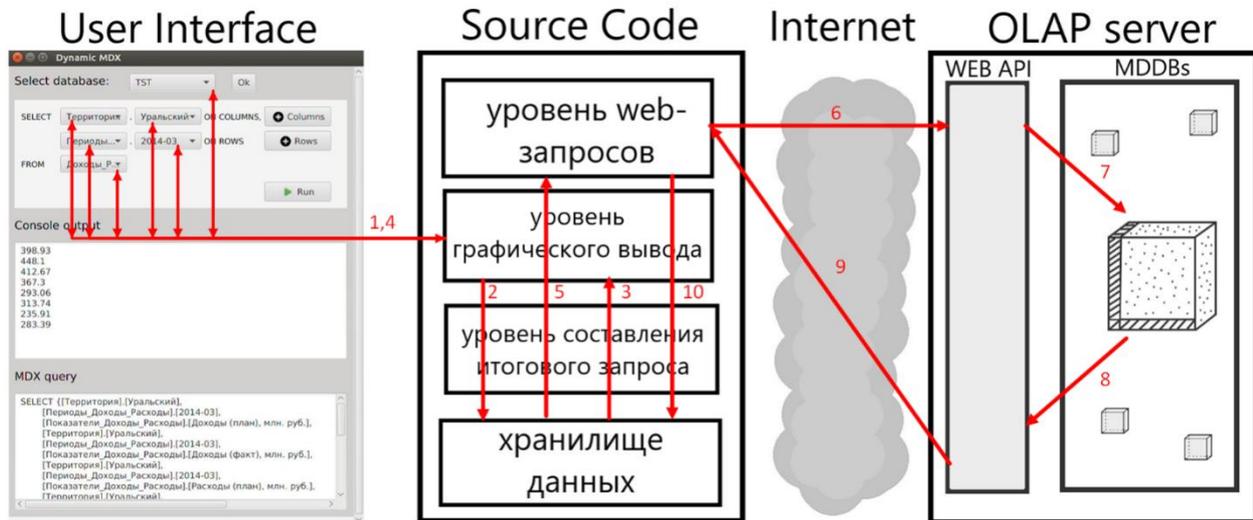


Рис. 1. Схема получения и представления метаданных запроса

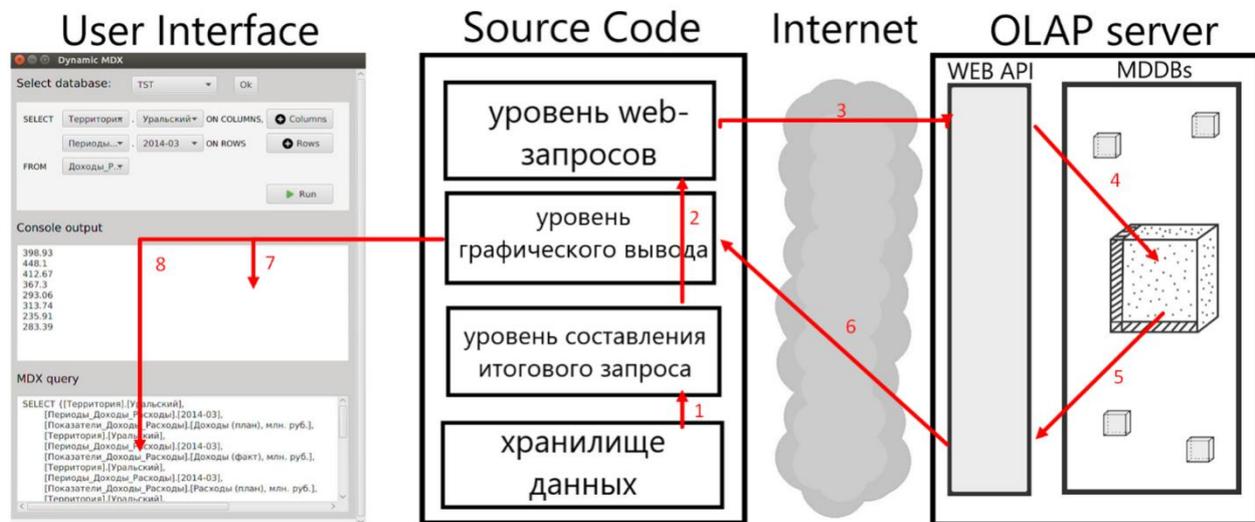


Рис. 2. Схема получения и представления данных запроса

Для проведения исследования времени обращения к удалённому MOLAP серверу был создан тестовый куб с числом уровней иерархии 3 и общим числом ячеек около 30 тыс. шт.

Целью эксперимента являлось определение времени выполнения блоков кода, ответственных за обращения к web компоненте и непосредственно выполнения запроса.

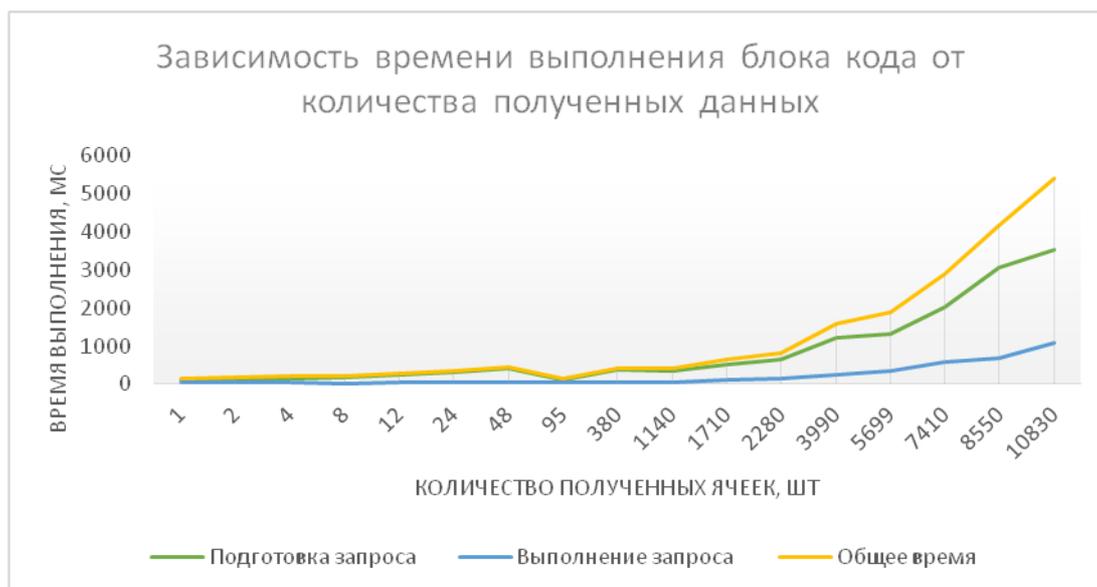


Рис. 3. Зависимость времени выполнения блока кода от количества полученных данных

Анализируя график, полученный на рисунке 3, можно сделать вывод о том, что краткосрочные запросы, которые выполняются менее 0.5 секунд, будут возвращать до 1650 значений. Запросы средней продолжительности, время выполнение которых варьируется от 0.5 до 2 секунд, возвращают до 6000 значений. Таким образом, для того чтобы выполнять запросы на выборку данных за приемлемое время, желательно извлекать не более 6000 значений из многомерного OLAP-куба.

Реализованные алгоритмы получения метаданных и данных из многомерных кубов удаленного сервера продемонстрировали работоспособность макета в целом. Дальнейшим направлением исследования может стать расширение функциональных возможностей разработанного приложения.

Работа подготовлена в ходе реализации комплексного проекта в рамках Постановления Правительства РФ от 09.04.2010 г. № 218 при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ. Договор № 03.G25.31.0259 от 28.04.2017 г.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Журавлев А. Е. Механизм семантического анализатора запросов к базам данных информационных систем //Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2012. – №. 4.
2. Patil A. D., Gangadhar N. D. OLaaS: OLAP as a Service //Cloud Computing in Emerging Markets (CCEM), 2016 IEEE International Conference on. – IEEE, 2016. – С. 119-124. Bergamaschi S. et al. A meta-language for MDX queries in eLog Business Solution //Data Engineering (ICDE), 2012 IEEE 28th International Conference on. – IEEE, 2012. – С. 1417-1428.
3. Zhang P., Xi J. Attribute-Driven Design of MDX Compiler //Computer Science and Software Engineering, 2008 International Conference on. – IEEE, 2008. – Т. 2. – С. 508-511.
4. Окна инструментов в среде SQL Server Management Studio // Режим доступа: [https://msdn.microsoft.com/ru-ru/library/ms174168\(v=sql.120\).aspx](https://msdn.microsoft.com/ru-ru/library/ms174168(v=sql.120).aspx) (Дата обращения:12.10.2018).

АЛГОРИТМ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО МЕХАНИЗМА
«ДЕЛЬТА-ТРИПОИД» МАНИПУЛЯТОРА

Передача заданий для исполнения манипулятором обычно ложится на определенный модуль, использующий машинное зрение, или иные средства для определения положения целей в пространстве [1]. Данные о положении цели целесообразно выражать в декартовой системе координат и передавать по каналу связи в драйвер манипулятора. Задача драйвера – получив эти координаты, математически преобразовать их в изменение углов валов сервоприводов для выполнения определенного действия над целью [1],[2],[3].

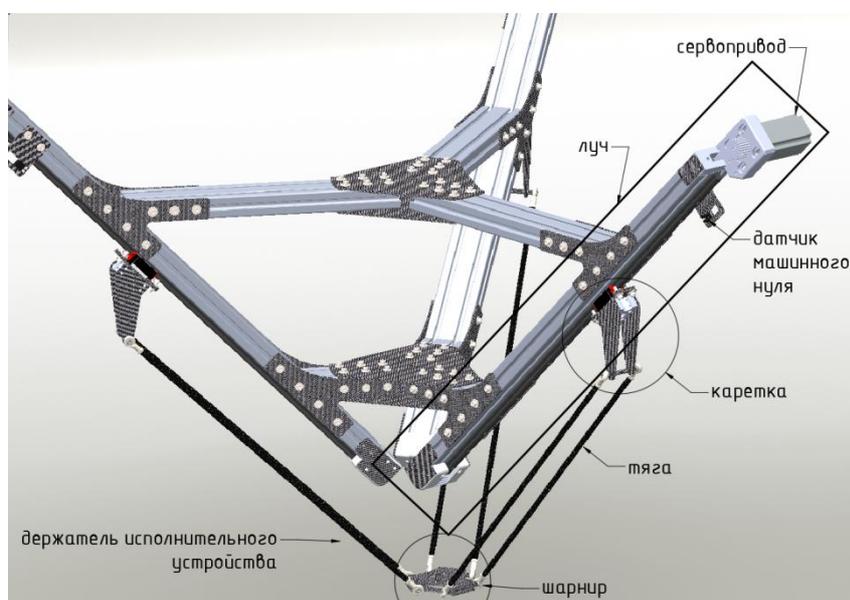


Рис. 1. Внешний вид манипулятора

Рассмотрим алгоритм преобразования одной прямоугольной координаты держателя исполнительного устройства (далее держатель) (рис. 1) в углы поворота валов сервоприводов относительно машинного нуля (положения кареток, при которых держатель принимает нулевые значения в системе координат манипулятора).

Математическая формулировка задачи.

Дано:

- Для позиционирования держателя исполнительного механизма манипулятора драйвер получает данные в виде (X, Y, Z) от модуля определения целей
- Известны длины тяг от кареток (рис. 1) до держателя
- Известно положение машинного нуля (рис. 1) относительно пересечения луча траектории средней точки (начало отсчета системы координат манипулятора)
- Геометрическое положение траекторий движения кареток (рис. 2)

Найти:

Сервоприводы разных производителей для выполнения команд могут принимать данные в разном формате [2]. По этой причине будем считать результатом вычислений –

длину, на которые необходимо переместить каретку (L) для перемещения держателя в целевую координату.

Решение:

Данная задача решается «от обратного». Предположим, что положение держателя уже находится в целевой координате. Тогда необходимо найти положения в местной системе координат, в которых должны оказаться каретки, не изменяя при этом положение держателя. Т.к. задачу не свести к плоской, будем оперировать пространственным решением. Предположим, что держатель зафиксирован в целевой координате, а тяги имеют присоединение только со стороны держателя. Для упрощения расчетов примем геометрическую воображаемую среднюю тягу вместо пары тяг, т.к. они всегда параллельны, а длины неизменяемы. Все возможные положения свободного конца тяги будут описывать сферу (рис. 2). Необходимо найти пересечение свободного шарнира тяги с траекторией движения каретки, а значит необходимо найти пересечение сферы с прямой траектории каретки. Для решения этой задачи необходимо составить 3 системы уравнения. После того как мы найдем точки на траекториях движения каретки, необходимо найти расстояние от этих точек до машинного нуля соответствующих лучей.

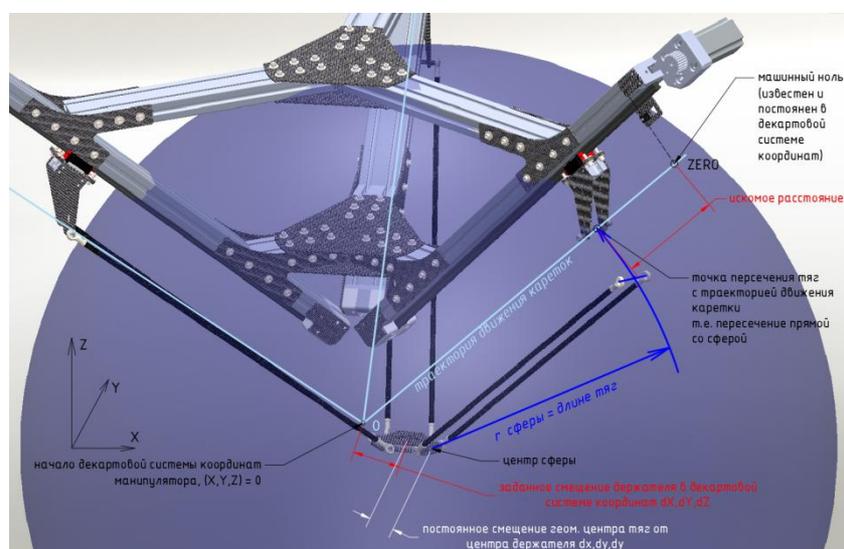


Рис. 2. Визуализация решения задачи

Так как нам необходимо применить это решение для каждого луча манипулятора, то решим эту задачу для каждой траектории движения каретки в частной системе координат. Для упрощения расчетов примем центр сферы за начало отсчета, исходя из того, что заданное смещение держателя (dX , dY , dZ) нам известно, а смещение геометрического центра сферы от положения держателя (dx , dy , dz) нам известно из геометрических параметров конструкции. Уравнение траектории движения каретки можно выразить в каноническом виде прямой. Но гораздо удобнее для решения системы уравнений выразить ее в виде проекции двух прямых на плоскости. Эти параметры даны исходя из геометрических параметров манипулятора. Таким образом, получается система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \\ y = kx + a \\ z = nx + b \end{cases}, \text{ где:}$$

$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ – уравнение сферы – поверхность, описывающая возможные положения тяги
 $y = kx + a$

$z = nx + b$ – уравнения проекций прямой, описывающей траекторию движения каретки, с учетом смещения их координат на dX, dY, dZ и на dx, dy, dz (рис. 2)

Решив эту систему получаем:

$$x_{1,2} = \frac{-(2ka + 2nb) \pm \sqrt{D}}{2(k^2 + n^2 + 1)}$$

$$D = (2ka + 2nb)^2 - 4(k^2 + n^2 + 1)(a^2 + b^2 - R^2)$$

Если дискриминант (D) < 0 , то целевая координата держателя находится вне области досягаемости. Найдя координату x , мы находим оставшиеся y и z .

Т.к. решение квадратного уравнения может давать два решения – выбираем то, которое соответствует положительному значению координаты по оси Z , т.к. траектория каретки по определению конструкции находится выше точки отсчета системы координат.

Полученные координаты являются решением в частной системе k , относительно центра сферы. Необходимо привести их в систему координат манипулятора, путем добавления dX, dY, dZ и dx, dy, dz (рис. 2).

Данные координаты являются искомым положением каретки на луче в декартовой системе манипулятора. Далее нам необходимо найти расстояние между координатой каретки и точкой машинного нуля.

Формула расстояния между точек в пространстве:

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Подставив имеющиеся значения, мы получим расстояние, на которое необходимо переместить каретку относительно машинного нуля.

Данные вычисления необходимо произвести для каждого луча. После нахождения L для каждого луча выполним перемещение всех трех кареток, и держатель будет перемещен в заданное положение.

Данное решение демонстрирует один из элементов алгоритма расчета движения управления манипулятором. В данный момент оно реализовано программно для существующего манипулятора, и демонстрирует соответствие требованиям скорости и точности вычислений.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ: 16-29-04319 офи_м «Контекстно-ориентированные методы принятия решений и планирования операций смешанной группой мобильных роботов».

ЛИТЕРАТУРА:

1. Michael Louis Pauly, "Workspace Analysis of a Linear Delta Robot: Calculating the Inscribed Radius" Fall 11-2014 Rose-Hulman Institute of Technology.
2. André Olsson "Modeling and control of a Delta-3 robot" Department of Automatic Control Lund University February 2009.
3. Robert L. Williams II, Ph.D. "The Delta Parallel Robot: Kinematics Solutions" Mechanical Engineering, Ohio University, October 2016

МЕТОД РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТОКОВ ДАННЫХ В БЕСПРОВОДНЫХ ГЛОБАЛЬНЫХ И
ЛОКАЛЬНЫХ ГЕТЕРОГЕННЫХ СЕТЯХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

В современных интеллектуальных транспортных системах (ИТС) пропускная способность телекоммуникационного трафика, формируемого пользовательскими приложениями мультипротокольного узла транспортного средства и облачными сервисами [3, 4], превышает пропускную способность используемых каналов передачи данных транспортных средств.

Так как концепция ИТС состоит в одновременном доступе абонентов к нескольким сетям [6, 7], то возникает проблема высокоуровневого роутинга потоков данных (фильтрация и распределение трафика) между гетерогенными каналами связи.

В работах [1, 2] авторами был предложен и обоснован алгоритм распределения потоков данных, основанный на мультиплексировании каналов связи и оценке их текущих пропускных способностей. Однако данный алгоритм не учитывает динамику изменений доступных на данный момент времени каналов связи, а также траекторию движения транспортного средства.

С целью расширения исследования для других реализаций распределения потоков данных по каналам связи был предложен новый метод распределения потоков данных, проходящих через мультипротокольный узел. Исходными данными для метода являются заявки на передачу телекоммуникационного трафика, описание которых приведено в работе [1].

Суть метода заключается в совместном использовании телематических параметров ИТС и параметров транспортного средства и прогнозировании моментов перепланирования распределения трафика. Телематическими параметрами являются доступность и пропускная способность каналов связи, а также приоритет обработки заявок на передачу трафика. К параметрам транспортного средства относятся его траектория движения и возможные остановки на пути движения. На рисунке 1 представлено графическое представление метода распределения потоков данных.

Для транспортного средства заранее известна траектория его движения, а также доступен сервис телекоммуникационной карты [5], который по запросу выдает информацию о доступности беспроводных глобальных и локальных сетей на всей траектории движения. В момент начала движения транспортного средства запускается процесс обслуживания заявок в соответствии с выбранной стратегией обслуживания (алгоритма планирования) и доступными сетями связи.

В моменты потери сигнала с используемыми сетями связи или обнаружения новых происходит процесс перепланирования распределения заявок по каналам передачи данных в соответствии с критерием оптимальности:

$$\operatorname{argmax}\{k_i \sum C_i, \min(Z)\}, (1)$$

где k_i – коэффициент пропускной способности i -го канала передачи данных, сформированного для передачи по протоколу МРТСП ($k_i < 1$); C_i – пропускная способность i -го канала передачи данных; Z – число переключений между сетями связи.

Для запуска процесса перепланирования абонент выполняет запрос информации о доступных сетях на траектории движения.

Сервис телекоммуникационный карты с течением времени обновляет данные о доступности сетей связи и при наличии новых изменений инициализирует процедуру обновления информации о доступности сетей на стороне мультипротокольного средства. На основании новых данных на мультипротокольном узле происходит перепланирование распределения трафика по каналам связи.

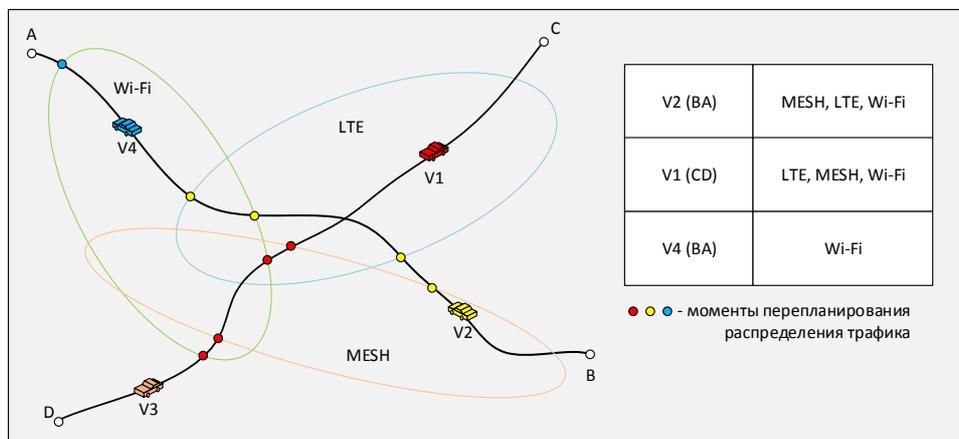


Рис. 1. Графическое представление метода распределения потоков данных

Дальнейшим развитием работы является реализация алгоритмов распределения потоков данных для проверки применимости предложенного авторами метода, а также расширение метода добавлением критериев выбора алгоритмов планирования заявок на передачу трафика.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ: 16-29-04319 офи_м Контекстно-ориентированные методы принятия решений и планирования операций смешанной группой мобильных роботов.

ЛИТЕРАТУРА:

1. С.Г. Попов, А.С. Тучков, Л.М. Курочкин, М.П. Шарагин, Алгоритм распределения потоков данных между беспроводными глобальными и локальными сетями связи // Науч.-техн. вед. СПбГПУ. Сер.: Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2017.– № 3 (242). С. 20-41.
2. А.С. Тучков, С.Г. Попов, Имитационная модель распределения потоков данных между гетерогенными каналами связи транспортных средств. // Неделя науки СПбПУ: материал научной конференции с международным участием. Институт прикладной математики и механики. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2017. – С. 34-36.
3. А.С. Тучков, С.Г. Попов, Интеграция программно-аппаратных компонент автомобильного мультипротокольного узла // Неделя науки СПбГПУ: материал научно-практической конференции с международным участием. Институт прикладной математики и механики СПбГПУ. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2013. – №1. С. 309-310.
4. Popov, S., Kurochkin, M., Kurochkin, L., and Glazunov, V. (2015). The implementing of the internet of things concepts for the continuous provision of informational services for vehicle drivers and passengers. In Telematics and Future Generation Networks (TAFGEN), 2015 1st International Conference on, pages 1–5.
5. Glazunov, V., Kurochkin, L., Popov, S., and Chuvatov, M. (2015). Prototype of the telematics map cloud service. In Open Innovations Association (FRUCT), 2015 17TH Conference of, pages 50– 55.
6. Sukuvaara T., Nurmi P. Wireless traffic service platform for combined vehicle-to-vehicle and vehicle-to-infrastructure communications // IEEE Wireless Communications. 2009. Vol. 16. No. 6. Pp. 54–61.
7. IEEE P802.11p/D3.0, "Draft Amendment to Standard for Information Technology-Telecommunications and Information Exchange between Systems-Local and Metropolitan Area Networks-Specific Requirements -- Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications-Amendment 7: Wireless Access in Vehicular Environment," 2007.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СУПЕРКОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ЗАДАЧЕ
ПОСТРОЕНИЯ 3D МОДЕЛИ ЛАНДШАФТА МЕСТНОСТИ

Актуальность. Необходимость наличия 3D модели ландшафта местности обусловлена задачами робототехники, строительства, землеустройства и проектирования новых объектов на заданном участке местности. Особую значимость эта задача приобретает для напланетных роботов, осуществляющих монтаж оборудования и исследование новых территорий. Каждая платформа робота, в зависимости от особенностей механизма движения, может преодолевать строго определенный перепад высот между соседними точками, поэтому часть ландшафта местности будет ей недоступна. Для построения маршрута передвижения робота необходимо построить карту недоступных зон и оперативно корректировать ее во время движения (за 0.2-0.5 секунды). Классическая модель ландшафта – это полигональное представление поверхности. Однако с увеличением числа полигонов повышается точность представления поверхности, но и возрастает объем вычислений. Так на площадке 2x2 км при дискретности 0.2 м число узлов дискретной сетки равно 10^8 . Кроме того, для каждого узла необходимо определить признак доступности с каждого из четырех направлений (север, запад, юг, восток).

Для решения задачи в рамках заданных ограничений использована технология распараллеливания задачи для реализации в СК Политехнический «Политехник – РСК Торнадо» – кластер с пиковой производительностью 943 Тфлопс. Он содержит 668 двухпроцессорных узлов (Intel Xeon E5 2697 v3), из них 56 узлов имеют два ускорителя вычислений NVIDIA K40.

Цели и задачи работы. Основной задачей исследования является установление оптимальных параметров для запуска ядра расчета признаков доступности узлов дискретной сетки. Критерием оптимальности является время исполнения ядра.

Описания экспериментов:

Однопоточный расчет. В этом тесте ядро будет запущено на сетке размером 1 блок и размером блока в 1 поток, в одном потоке будут обрабатываться 10^8 клеток.

Блочное распараллеливание. В этом тесте ядро будет запущено на сетке размером 10^8 блоков с размером блока в 1 поток, в одном потоке будет обрабатываться 1 клетка.

Комплексное распараллеливание. В этом тесте ядро будет запущено на сетке размером 10^5 блоков с размером блока в 10^3 потоков, в одном потоке будет обрабатываться 1 клетка.

Избыточное комплексное распараллеливание. В этом тесте ядро будет запущено на сетке размером 10^6 блоков с размером блока в 10^3 потоков, в одном потоке будет обрабатываться 1 клетка.

Рабочие гипотезы:

1. Результат однопоточного расчета должен быть самым худшим среди всех остальных.
2. Результат блочного распараллеливания должен быть лучше, чем однопоточный расчет, но хуже чем все остальные.
3. Результат комплексного распараллеливания должен быть наилучшим из всех.
4. Результат избыточного комплексного распараллеливания должен находиться в интервале между результатом блочного распараллеливания и комплексного распараллеливания, но ближе ко второму.

Результат первого теста

=====
Random curand generation is finished for 0.010000 seconds
Conversion is finished for 0.020000 seconds
Random generation is finished for 0.510000 seconds

Starting marksCalculation kernel on grid size = 1, block size = 1
and 100000000 cells

Field marked for 3.260000 seconds (without memcpy)
Field mark is finished for 4.030000 seconds
Overall execution time is 4.540000 seconds

=====
Результат второго теста

=====
Random curand generation is finished for 0.010000 seconds
Conversion is finished for 0.010000 seconds
Random generation is finished for 0.520000 seconds

Starting marksCalculation kernel on grid size = 100000000,
block size = 1 and 1 cells

Field marked for 0.700000 seconds (without memcpy)
Field mark is finished for 1.420000 seconds
Overall execution time is 1.940000 seconds

=====
Результат третьего теста

=====
Random curand generation is finished for 0.010000 seconds
Conversion is finished for 0.010000 seconds
Random generation is finished for 0.510000 seconds

Starting marksCalculation kernel on grid size = 100000,
block size = 1000 and 1 cells

Field marked for 0.020000 seconds (without memcpy)
Field mark is finished for 0.850000 seconds
Overall execution time is 1.370000 seconds

=====
Результат четвертого теста

=====
Random curand generation is finished for 0.010000 seconds
Conversion is finished for 0.020000 seconds
Random generation is finished for 0.490000 seconds

Starting marksCalculation kernel on grid size = 1000000,
block size = 1000 and 1 cells

Field marked for 0.040000 seconds (without memspy)
Field mark is finished for 0.880000 seconds
Overall execution time is 1.380000 seconds

Анализ результатов

В первом тесте 10^8 узлов сетки обрабатывались в один поток (последовательно), поэтому время решения задачи составило for 3.260 секунды. Во втором тесте узлы обрабатывались однопоточно, в каждом из 10^8 блоков. Параллельное выполнение задачи сократило времени выполнения до 0.700 секунды.

В третьем тесте использовалось комплексное распараллеливание; совокупное количество потоков по всем блокам равно $10^5 * 10^3 = 10^8$, что соответствует размерности задачи. Такое распараллеливание оказалось наиболее эффективным, поскольку наиболее полно использует вычислительные ресурсы суперкомпьютера. Теперь каждый мультипроцессор будет загружен 2000 потоками, а количество блоков будет уменьшено в 10^3 раз. В результате такой конфигурации число переключений блоков уменьшится, а поскольку переключение контекста между нитями происходит мгновенно из-за распределения регистров по потокам, время исполнения ядра составило 0.020 секунды.

В четвертом тесте была использована схема распределения из третьего теста, но количество блоков было увеличено в 10 раз. Это было сделано для того, чтобы показать, что использование излишнего количества блоков негативно сказывается на времени исполнения (время исполнения составило 0.040 секунды).

При выполнении этого теста ожидалось время ближе к третьему тесту, поскольку, во-первых, количество блоков на два порядка меньше, чем во втором тесте; во-вторых в алгоритме ядра есть проверка, которая прекращает работу, если линейный номер потока больше размерности задачи. Этот прием позволяет предотвратить доступ к чужой памяти. В результате все потоки, которые не производят обработку данных задачи, быстро завершаются, их количество равно $9 * 10^5$. В итоге отставание от третьего теста не настолько велико и составляет 0.02 секунды.

Заключение

Проведенное исследование показало важность понимания принципов работы с аппаратно-программной архитектурой Nvidia CUDA. В результате исследования было показано, что правильный подбор параметров запуска ядра с учетом понимания архитектуры CUDA может уменьшить время исполнения кода в 163 раза (сравнение однопоточного и оптимального времени исполнения).

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 18-29-03250 «Методы робастного синтеза интеллектуальных транспортных систем для коалиции киберфизических объектов на основе байесовской концепции вероятности и аппарата модальных логик».

ЛИТЕРАТУРА:

1. Аппаратная архитектура CUDA. Режим доступа: ssd.ssc.ru/sites/default/files/content/attach/332/cuda-3-arch.pdf. Дата обращения: 15.10.2018.
2. Джейсон Сандерс, Эдвард Кэндрот Технология CUDA в примерах. Введение в программирование графических процессоров. М.: ДМК, 2015, 232 стр.
3. Знакомство с программно-аппаратной архитектурой CUDA. Режим доступа: <https://proglib.io/p/cuda/>. Дата обращения: 15.10.2018.

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА И ПРОГРАММЫ УЧЁТА ТРЕНИЯ
НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ЗАТРАТЫ ПРОМЫШЛЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА
С ВРАЩАТЕЛЬНЫМИ СОЧЛЕНЕНИЯМИ

Актуальность. Автоматизация производства направлена на развитие машиностроения и, в частности, робототехники, причем ее актуальность для сложных технологических процессов, выполняемых в недетерминированных условиях для замены человека при выполнении тяжелых, утомительных и опасных работ, возрастает. Наибольшее распространение получили промышленные роботы или манипуляторы. Манипуляторы выполняют широкий спектр задач, таких как сварка, паллетирование, механическая обработка, окраска, сборка. В этой связи интерес представляет оценка энергетических затрат промышленного манипулятора, на основе которого определяется целесообразность ряда конструкторских решений.

При осуществлении подобной оценки необходимо формирование эффективных уравнений динамики манипуляционных роботов: для осуществления требуемых компьютерных вычислений, в частности, для моделирования динамики манипуляторов в масштабе реального времени; для разработки эффективных алгоритмов управления роботами с учетом динамики [1], а также для повышения эффективности исследования и разработки манипуляторов [2].

Цели и задачи работы. Целью работы является исследование трехзвенного промышленного манипулятора с вращательными сочленениями, расчёт кинематических и динамических параметров, выбор управления, определение влияния различных типов трения на мощность, т.е. определение энергетических затрат.

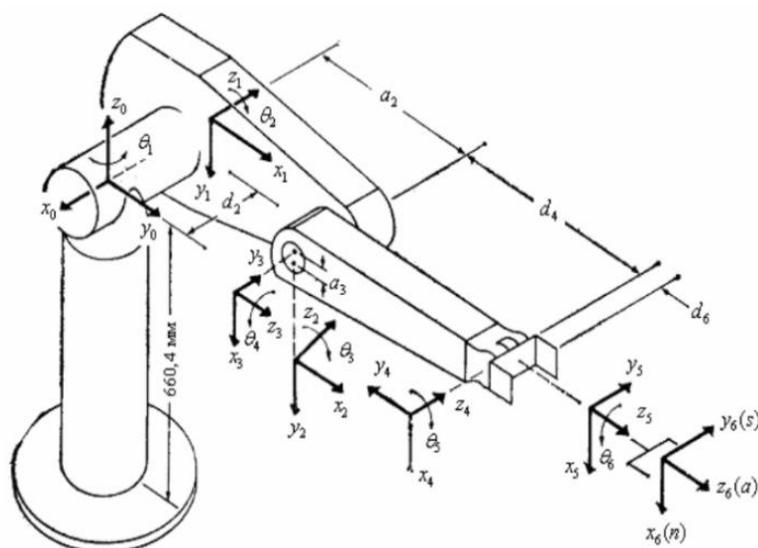


Рис. 1. Кинематическая схема манипулятора

Описание кинематики – это способ задания систем координат, связанных со звеньями манипулятора, и выбора параметров, которые однозначно определяют взаимное положение звеньев и конфигурацию всего манипулятора. В представлении Денавита-Хартенберга [3] начало систем координат расположено в шарнирах, а их оси формируются по правилам,

определяющимся кинематикой манипулятора: требуется ввести обобщенные координаты, т.е. задать направления отсчета углов поворота звеньев (рис. 1).

При выводе уравнений динамики манипуляторов используются различные законы и формулировки общих уравнений динамики систем. Среди них можно выделить методы, основанные на уравнениях Лагранжа, Ньютона-Эйлера, Д'Аламбера.

Полное описание движения манипулятора получено на основе метода Лагранжа-Эйлера для неконсервативных систем. На основе уравнения кинематики манипулятора с использованием матричного представления Денавита-Хартенберга [3] получено уравнение динамики. Такое совместное использование Д-Х-представления и метода Лагранжа приводит к компактной векторно-математической форме уравнений движения, удобной для аналитического исследования и допускающей реализацию на ЭВМ.

Вывод уравнений динамики движения манипулятора основан на следующем:

На описании взаимного пространственного расположения систем координат i -го и $(i-1)$ -го звеньев на основе матрицы преобразования однородных координат ${}^{i-1}A_i$. Эта матрица преобразует координаты произвольной точки относительно i -й системы координаты этой же точки относительно $(i-1)$ -й системы координат.

На использовании уравнения Лагранжа-Эйлера:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n,$$

где L – функция Лагранжа ($L=K-P$);

K – полная кинетическая энергии манипулятора;

P – полная потенциальная энергия манипулятора;

q_i – обобщенные координаты манипулятора;

\dot{q}_i – первая производная по времени обобщенных координат;

τ_i – обобщенные силы (или моменты), создаваемые в i -м сочленении для реализации заданного движения i -го звена.

В статье [4] показано, что момент трения в сочленении манипулятора можно представить в виде суммы трех компонентов: сухого трения, вязкого трения и трения, пропорционального угловой скорости в степени $(1/3)$, т.е.:

$$M_i^{fr} = -M_{i1} \operatorname{sgn} \omega_i - M_{i2} \omega_i - M_{i3} |\omega_i|^{1/3} \operatorname{sgn} \omega_i$$

Будем считать, что коэффициенты трения одинаковые для всех звеньев. Используя данные работы [5], примем эти коэффициенты равными следующим значениям:

$M_1 = M_1 = 6 \text{ Н} \cdot \text{м}$ – коэффициент сухого трения;

$M_2 = 9 \text{ Н} \cdot \text{м}$ – коэффициент вязкого трения;

$M_3 = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ – коэффициент трения, пропорциональный угловой скорости в степени $1/3$.

Чтобы оценить энергетические затраты, необходимо определить мощность.

Для вычисления подаваемой мощности управляющий момент умножаем на угловую скорость звена (рис. 2).

Результаты. В процессе выполнения работы, связанного с моделированием и исследованием шестизвального манипулятора с вращательными сочленениями, а также зависимости различных видов трения на энергетические затраты, можно сделать следующие выводы: при увеличении частоты увеличиваются значения управляющих моментов; моменты трения в сочленениях манипулятора существенно влияют на управление и энергопотребление.

Сухое трение увеличивает мощность, пропорциональную частоте. Оно имеет определяющее значение при небольших угловых скоростях. Вязкое трение при малых

скоростях вносит меньший вклад в увеличение мощности, чем сухое трение, однако при больших скоростях влияние вязкого трения становится определяющим. О явлении трения, пропорционального скорости в степени $1/3$, можно сделать следующий вывод: при небольших угловых скоростях его вклад больше, чем вязкого трения, с ростом угловой скорости его влияние становится большим, чем влияние сухого трения, однако значительно меньшим, чем влияние вязкого трения.

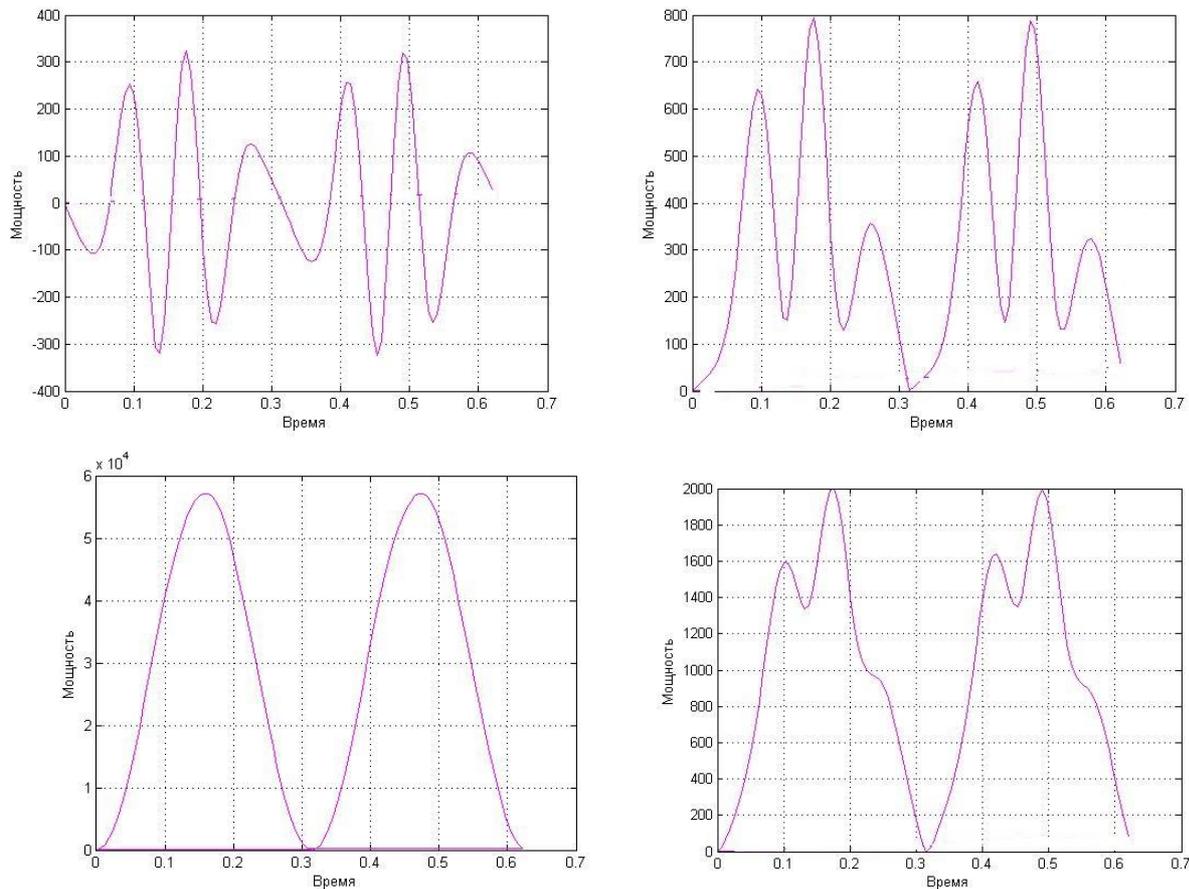


Рис. 2. Мощности для третьего звена манипулятора при отсутствии трения (слева сверху), при сухом трении (справа сверху), при вязком трении (слева снизу) и при вязком трении пропорциональном скорости в степени $(1/3)$ (справа снизу) для значений угловой скорости $=10$

ЛИТЕРАТУРА:

1. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника. - М.: Мир, 1989.
2. Белоусов И.Р. Calculation of the Robot Manipulator Dynamic Equations/ Формирование уравнений динамики роботов манипуляторов. М.: ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, 2002.
3. Denavit J, Hartenberg R.S. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices., J. Appl. Mech., 77, 1955, с. 215-221.
4. Grotjahn M., Daemi M., Heimann B. Friction and rigid body identification of robot dynamics // International Journal of Solids and Structures 38 (2001) 1889-1902.
5. Cheng Chen. Friction modeling and experimental identification of a mitsubishi PA10-6CE robot manipulator. Master Thesis. University of Florida, 2013.

ТЕХНОЛОГИЯ ПОСТРОЕНИЯ 3D МОДЕЛЕЙ РЕЗУЛЬТАТОВ КОМПЬЮТЕРНОЙ
ТОМОГРАФИИ ГРУДНОЙ КЛЕТКИ

Актуальность. КТ является универсальным методом диагностики, позволяющим врачу увидеть максимально подробную картину состояния организма. Для правильной диагностики заболевания специалисту необходимо увидеть трехмерную форму отсканированного органа. При этом, чем выше точность построенной модели, тем ниже вероятность постановки ошибочного диагноза. Сегодня разработаны специальные приложения для отображения результатов КТ, которые реализованы в технологии «Клиент-сервер» [1]. Однако для построения модели на стороне клиента в реальном времени с произвольной точностью практических решений нет. В первую очередь это связано с необходимостью обработки более миллиарда точек на ПК специалиста.

Цель работы: исследовать варианты распараллеливания алгоритма построения 3D модели отсканированного органа в реальном времени.

Результаты КТ сканирования представлены в формате DICOM. DICOM-файл – объектно-ориентированный файл с теговой организацией [2]. Этот формат описывает:

- атрибуты пациента;
- модель аппарата, на котором было проведено обследование;
- атрибуты изображения в серии;
- атрибуты, которые определяют передаваемый массив пикселей двумерной плоскости изображения;
- модуль пикселей изображений;
- определение объектной информации компьютерной томографии.

Непосредственные данные сканирования хранит модуль пикселей изображений (набор двумерных проекций). Результатом обработки этих проекций будет полигональное представление формы отсканированного органа. Сравним 2 подхода к решению задачи: построение модели ресурсами CPU и построение модели в архитектуре Nvidia с помощью технологии CUDA.

В качестве метода решения задачи выбран метод «маршевых кубов», позволяющий рассматривать 2 смежных скана независимо от других, то есть обеспечивает возможность максимального распараллеливания процесса построения элементарных полигонов (рис. 1).

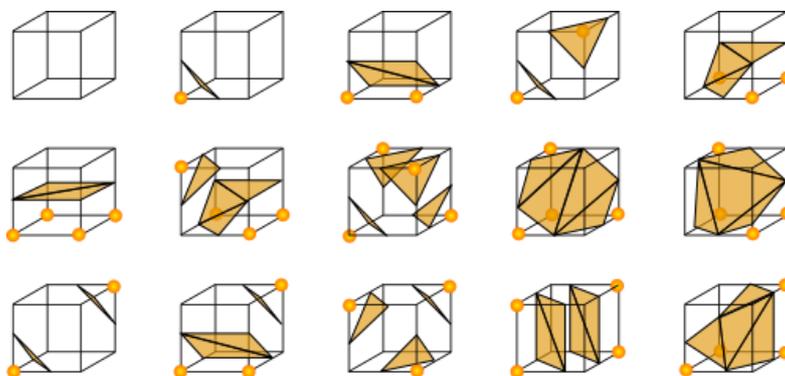


Рис. 1. Пример построения элементарных полигонов методом «маршевых кубов»

Реализация алгоритма на CPU

Данные формата DICOM были конвертированы в среду Visual Studio. Каждое значение было приведено к значениям по шкале Хаунсфилда [4] и сохранено в трехмерный массив.

$$H = I * m + b,$$

где H – значение по шкале Хаунсфилда, I – исходное значение, b – значение тега (0x0028, 0x1052) Rescale Intercept, m – значение тега (0x0028, 0x1053) Rescale Slope. Затем полученные значения были отфильтрованы по критерию соответствия изображению грудной клетки. Далее был реализован алгоритм «маршевых кубов» и выполнено вычисление всех точек элементарных полигонов.

Реализация алгоритма на GPU

Считывание DICOM-файлов и преобразование значений в шкалу Хаунсфилда [3] отличается от версии на CPU тем, что сохранение происходит не в трехмерную матрицу, а в одномерный массив. Сегментация грудной клетки происходит на GPU. Для поиска координат, через которые будет проходить элементарная плоскость, выделяется память для копирования массива, полученного на этапе сегментации, размер которого равен (133*512*512) элементов. Результатом является массив cubeIndexMas, в котором хранятся значения cubeIndex для каждого элемента исходного массива. Для определения координат вершин, на GPU выделяется память для хранения (133*512*512*15*3) элементов, после чего, по алгоритму маршевых кубов, находится результат.

Пример выполнения первого и второго алгоритма визуализируется графической библиотекой PYTHON (рис. 2).

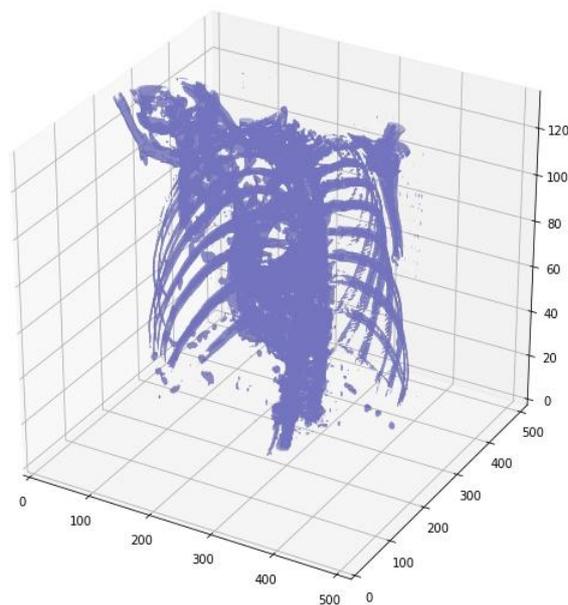


Рис. 2. 3D изображение грудной клетки по данным КТ

Сравнение результатов

Оба изображения абсолютно идентичны, что говорит о правильной обработке обоими алгоритмами изображений формата DICOM. Существенное отличие заключается во времени выполнения задачи. Последовательная реализация задачи на CPU потребовала 1 час 31 минуту, а параллельная GPU в технологии CUDA потребовала 6 минут 31 секунду.

Также стоит отметить, что, если брать в расчет только функции, выполняющиеся на GPU до момента вызова функции отрисовки, и сравнить их со временем выполнения на CPU, то разница во времени станет еще более заметной: 1 час 24 минуты на CPU, 1 минута 10 секунд на GPU, что соответствует повышению производительности в 72 раза.

ЛИТЕРАТУРА:

1. DICOM Web Viewer | HTML5 Web-based DICOM Viewer | Ambra Health. Режим доступа: <https://ambrahealth.com/products-and.../dicom-web-viewer/> Дата обращения: 12.10.2018.
2. Формат файла .dicom. Режим доступа: <https://open-file.ru/types/dicom>. Дата обращения: 12.10.2018.
3. Компьютерная томография: Шкала Хаунсфилда. Режим доступа: polyguanidines.ru/a_guanidini&kompyuternaya-tomografiya&2.htm. Дата обращения: 11.10.2018.

ВЛИЯНИЕ КУМУЛЯТИВНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ НА ИЗМЕНЕНИЕ ЗЕРЕННОЙ СТРУКТУРЫ МЕТАЛЛОВ

Введение. В настоящее время ведутся интенсивные работы по разработке технологий повышения прочностных свойств различных металлов и их сплавов, которые должны обеспечить качественное повышение эффективности в оборудовании, автомобильной, авиационной, космической технике и судостроении. Эффективными методами повышения прочностных свойств конструкционных материалов с точки зрения реализации и применения являются методы интенсивной пластической деформации (ИПД) [1, 2]. Одними из наиболее распространенных методов ИПД являются ортогональное равноканальное угловое прессование (РКУП) и циклическое прессование рифлением (ЦПР). Процедуры РКУП и ЦПР хорошо реализованы у авторов в работах [2, 3].

Актуальность задачи связана с совершенствованием технологий, реализующих методы ИПД, также актуальным является изучение процессов формирования ультрамелкозернистой (УМЗ) структуры в объеме материалов. В то же время необходимо изучение процессов формирования образцов с контролируемой структурной системой.

Цель работы. Изучение влияния кумулятивной пластической деформации на формирование зеренной структуры в объеме материалов.

Основная часть. Анализ проводился на основе работ [4-10], где авторы с применением методов ИПД измельчали зеренную структуру образцов. Методы ИПД применяются к образцам с различной геометрией, РКУП применим для объемных образцов, а ЦПР для плоских образцов. Для проведения испытаний с использованием ИПД необходимо настроить оптимальный режим процессов, который хорошо воздействуют на зеренную структуру образцов. Оптимальный режим прессования зависит от многих параметров, таких как температура, скорость прессования, а также трение. Для того чтобы образец прошел все этапы пластических деформаций, разрабатываются схемы по использованию методов ИПД. Для достижения оптимального режима авторы [4-10] подбирали температуры выше комнатных с совместным использованием смазочных веществ для минимизации трения между пресс-формой и образцом.

Эволюцию зеренной структуры при РКУП можно рассмотреть на примере работы [4] (рис. 1), где используется Ti особой чистоты (CP-Ti). При прохождении титанового образца через матрицу для РКУП в первый раз равноосная крупнозернистая структура сменяется на очень тонкую слоистую. После прохождения образца во второй раз, структура имеет более измельченный вид. УМЗ структура достигается после четырех проходов. Полученные удлиненные зерна наклонены под углом 60° по направлению нагрузки.

На рисунке 2 представлены ПЭМ изображения алюминиевых образцов, показывающие эволюцию зеренной структуры после 1-го, 2-го, 5-го и 6-го циклов ЦПР. Показана равномерная структура образца (рис. 2 а), однократное прессование которого приводило к незначительному образованию неравномерной микроструктуры, состоящей из равноосных и удлиненных зерен. После второго прессования микроструктура стала относительно однородной (рис. 2 б).

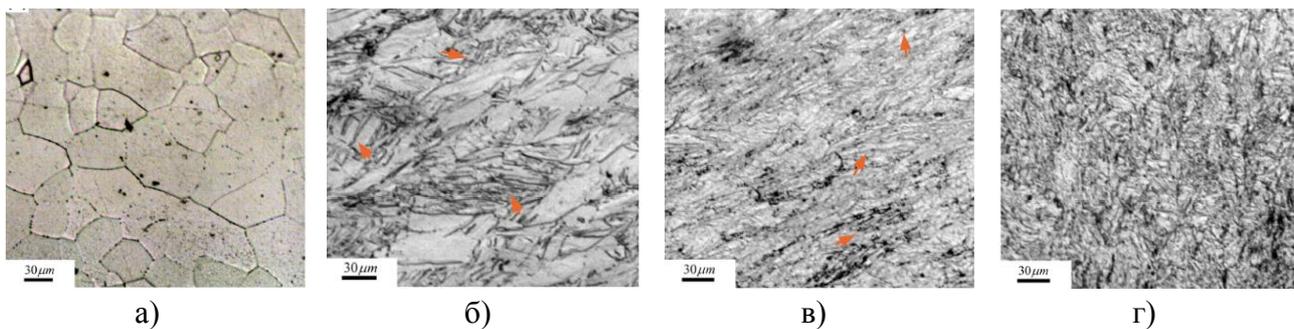


Рис. 1. Оптическая микроскопия: а) крупнозернистая структура; б) 1 проход РКУП в) 2 прохода РКУП; г) УМЗ структура [4]

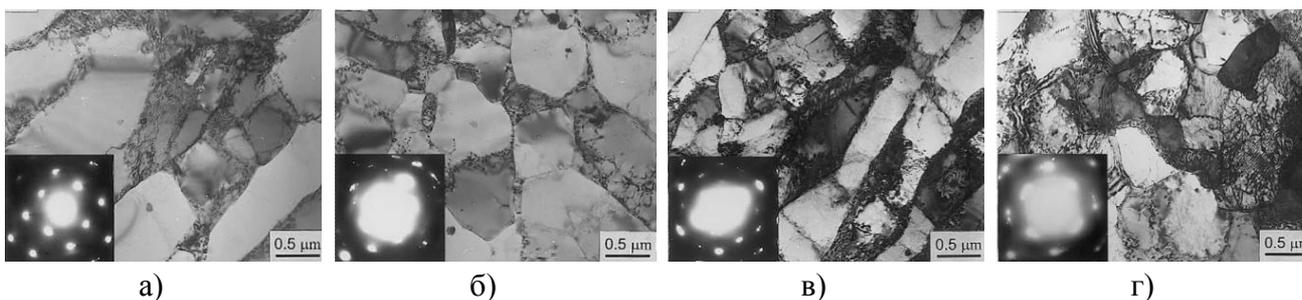


Рис. 2. ПЭМ изображения, показывающие микроструктурные изменения алюминиевых листов во время ЦПР после а) 1 прессования; б) 2 прессования; в) 5 прессований; г) 6 прессований [8].

На основе результатов по РКУП и ЦПР получены зависимости размера зерна от кумулятивной пластической деформации (рис. 3). Причиной измельчения зерна являются большие степени кумулятивной пластической деформации.

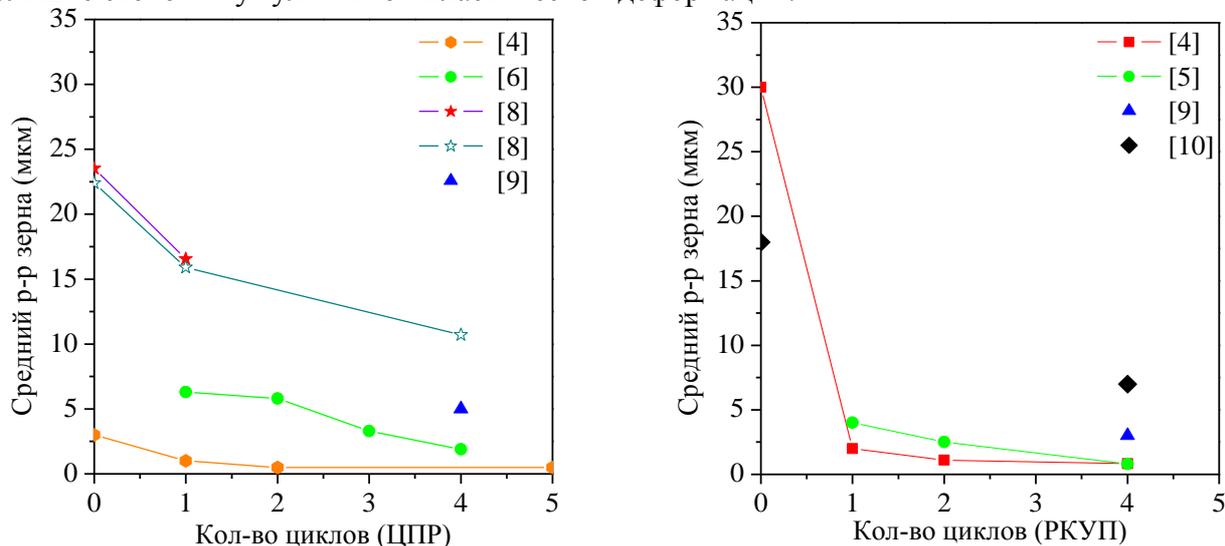


Рис. 3. Зависимость среднего размера зерна от числа циклов прессования

Из зависимости на рисунке 1 можно сделать выводы, что пропорциональное увеличение циклов ведет к пропорциональному измельчению зерна.

Заключение. В процессе исследовательской работы выявлено, что изменение микроструктуры образцов при РКУП и ЦПР имеют схожую тенденцию, заключенную в получении УМЗ структуры. Это связано с тем, что в образцах накапливаются большие степени сдвиговых деформаций. Метод РКУП эквивалентен методу ЦПР в измельчении

зерна. Пропорциональное увеличение числа циклов ведет к пропорциональному измельчению зеренной структуры. После полного цикла, равного четырем проходам для РКУП и четырем этапам прессования для ЦПР, достигается однородная структура.

Благодарность. Данное научное исследование выполнено при частичной поддержке Российского научного Фонда (грант № 16-19-10264).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Маркушев М.В. К вопросу об эффективности некоторых методов интенсивной пластической деформации, предназначенных для получения объемных наноструктурных материалов // Письма о материалах. - 2011.- Т.1, №1. - С. 36-42.
2. Козулин А.А., Красновейкин В.А., Скрипняк В.В., Хандаев Б.В., Ли Ю.В. Механические свойства алюминий магниевых сплавов после интенсивной пластической деформации // Современные проблемы науки и образования. - 2013.- № 6. - С. 888.
3. Ахметшин Л.Р., Кушнарев А.Г., Москвичев Е.Н. Численное моделирование деформации образцов листового проката из магниевых сплавов при обработке методом прессования рифлением / В сборнике: Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики – 2017 Сер. "Физико-математическая" 2018. С. 74-81.
4. X. Sun, Y. Guo, Q. Wei, Y. Li, S. Zhang // A comparative study on the microstructure and mechanical behavior of titanium: Ultrafine grain vs. coarse grain / Materials Science & Engineering A 669 (2016) 226–245.
5. B. Li, S. Joshi, K. Azevedo, E. Ma, K.T. Ramesh, R.B. Figueiredo, T.G. Langdon // Dynamic testing at high strain rates of an ultrafine-grained magnesium alloy processed by ECAP / Materials Science and Engineering A 517 (2009) 24–29.
6. K.S. Fong, M.J. Tan, B.W. Chua, D. Atsushi // Enabling wider use of Magnesium Alloys for lightweight applications by improving the formability by Groove Pressing / Procedia CIRP 26 (2015) 449 – 454.
7. M. Gzyl, A. Rosochowski, S. Boczkal, L. Olejnik // The role of microstructure and texture in controlling mechanical properties of AZ31B magnesium alloy processed by I-ECAP / Materials Science & Engineering A 638 (2015) 20–29.
8. A.K. Gupta, T.S. Maddukuri, S.K. Singh // Constrained groove pressing for sheet metal processing / Progress in Materials Science 84 (2016) 403–462.
9. Москвичев Е.Н., Скрипняк В.А., Скрипняк В.В., Козулин А.А., Лычагин Д.В. Исследование структуры и механических свойств алюминиевого сплава 1560 после интенсивной пластической деформации методом прессования с рифлением // Физическая мезомеханика. 2017. Т. 20. № 4. С. 85-93.
10. V. A. Krasnoveikin, A. A. Kozulin, V. A. Skripnyak // Detection of structural changes and mechanical properties of light alloys after severe plastic deformation / IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 919 (2017) 012012.

УДК 546.831; 532.6; 519.6

Е.А. Варшавчик^{1,2}, В.А. Полянский^{1,2}, А.А. Чеврычкина¹

¹ Институт Проблем Машиноведения Российской Академии Наук

² Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАСЫЩЕНИЯ МЕТАЛЛОВ ВОДОРОДОМ ИЗ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ

Насыщение водородом в коррозионных средах является одним из самых опасных причин разрушения. Опасность связана с тем, что повреждения металла, вызванные ростом концентрации водорода, микроскопические. Поэтому они не детектируются широко применяемыми методами технического контроля.

Задача заключается в исследовании процесса насыщения за счет диффузии водорода в металл и перераспределения в нем. Такое моделирование проводится, как правило, аналитически ли с помощью приближенных аналитических решений [1-3].

Вместе с тем, экспериментально обнаружено, что при применении стандартизованных методов насыщения водородом в газообразном водороде [4], в растворах электролитов при приложении разности потенциалов [5] и в соляных растворах [6] имеет место эффект пограничного слоя. Происходит сильное насыщение тонкого поверхностного слоя водорода без увеличения внутренней концентрации.

Было проведено моделирование этого результата с помощью МКЭ. Процесс происходит следующим образом. Металлический цилиндрический образец помещается в среду, заполненную водородом, затем температура среды линейно повышается до определенного значения, после которого остается постоянной. Изначально образец водородом насыщен не был. Дифференциальное уравнение, описывающее динамическое состояние системы:

$$\frac{1}{D(T)} \frac{\partial C}{\partial t} = \Delta C; D = D_0 \exp\left(-\frac{U}{kT}\right), \quad (1)$$

где C – концентрация водорода, t – время, U – энергия связи молекул, k – постоянная Больцмана, T – температура среды.

Образец цилиндрической формы обладает осевой симметрией, поэтому для полного описания распределения концентрации водорода достаточно исследовать одно радиальное направление. Учитывая это, перепишем данное уравнение (1):

$$\frac{1}{D(T)} \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial^2 C}{\partial r^2}, \quad (2)$$

где r – радиальная координата образца.

Данное уравнение (2) имеет второй порядок относительно радиальной компоненты и первый порядок относительно временной. Начало координат радиальной переменной поместим на ось цилиндрического образца, радиус кругового сечения примем за r_0 . Следовательно, необходимы три граничных условия:

$$\begin{cases} C(t, r)|_{t=0} = 0 \\ \frac{\partial C(t, r)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \\ C(t, r)|_{r=r_0} = C_0 \end{cases} \quad (3)$$

Первое условие (3) характеризует начальное распределение водорода по образцу. Второе следует из осевой симметрии образца. Третье описывает концентрацию водорода на границе материала, равную концентрации водорода во внешней среде.

Решение данного дифференциального уравнения (2) приведем методом конечных элементов. Запишем соответствующую ему разностную схему:

$$\frac{C_i^{n+1} - C_i^n}{\Delta t} = D(T) \frac{C_{i-1}^{n+1} - 2C_i^{n+1} + C_{i+1}^{n+1}}{\Delta r^2} \quad (4)$$

Данная разностная схема (4) является неявной, решать будем методом трехдиагональной прогонки. В данном уравнении присутствует переменная, зависящая от температуры, однако по условия задачи существует зависимость температуры от времени:

$$T = \begin{cases} T_1 + \frac{T_2 - T_1}{t_0} t, \text{ if } t < t_0 \\ T_2, \text{ if } t \geq t_0 \end{cases} \quad (5)$$

Следовательно, возможно задать однозначное соответствие между данной переменной D и временем (5). В итоге получаем разностную схему двух переменных с необходимыми граничными условиями.

Для численного решения данной разностной схемы был разработан код на языке C++. Для визуализации распределения водорода по образцу были построены следующие графики зависимости концентрации от радиальной координаты в разные моменты времени (рис. 1,2).

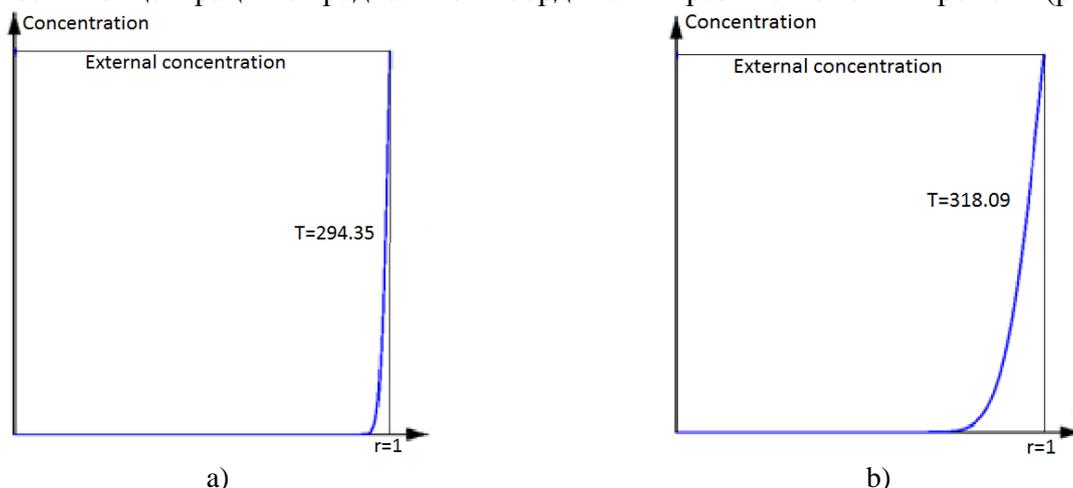


Рис. 1. Радиальное распределение концентраций водорода в металлическом образце после 294 часов насыщения (a) и 318 часов насыщения (b)

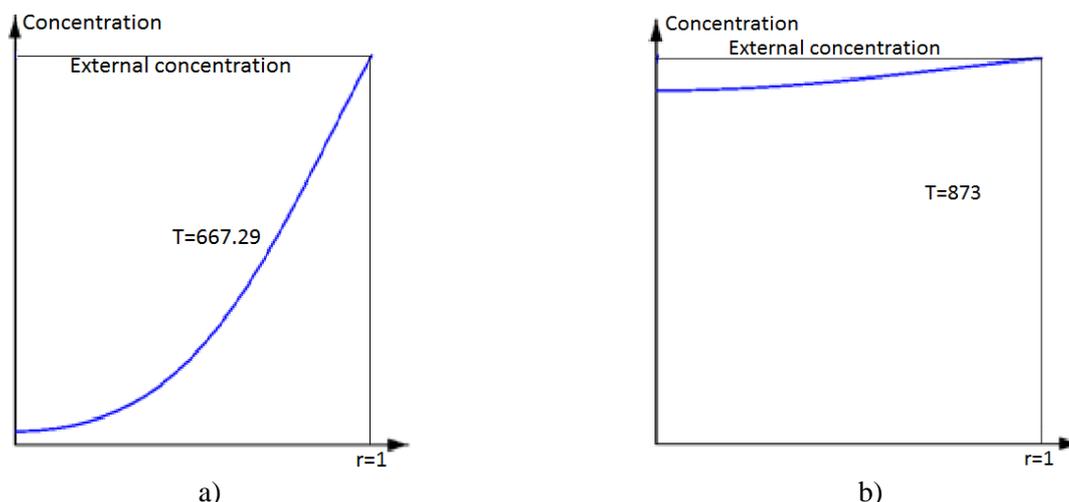


Рис. 2. Радиальное распределение концентраций водорода в металлическом образце после 667 часов насыщения (a) и 873 часов насыщения (b)

Полученные результаты подтверждают наличие поверхностного слоя, имеющего многократное превышение концентрации водорода над средними по толщине металла значениями. Процесс диффузии водорода происходит медленно, стандартизованное время насыщения водородом, применяемое при промышленном тестировании и в большинстве опубликованных работ, составляет от 1-2 до 100 часов. Водород сорбирует в основном в граничный слой материала, далее его концентрация мала.

При повышении температуры металла и на большом промежутке времени концентрация повышается во всем объеме материала, но эти времена порядка нескольких сотен часов, что хорошо согласуется с экспериментальными данными [3-5].

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (грант № 18-19-00160).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Omura T. et al. Effect of Surface Hydrogen Concentration on Hydrogen Embrittlement Properties of Stainless Steels and Ni Based Alloys //ISIJ International. – 2016. – Vol. 56(3). – P. 405-412.

2. Yagodzinsky Y. et al. Hydrogen solubility and diffusion in austenitic stainless steels studied with thermal desorption spectroscopy //steel research international. – 2011. – Vol. 82(1). – P. 20-25.
3. Hadam U., Zakroczymski T. Absorption of hydrogen in tensile strained iron and high-carbon steel studied by electrochemical permeation and desorption techniques //International Journal of Hydrogen Energy. – 2009. – Vol. 34(5). – P. 2449-2459.
4. Yamabe J., Awane T., Matsuoka S. Elucidating the hydrogen-entry-obstruction mechanism of a newly developed aluminum-based coating in high-pressure gaseous hydrogen //international journal of hydrogen energy. – 2015. – Vol. 40(32). – P. 10329-10339.
5. Martinsson Å., Sandström R. Hydrogen depth profile in phosphorus-doped, oxygen-free copper after cathodic charging //Journal of Materials Science. – 2012. – Vol. 47(19). – P. 6768-6776.
6. E. L. Alekseeva et al. Boundary layer influence on the distribution of hydrogen concentrations during hydrogen-induced cracking test of steels // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. –2018. –Iss. 3. – P.43-57.

УДК 621.643.412.1

А.Э. Волков, Т.А. Герасина

Национальный исследовательский Томский политехнический университет

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМАЦИОННОГО СОСТОЯНИЯ ФЛАНЦЕВОГО СОЕДИНЕНИЯ НАДЗЕМНОЙ ЗАПОРНОЙ АРМАТУРЫ

Одним из важнейших проектов «Роснефти» является разработка Ванкорского нефтегазового месторождения, на котором компания к 2019 году планирует ежегодно добывать 30 млн. т. нефти в год. По системе геологического нефтегазового районирования Ванкорское месторождение расположено в пределах Пур-Тазовской нефтегазоносной области в составе Западно-Сибирской нефтегазоносной провинции. Месторождение находится в части криолитозоны, характеризующейся отсутствием периодического протаивания. Многолетняя мерзлота создаёт множество проблем, одна из которых это выпучивание свай, фундаментов, опор мостов, оснований линий электропередач и т. д. Особенно опасны для сооружений неравномерные осадки и пучение мерзлого основания. Крайне велики бывают убытки от деформаций и разрушений домов и промышленных сооружений. На таких грунтах строят надземный трубопровод, опоры которого могут просаживаться и вызывать аварийные ситуации. Запорная арматура на трубопроводе соединяется с помощью фланцев [1].

Цель работы: узнать безаварийное расстояние между опорами трубопровода путем исследования напряженно-деформируемого состояния фланцевого соединения запорной арматуры, с использованием программного комплекса Solidworks [2].

Задачи:

1. Рассмотреть расчетную схему, выявляя места максимального напряжения и деформации.
2. Построение геометрической модели и расчет напряженно деформированного состояния в программном комплексе Solidworks.
3. Исследовать напряженно деформированное состояние при разном расстоянии опор и критических климатических условиях.

Расчетная схема показывает концентраторы напряжения на шпильках во фланцевом соединении.

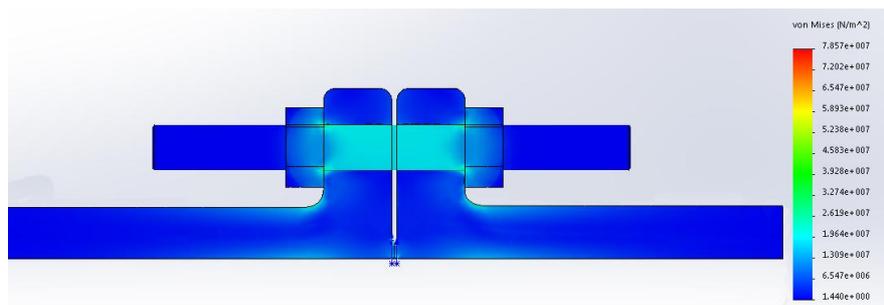


Рис. 1. Диаграмма эквивалентных напряжений

Построив геометрическую модель, мы можем перейти к расчету напряженно-деформированного состояния (рис. 1), предварительно расставив все взаимодействия [3].

Как видно из рисунка 2, предел текучести был достигнут при расстоянии более 15 метров от запорной арматуры. Данное исследование проходило при нормальных условиях. В условиях крайнего севера температура может опускаться до -65° , а скорость ветра может достигать 25 м/с.

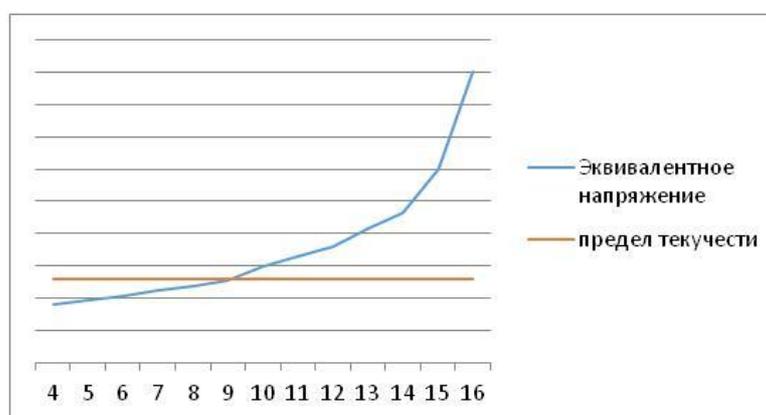


Рис. 2. Зависимость эквивалентного напряжения от расстояния до опор трубопровода

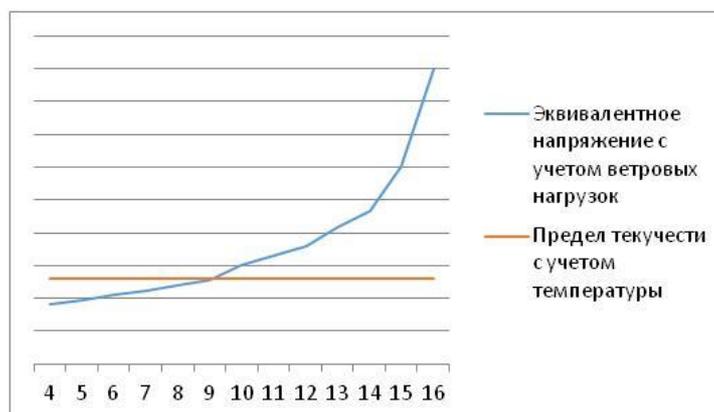


Рис. 3. Зависимость эквивалентного напряжения с учетом ветровых нагрузок и температуры от расстояния до опор трубопровода

Следующее исследование напряженно-деформированного состояния включало в себя максимально низкую температуру с учетом максимальной скорости ветра, для выявления безаварийного расстояния между опорами трубопровода.

На рисунке 3 представлена зависимость эквивалентного напряжения с учетом максимальных ветровых нагрузок и максимально низкой температуры от расстояния до опор трубопровода. Видно, что с учетом такой ситуации, как уход опоры под грунт, необходимо расстояние в не более 8 метров между опорами.

В работе было проанализировано напряженно-деформированное состояние фланцевого соединения запорной арматуры с помощью программного комплекса Solidworks для погодных условий, близких к условиям крайнего севера. Результаты исследований говорят о том, что безаварийная работа трубопровода может быть обеспечена при условии соблюдения расстояния между опорами, не превышающего 8-ми метров. Работа может быть полезна при строительстве наземных трубопроводов в условиях крайнего севера.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Рудаченко А.В., Саруев А.Л.. Исследование напряженно-деформированного состояния трубопроводов. -2011г.- 5-13 с.
2. Deokar Vinayak Hindurao, D.S.Chavan. Optimization of 16” Plug Valve Body Using FEA and Experimental Stress Analysis Method. International Journal of Mechanical Engineering.-2014г. - 79-83 с.
3. РД 39-132-94 Правила по эксплуатации, ревизии, ремонту и отбраковке нефтепромысловых трубопроводов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://docs.cntd.ru/document> (дата обращения 10.07.2018 г.).

УДК 620.179.162

А.Р. Галяутдинова, Д.А. Третьяков
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ЭВОЛЮЦИЯ УГЛОВЫХ ДИАГРАММ АКУСТИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИИ ПРИ НЕУПРУГОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ МЕТАЛЛОВ

Разработка новых и развитие существующих методов неразрушающего контроля является важной и актуальной задачей для обеспечения безопасной эксплуатации технических конструкций в атомной и нефтегазовой промышленности, в авиации, строительстве и на транспорте.

Акустические методы выгодно отличаются от прочих методов неразрушающего контроля низкой себестоимостью и безопасностью для здоровья специалиста, осуществляющего диагностику. Важным преимуществом акустических методов по сравнению с магнитострикционными и рентгеновскими методами следует также считать наличие гостированных методик измерения механических напряжений.

Перспективным ультразвуковым методом, нашедшим применение для оценки напряженно-деформированного состояния при упругих деформациях участков парогенераторов АЭС и ответственных участков магистральных газопроводов, является метод акустоупругости [1]. Он основан на измерении акустической анизотропии a [2]:

$$a = 2(v_1 - v_2)/(v_1 + v_2), \quad (1)$$

где v_1 и v_2 – скорости распространения поперечных волн в двух ортогональных направлениях.

Несмотря на значительные успехи в разработке метода [3], в настоящее время не существует подходов, позволяющих по результатам измерения акустической анизотропии проводить оценку напряженно-деформированного состояния в случае неупругого деформирования конструкций.

Общепринятая формула для акустической анизотропии в случае малых пластических деформаций была получена У.Н.Рао в 1985 году [4]. Она была получена на основе нелинейно

упругой модели Мурнагана и утверждала существование линейной связи между акустической анизотропией и главными пластическими деформациями. Попыткам найти подтверждение данной формуле было посвящено множество работ [5-8]. В частности, в работе [9] были представлены результаты исследований структурных изменений в ходе статического растяжения корсетных образцов из конструкционных сталей 08пс, 09Г2С и стали 40. Авторами утверждается монотонная зависимость параметра акустической анизотропии от величины пластических деформаций [9]. Ими были получены формулы для прямой оценки величины пластических деформаций по результатам измерения акустической анизотропии путем аппроксимации кривой “ $\Delta a - \varepsilon$ ” полиномом второй степени.

Отсутствие данных о зависимости акустической анизотропии для более широкого класса металлов ставит под сомнение универсальность результатов, полученных авторами [9]. Кроме того, авторами не учитывается влияние проката на скорости распространения ультразвуковых волн, рассмотренное для случая тонкого листового проката в [10].

Целью работы является исследование зависимости акустической анизотропии от пластических деформаций на примере образцов из холоднокатаного алюминия марки АМц, изготовленных вдоль и поперек направления проката. Коррозионностойкие алюминиевые сплавы находят все более широкое применение в автомобильной и авиационной промышленности. Исследование позволит проверить универсальность зависимости, описанной в [9].

Были изготовлены две партии корсетных образцов (рис. 1), отличающихся направлением проката. Образцы прошли механические испытания на одноосное статическое растяжение на гидравлической разрывной машине INSTRON 8801. Каждый образец прошел 7 этапов нагружения, на каждом из которых осуществлялось измерение акустической анизотропии с помощью серийного сертифицированного ультразвукового прибора ИИ-5101А, являющегося анализатором акустической анизотропии.

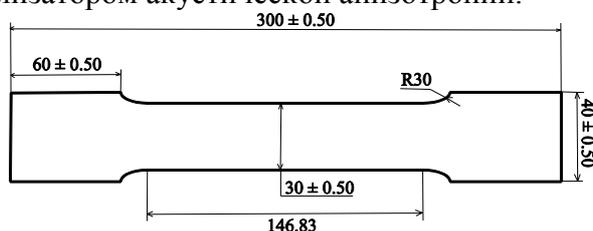


Рис. 1. Геометрические размеры образцов

На рисунке 2 приведена диаграмма деформирования для образцов, изготовленных вдоль направления проката, полученная с использованием высокоточного индукционного датчика деформаций. Зависимость акустической анизотропии от деформаций представлена на рис.3.

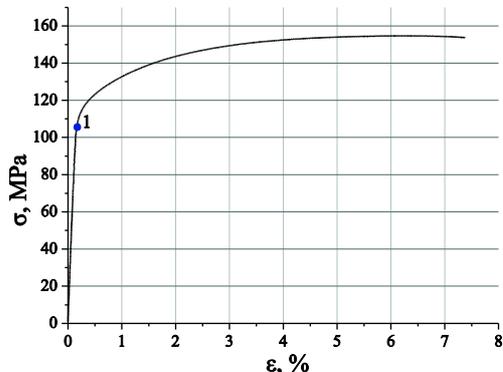


Рис. 2. Диаграмма деформирования образцов, изготовленных вдоль направления проката

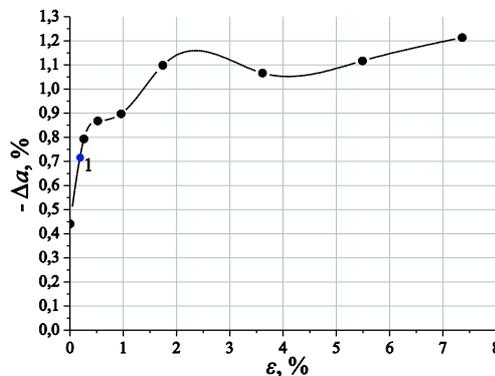


Рис. 3. Зависимость акустической анизотропии Δa , % от деформаций ε , %

На рисунке 3 видно, что зависимость акустической анизотропии от деформаций имеет немонотонный характер. Можно предположить, что начало нелинейного участка совпадает с началом нелинейного участка на диаграмме деформирования (точка 1 на рисунках 2 и 3).

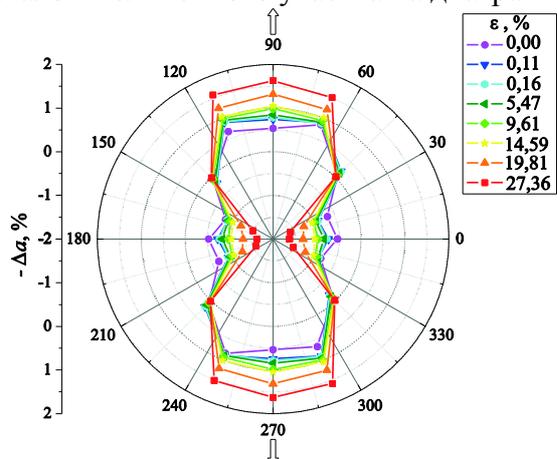


Рис. 4. Эволюция угловых диаграмм акустической анизотропии $\Delta\alpha, \%$ с ростом деформаций $\varepsilon, \%$

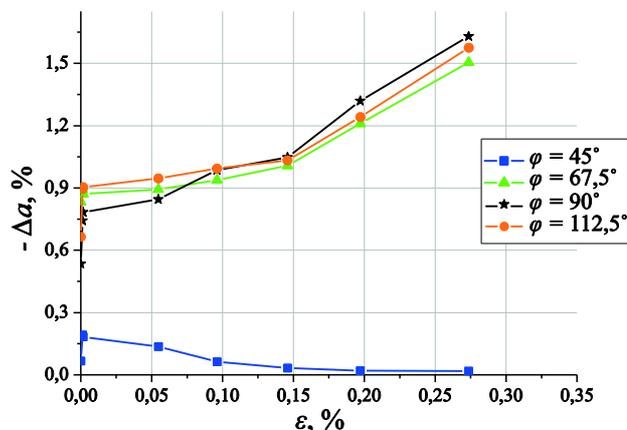


Рис. 5. Зависимость акустической анизотропии $\Delta\alpha, \%$ от деформаций $\varepsilon, \%$ для различных углов отклонения датчика от оси образца

На образцах, изготовленных поперек направления проката, была исследована эволюция угловых диаграмм акустической анизотропии для различных углов отклонения датчика от оси образцов (рис.4). Направление наибольшего роста величины акустической анизотропии совпадает с направлением проката и обозначено на рисунке 4 стрелками.

Из рисунка 4 видно, что изменение параметра акустической анизотропии на каждом шаге нагружения неодинаково для различных направлений поляризации сдвиговых волн. Если отличие в акустической анизотропии для кривых, полученных для $67,5^\circ$, 90° и $112,5^\circ$ не превышает $0,2\%$, то при отклонении акустического датчика на угол 45° от линии действия нагрузки, акустическая анизотропия с ростом деформаций монотонно стремится к нулю.

Результаты исследований говорят об отсутствии универсальности результатов исследований [9]. Наблюдается немонотонная зависимость акустической анизотропии от деформаций (рис. 3). Показано, что идентификация осей анизотропии конструкции и их ориентация относительно линии действия нагрузки является принципиальной при измерениях акустической анизотропии в области неупругих деформаций (рис. 5). Контроль изменения величины акустической анизотропии в разных угловых направлениях может осуществляться путем построения угловых диаграмм акустической анизотропии (рис. 4).

Полученные результаты имеют большое значение для разработки методики неразрушающего контроля конструкций и деталей машин в случае неупругих деформаций с помощью акустической анизотропии.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 18-19-00413).

ЛИТЕРАТУРА:

- ГОСТ Р. 52330-2005. Контроль неразрушающий //Акустический метод контроля механических напряжений. Общие требования. – 2007.
- Benson R. W, Raelson V.J. Acoustoelasticity //Product Engineering. – 1959. – Vol. 30. – P. 56-59.
- Никитина Н. Е. Акустоупругость. Опыт практического применения //Н. Новгород: Талам. – 2005. – Т. 208.
- Hirao M., Pao Y. H. Dependence of acoustoelastic birefringence on plastic strains in a beam //The Journal of the Acoustical society of America. – 1985. – Vol. 77. – No. 5. – P. 1659-1664.

5. Камышев А. В. и др. Метод расчетно-инструментальной оценки напряженно-деформированного состояния элементов трубопроводов с использованием силовых граничных условий //Контроль. Диагностика. – 2015. – №. 9. – С. 45-51.
6. Kobayashi M. Ultrasonic nondestructive evaluation of microstructural changes of solid materials under plastic deformation—Part I. Theory //International Journal of Plasticity. – 1998. – Vol. 14. – No. 6. – P. 511-522.
7. Беляев А. К. и др. Оценка величины пластических деформаций с использованием акустической анизотропии //Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2016. – №. 5. – С. 124-131.
8. Belyaev A. K. et al. Propagation of sound waves in stressed elasto-plastic material //Days on Diffraction (DD), 2016. – IEEE, 2016. – P. 56-61.
9. Мишакин В. В. и др. Акустический метод оценки поврежденности материалов и конструкций, подвергаемых силовому нагружению //Вестник научно-технического развития. – 2008. – №. 5. – С. 61-66.
10. Муравьев В. В., Муравьева О. В., Волкова Л. В. Влияние анизотропии механических свойств тонколистового стального проката на информативные параметры волн Лэмба //Сталь. – 2016. – №. 10. – С. 75-79.

УДК 538.911, 535-34

Ж.В. Гудкина¹, Е.Д. Назарова¹, Т.С. Аргунова², М.Ю. Гуткин^{1, 3, 4}
¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
² Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе РАН,
³ Институт проблем машиноведения РАН,
⁴ Университет ИТМО

НАБЛЮДЕНИЕ МИКРОТРЕЩИН В ДЕНТИНЕ МЕТОДОМ ФАЗОВО-КОНТРАСТНОЙ ТОМОГРАФИИ В СИНХРОТРОННОМ ИЗЛУЧЕНИИ

Введение.

Дентин зубов человека представляет собой природный биоккомпозит с иерархической многоуровневой структурой [1-3]. Один из этих уровней составляют дентинные каналы – вытянутые микрополости диаметром 3–5 мкм, которые располагаются на расстоянии примерно 10 мкм друг от друга. По этим каналам в живом зубе циркулируют кровь и дентинная жидкость, питающие тело зуба. Пространство между каналами заполнено веществами органической и неорганической природы. Изучение поведения дентина при нагрузке является одной из важных проблем в области биомиметики и медицины [2-5]. Известно, что дентин обладает уникальным набором прочностных свойств и высокими эксплуатационными характеристиками, благодаря чему человеческие зубы выдерживают длительные механические нагрузки. В то же время, причины его высокой устойчивости к повреждениям не ясны до сих пор, что вызывает большой интерес к изучению вопросов, связанных с образованием и развитием в нем микротрещин, а также с физическими механизмами диссипации вблизи них упругой энергии [3, 5-8].

Цель работы.

Экспериментальное наблюдение образования и развития микротрещин, формирующихся в плоских образцах дентина под действием одноосного сжатия поперек пластин.

Методика эксперимента.

Для наблюдения использовался метод фазово-контрастной томографии в синхротронном излучении (СИ), основанный на эффекте усиления контраста краев областей с разной электронной плотностью в ближнем поле, который весьма эффективен для изучения

микроструктуры разных материалов, в том числе дентина. Микроскопического изменения толщины образца, связанного с микротрещиной, вполне достаточно для получения сдвига фазы когерентного рентгеновского излучения, прошедшего сквозь образец. На некотором расстоянии от образца кривизна фазового фронта вызовет неоднородное распределение интенсивности, то есть фазово-контрастное изображение.

При изучении дентина методами просвечивающей и сканирующей электронной микроскопии или металлографии образцы подвергаются либо ионному, либо химическому травлению [3]. Для просвечивающей электронной микроскопии их предварительно механически утоняют - фактически разрушают. Для метода рентгеновской томографии кроме полированной поверхности больше ничего не требуется, то есть образец не надо подвергать химической обработке.

Эксперименты по методу фазово-контрастной томографии были выполнены в монохроматическом СИ с энергией фотонов ~ 25 кэВ. Детектор высокого разрешения с эффективным размером пиксела 0.3 мкм был расположен на расстояниях 5–8 см от образца. Проекция измерялись в интервале угла поворота образца от 0 до 180° с шагом 0.2°. По этим проекциям были построены сечения образца, с помощью которых по стандартной компьютерной программе «Amira software» проводилась реконструкция трехмерных томограмм. Количественные оценки размеров элементов микроструктуры при этом не проводились, по причине отсутствия необходимых методов.

Результаты.

Образцы дентина имели форму пластин с поперечными размерами $\sim 5 \times 3$ мм², вырезанных из здоровых зубов, полученных с соблюдением этического протокола Уральского государственного медицинского университета (Екатеринбург), и обработанных по известным методикам удаления нарушенного слоя [3]. Установлено, что в пластинах толщиной 0.5 мм, подвергнутых одноосному сжатию вдоль толщины до напряжений 370 МПа, возникают трещины. Образование и развитие трещин зависит от прикладываемой нагрузки. Трещины начинаются с поверхности и развиваются в глубину. В дентине образуются сдвиговые магистральные (рис. 1) и сателлитные (рис. 2) трещины. Изображения, показанные на рисунках 1 и 2, представляют собой двумерные сечения трехмерного изображения образца (рис. 3). Анализ подобных сечений позволил нам получить информацию о структуре и распространении трещин в дентине.

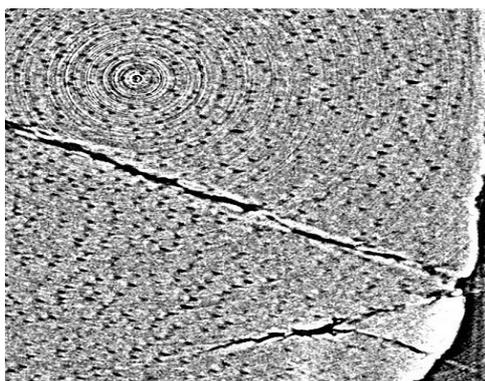


Рис. 1. Магистральная трещина на поверхности образца дентина

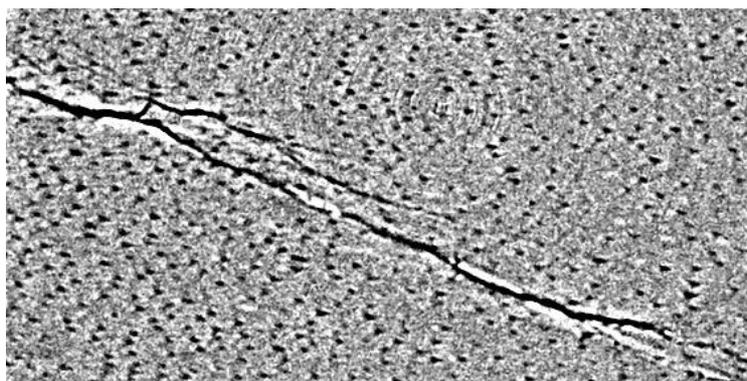


Рис. 2. Сателлитные трещины в объеме образца дентина

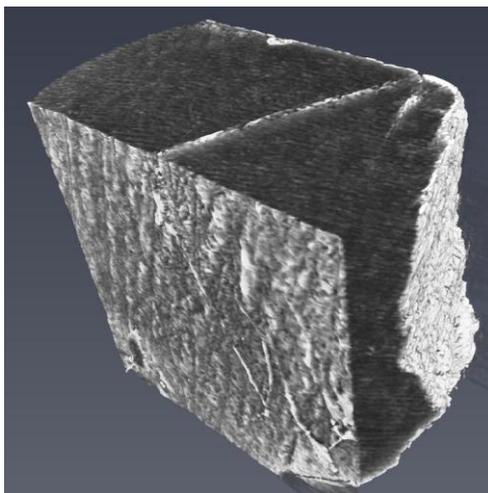


Рис. 3. Объемное изображение образца дентина с трещинами

Трехмерная (3D) визуализация направлений и мест расположения дентинных каналов и трещин показала, что трещины идут по каналам. Это заключение представляется естественным, поскольку последние являются концентраторами напряжений. Известно, что распространение магистральных трещин в дентине сопровождается образованием сателлитных трещин, разделенных участками сплошного материала [4, 5]. В ходе данного эксперимента было показано, что развитие трещин обоих типов связано с направлением дентинных каналов.

Выводы. Таким образом, можно заключить, что проведенная 3D визуализация микроструктуры дентина, по которому при сжатии распространяются сдвиговые магистральные и сателлитные трещины, выявила раскрытие трещин обоих видов по дентинным каналам. Можно предположить, что процесс раскрытия трещины состоит в последовательном продвижении ее вершин от одного канала к другому в плоскости действия максимальных локальных сдвиговых и растягивающих напряжений. Для выявления деталей взаимодействия магистральных и сателлитных трещин требуется проведение дополнительных исследований.

ЛИТЕРАТУРА:

1. С.Ю. Бывальцева, З.В. Доржиева. Строение твердых тканей зуба: учебное пособие. Иркутск, ИГМУ, 2013, 36 с.
2. М.А. Meyers, P.Y. Chen. Biological Material Science, Cambridge, 2014.
3. Д.В. Зайцев, С.С. Григорьев, П.Е. Панфилов. Природа прочности дентина и эмали зубов человека. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2017. – 173 с.
4. J.H. Kinney *et al.* Age-related transparent root dentin: mineral concentration, crystallite size, and mechanical properties // *Biomaterials*, 2005, Vol. 26, p. 3363–3376.
5. R.O. Ritchie. The conflicts between strength and toughness // *Nature Materials*. 2011. V. 10. P. 817-822.
6. P. Panfilov, A. Kabanova, J. Guo, Z. Zhang. Transmission electron microscopical study of teenage crown dentin on the nanometer scale // *Materials Science and Engineering C*, 2017, Vol. 71, p. 994-998.
7. E.N. Borodin, M. Yu. Gutkin, K. N. Mikaelyan, P. Panfilov. Theoretical model of plastic zone at the I-mode crack tip in dentin // *Scripta Materialia*, 2017, Vol. 133, p. 45-48.
8. И.Н. Борodin, S. Seyedkavoosi, Д.В. Зайцев, В. Drach, К.Н. Микаелян, П.Е. Панфилов, М.Ю. Гуткин, I. Sevostianov. Вязкоупругость и механизмы пластичности дентина зубов человека // *ФТТ*, 2018, т. 60, №1, с. 118-126.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭНЕРГИЙ АКТИВАЦИИ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ЦИРКОНИЯ С ПОМОЩЬЮ МОДЕЛИ МНОГОКАНАЛЬНОЙ ДИФФУЗИИ ВОДОРОДА

В современных технологиях растет доля использования новых материалов с экстремальными свойствами: высоколегированные сплавы, высокоэнтропийные сплавы монокристаллические и наноструктурные материалы, сплавы титана, циркония, никеля, редкоземельных металлов. Экстремальные свойства этих материалов делают их особенно чувствительными к малым изменениям их состава. Особенно сильно влияет на свойства этих сплавов диффузия в них водорода. Накопление водорода вызывает различные изменения свойств материалов, которые, как правило, ухудшают их характеристики и приводят к разрушению конструкций и деталей из них. Имеется даже специальный термин - индуцированное водородом разрушение.

Сплавы циркония, широко применяются как коррозионностойкие и радиационно-стойкие в ядерной энергетике. Из них изготавливают оболочки ТВЭлов и детали теплообменных аппаратов, но имеются и другие применения, например в качестве источников протонов в ускорителях. Специфика циркониевых сплавов заключается в том, что цирконий образует гидриды с растворенным водородом, но при интенсивном насыщении водородом извне может переходить и в сверхпластическое состояние. При этом металл способен выдерживать деформации в 1000% без разрушения.

Гидриды циркония являются устойчивыми химическими соединениями, их образование за счет перераспределения водорода внутри сплава приводит к растрескиванию, особенно опасному в ядерной энергетике. Поэтому необходимо знать не только общую концентрацию водорода в сплаве, но и его распределение по энергиям связи, так как это определяет механизм его влияния на механические свойства металла.

Таким образом, исследование процесса диффузии водорода является важной задачей.

Наиболее популярным методом определения энергий связи водорода в сплавах циркония является метод Термо-Десорбционных Спектров (ТДС) [1]. Недостатком этого метода является то, что он не учитывает диффузию водорода в металле. Фактически, адекватно с его помощью можно исследовать только поверхностную сорбцию и десорбцию водорода [2]. Это приводит к большим разбросам экспериментально определенных значений энергии связи для одних и тех же материалов [3].

Для расчета энергий водорода использовались экспериментальные данные, полученные с помощью анализатора водорода АВ-1 методом время вакуум-нагрева [1]. После подготовки экстракционной системы (загрузки образцов, вакуумирования и удаления воды со стенок экстрактора) устанавливается температура экстракции заведомо более низкая, чем это необходимо для полного извлечения водорода из образца (как правило, это 150°C-200°C).

После стабилизации фоновых потоков водорода производится первый анализ содержания по стандартной технологии с фиксацией экстракционной кривой и определением концентрации выделившегося при этой температуре водорода. Затем образец выгружается в холодный отросток экстрактора.

Температура экстракции (аналитического отростка экстрактора) ступенчато увеличивается, после стабилизации фоновых потоков в аналитический отросток снова сбрасывается тот же самый образец. Для каждого образца многократно (при всех температурах анализа) регистрируется зависимость потока водорода от времени или

экстракционная кривая. По экстракционной кривой определяется количество экстрагированного при данной температуре водорода.

Если поток водорода при анализе не прекращается длительное время, то через фиксированное время (в нашем случае 3000с) после начала анализа его прерывают, часть водорода остается в образце, так как образец быстро остывает после выгрузки из аналитического отрезка. Полученный по такой методике дискретный термодиффузионный спектр (ДТДС) представляет собой зависимость количества выделившегося водорода от температуры экстракции. Его главным преимуществом по сравнению со стандартным ТДС является полная отстройка от фоновых потоков водорода, которые являются стабильными во время проведения измерений и могут быть безо всяких дополнительных предположений исключены из измеряемого анализатором потока водорода. В литературе встречается термин изохрональные спектры, который применяется для обозначения методики ступенчатого нагрева образца. Однако в нашем случае изменение температуры экстракционной системы происходит без образца, что позволяет более точно учитывать фоновые потоки водорода.

Моделирование эксперимента производилось на основании механизма многоканальной диффузии водорода [2]. Временная зависимость полного потока из образца вычисляется по формуле (1) [2]:

$$q(t) = \frac{16}{\pi^2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{l^2} \right) \sum_i C_{0i} \times D_{0i} \exp\left(-\frac{u}{kT}\right) f_1(t, u_i, D_{0i}), \quad (1)$$

где $q(t)$ – поток водорода из образца в вакуумную систему анализатора, l, a, b – высота, ширина, глубина образца, u_i, D_{0i} – энергия связи и константа диффузии водорода в i - том канале диффузии, C_{0i} – начальная концентрация водорода в канале диффузии. функция $f_1(t, u, D_0)$ является решением уравнения (2):

$$\begin{aligned} \dot{f}_1 + D_0 \cdot \exp\left(-\frac{u}{kT}\right) \left(\frac{\pi^2}{a^2} + \frac{\pi^2}{b^2} + \frac{\pi^2}{l^2} \right) f_1 &= 0 \\ f_1(0, u, D_0) &= 1 \end{aligned} \quad (2)$$

Расчет потоков водорода и временных интегралов от них, характеризующих интегральные результаты измерений на каждой температурной ступеньке, производился с помощью программы написанной на языке Fortran. В неё были введены параметры образца и условия эксперимента. Интегрирование производилось явным методом Рунге-Кутты 4 порядка точности. Методом подгонки к экспериментальным данным определялись константы u_i, D_{0i}, C_{0i} . Количество каналов диффузии определялось по количеству пиков на экспериментальных экстракционных кривых, полученных при различных температурах. Наблюдалось три пика при температурах экстракции 500°С, и еще один появлялся при температуре 900°С., таким образом, при расчетах учитывалось четыре различных канала диффузии, физическая природа которых является предметом дополнительных будущих исследований.

В результате проведенных вычислений был получен график ДТДС, представленный на рисунке 1, который соответствует энергиям активации диффузии, представленным в таблице 1. На графике изображены экспериментальные и расчетные точки ДТДС, которые практически полностью совпадают.

Табл. 1. Результаты вычислений.

Канал диффузии	Энергия активации, эВ
1	1
2	1,145
3	2,49
4	2,627

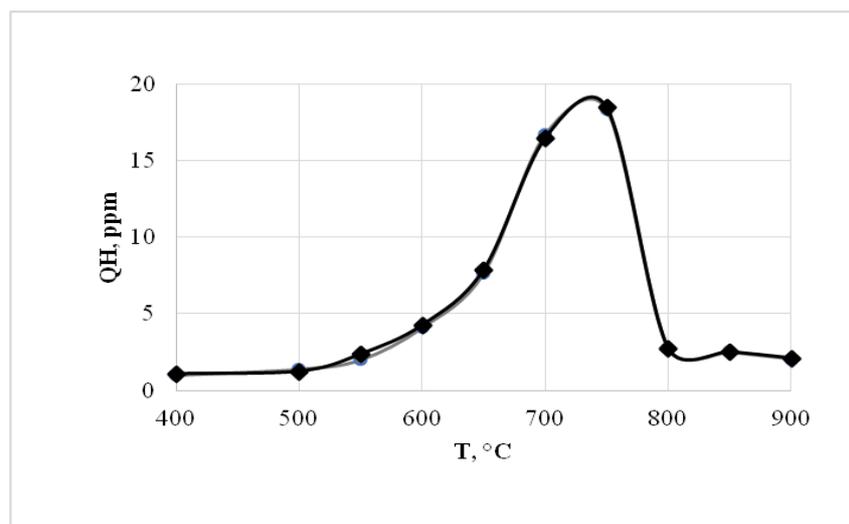


Рис. 1. Графики, построенные на основе экспериментальных данных (серый цвет) и данных полученных в результате моделирования (черный цвет)

Получено практически полное соответствие экспериментального и расчетного ДТДС, которое свидетельствует об адекватности выбранной модели многоканальной диффузии. Полученные энергии связи лежат в диапазоне известных значений, определенных различными, независимыми методами. Это позволяет обосновать новый метод определения энергий связи водорода в твердом теле.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (грант № 18-19-00160).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Kissinger H. E. Reaction kinetics in differential thermal analysis //Analytical chemistry. – 1957. – Vol. 29. – №. 11. – P. 1702-1706.
2. Н.Р. Кудинова, В.А. Полянский, А.М. Полянский, Ю.А. Яковлев. Определение энергий связи растворенного водорода на основании модели многоканальной диффузии в твердом теле. // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – 2015. – №.4(230) . – С.9-22/
3. Kuduzovic A., Poletti M.C., Sommitsch C., Domankova M., Mitsche S., Kienreich R. Investigations into the delayed fracture susceptibility of 34CrNiMo6 steel, and the opportunities for its application in ultra-high-strength bolts and fasteners// Mater Sci Eng A. –2014. –Vol.590. –P.66-73

УДК 548.4

М.Ю. Кравченко¹, С.А. Красницкий¹⁻³, М.Ю. Гуткин¹⁻³

¹ Университет ИТМО

² Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

³ Институт проблем машиноведения РАН

КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ОБРАЗОВАНИЯ ДИСЛОКАЦИОННЫХ ПЕТЕЛЬ В ИКОСАЭДРИЧЕСКИХ НАНОЧАСТИЦАХ

Известно, что металлические наночастицы, имеющие гранецентрированную кубическую кристаллическую структуру, могут принимать форму многогранников с осями симметрии пятого порядка. Такие объекты носят название «многократно двойникованных» или «пентагональных» частиц [1]. Типичными их представителями являются декаэдрические и икосаэдрические наночастицы, а также пентагональные нанопроволоки [1, 2]. Особый

интерес вызывают процессы формирования и внутреннее строение сравнительно крупных пентагональных кристаллов [3]. Пентагональные частицы широко применяются в качестве катализаторов и биосенсоров.

Наличие осей симметрии пятого порядка вызывает неоднородную упругую деформацию частицы, соответствующую высокому уровню внутренних напряжений. По мере роста такой частицы ее упругая энергия быстро возрастает пропорционально ее объему и при некоторых условиях может релаксировать по мере увеличения ее размера и трансформации в малую частицу с обычной кристаллической структурой. Напряжения и энергии могут релаксировать по разным механизмам, за счет зарождения различных дефектов – полных и частичных дислокаций, дефектов упаковки, пустот и т. д. [1-3]. Известно, что такие дефекты развиваются последовательно в процессе роста кристалла. Начало релаксации напряжений в пентагональных частицах происходит путем зарождения одиночных дефектов, таких, например, как отдельная круговая призматическая дислокационная петля (ПДП) [4].

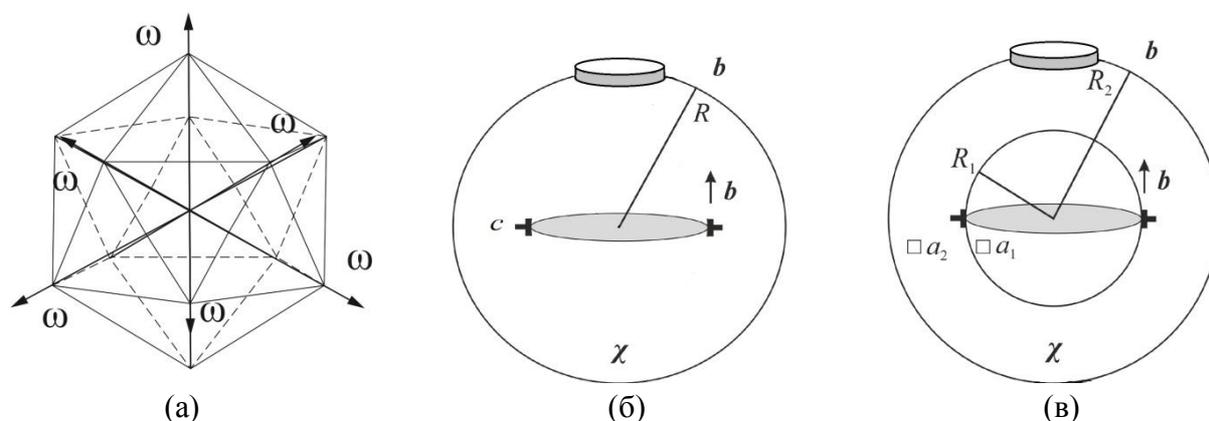


Рис. 1. а) Модель малой икосаэдрической частицы с шестью осями симметрии пятого порядка [5], б) модель ПДП в однородной ИНЧ, в) модель ПДП в ИНЧ типа «ядро-оболочка».

В настоящей работе рассматривается релаксация напряжений путем формирования отдельной ПДП в однородной икосаэдрической наночастице (ИНЧ) и в икосаэдрической частице типа «ядро-оболочка».

В первом случае напряженное состояние икосаэдрической частицы моделируется с помощью упругого шара с распределенной в нем стереодисклинацией Маркса-Иоффе [6] (рис. 1а). Предполагается, что ПДП с вектором Бюргерса величиной b и радиусом c образуется в экваториальной плоскости этого шара с образованием поверхностной ступеньки (монослоя), как показано на рис. 1б. В основу расчетов положено найденное ранее выражение для упругой энергии круговой ПДП в однородном упругом шаре [7]. Во втором случае предполагается зарождение петли дислокации несоответствия на границе ядра и оболочки (рис. 1в). Вторая задача является более общей, т. к. рассматривается случай равных параметров кристаллической решетки ядра и оболочки.

Для определения критических условий зарождения ПДП найдем изменение полной энергии системы ΔW , вызванное ее появлением: $\Delta W = W_2 - W_1 = W_{core} + W_{el} + W_{int} + W_f + W_{step}$, где W_{core} – энергия дислокационного ядра ПДП, W_{el} – упругая энергия ПДП в наночастице [7], W_{int} – энергия взаимодействия ПДП с упругим полем стереодисклинации Маркса-Иоффе [8], W_f – энергия взаимодействия ПДП с упругим полем решеточного несоответствия, W_{step} – энергия поверхностной ступеньки, оставшейся после образования ПДП.

На основе полученных ранее формул найдены слагаемые, составляющие ΔW :

$$W_{core} = \frac{Gb^2 R_1 Z}{2(1-\nu)}, \quad Z = \ln \alpha, \quad (1)$$

$$W_{el} = W_{el}^{\infty} + W_{el}^*, \quad W_{el}^{\infty} = \frac{Gbc^2}{2(1-\nu)} \left(\ln \frac{1.08}{r_c} - 2 \right), \quad (2)$$

$$W_{el}^* = \pi G b \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{A_{2m}^* (4m^2 + 8m + 2 + 2\nu)(2m+1)}{2m+2} c^{2m+2} + B_{2m}^* 2mc^{2m} \right] P_{2m}(\cos \theta), \quad (3)$$

$$W_{int} = 2\pi \frac{G(1+\nu)}{3(1-\nu)} \chi bc^2 \ln \frac{c^2}{R_2^2}, \quad (4)$$

$$W_f = -\frac{4\pi}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} Gbc^2 f \left(1 - \frac{R_1^3}{R_2^3} \right), \quad (5)$$

$$W_{step} \approx \kappa \frac{\pi Gb^2 R_1}{4} \sqrt{1 - \frac{R_1^2}{4R_2^2}}, \quad (6)$$

где G – модуль сдвига, ν – коэффициент Пуассона, α – параметр дислокационного ядра ПДП, который может меняться в интервале от 1 до 5, r_c – радиус ядра ПДП, W_{el}^{∞} – упругая энергия ПДП в бесконечной упругой среде, W_{el}^* – соответствующая ей упругая энергия, $P_{2m}(\cos\theta)$ – полиномы Лежандра, W_{int} – энергия взаимодействия ПДП и дисклинации в бесконечной среде [8], χ – мощность стереодисклинации Маркса-Иоффе, равная 0.0631 рад; κ – безразмерный параметр порядка единицы.

Используя этот подход, было найдено изменение полной энергии ΔW в ИНЧ типа «ядро-оболочка» при образовании призматической петли дислокации несоответствия на границе ядра и оболочки в приближении равных изотропных модулей упругости их материалов.

Проведенные в работе расчеты для однородной икосаэдрической частицы, выполненные при фиксированных значениях энергии ядра дислокации (при $\alpha=4$) и коэффициента Пуассона $\nu=0.3$, дали следующие основные результаты (рис. 2а). При $R/b=40$ зарождение ПДП энергетически невыгодно, а при $R/b=55$ и 70 – выгодно. Соответственно, существует некоторый критический размер частицы R_c , такой, что при $R > R_c$ зарождение ПДП становится энергетически выгодно. При выбранных значениях $\alpha=4$ и $\nu=0.3$ имеем $R_c/b \approx 55$.

Анализ ΔW для составной ИНЧ типа «ядро-оболочка» показал (рис. 2б), что для разных размеров ИНЧ существует такое критическое значение $f_{cr,min}$ параметра решеточного несоответствия $f = 2(a_1 - a_2)/(a_1 + a_2)$, при превышении которого появление петли дислокации несоответствия становится энергетически выгодным. При заданной величине $f > f_{cr,min}$ можно определить два критических значения приведенного радиуса ядра $r = R_1/R_2$, r_{cr1} и r_{cr2} , в интервале между которыми (при $r_{cr1} < r < r_{cr2}$) возможно зарождение ПДП несоответствия. Как видно из рис. 2б, при заданном f этот интервал расширяется с увеличением радиуса ИНЧ.

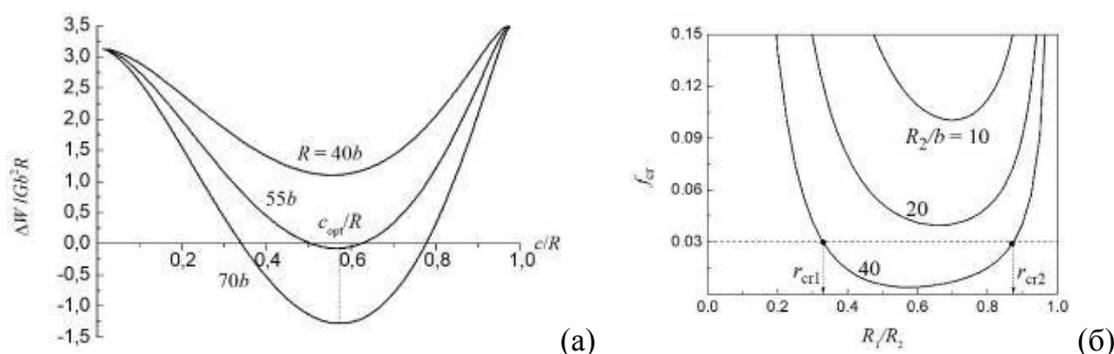


Рис. 2. а) Изменение энергии ΔW для $\alpha = 4$, $\nu = 0.3$ и разных значений приведенного размера ИНЧ $R/b = 40, 55$ и 70 . Для случая $R/b = 70$ показан оптимальный радиус ПДП c_{opt} . б) Зависимость критического несоответствия f_{cr} от отношения радиусов ядра и оболочки R_1/R_2 при разных значениях радиуса наночастицы R_2 .

Таким образом, зарождение круговых ПДП становится эффективным каналом релаксации остаточных напряжений как в однородных икосаэдрических наночастицах, так и в составных икосаэдрических частицах типа «ядро-оболочка», если размеры этих частиц превышают некоторое критическое значение, которое зависит от свойств материала. При варьировании таких параметров материала, как энергия дислокационного ядра и коэффициент Пуассона, можно достичь как большей устойчивости, так и большей податливости пентагональных частиц к зарождению дислокационных петель. Во всех этих случаях можно рассчитать значение оптимального радиуса петли в зависимости от размера частицы. Показано, что образование ПДН в относительно крупных ИНЧ типа «ядро-оболочка» в целом значительно более вероятно в случае отношения радиусов ядра и оболочки $R_1/R_2 \approx 0.6$.

Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-33-00725).

ЛИТЕРАТУРА:

1. L.D. Marks, L. Peng, J. Phys.: Condensed Matter 28 (2016) 053001.
2. H. Hofmeister, Cryst. Res. Technol. 33 (1998) 3.
3. V.G. Gryaznov, J. Heidenreich, A.M. Kaprelov et al., Cryst. Res. Technol. 34 (1999) 1091.
4. M.Yu. Gutkin, A.L. Kolesnikova, S.A. Krasnitckii et al., Scripta Mater. 83 (2014) 1.
5. Л.М. Дорогин, А.Л. Колесникова, А.Е. Романов, Письма в ЖТФ 34 (18) (2008) 20.
6. A. Howie, L.D. Marks, Philos. Mag. A 49 (1984) 95
7. A.L. Kolesnikova, M.Yu. Gutkin, S.A. Krasnitckii et al., Int. J. Sol. Struct. 50 (2013) 1839.
8. M.Yu. Gutkin, A.L. Kolesnikova, S.A. Krasnitckii et al., Scripta Mater. 105 (2015) 10.

Д.С. Михеев¹, А.Л. Колесникова^{2,3}, М.Ю. Гуткин^{1,2,3}, А.Е. Романов^{3,4}
¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
² Институт проблем машиноведения РАН
³ Университет ИТМО
⁴ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН

НАПРЯЖЕНИЯ НЕСООТВЕТСТВИЯ И МЕХАНИЗМЫ ИХ РЕЛАКСАЦИИ В СФЕРИЧЕСКОЙ НАНОЧАСТИЦЕ С ЯДРОМ В ФОРМЕ УСЕЧЕННОГО ШАРА

Начиная с 50-х годов прошлого века, задачи теории упругости о включениях остаются актуальными для механики и физики неоднородных материалов и твердотельных гетероструктур [1,2]. Полученные решения служат основой для построения теоретических моделей их эффективных упругих свойств, пластической деформации и разрушения. Аналитические решения для упругих полей и энергий сферических и эллипсоидальных включений хорошо известны и широко используются в различных приложениях для композитных и неоднородных материалов. В частности, особое внимание уделяется теоретическому описанию напряжений и деформаций несоответствия и механизмов их релаксации в полупроводниковых наноструктурах, содержащих квантовые точки и нанопроволоки [3-5]. Имеется также ряд аналитических решений для включений, имеющих форму, отличную от эллипсоидальной или сферической [2]. В частности, известны работы, посвященные включениям в форме цилиндра конечной длины и полушара (см. работу [6] и приведенные в ней ссылки).

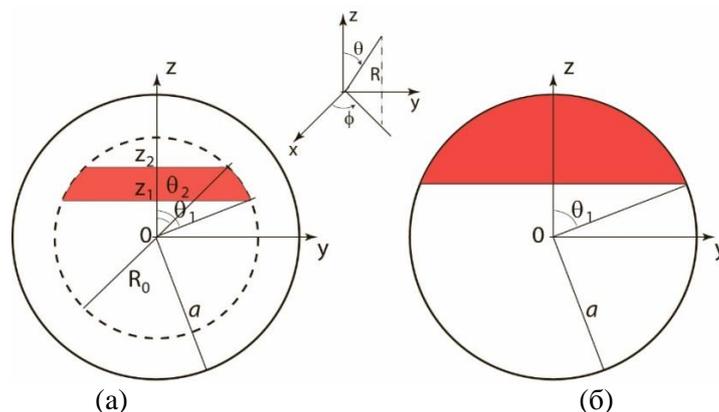


Рис. 1. Геометрические схемы дилатационного включения в форме усеченного шарового сегмента в упругом шаре (а) и композитной частицы-яруса (б); R_0 – радиус сферы, в которую вписано включение, a – радиус шара (частицы).

В настоящей работе решена граничная задача теории упругости для усеченного сферического включения, находящегося в осесимметричном положении в упругом шаре с теми же изотропными упругими постоянными (рис.1). Решение получено методом Лурье [7] в виде суммы двух слагаемых, $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{\infty} + \sigma'_{ij}$, первое из которых – это поле напряжений усеченного сферического включения в бесконечной среде [6], а второе – дополнительное поле напряжений, обеспечивающее выполнение граничных условий на свободной поверхности шара.

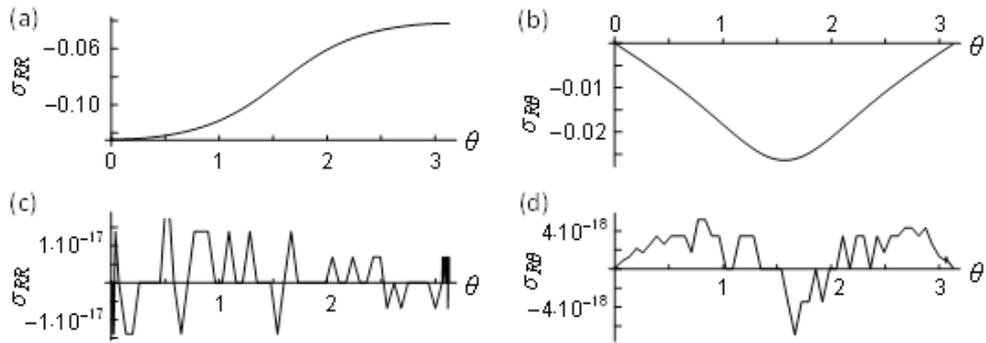


Рис. 2. Зависимость напряжений σ_{RR} (а, с) и $\sigma_{R\theta}$ (b, d) от угла θ на свободной поверхности упругого шара, содержащего полусферическое дилатационное включение, при отсутствии (а, b) и наличии (с, d) в общем решении дополнительных слагаемых σ'_{RR} (а, с) и $\sigma'_{R\theta}$ (b, d). Значения напряжений даны в единицах $G\varepsilon^*(1+\nu)/(1-\nu)$ для $\nu = 0,3$

Первое слагаемое представлено в виде ряда с полиномами Лежандра [6]. Для расчета второго использовалось общее решение внутренней аксиально-симметричной задачи теории упругости в сферических координатах [7] в виде рядов, в которых коэффициенты определялись из граничных условий задачи: $\sigma_{RR} = 0$ и $\sigma_{R\theta} = 0$. В результате найдены аналитические выражения для компонент напряжений и перемещений от усеченного сферического включения в упругом шаре.

Для проверки выполнения граничных условий задачи исследовались компоненты поля напряжений в сферической системе координат. На рис. 2 приведены графики распределения по углу θ компонент σ_{RR} и $\sigma_{R\theta}$ на свободной поверхности шара в случае отсутствия (а, b) и наличия (с, d) в решении $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{\infty} + \sigma'_{ij}$ второго слагаемого σ'_{ij} . Как видно, присутствие этого слагаемого обеспечивает выполнение граничных условий с достаточной точностью.

В качестве эффективного канала релаксации напряжений несоответствия в реальной композитной наночастице с ядром в виде аксиального полушара с основанием, лежащим в экваториальной плоскости наночастицы, рассмотрено образование вокруг включения круговой призматической петли дислокации несоответствия (рис. 3,а). Анализ условий формирования таких петель в композитных наночастицах типа «сферическое ядро – оболочка» дан в работах [8-10]. Считается, что необходимым условием образования такой петли является выполнение неравенства $\Delta W < 0$, где ΔW – изменение полной энергии системы при появлении петли.

На рисунке 3,б представлены графики зависимости $\Delta W(R_0/a)$, построенные для разных значений несоответствия ε^* . При $\varepsilon^* = 0.009$ неравенство $\Delta W < 0$ не выполняется, и образование петли энергетически не выгодно. При $\varepsilon^* = 0.0102$ кривая касается нулевого уровня в точке $R_0/a \approx 0.75$. Это означает, что для такого значения отношения R_0/a несоответствие $\varepsilon^* = 0.0102$ является критическим, и на границе ядра и оболочки может образоваться призматическая петля дислокации несоответствия. При значениях $\varepsilon^* = 0.013$ и $\varepsilon^* = 0.017$ больших критического, на графиках имеются интервалы отрицательных значений ΔW , в которых образование такой петли энергетически выгодно. Границы этого интервала задают критические значения отношения R_0/a . Чем больше несоответствие, тем шире такой интервал: при $\varepsilon^* = 0.013$ это область примерно от 0.48 до 0.90, а при $\varepsilon^* = 0.017$ – от 0.34 до 0.94.

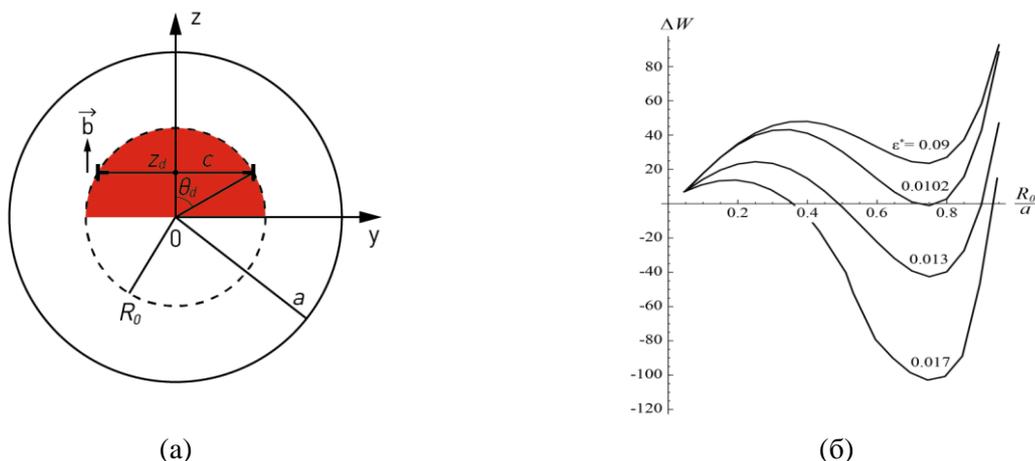


Рис. 3. (а) Меридиональное сечение композитной наночастицы с ядром в виде половины шара и круговой призматической петлей дислокации несоответствия на гетерогранице, залегающей в плоскости $z=z_d$. (б) Зависимость изменения энергии наночастицы от отношения R_0/a для $\varepsilon^*=0.009$, 0.0102, 0.013 и 0.017 при $a=100b$, $z_d=0.4R_0$ и $\nu=0.3$. Значения энергии даны в единицах Gb^3 .

Полученное решение позволяет ставить и решать подобные задачи для аксиально-симметричных ядер в виде произвольной усеченной сферы. В отличие от результатов работ [9, 10], где были рассмотрены задачи о сферической наночастице с ядром в форме сплошного [9] и полого [10] шара, наиболее предпочтительным местом залегания петли здесь оказалась не экваториальная плоскость наночастицы, а параллельная ей плоскость, отстоящая от экваториальной на 0.4 радиуса включения. При этом наиболее неустойчивой к образованию петли дислокации несоответствия является ситуация, при которой радиус включения составляет 0.75 от радиуса наночастицы.

ЛИТЕРАТУРА:

1. J.D. Eshelby, Proc. Roy. Soc. A 241 (1957) 376; 252 (1959) 546.
2. K. Zhou, J.H. Hsin, H. Jen, et al., Mech. Mater. 60 (2013) 144.
3. S.C. Jain, M. Willander, H. Maes, Semicond. Sci. Technol. 11 (1996) 641.
4. A.L. Kolesnikova, A.E. Romanov, Phil. Mag. Lett. 84 (2004) 501.
5. I.A. Ovid'ko, A.G. Sheinerman, Adv. Phys. 55 (2006) 627.
6. A.L. Kolesnikova, M.Yu. Gutkin, A.E. Romanov, Int. J. Sol. Struct. 143 (2018) 59.
7. А.И. Лурье, Пространственные задачи теории упругости. М., Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955, 491 с.
8. М. Yu. Gutkin, Intern. J. Eng. Sci. 61 (2012) 59.
9. М.Ю. Гуткин, А.Л. Колесникова, С.А. Красницкий, А.Е. Романов, ФТТ 56 (2014) 695.
10. М. Yu. Gutkin, A.L. Kolesnikova, S.A. Krasnitckii, et al., Scr. Mater. 83 (2014) 1.

УДК 538.911, 535-34

Е.Д. Назарова¹, Ж.В. Гудкина¹, Т.С. Аргунова², Н.Ю. Ермакова¹
¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
² Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН

3D ВИЗУАЛИЗАЦИЯ МИКРОСТРУКТУРЫ ДЕНТИНА МЕТОДОМ ФАЗОВО-КОНТРАСТНОЙ ТОМОГРАФИИ В СИНХРОТРОННОМ ИЗЛУЧЕНИИ

Дентин – это биокompозит, который является костной основой зуба и служит нам на протяжении всей нашей жизни. Дентин имеет сложную иерархическую структуру,

включающую в себя кристаллиты гидроксиапатита кальция, коллагеновые волокна, дентинные микроканалы и другие уровни. Благодаря своей уникальной структуре дентин обладает высокой упругостью и значительной пластичностью при прочности, близкой к низколегированной стали. При этом его плотность меньше плотности фарфора ($\sim 2.2 \text{ г/см}^3$). Ежедневно наши зубы справляются с агрессивной средой в полости рта и в то же время выдерживают высокие механические нагрузки. Еще ни один тип реставрационных материалов, используемых в стоматологии — акрил, нейлон, сплавы металлов и фарфор — не имеют механических свойств близких к натуральному дентину. Биомиметики уступают тканям живых организмов из-за недостатка информации о микроструктуре этих тканей.

Изучение микроструктуры дентина является актуальной задачей. В данной работе мы провели эксперименты по наблюдению микроструктуры дентина методом фазово-контрастной томографии в синхротронном излучении (СИ). В методе томографии при вращении образца вокруг вертикальной оси можно получить двумерное распределение электронной плотности в каждом сечении образца по высоте и трехмерное изображение – по совокупности всех сечений при изменении высоты. Томографию в когерентном СИ делают в ближнем поле, где контраст формируется благодаря эффекту преломления рентгеновского излучения на границах областей с разной электронной плотностью.

Для определения формы и размеров самих областей требуется решение обратной задачи. Однако изменение волновой функции в пределах образца дентина весьма затрудняет использование прямых методов ее решения. С другой стороны, периодичность в расположении дентинных каналов вызывает модуляцию интенсивности в пространстве за образцом. Фазово-контрастные изображения дентина сильно зависят как от расстояния между образцом и детектором. Поэтому сделать томографию дентина из профиля сдвига фазы невозможно.

Тем не менее, информацию о направлениях распространения каналов можно получить, и этот факт был подтвержден экспериментально, например, в работах [1–3]. В работе [1] контрасты, связанные с дентинными каналами, аппроксимировались прямыми линиями. Однако в реальном дентине каналы не параллельны друг другу. Информация о направлениях их распространения необходима для механических, медицинских и других исследований. Эта чисто практическая задача разрешается экспериментальным путем.

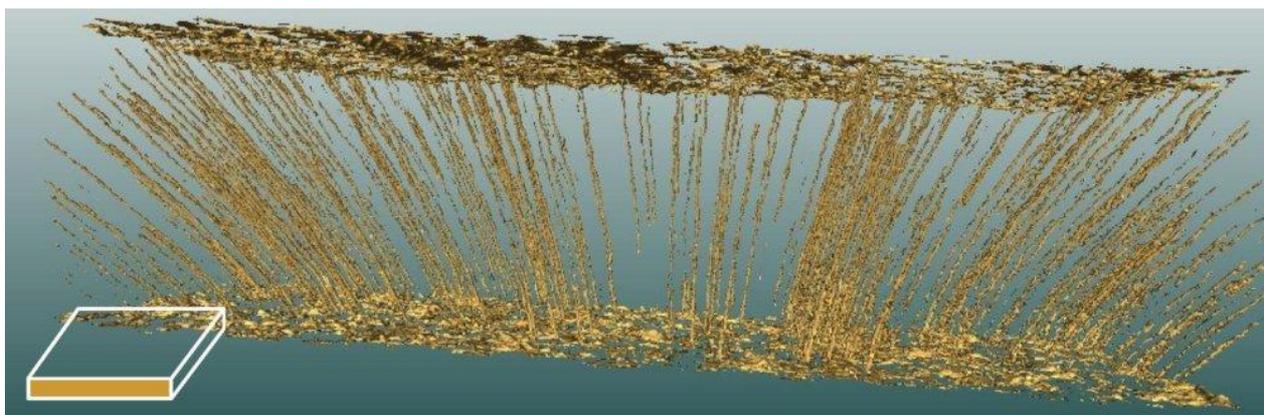


Рис. 1. Томограмма поперечного среза пластины дентина толщиной 200 мкм. На вставке в рисунок изображаемая поверхность выделена желтым цветом

Эксперименты были выполнены в монохроматическом СИ с энергией фотонов $E = 25 \sim \text{кэВ}$. Образцы дентина в форме пластин размером $\sim 5 \times 3 \times 0.2 \text{ мм}^3$ были вырезаны из корневой части зуба взрослого человека и отполированы до удаления нарушенного слоя.

Основная поверхность пластин была перпендикулярна корневому каналу зуба. Перед началом измерений основная поверхность была выставлена перпендикулярно пучку СИ. Детектор с эффективным размером пиксела 0.3 мкм был расположен на расстоянии 5~см от образца. Проекции были измерены в интервале от 0 до 180 градусов с шагом 0.2 град. Из них были построены сечения. Реконструкция томограмм из сечений сделана в коммерческой программе Амира 5.4.0.

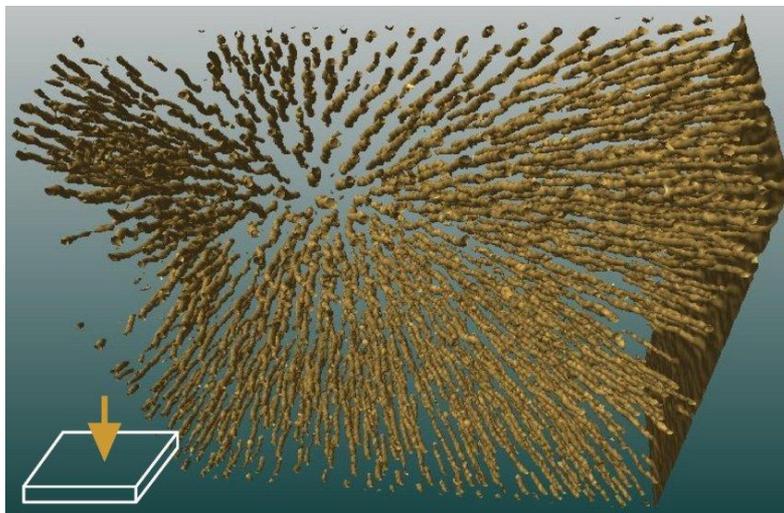


Рис. 2. Томограмма пластины дентина. Вид со стороны основной поверхности. На вставке изображаемая поверхность отмечена стрелкой

Рисунки 1 и 2 показывают фазово-контрастные томографические изображения фрагментов образца. Они представляют собой ограниченные при реконструкции участки области наблюдения, полные размеры которой были равны: $200 \times 648 \times 768 \text{ мкм}^3$. Здесь 200 мкм – это толщина образца, и $648 \times 768 \text{ мкм}^2$ – это поле зрения детектора. Ограничения размеров области наблюдения в процессе реконструкции имели целью уменьшить плотность контрастов каналов. Линейные контрасты на рис. 1 и 2 указывают направление распространения каналов. Однако изображения самих каналов отсутствуют на томограммах.

В заключение, на фазово-контрастных томограммах поведение контрастов однозначно указывает направление распространения каналов. На будущее остается объяснение формирования контрастов, что может быть сделано путем численного моделирования.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Zaslansky P., Zabler S., Fratzl P. 3D variations in human crown dentin tubule orientation: a phase-contrast microtomography study // *Dental materials*. 2010. V. 26. P. e1–e10.
2. Parkinson C.R., Sasov A. High-resolution non-destructive 3D interrogation of dentin using X-ray nanotomography. // *Dental materials*. 2008. V. 24. P. 773–777.
3. Zabler S. *et al.* Fresnel-propagated imaging for the study of human tooth dentin by partially coherent x-ray tomography. // *Opt. Express*. 2006. V. 14. P. 8584–8597.

НЕРАЗРУШАЮЩИЙ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ КОНТРОЛЬ КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ НАНОСТРУКТУРИРОВАННОГО КАРБИДА КРЕМНИЯ

Одной из ключевых проблем, связанных с обеспечением безопасной эксплуатации реактора ITER, является отсутствие эффективных методик неразрушающего контроля композитных конструкций, полученных, в том числе, с помощью аддитивных технологий. К их числу относятся детали, изготовленные из наноструктурированного поликристаллического карбида кремния. Он обладает высокими прочностными характеристиками, устойчивостью к радиационному воздействию, высокой теплопроводностью и низким коэффициентом термического расширения.

Способность композиционной керамики из карбида кремния выдерживать температуры свыше 1000°C позволяет рассматривать ее в качестве одного из основных конструкционных материалов внутреннего контура термоядерного реактора ITER. Газ в термоядерном реакторе нагревается более чем до 100 млн °C и превращается в плазму, которая удерживается при помощи магнитного поля [1]. В процессе синтеза нейтроны не задерживаются магнитным полем и передают свою энергию внутренним стенкам. Плазменный шнур удерживается полем ограниченное время, после которого происходит срыв плазмы, который оказывает дополнительное тепловое воздействие на стенки внутреннего контура. Таким образом, при штатной работе реактора элементы внутреннего контура подвергаются действию циклических тепловых и механических нагрузок.

Для безопасной эксплуатации реактора требуется неразрушающий контроль его основных систем и узлов на этапе изготовления, например, изготовленных из карбида кремния, однако в настоящее время таких методик не существует. Распространенные рентгеновские методы являются поверхностными. Другие методы, такие как микроскопия или различные спектральные методы, либо не позволяют обнаружить объемные дефекты неразрушающим путем, либо, как магнитострикционные методы, неприменимы для исследования конструкций из карбида кремния.

Акустические методы неразрушающего контроля избавлены от ряда недостатков перечисленных методов: они безопасны для специалиста, проводящего контроль, относительно дешевы, просты в применении и имеют низкие требования к качеству поверхности исследуемой конструкции.

Ультразвуковые методы, основанные на измерении акустической анизотропии [2], основаны на исследовании малых относительных изменений в скоростях ультразвуковых волн, вызванных как наличием микродефектов [3], так и локализацией пластических деформаций [4,5]. К ним относятся гостированный метод акустоупругости [6,7] и метод акустоповрежденности [8], которые обеспечены серийным сертифицированным оборудованием, позволяющим проводить ультразвуковую диагностику в экспресс режиме. Для этого применяется отечественный ультразвуковой прибор ИН-5101А, предназначенный для неразрушающего контроля конструкций в атомной и нефтегазовой энергетике. Данный прибор при помощи контактного датчика 5МГц позволяет осуществлять излучение и прием продольной и двух поперечных ультразвуковых волн и измерять временные задержки между синфазными точками отраженных импульсов с точностью до 1 нм. Таким образом, осуществляется высокоточный расчет акустической анизотропии, что позволяет обнаруживать неоднородности структуры на наноуровне.

Целью данной работы является исследование локальной анизотропии свойств конструкции из наноструктурированного карбида кремния, вызванных наличием неоднородностей, с помощью анализа полей акустической анизотропии.

В качестве объекта для исследования был выбран макет композитного зеркала системы сбора света из поликристаллического карбида кремния (рис. 1,2).

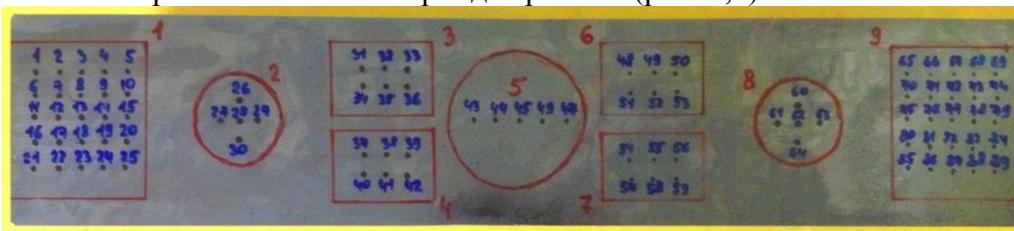


Рис. 1. Макет зеркала системы сбора света реактора ITER: вид сверху

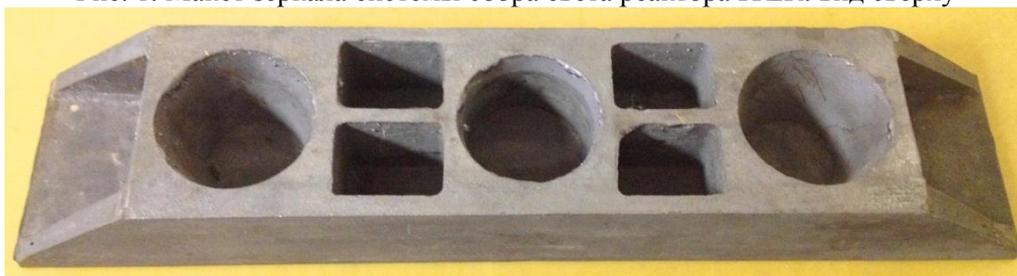


Рис. 2. Макет зеркала системы сбора света реактора ITER: вид снизу

Зеркала системы сбора света являются ответственными элементами внутреннего контура термоядерного ITER. Они обеспечивают защиту остальных систем реактора от действия высоких температур, а также обеспечивают крепление различных диагностик, что определяет их сложную геометрию (рис.1-3).

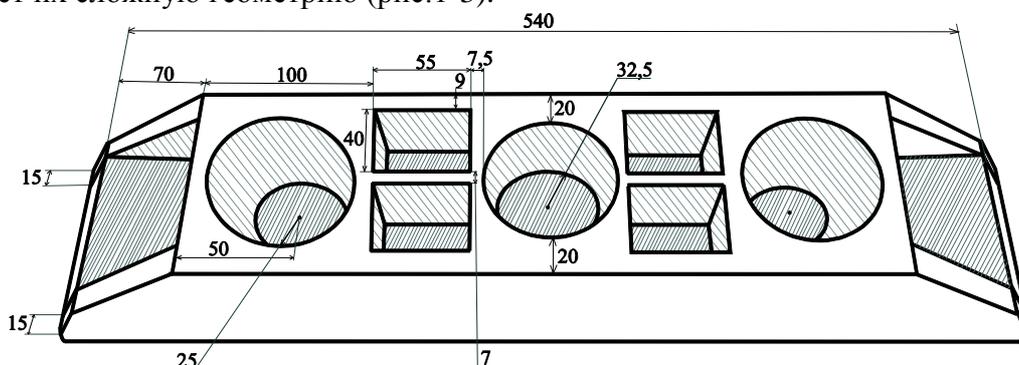


Рис. 3. Геометрические размеры зеркала

Анализ пространственного распределения акустической анизотропии осуществлялся на тех участках зеркала, которые предполагали наличие креплений и, соответственно, обладали меньшей толщиной по сравнению с остальным зеркалом (на рис.1). Измерения осуществлялись при помощи ультразвукового датчика 5 МГц, входящего в состав ультразвукового прибора ИН-5101А, предназначенного для неразрушающего контроля конструкций в атомной энергетике. Датчик крепился с зеркальной стороны образца. Акустическая анизотропия измерялась согласно:

$$\Delta a = 2(v_1 - v_2)/(v_1 + v_2), \quad (1)$$

где v_1 и v_2 - скорости поперечных волн в двух взаимно ортогональных направлениях.

Поле акустической анизотропии (на рис.4) было построено для 100 точек зеркала на основании более чем 1300 измерений временных задержек. Для наглядности, акустическая анизотропия была взята по модулю.

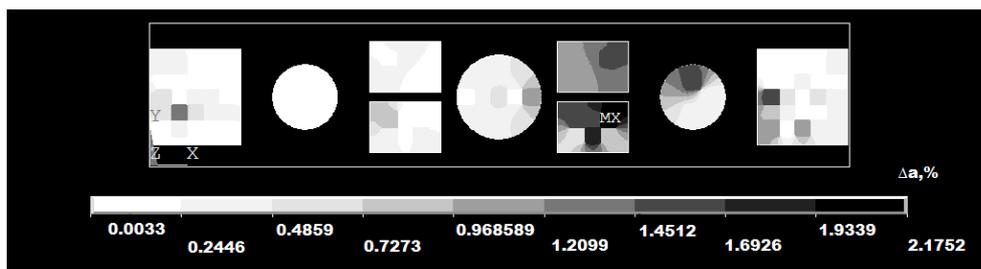


Рис. 4. Поле акустической анизотропии

Однородность свойств является важным требованием к конструкциям с композитной структурой. Построенное поле акустической анизотропии (на рис.2) свидетельствует о наличии участков с существенной анизотропией свойств, которая, согласно модификации общепринятой формулы для акустической анизотропии (2) [4], может быть обусловлено только наличием дефектов структуры:

$$\Delta a = a_0 + a_1(\varepsilon_1^p - \varepsilon_2^p) + C_A(\sigma_1 - \sigma_2) + a_2, \quad (2)$$

где a_0 - начальная анизотропия материала, $\varepsilon_1^p, \varepsilon_2^p$ - главные пластические деформации, σ_1, σ_2 - главные напряжения, a_2 - вклад дефектов структуры в величину Δa . Видно, что из всех компонент, входящих в формулу (2), остается только компонента a_2 .

Построенное поле акустической анизотропии (рис.4) свидетельствует о наличии участков с существенной анизотропией свойств, обусловленных неоднородностями и дефектами во всем объеме зеркала. Максимальное значение акустической анизотропии составило 2.18%, что, например, сопоставимо по величине с вкладом напряжений и пластических деформаций в конструкциях из промышленного проката [9,10].

Полученный результат указывает на существенное влияние дефектов структуры на характер распределений акустической анизотропии, что может иметь большое значение для разработки методики неразрушающего контроля неоднородностей и дефектов в конструкциях из карбида кремния с помощью акустической анизотропии.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 18-19-00413).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Куличенков В.П. Энергетика будущих поколений // Энергетическая Стратегия. – 2011. – Т.19 – №1. – С. 80-82.
2. Benson R. W, Raelson V.J. Acoustoelasticity //Product Engineering. – 1959. – Vol. 30. – P. 56-59.
3. Alekseeva E. L. et al. A study of hydrogen cracking in metals by the acoustoelasticity method //AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing, 2017. – Vol. 1915. – No. 1. – P. 030001.
4. Belyaev A. K. et al. Investigation of the correlation between acoustic anisotropy, damage and measures of the stress-strain state //Procedia Structural Integrity. – 2017. – Vol. 6. – P. 201-207.
5. Ivanova Y. Non-destructive monitoring of tensile of mild steel samples by magnetic Barkhausen and ultrasonic methods //MATEC Web of Conferences. – EDP Sciences, 2018. – Vol. 145. – P. 05007.
6. ГОСТ Р. 52330-2005. Контроль неразрушающий //Акустический метод контроля механических напряжений. Общие требования. – 2007.
7. Никитина Н. Е. Акустоупругость. Опыт практического применения //Н. Новгород. – 2005. – Т. 208.
8. Semenov A. S. Symmetrization of the effective stress tensor for anisotropic damaged continua //St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics – 2017.–Vol. 3.–No. 3. – P. 271-283.
9. Grishchenko A. I. et al. Relationship between the acoustic anisotropy parameter and measures of the stress-strain state for a specimen with a stress concentrator //Days on Diffraction (DD). –2017. – P. 154-158.
10. Belyaev A. K. et al. Application of the acoustic anisotropy approach for technical diagnostics of structures with large plastic deformations//AIP Conference Proceedings.–2016.–Vol.1785.–No.1.–P. 030004.

ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИИ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ МЕТАЛЛОВ МЕТОДОМ УГЛОВЫХ ДИАГРАММ

Применение методов неразрушающего акустического контроля к оценке остаточного ресурса конструкций, подверженных действию циклических нагрузок, является актуальной задачей технической диагностики. Использование параметра акустической анизотропии [1] в качестве индикатора степени макроустранствивания показало свою эффективность [2], что может говорить о перспективности ее применения и к диагностике металлов на различных стадиях усталостного разрушения.

Первые исследования в данной области связаны с представителями нижегородской научной школы [3]. В работе [4] представлены результаты расчетов параметра акустической анизотропии и коэффициентов Пуассона, измеренных вдоль и поперек направления проката, в ходе усталостных испытаний образцов из аустенитной стали 08X18H10T. Авторами отмечалось, что немонотонный характер изменения акустической анизотропии объясняется изменением эффективных модулей упругости в процессе циклического нагружения, связанным с кристаллографической текстурой и накопленной микроповрежденностью [4]. Данное утверждение не нашло подтверждения в их более поздних работах [5], а предложенный авторами алгоритм оценки степени деградации механических свойств основывался на использовании коэффициентов Пуассона, а не акустической анизотропии [4].

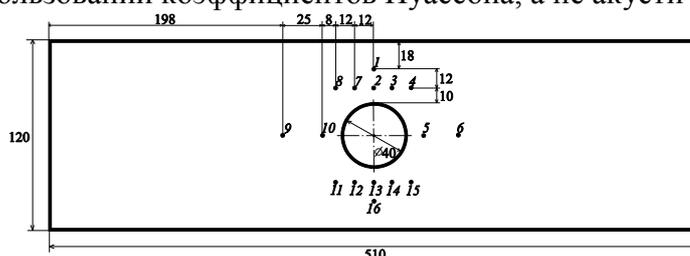


Рис. 1. Расположение точек измерения акустической анизотропии в пластине

Целью данной работы является исследование эволюции параметра акустической анизотропии в случае одноосного циклического нагружения. В качестве объекта исследования был выбран образец, изготовленный поперек направления проката из катаного алюминиевого листа марки АМц в виде пластины с центральным отверстием (рис. 1).

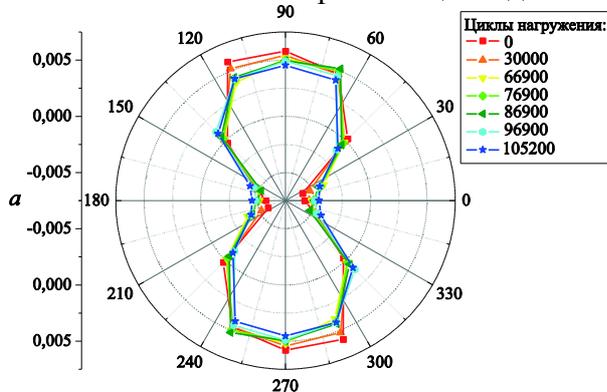


Рис. 2. Угловые диаграммы в точке с максимальными сжимающими напряжениями

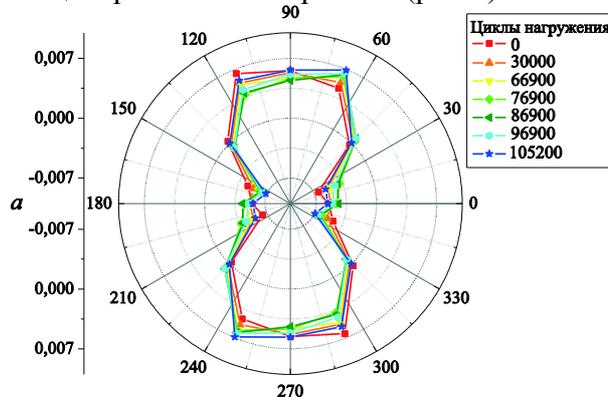


Рис. 3. Угловые диаграммы в точке с максимальными растягивающими напряжениями

Всего было выбрано 16 точек, в которых с помощью ультразвукового датчика 5 МГц осуществлялось измерение скоростей ультразвуковых волн в порядке, указанном на рисунке 1. Было проведено исследование эволюции угловых диаграмм акустической анизотропии в зависимости от числа циклов нагружения в точке №2, на которую приходятся максимальные растягивающие напряжения (рис. 2), и в точке №10, на которую приходятся максимальные сжимающие напряжения (рис. 3). Видно, что характер напряженно-деформированного состояния оказывает влияние на характер изменения угловых диаграмм (рис. 2,3).

Проанализируем результаты измерений на примере точки №10. Метод акустоповрежденности, связывающий акустическую анизотропию и скорости ультразвуковых волн с главными значениями тензора поврежденности [6], предполагает их расчет согласно различным схемам симметризации тензора эффективных напряжений. В отличие от случая одноосного монотонного растяжения [7], апробация различных схем симметризации для расчета теоретического значения акустической анизотропии согласно упрощенной формуле $a = (D_2 - D_1) / 4$ [7] для случая одноосного циклического нагружения показала практически полное совпадение с экспериментально измеренной по формуле $a = 2(v_1 - v_2) / (v_1 + v_2)$ акустической анизотропией для всех схем симметризации. Поэтому нами была выбрана наиболее часто используемая в литературе явная аддитивная схема [8]:

$$\begin{cases} D_3 = 1 - (\bar{v}_3 / v_3)^2 \\ D_2 = 1 - [2(\bar{v}_2 / v_2)^{-2} - (\bar{v}_3 / v_3)^{-2}]^{-1} \\ D_1 = 1 - [2(\bar{v}_1 / v_1)^{-2} - (\bar{v}_3 / v_3)^{-2}]^{-1} \end{cases} \quad (1)$$

где $v_3 = \sqrt{E(1-\nu)} / \sqrt{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}$ - скорость продольной волны в неповрежденном изотропном материале, $v_1 = v_2 = \sqrt{E} / \sqrt{2(1+\nu)\rho}$ - скорости поперечных волн в неповрежденном изотропном материале, E - модуль Юнга, ν - коэффициент Пуассона, ρ - плотность материала. В качестве неповрежденного материала был выбран образец до нагружения.

Характер относительного изменения акустической анизотропии для различных направлений поворота датчика относительно осей анизотропии образца в точке №10 указывает на существенно неравномерное изменение акустической анизотропии с ростом числа циклов нагружения (рис. 4). При этом в каждом отдельном направлении акустическая анизотропия меняется монотонно, хотя в работах [4,5] авторами утверждалось обратное. Видно, что существуют такие углы поворота датчика относительно осей анизотропии образца, для которых изменение акустической анизотропии близко к нулю (например, угол 45°).

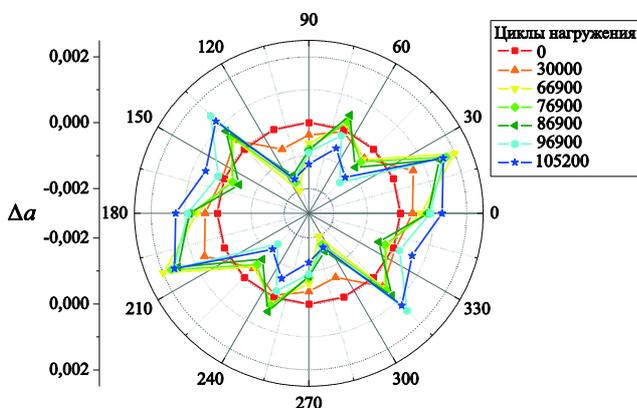


Рис.4. Δa относительно ненагруженного состояния с ростом числа циклов нагружения

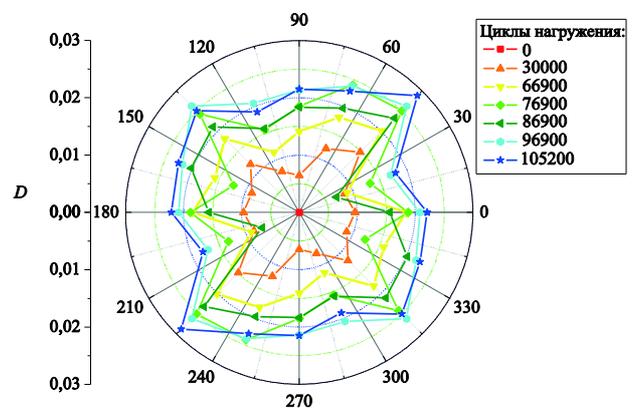


Рис.5. Поврежденность $D_m(\varphi)$ в зависимости от числа циклов нагружения

Следует отметить, что в работе [5] авторами рассматривался случай малоциклового разрушения образцов после 500 циклов нагружения. В таком случае влияние пластических деформаций на акустическую анизотропию может превосходить вклад от иных факторов и приводить к ее немонотонному изменению [9,10].

На рисунках 6 и 7 представлены угловые диаграммы главных поврежденностей D_1, D_2 , вычисленным согласно (1). Угловая диаграмма для полной меры поврежденности $D_m(\varphi) = D_1 \cos^2 + D_2 \sin^2 \varphi$ представлена на рис.5.

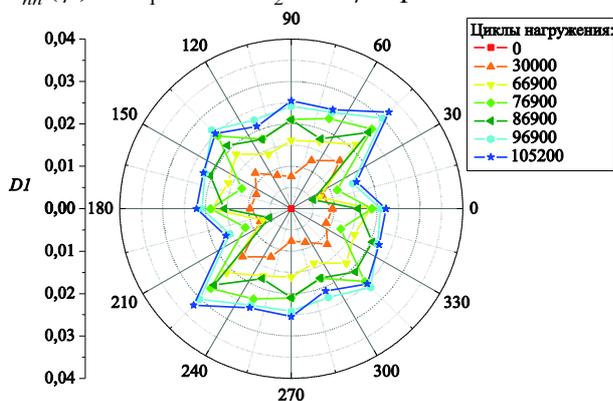


Рис.6. Компонента тензора поврежденности D_1 в зависимости от числа циклов нагружения

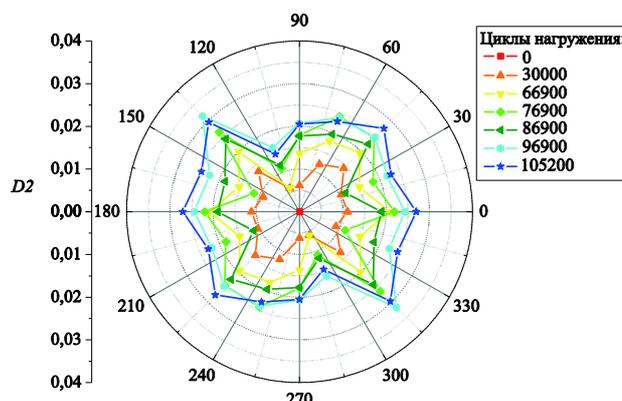


Рис.7. Компонента тензора поврежденности D_2 в зависимости от числа циклов нагружения

На рисунках 6 и 7 видно, что изменение главных значений тензора поврежденности в различных направлениях ориентации датчика происходит неравномерно. Данный факт не был учтен предыдущими исследователями [4,5]. Таким образом, идентификация осей анизотропии материала и измерение акустической анизотропии с учетом их ориентации относительно осей нагружения имеет принципиальный характер.

В работе было показано, имеет место монотонный характер изменения акустической анизотропии и главных поврежденностей в случае циклического нагружения конструкций из промышленного проката. Обнаружено, что изменение акустической анизотропии относительно ненагруженного состояния происходит на неодинаковую величину в различных направлениях ориентации системы из двух ортогональных поперечных волн. Результаты исследования говорят о потенциальной возможности применения метода акустоповрежденности к оценке накопленных усталостных повреждений конструкций.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 18-19-00413).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Benson R. W. Acoustoelasticity //Product Engineering. – 1959. – Vol. 30. – P. 56-59.
2. Alekseeva E. L. et al. A study of hydrogen cracking in metals by the acoustoelasticity method //AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing, 2017. – Vol. 1915. – No. 1. – P. 030001.
3. Никитина Н.Е. Акустоупругость. Опыт практического применения //Н. Новгород: Талам.–2005.
4. Мишакин В. В. и др. Диагностика материалов конструкций на ранних стадиях усталостного разрушения и оценка НДС материала конструкций методами неразрушающего контроля //Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2011. – No. 3-1.
5. Гончар А. В. и др. Изменение упругих характеристик метастабильной аустенитной стали при циклическом деформировании //Журнал технической физики. – 2017. – Vol. 87. – No. 4. – P. 518-521.
6. Semenov A. S. Symmetrization of the effective stress tensor for anisotropic damaged continua //St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics – 2017.–Vol. 3.–No. 3. – P. 271-283.

7. Belyaev A. K. et al. Investigation of the correlation between acoustic anisotropy, damage and measures of the stress-strain state //Procedia Structural Integrity. – 2017. – Vol. 6. – P. 201-207.
8. Murakami S., Ohno N. A continuum theory of creep and creep damage //Creep in structures. – Springer, Berlin, Heidelberg, 1981. – P. 422-444.
9. Belyaev A. K. et al. Application of the acoustic anisotropy approach for technical diagnostics of structures with large plastic deformations //AIP Conference Proceedings. –2016. – Vol. 1785. – No. 1. – P. 030004.
10. Grishchenko A. I. et al. Relationship between the acoustic anisotropy parameter and measures of the stress-strain state for a specimen with a stress concentrator //Days on Diffraction (DD), 2017. – IEEE, 2017. – P. 154-158.

УДК 548.4

А.П. Чернаков, М.Ю. Гуткин
Университет Информационных Технологий, Механики и Оптики

ИССЛЕДОВАНИЕ РАВНОВЕСНОЙ СИСТЕМЫ ПЕТЕЛЬ ДИСЛОКАЦИЙ НЕСООТВЕТСТВИЯ В КОМОЗИТНЫХ НАНОПРОВОЛОКАХ

Растущие потребности современной электроники и оптоэлектроники в новых полупроводниковых материалах обращают повышенное внимание исследователей на наноразмерные гетероструктуры. В данной работе рассматривается композитная нанопроволока типа «ядро-оболочка» с призматическими дислокационными петлями (ПДП) на межфазной границе.

Основная задача состоит в нахождении параметров равновесного распределения ПДП, образующихся в результате релаксации напряжений системы на включении, в роли которого выступает ядро нанопроволоки. Для этого необходимо найти упругие поля и энергию ПДП в заданной гетероструктуре, энергию взаимодействия ПДП с ядром нанопроволоки, критические параметры нанопроволоки, при которых возможна её дислокационная релаксация, энергию парного взаимодействия ПДП в ансамбле, энергию их взаимодействия с полем включения, а также вычислить суммарную энергию периода полученной системы «ПДП + включение в цилиндре» и определить равновесное расстояние между ПДП.

С помощью выражений для напряжений, генерируемых ПДП в бесконечном пространстве [1], и решения задачи о симметрично нагруженном круговом цилиндре [2] найдены упругие поля ПДП в цилиндре и соответствующие энергетические характеристики системы. Получена зависимость полной энергии ПДП в цилиндре от t , отношения её радиуса к радиусу цилиндра, качественно соответствующая полученным ранее результатам (рис. 1).

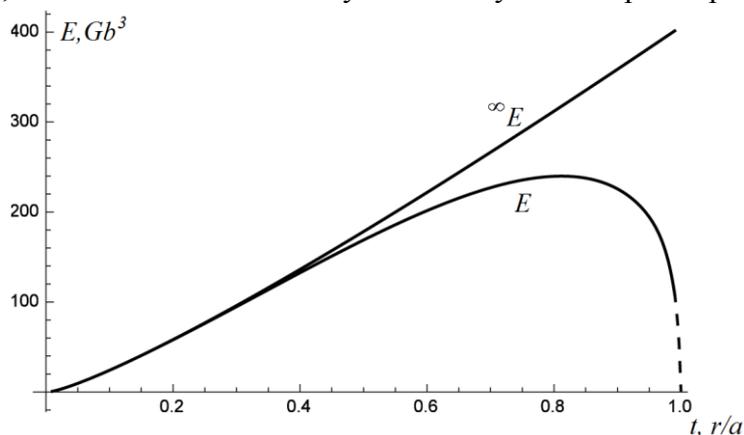


Рис. 1. Зависимости энергии ПДП от её относительного размера t для бесконечной среды ($^{\infty}E$) и цилиндра (E). Здесь G – модуль сдвига, b – величина вектора Бюргерса, a – радиус оболочки

Кроме того, получена зависимость изменения энергии композитной нанопроволоки при образовании в ней одиночной ПДП от величины параметра несоответствия материалов ядра и оболочки и их относительных радиусов (рис. 2).

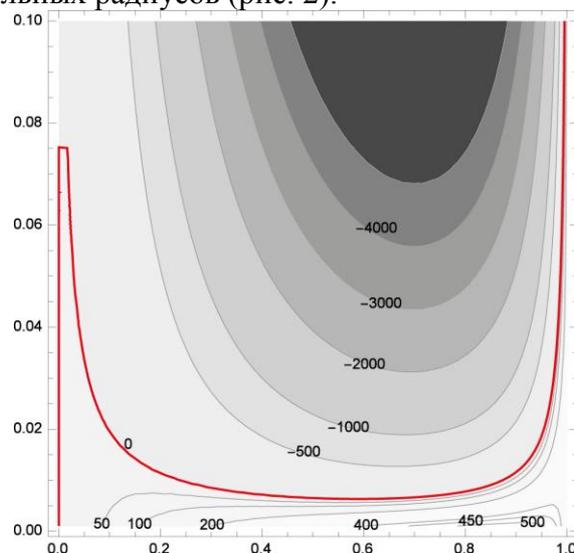


Рис. 2. Карта изменения энергии композитной нанопроволоки при образовании в ней одиночной ПДП в зависимости от значений отношения радиусов ядра и оболочки t и параметра несоответствия f . Значения изменения энергии даны в единицах Gb^3

Линия нулевого уровня $\Delta E = 0$ отделяет область когерентного состояния нанопроволоки, в которой $\Delta E > 0$ и образование ПДП энергетически невыгодно, от области частично релаксированного состояния, в которой $\Delta E < 0$ и образование ПДП энергетически выгодно. Граница между этими областями – это зависимость $f(t)$, позволяющая определить критические размеры нанопроволоки для заданных значений f (для заданных материалов), или критическое значение несоответствия f_c для заданных значений t и a . Видно, что для заданного радиуса нанопроволоки a существует такое значение t ($t \approx 0.6$ на рисунке 2), при котором функция $f(t)$ достигает точки минимума f_{min} ($f_{min} \approx 0.0065$ на рисунке 2). Очевидно, что в нанопроволоке такого радиуса при $f < f_{min}$ образование ПДП невозможно ни при каком значении t .

При заданном значении несоответствия f , таком что $f > f_{min}$, функция $f(t)$ определяет наличие двух критических приведённых радиусов ядра нанопроволоки t_{c1} , t_{c2} , в промежутке между которыми термодинамически возможен процесс релаксации. Аналогичные результаты были получены ранее для образования ПДП в сферических наночастицах типа «ядро-оболочка» [3] и для образования прямолинейных дислокаций несоответствия в композитных нанопроволоках этого же типа [4].

Напряжение несоответствия композитной нанопроволоки стремится к релаксации и образованию наибольшего количества ПДП, однако их число ограничено взаимодействием петель друг с другом. Таким образом, существует некоторое равновесное состояние, при котором петли расположены на фиксированной дистанции. Именно такое состояние наблюдают экспериментаторы с помощью просвечивающей электронной микроскопии. Например, в работе [5] получены изображения нанопроволоки с ядром из InAs диаметром 70нм, оболочкой GaAs диаметром 100нм и системой ПДП с расстоянием между дефектами от 7нм до 8.5нм. Величина несоответствия в такой структуре равна 6,67%, либо 7,17% в зависимости от способа вычисления.

Существует простой метод нахождения энергии композитной нанопроволоки с периодически расположенными дефектами, использованный ранее в работе [6]. Рассмотрим модель бесконечной нанопроволоки с равномерно распределёнными ПДП одного радиуса,

разделим её на периоды $[-h/2, h/2]$, в центре каждого из которых находится ПДП. Схема такого разбиения представлена на рис. 3. Вычислим совокупную энергию одного периода системы, включающую в себя энергию ПДП с ядром дислокации, погонную энергию ядра нанопроволоки, энергию взаимодействия петли и ядра нанопроволоки и энергию взаимодействия петли в центре периода с 40 ближайшими соседями. В зависимости от приведённой длины периода энергия нанопроволоки будет меняться как показано на рис. 4.

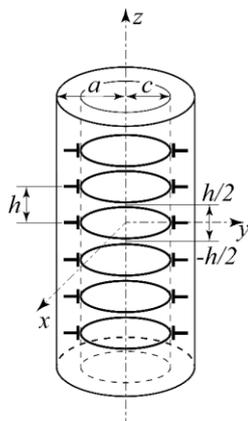


Рис. 3. Разбиение нанопроволоки с системой ПДП на периоды длиной h

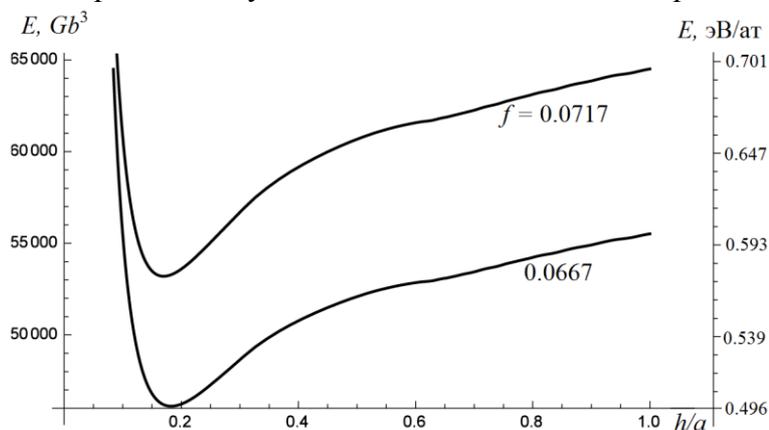


Рис. 4. Зависимость энергии одного периода нанопроволоки InAs-GaAs в частично релаксированном состоянии от его приведённой длины h/a для $f = 0.0667$ (6.67 %) и $f = 0.0717$ (7.17 %)

Наименьшее значение энергии на период соответствует равновесному состоянию системы. Можно перейти к традиционным единицам длины:

$$h(f=6.67\%) = 0.181a = 9.05 \text{ нм}, \quad (1a)$$

$$h(f=7.17\%) = 0.167a = 8.35 \text{ нм}. \quad (1b)$$

Высокая степень соответствия результата (1a, 1b) данным микроскопии, достигающаяся крайне редко в подобных задачах, говорит о правильности выбора модели и методов расчёта. Кроме того, из рис. 4 видно, что при релаксации нанопроволоки с указанными параметрами ряд ПДП не может быть плотнее чем с $h > 0.08a$.

ЛИТЕРАТУРА:

1. А.Л. Колесникова, А.Е. Романов, Круговые дислокационно-дисклинационные петли и их применение к решению граничных задач теории дефектов, Л.: Препринт ФТИ им. А.Ф. Иоффе АН СССР № 1019, 1986. – 62 с.
2. А.И. Лурье. Пространственные задачи теории упругости. Лурье А.И. – М.: Государственное Издательство Техничко-Теоретической Литературы, 1955. – 491 с.
3. Гуткин М.Ю., Колесникова А.Л., Красницкий С.А., Романов А.Е. Петли дислокаций несоответствия в композитных наночастицах типа ядро-оболочка. // ФТТ. 2014. Т. 56. Вып. 4.
4. Gutkin M.Yu., Ovid'ko I.A., Sheinerman A.G. Misfit dislocations in wire composite solids // J. Phys.: Condens. Matter. 2000. Vol. 12. No. 25. P. 5391–5401.
5. Popovitz-Biro R., Kretinin A., Von Huth P., Shtrikman H. InAs/GaAs Core-Shell Nanowires // Cryst. Growth Des. 2011, 11, 3858–3865.
6. М. Yu. Gutkin, S. N. Panpurin Spontaneous Formation and Equilibrium. Distribution of Cylindrical Quantum Dots in Atomically Inhomogeneous Pentagonal Nanowires // Journal of Macromolecular Science, Part B: Physics, 52:12, 1756-1769 2013.

ВЕРИФИКАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДВУХ РЕАЛИЗАЦИЙ АПОСТЕРИОРНОЙ ОЦЕНКИ
ДЛЯ ПЛАСТИН РЕЙССНЕРА-МИНДЛИНА

В работе исследуется вопрос контроля точности метода конечных элементов (МКЭ) для модели линейно-упругих деформируемых пластин Рейсснера-Миндлина [1], применяющейся для пластин малой и средней толщины. В настоящее время существует ряд известных коммерческих пакетов для проведения расчетов в рамках данной модели при помощи МКЭ. В их число, например, входит популярный среди инженеров пакет ANSYS. Так как программная реализация подобных пакетов является закрытой, нет в общем случае возможности узнать во всех деталях, каким образом производится необходимый расчет. Вследствие этого трудно оценить правильность полученного решения или величину ошибки, если не разработан соответствующий строгий математический аппарат или полученная с его помощью оценка не реализована. Существенные отклонения от данных эксперимента могут быть обусловлены и низким качеством расчета, и самой моделью, и ошибками при ее применении. В то же время знание значения не только глобальной ошибки всего решения, но также локального распределения ошибки на элементах разбиения представляется полезным и важным, поскольку позволяет выделить области с наибольшим отклонением и произвести вместо дробления всей сетки необходимое уточнение лишь на тех элементах, где ошибка велика. Подобный подход называется адаптивным — он способствует сокращению вычислительных ресурсов, требуемых для получения решения необходимого качества.

Для решения поставленной задачи контроля погрешности и адаптации сеток используются апостериорные оценки. Исследуемый вариант апостериорной оценки для модели Рейсснера-Миндлина был получен в [2], а первый теоретический результат для данной задачи в рамках функционального подхода изложен в работе [3]. Основы самого подхода можно найти в монографиях [4] и [5]. Ранее в [6] и [7] были выполнены две независимые реализации вычисления данной апостериорной оценки для пластин Рейсснера-Миндлина: при помощи языка FORTRAN и пакета MATLAB. Вид соответствующего неравенства, определение энергетической нормы погрешности e , детали построения ее мажоранты \mathcal{M} можно найти, в частности, в [2], а также в [7] и цитируемой там литературе.

В данном исследовании сравнительный анализ проводился на четырех примерах, отражающих различные вычислительные особенности: круглая пластина, ромбовидная пластина, квадратная пластина с крупным квадратным отверстием, квадратная пластина с малым круглым отверстием. Это позволяет оценить корректность использования данного инструмента и достоверность результатов, что является очередным шагом развития метода на пути к внедрению данной разработки в процесс решения различных прикладных задач.

Приведем полученные результаты сравнения на примере квадратной пластины с малым круглым отверстием в центре, радиус которого много меньше внешней стороны области. Реализации сопоставляются по наиболее важным параметрам: ошибка e — корень из левой части апостериорной оценки; мажоранта \mathcal{M} — корень из правой части оценки (вид функционалов не приводится из-за ограничений на объем работы; см., например, [2], [7]); индекс эффективности $I_{eff} = \mathcal{M}/e$. Начальная сетка состоит из 576 элементов, и каждый раз при равномерном разбиении их число увеличивается в 4 раза. Степень дробления сетки обозначается \mathbf{R}_i , $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Параметры модели: модуль Юнга $E = 2 \times 10^9 \text{ Н/м}^2$, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$, нагрузка = 6585.175 Н/м^2 , внешняя сторона $A = 16.2 \times 10^{-3} \text{ м}$, радиус внутреннего отверстия $r = 4.3 \times 10^{-4} \text{ м}$, толщина $t = 10^{-5} \text{ м}$, $A/t = 1620$.

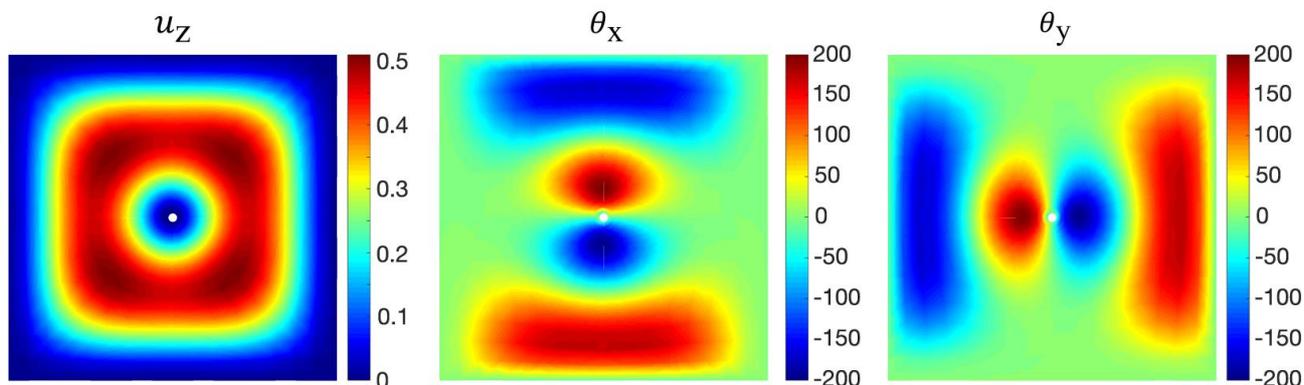


Рис. 1. Решение задачи на сетке R_1

На рисунке 1 представлен расчет на крупной сетке R_1 в пакете ANSYS деформации пластины при наложении равномерной нагрузки с граничными условиями жесткой заделки по всей внешней и внутренней границе области. Рисунок включает поле u_z — распределение прогиба срединной плоскости вдоль оси Z по расчетной области, а также θ_x и θ_y — распределения полей поворота вектора нормали ней.

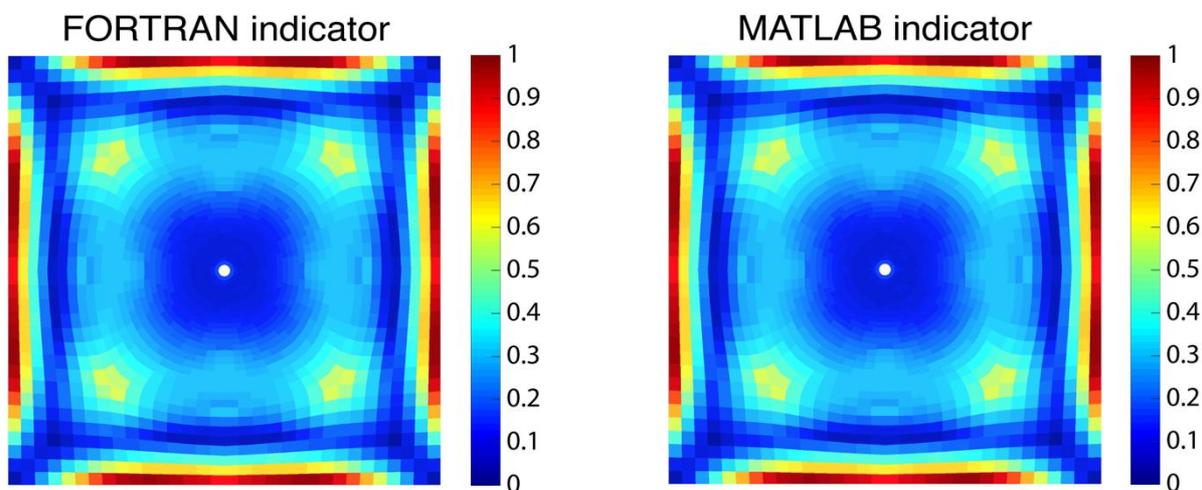


Рис. 2. Распределение индикатора ошибки на элементах области в реализации FORTRAN (слева) и MATLAB (справа) на сетке R_2

На рисунке 2 представлен вид полученных двумя реализациями индикаторов распределения погрешности по расчетной области. Можно заключить, что картина распределения, которое нормируется на максимальное значение локального вклада по всем

элементам, практически совпадает. Наблюдается концентрация ошибки на элементах вдоль границы, что соответствует структуре энергетической нормы в данной задаче. Величины ошибок на конечных элементах в центре области вблизи отверстия оказываются существенно меньше за счет сильного сгущения начальной сетки в этой зоне. В таблице 1 даны количественные результаты оценки погрешности, которые также совпадают.

Табл. 1. Контрольные значения оценки в реализации FORTRAN и MATLAB на сетке R_2

Сетка	Контрольные значения	FORTRAN	MATLAB
R_2	e	0.255e+09	0.255e+09
	\mathcal{M}	0.364e+09	0.364e+09
	I_{eff}	1.43	1.43

Приведенные выше и другие полученные в рамках исследования данные позволяют утверждать, что оба алгоритма дают близкие друг к другу значения индекса эффективности и других основных характеристик мажорант погрешности, а величина переоценки истинной ошибки является приемлемой в достаточно широком диапазоне изменения толщины пластины.

Исследование основано на материалах бакалаврской работы К.В. Киселева «Сравнительный анализ реализаций алгоритмов вычисления апостериорных оценок для пластин Рейсснера-Миндлина», выполненной под руководством М.Е. Фролова в 2018 году. При анализе использованы программы, созданные независимо М.Е. Фроловым и О.И. Чистяковой, работа которых поддержана грантом Президента Российской Федерации МД-1071.2017.1.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Falk R.S. Finite elements for the Reissner–Mindlin plate. In: Mixed finite elements, compatibility conditions, and applications (Eds. D. Boffi and L. Gastaldi). Springer, Berlin, Florenz: Fondazione CIME Roberto Conti. Lecture Notes in Mathematics, 2008, Vol. 1939, 195–232.
2. Фролов М.Е. Надежный апостериорный контроль точности решений задач об изгибе пластин Рейсснера–Миндлина. Сеточные методы для краевых задач и приложения. Материалы Десятой Международной конференции – Казань, 2014. – 728 с. – С. 610–615.
3. Репин С.И., Фролов М.Е. Об оценке отклонений от точного решения задачи о пластине Рейсснера-Миндлина, Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций. 35, Записки научных семинаров ПОМИ, 310, СПб., 2004. – С. 145–157.
4. Repin S.I. A posteriori estimates for partial differential equations. Radon Ser. on Comput. and Appl. Mathematics 4 – Berlin: de Gruyter, 2008. – 316 p.
5. Mali O., Neittaanmäki P., Repin S. Accuracy verification methods. Theory and algorithms, Computational Methods in Applied Sciences 32 – Springer, 2014.
6. Frolov M. Implementation of a functional-type a posteriori error estimate for Reissner-Mindlin plates // Book of Abstracts. Computational Methods in Applied Mathematics (CMAM-7). University of Jyväskylä, Finland. July 31 - August 6, 2016. p. 42.
7. Фролов М.Е., Чистякова О.И. Задачи об изгибе пластин Рейсснера-Миндлина: контроль точности решений, адаптивные алгоритмы и вычислительный эксперимент // Неделя науки: СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2017. – С. 3–7.

ОБ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ЗНАЧЕНИЙ АНИЗОТРОПИЙНОЙ НОРМЫ
СЛУЧАЙНЫХ ВЕКТОРОВ

В основополагающей работе [1] введены анизотропийные нормы случайного вектора и линейных систем. Как следствие, были получены многочисленные значимые результаты в соответствующей области теории управления, например [2-11]. Цель исследований [1-11] – объединить в рамках единого подхода к теории оптимального управления особенности как H_2 -, основанных на H_2 -норме, так и H_∞ -методов, основанных на H_∞ -нормах в соответствующих пространствах Харди матричных передаточных функций. Первая из них, теория стохастической фильтрации и управления Винера-Хопфа-Калмана, предполагает белозумность входного процесса, в то время как вторая (H_∞ -теория управления) рассматривает вход как детерминированную квадратично суммируемую последовательность [2].

Обращение анизотропийной нормы в нуль соответствует H_2 -теории, а обращение анизотропийной нормы в бесконечность соответствует H_∞ -теории. При этом естественным образом возникает вопрос, с какого значения анизотропийной нормы ее следует считать близкой к нулю или близкой к бесконечности, а какие значения не «близки» ни к нулю, ни к бесконечности. В настоящей работе предлагается метод построения нормированных анизотропийных норм (то есть принимающих значения в единичном интервале) как выбор соответствующего отображения положительной полуоси в единичный интервал. Нормирование анизотропийной нормы может рассматриваться как ответ на вопрос об интерпретации тех или иных ее значений, подобно тому, как это имеет место в случае вероятностных мер.

Такое нормирование легко достигается с помощью какого-либо непрерывного монотонного отображения $[0; \infty) \rightarrow [0; 1]$. Но таких отображений бесконечно много, и соответственно возникает вопрос о том, существуют ли «естественным образом» обоснованные критерии выбора требуемого нормирующего отображения?

Выбор алгоритма построения требуемого нормирующего отображения основан на следующих рассуждениях. 1) Анизотропийная норма представляет собой меру дивергенции между распределением исследуемого вектора и соответствующего гауссовского вектора. 2) В свою очередь, любая мера дивергенции становится мерой зависимости между парой случайных векторов (величин), когда одна из плотностей является их совместной плотностью распределения вероятностей, а вторая плотность – произведением их маргинальных плотностей распределения вероятностей. 3) И, наконец, для мер зависимости случайных величин известна аксиоматика А. Реньи [12], в соответствии с которой в случае совместного гауссовского распределения случайных величин, их мера зависимости (по А. Реньи) должна совпадать с модулем коэффициента корреляции.

Таким образом, алгоритма построения преобразования положительной полуоси в единичный интервал для построения нормированной анизотропийной нормы случайного вектора состоит в следующем:

1) Для меры дивергенции (на основе которой строится анизотропийная норма $D(f\|g)$) построить соответствующую меру зависимости, $D(f\|g) = D(p_{xy}\|p_x \cdot p_y) = M_{XY}$, между случайными величинами X и Y с совместной $p_{xy}(x, y)$ и маргинальными $p_x(x)$ и $p_y(y)$ плотностями распределения вероятностей.

2) Вычислить $D(p_{xy} \| p_x \cdot p_y) = M_{XY}$ для совместной гауссовской плотности распределения вероятностей с коэффициентом корреляции $\text{corr}(X, Y)$.

3) Выразить полученное выражение как функцию от модуля коэффициента корреляции, $M_{XY} = \Theta_{M_{XY}}(|\text{corr}(X, Y)|)$, и обратить эту функцию.

4) Полученное выражение, $\Theta_{M_{XY}}^{-1}(M_{XY})$, (как функция от исходной меры зависимости M_{XY}) определяет требуемое отображение $[0; \infty) \rightarrow [0; 1]$ для анизотропной нормы основанной на данной мере дивергенции $D(f \| g): \Theta_{M_{XY}}^{-1}(D(f \| g))$.

Применение данного алгоритма к анизотропной норме [1] $\mathbf{A}[\mathbf{z}]$ случайного вектора \mathbf{z} приводит к следующему результату. Поскольку $\mathbf{A}[\mathbf{z}]$ [1] представляет собой меру дивергенции Кульбака-Лайблера, то соответствующая такой мере дивергенции мера зависимости является взаимной информацией Шеннона, а нормирующее преобразование в соответствии с данным алгоритмом имеет вид $\sqrt{1 - \exp\{-2 \cdot \mathbf{A}[\mathbf{z}]\}}$.

Пример. Пусть двумерный случайный вектор $\mathbf{z} = (z_1, z_2)^T$ имеет двумерную плотность распределения вероятностей из класса Фреше [13]:

$$f^F(\mathbf{z}) = f^F(z_1, z_2) = \frac{1}{3\pi\sqrt{3}} \left\{ e^{-\frac{3}{2}(z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2)} + 2e^{-\frac{2}{3}(z_1^2 + z_2^2 - z_1 z_2)} \right\} =$$

$$= \frac{e^{-\frac{z_1^2 + z_2^2}{2}}}{2\pi} \left\{ 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2 + (-1)^k}{3 \cdot 2^k} P_k^H(z_1) P_k^H(z_2) \right\} = \frac{e^{-\frac{z_1^2 + z_2^2}{2}}}{2\pi} \left\{ 1 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k P_k^H(z_1) P_k^H(z_2) \right\},$$

где

$$P_k^H(z) = \frac{(-1)^k}{\sqrt{k!}} e^{z^2/2} \frac{d^k}{dz^k} e^{-z^2/2} = \frac{1}{\sqrt{k!}} \left\{ z^k - \frac{k(k-1)}{1!2} + \dots \right\}$$

– полиномы Эрмита. Маргинальные плотности $f^F(z_1, z_2)$ являются лапласовскими. При этом коэффициент корреляции между компонентами данного вектора равен $1/6$, но его значение не в полной мере характеризует зависимость компонент данного случайного вектора, поскольку максимальный коэффициент корреляции для такой плотности распределения вероятностей равен $1/4$.

Анизотропная норма [1] $\mathbf{A}[\mathbf{z}]$ данного случайного вектора равна $0,56356$, что можно интерпретировать как количественную характеристику, указывающую в существенно большей степени на близость к H_2 -теории, чем к H_∞ -теории. В то же время, нормированная анизотропная норма данного случайного вектора имеет вид $\sqrt{1 - \exp\{-2 \cdot \mathbf{A}[\mathbf{z}]\}}$ и равна $0,82222$, что, соответственно, исключает близость к H_2 -теории, и в гораздо большей степени дает основание рассматривать близость к H_∞ -теории.

Таким образом, данный пример иллюстрирует важность рассмотрения и учета значений именно нормированной анизотропной нормы и, соответственно, важность построения обоснованного алгоритма нормирования значений анизотропной нормы.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Vladimirov I.G., Kurdjukov A.P., Semyonov A.V. Anisotropy of Signals and the Entropy of Linear Stationary Systems // Doklady Math. 1995. Vol. 51. P. 388-390.

2. Vladimirov I.G., Kurdjukov A.P., Semyonov A.V. Asymptotics of the anisotropic norm of linear discrete-time-invariant systems // Automation and Remote Control. 1999. Vol. 60, No. 3. P. 359-366.
3. Diamond P., Vladimirov I., Kurdjukov A., Semyonov A. Anisotropy-based performance analysis of linear discrete time invariant control systems // International Journal of Control. 2001. Vol. 74, No. 1. P. 28-42.
4. Kurdyukov A.P., Maksimov E.A. Robust Stability of Linear Discrete Stationary Systems with Uncertainty Bounded in the Anisotropic Norm // Automation and Remote Control. 2004. Vol. 65, No. 12. P. 1977-1990.
5. Vladimirov I.G., Diamond P., Kloeden P. Anisotropy-based robust performance analysis of finite horizon linear discrete time varying systems // Automation and Remote Control. 2006. Vol. 67, No. 8. P. 1265-1282.
6. Tchaikovsky M.M., Kurdyukov A.P. Normalized problem of anisotropy-based stochastic H_∞ optimization for closed-loop system order reduction by balanced truncation // Automation and Remote Control. 2010. Vol. 71, No. 5. P. 776-789.
7. Timin V.N., Kurdyukov A.P. Suboptimal anisotropic filtering in a finite horizon // Automation and Remote Control. 2016. Vol. 77, No. 1. P. 1-20.
8. Tchaikovsky M.M., Timin V.N., Kustov A.Yu., Kurdyukov A.P. Numerical Procedures for Anisotropic Analysis of Time-Invariant Systems and Synthesis of Suboptimal Anisotropic Controllers and Filters // Automation and Remote Control. 2018. Vol. 79, No. 1. P. 128-144.
9. Tchaikovsky M.M., Kurdyukov A.P. Anisotropic Suboptimal Control for Systems with Linear-Fractional Uncertainty // Automation and Remote Control. 2018. Vol. 79, No. 6. P. 1100-1116.
10. Belov A.A., Andrianova O.G., Kurdyukov A.P. Control of Discrete-Time Descriptor Systems. An Anisotropy-Based Approach. Springer, 2018. 184 p.
11. Andrianova O.G., Belov A.A. Robust performance analysis of linear discrete-time systems in presence of colored noise // European Journal of Control. 2018. Vol. 42. P. 38-48.
12. Rényi A. On measures of dependence // Acta Math. Acad. Sci. Hung. 1959, Vol. 10, No. 3-4. P. 441-451.
13. Sarmanov O.V., Bratoeva Z.N. Probabilistic properties of bilinear expansions of Hermite polynomials // Theor. Probability Appl. 1967. Vol. 12. P. 470-481

УДК 004.932.72

А.В. Константинов, В.С. Чуканов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

АВТОМАТИЧЕСКАЯ СЕГМЕНТАЦИЯ МЕДИЦИНСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМОВ КЛАССИФИКАЦИИ

Одним из основных этапов анализа медицинских изображений является сегментация. Результат сегментации – два подмножества пикселей изображения: множество пикселей области интереса и множество пикселей фона. Существуют ручные, полуавтоматические и автоматические методы сегментации медицинских изображений. Как правило, ручные и полуавтоматические методы требуют значительного времени на сегментацию трёхмерного изображения, состоящего из набора двумерных сечений: точные результаты этих методов могут быть получены только на одном двумерном сечении, а количество сечений в трёхмерном изображении на снимках компьютерной томографии составляет в среднем не менее 50. Целью работы является создание метода для решения задачи автоматической сегментации медицинских изображений с помощью классификаторов, при условии наличия хотя бы одного размеченного сечения. Преимуществами полученного метода являются: возможность достижения высокой производительности за счёт высокой скорости обучения классификаторов; получение результатов сегментации приемлемого качества; возможность обучения метода на входных данных как малых, так и больших размеров – обучения на одном, двух или более сечениях исходного трёхмерного изображения.

Пусть с помощью полуавтоматических методов предварительно размечено одно или более сечений трёхмерного изображения. Задача состоит в получении результатов сегментации для M соседних сечений. На основе размеченных сечений могут быть получены

оптимальные параметры и использованы для автоматической сегментации других сечений данного медицинского изображения. Назовём попиксельной сегментацией процесс, при котором определение принадлежности пикселя области интереса совершается для каждого пикселя изображения по отдельности, на основе некоторого набора признаков. При попиксельной сегментации вычисления классов пикселей происходят независимо, а значит могут быть выполнены параллельно. Также может быть составлено обучающее множество:

$$T = \{(f_i, y_i) \mid i \in I\}, \quad (1)$$

где I – множество пикселей изображения,

f_i – вектор признаков пикселя i ,

y_i – класс пикселя i .

С помощью множества T может быть обучен любой метод классификации. Для получения результата сегментации достаточно запустить классификатор на наборе значений признаков для каждого пикселя входного изображения. На практике часто исходная разметка, полученная с помощью полуавтоматических методов, оказывается неточной: некоторые не принадлежащие объекту области ошибочно отмечены как область интереса, а другие принадлежащие – как фон. Вместе с тем, на медицинских изображениях присутствует шум. С точки зрения классификации неточная исходная разметка и шум являются выбросами, способными повлечь переобучение, что негативно сказывается на сегментации. Для нивелирования проблемы выбросов предлагается использовать только робастные классификаторы. К таким классификаторам относится случайный лес [1] (англ. “Random Forest”) – набор решающих деревьев, обучаемых с помощью алгоритма CART по случайным подпространствам признаков на случайных подвыборках исходной обучающей выборки. Определение класса производится с помощью мажоритарного голосования всех деревьев. Также, могут быть использованы ансамбли “Extra Tree” – решающих деревьев, в которых выбор значений в узлах производится случайным образом. Согласно [2], использование мажоритарного голосования одновременно по случайным лесам и “Extra Trees” повышает обобщающую способность, поэтому вариант с комбинацией двух ансамблевых методов является наиболее предпочтительным. Часто оказывается, что множество пикселей области интереса содержит значительно меньше элементов, чем множество пикселей фона. Таким образом, обучающая выборка T не является сбалансированной. Это приводит к снижению обобщающей способности и, как следствие, более плохим результатам сегментации. Балансирование выборки может быть произведено с помощью задания весов для элементов обучающего множества: вес пикселей области интереса равен количеству пикселей фона, а вес пикселей фона – количеству пикселей области интереса. Также сбалансированную выборку можно получить с помощью прореживания исходной. Обозначим количество пикселей области интереса за R , а число пикселей фона за B , и предположим, что $R < B$. Тогда в подвыборку \hat{T} войдут все пиксели области интереса и ровно R случайно выбранных на основе равномерного распределения пикселей фона. За счёт уменьшения размера выборки также снижается время обучения. На рис.1 приведено сравнение оценки качества F_1 при обучении классификатора на исходной (сплошная линия) и прореженной (пунктирная линия) выборках: по оси абсцисс отложен номер сечения, а по оси ординат – оценка F_1 . Обучающее множество T состоит из предварительно размеченных первого и последнего сечений.

Часто на медицинских изображениях присутствуют две области с похожими текстурами, но областью интереса считается только одна. Поэтому при сегментации требуется учитывать пространственную составляющую: либо добавлять координаты пикселя в набор признаков, либо применять штрафную функцию, зависящую от расстояния до ближайшей точки области интереса из обучающего множества, при мажоритарном голосовании. Однако в таком случае всё равно возникает переобучение классификатора: если имеются незначительные различия в текстуре или интенсивности двух областей,

классификатор будет фокусироваться именно на этих различиях, что негативно скажется на результате сегментации другого сечения, в котором область интереса имеет слабо, но отличающийся набор текстур, от наблюдаемых в множестве T . Данная проблема возникает вследствие включения в обучающее множество лишних удалённых пикселей. При условии, что разность результатов сегментации двух соседних сечений будет лежать в некоторой полосе ширины d , полученной дилатацией области интереса сечения с меньшей площадью объекта, можно исключить из рассмотрения все пиксели, находящиеся за пределами объединения заданной области и полосы. В таком случае классификатор определяет принадлежность пикселя области интереса, или полосе границы области интереса, и, при использовании вышеупомянутого прореживания выборки, переобучения не возникает.

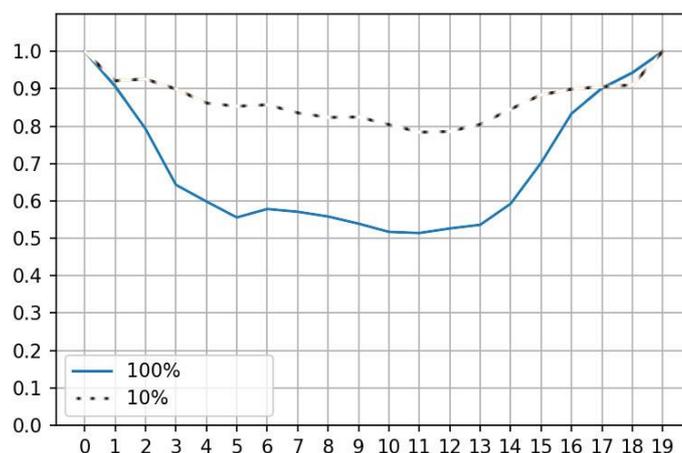


Рис. 1. Сравнение качества сегментации

В качестве наборов признаков были рассмотрены следующие варианты: интенсивности пикселей в окрестности, разности интенсивности пикселя и пикселей в окрестности, отклики свёрточных фильтров, гистограммы интенсивностей в окрестности и выход свёрточной нейронной сети. Под окрестностью подразумевается квадрат с центром в пикселе, для которого извлекаются признаки. Наиболее предпочтительным по качеству и производительности, при использовании вышеупомянутого способа составления обучающей выборки, является набор интенсивностей в окрестности размером 5×5 . Для ускорения обучения и сегментации пиксели могут объединяться в группы, называемые суперпикселями (англ. “Superpixel”).

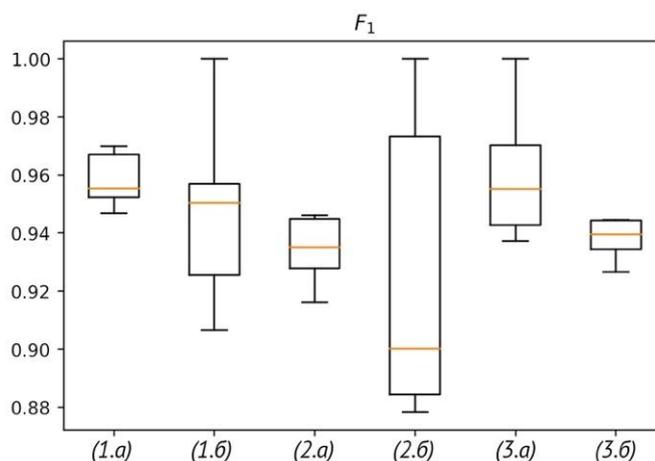


Рис. 2. Оценки качества сегментации

Наиболее удобный алгоритм для создания суперпикселей для медицинских изображений – “Watershed superpixel” [3], учитывающий границы. Снижение числа классифицируемых элементов приводит к улучшению производительности: вместо классификации всех пикселей изображения, используется по одному представителю каждого суперпикселя. Признаки для суперпикселя: гистограмма интенсивностей, средняя интенсивность, минимальное и максимальное значения интенсивностей, содержащихся в суперпикселе. Такой подход не уступает по качеству использованию других признаков, однако позволяет добиться значительного ускорения сегментации, при условии наличия на изображении гомогенных по интенсивности или текстуре областей.

Таким образом, разработан метод автоматической сегментации медицинских изображений на основе алгоритмов классификации. Для получения наиболее качественных результатов используется комбинация Random Forest и Extra Trees, обучаемая на прореженной выборке, состоящей из объединения области интереса и полосы вокруг неё. Оценки качества F_1 автоматической сегментации 10 сечений приведены на рисунке 2 – числами пронумерованы три различных медицинских изображения: два снимка МРТ с желудочками сердца и один снимок КТ с опухолью в лёгком; буквы «а» и «б» обозначают обучение на двух и одном размеченных сечениях, соответственно. Каждая диаграмма размаха построена по оценкам F_1 для всех сегментированных сечений изображения. Данные для тестирования взяты из «Medical Segmentation Decathlon». Видно, что при большем количестве предварительно размеченных сечений качество сегментации значительно повышается. Наилучшая производительность для гетерогенных изображений достигается с признаками из интенсивностей в окрестности, а для гомогенных – с суперпикселями. Время автоматической сегментации 10 сечений размера 200x200 составляет примерно 3 секунды.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ho T. K. Random decision forests //Document analysis and recognition, 1995., proceedings of the third international conference on. – IEEE, 1995. – Т. 1. – С. 278-282.
2. Zhou Z. H., Feng J. Deep forest: Towards an alternative to deep neural networks //arXiv preprint arXiv:1702.08835. – 2017.
3. Hu Z., Zou Q., Li Q. Watershed superpixel //Image Processing (ICIP), 2015 IEEE International Conference on. – IEEE, 2015. – С. 349-353.

УДК 004.852

Г.А. Мещеряков, А.А. Иголкина, М.Г. Самсонова
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

СОЗДАНИЕ ПРОГРАММНОГО ПАКЕТА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СТРУКТУРНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ

Введение. Structural Equation Modeling (SEM) – это совокупность подходов к многомерному анализу причинных (каузальных) связей между наблюдаемыми и латентными переменными. Первые модели SEM, модели для анализа путей (англ. path analysis), были предложены в начале XX-го века генетиком и статистиком Сьюаллом Грином Райтом (англ. Sewall Green Wright) и представляли собой статистические инструменты для описания направленных зависимостей между набором наблюдаемых переменных [1]. Современные модели SEM являются обобщением анализа путей и факторного анализа [2], таким образом, SEM можно воспринимать как универсальный инструмент для анализа причинных связей в сложных сетях с латентными факторами и

наблюдаемыми переменными. В настоящее время SEM находит применение в большом спектре областей: от психологии и социологии до экономики и биологии [3,4].

Актуальность. Несмотря на то, что уже существуют пакеты, реализующие SEM, в частности, пакет на языке R lavaan [5] (с которым мы и провели сравнение), однако все они тяжело интегрируемы в современные научно-исследовательские процессы обработки данных ввиду как закрытости их исходного кода, так и спецификой и угасающей популярности языков, на которых эти пакеты реализованы. Таким образом существует необходимость в создании программного пакета на языке Python, который должен быть легко расширяемым и модифицируемым для привнесения в него принципиально нового функционала для научных исследований. Кроме того, скорость работы алгоритмов для оптимизации параметров моделей SEM в пакете lavaan является низкой, а процент моделей на которых оптимизация параметров с помощью методов пакета lavaan не сходятся – высоким.

Поэтому, целью настоящей работы является реализация программного пакета на языке Python, который можно легко интегрировать в научно-исследовательскую деятельность.

Математическая запись модели

SEM состоит из двух частей и выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} W = BW + \zeta, \text{cov}(\zeta) = \Psi \\ M = \Lambda W + \epsilon, \text{cov}(\epsilon) = \Theta \end{cases} \quad (1)$$

Здесь где $W = \begin{bmatrix} X \\ \eta \end{bmatrix}$, $M = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$ X — вектор наблюдаемых переменных, Y — вектор индикаторов латентных переменных, η — вектор латентных переменных. Вектора случайных ошибок ζ, ϵ мы полагаем независимыми и имеющими нулевое математическое ожидание. Матрица B имеет смысл взвешенной матрицы смежности для переменных X и η (где веса – суть регрессионные коэффициенты), матрица Λ — взвешенная матрица смежности для индикаторов и их латентных переменных, Ψ — матрица ковариаций для X, η , а Θ — матрица ковариаций для индикаторов Y . Рассмотрим первое равенство системы (1) и выразим из него вектор W :

$$W = BW + \zeta \Leftrightarrow (E - B)W = \zeta \Leftrightarrow W = (E - B)^{-1} \zeta \quad (2)$$

Затем, подставим (2) во второе равенство системы (1):

$$M = \Lambda (E - B)^{-1} \zeta + \epsilon \quad (3)$$

Далее, проведя серию алгебраических выкладок, можно показать, что ковариация M равна:

$$\text{cov}(M) = \Sigma = \Lambda (E - B)^{-1} \Psi (E - B)^{-T} \Lambda^T + \Theta \quad (4)$$

Оптимизацию параметров модели можно проводить различными методами, но все они так или иначе сводятся к минимизации разницы между Σ и S . К первой категории методов относятся методы невзвешенных наименьших квадратов (евклидово расстояние) (ULS), обобщённых (расстояние Махаланобиса) (GLS), взвешенных наименьших квадратов (WLS). К другой категории относится метод максимального правдоподобия [6], основанный на том, что матрица S подчинена распределению Уишарта (MLW):

$$F_{MLW}(\Sigma | S) = -L(\Sigma | S) = -\text{tr}\{\Sigma^{-1} S\} - \ln(\Sigma) \rightarrow \min \quad (5)$$

Так, например, минимизация функционала (5) позволит нам узнать значения параметров, подгоняющих модель под эмпирические данные.

Результаты. В рамках настоящей работы был разработан пакет semopy, в котором были реализованы все указанные выше методы оптимизации параметров моделей SEM. Для детального сравнения нашего пакета semopy с пакетом lavaan была разработана система для

генерации случайных каузальных моделей, параметров и данных под эти модели и параметры. До сих пор подобной системы не существовало, и впредь в дальнейшем она может быть использована для более достоверной проверки различных гипотез и совершенствования методологии SEM в целом. Так, в ходе сравнения мы сгенерировали 8 выборок по 1000 моделей, каждая из которых имеет 10 наблюдаемых переменных и k (от 0 до 8) латентных. Результаты сравнения нашего пакета `semopy` и `lavaan` представлены на Рис. 1А, где по вертикальной оси отложено число не сошедшихся моделей. Мы считаем модель не сошедшейся, если не сошёлся сам процесс оптимизации, либо функция цели в точке оптимума нарушает некоторые ограничения на параметры модели (например, сообщает отрицательные дисперсии), либо если норма вектора невязки между точными значениями (т.е. сгенерированными) параметров и полученными оценками достаточно велика.

Для сравнения производительностей пакетов `semopy` и `lavaan` мы взяли выборку из 1000 моделей различных конфигураций и замерили время работы для всех основных функций цели (рис. 1.Б). Плохие результаты у `lavaan` с методами невзвешенных и обобщённых наименьших квадратов объясняется отсутствием информации об аналитической форме градиента целевой функции.

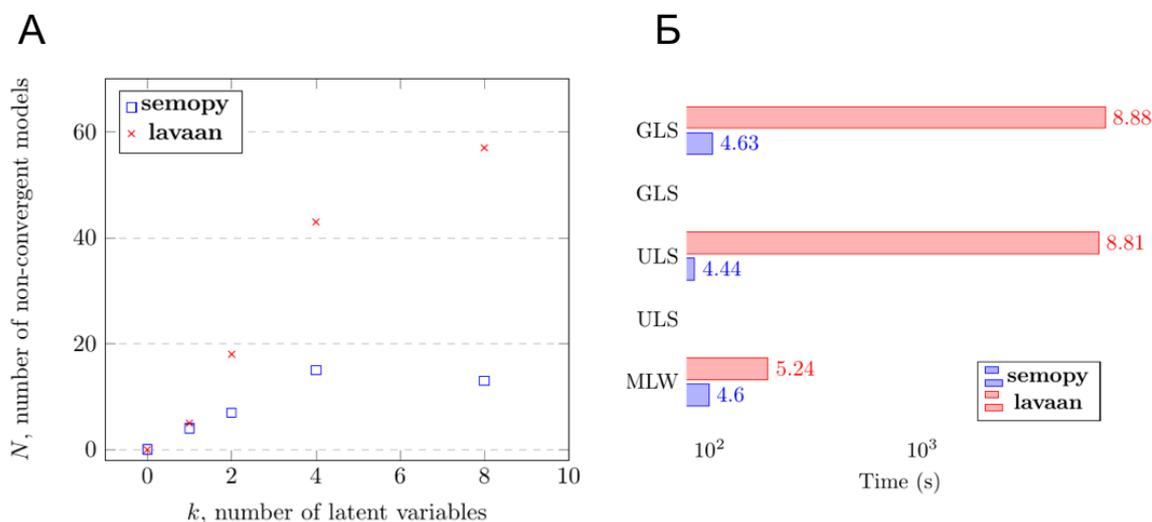


Рис. 1. А — зависимость числа несошедшихся моделей от числа латентных переменных, Б — логарифмированные шкалы времени работы пакетов для различных функций цели

Заключение. В настоящей работе был разработан пакет `semopy` для моделирования структурными уравнениями, превосходящий в реализованном на данный момент функционале популярный на сегодняшний день пакет `lavaan`, а также создание гибкой системы для тестирования различных методов SEM. `semopy` уже интегрирован в исследования в НИЛ «Математическая биология и биоинформатика» в СПбПУ и продемонстрировал свою гибкость. Пакет выложен в общий доступ и доступен для установки из репозитория PyPi посредством `pip`:

```
pip install semopy
```

ЛИТЕРАТУРА:

1. S. Wright. Correlation and causation. *Agricultural Research*, 20:557–558, 1921.
2. Bollen K. *Structural Equation Modeling with Latent Variables*, 1989, Wiley, Inc.
3. Tarka P. An overview of structural equation modeling: its beginnings, historical development, usefulness and controversies in the social sciences, *Quality & Quantity*, 2017.

4. Pugsek B.H. Structural Equation Modeling: Applications in Ecological and Evolutionary Biology. Cambridge University Press, 2003.
5. Rossel Y. lavaan: An r package for structural equation modeling. Journal of Statistical Software, 48(2), 2012.
6. Hayduk L.A. Structural Equation Modeling with LISREL: Essentials and Advances. JHU Press, 1987. стр. 136.

УДК 514.1

Н.П. Попов, Т.А. Погарская
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

АЛГОРИТМЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО РАССТОЯНИЯ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ

Задача вычисления кратчайшего расстояния между двумя точками возникает в различных прикладных областях, например, при обработке изображений [1], распознавании образов [2], построении карт местности [3] и т.д.

Геодезическое расстояние – это длина наикратчайшего пути между двумя точками, лежащими на поверхности, по этой поверхности. Для вычисления геодезического расстояния в основном используются два типа методов: первые основаны на решении уравнения Эйконала, например [4]; вторые используют алгоритмы теории графов [1]. В данной работе мы будем рассматривать второй тип методов, который предполагает решение трех подзадач:

1. аппроксимация поверхности совокупностью геометрических элементов;
2. создание связного взвешенного графа, основанного на аппроксимации поверхности;
3. вычисление кратчайшего пути от одной из вершин графа до всех остальных.

Целью данной работы является сравнение алгоритмов поиска геодезического расстояния на основе теории графов.

Самым простым способом разбиения поверхности на геометрические элементы является регулярная сетка. Далее из этой сетки составляются элементы, в центрах которых вычисляется значение функции поверхности. В случае если общее уравнение поверхности неизвестно, а известны только несколько точек, лежащих на поверхности, можно аппроксимировать поверхность, например, сплайнами.

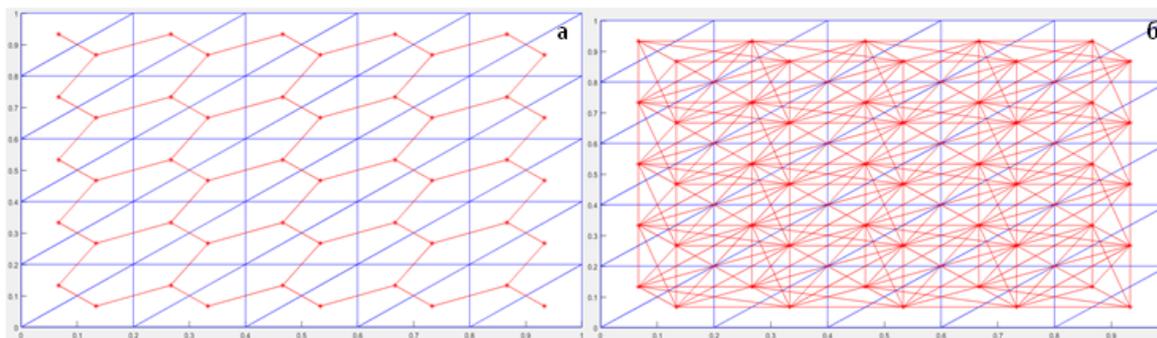


Рис. 5. Различные способы построения графа

После того как поверхность аппроксимирована, необходимо создать связный взвешенный граф. В вершинах графов хранятся значения функции поверхности в центрах геометрических элементов; элементы соединяются ребром, вес которого равен евклидову расстоянию между их центрами элементов. На рисунке 1.а. треугольные элементы сетки

соединяются, если они имеют общую сторону, 1.б – треугольники соединяются, если они имеют общую точку.

В данной работе задача нахождения кратчайшего расстояния от заданной вершины до остальных была решена несколькими алгоритмами – Дейкстры, Дейкстры с использованием бинарной пирамиды и Беллмана-Форда [5].

На рисунке 2 приведены линии уровня, полученные при вычислении расстояний от центра плоскости до остальных ее точек. Способ построения графа оказывает существенное влияние на результат. Линии уровня, изображенные на рисунке 2.а были получены при использовании графа, построенного соответственно рисунку 1.а. Результатам, приведенным на рисунке 2.б соответствует вариант построения графа, показанный на рисунке 1.б.

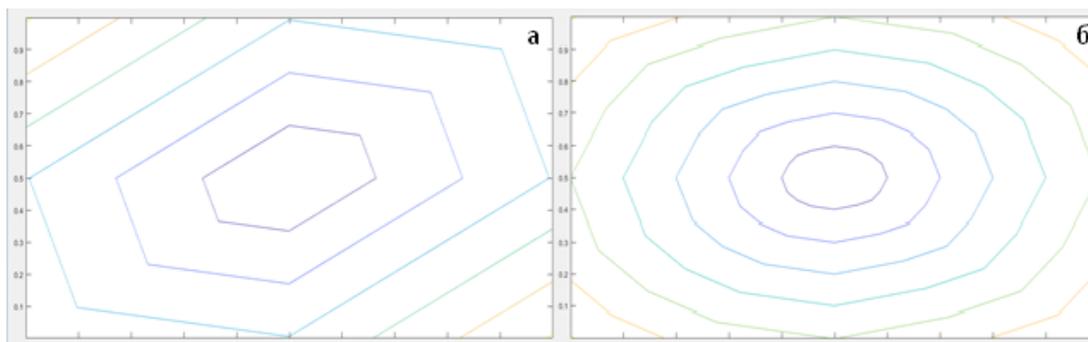


Рис. 2. Влияние способа построения графа

Оба варианта построения графа качественно отражают действительность, второй вариант (рис. 1.б.) дает более точный результат, однако соответствующий граф будет содержать большее число ребер, что приведет к увеличению времени вычислений (табл. 1).

Табл. 1. Сравнение времени работы алгоритма Дейкстры для различных способов построения графов на последовательности вложенных сеток

Количество треугольников	Время работы, сек	
	Разбиение а	Разбиение б
5000	0.0950	0.1345
10000	0.1853	0.2534
20000	0.3875	0.5091
40000	0.7498	1.0122
80000	1.4735	2.0883
160000	3.0901	4.1580
320000	5.9554	8.1818
640000	11.9201	16.6830

В качестве примера рассмотрим задачу построения карты расстояний на поверхности, заданной следующим уравнением:

$$z = 0.5 \sin(4\pi x) \sin(4\pi y), \quad x \in [0, 1], y \in [0, 1].$$

Разобьем квадрат $[0, 1] \times [0, 1]$ на треугольники. Создадим графы согласно разбиениям на рисунке 1 и вычислим кратчайшие расстояния от центра $(0.5, 0.5)$ до остальных точек и сравним полученные данные с результатами из [4], где аналогичная задача решалась методом Fast marching.

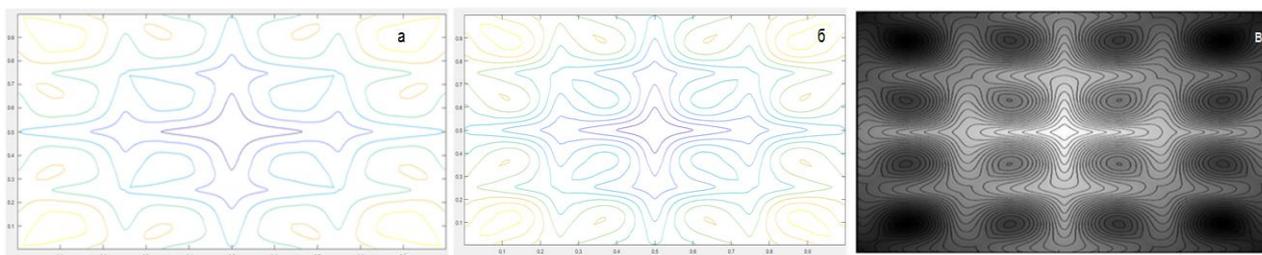


Рис. 3. Линии уровня поверхности для полученных результатов вычисления геодезического расстояния при разбиении графа способами а (а) и б (б) с данными статьи [4] (в)

При решении этой задачи было проведено сравнение времени работы различных алгоритмов вычисления кратчайшего расстояния в зависимости от числа элементов аппроксимации поверхности для способов построения графа а (табл. 2) и б (табл. 3).

Табл. 2. Сравнение времени работы алгоритмов для графа а, секунды

Количество треугольников	Алгоритм Дейкстры	Алгоритм Дейкстры с бинарной пирамидой	Алгоритм Беллмана-Форда
5000	0.1177	0.0856	0.2721
10000	0.2884	0.1647	0.9294
20000	0.8324	0.3292	3.5083
40000	2.5143	0.6832	19.6626
80000	8.7015	1.3701	91.4463
160000	30.2984	2.6237	360.048
320000	118.919	5.3983	-
640000	-	10.6352	-

Табл. 3. Сравнение времени работы алгоритмов для графа б, секунды

Количество треугольников	Алгоритм Дейкстры	Алгоритм Дейкстры с бинарной пирамидой	Алгоритм Беллмана-Форда
5000	0.2527	0.2252	2.2893
10000	0.5507	0.4379	13.3373
20000	1.3433	0.8418	54.3554
40000	3.7246	1.7555	220.396
80000	10.9043	3.5223	-
160000	36.0082	7.1603	-
320000	131.405	14.6876	-
640000	-	29.0850	-

Выбор способа построения графа значительно влияет на время вычисления расстояний и точность получаемых данных. Сравнение времени работы алгоритмов показывает, что алгоритм Дейкстры с бинарной пирамидой в качестве очереди с приоритетами для данной задачи работает существенно быстрее, причем даже использование графа со значительно большим числом ребер позволяет получить результаты быстрее, чем другие рассмотренные методы на менее заполненных графах.

ЛИТЕРАТУРА:

1. A.B. Hamza, H. Krim, IEEE Transactions on Image Processing 15, 2249 (2006). DOI 10.1109/TIP.2006.875250

2. E. Prados, S. Soatto, C. Lenglet, J.P. Pons, N. Wotawa, R. Deriche, O. Faugeras, in Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, vol. 1 (IEEE Computer Society, New York, 2006), vol. 1, pp. 1076-1083
3. G. Peyre, L.D. Cohen, Advances in Computational Vision and Medical Image Processing 13, 29 (2009). DOI 10.1007/978-1-4020-9086-8_2
4. A. Spira, R. Kimmel, An efficient solution to the eikonal equation, Interfaces Free Boundaries 6, 3 (2004), pp. 315–327
5. Т.Х. Кормен, Ч.И. Лейзерсон, Р.Л. Ривест, К. Штайн, Алгоритмы: Построение и анализ (Издательский дом "Вильямс", Мосcdf, 2005)

УДК 519.246

А.С. Тетюхин, А.А. Иванков

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

КАЧЕСТВО ИНТЕРВАЛЬНЫХ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ АДДИТИВНОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ЛЕВИ, ПОСТРОЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ СЖИМАЮЩЕГО СТОХАСТИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА

Введение

Данная работа является продолжением исследования, которое длится в течение последних двух лет. В ней представлены результаты, полученные после публикации предыдущей работы [1]. Предметом исследования является качество интервальных оценок, которые получаем с помощью собственных программных реализаций стохастических операторов.

Цель работы – улучшить интервальные оценки параметров исследуемой модели с помощью сжимающего стохастического оператора. Исследуемая модель случайного процесса (см. [1, 2]):

$$X(t) = Y(t) + Z(t), \quad (1)$$

$Y(t)$ – винеровский процесс, $Z(t)$ – модель процесса со скачками и возвращения к среднему, где скачки определяются пуассоновским потоком событий, а амплитуда скачка определяется случайной величиной из субэкспоненциального распределения (распределения Парето).

Для вычисления интервальных оценок параметров модели (1) использовался итеративный сжимающий стохастический оператор, на каждой итерации которого вычислялась композиция стохастических операторов G_i , которая представляет собой следующую цепочку преобразований [3]:

$$\begin{aligned} G_{gauss}(\{\Delta X(t)\}) &\rightarrow G_{pareto}(\{G_{gauss}\}) \rightarrow G_{wiener\sigma}(\{\Delta X(t_i)\}) \rightarrow G_{\lambda_{poisson}}(\{G_{gauss}\}) \rightarrow \\ &\rightarrow G_{\lambda_{mr}}(\{G_{PWr}(\{\Delta X(t_i)\}); \{G_{gauss}\}\}) \rightarrow G_{W_0}(\{\Delta X(t_i)\}; \{G_{gauss}\}) \end{aligned}$$

В отличие от предыдущей работы в данном случае использовался итеративный сжимающий оператор. После каждой итерации вычислялась непараметрическая оценка функции правдоподобия, которая характеризует качество получаемых интервальных оценок на текущей итерации. Инвариантом цикла в данном случае был предикат: относительное приращение функции правдоподобия увеличивалось или не уменьшалось не более, чем на заданном количестве итераций.

Результаты

Для оценки качества построенных интервальных оценок, $[\theta^L; \theta^R]$, использовалась следующая статистика:

$$\hat{h}(x, y) = P(\hat{\theta} \in [\theta^L; \theta^R]), \quad (2)$$

которая интерпретируется как вероятность попадания М-оценки соответствующего параметра $\hat{\theta}$ в доверительный интервал, $[\theta^L; \theta^R]$.

На всех рисунках представлены трехмерные графики согласно (2), где по абсциссе: $\frac{\lambda_{mr}}{\lambda_{poisson}}$ — отношение интенсивности скорости возврата к среднему в слагаемом $Z(t)$ из (1) к интенсивности потока выбросов в том же слагаемом из (1), а по ординате $\frac{x_{min}}{\sigma}$ — отношение амплитуды выброса в $Z(t)$ из (1) к стандартному отклонению приращения случайного процесса в $Y(t)$ из (1).

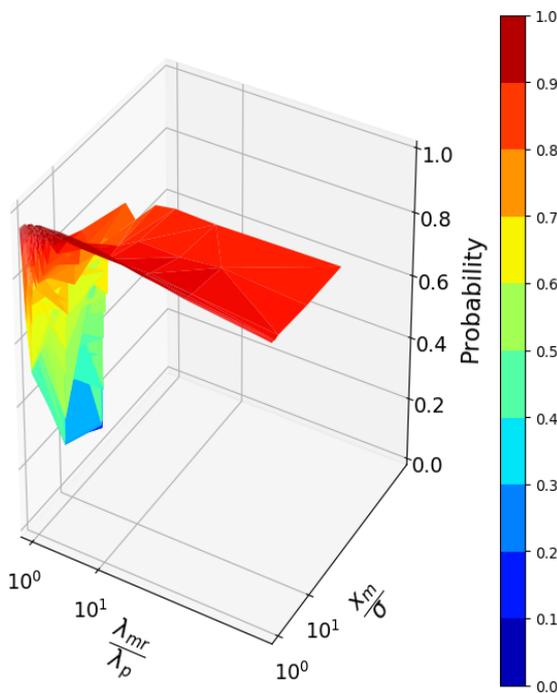


Рис. 1. Оценки W_0 , построенные с помощью линейного алгоритма

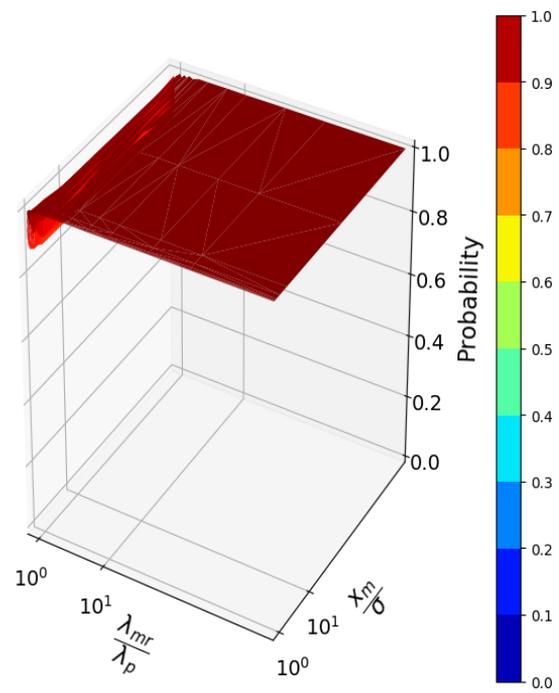


Рис. 2. Оценки W_0 , построенные с помощью итеративного сжимающего стохастического оператора

Представим читателю возможность визуально сравнить на сколько улучшилось качество интервальных оценок параметров модели (1) после того, как в программной реализации алгоритма оценивания перешли к использованию стохастического сжимающего оператора.

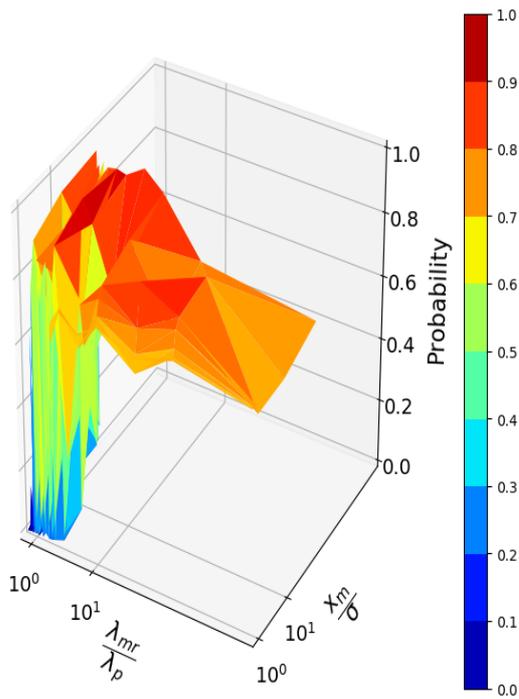


Рис. 3. Оценки $\lambda_{poisson}$, построенные с помощью линейного алгоритма

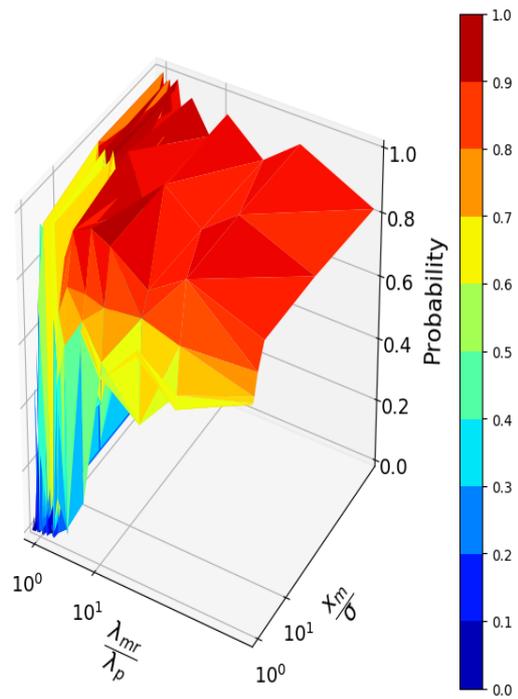


Рис. 4. Оценки $\lambda_{poisson}$, построенные с помощью итеративного сжимающего стохастического оператора

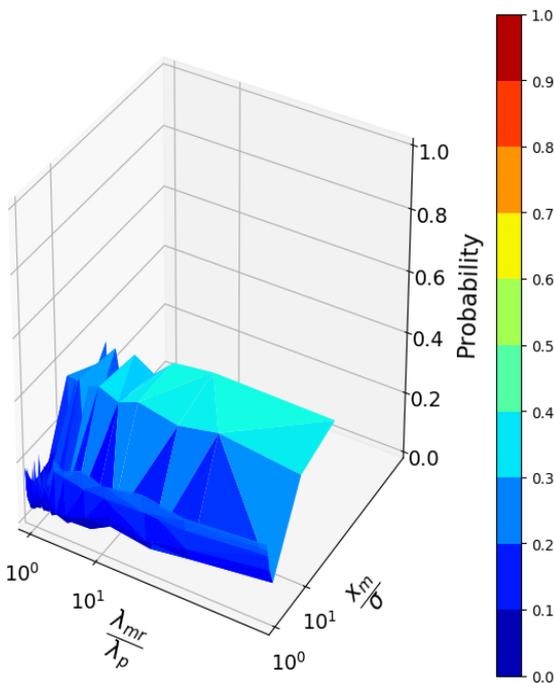


Рис. 5. Оценки K , построенные с помощью линейного алгоритма

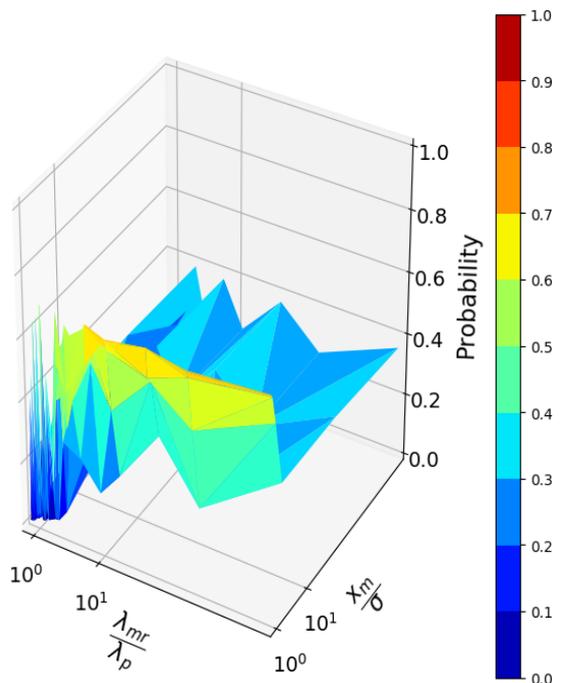


Рис. 6. Оценки K , построенные с помощью итеративного сжимающего стохастического оператора

Вывод. Проведенное исследование качества интервальных оценок параметров модели Леви, построенных с помощью сжимающего стохастического оператора, позволяет сделать следующие выводы.

Качество построенных с помощью сжимающего стохастического оператора интервальных оценок зависит от качества работы оператора G_{gauss} , который определяет местоположения и амплитуды выбросов.

В дальнейшем предполагается анализ качества интервальных оценок, когда идентификация выбросов будет реализована другими алгоритмами и на основе других моделей, отличных от аппроксимации модуля первых разностей отраженным нормальным распределением.

ЛИТЕРАТУРА:

1. А.С. Тетюхин, А.А. Сидоровская, А.А. Иванков. Качество интервальных оценок параметров аддитивной модели процесса Леви, подход, основанный на результатах аппроксимации первых разностей отраженным нормальным распределением. — Неделя науки СПбПУ: материалы научной конференции с международным участием. Институт прикладной математики и механики – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2017, с. 91 – 93
2. Сидоровская А.А. Реализация алгоритма фильтра частиц для оценивания параметров модели в форме суммы процессов Леви. — СПб.: СПбПУ Петра Великого, 2015.
3. Тетюхин А.С. Качество интервальных оценок параметров аддитивной модели процесса Леви; подход, основанный на результатах аппроксимации первых разностей отраженным нормальным распределением. — СПб.: СПбПУ Петра Великого, 2018.

УДК 519.856.3

С.-Р. Нкодиа, А. А. Иванков

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

О СМЕЩЕНИИ М-ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ ОДНОЙ АДДИТИВНОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ЛЕВИ. ИССЛЕДОВАНИЕ ДОПРЕДЕЛЬНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Решая прикладные задачи, исследователям приходится иметь дело с исходными данными ограниченного объема. Отсутствие аналитических оценок функции распределения ординат случайного процесса, которые используются для интерпретации этих данных, порождает еще одну задачу: построение оценок допредельных распределений. В нашем случае рассматривается аддитивная модель как сумма двух случайных процессов, один из которых является стационарным в узком смысле, а второй процесс со скачками и возвращением к среднему.

$$Z(t) = X(t) + Y(t), \quad (1)$$

где $X(t)$ это винеровский случайный процесс $W(\mu, \sigma^2)$. Второе слагаемое $Y(t)$ определяет вклад скачков в ординаты $Z(t)$.

Амплитуда скачков — это случайная величина из семейства субэкспоненциальных распределений. В связи с этим возникает ряд вопросов, касающихся существования моментов у распределения, используемого для аппроксимации исходных данных. Ответы на эти вопросы и определяют выбор того или иного метода оценивания параметров подобных моделей.

В данной работе на некотором компакте из пространства параметров рассматриваемого аддитивного процесса Леви было проведено исследование качества М-оценок, полученных в результате работы алгоритма, согласно [3].

Оценка параметров $\bar{\theta}$ модели $Z(t; \bar{\theta})$ осуществлялась методом максимального правдоподобия. В качестве целевой функции использовали логарифмическую функцию правдоподобия:

$$\ln L(q | \bar{\theta}) = \sum_{i=1}^K \ln f_Z(Z(t_i) | \bar{\theta}), \quad (2)$$

где $q = (Z(t_1), Z(t_2), \dots, Z(t_K))$ – реализация случайного процесса объема K , $\bar{\theta}$ – вектор оцениваемых параметров процесса $Z(t)$, плотность распределения ординат которого – f_Z .

Алгоритм оценивания – двухшаговая процедура: случайный поиск с последующим уточнением М-оценок квазиньютоновским методом Дэвидона-Флетчера-Пауэла.

Размеры реализаций соизмеримы с типичными объемами входных данных, с которым мы имеем дело при построении моделей экономических, физических и биологических процессов. М-оценки являются в общем случае только асимптотически несмещенными. Имея дело с реализациями ограниченного размера, мы неизбежно получаем смещенные оценки параметров модели. В связи с этим возникает интерес к допредельным распределениям этих смещений. Ими можно было бы руководствоваться уже при поиске ответа на вопрос о существовании первых моментов распределения амплитуд скачков.

Выбор компактов в параметрическом пространстве модели осуществляли согласно результатам работ, выполненных ранее [1], [2]. На построенных таким образом модельных реализациях многократно решалась задача оптимизации методом, изложенным в [3].

Второе слагаемое модели (1) выражается суммой из d слагаемых, где d – случайное количество скачков на промежутке времени $[0, t]$. Вероятность появления скачка p подчиняется распределению Пуассона. События из пуассоновского потока событий достаточно редки, поэтому в каждой ординате $Z(t)$ рассматривается вклад до трех предыдущих скачков. Наличие скачков в момент t определяется индикаторной функцией $I(t \geq t_i)$, где t_i момент появления i -го скачка:

$$Y(t) = \sum_{i=1}^d P(i; a; k) I(t \geq t_i) e^{-\lambda(t-t_i)} \quad (3)$$

Амплитуда скачков распределена по закону Парето с параметрами a и k :

$$f_P(y) = \begin{cases} ka^k y^{-(k+1)}, & x \geq a, k > 0 \\ 0, & x < a \end{cases}$$

Таким образом, для генерации реализации случайного процесса в соответствии с моделью (1) задавались значения вектора параметров

$$\bar{\theta} = (\mu, \sigma, k, a, \lambda, p) \quad (4)$$

Исследование полученных М-оценок, а именно их смещения, проводилось на множестве полученных решений (4).

Основной интерес представляют маргинальные распределения смещений М-оценок параметров масштаба a и формы k распределения (3). На основе эмпирических оценок функций распределения и выборочной плотности, приведенных на рисунках 1 и 2, можно сделать вывод, что распределение смещения параметра a близко к равномерному, а распределение смещения коэффициента k наиболее напоминает Бета-распределение.

В таблице 1 представлены оценки выборочного среднего, выборочной дисперсии и двух порядковых статистик, построенных на основе выборки из маргинальных распределений смещений М-оценок параметров (4).

Табл. 1. Выборочные характеристики распределений смещений М-оценок параметров (4)

Смещение	Выборочное среднее	Выборочная дисперсия	К-ая порядковая статистика	1-ая порядковая статистика
Δa	0,0927	0,0033	0,2027	0,0001
Δk	0,4536	0,0896	0,9907	0,0195

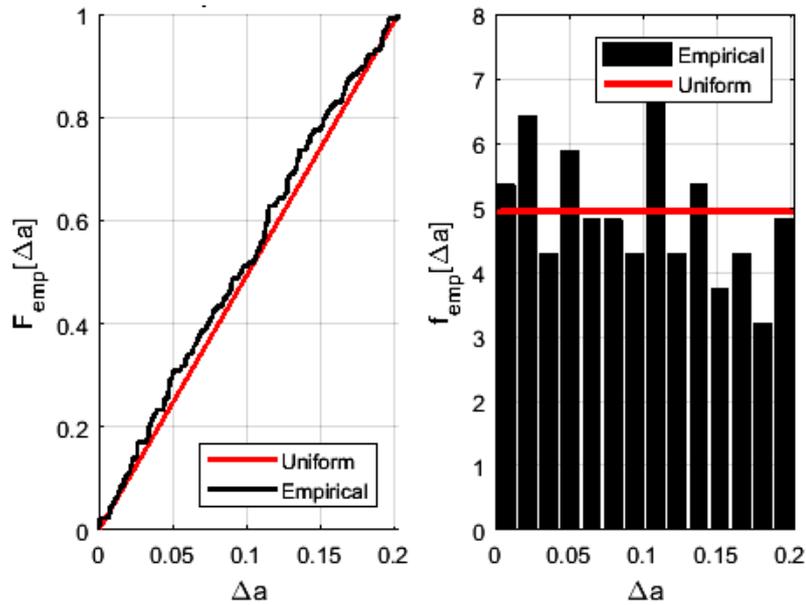


Рис. 1. Аппроксимация оценок эмпирической функции распределения (слева) и выборочной плотности (справа) М-оценки a функцией распределения и плотностью распределения равномерного закона

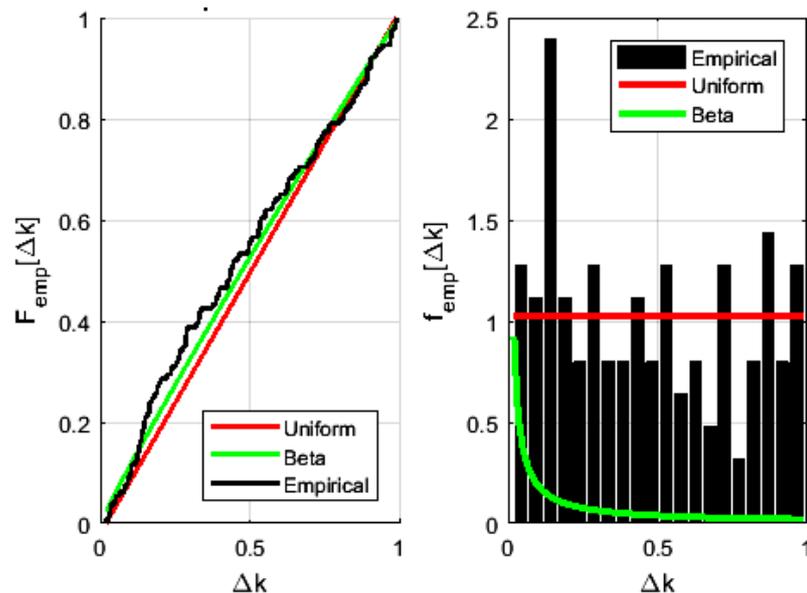


Рис. 2. Оценки эмпирической функции распределения М-оценки k (слева) и выборочной плотности М-оценки k (справа). Аппроксимация равномерным и бета распределением

Кроме того, для векторов параметров, заданных при генерации модельных данных, было посчитано значение логарифмической функции правдоподобия (2) для последующего сравнения со значением, полученным в результате работы максимизирующего алгоритма. Модуль разности этих значений обозначен за $\Delta \ln L$. В ходе вычислительного эксперимента было установлено, что значение логарифмической функции правдоподобия $\ln L$ вычисляется с точностью до четвертого знака. Анализ полученных результатов позволил сделать вывод о том, что величина смещения параметров М-оценок не зависит от величины смещения $\Delta \ln L$.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Сидоровская А.А.: Реализация алгоритма фильтра частиц для оценивания параметров модели в форме суммы процессов Леви: выпускная работа магистра. СПб. СПбПУ, 2015.
2. Aït-Sahalia Y. *Nonparametric functional estimation with applications to financial models. PhD dissertation.* Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Economics, 1993.
3. Нюдия С.-Р.: Оптимизация алгоритма вычисления функции правдоподобия в задаче оценивания параметров аддитивной модели процесса Леви: выпускная работа бакалавра. СПб. СПбПУ, 2017.

ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ
КЛАССИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ТРАНСФОРМАТОРА
НА ПОГРЕШНОСТЬ РАСЧЕТА ТОКОВ В ОБМОТКАХ

Введение

Большая часть математических моделей устройств, рассматриваемых в электротехнике, имеют вид систем уравнений, алгебраических или дифференциальных. Коэффициенты этих систем уравнений определяются из различных экспериментов. Решение системы уравнений воспроизводит поведение моделируемого устройства. Оценка связи между погрешностью измеряемых в эксперименте коэффициентов и погрешностью воспроизведения процессов в математической модели весьма важна при решении практических задач.

В работе рассматривается связь между погрешностью измеряемых в эксперименте коэффициентов и погрешностью расчета тока в первичной обмотке двухобмоточного трансформатора при использовании классических уравнений этого устройства [1]:

$$\begin{cases} u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ -M \frac{di_1}{dt} = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + u_H \end{cases} \quad (1)$$

где u_1 - первичное напряжение, i_1, i_2 - токи в первичной и вторичной обмотках, L_1, L_2 - индуктивности первичной и вторичной обмоток, M - взаимная индуктивность, R_1, R_2 - активные сопротивления первичной и вторичной обмоток, u_H - напряжение на нагрузке трансформатора.

Чрезвычайно высокая скорость обработки информации, которую обеспечивают современные компьютеры, делает актуальным рассмотрение возможности использования уравнений (1) к расчету токов в трансформаторе. В работе дается анализ погрешности расчета переходного процесса в трансформаторе с использованием уравнений (1). 3D FEA модель трансформатора, полученная на основе (1), дополнена расчетом токов и напряжений в электрической цепи, присоединенной к трансформатору [2]. Расчет выполнен аспирантом пекинского университета (Tsinghua University) Ли Хао (Li Hao). Измерения выполнены в СПб Политехническом университете на кафедре ТЭЭ института ИЭ и ТС. Конструкция и геометрические размеры исследуемого трансформатора даны в [2].

Сравнение результатов расчета и измерений

Расчеты и измерения первичного тока I_1 , исследуемого трансформатора выполнены при действии первичного синусоидального напряжения с частотой $f=50$ Гц, для значений этого напряжения, когда данный трансформатор можно считать линейным. Для данного трансформатора $L_1=L_2=L$. Нагрузкой трансформатора являлся реостат. Измеренные значения сопротивлений нагрузки даны в таблице 1. В этой же таблице даны измеренные и рассчитанные значения первичного тока при различных значениях сопротивлений нагрузки при первичном напряжении 60 В.

Табл. 1. Результаты расчета и измерений

#	1	2	3	4	5
$R_{нагр}, Ом$	61	31	19	6.1	0
$I_1, А, измерение$	0.93	1.45	1.92	2.38	2.47
$I_1, А, расчет$	0,942	1,562	2,224	3,213	3,348

Класс точности измерительных приборов (амперметра и вольтметра) 0,5, погрешность измерений не превышает 1%. Разница между расчетными и экспериментальными результатами увеличивается при уменьшении нагрузки и составляет 36 % при коротком замыкании. Для упрощения анализа погрешности расчета токов в исследуемом трансформаторе рассмотрим уравнение (1) для установившегося режима при действии синусоидального напряжения u_1 на входе трансформатора. Решение системы (1) в комплексной форме имеет вид [1]:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\left(R + \frac{\omega^2 M^2 (R + R_H)}{(R + R_H)^2 + (\omega L)^2} \right) + j \left(\omega L - \frac{\omega^2 M^2 (\omega L)}{(R + R_H)^2 + (\omega L)^2} \right)}, \quad (2)$$

где $\omega = 2\pi f$.

Экспериментальное определение параметров уравнений трансформатора

В (1, 2) входит параметр \dot{U}_1 , который непосредственно измеряется в опыте. Параметры L, M, R , рассчитываются на основании данных, полученных из опытов. Формулы для расчета этих параметров даны ниже:

$$Z = U_{1Э} / I_{1Э}, R_{КЗ} = P_{КЗ} / I_{КЗ}^2, X = U_{XX2Э} / I_{1Э}, \quad (3)$$

$$R = R_{КЗ} / 2, X = \sqrt{Z^2 - R^2}, L = X / \omega, M = X_M / \omega, \quad (4)$$

где $U_{1Э}, I_{1Э}$ – действующие значения первичного напряжения и тока в опыте холостого хода, $U_{XX2Э}$ – действующее значение напряжения на зажимах вторичной обмотки в опыте холостого хода, $P_{1Э}, I_{КЗЭ}$ – активная мощность и первичный ток в опыте короткого замыкания, $U_{НЭ}, I_{НЭ}$ напряжение и ток на нагрузке. Все параметры, помеченные индексом «Э», измеряются в опытах холостого хода или короткого замыкания.

Статистический анализ погрешности расчета первичного тока. Для статистического анализа погрешности расчета первичного тока проведен абстрактный эксперимент, в результате которого исследован закон распределения случайной величины X – погрешности расчета первичного тока. Абстрактный эксперимент состоит из $k=10^6$ опытов для каждой нагрузки трансформатора. Значения величин $U_{1Э}, I_{1Э}, P_{1Э}, U_{XX2Э}$, которые необходимы для расчета параметров, входящих в (2), находятся из опытов. Далее по формулам (3), (4) находим параметры L, M, R . Подставляя эти параметры в (2) находим значение первичного тока $I_{ТОЧН}$ при каждом активном сопротивлении нагрузки R_H из таблицы 1. Это значение тока в дальнейшем считаем точным значением. На следующем этапе задаем погрешность ε % измерения $U_{1Э}, I_{1Э}, P_{1Э}, U_{XX2Э}$, одинаковую для каждого значения сопротивления нагрузки. В каждом эксперименте для каждой измеряемой величины $U_{1Э}, I_{1Э}, P_{1Э}, U_{XX2Э}$ погрешность измерения этих величин задается нормальным законом распределения случайной величины $\varepsilon \cdot randn$ % ($randn$ формирует случайные числа, распределенные по нормальному закону в интервале (0,0;1,0)). Например, для первичных напряжения и тока в k -ом абстрактном эксперименте получаем:

$$U_{1k} = U_{1Э} \left(1 + \frac{\varepsilon}{100} \cdot randn \right), I_{1k} = I_{1Э} \left(1 + \frac{\varepsilon}{100} \cdot randn \right) \quad (5)$$

Эти значения используются для расчета L_K , M_K , R_K и $I_{k1Э}$ в k -ом эксперименте. Погрешность расчета первичного тока в k -ом эксперименте определяется формулой:

$$x_k = \text{abs}(I_{kЭ} - I_{\text{ТОЧН}}) / I_{\text{ТОЧН}} \cdot \quad (6)$$

Результаты расчета представлены в виде гистограмм и эмпирических функций распределения случайной величины X - относительной погрешности расчета первичного тока в абстрактном эксперименте, состоящем из $k=10^6$ опытов для каждой нагрузки трансформатора при разных значениях погрешности измерения ε . При построении эмпирической функции распределения по оси абсцисс откладывается погрешность расчета первичного тока x . По оси ординат отложена относительная частота получения погрешности расчета первичного тока, $F_k^*(x) = P^*(X < x)$, где P^* - относительная частота события: относительная погрешность расчета первичного тока X меньше заданной погрешности x .

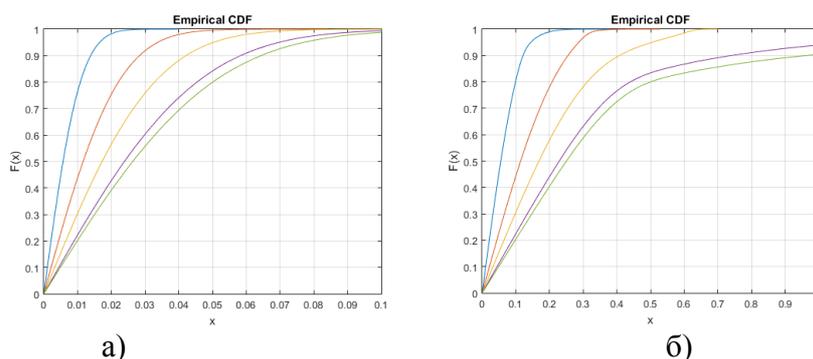


Рис. 1. Эмпирические функции распределения

Для примера на рисунке 1а даны эмпирические функции распределения для погрешности измерения $\varepsilon = 0,1 \%$, на рис.1б для погрешности $\varepsilon = 1\%$. На этих рисунках синий цвет соответствует нагрузке 61 Ом, красный - 31 Ом, желтый - 19 Ом, фиолетовый - 6,1 Ом, зеленый - короткому замыканию. Эмпирические функции распределения на рис.1 показывают, что относительная погрешность расчета первичного тока увеличивается при уменьшении сопротивления нагрузки, что соответствует результатам, представленным в таблице 1. Для получения погрешности расчета не более 10% для всех сопротивлений нагрузки необходимо, чтобы погрешность измерения была менее 0,1 %. Если погрешность измерения составляет 1%, то относительная частота получения погрешности расчета тока менее 10 % составляет 0,8 для нагрузки 61 Ом и только 0,2 для короткого замыкания. Этим объясняется большая погрешность расчета 3D FEA при коротком замыкании трансформатора (табл. 1).

Расчеты показали, что для получения удовлетворительной точности расчета первичного тока необходимо уменьшить погрешность измерения до $10^{-3} \%$. Такое уменьшение погрешности измерений является сложной технической задачей и делает рассмотренный подход к расчету токов в трансформаторе неэффективным при разработке новых конструкций.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники. СПб: Питер, 2009.-430с.:ил.
2. Liudmila I. Sakhno, Olga I. Sakhno, Nikolay V. Korovkin, Li Hao. Transformer under load condition: comparison of FEA and equivalent circuit analysis// Тезисы доклада на XXV международном симпозиуме «Электромагнитные явления в нелинейных цепях» с 26 по 29 июня, 2018 в Appase, Франция, https://epnc-2018.sciencesconf.org/data/pages/P5_light_for_web.pdf

ОБОБЩЕННЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПЕРРИНА И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЬ
С МАТРИЦАМИ И ДИСКРИМИНАНТОМ

Цель работы – доказательство новой формулы, касающейся обобщённой линейной рекуррентности Перрина и матриц.

Актуальность. Матрицы и линейные рекуррентности широко используются в прикладной математике, информатике и технике [1]. В настоящее время в мировой литературе просматривается повышенный интерес к вопросам взаимосвязи матриц и рекуррентных последовательностей [2].

Определения. Определяем последовательность Перрина [3] k -того порядка $a^{(k)}_n$ следующим образом:

$$a^{(k)}_0 = k, a^{(k)}_1 = \dots = a^{(k)}_{k-2} = 0, a^{(k)}_{k-1} = k - 1 \tag{1}$$

$$a^{(k)}_{n+k} = a^{(k)}_n + a^{(k)}_{n+1} \text{ для всех } n \in \mathbb{N} \tag{2}$$

Теория линейных рекуррентности говорит нам, что

$$a^{(k)}_n = \sum_{i=1}^k \alpha_i^n \tag{3}$$

где $\alpha_1, \dots, \alpha_k$ – это корни $f(X) = X^k - X - 1$.

Результаты. Пусть

$$\begin{pmatrix} a^{(k)}_{n-k+1} & a^{(k)}_{n-k+2} & \dots & a^{(k)}_{n-1} & a^{(k)}_n \\ a^{(k)}_{n-k+2} & a^{(k)}_{n-k+3} & & a^{(k)}_n & a^{(k)}_{n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a^{(k)}_{n-1} & a^{(k)}_n & & & a^{(k)}_{n+k-2} \\ a^{(k)}_n & a^{(k)}_{n+1} & \dots & a^{(k)}_{n+k-2} & a^{(k)}_{n+k-1} \end{pmatrix} = A_{n,k}$$

Рис. 1. Определение матрицы $A_{n,k}$

Тогда для всех $k \in N, n \in N_{>k-2}$ получаем

$$\begin{aligned} \det(A_{n,k}) &= (-1)^{(n-k+1)(k-1)} \text{disc}(x^k - x - 1) = \\ &= \begin{cases} (-1)^{\binom{k}{2}} (k^k (-1)^{k-1} + (-1)^{2k-1} (k-1)^{k-1}), & \text{для } k \equiv_2 1, \text{ или } n \equiv_2 k-1 \\ (-1)^{\binom{k}{2}+1} (k^k (-1)^{k-1} + (-1)^{2k-1} (k-1)^{k-1}), & \text{для } k \equiv_2 0 \text{ и } n \equiv_2 k \end{cases} \end{aligned} \tag{4}$$

Доказательство.

Прежде всего докажем, что для всех $k \in N, n \in N_{>k-2}$

$$\det(A_{n+1,k}) = (-1)^{k-1} \det(A_{n,k}) \tag{5}$$

Очевидно, что матрицы $A_{n,k}, A_{n+1,k}$ (рис. 1) отличаются в двух столбцах: первый столбец $A_{n,k}$ не появляется в $A_{n+1,k}$, а последний столбец $A_{n+1,k}$ не появляется в $A_{n,k}$. Более того, последний столбец $A_{n+1,k}$ – это сумма первого и второго столбца $A_{n,k}$, что следует из определения $a^{(k)}_n$, а также на основании того, что $(i+1)$ -ый столбец $A_{n,k}$ – это i -ый столбец $A_{n+1,k}$ для каждого $i \in \{1, 2, \dots, k-1\}$. Прибавляя второй столбец к первому в $A_{n,k}$, получаем $A'_{n+1,k}$, что является матрицей $A_{n+1,k}$ с переставленными столбцами. При этом первый столбец $A'_{n+1,k}$ такой же, как и последний столбец $A_{n+1,k}$.

Таким образом, $A_{n+1,k}$ может образоваться из $A'_{n+1,k}$, если переставить столбцы по следующему алгоритму. Пусть c_i обозначает i -ый столбец $A'_{n+1,k}$. Сначала переставляем

c_1, c_k , потом c_1, c_{k-1} , далее c_1, c_{k-2}, \dots , в конце c_1, c_2 . Известным фактом является то, что добавление столбца к столбцу не изменяет детерминанты, но перестановка столбцов меняет знак, так что

$$\det(A_{n+1,k}) = (-1)^{k-1} \det(A'_{n+1,k}) = (-1)^{k-1} \det(A_{n,k}) \quad (7)$$

Отсюда следует, что

$$\det(A_{n+1,k}) = (-1)^{(n-k+2)(k-1)} \det(A_{k-1,k}) \quad (8)$$

Таким образом, достаточно посчитать $\det(A_{k-1,k})$. Для визуализации представляем далее матрицу $A_{k-1,k}$ (рис. 2):

$$\begin{pmatrix} a_0^{(k)} & a_1^{(k)} & \dots & a_{k-2}^{(k)} & a_{k-1}^{(k)} \\ a_1^{(k)} & a_2^{(k)} & & a_{k-1}^{(k)} & a_k^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{k-2}^{(k)} & a_{k-1}^{(k)} & & a_{2k-3}^{(k)} & a_{2k-2}^{(k)} \\ a_{k-1}^{(k)} & a_k^{(k)} & \dots & a_{2k-3}^{(k)} & a_{2k-2}^{(k)} \end{pmatrix} = A_{k-1,k}$$

Рис. 2. Матрица $A_{k-1,k}$

По определению $a_n^{(k)}$ видно, что первые $2k-1$ элементов последовательности — это $k, 0, 0, \dots, 0, k-1, k, 0, 0, \dots, k-1$, где в первом блоке $k-2$ нулей, а во втором блоке $k-3$. Откуда следует, что

$$\begin{pmatrix} k & 0 & \dots & 0 & k-1 \\ 0 & 0 & & k-1 & k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & k-1 & & 0 & 0 \\ k-1 & k & \dots & 0 & k-1 \end{pmatrix} = A_{k-1,k}$$

Рис. 3. Матрица $A_{k-1,k}$

Используя теорему Лапласа для детерминанта (Рис.3), получаем

$$\det(A_{k-1,k}) = (-1)^{\binom{k}{2}} (k^k (-1)^{k-1} + (-1)^{2k-1} (k-1)^{k-1}) \quad (9)$$

что равняется дискриминанту многочлена $\text{disc}(x^k - x - 1)$. Это следует из формулы для дискриминанта многочлена $x^n + ax + b$ [4]. Конец доказательства.

В частности для последовательности Перрина 3-его порядка получаем:

$$\begin{aligned} -23 &= \det(A_{n,3}) = \\ &= a_{n-2}^{(3)} a_n^{(3)} a_{n+2}^{(3)} - a_{n-2}^{(3)} a_{n+1}^{(3)2} - a_{n+2}^{(3)} a_{n-1}^{(3)2} + 2a_{n-1}^{(3)} a_n^{(3)} a_{n+1}^{(3)} - a_n^{(3)3} \end{aligned} \quad (10)$$

Заключение. Полученный результат может быть использован для исследования свойств нулей последовательности $a_n^{(k)} \pmod p$, где p — это простое число.

ЛИТЕРАТУРА:

1. M.R. Schroeder, Number Theory in Science and Communication: With Applications in Cryptography, Physics, Digital Information, Computing, and Self-Similarity, Springer, 2005
2. Tianxiao He, Jeff H.-C. Liao, Peter J.-S. Shiue, Matrix Representation of Recursive Sequences of Order 3 and Its Applications, Journal of Mathematical Research with Applications, 2018, Vol. 38, No. 3, pp. 221–235
3. Sequence A001608, OEIS, <https://oeis.org/A001608>
4. Michael Artin, Algebra, 2nd ed. Pearson, 2010

СЕКЦИЯ «БИОМЕХАНИКА»

УДК 539.3

М.Д. Степанов¹, Н. А. Харалдин¹, А. В. Степанов¹, М.В. Алешин¹, А. И. Боровков²
¹ ООО Лаборатория "Вычислительная механика" (CompMechLab® LLC)
² Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОРСА ЧЕЛОВЕКА С ЦЕЛЬЮ АНАЛИЗА ТЯЖЕСТИ ЗАБРОНЕВЫХ ТРАВМ

Аннотация. Рассматривается вычислительная конечно-элементная модель туловища человека, разработанная для испытаний на баллистическое воздействие. Модель туловища, в составе внутренних органов (легкие, сердце, печень, желудок и селезенку), костей (ребра, грудина, хрящи и упрощенная модель позвоночника), мышц и кожи (с учетом подкожного жира), была разработана в рамках программного комплекса конечно-элементного анализа LS-DYNA. Геометрическая модель (рис. 1) была разработана на основе данных МРТ среднестатистического мужчины.

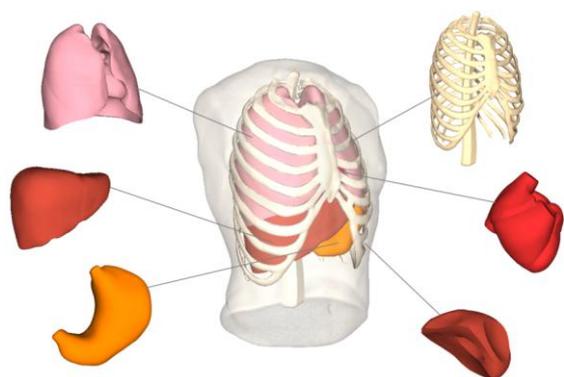


Рис. 1. Геометрическая модель торса человека

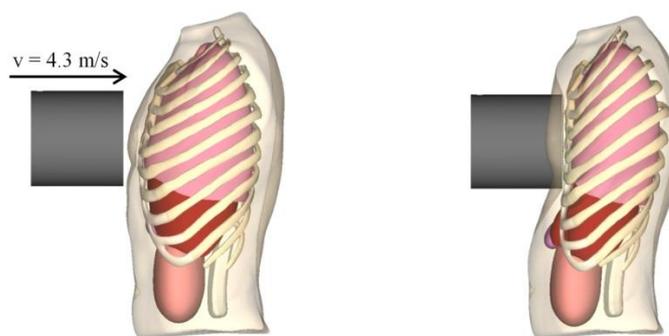


Рис. 2. Положение грудной клетки в начальный момент валидационного эксперимента и по прошествии 0.002 сек: вид сбоку

При разработке математических моделей материалов внутренних органов принято во внимание вязкоупругое поведение биологических тканей, в то время как материалом для моделирования костных тканей был выбран эласто-пластичный, с учетом возможности моделирования перелома костей.

Математические модели материалов каждого органа и типа костей были отвалидированы с помощью экспериментов, представленных в литературе [1, 2]. При разработке математической модели селезенки с помощью программы LS-opt была проведена оптимизация параметров вязкоупругой модели с привлечением экспериментальных кривых [3].

Полномасштабная математическая модель туловища была отвалидирована на основе экспериментов на трупах, найденных в литературе [4]. В качестве основного эксперимента был выбран фронтальный удар в грудь цилиндрическим импактором (рис. 2,3).

Сравнение результатов физических и виртуальных экспериментов показало, что разработанная модель хорошо согласуется с реальным образцом туловища.

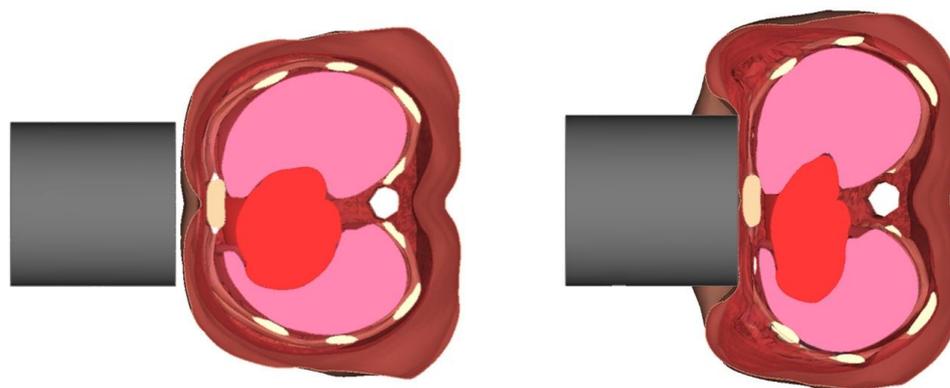


Рис. 36. Положение грудной клетки в начальный момент валидационного эксперимента и по прошествии 0.002 сек: вид снизу в разрезе

В рамках представляемого численного эксперимента было проведено моделирование удара 40 миллиметрового стального шарика (массой 262 грамма) в торс человека. Всего было проведено 42 испытания: обстрелы 21-ой зоны для двух энергий шарика, 40 Дж и 80 Дж (принятые нами пороговыми значениями для средней и тяжелой степени травм [5]). На рисунке 4 представлено распределение поля напряжений в разные моменты времени на примере обстрела центральной части грудины.

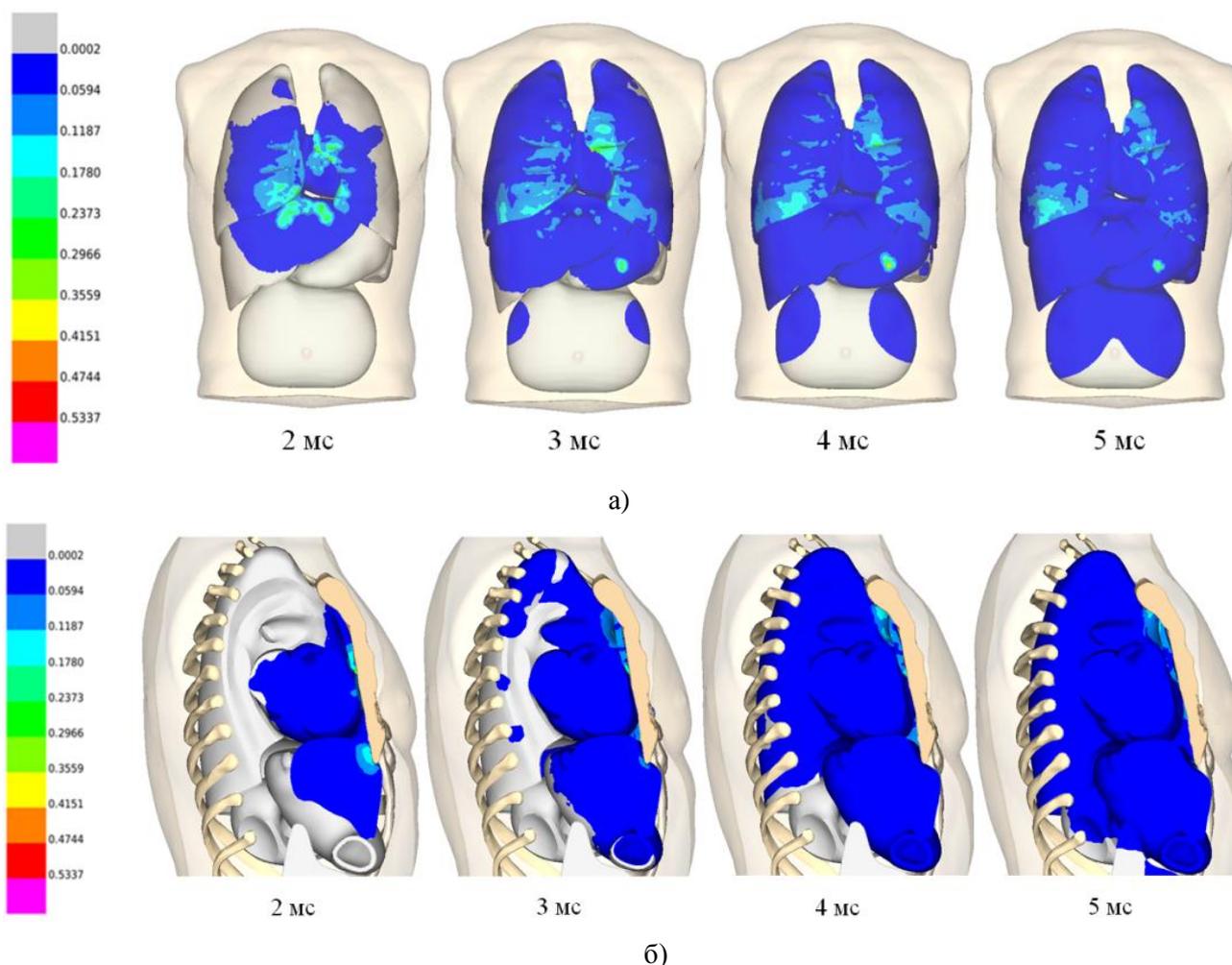


Рис. 47. Распределение поля напряжений (МПа): а) вид спереди; б) вид сбоку в разрезе

Полученные графики давлений в органах были отфильтрованы с использованием фильтра CFC5000. При выборе фильтра для обработки кривых давлений проводилось исследование интегральной сходимости фильтров CFC600, CFC1000, CFC5000, CFC10000. Исследование показало, что выбранный фильтр не вносит большой погрешности в окончательный результат.

Сравнение полученных графиков давлений не является исчерпывающим способом оценки степени тяжести полученных травм, так как неизвестно, что принесет большие повреждения: высокочастотный импульс с большой амплитудой или длительный импульс с меньшей амплитудой.

Использование алгоритма обработки «скользящего окна» позволило получить из отфильтрованных графиков кривые толерантности для оценки степени тяжести травм, полученных при выстреле в центральную часть грудины.

Полученные графики можно использовать как критерии тяжести травм, полученных при баллистических испытаниях. Таким образом, при проведении виртуального испытания нового образца бронезащиты могут быть получены кривые толерантности для каждого органа в модели торса. Затем полученные кривые для нового образца сравниваются с критериальными коридорами давления, и делается вывод о предполагаемом характере травм и степени их тяжести.

Вывод. Таким образом, возможность исследования характера заброневого контузионной травмы позволяет применять модель туловища для разработки и тестирования элементов индивидуальной защиты человека. В свою очередь, применение компьютерного моделирования обеспечивает сокращение времени на разработку новых образцов индивидуальной защиты и затрат на их производство. Разработанную цифровую модель человеческого торса можно использовать также и в автомобильной промышленности с целью детального прогнозирования повреждений, полученных человеком при проведении виртуальных краш-тестов.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ward E. E. et al. Modeling the effects of blast on the human thorax using high strain rate viscoelastic properties of human tissue //IUTAM Symposium on Impact Biomechanics: From Fundamental Insights to Applications. – Springer, Dordrecht, 2005. – С. 17-24.
2. Saraf H. et al. Mechanical properties of soft human tissues under dynamic loading //Journal of biomechanics. – 2007. – Т. 40. – №. 9. – С. 1960-1967.
3. Kemper A. et al. Multi-scale biomechanical characterization of human liver and spleen //Proceedings of the 22nd Enhanced Safety of Vehicles Conference. – 2011. – Т. 11. – С. 0195.
4. Poulard D., Subit D. Unveiling the structural response of the ribcage: contribution of the intercostal muscles to the thoracic mechanical response //24th International Technical Conference on the Enhanced Safety of Vehicles (ESV) National Highway Traffic Safety Administration. – 2015. – №. 15-0387.
5. Супрун А.Ю., Денисов А.В., Супрун Т.Ю., Жирнова Н.А., Демченко К.Н. Влияние тяжести ушиба легких на течение травматической болезни при сочетанной травме груди // Вестн. Российской Военно-медицинской академии. – № 2 (58) – 2017 г., – с. 92–99.

THEORETICAL MODEL AND SIMULATION OF
CEREBRAL ARTERIOVENOUS MALFORMATION

Introduction. For the last 20 years the investigation in Cerebral Arteriovenous malformations (CAVM) has been growing in order to find out what causes this type of abnormal connections between arteries and veins (Fig. 1). However, even for now researchers still don't have a concrete explanation.

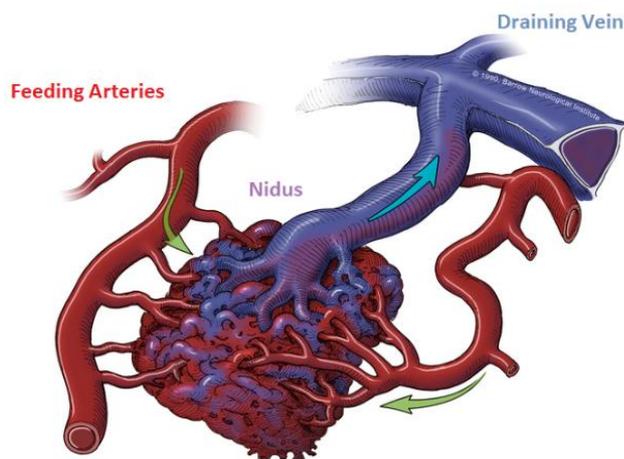


Fig. 1. Schematic representation of an arteriovenous malformation with a draining vein and a vessel that enters the AVM on the right without passing through the AVM and a vessel en passant that skirts the AVM

It is feasible that AVMs are a compensatory response to abnormal hemodynamics. Brain AVMs develop, grow, regress, and reappear to accommodate hemodynamic abnormalities such as high flow, arterial hypotension, venous hypertension, and impaired or nonexistent flow regulation. Normal vessels physiologically degenerate to minimize the number of redundant vessels and decrease the total volume of blood; this resultant vascular adaptation and pruning can lead to vascular instability and shunt formation [2]. Individual vessels then compensate, adjusting their radii to bring shear stress back within acceptable limits. The resultant architecture of the arterial tree manifests as a brain CAVM.

The dynamic nature of brain CAVMs is at least in part attributable to hemodynamic and flow-related phenomena. Describing the blood flow on an evolving structure are critical to understanding the challenges in endovascular and surgical therapy. As knowledge in this field continues to progress, the natural history and predicted behavior of these CAVMs will become more clearly elucidated.

The goal of research is to construct a simple mathematical model of the CAVM, conduct a simulation using Software that will allow performing a numerical assessment of the blood flow, which is feeding the brain tissue in hemodynamical aspects. Such a model aims at providing an objective understanding on the fluid dynamics of CAVM. This motivating example sets two requirements on our model. First, the description of a simplest model of CAVM. Second, creation of more complex models which includes different abnormal connections between the artery and the vein. We are interested in finding out and analyzing the “OutFlow” supply which is needed for normal functioning of the brain tissue.

Computational model. The simplest geometric model of CAVM is created in the program package SolidWorks. Artery and vein are modeled as parallel tubes, being on distance of 1.6 mm from each other, abnormal connection is a tube crossing them. Diameters of artery and abnormal connection are equal to 0.15 mm, diameter of vein is 0.45 mm. Angle between artery and abnormal connection is 45°.

In order to investigate we need to make several assumptions and set the boundary conditions.

We assume that:

1. The vessels are rigid tubes
2. The flow is steady and laminar
3. The input flows are fully developed
4. The blood behaves as non-Newtonian fluid

Boundary conditions:

We apply the boundary conditions at the beginning and at the ending of each vessel.

For artery:

- Inflow rate equals to 98 mm³/s
- Outflow rate equals to 60; 70; 80 mm³/s

For vein:

- The vein input flow is equal to the artery output flow
- The pressure equals ~5334 Pa

Flow simulation is performed through extension for fluid flow simulation in the program SolidWorks. In general the Cartesian mesh approach used in SolidWorks Flow Simulation allows performing conjugate multiphysics calculations, using one computation mesh having fluid cells, solid cells and (multi-CV(Control Volume)) partial cells.

Results. First we investigated the “outflow” supply in the constructed model. We changed the outflow rate from 60 to 80 mm³/s as it’s shown in Fig. 2. In this situation, we can see that when we reduce the outflow rate at the end of the artery, the flow velocity in the abnormal connection increases.

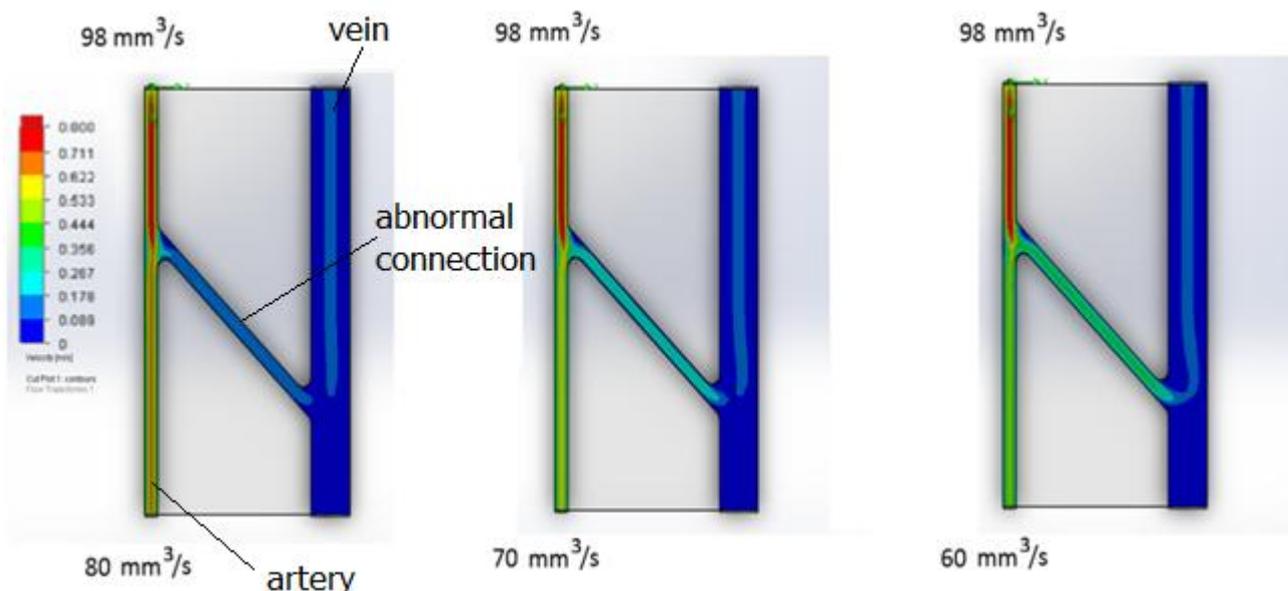


Fig. 2. Velocity fields at the central plane of CAVM model (different outflow rate)

Next we investigated if there is dependency between the orientation of the abnormal connection and the changes of its diameter. As we can see in Fig. 3, when we change the orientation of the abnormal connection, the flow's velocity remains the same. When we reduce the diameter of the abnormal connection the flow increases in the abnormal connection.

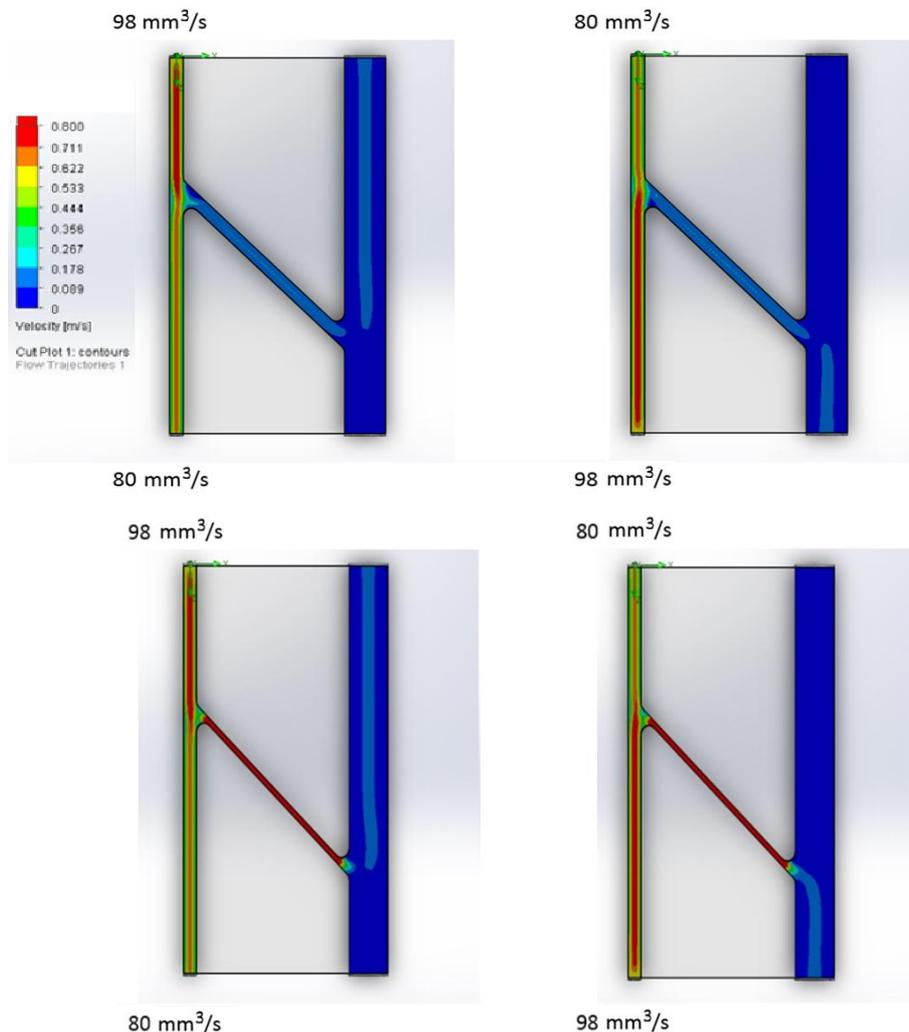


Fig. 3. Velocity fields at the central plane of CAVM model (different orientation and diameter of abnormal connection)

Conclusions.

Results of mathematical modeling and numerical simulation of CAVM can provide an important additional information for Neuropathologists and Neurosurgeons in the process of planning, analysis and decision making before surgery.

The present work is a part of collaborative research activities by scientists from the department of Higher Mathematics, the department of Theoretical Mechanics of the Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University and Specialists in Neuropathology from the Polenov Scientific Research Institute.

REFERENCES:

1. Spetzler RF, Wilson CB, Weinstein P, Mehdorn M, Townsend J, Telles D: Normal perfusion pressure breakthrough theory. Clin Neurosurg 25:651–672, 1978
2. Quick CM, Hashimoto T, Young WL: Lack of flow regulation may explain the development of arteriovenous malformations. Neurol Res 23:641–644, 2001

3. Pries AR, Secomb TW, Gaehtgens P: Structural adaptation and stability of microvascular networks: theory and simulations. Am J Physiol 275:H349–H360, 1998
4. <http://www.mayoclinic.org/diseases-conditions/brain-avm/home/ovc-20129992>
5. http://brainavm.oci.utoronto.ca/malformations/brain_avm_index.htm
6. <http://radiopaedia.org/articles/cerebral-arteriovenous-malformation>

УДК 532.542

А.А. Котмакова, А.Д. Юхнев, Я.А. Гатаулин
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ИССЛЕДОВАНИЕ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ В МОДЕЛИ БИФУРКАЦИИ СОННОЙ АРТЕРИИ СО СТЕНОЗОМ

Атеросклероз сонных артерий – это заболевание, которое характеризуется сужением или полным перекрытием крупных кровеносных сосудов на шее, называемых сонными артериями, в результате образования на стенке артерии атеросклеротической бляшки. Нестабильные бляшки могут разрываться, что приводит к образованию эмболов в кровотоке, которые переносятся вниз по течению, где они вызывают полную окклюзию сосудов и, следовательно, инсульт.

Многочисленные клинические исследования, выполненные в последнее время, позволили зарегистрировать закрученный кровоток в сонных артериях [1-2]. Несмотря на то, что большое количество доказательств указывает на существование закрученного кровотока в сонной артерии, его роль в развитии сердечно-сосудистых заболеваний пока не ясна.

Цель работы – исследовать вихревую структуру потока в течение цикла в моделях бифуркации сонной артерии со стенозами различной степени тяжести.

Модели бифуркации кровеносного сосуда

Геометрические модели общей сонной артерии, использованные для расчета, построены в программе SolidWorks путем осреднения клинических данных КТ-измерений группы пациентов [3]. Модели распечатаны из фотополимера на 3D принтере (рис. 1). Внутренняя и наружная артерии – параллельны, стеноз находится в синусе внутренней сонной артерии. Входной внутренний диаметр – 6 мм, выходные внутренние диаметры – 4 мм, толщина стенки – 1 мм, общая длина – 56 мм. Степень сужения по диаметру

$$STI = \left(1 - \frac{d}{D}\right) \cdot 100\% = 30, 50, 70 \%$$

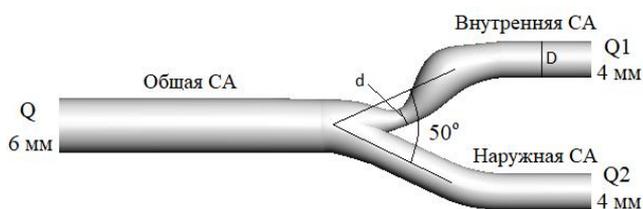


Рис. 1. Модель бифуркации сонной артерии с 50% стенозом

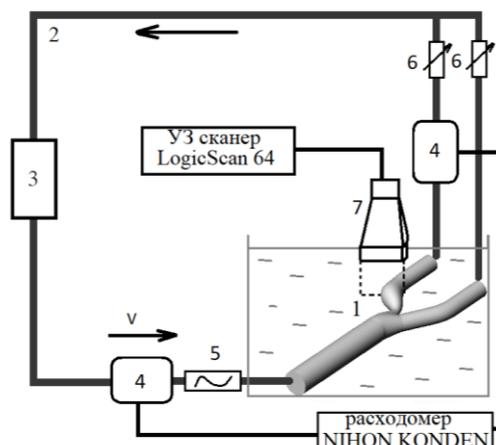


Рис. 2. Схема экспериментальной установки

Экспериментальная установка

Экспериментальное исследование течения проведено на установке (рис. 2). Внутри акустической ванночки находится модель бифуркации сонной артерии со стенозом (1). Гидравлический контур наполнен кровеимитирующей жидкостью, приводимой в движение насосом (3), создающим близкое к физиологическому изменение расхода жидкости во времени. Соотношение расходов 1:1 на ветвях модели бифуркации сонной артерии задано регуляторами (6). На входе исследуемых моделей располагалась скрученная лента, формирующая на выходе закрученный поток, интенсивность которого близка к физиологическому значению – параметр закрутки составляет примерно 0,3.

Методика измерений

Расход жидкости измерялся с помощью электромагнитного расходомера Nihon-Konden-MF46. Измерения максимальных по сечению осевой и окружной скоростей проводились ультразвуковым сканером LogicScan-64 в режимах цветного доплеровского картирования и импульсно-волновом. Измерения максимальных осевой и окружной скоростей проводились вдоль модели в 20-ти поперечных сечениях с шагом 5 мм и измерительным объемом 5 мм.

Методика расчета

Проведен трехмерных расчет течения, для которого геометрия модели сосуда, свойства жидкости и граничные условия взяты из эксперимента. Решались нестационарные осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса с использованием модели турбулентности $k-\omega$ SST. Для крови выбрана модель ньютоновской жидкости, стенки артерии полагались жесткими. Число Рейнольдса определялось по максимальной скорости и задавалось равным 450, число Уомерсли – 4. На входной границе задавалось изменение расхода во времени, взятое из эксперимента. На выходных границах задавался расход на ветвях в соотношении 1:1.

Расчеты пульсирующего трехмерного течения проводились в программном конечно-объемном пакете ANSYS CFX 16.2 со вторым порядком точности пространственной и временной дискретизации. Шаг по времени был равен 0,005 с, количество итераций на одном шаге по времени – 100. Для проведения расчетов построена сетка, состоящая из тетраэдров; у стенки имеется призматический слой, который сгущается к стенке.

Результаты

Закрученное течение, которое существует перед стенозом, трансформируется в двухвихревое течение (вихри Дина) за стенозом (рис. 4). При наличии входной закрутки вихри Дина совершают поворот по направлению закрутки и обратно (рис. 3). Вихревая структура за стенозом поворачивается по направлению закрутки в фазу быстрого уменьшения расхода, и в обратном направлении – в фазу медленного уменьшения расхода.

Вихревая структура меняется во времени для моделей со всеми степенями стеноза. Угол поворота вихрей уменьшается с 17° до 7° с увеличением степени стеноза с 30% до 50%.

Осевая скорость увеличивается в 3 раза в области 50% стеноза и имеет максимальное значение в самом узком месте стеноза, за стенозом происходит отрыв потока, образуется зона обратного течения (рис. 5). Сравнение расчета и эксперимента по максимальной осевой скорости показывает различие в 10% до стеноза, и относительно большое различие значений за стенозом, что связано со сложностью измерений и неустойчивостью течения (рис. 4).

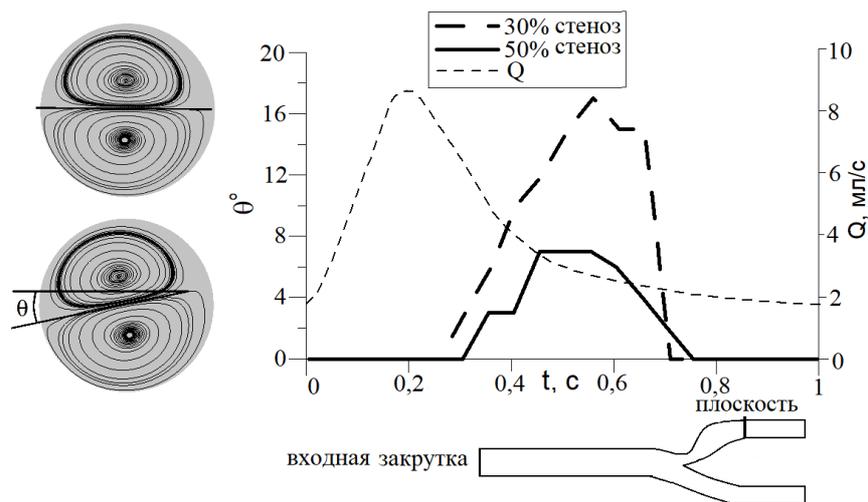


Рис. 3. Влияние степени стеноза на угол поворота вихрей

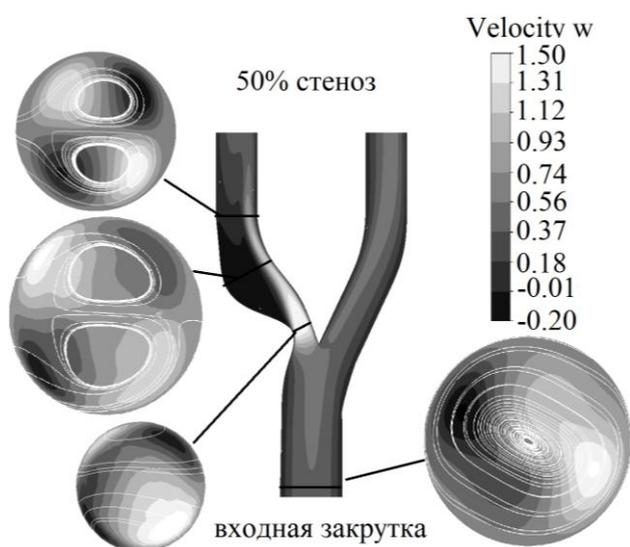


Рис. 4. Поле осевой скорости в центральном сечении, поле поперечной скорости и линии тока в четырех поперечных сечениях в момент максимального расхода

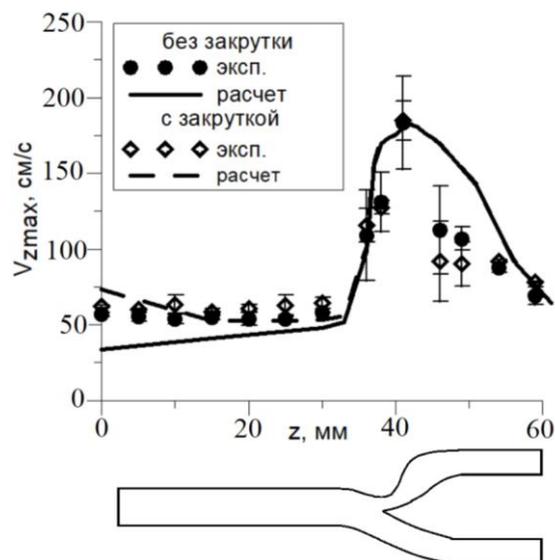


Рис. 5. Распределение максимальной осевой скорости вдоль оси модели сосуда

Выводы. Закрученное течение на входе в бифуркацию сонной артерии трансформируется за стенозом в двухвихревое течение (вихри Дина). Вихревая структура за стенозом поворачивается по направлению закрутки в фазу быстрого уменьшения расхода, и в обратном направлении – в фазу медленного уменьшения расхода. Угол поворота вихрей уменьшается с увеличением степени стеноза.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 15-01-07923 и №18-01-00629).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Куликов В.П., Кирсанов Р.И., Засорин С.В. Доплерографическая регистрация феномена винтового движения крови в общих сонных артериях у людей // Ультразвуковая и функциональная диагностика, 2006, Том 44, №2, с. 96-100.

2. Городков А.Ю., Николаев Д.А. Анализ динамических характеристик закрученного потока крови в аорте на основании изменения геометрических параметров проточного канала с помощью МР-томографии // Бюллетень НЦССХ им. А.Н. Бакулева РАМН, 2003, том 4, №9, с. 67-69.
3. Smith R. F., Rutt B. K., Fox A. J., Rankin R. N. Geometric characterization of stenosed human carotid artery // Academic Radiology, 1996, Vol. 3, №11, pp. 898-911.

УДК 536.5:534-8

Г.А. Мануилов, Я.А. Гатаулин, Д.Э. Сеницына, Е.М. Смирнов, А.Д. Юхнев
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ОТРАБОТКА МЕТОДИКИ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ТЕРМОМЕТРИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТКАНЕЭКВИВАЛЕНТНОГО ТЕСТ-ОБЪЕКТА

Введение. Метод ультразвуковой термометрии (УЗТ) является методом неинвазивного измерения температуры, основанным на чувствительности скорости звука в среде к температуре среды. Основной областью применения метода УЗТ является медицина, а именно диагностика и применение его в комбинации с перспективным в сфере хирургии методом фокусированного ультразвука. В настоящее время в качестве основного метода неинвазивной термометрии выступает магниторезонансный метод. Внедрение метода УЗТ сделает процедуру снятия температурных показаний внутри объекта без внедрения дополнительных датчиков более быстрой и дешевой.

Цель работы – исследование и отработка метода ультразвуковой термометрии на тканеэквивалентном тест-объекте.

Задачи работы:

- освоить и программно реализовать корреляционный метод определения сдвига ультразвуковых (УЗ) сигналов;
- выбрать метод фильтрации и аппроксимации полученных значений сдвига;
- провести эксперимент, включающий регистрацию УЗ сигналов, отраженных от тканеэквивалентного материала, и «эталонные» измерения температуры материала в процессе его нагрева;
- оценить коэффициент тепловой деформации УЗ сигнала по серии экспериментов;
- провести сравнение алгоритма, основанного на корреляционном методе, с алгоритмом, основанном на методе средневзвешенных;
- сопоставить поле приращения температуры, полученное методом УЗТ, с результатами «эталонных» измерений.

Экспериментальная установка. Экспериментальная установка представляет из себя систему, состоящую из тканеимитирующего тест-объекта с нихромовой проволокой внутри и акустическим окном для контакта с УЗ датчиком, шести температурных датчиков, расположенных на известных расстояниях от проволоки, УЗ датчика, источника питания для нагрева проволоки, АЦП и компьютера для записи и обработки цифровых данных. В настоящей работе в качестве тканеэквивалентного материала используется агар-агар с графитовым наполнителем. Материал моделирует плотность (1050 кг / м^3), скорость звука (1550 м / с), коэффициент затухания ($0,7 \text{ дБ / (см} \cdot \text{МГц)}$), теплоемкость ($3700 \text{ Дж / кг} \cdot \text{°C}$) и теплопроводность ($0,59 \text{ Вт/м} \cdot \text{°C}$) биологической ткани.

Температурное поле в тест-объекте близко к двумерному и задается нагревом и остыванием нихромовой проволоки диаметром $0,3 \text{ мм}$ и длиной 150 мм , расположенной внутри материала на глубине 20 мм .

При нагревании на известных расстояниях от проволоки измеряется температура материала шестью термисторными датчиками с точностью $0,1^{\circ}\text{C}$. Одновременно с измерениями температуры, зависящей от времени, регистрируются УЗ сигналы вблизи нагретой проволоочки в плоскости сканирования УЗ линейного датчика (область шириной 20 мм и глубиной 10 мм) перпендикулярно проволоке. Двумерный массив данных 512×161 для одной записи отраженного УЗ сигнала включает в себя 512 точек вдоль каждого из 161 лучей. Чтобы исключить влияние температурных зондов на ультразвуковой сигнал и с учетом однородности температурного поля вдоль проволоочки, зоны для измерения температуры и для ультразвукового сканирования разделены в пространстве.

Обработка УЗ сигналов. Из-за температурной зависимости скорости звука возникает кумулятивная временная задержка эхосигнала $\Delta t_i = \sum_{j=0}^i \Delta t_j$, где Δt_i – задержка, соответствующая глубине z_i обусловленная локальным изменением температуры T_i . Переход из временной области в пространственную происходит путем умножения на заранее известную скорость звука c исследуемой среде при начальной температуре среды: $\Delta d_i = \frac{c \Delta t_i}{2}$. Таким образом, переменная по глубине производная сдвига между сигналами, полученными при разных температурах, отражает локальные изменения температуры в среде: $\Delta T(z) = K \varepsilon$, где z – глубина, $\varepsilon = \frac{d}{dz}(\Delta d)$ – производная сдвига, K – коэффициент пропорциональности, который для каждого материала находится путем калибровки по точным значениям температуры. Для обработки ультразвуковых сигналов был построен конвейер, на вход которого подаются «сырые» ультразвуковые данные, а на выходе получается поле приращения температуры ΔT . Конвейер можно условно разделить на две части по основному алгоритму нахождения сдвига между сигналами: метод средневзвешенных [1] и корреляционный метод [2, 3]. Общий вид конвейера представлен на рисунке 1.

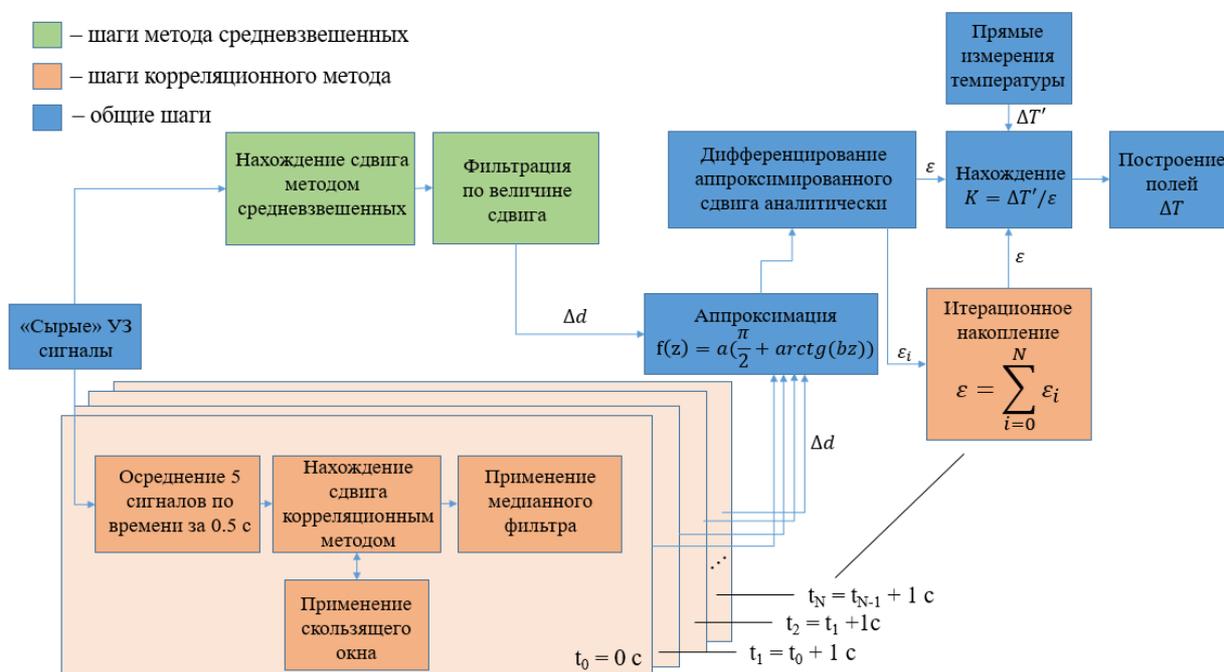


Рис. 1. Схема конвейера обработки УЗ сигналов в методе ультразвуковой термометрии

Суть корреляционного метода заключается в поиске аргумента, который максимизирует кросскорреляционную функцию двух сигналов. Найденный аргумент является исходным сдвигом. Метод применяется на скользящих окнах с единичным шагом, причем после вычисления функции сдвига на окне фиксируется значение сдвига в центре окна. Задача оптимизации кросскорреляционной функции заменена задачей поиска точки пересечения фазы аналитического сигнала с осью абсцисс, что позволяет свести решение задачи оптимизации к решению обыкновенного алгебраического уравнения. На комплексной плоскости аналитический сигнал отображается вектором, модуль и фазовый угол которого изменяются во времени. Проекция аналитического сигнала на вещественную ось в любой момент времени равна исходному сигналу.

Результаты. Разработан и программно реализован корреляционный метод УЗТ, проведено его сравнение с методом средневзвешенных, выработаны методические рекомендации по применению алгоритмов. По результатам обработки 30 экспериментов получено значение коэффициента тепловой деформации тканеэквивалентного материала $K = 530 \pm 40^\circ\text{C}$. По показаниям расположенных в тест-объекте термисторных датчиков восстановлено «эталонное» поле приращения температуры (рис.2а), с помощью которого проведена оценка точности разработанных методов УЗТ (табл.1). На рисунке 2б и 2в приведены поля приращения температуры ΔT через минуту после начала нагрева, построенные с помощью исследованных реализаций метода УЗТ. Отсутствие данных вблизи нагретой проволоочки объясняется отсутствием датчиков температуры и значительными возмущениями УЗ сигнала.

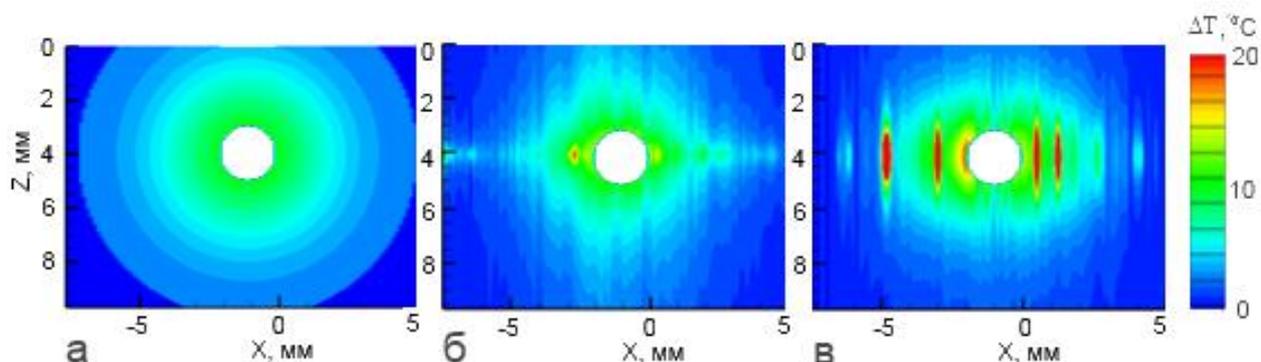


Рис. 2. Поля приращения температуры через минуту после начала нагрева: а) восстановленное по показаниям термисторных датчиков и построенные с помощью метода УЗТ: б) корреляционного метода, в) метода средневзвешенных

Табл. 1

Отклонения значений приращений температуры, полученных с помощью метода УЗТ, от полученных с помощью прямых температурных измерений на 60с от начала нагрева

Метод	$\langle \delta(\Delta T) \rangle, ^\circ\text{C}$	$\sigma, ^\circ\text{C}$	$\frac{\langle \delta(\Delta T) \rangle}{\max(\Delta T)} \cdot 100\%$
Корреляционный	1.05	0.69	10.5
Средневзвешенных	2.03	4.85	21.3

Заключение. Отработана методика ультразвуковой термометрии, основанная на корреляционном анализе ультразвуковых сигналов, полученных на тканеэквивалентном тест-объекте с нагретой проволочкой.

На основе результатов анализа разработан алгоритм, соединяющий осреднение УЗ сигналов, корреляционный метод нахождения сдвига, цифровую фильтрацию и

аппроксимацию, учитывающую конфигурацию поля температуры (осесимметричность, точечный источник нагрева), и его программная реализация.

Разработанный алгоритм на основе корреляционного метода показал в 2 раза большую точность по сравнению с методом средневзвешенных, однако алгоритм на основе метода средневзвешенных оказался более устойчивым к помехам, более простым в реализации и требующим меньших вычислительных ресурсов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ за 2018-2019 гг (проект №14.578.21.0263).

ЛИТЕРАТУРА:

1. A. Berkovich, E. Smirnov, A. Yukhnev, Y. Gataulin, D. Sinitsyna, D. Tarkhov. Development of Ultrasound Thermometry Technique Using Tissue-Mimicking Phantom. - IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1044, 012023, 2018– pp.1-6
2. T. Loupas, J.T. Powers, R.W. Gill. An axial velocity estimator for ultrasound blood flow imaging, based on a full evaluation of the Doppler equation by means of a two-dimensional autocorrelation approach. – IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 1995, 42(4) – pp. 672-688
3. C. Simon, P. VanBaren, E. Ebbini. Two-Dimensional Temperature Estimation Using Diagnostic Ultrasound. – IEEE Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control Society, 1998, 45(4) – pp. 1088-99

УДК 531/534:57

П.А. Дубровина

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
им. В.И. Ульянова (Ленина)

БИОМЕХАНИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СОСТОЯНИЯ СТРУКТУР ГОЛОВЫ ПРИ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Актуальность. В настоящее время актуальность изучения черепно-мозговых травм возрастает. Большинство научных публикаций, касающихся исследования механики черепно-мозговых травм, используют модель головы, предложенную S. Kleiven в 2002 году [1]. Однако, эта модель является усредненной и не учитывает индивидуальные особенности пациента. Знания о критическом состоянии структур мозга при различных внешних механических воздействиях, улучшение диагностических средств и мер защиты могут помочь уменьшить частоту и тяжесть травматического поражения мозга.

Цель работы. Разработка методики биомеханического анализа состояния структур головы пациента при внешних воздействиях

Методика и программные средства. Биомеханическое компьютерное моделирование напряженно-деформированных состояний структур головы человека осуществлялось на основе томографических исследований с использованием таких программных пакетов, как: InobitecDICOM, Mimics, Meshlab, SolidWorks [2].

Был разработан собственный поэтапный алгоритм построения компьютерной модели структур головы человека:

1. Просмотр снимков КТ и МРТ пациента в программе Mimics или Inobitec (рис. 1).
2. Выделение тканей черепа и мозга путем выбора параметров фильтра (по значениям плотности ткани).
3. Сохранение и экспорт масок выделенных объектов в формате stl.
4. Проверка полученных поверхностей, исправление ошибок в полигонах в программе MeshLab.

5. Импорт в программу SolidWorks, построение твердотельных моделей мозга и черепа.
6. Создание твердотельных геометрических компьютерных моделей мозговых оболочек путем последовательного построения их поперечных сечений и натягивания на них оболочек.
7. Сборка всех полученных твердотельных моделей.
8. Проверка модели на наличие интерференций.

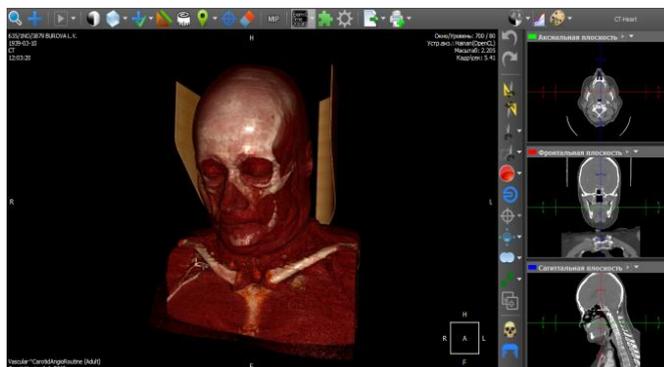


Рис. 1. Интерфейс программы Inobites DICOM, трехмерная реконструкция головы человека

Расчет модели производился в программе SolidWorks методом конечных элементов. Начальные условия: исходные напряжения в модели отсутствуют, тело восстанавливается до своего первоначального состояния после устранения действующих на него внешних сил. Граничные условия: модель имеет жесткое закрепление; на границах элементов напряжения рассчитываются по принципу Сен-Венана. Построена содержательная модель головы человека с местами закрепления и приложения нагрузок. (рис.2).

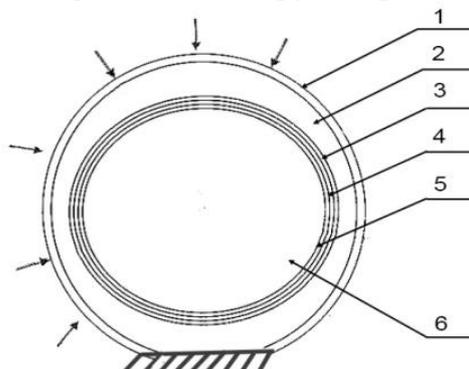


Рис. 2. Содержательная модель: 1 – кожа, 2 – череп, 3 – твердая мозговая оболочка, 4 – паутинная мозговая оболочка, 5 – мягкая мозговая оболочка, 6 – мозг

Введены допущения: материал каждого элемента однородный и изотропный, начальные напряжения отсутствуют, заданы механические свойства биологических объектов (табл. 1).

Табл.1. Механические свойства биологических объектов

Объект	Кожа	Череп	Твердая мозг. оболочка	Паутинная мозг. оболочка	Мягкая мозг. оболочка	Мозг
Модуль упругости, МПа	16,7	15000	31,5	2100	11,5	0,023
Плотность, кг/м ³	1000	1510	1130	1000	1130	1060

Результаты

1) Первое исследование было направлено на анализ напряженно-деформированного состояния структур головы после приложения давления и повторяло условия измерения объемной деформации мозга, вызванной маневром Вальсальвы, *in vivo* (табл.2) [3].

Табл. 2. Среднее общее смещение мозга при маневре Вальсальвы

	Отношение смещения второго состояния к первому, мм	Отношение смещения при МВ к первому состоянию, мм	Отношение смещения при МВ ко второму состоянию, мм
Пациент 1	0,27	0,35	0,31
Пациент 2	0,25	0,36	0,34
Пациент 3	0,26	0,38	0,35
Значение ±	0,29±0.05	0,42±0,09	0,39±0,10

По результатам анализа перемещения в структурах головы составили от 0 до 0,426 мм, что достаточно хорошо коррелирует со значениями, полученными в эксперименте *in vivo*. С помощью виртуальной модели стал возможен анализ не только смещения структур головы, но и их деформаций и напряжений в них.

2) Второе исследование повторяет условия эксперимента Nahum et al [4], где работа велась на основе трупных материалов по следующим условиям: удар в лоб массой 5.59 кг со скоростью 9.94 м/с. Датчики внутричерепного давления размещены в местах, прилегающих к точке воздействия. Максимальное напряжение для мозга составило 25 кПа, для мягкой мозговой оболочки – 170 кПа, для черепа – 17 МПа. Результаты, достигнутые в результате анализа компьютерной модели – 22,4кПа, 165,34кПа и 25МПа соответственно (рис.3). Таким образом, можно сказать, что полученная модель выдает корректные результаты, причем становится возможным узнать не только максимальное напряжение в базовых структурах, но и его значение в любой точке модели.

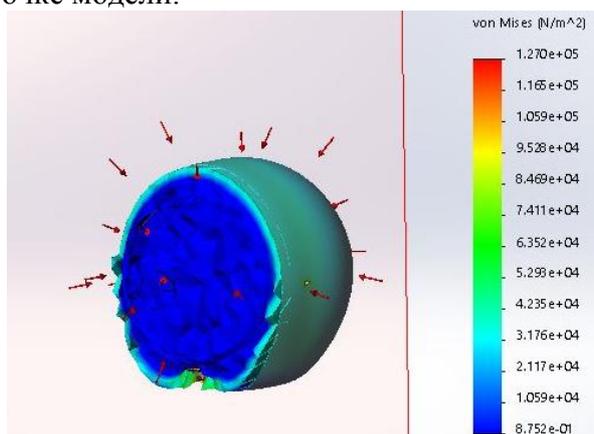


Рис. 3. Интерфейс программы SolidWorks, эпюра напряжения для модели в разрезе

3) Третье исследование моделирует травмы, полученные в результате вращения головы по материалам работ Оттауа et al. [5]. С целью моделирования диффузного аксонального повреждения головного мозга было реализовано 6 ситуаций: приложение ускорения в аксиальной, коронарной и сагиттальной проекциях, величина ускорения составила 1800 рад/с² и 4000 рад/с² в каждом случае. Наиболее травматичным Оттауа считает угловое ускорение в коронарной проекции В результате компьютерного моделирования приложение

ускорения в этой проекции вызывает наибольшие смещения, около 2 мм при ускорении 1800 рад/с^2 и около 5 мм – при 4000 рад/с^2 . При достижении угловым ускорением максимальных значений серое вещество вращается вокруг осей X и Z, а белое вещество – вокруг оси Y. Серое вещество менее чувствительно к направлению внешнего воздействия, так как оно состоит из ненаправленных тканей, а белое вещество – из направленных определенным образом аксонов.

Выводы. Построенные модели и разработанные алгоритмы расчета могут быть использованы как дополнительный диагностический материал при анализе состояния структур мозга при внезапном приложении к голове внешних сил. Данная модель может использоваться для оценки влияния размеров головы и мозга, силы и направления воздействия на состояние структур головы после приложения нагрузки, а также для прогнозирования черепно-мозговых травм у конкретного пациента. Следующим этапом исследования является нахождение зависимости вероятности черепно-мозговой травмы от размеров головы и механических свойств структур головы, связанных с полом и возрастом человека.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Kleiven S. Finite Element Modeling of the Human Head – Stockholm: Department of Aeronautics Royal Institute of Technology, 2002. – 63 с.
2. Бегун П.И. Биомеханическое моделирование объектов протезирования: учебное пособие / П.И. Бегун. – СПб. : Политехника, 2011. – 464 с.
3. Journal of biomechanics [Электронный ресурс] // Статья из журнала Биомеханика. URL: [http://www.jbiomech.com/article/S0021-9290\(14\)00152-3/abstract](http://www.jbiomech.com/article/S0021-9290(14)00152-3/abstract) (дата обращения 03.04.17).
4. Nahum A, Smith R, Ward C. 1977. Intracranial pressure dynamics during head impact. Paper presented at: Proceedings of the 21st Stapp Car Crash Conference; Warrendale, PA. SAE Paper 770922. p. 339–366.
5. Ommaya AK, Goldsmith W, Thibault L. Biomechanics and neuropathology of adult and paediatric head injury: review. Br J Neurosurg 2002;16(3): pp. 220–42.

УДК 612.76(07)

Д.И. Бондаренко, П.И. Бегун
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет (ЛЭТИ)

БИОМЕХАНИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ШЕЙНОГО ОТДЕЛА ПОЗВОНОЧНИКА ПРИ РЕКОНСТРУКЦИИ В ДИНАМИКЕ

Актуальность. Травмы шейного отдела позвоночника представляют одну из самых актуальных и тяжёлых повреждений позвоночного столба с высокой вероятностью летального исхода или инвалидности. В данный момент нет работ по исследованию шейного отдела позвоночника при реконструкции [1].

Цель работы – разработать методику построения модели и биомеханического исследования состояния структур шейного отдела позвоночника при реконструкции.

При построении содержательной модели введены следующие допущения: материал структур позвонков, связок и межпозвоноковых дисков – сплошной, однородный и изотропный; начальные напряжения в структурах отсутствуют; нагружение производится по нормали к верхним суставным поверхностям и заднему бугорку первого шейного позвонка (атланта); введено жесткое закрепление нижней части седьмого шейного позвонка, а именно суставных поверхностей и тела позвонка; предполагается идеальная упругость материала.

Тело восстанавливает свое первоначальное состояние после устранения действующих на него внешних сил [2].

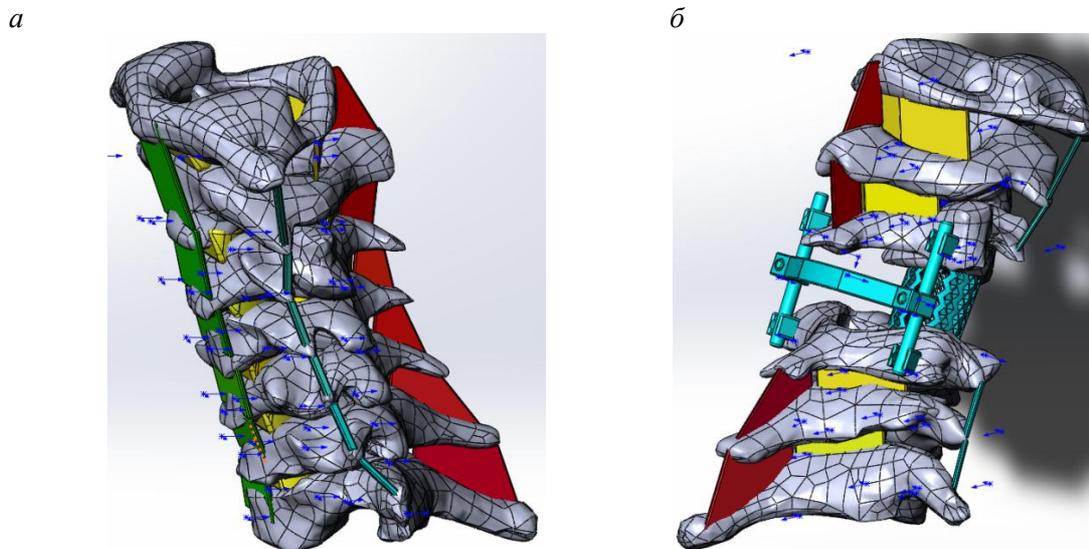


Рис. 1. Содержательная модель в норме (а) и содержательная модель при реконструкции (б)

В качестве реконструкции был убран четвертый позвонок и два межпозвонковых диска, которые прилегают к нему, и этот позвонок заменен на титановый Mesh протез.

При построении геометрической компьютерной модели шейного отдела позвоночника при реконструкции использовался программный комплекс SolidWorks 2018 [3].

Построены отдельные элементы (Титановый Mesh протез; Шесть видов связок: Задняя; Желтая; Межостистая; Надостистая; Передняя продольная; Задняя продольная, Шесть межпозвонковых дисков) с применением свойств материалов, после чего объединены в сборку с применением условий сопряжения. Все элементы и сборка модели прошли первичный анализ на наличие интерференции и ошибок геометрии.

При задании числа конечных элементов (КЭ) больше 159144 процесс сходится и оказывает незначительное влияние на результаты вычисления. При данном значении показатель идеальных элементов достигает 91.7%. Дальнейшее увеличение числа КЭ не целесообразно, так как практически не дает прироста идеальных элементов [4].

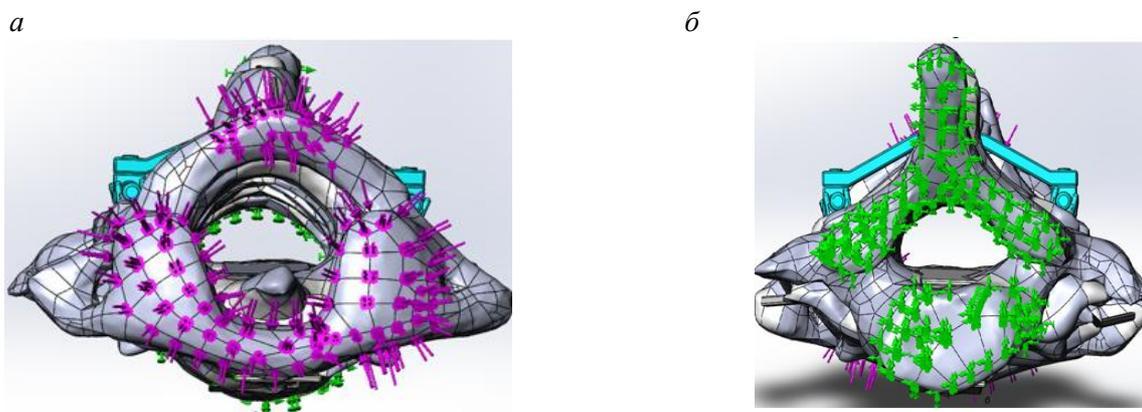


Рис. 2. Компьютерная геометрическая модель при нагрузке (а); компьютерная геометрическая модель при закреплении (б)

Модель зафиксирована по нижней части седьмого шейного позвонка, а именно суставных поверхностей и тела позвонка, к элементам применены свойства материалов, приложена внешняя нагрузка (давление) по нормали к верхним суставным поверхностям и заднему бугорку первого шейного позвонка С1 (атланта). Нагрузка равна 95 Н и приложена по нормали к верхним суставным поверхностям и заднему бугорку (атланта).

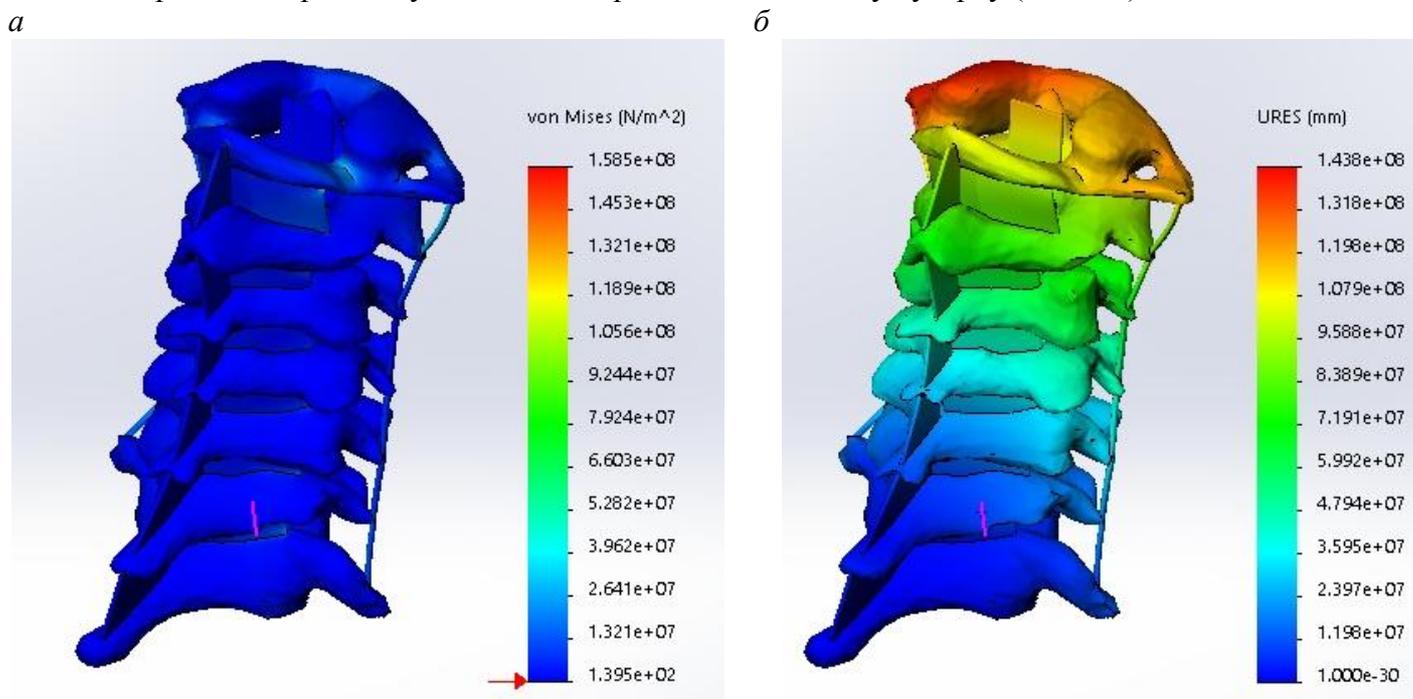


Рис. 3. Эпюра напряжений (а) и перемещений (б) в норме

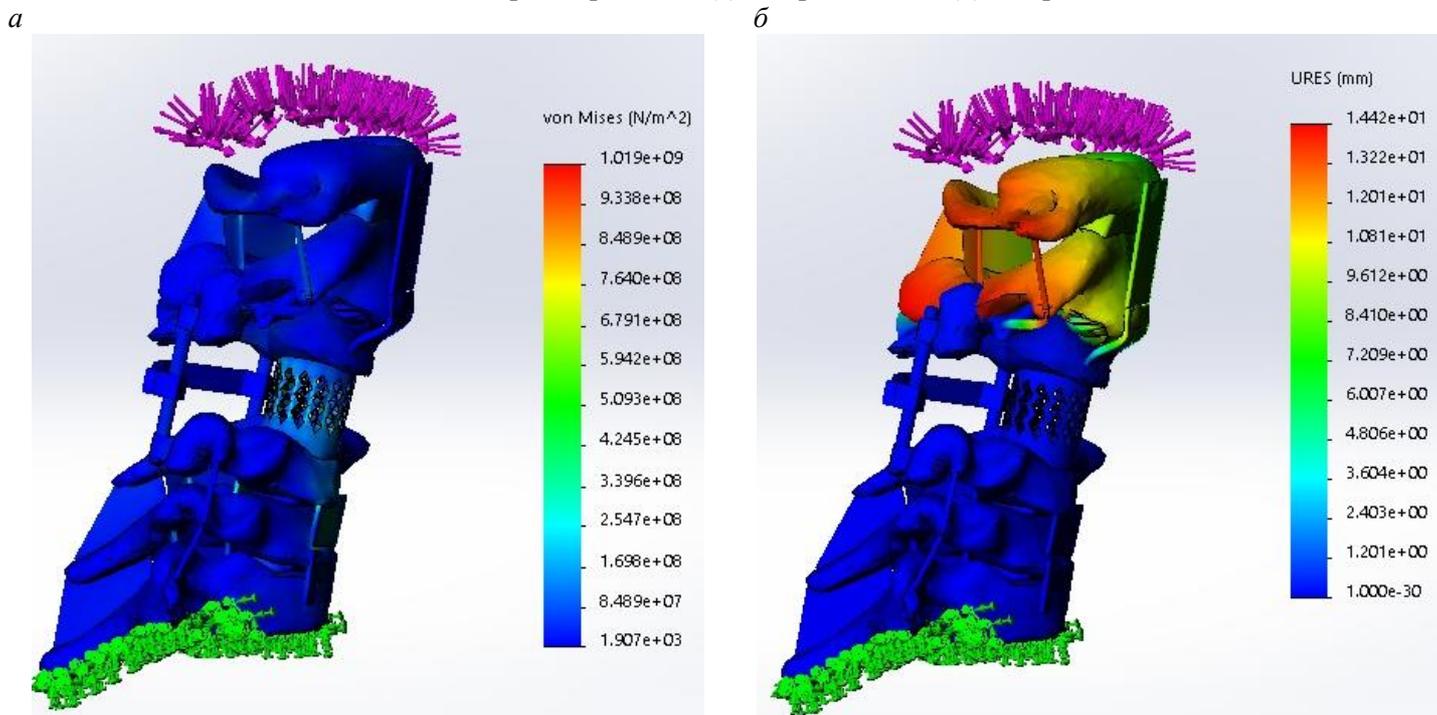


Рис. 4. Эпюра напряжений (а) и перемещений (б) при реконструкции

Как видно из полученных эпюр, при реконструкции шейного отдела позвоночника напряжение возрастает на 17%. Это объясняется тем, что протез повторяет почти все

биомеханические свойства четвертого позвонка с двумя межпозвонковыми дисками. Нагрузка на остальные связки также незначительно возрастает (от 5 до 8 %).

Проведенный анализ позволяет сделать заключение о возможности предоперационного прогнозирования результатов реконструкции шейного отдела позвоночника, и, посредством анализа наилучшего метода лечения на 3D модели, снизить процент неудовлетворительных результатов лечения и частоту осложнений после реконструкции.

ЛИТЕРАТУРА:

1. М.А.Никольский Повреждения позвоночника и таза // Витебск – 2012 - С. 210
2. Бегун, П.И. Биомеханическое моделирование объектов протезирования: учебное пособие / СПб: Политехника, 2011. – 464 с
3. Бранков, Г. Основы биомеханики: Пер. с болг. В. Джупанова /Бранков. –М.: Мир, 1981. –257 с
4. П. И. Бегун, Е. А. Лебедева, Д. А. Лобачева, О. В. Щепилина. Компьютерное моделирование в прикладной и биомеханике: учеб. Пособие. СПб: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2015. 160 с.

УДК 612.76(07)

И.В. Кондратенко, П.И. Бегун

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет (ЛЭТИ)

БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУР СТУПНИ ПРИ ПЕРЕЛОМЕ ЛОДЫЖКИ В НОРМЕ, ПРИ ПАТОЛОГИИ И ПРИ КОРРЕКЦИИ

Актуальность. Стопа и пальцы ног – важнейшие части двигательного аппарата. Стопа представляет сложную биомеханическую систему, имеющую индивидуальные анатомо-функциональные особенности [1]. Перелом лодыжки – один из наиболее частых видов травм, он составляет до двух третей всех травм голени, и 21-23% по отношению ко всем травмам и повреждениям костей скелета [2]. Сегодня методы лечения стопы не способны предугадать, какой эффект на ступню окажет хирургическое вмешательство. Проведение исследования состояния структур ступни при переломе лодыжки является важной задачей для снижения количества неудовлетворительных результатов лечения.

Цель работы. Целью работы является разработка методики исследования напряженно - деформированного состояния (НДС) [3] стопы при ее нагружении в трех случаях: в норме, при патологических изменениях (перелом лодыжки) и при коррекции перелома. Для того чтобы определить нагрузки, опасные для структур ступни определенного человека, необходимо провести моделирование кости и ее биомеханическое исследование при различных нагрузках.

Табл. 1.

	Модуль нормальной упругости, ГПа	Коэффициент Пуассона	Плотность, кг/м ³	Предел текучести, МПа
Компактная костная ткань	110	0,33	4700	900
Спонгиозная костная ткань	16,2		2000	170
Сухожилия	0,6		500	10
Импланты	0,32		1400	50

При построении содержательной модели введены следующие допущения: материал костей, ступни и связок – сплошной, изотропный и упругий; в материалах отсутствуют

начальные напряжения; задняя часть пяточной кости и первые фаланги четырех пальцев жестко закреплены. Для компактной костной ткани, спонгиозной костной ткани, сухожилий, имплантов (сплав титана ВТ 6) заданы механические свойства (табл. 1).

На рисунке 1(а) представлена содержательная модель стопы в норме. На рисунке 1(б) представлена содержательная модель стопы при коррекции.

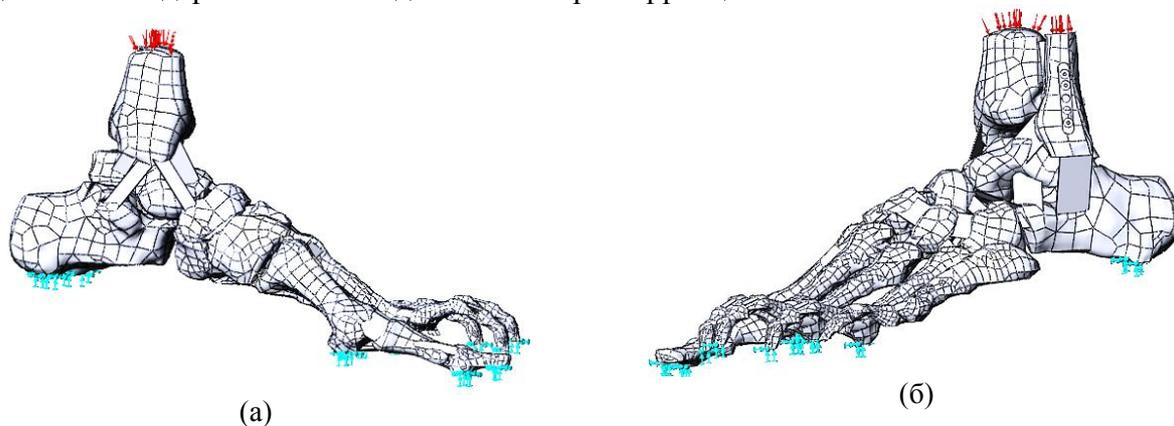


Рис. 1. Содержательная модель стопы в норме (а); содержательная модель стопы при коррекции (б)

В качестве патологии был выбран перелом наружной лодыжки (рис. 2(а)) (один из наиболее частых видов травм голени).

В состав содержательной модели стопы при коррекции входят (рис. 2(б)):

1. Кости плюсны.
2. Кости предплюсны.
3. Кости пальцев (фаланги).
4. Нижние части большеберцовой и малоберцовой кости.
5. Связки, фиксирующие все отделы стопы.
6. Винты для фиксации отломков.
7. Пластина для фиксации.

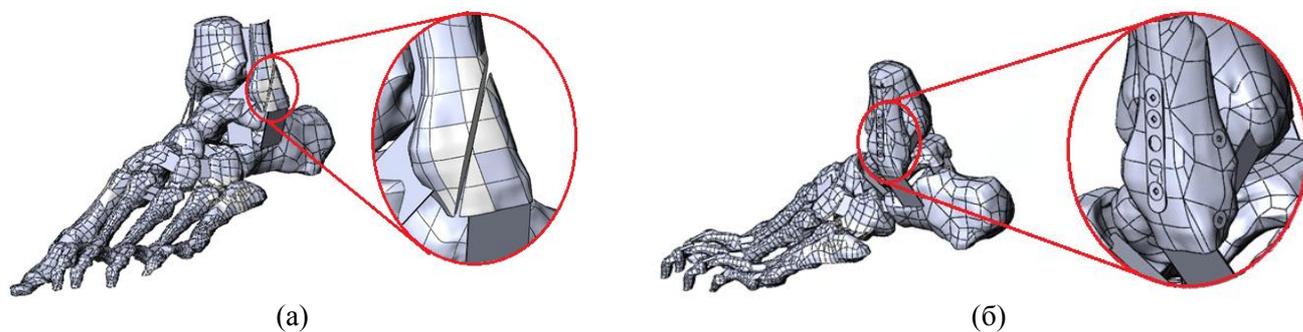


Рис. 2. Компьютерная геометрическая модель стопы при патологии (а); компьютерная геометрическая модель стопы при коррекции (б)

Геометрические модели построены в программе MIMICS по КТ снимкам, затем они были экспортированы в программу SOLIDWORKS для проведения расчетов методом

конечных элементов (МКЭ) [4]. Модели стопы разбиты на тетраэдрическую сетку. При задании числа КЭ больше 41902 процесс сходится и оказывает незначительное влияние на результаты вычисления.

На рисунке 3 приведены эпюры напряжений и перемещений в стопе в норме, а на рисунках 4 и 5 при переломе лодыжки и при коррекции перелома, соответственно.

При переломе лодыжки возрастает напряжение на передней таранно-малоберцовой связке (5.3 кПа), задней таранно-малоберцовой связке напряжение уменьшается (1.2 кПа). Это объясняется тем, что при подобном переломе задняя таранно-малоберцовая связка перестает получать нагрузку от малоберцовой кости. Нагрузка на остальные связки возрастает, что и видно на эпюре.

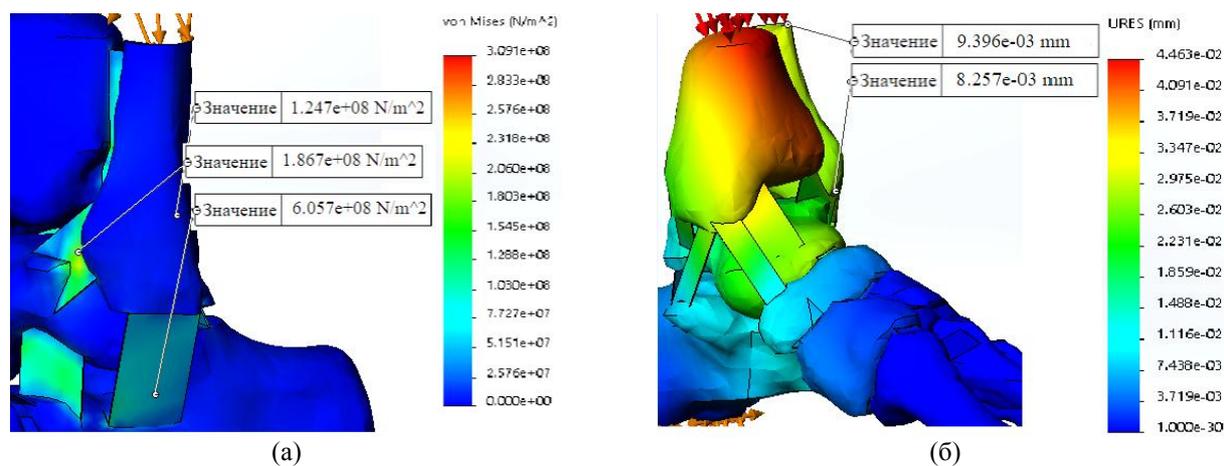


Рис. 3. Эпюра напряжений (а) и перемещений (б) в норме

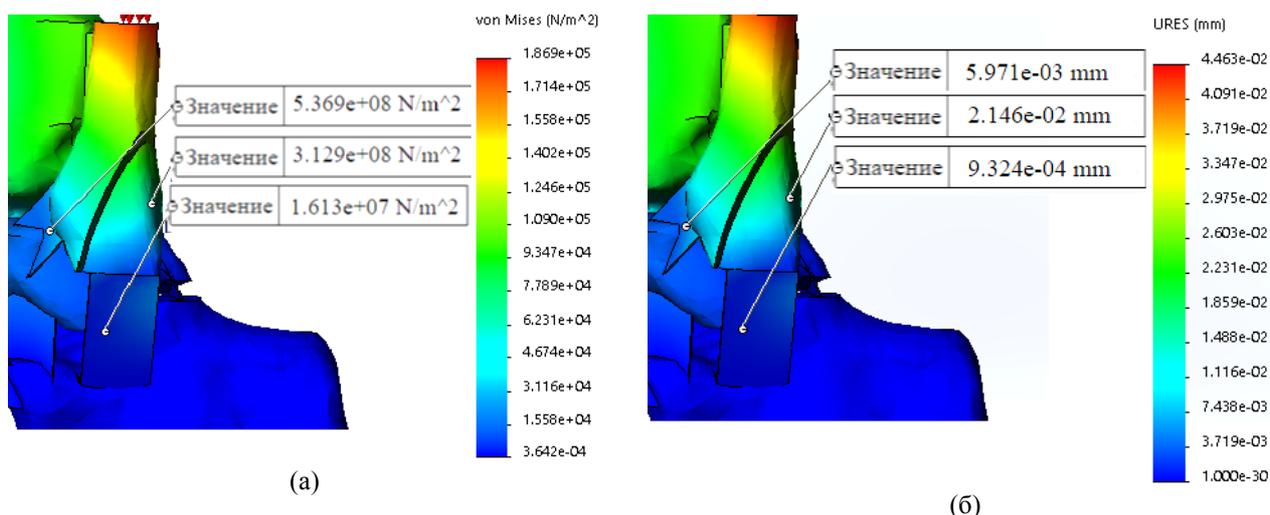


Рис. 4. Эпюра напряжений (а) и перемещений (б) при переломе лодыжки

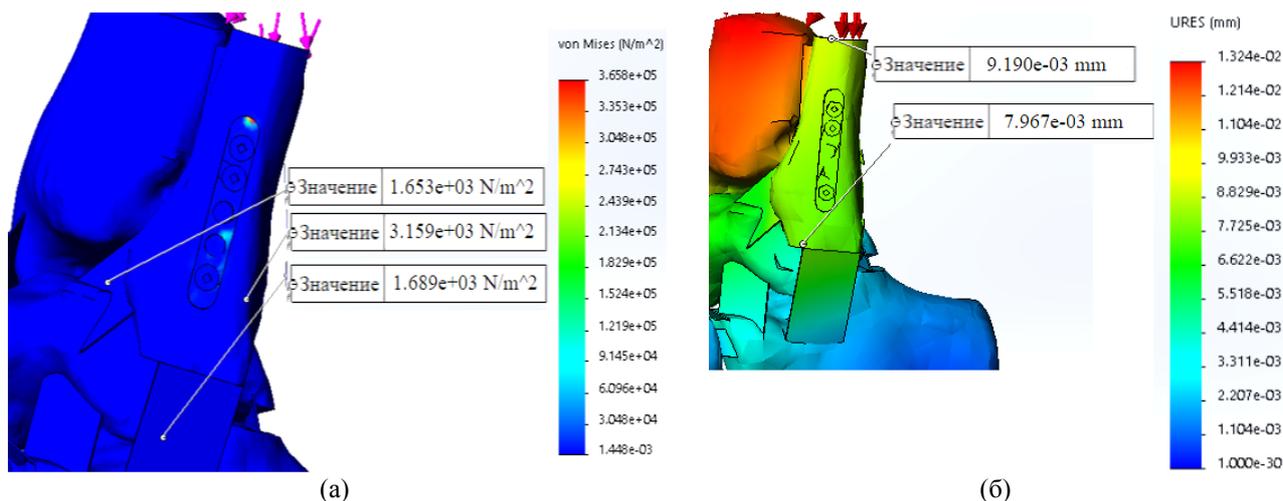


Рис. 5. Эпюра напряжений (а) и перемещений (б) при коррекции перелома

При коррекции перелома напряжение на таранно-малоберцовой связке (составляющее 3.15 кПа) и на задней таранно-малоберцовой связке (1.7 кПа) возвращается в норму.

Анализ позволяет сделать заключение о возможности предоперационного прогнозирования результатов коррекции перелома наружной лодыжки, и, путем оптимизации метода лечения на 3D модели, снизить частоту осложнений после коррекции.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Коннова О.В., Алешкина О.Ю., Николенко В.Н., Норкин И.А., Киреев С.И., Темяков А.Н. Варианты изменчивости угла отклонения первого пальца при различных формах стоп у девушек 17 – 19 лет//Современные проблемы науки и образования. - 2015. - № 4. - С. 474
2. Перелом лодыжки [Электронный ресурс] // Статистика: [сайт].URL: <http://anfiz.ru/books/item/f00/s00/z00000003/st013.shtml> / (дата обращения: 07.05.2018).
3. П. И. Бегун, Е. А. Лебедева, Д. А. Лобачева, О. В. Щепилина. Компьютерное моделирование в прикладной и биомеханике: учеб. Пособие. СПб: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2015. 160 с.
4. Бегун, П.И. Биомеханическое моделирование объектов протезирования: учебное пособие / СПб: Политехника, 2011. – 464 с.

УДК 531/534: [57+61]

Т.Н. Чикова, А.А. Киченко

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

ЧИСЛЕННЫЕ ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ О ПЕРЕСТРОЙКЕ ТРАБЕКУЛЯРНОЙ КОСТНОЙ ТКАНИ

Введение. Известно, что кости человеческого скелета в течение жизни меняют свою форму, размер, а также внутреннюю архитектуру, которая напоминает собой композитную структуру, внутренний слой которой – трабекулярная костная ткань, – представляет собой твёрдый каркас, заполненный костным мозгом. Ранее авторами были решены динамические задачи, целью которых было изучение поведения структуры трабекулярной костной ткани под различными нагрузками в течение перестройки с помощью графиков зависимости параметров структуры от времени (рис. 1) [1], а также нахождение времени окончания адаптационного процесса [2].

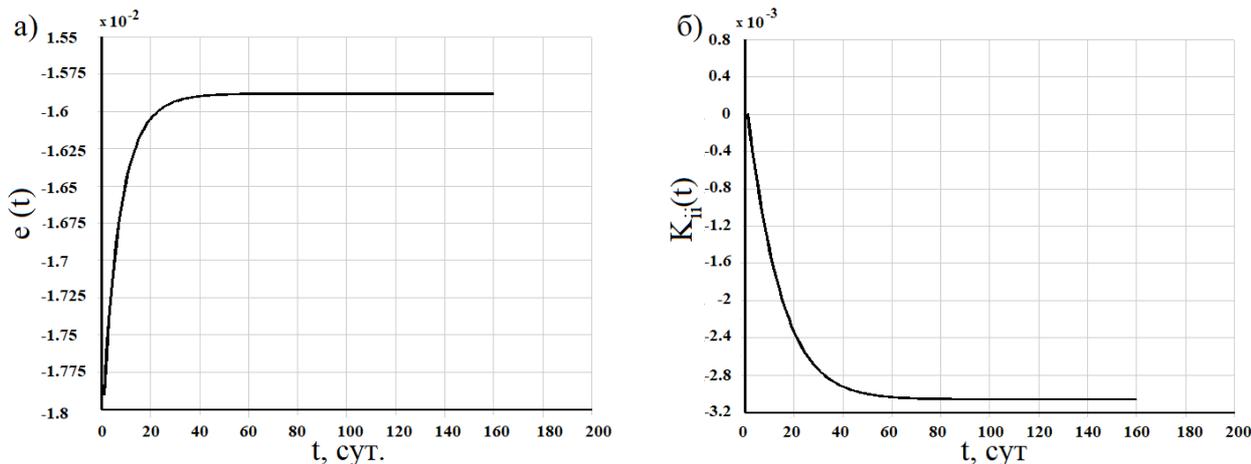


Рис. 1. Графики изменения $K_{11}(t) = K_{22}(t)$ (а) и $e(t)$ (б) при всестороннем сжатии бесконечно малого объема [1]

Ещё одним наглядным способом изучения костного образца в процессе перестройки является построение векторов главных направлений тензорных величин, таких как напряжение, деформация или девиатор тензора структуры, характеризующих положение трабекул – структурных единиц костной ткани [3]. В данной работе авторы используют метод изучения костной ткани на основе векторов главных направлений тензорных величин на модельном примере балки и на реальном объекте – нижней челюсти человека.

Целью работы является изучение биомеханики перестройки трабекулярной костной ткани *in silico*, определяя на основе результатов решения статических и динамических задач:

- 1) напряженно-деформированное состояние кости в зависимости от определённой микроструктуры под заданной нагрузкой (дано $\tilde{K}^0, \bar{P}^0, e^0$, найти $\tilde{\sigma}^0, \tilde{\varepsilon}^0$);
- 2) микроструктуру кости, находящуюся в заданном напряженно-деформированном состоянии ($\tilde{\sigma}^0, \tilde{\varepsilon}^0$, найти \tilde{K}^0, e^0);
- 3) модуль Юнга и коэффициента Пуассона изотропной кости под действием заданной системы сил ($K_{ij}^0 = 0, i, j = 1..3, \tilde{\sigma}^0, \tilde{\varepsilon}^0$, найти E, ν).
- 4) значения параметров структуры, а также главные значения и направления тензорных величин и в любой момент времени в течение перестройки и т. д.

Табл. 1. Математическая постановка задачи

Уравнения равновесия	$\bar{\nabla} \cdot \tilde{\sigma} = 0, \bar{x} \in V, t \geq 0.$
Физическое соотношение	$\tilde{\sigma} = (g_1 + g_2 e)(\text{tr } \tilde{\varepsilon}) \tilde{E} + (g_3 + g_4 e) \tilde{\varepsilon} + g_5 (\tilde{\varepsilon} \cdot \tilde{K} + \tilde{K} \cdot \tilde{\varepsilon}) + g_6 (\text{tr}(\tilde{K} \cdot \tilde{\varepsilon}) \tilde{E} + (\text{tr } \tilde{\varepsilon}) \tilde{K}).$
Геометрическое соотношение	$\bar{\nabla} \cdot \tilde{\sigma} = 0, \bar{x} \in V, t \geq 0.$
Эволюционные соотношения	$\dot{\tilde{K}} = (h_1 + h_3 e)(\tilde{\varepsilon} - \tilde{\varepsilon}^0) + h_4 \text{tr}(\tilde{\varepsilon} - \tilde{\varepsilon}^0) \tilde{K} + h_2 (\text{tr}(\tilde{K} \cdot (\tilde{\varepsilon} - \tilde{\varepsilon}^0))) \tilde{E} -$ $-\frac{3}{2} (\tilde{K} \cdot (\tilde{\varepsilon} - \tilde{\varepsilon}^0) + (\tilde{\varepsilon} - \tilde{\varepsilon}^0) \cdot \tilde{K}), \quad \dot{e} = (f_1 + f_2 e)(\text{tr } \tilde{\varepsilon} - \text{tr } \tilde{\varepsilon}^0) + f_3 (\text{tr}(\tilde{K} \cdot (\tilde{\varepsilon} - \tilde{\varepsilon}^0))).$
Граничные условия	$\bar{n} \cdot \tilde{\sigma} = \bar{P}(t), \bar{x} \in S_\sigma, t \geq 0, \bar{u} \cdot \bar{U}(t), \bar{x} \in S_u, t \geq 0.$
Начальные условия	$K = K^0, e = e^0, x \in \bar{V}, t = 0, \bar{P} = \bar{P}^0, \bar{x} \in S_\sigma, \bar{U} = \bar{U}^0, \bar{x} \in S_u, t = 0.$

где $f_1 - f_3$, $h_1 - h_4$ – константы, имеющие размерность [сут⁻¹], $g_1 - g_6$ – константы, имеющие размерность [МПа] [4], K – девиатор тензора структуры, e – изменение доли твердого объема.

Математическая модель. Среди множества математических формулировок, описывающих адаптацию костной ткани, была выбрана линейно-упругая модель, основанная на интегрировании кинетических уравнений, включающих в себя величины, описывающие внутреннюю структуру материала и его пористость (табл. 1) [4, 5]. Процесс перестройки рассматривается на мезоуровне, что позволяет учитывать структурные особенности материала только в физическом соотношении, и рассматривать исследуемую область как сплошную среду [1].

Методика расчета. Поставленные задачи решены в программе конечно-элементного анализа ANSYS Mechanical с использованием метода численного интегрирования (Рунге-Кутта четвертого порядка) эволюционных соотношений. Для дискретизации геометрических объектов выбраны элементы, поддерживающие анизотропию: Plane182, Solid185. Некоторые графические результаты получены в программе математического моделирования MATLAB.

Результаты. При рассмотрении растяжения консольно-закрепленной балки, различие свойств рассматриваемого материала показывают изолинии перемещений (рис. 2). Сечения балки в случае изотропии перемещаются параллельно линии действия растягивающей нагрузки, а в случае анизотропии поворачиваются на угол относительно оси Y.

График пористости кости показан на рис. 3, на нем участки прикрепления усилий от жевательных мышц и реакции височно-нижнечелюстного сустава, обозначенные векторами, имеют большую плотность по сравнению с ненагруженными.

Решение этих задач с целью анализа параметров структуры в течение перестройки подтвердило факт, что длительность адаптации костной ткани в среднем проходит в течение 160 суток, а полученные кривые $\tilde{K}(t)$, $e(t)$, получились подобными тем, что представлены на рис. 1 для случая всестороннего сжатия.

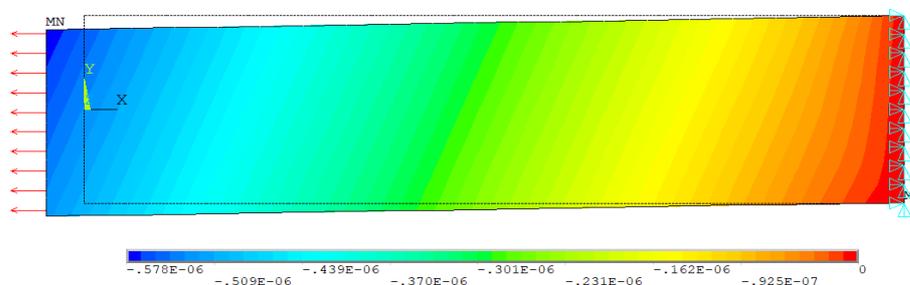


Рис. 2. Изолинии перемещений по оси x при $K_{11} = -0.09$, $K_{22} = -0.05$, $K_{33} = 0.14$, $\alpha = 64^\circ$

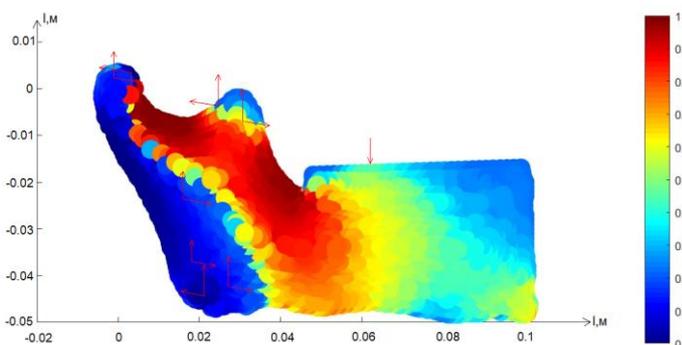


Рис. 3. Нормированный график распределения пористости в нижней челюсти человека, нагруженной усилиями жевательных мышц

Выводы. Полученные результаты могут быть полезны при прогнозировании адаптации структуры и доли твёрдого объёма кости в различных ее участках под заданными нагрузками, длительности перестройки и оптимизации способа приложения сил для управления ходом эволюции кости.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Гороженинова Т.Н., Киченко А.А. Биомеханическое Моделирование Перестройки Трабекулярной Костной Ткани // Математика и междисциплинарные исследования – 2017. 2017. С. 64–68.
2. Гороженинова Т.Н., Киченко А.А. Математическое моделирование перестройки трабекулярной костной ткани // Математическое Моделирование В Естественных Науках. 2017. (1). С. 191–193.
3. Гороженинова Т.Н., Киченко А.А. Анализ характерного времени адаптации трабекулярной костной ткани в соответствии с законом Вольфа // Неделя науки СПбПУ. 2017. С. 271–273.
4. Киченко А.А. [и др.]. Постановка начально-краевой задачи о перестройке трабекулярной костной ткани // Российский журнал биомеханики. 2012. № 4 (16). С. 36–52.
5. Cowin S.C. Wolff's law of trabecular architecture at remodeling equilibrium // J. Biomech. Engineering. 1992. (114). С. 129–136.

УДК 533: 612.2

В.В. Макевнина
Санкт-Петербургский государственный университет

ОПЫТ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРАХЕОБРОНХИАЛЬНОГО ДЕРЕВА ДЛЯ ВСЕХ 23 ГЕНЕРАЦИЙ

Актуальность. Для определения пространственной геометрии области потока воздуха, изучения смещения частиц воздуха или аэрозолей в биомеханике дыхания применяют трехмерные модели трахеобронхиального дерева (ТБД) человека, которые обеспечивают трехмерную визуализацию и являются основой для моделирования методами вычислительной гидрогазодинамики, позволяя проследить за изменениями параметров течения воздуха в различных участках легких. ТБД человека представляет собой сложную асимметричную ветвящуюся структуру [1, 2]. Для уменьшения экономической стоимости проведения вычислительных и физических экспериментов применяют упрощенные модели, среди которых наиболее известна модель Вейбеля [2], согласно которой структура дыхательных путей (ДП) человека принимает пространственно-симметричный переход и может быть представлена как сеть неоднократно раздваивающихся полых труб, исключая асимметричный фактор разветвления реальных ДП [1]. Согласно морфометрии ТБД, предложенной Вейбелем [2], на протяжении воздухоносного тракта легких человека насчитывается 23 генерации ДП. В 23-ем поколении насчитывают 8388608 пары ДП [2], поэтому даже построение твердотельной модели, не говоря уже о проведении численных расчетов, требует огромных вычислительных ресурсов, значительно превышающих возможности, доступные на мощных персональных компьютерах [3].

Цели и задачи работы. Цель данной работы – отработать методику для проведения численных исследований течения потока воздуха во всем ТБД. Для достижения указанной цели были поставлены задачи: с помощью построенных конечно-элементных моделей ТБД для всех 23-ех генераций ДП провести численные исследования потока воздуха; получить поля скоростей, давлений и температур в разные моменты времени дыхательного цикла.

Постановка задачи. В данной работе построение трехмерных моделей ТБД, а также проведение вычислительных расчетов проводилось с помощью специализированного программного пакета ANSYS CFX, использующего метод конечных объемов. Для моделирования геометрического образа были использованы данные количественных

характеристик, приведенные в работе Вейбеля [2], угол бифуркации принят равным 65° [4]. Были приняты следующие допущения: механические свойства однородно и изотропно распределены по всему объему ТБД, среда сплошная. Рассматривался вариант с твердыми гладкими стенками, не подвергающимися деформации при дыхании. Математическая модель построена в рамках механики трехмерного тела. В расчете использовались [5]: модель газа «Air at 25 °C» из стандартной библиотеки программы, модель турбулентности – SST с настройками «по умолчанию», метод теплообмена – Total Energy, число Прандтля принято равным 0.702.

Методика. Учитывая, что проведение численных расчетов на построенной максимально-возможной твердотельной модели ТБД для всех 23-ех генераций ДП не оказалось возможным по причине недостатка вычислительных ресурсов компьютера [3], были получены две твердотельные модели: 1) от начала трахеи до конца 10-го поколения ДП и 2) от конца 10-го до конца 23-го поколения ДП [6]. Сначала была построена и рассчитана твердотельная модель для первых 10-ти генераций (от начала трахеи) и, далее, построение было продолжено для одного из концов последней, вплоть до 23-го поколения ДП. Входными данными для расчетов оставшейся ветки от конца 10-й и до конца 23-ей, было принято считать полученные данные на концах 10-й [6]. Для первых 10-ти генераций была применена неструктурированная расчетная сетка, состоящая из тетраэдров (около 3,6 млн элементов) с тремя слоями призм у стенки. Для участка от 10-й до 23-ей генерации ТБД из-за недостатка вычислительной мощности компьютера была использована неструктурированная расчетная сетка, состоящая из тетраэдров (около 6,6 млн элементов), без пристеночных элементов. Для проверки приемлемости результатов расчета, в том числе, была использована упрощенная модель (упрощение заключалось в том, что при построении модели от 10-го до 23-го поколения был оставлен только один из ДП), что позволило сократить размерность расчетной сетки до 187495 элементов с добавлением пяти слоев призм у стенки.

Результаты. Получены поля скоростей, давлений и температур с распределением параметров в различные моменты времени в течение всего дыхательного цикла. Для первых 10-ти генераций результаты расчета представлены в других работах автора [7, 8]. Данная работа посвящена анализу результатов течения на участке ТБД от 10-й до 23-ей генерации ДП. Как и в случае с результатами для первых 10-ти генераций ДП [7, 8], получено, что на участке от 10-ой до 23-ей генерации давление во время вдоха постепенно понижается от 101325 Па до 101228 Па (значение соответствует максимальным скоростям во время вдоха) и, далее, к концу вдоха снова увеличивается до начальных значений. Во время выдоха, напротив, давление постепенно увеличивается от 101325 Па до 101425 Па (значение соответствует максимальным скоростям во время выдоха) и, далее, к концу выдоха снова понижается до 101325 Па. Температура воздуха во время вдоха во всем ТБД сначала снижается до 288.15 К и, далее, во время выдоха, воздух постепенно прогревается до 309.75 К.

На рисунке 1 представлено распределение максимальных скоростей во время вдоха на участке от 10-ой до 23-ей генерации. Полученные, максимальные значения скоростей во время вдоха в 10-ой генерации составили 0.79 м/с, 11-ой – 1.55 м/с, 12-ой – 0.94 м/с, 13-ой – 0.51 м/с, 14-ой – 0.24 м/с, 15-ой – 0.1 м/с, 16-ой – 0.05 м/с, 17-ой – 0.04 м/с, 18-ой – 0.03 м/с, от 19-ой до 23-ей – 0.02 м/с соответственно. Максимальные значения скоростей во время выдоха в 10-ой генерации составили 0.71 м/с, 11-ой – 0.86 м/с, 12-ой – 0.48 м/с, 13-ой – 0.27 м/с, 14-ой – 0.15 м/с, 15-ой – 0.08 м/с, 16-ой – 0.04 м/с, 17-ой – 0.04 м/с, 18-ой – 0.04 м/с, от 19-ой до 23-ей – 0.02 м/с соответственно. Учитывая, что первые 16 генераций ДП трактуются как проводящие, а бронхиолы 17-ой и 19-ой генерации принадлежат к переходной зоне, в которой происходит незначительный газообмен, и, наконец, бронхиолы 20-23 генерации принадлежат к респираторной зоне, образуют паренхиму легких [1, 2], то данные, которые

получились в результате настоящих численных расчетов, можно полагать соответствующими действительности.

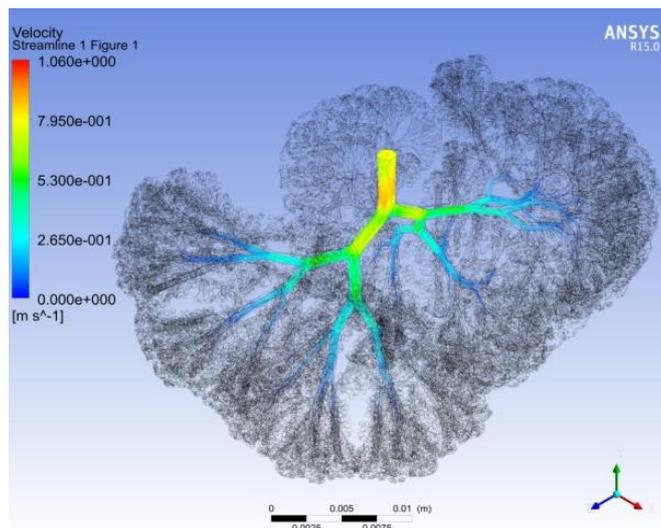


Рис. 1. Распределение максимальных скоростей во время вдоха

Выводы. Следует отметить, что на участке от 10-ой до 23-ей генерации пристеночные слои, а также места бифуркаций ДП в расчете не рассматривались. Для повышения точности расчета необходимо улучшить качество сетки.

При возможности увеличения доступных вычислительных ресурсов видится целесообразным провести численные исследования модели ТБД от 10-й до 23-ей генерации ДП, используя, например, полученную автором достаточно качественную неструктурированную расчетную сетку, состоящую из тетраэдров (около 99 млн элементов) с тремя слоями призм у стенки. Либо, как вариант, разбить рассматриваемую модель еще на две подмодели (например, от 10-ой до 17-ой и от 17-ой до конца 23-ей) и сравнить результаты с уже полученными данными.

Автору представляется также возможным при наличии доступа к суперкомпьютеру завершить построение цельной (без разбивания на подмодели) твердотельной модели ТБД для всех 23-ех генераций и проведение вычислительных экспериментов на ней.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Lok-Tin Choi. Simulation of Fluid Dynamics and Particle Transport in Realistic Human Airways. Dissertation. RMIT University. Bundoora, Victoria, Australia, 2007, p. 91
2. Ewald R. Weibel, M.D. Morphometry of the Human Lung. New York, Academic Press Inc., 1963, p. 151 with 109 figures.
3. Makevnina V.V. Construction of a solid-state model of human tracheobronchial tree for 23 airway generations. Book of Abstracts. 5th International School and Conference on Optoelectronics, Photonics, Engineering and Nanostructures «Saint Petersburg OPEN 2018». Academic University Publishing. St. Petersburg, 2018, p. 152-153
4. Пастухов А.Д. Диссертация. «Рентгеноанатомия трахеи и главных бронхов в норме и при деформациях грудной клетки». ФГБОУ ВО «ПГМУ им. Академика Е.А. Вагнера» МЗ РФ. Пермь, 2017 г., 205 с.
5. Богданов Д.В. ВКР «Моделирование течения воздуха в крупных воздухоносных путях человека методом конечных элементов» под руководством к.ф.-м.н. Бразгиной О.В. СПбПУ, Санкт-Петербург, 2016, 36 с.

6. Макевнина В.В. Конечно-элементное моделирование трахеобронхиального дерева для всех 23 поколений. Биология – наука XXI века: 22-я Международная Пушкинская школа-конференция молодых ученых. 23-27 апреля 2018 г., Пушкино. Сборник тезисов. – 444 с., с. 424
7. Макевнина В.В. Численное исследование потока воздуха в 10 поколениях трахеобронхиального дерева человека. Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2018» / Отв. ред. И.А. Алешковский, А.В. Андриянов, Е.А. Антипов. [Электронный ресурс] – М.: МАКС Пресс, 2018. ISBN 978-5-317-05800-5. D:\data\section_20_13563.html
8. Макевнина В.В. Биомеханическое моделирование трахеобронхиального дерева человека. БИОМЕХАНИКА-2018: материалы XIII Всероссийской (с международным участием) конференции, (с. Дивноморское, 28 мая - 1 июня 2018 г.) / Южный федеральный университет; ред. А.О. Ватульян, М.И. Карякин, В.С. Кондратьев, А.В. Попов – Ростов-на-Дону; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2018. – 142 с., с. 75-76

АНАЛИЗ РОСТА ТРЕЩИН В КОЛЕСАХ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ КОМПРЕССОРОВ В УСЛОВИЯХ КОРРОЗИОННОЙ СРЕДЫ

Одной из основных причин снижения ресурса центробежных компрессоров различных конструкций является возникновение и развитие повреждений колес в процессе эксплуатации. Механизмы и места появления повреждений в компрессорных колесах весьма разнообразны [1]. Ранее проводились исследования напряженно-деформированного состояния колес центробежных компрессоров, анализ их повреждений при изготовлении и эксплуатации [1-4], однако вопросы, связанные с анализом критического размера трещинообразного дефекта в зависимости от местоположения его возникновения для рассматриваемых объектов, не исследовались. Анализ влияния коррозионного воздействия на процессы трещинообразования и разрушения также не производился.

Объектом данного исследования являются колеса компрессора после эксплуатации в течении 2000–3000 тысяч часов. Диапазон частот вращения при эксплуатации составляет 5500-8500 об/мин. В процессе эксплуатации нескольких центробежных газовых компрессоров единого конструкционного исполнения в составе дожимной компрессорной станции были выявлены многочисленные повреждения рабочих колес, изготовленных из стали 07X16Н6. Были высказаны различные предположения о происхождении образующихся трещин, и был проведен цикл экспериментальных и расчетных работ по установлению причин образования трещин (рис. 1) в колесах этих компрессоров.

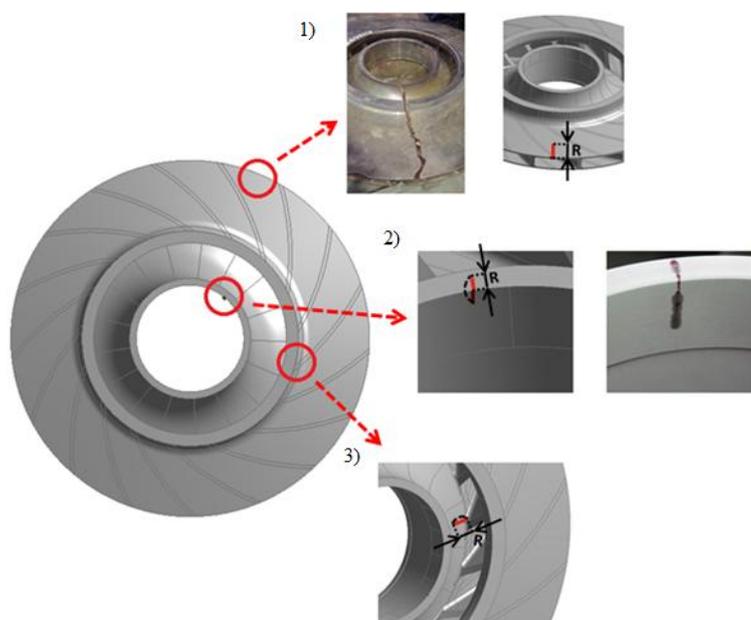


Рис. 1. Местоположения трещин в потенциально опасных местах: 1) на внешнем ободе основного диска; 2) на торцевой поверхности ступицы; 3) на внутренней поверхности основного диска в месте соединения с лопаткой

Для определения причин, вызвавших выявленные повреждения были проведены много-вариантные конечно-элементные (КЭ) расчеты напряженно-деформированного состояния (НДС) в упругой и упругопластической [5] постановках различных ступеней компрессора.

Методами линейной механики разрушения [6-10] производится анализ условий распространения трещинообразных дефектов, возникших в различных потенциально опасных местах (рис. 1):

- радиальная сквозная трещина на внешнем ободе основного диска;
- радиальная трещина на торцевой поверхности ступицы основного диска;
- радиальная трещина на внутренней поверхности основного диска в месте соединения с лопаткой.

Результаты проведенных испытаний в НПО ЦКТИ показали, что вязкость разрушения стали 07X16H6 при комнатной температуре составляет $K_{IC} = 69-70 \text{ МПа м}^{1/2}$.

Для оценки влияния коррозионного растрескивания на вязкость разрушения были использованы данные опытов, проведенных ранее так же в НПО ЦКТИ, по исследованию влияния времени коррозионного растрескивания в растворе 40% NaOH+1%CuO при 120 °С в зависимости от напряжения для ряда сталей, используемых для дисков паровых турбин. Видно, что на базе 1000 ч $K_{ISCC} = (0,3-0,4) K_{IC} \approx 21-28 \text{ МПа м}^{1/2}$. Аналогичные результаты получены и для других сталей [11], где в частности приведены данные для стали 03X17H4 того же класса, что сталь 07X16H6, но полученные при высокой температуре (250 °С) и в другой среде. При проведении КЭ расчетов в дальнейшем использовалось значение $K_{ISCC} = 27 \text{ МПа м}^{1/2}$.

В расчетах трещиностойкости определялись распределения значений КИНов (K_I , K_{II} , K_{III}) вдоль фронта трещины. К примеру, для радиальной трещины, возникшей на торцевой поверхности ступицы основного диска со стороны входа газа (см. рис. 1 п. 2), доминирующей является I мода разрушения (нормального отрыва). Максимальное значение K_I превосходит K_{II} и K_{III} более чем в 50 раз. Возможный рост трещины будет происходить преимущественно в радиальном направлении.

Зависимость $\max K_I$ от размера трещины a показана на рис. 2. При $a = 3 \text{ мм}$ значение $K_I = 23,7 \text{ МПа м}^{1/2}$, что ниже $K_{ISCC} = 27 \text{ МПа м}^{1/2}$. С ростом длины трещины наблюдается увеличение КИН. Для трещины $a = 4 \text{ мм}$ K_I достигает значения K_{ISCC} , а при $a = 13 \text{ мм}$ K_I достигает значения $K_{IC} = 69 \text{ МПа м}^{1/2}$.

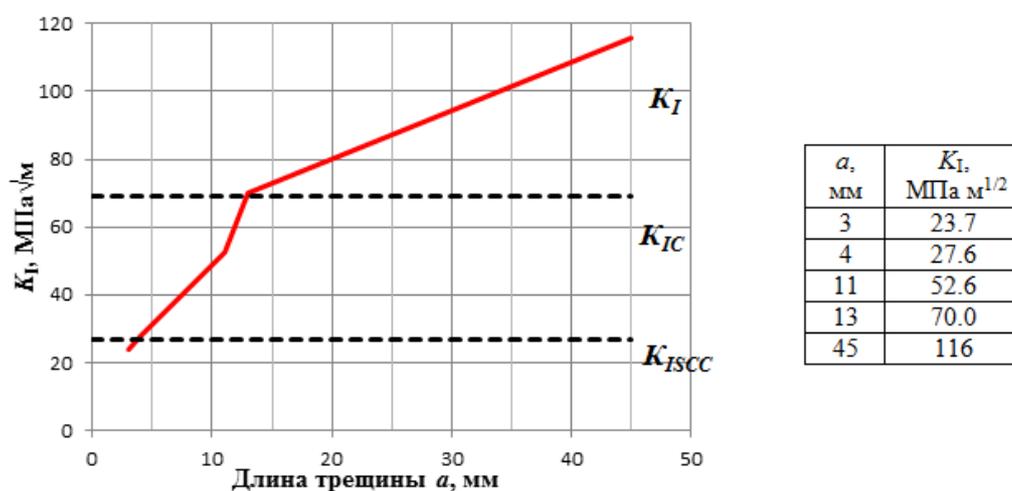


Рис. 2. Зависимость $\max K_I$ от размера радиальной трещины на ступице основного диска во вращающемся с частотой 8500 об/мин колесе.

Данные фрактографического анализа разрушенного колеса указывают на размер дефекта, приведшего к окончательному разрушению колеса, около 4.5 мм, что коррелирует с результатами расчета при наличии коррозии.

Многовариантный конечно-элементный анализ трещиностойкости колеса при наличии трещин различных размеров в найденных основных местах потенциального их зарождения, позволил установить, что при наличии коррозионного воздействия (характеризуемого уровнем $K_{ISCC} = 27 \text{ МПа м}^{1/2}$) критическими являются следующие размеры трещин:

- 4 мм для радиальной трещины на ступице на внешнем ободе основного диска;
- 4.5 мм для радиальной трещины на внешнем ободе основного диска;
- 7 мм для радиальной трещины на стыке основного диска с лопаткой.

В случае отсутствия коррозионного воздействия (при $K_{IC} = 69 \text{ МПа м}^{1/2}$) размер критических дефектов увеличивается до:

- 13 мм для радиальной трещины на ступице на внешнем ободе основного диска;
- >20 мм для радиальной трещины на внешнем ободе основного диска;
- >25 мм для радиальной трещины на стыке основного диска с лопаткой.

Наиболее вероятной причиной наблюдаемых разрушений компрессорных колес в условиях отсутствия нарушений технологии посадки диска, превышения максимально допустимой частоты вращения, гидроударов от попадания в компрессор значительных количеств конденсата является коррозионное растрескивание.

Исследование выполнено при финансовой поддержке стипендиальной программы Siemens.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Гецов Л.Б. Материалы и прочность деталей газовых турбин. М.: Недра, 1996. С. 189-193
2. Раер Г.А. Динамика и прочность центробежных компрессорных машин. Л.: Маш-ение, 1968. 258 с.
3. Анофриев В.Ю., Гецов Л.Б., Ножницкий Ю.А. Обеспечение прочностной надежности колес центробежных компрессоров из высокопрочных сталей. Авиационно-космическая техника и технология. Харьков: ХАИ, 2005 №6/22. С. 1, 6-23; 2006. №1/27. С. 72-81.
4. Марголин Б.З., Гецов Л.Б., Костылев В.И. Влияние отпуска на распределение остаточных напряжений в сварном рабочем колесе центробежного компрессора // Сборник трудов второй конференции пользователей программного обеспечения CAD-FEM GmbH (Москва, 17-18 апреля 2002). / Под ред. А.С. Шадского. М.: 2002. С. 272-275.
5. Семенов А.С. Вычислительные методы в теории пластичности. СПб: Изд-во СПбГПУ. 2008. 211 с.
6. Пестриков В.М., Морозов Е.М. Механика разрушения твердых тел: курс лекций. СПб.: Профессия, 2002. 320 с.
7. Семенов А.С., Семенов С.Г., Гецов Л.Б. Методы расчетного определения скорости роста трещин усталости, ползучести и термоусталости в поли- и монокристаллических лопатках ГТУ // Проблемы прочности. 2015. № 2. С. 61-87.
8. Гецов Л.Б., Семенов А.С., Семенов С.Г., Игнатович И.А. Современные методы расчета термоусталостной прочности дисков газовых турбин // Газотурбинные технологии. 2016. № 1 (136). С. 30-38.
9. Getsov L.B., Semenov A.S., Ignatovich I.A. Thermal fatigue analysis of turbine discs on the base of deformation criterion // International Journal of Fatigue. 2017. Vol. 97. С. 88-97.
10. Романив О.Н., Ярема С.Я., Никифоровичин Г.Н. и др. Механика разрушения и прочность материалов. / Спр. пособ. Т. 4. Киев: Наукова думка, 1990. 679 с.
11. Сокол И.Я., Ульянин Е.А., Фельдгандлер Э.Г. и др. Структура и коррозия металлов и сплавов: атлас. М.: Металлургия, 1989. 400 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДИФфуЗИОННОГО РОСТА ШЕЙКИ МЕЖДУ ДВУМЯ
СФЕРИЧЕСКИМИ ЧАСТИЦАМИ ПРИ СПЕКАНИИ

Одним из эффективных методов получения бездефектных заготовок из порошковых материалов является искровое плазменное спекание (SPS/FAST), представляющее собой сочетание прессования с интенсивным электрическим разрядом, что открывает возможность получения компактного материала за очень короткое время. В последнее время наблюдается рост количества работ, посвященных исследованию процесса искрового плазменного спекания [1-4]. Особенности этого метода консолидации порошковых материалов состоят в том, что нагрев вещества происходит путем пропускания импульсов электрического тока. Это позволяет существенно снизить температуру и сократить время спекания по сравнению с обычным спеканием и горячим прессованием. Сложности, возникающие при моделировании рассматриваемого класса задач, связаны с проявлением различных механизмов спекания (пластичность, ползучесть, диффузия, термомиграция, электромиграция и др.), ярко выраженной многоэтапностью процесса спекания, взаимодействием полей различной природы (электрического, теплового, химического и механического). Согласно [5] наряду с ползучестью и пластичностью при высоких температурах и относительно невысоких давлениях на процесс спекания в большой степени оказывает влияние процесс диффузии. В данной работе ограничимся рассмотрением влияния зернограничной и поверхностной диффузии при спекании. Зернограничная диффузия наблюдается в узких зонах на границе зерен с различной кристаллографической ориентацией внутри частиц и на поверхности контакта. Задача диффузионного спекания бесконечного ряда частиц рассматривалась в [6]. Конечно-элементное (КЭ) решение задачи спекания в термо-электрической постановке рассматривалось в [4], в термо-электро-механической постановке – в [7].

Целью работы является исследование влияния давления и соотношения параметров зернограничной и поверхностной диффузии на интенсивность роста шейки и эволюцию формы внешней границы двух частиц при высокотемпературном спекании в условиях одноосного механического внешнего воздействия.

В работе рассматривается идеализированная задача спекания двух идентичных сферических частиц, основываясь на уравнениях нестационарной диффузии [6], с учетом влияния механических напряжений. В силу наличия плоскости симметрии и осевой симметрии в качестве представительного объема рассматривается сечение одной из частиц (рис. 1). Для приближения к рассматриваемой КЭ задаче в [7] размеры частиц выбраны схожими с экспериментом (диаметр частиц 1 мм, относительный радиус начальной шейки – 0.01).

При проведении исследований использовался доработанный программный модуль, рассмотренный в работе [6], интегрирующий уравнения нестационарной диффузии с учетом влияния механических напряжений. Вид интерфейса программного модуля приведен на рисунке 2. Выполнялась пространственная дискретизация границы АВ (рис. 1) и на каждом шаге по времени определялось ее новое местоположение. Начальная форма границы соответствовала полуокружности. В процессе интегрирования определялись радиус шейки x и расстояние между центрами частиц $2h$.

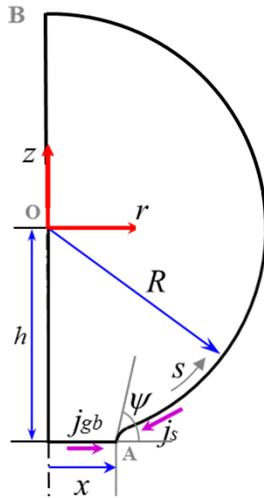


Рис. 1. Вид ячейки периодичности

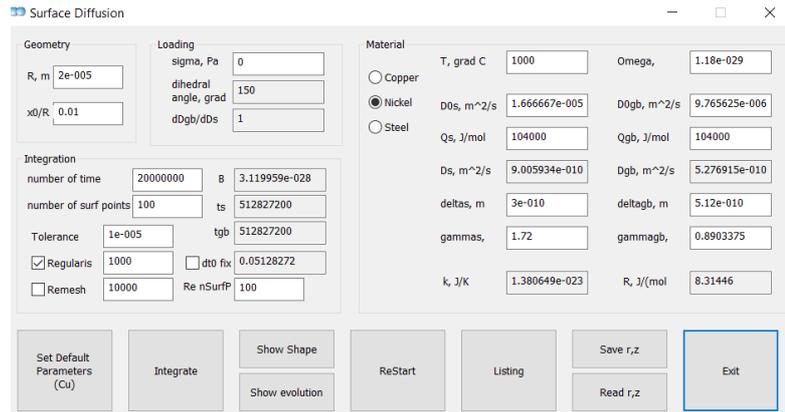


Рис. 2. Вид интерфейса программного модуля для решения краевой задачи диффузии с переменной границей

Рассматриваемая модель для описания эволюции контакта двух никелевых частиц с протекающим механизмом диффузии предполагает, что поверхностная диффузия, связанная с градиентами кривизны на свободной поверхности частицы, настолько быстра, что кривизна этой поверхности в любой момент времени равномерна. Следовательно, предполагается, что частицы деформируются как усеченные сферы. Однако для моделирования образования межчастичной шейки необходима движущая сила, возникающая при зернограничной диффузии, и поэтому для шейки предполагается вогнутая кривизна. Эта проблема была изучена в случае свободного спекания (без прикладываемого напряжения) аналитически [2] и численно [3].

Исследовалось влияние прикладываемой нагрузки, диффузионного коэффициента

$$\xi = \delta_g D_g / \delta_s D_s \quad (1)$$

и температуры на радиус шейки и эволюцию свободной поверхности при спекании.

Процесс слияния двух частиц с течением времени при свободном спекании и $\xi=1$ показан на рисунке 3. На рисунке 4 показана зависимость радиуса шейки от времени для различной силы поджатия.

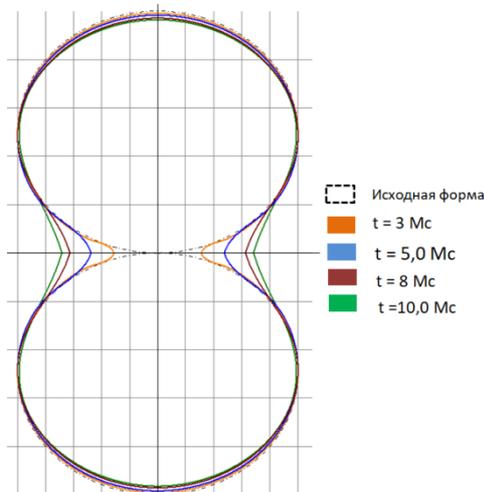


Рис. 3. Результаты расчета эволюции внеш. своб. гр-цы частицы при спекании

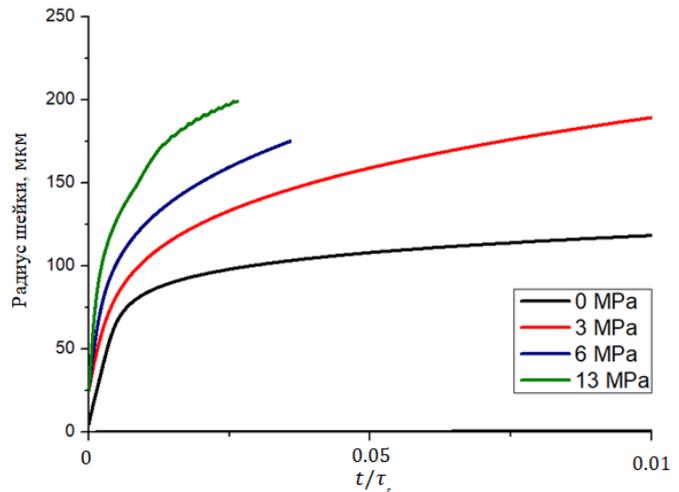


Рис. 4. Изменение радиуса шейки с течением времени для различных сил поджатия

На рисунке 5 показана зависимость радиуса образовавшейся шейки от времени для различного диффузионного коэффициента ξ . Согласно рисунку 4, увеличение давления при спекании, как и в случае бесконечного ряда частиц, линейно увеличивает скорость спекания. По оси x на графиках расположено приведенное время t/τ_s , где $\tau_s = kTR^4 / \delta_s D_s \Omega \gamma_s$ - время установившегося режима. Также, исходя из рисунка 5, видно, что увеличение коэффициента диффузии увеличивает скорость образования шейки. Из этого можно сделать вывод, что основной механизм при образовании шейки - зернограничная диффузия. Похожие результаты были получены для бесконечного ряда частиц в [6]. При высоких температурах ($\gg 1500$ °C) начинают нарастать отличия при сравнении конечно-элементного расчета с результатами эксперимента (рассматривалось в [7]). Как видно из рис. 6 при увеличении температуры диффузионного спекания двух частиц, скорость спекания возрастает в степенной зависимости.

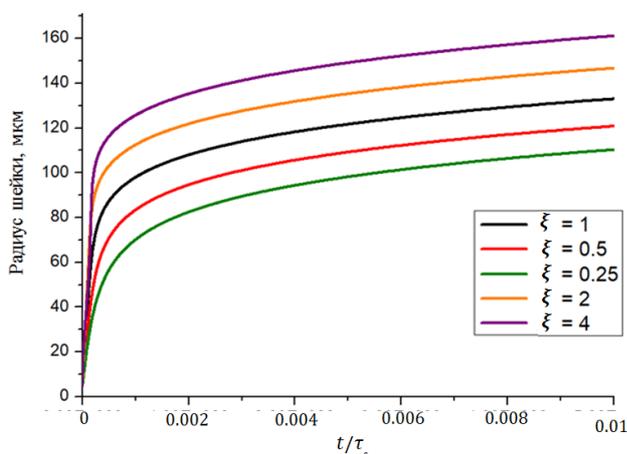


Рис. 5. Изменение радиуса шейки с течением времени для различных коэф. диффузии

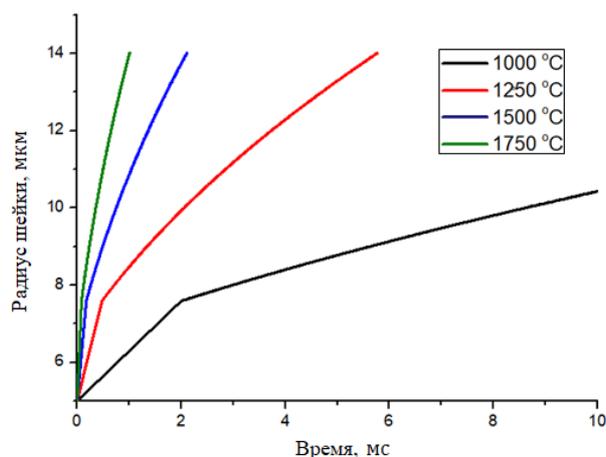


Рис. 6. Изм-е рад. шейки с теч. времени для разл. значений температур при $\sigma_n = 13$ МПа, $\xi = 1$

Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что для того, чтобы моделировать процесс спекания при больших электрических токах, пропускаемых через частицы – необходимо учитывать диффузию. В дальнейших работах планируется решить связанную КЭ задачу спекания с учетом поверхностной и зернограничной диффузии.

Исследование выполнено при финансовой поддержке стипендиальной программы Siemens.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Bouvard D., McMeeking R.M. Deformation of interparticle necks by diffusion control creep, 1996, JACS,79-[3]:666–672.
2. Swinkels F. B., Ashby M. F. A second report on sintering diagrams, Acta Metall., 1987, 259.
3. Maniere, C. Spark plasma sintering and finite element method: from the identification of the sintering parameters of a submicronic α -alumina powder to the development of complex shapes // ActaMaterialia 102 (2016) 169–175.
4. Semenov A.S., Trapp J., Nöthe M., Eberhardt O., Wallmersperger T., Kieback B. Experimental and numerical analysis of the initial stage of field-assisted sintering of metals, J Mater Sci 52, 2017: 1486-1500.
5. Kang S.-J. L. Sintering. Densification, grain growth and microstructure, 2005.
6. Борисенко В.А., Семенов А.С. Исследование эволюции шейки между частицами при спекании порошка с учетом поверхностной и зернограничной диффузии / Неделя науки СПбПУ. Секция ИПММ. Санкт-Петербург, 2017. С. 103-105.
7. Борисенко В.А., Семенов А.С. Конечно-элементное моделирование искрового плазменного спекания никелевых шариков заряженным конденсатором / Неделя науки СПбПУ. Секция ИППТ. Санкт-Петербург, 2017. С. 3-5.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕРАВНОВЕСТНОЙ ДИФФУЗИИ ВОДОРОДА В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ В ПРОЦЕССЕ ИЗМЕРЕНИЯ ТДС НАСЫЩЕННЫХ ВОДОРОДОМ ОБРАЗЦОВ

Сильное влияние растворенного водорода на механические и физические свойства металлов известно уже более 150 лет [1]. Диффузия водорода предшествует коррозионному разрушению структур металлов и сплавов, так как при реакции металлов с водой или водными растворами водорода выделяется в два раза больше, чем кислорода, который связывается атомами металла, образуя оксиды, водород, напротив диффундирует внутрь металла, благодаря высокой подвижности. Взаимодействие водорода с металлами интенсивно изучается, наиболее распространенным является метод, основанный на искусственном насыщении металлических образцов водородом. В настоящий момент имеется четыре стандартных способа:

- Насыщение в газообразном водороде [2, 3]
- Насыщение в растворе кислоты за счет коррозии или стресс-коррозии [2]
- Катодное наводороживание [2, 4]
- Насыщение водородом в электролите, моделирующем морскую или грунтовую воду или среду транспортируемого природного газа [5].

Все эти методы стандартизованы, но чаще всего применяется катодное наводороживание. Необходимо отметить, что метод с таким названием, стандартизованный в [4], позволяет насыщать только плоские образцы, которые можно зажать между уплотнениями двух соседних сосудов с электролитом. Но на практике его применяют для образцов любой формы.

После наводороживания применяется метод термо-десорбционных спектров водорода (ТДС) [6], для того, чтобы определить энергии связи водорода в металлах. Эти энергии связи определяют подвижность водорода, а, следовательно, и скорость распространения, связанных с ним повреждений и разрушения металлов и сплавов. Все элементы экспериментального метода ТДС тщательно моделируются. Опубликованы десятки работ на эту тему. Ее актуальность связана с очень большой чувствительностью практически всех металлов к наличию малых концентраций водорода. При моделировании используется гипотеза о равномерном распределении водорода внутри металла после наводороживания. Вместе с тем, в работе [7] показано, что при стандартном наводороживании образуется пограничный слой водорода, в котором его концентрация в десятки раз выше среднего уровня. Эффекты, связанные с таким неравномерным насыщением водородом, могут иметь критическое влияние на результаты исследований с помощью метода ТДС.

Моделирование диффузии водорода в случае сильной неоднородности распределения концентраций является плохо обусловленной задачей, так как на фронте неравномерности возникают большие градиенты концентраций, что приводит к наличию одновременно быстрых и медленных процессов диффузии водорода в теле металлического образца.

Было проведено численное моделирование эксперимента с цилиндрическим образцом, радиусом 4 миллиметра. На образце после наводороживания имелась поверхностная зона толщиной 60 мкм с большой концентрацией водорода. Для исследования данного процесса была создана температурная аналогия в пакете программ ANSYS.

Для упрощения геометрии в КЭ-системе ANSYS Workbench была поставлена осесимметричная задача (потоками водорода с торцов образца мы пренебрегали), сетка элементов представлена на рисунке 1.

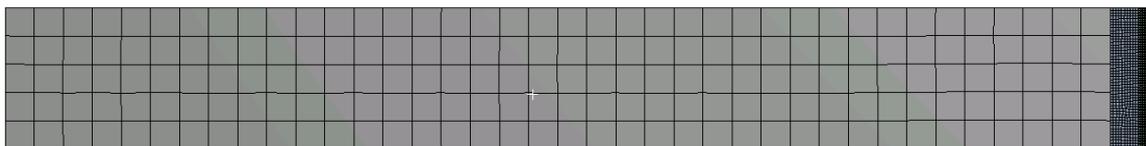


Рис. 1. Сетка макро элементов для осесимметричной задачи

Для увеличения точности расчета поперечное сечение образца было разделено на части с радиусами [0 - 3,9] мм и [3,9 - 4] мм. Центральная часть с максимальным радиусом 3,9 мм граничит с сильно насыщенной водородом частью, поэтому важно было увеличить количество элементов для расчета. Длина элемента центральной части достигла 100 мкм, в поверхностного слоя 0,005 - 0,01 мкм. В общем случае количество элементов достигло 1882 штуки.

На левую грань сетки приложено условие осевой симметрии. Процесс проходит равномерно по всей высоте образца, поэтому на верхнюю и нижнюю границы приложены условия симметрии. Поверхностный слой является аналогом сильно насыщенной водородом части цилиндра, на ее площади была задана начальная температура 100°C. Поскольку в остальной части образца водорода гораздо меньше, в ней задана начальная температура в 20°C. Водород выходит из металла, поэтому на правую грань сетки задано граничное условие в виде температуры 0 °C. На границу наводороженной и ненаводороженной частей было задано условие пропускания тепла в виде закона $S_{exp}(U/kt)$, где A – константа, t – время, k – постоянная Больцмана, U – величина внутренней молярной энергии связи водорода, которая варьируется в промежутке [0,1-100] кДж/моль.

Для получения зависимости потока водорода внутрь образца от времени, на границу между сильно наводороженной и центральной частями была установлена «проба» потока тепла. На рисунке 2 представлен график температурной аналогии зависимости потока водорода от времени внутри образца из внешнего наводороженного слоя.

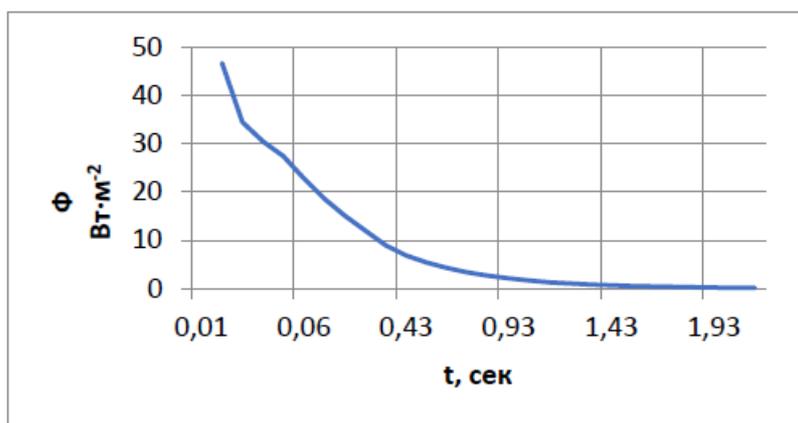


Рис. 2. Температурная аналогия диффузии. Зависимость потока тепла от времени на границе наводороженной и ненаводороженной частей

Аналогичный рисунку 2 график получен для потока водорода из образца. Этот результат хорошо согласуется с наблюдаемым на практике так называемым пиком водорода, не имеющего активационной энергии. Обычно этот водород связывают с наличием дислокаций в металлах, которые считаются отдельным типом ловушек водорода.

Необходимо отметить, что диффузия водорода идет в обе стороны и следует ожидать еще одного пика водорода на графике зависимости потока от времени, связанного с водорода из внутренней области образца.

На рисунке 3 приведена температурная аналогия зависимости потока водорода на границе (поверхности) металла от времени.

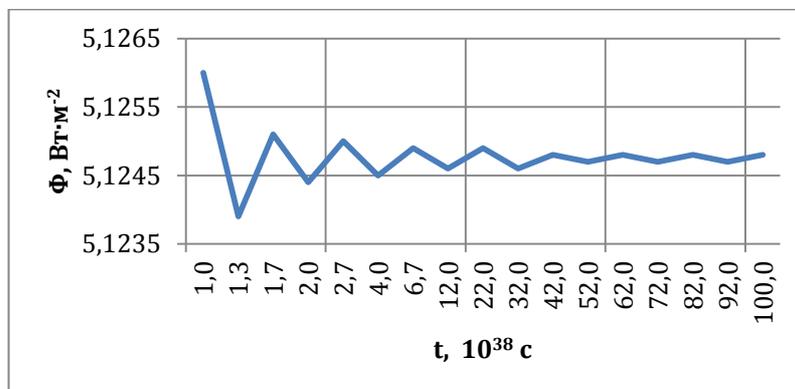


Рис. 3. Температурная аналогия диффузии. Зависимость потока тепла от времени на внешней поверхности металла

Хорошо видно, что поток водорода не достигает нулевых значений, что не соответствует ни уравнениям, ни экспериментальным наблюдениям. Поток водорода должен стремиться к нулю. Аналогичное несоответствие наблюдается на границе наводороженной и ненаводороженной частей при увеличении времени расчета. Полученные результаты говорят о плохой обусловленности поставленной задачи, скорее всего колебания концентрации водорода (потока тепла) связаны с ошибками численного интегрирования.

Результаты моделирования позволяют сделать вывод о том, что пик водорода, который на ТДС связывают с водородом, удерживаемым дислокациями, на самом деле связан водородом, накопленный в тонком поверхностном слое при искусственном наводороживании.

Конечно элементное моделирование всего термо-десорбционного спектра потока водорода с учетом диффузии из внутренних областей требует применения специальных методов численного интегрирования, что будет являться предметом дополнительного исследования.

Исследование выполнено при финансовой поддержке стипендиального фонда Siemens.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Hadfield R. The occlusion of gases by metals. A general discussion. Introductory address // Transactions of the Faraday Society. – 1919. – Vol. 14. – P. 173-191.
2. Standart. Steel - measurement method for the evaluation of hydrogen embrittlement resistance of high strength steels. ISO 16573:2015, 2015.
3. Standart. Transportable gas cylinders compatibility of cylinder and valve materials with gas contents, part 4: Test methods for selecting metallic materials resistant to hydrogen embrittlement. ISO 11114-4, 2005.
4. Standart. Method of measurement of hydrogen permeation and determination of hydrogen uptake and transport in metals by an electrochemical technique. ISO 17081:2014, 2014.
5. ANSI/NACE TM0284-2016. Evaluation of pipeline and pressure vessel steels for resistance to hydrogen-induced cracking. Nace International publisher, 2016.
6. Kissinger H. E. Reaction kinetics in differential thermal analysis // Analytical chemistry. – 1957. – Vol. 29. – №. 11. – P. 1702-1706.
7. Belyaev A. K. et al. Boundary layer of hydrogen concentration under plastic deformation // Acta Metallurgica. – 1972. – Т. 20. – №. 3. – С. 351-354

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ЗАДАЧ О НАПРЯЖЕННО-
ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ РАСТУЩЕГО ТЕЛА

Актуальность. Механика растущих тел не теряет свою актуальность на протяжении уже нескольких десятилетий. Примерами являются электролитическое осаждение и трехмерная печать, формирование планет [1] и рост ледяного покрова [2]. В последние годы особенно актуальной становится механика биологического роста [3]. Рост и резорбция костных тканей (ремоделинг) [4], рост продольных костей, рост аксонов, формирование складчатой структуры головного мозга [5] являются примерами, для которых уже экспериментально подтверждено наличие взаимосвязей процессов роста и напряженно-деформированного состояния. Но, несмотря на имеющиеся модели (см., напр., [6], [7]), эти взаимосвязи во многом остаются неясными. В данной работе предлагаются несколько простейших моделей роста, опыт работы с которыми предполагается использовать для формулировки более общих моделей.

Методы исследования. Методы линейной теории упругости.

Цели и задачи работы. Постановка различных вариантов задач о напряженно-деформированном состоянии тела при росте и их аналитическое решение.

Плоская задача роста под действием нагрузки. Рассмотрим бесконечный плоский брус толщиной $2a$ и высотой h (рис. 1). На брус действует вертикальная сила P , создающая погонное напряжение $\sigma_y = \frac{P}{2a}$. Полагаем, что рост или резорбция происходят, только если напряжение отличается от равновесного напряжения σ_0 . Если $\sigma_y > \sigma_0$, то чтобы компенсировать неравновесность, брус утолщается, происходит увеличение a . Если $\sigma_y < \sigma_0$, то брус уменьшается.

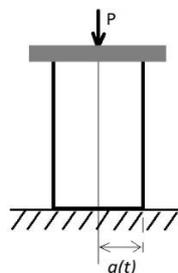


Рис. 1. Плоская задача роста под нагрузкой

Примем следующее кинетическое уравнение для изменения толщины бруса:

$$\dot{a} = k(\sigma_y(a) - \sigma_0). \quad (1)$$

Решение уравнения (1) имеет вид

$$k\sigma_0 t = (a_0 - a) + a_f \ln \frac{a_f - a_0}{a_f - a}, \quad (2)$$

где $a_f = \frac{P}{2\sigma_0}$ – равновесная толщина, соответствующая равновесному напряжению, а a_0 – начальная ширина бруса. Зависимость (2) определяет изменение ширины a в зависимости от времени и равновесной толщины a_f . Зависимость имеет асимптотический характер, пример зависимости ширины a от времени представлен на рисунке 2а.

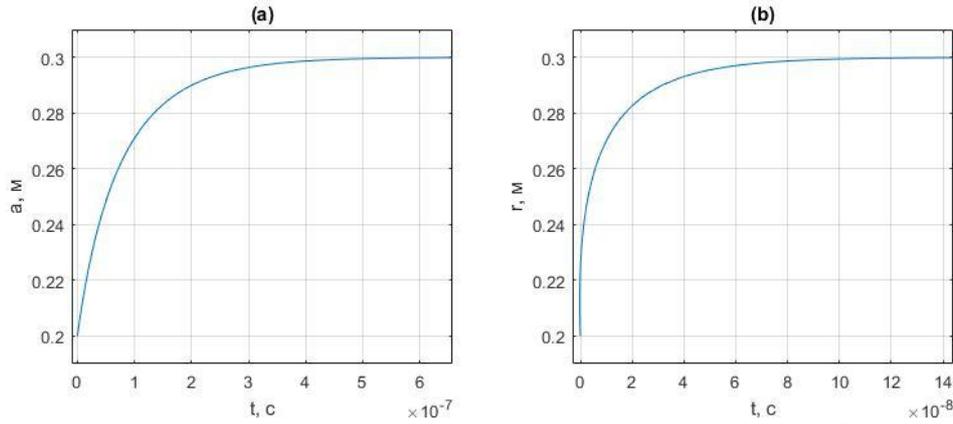


Рис. 2 (а) - Пример изменения ширины в плоской задаче при $k = 3$, $\sigma_0 = 10^5$, $a_0 = 0.2$, $a_f = 0.3$.
 (б) - Пример изменения ширины в осесимметричной задаче при $k = 3$, $\sigma_0 = 10^5$, $r_0 = 0.2$, $r_f = 0.3$.

Осесимметричная задача роста под действием нагрузки. Обобщим предыдущую задачу – вместо плоского бруса будем нагружать цилиндр. В этом случае нагрузка имеет вид $P = \pi r^2 \sigma_y$. Используем кинетическое уравнение, аналогичное (1):

$$\dot{r} = k(\sigma_y(r) - \sigma_0). \quad (3)$$

Решение дифференциального уравнения (3) имеет вид:

$$k\sigma_0 t = (r_0 - r) + \frac{r_f}{4} \ln \left(\frac{(r_f - r_0)(r + r_f)}{(r_f - r)(r_0 + r_f)} \right), \quad (4)$$

где $r_f = \sqrt{\frac{P}{\pi\sigma_0}}$ – равновесный радиус при данной нагрузке, r_0 – начальный радиус цилиндра.

Решение (4) так же, как и (2) имеет асимптотический характер, пример графика изменения радиуса от времени изображен на рисунке 2б.

Рост цилиндрического тела с учетом окружных напряжений, порождаемых ростом без нагрузки. Рассмотрим задачу присоединения вещества к поверхности цилиндра (Рис. 3). Присоединяемое вещество находится в напряженном состоянии.

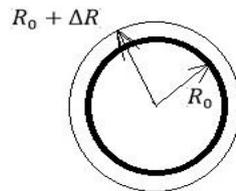


Рис. 3. Цилиндр и присоединенное вещество

Рассмотрим деформацию роста, линейно растущую с увеличением радиуса

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{gr}(r) = \left(\frac{r}{R_0} - 1 \right) (\underline{e}_\varphi \underline{e}_\varphi - \underline{e}_r \underline{e}_r),$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}^{gr}$ – тензор деформации роста. Будем решать уравнение равновесия линейной теории упругости

$$\nabla \cdot (\mathbf{C} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{gr})) = 0, \quad (5)$$

где \mathbf{C} – тензор упругости 4ого ранга, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор деформации. Предполагается, что рассматриваемое вещество изотропно

$$\mathbf{C} = k\mathbf{E}\mathbf{E} + 2\mu\mathbf{I},$$

где k – модуль всестороннего сжатия, μ – один из параметров Ламе.

Дифференциальное уравнение (5) решается при граничных условиях $u|_{r=0} < \infty$, $\sigma|_{r=R} = 0$. Решение уравнения приведено в таблице 1. Пример графиков радиальных и окружных напряжений приведен на рисунке 4.

Аналогично решается задача, при деформации роста, логарифмически зависящей от радиуса

$$\varepsilon^{gr}(r) = \ln \frac{r}{R_0} (e_\varphi e_\varphi - e_r e_r).$$

Логарифмическая функция растет медленнее линейной, поэтому напряжения в данной задаче будут расти также медленнее. Решения этой задачи так же приведено в таблице 1, примеры радиальных и окружных напряжений на рисунке 4.

Табл. 1. Решения задач роста тела без нагрузки с различными деформациями роста.

Величина	Линейная деформация роста		Логарифмическая деформация роста	
	$r \leq R_0$	$r > R_0$	$r \leq R_0$	$r > R_0$
σ_r	$2(\mu + k) \left[\ln \frac{R_0}{R} + \frac{R - R_0}{R_0} \frac{2\mu + 3k}{2(\mu + k)} \right]$	$\frac{R - r}{R_0} (2\mu + 3k) + \ln \left(\frac{r}{R} \right) (2\mu + 2k)$	$(\mu + k) \ln^2 \frac{R}{R_0} + k \ln \frac{R}{R_0}$	$(\mu + k) \ln \frac{Rr}{R_0^2} \ln \frac{R}{r} + k \ln \frac{R}{r}$
σ_φ	$2(\mu + k) \left[\ln \frac{R_0}{R} + \frac{R - R_0}{R_0} \frac{2\mu + 3k}{2(\mu + k)} \right]$	$2(\mu + k) \ln \frac{r}{R} + \frac{R - r}{R_0} (2\mu + 3k) + 2\mu \left(1 - \frac{r}{R_0} \right)$	$(\mu + k) \ln^2 \frac{R}{R_0} + k \ln \frac{R}{R_0}$	$(\mu + k) \ln \frac{Rr}{R_0^2} \ln \frac{R}{r} + k \ln \frac{R}{r} + 2\mu \ln \frac{R_0}{r}$

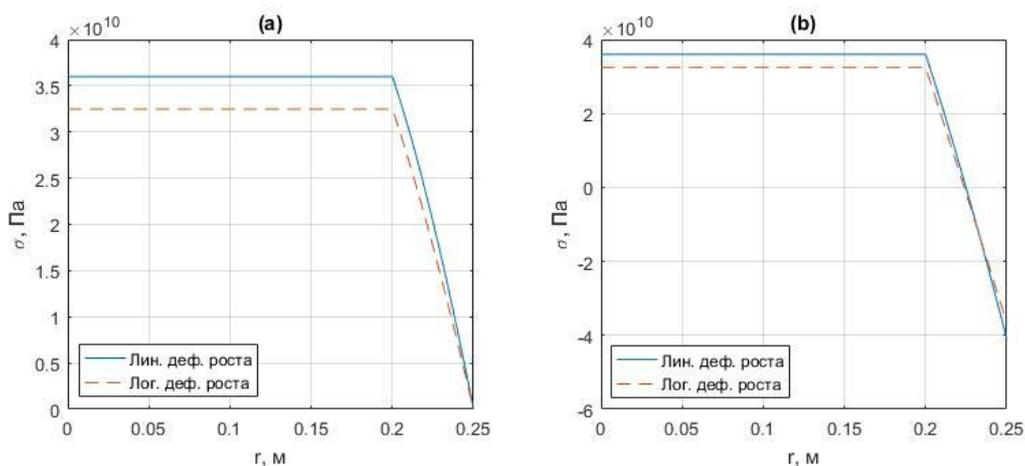


Рис. 4. (а) – Напряжения при линейной деформации роста.
(б) – Напряжения при логарифмической деформации роста

Вывод. Рассмотрены простейшие модели роста. Модели учитывают наличие равновесной конфигурации, подстраиваемой под внешнюю нагрузку, и внутренние напряжения, порождаемые деформацией роста. Для описания роста использовано простейшее кинетическое уравнение. Полученные результаты в дальнейшем будут использованы для более общих моделей.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Brown, Goodman, 1963. Gravitational stresses in accreted bodies. Math. Phys. Eng. Sci. 276, 571–576.
2. Brown, Evans, 1972. Slab avalanching and the state of stress in fallen snow. J. Geophys., 4570–4580
3. Skalak, Farrow, Hoger, 1997. Kinematics of surface growth. J. Math. Biol. 35 (8), 869–907
4. I. Goda. Ganghoffer, Maurice – Combined bone internal and external remodeling based on Eshelby stress. International Journal of Solids and Structures, 2016
5. Holland, Maria, Miller, Kyle - Emerging brain morphologies from axonal elongation. Ann Biomed Eng. 2015 July ; 43(7): 1640–1653

6. Goriely, A., The Mathematics and Mechanics of Biological Growth. Springer 2017

7. Manzhairov A.V., Gupta N.K. Fundamentals of continuous growth processes in technology and nature // Materials of the IUTAM Symposium on Growing solids, 23–27 June, 2015

УДК 517.977

В.В. Каракчиева

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

МЕТОДЫ АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ ЛОКАЛЬНО ДОПУСТИМОГО И ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Проекционно-операторный метод позволяет синтезировать локально допустимые и оптимальные управления с проекционными операторами путем «погружения» задач синтеза управления в задачи оптимизации [1]. Корректности операторов различных текущих состояний систем, представленных разностными уравнениями, достигается путем регуляризации операторов управления. Условия устойчивости таких систем выводятся в виде неравенств на основе принципа сжимающих отображений [2].

Целью работы является изучение особенностей построения и исследования моделей проекционно-операторного управления, а также синтез и анализ устойчивости систем локально допустимого и оптимального управления.

В процессе работы был проведен обзор моделей и методов исследования дискретных систем. Для каждой модели определены условия устойчивости на основе принципа сжимающих отображений. На числовом примере синтезированы управления для двух классов систем и проведен анализ их устойчивости.

Исследуются два класса систем, реализующих статические законы управления [3].

1. Дискретная система локально допустимого управления (ЛДУ) с нелинейным объектом и управлением $\bar{u}_k(x_k)$ описывается задачей Коши:

$$x_{k+1} = G_1(x_k) = H\Phi_x(x_k) + F_u\Gamma\bar{u}_k(x_k) = H\Phi_k(x_k) + F_u\Gamma T_u [P_A c H\Phi_x(x_k) + (1-2\theta)P^0 C_k \rho^{-1/2} \alpha_k^{1/2}], y_k = cx_k, x_{k0} = x^0, \quad (1)$$

$$x_k \in \mathbb{R}^{n_x}, u_k \in \mathbb{R}^{n_u}, y_k \in \mathbb{R}^{n_y}.$$

Вектор $\bar{u}_k(x_k)$ – вектор допустимых управлений системы (1), задается выпуклой комбинацией «граничных векторов» с параметрами допустимости

$$\bar{u}_k(x_k) = T_u z_{k*} = T_u [(1-\bar{\theta})z_{k*} + \bar{\theta}z_k^*] = T_u [P_A b_k^i + P^0 C_k \rho^{-1/2} \alpha_k^{1/2}], \theta \in [0,1],$$

где параметр $\bar{\theta}$ обеспечивает минимум нормы $\varphi(z_k) = \|z_k - C_k\|_2^2$ на отрезке $[z_{k*}, z_k^*]$.

2. Дискретная система локально-оптимального управления (ЛОУ) с «параметром оптимальности» $\tilde{\theta}_{k*}$ описывается задачей Коши:

$$x_{k+1} = G_2(x_k) = H\Phi_x(x_k) + F_u\Gamma u_{k*}(x_k) = H\Phi_k(x_k) + F_u\Gamma T_u [P_A c H\Phi_x(x_k) + (1-2\theta_{k*})P^0 C_k \rho^{-1/2} \alpha_k^{1/2}], y_k = cx_k, x_{k0} = x^0, \quad (2)$$

где параметр оптимальности $\tilde{\theta}_{k*}$, определяющий минимальные отклонения переменных от допустимых воздействий $C_k = (C_y | C_u)_k^T$, равен

$$\tilde{\theta}_{k*} = p_\theta(\theta_{0k}) \in [0,1], \theta_{0k} = \arg \min \left\{ \varphi(\theta) = \|(1-\theta)z_{k*} + \theta z_k^* - C_k\|_2^2 \right\} \in \mathbb{R}.$$

Условия устойчивости дискретных систем локально допустимого и оптимального управления представлены в форме ограничений на параметр статической обратной связи, которые, основываясь на принципе сжимающий отображений, следуют из ограничений на параметр сжатия:

- Условие устойчивости для локально оптимальное управления:

$$|\gamma| \leq (1 - \|H\|) \left[\|F_u\| \cdot \|T_u\| \left(\beta + 2|\bar{\theta}_p| \cdot \|p_C^0\| r L_\alpha L_{p\alpha} \beta^2 \right) \right]^{-1}.$$

- Условие устойчивости для локально-допустимого управления:

$$|\gamma| \leq (1 - \|H\|) \|F_u\| \cdot \|T_u\| \left(\beta + L_\Sigma r \beta^2 \right)^{-1}.$$

Для примера рассматривается непрерывная система в виде модели в пространстве состояний [4]

$$\dot{x}' = Ax + Bu, \quad y = Cx,$$

для которой заданы значения коэффициентов матриц:

$$A = \begin{bmatrix} -1.5 & 0.029 & 0.02 \\ 0.0184 & -2.7 & -0.0067 \\ -1.2 & 0.03 & -3.23 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.043 \\ -0.17 \\ 0.343 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 0 \ 1].$$

В результате синтеза локально допустимого управления и подстановке соответствующих значений оценка для параметра γ принимает вид

$$|\gamma| \leq 1.0594.$$

Для значения параметра $\gamma = 2$, удовлетворяющего условию устойчивости, строятся графики выходов (рис. 1). Синим цветом выделен график заданного программного выхода, красным цветом – график прогнозируемого выхода. При данном выборе параметра γ локально допустимое управление является неустойчивым.

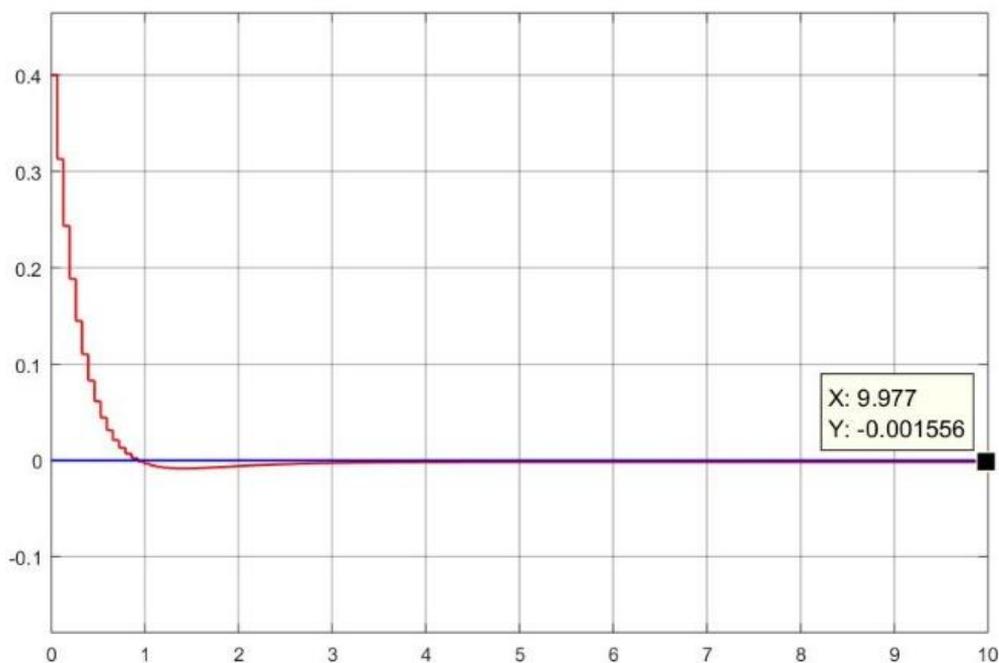


Рис. 1. Графики прогнозируемого и заданного программного выхода при $\gamma = 2$

В результате синтеза локально оптимального управления и подстановке соответствующих значений оценка для параметра γ примет вид

$$|\gamma| \leq 0.0013.$$

Для значения параметра $\gamma = 0,0002$, удовлетворяющего условию устойчивости, строятся графики выходов (рис. 2).

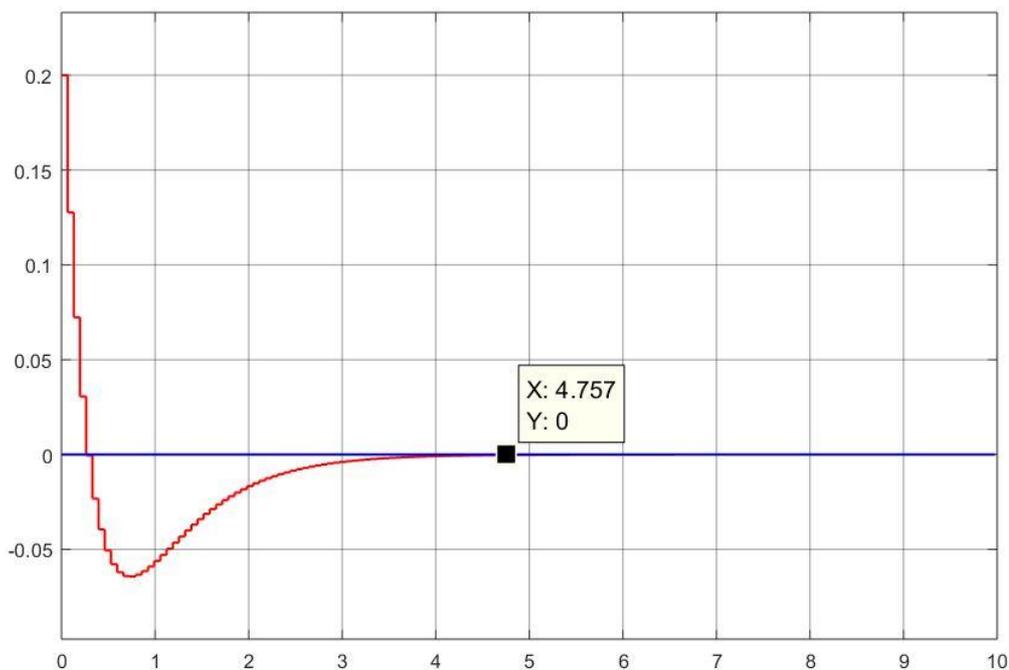


Рис. 2. Графики прогнозируемого и заданного программного выхода при $\gamma = 0,0002$

При данном выборе параметра γ локально оптимальное управление является устойчивым.

Таким образом, на примере системы, заданной разностными уравнениями, синтезированы рассмотренные классы дискретных систем и проведен анализ их устойчивости при различных значениях параметра статической обратной связи. Выполнение условий устойчивости, а также требований к параметрам управлений, подтверждены вычислениями и графиками.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Козлов В.Н., Функциональный анализ с приложениями в энергетике /В.Н. Козлов. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та. 2011. 404 с.
2. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа 7-е изд. – М.: Физматлит, 2004. – 572 с.
3. Козлов В. Н. Негладкие системы, операторы оптимизации и устойчивости энергообъединений. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та. 2012. – 183 с.
4. Козлов В.Н. Куприянов В.Е., Шашихин В.Н. Теория автоматического управления. Учебное пособие по курсовому проектированию. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009. – 127 с.

СИСТЕМНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИРОСКОПА RR-ТИПА

Актуальность. В настоящее время проявляется все больший интерес к области микромеханики. Системы из таких элементов находят широкое применение: они применяются в автомобилестроении, авиационно-космических, биомедицине и различных научных отраслях. В связи с бурным развитием микросистемной технологии, механизмы на ее основе представляют большой интерес для исследований.

Разработка микромеханических датчиков включает в себя множество стадий, каждая из которых является критической при создании. Такие стадии как [1]: разработка конструкции, моделирование механики прибора, подготовка схемы управления, создание электрических схем, а также технологическая настройка производства или подстройка под имеющиеся технологии – наличие большого количества этапов разработки требует комплексного подхода к задаче проектирования микромеханических датчиков. Актуальным решением для такого проектирования является системное моделирование, оно позволяет связать все этапы разработки в общую систему.

Такой подход широко используется в настоящее время, однако методы моделирования механики микромеханических датчиков являются неоптимальными и ресурсоемкими. В этой работе предлагаются оптимальные решения для данной проблемы с использованием методов аналитического и численного моделирования, объединенных вместе.

Цель работы. Целью данной работы является оптимизация традиционных подходов системного моделирования к микромеханическим приборам за счет использования объединенных аналитических и численных подходов к решению задач механики. В данной работе рассматривается системное моделирование на примере микромеханического гироскопа RR-типа.

Конструкция. Проектирование системной модели микромеханического датчика начинается с рассмотрения принципа физики работы, используемого в конкретном устройстве (двигатели – пьезоэлектрические эффекты, тепловое расширение, акселерометр - первый и второй законы движения Ньютона, гироскоп - сила Кориолиса). Это приводит к соответствующему выбору геометрии и приблизительной схеме управления устройством. В этом исследовании гироскопа RR-типа физика базируется на эффектах Кориолиса. Это накладывает ограничения на устройство: система должна быть с высоким добротности. В соответствии с ротационным режимом работы была выбрана вращающаяся осциллирующая масса, которая реагирует на силу Кориолиса наклоном плоскости вращения. Эти движения фиксируются с помощью электродов с переменным зазором (рисунок 1). Для создания конструкции задействуются методы параметрического проектирования с использованием САПР (система автоматизированного проектирования). Критерии оптимизации конструкции извлекаются из всего цикла системного моделирования.

Моделирование механики. После проектирования создается аналитическая механическая модель. Вводятся следующие системы координат (СК): $OXYZ$ – СК, связанная с основанием микромеханического гироскопа (ММГ); $Oxyz$ – СК, связанная с главными центральными осями инерции ротора чувствительного элемента (ЧЭ) ММГ (Рисунок 1). В инерциальной системе отсчета (ИСО) основание ММГ совершает вращение с угловой скоростью $\Omega(t)$. Компоненты вектора Ω в СК $OXYZ$ обозначаются $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$. Вектор угловой скорости ротора ММГ в ИСО ω имеет в СК $OXYZ$ компоненты $\omega_1, \omega_2, \omega_3$. Ориентация ротора относительно основания ММГ определяется углами α, β, γ . Моделирование механики

датчиков осуществляется с помощью уравнений динамики вращательного движения твердого тела, с введением внешних и нелинейных факторов. Полученные уравнения решаются с помощью асимптотических методов нелинейной динамики [2] (напр., метода многих масштабов), с последующим решением автономной системы дифференциальных уравнений в программном пакете MATLAB.

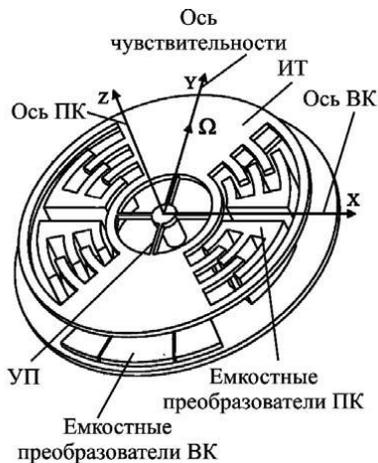


Рис. 1. Конструкция гироскопа RR-типа

В большинстве опубликованных исследований динамики ротора ММГ RR-типа рассматриваются геометрически линейные уравнения движения, вытекающие из линеаризации уравнений движения по углам α, β, γ в окрестности их нулевых значений. Эта процедура, в первом приближении, оправдана действительной малостью величин углов в реальных конструкциях ММГ. Однако, фактически, в ходе упрощающих выкладок делаются дополнительные предположения о малости производных $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$, что позволяет отбрасывать как члены высших порядков слагаемые вида $\alpha\dot{\gamma}, \dot{\gamma}^2$ и т.п. Указанная операция строго не обоснована, т.к., вообще говоря, в случае высокочастотной вибрации скорости изменения углов α, β, γ не являются малыми величинами. В данной работе изучается влияние вышеописанных допущений на динамику ротора ЧЭ.

Пример решения динамики микромеханического гироскопа RR-типа, с учетом различных нелинейных факторов, а также с разложением до членов высших порядков, представлен на рисунке 2.

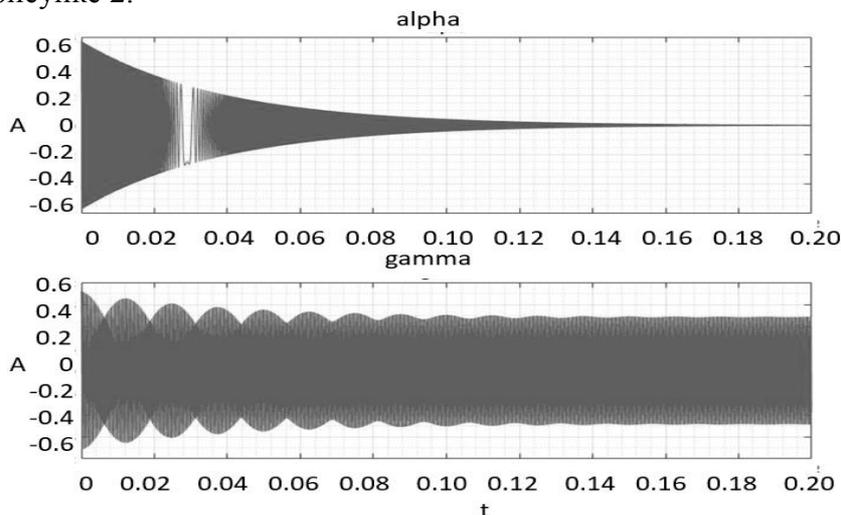


Рис. 2. Результаты моделирования нелинейной динамики микромеханического гироскопа RR-типа. α – первичные колебания, γ – вторичные

Также предполагается моделирование механики с использованием ROM [3], [4], [5] (Reduced Order Modelling – моделирование пониженного порядка) метода. Динамика системы представляется с помощью непрерывного оператора. К задаче непрерывного оператора применяется процедура Галеркина (дискретизация непрерывного решения). Дискретное решение затем упрощается с использованием метода взвешенных невязок. После этого оно представляется в виде системы дифференциальных уравнений низкого порядка, решение которой не требует значительных вычислительных ресурсов. Впоследствии к этой системе применяются асимптотические методы нелинейной динамики.

Асимптотические методы. Для решения нелинейных дифференциальных уравнений, полученных в ходе моделирования механики, используются асимптотические методы. В данной работе рассматривается метод многих масштабов. Основная идея этого метода заключается в разложении решения системы дифференциальных уравнений через временные масштабы (где временные масштабы: $T_k = \varepsilon^k t$) следующим образом:

$$x = x_0(T_0, T_1, \dots) + \varepsilon x_1(T_0, T_1, \dots) + \dots \quad 1)$$

Эта процедура приводит решение системы к автономному виду, которое затем решается с помощью методов продолжения по параметру с использованием MatCont [6] (– пакет для программной среды MATLAB).

Схема управления. Для разработки системы управления используются такие системы и языки как Spice, VHDL-AMS или AHDL.

Объединение. Цифровые этапы разработки объединяются с помощью САПР. Взаимодействие моделирования и схем управления осуществляется с помощью математических функций и уравнений, и может быть автоматизировано с помощью MATLAB Simulink. Связь проектирования и результатов вычислений осуществляется посредством САПР (ANSYS, CAD + MATLAB).

Выводы. Полученное решение позволяет существенно сократить продолжительность разработки конструкции прибора и ресурсы, используемые при моделировании процессов в приборе. Полученная системная модель гироскопа RR-типа позволяет производить более качественное и точное моделирование за счет учета различных внешних и нелинейных факторов, а также за счет увеличения количества моделирований, используемых для получения прогнозирующих кривых зависимостей входных параметров от выходных. Такая методика разработки, состоящая из нескольких модулей, позволяет изменять и улучшать их по отдельности независимо от остальных.

ЛИТЕРАТУРА:

1. T. Bechtold, G. Schrag, System-level Modelling of MEMS // Boschstr. 12, 69469 Weinheim,; WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA. - 2013.
2. A. H. Nayfeh, Perturbation Methods // Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA. - 2004.
3. J. E. Mehner, L. D. Gabbay and S. D. Senturia, "Computer-Aided Generation of Nonlinear Reduced-Order Dynamic Macromodels. I. Non-stress-stiffened case," // Journal of Micromechanical Systems. - 2000. - vol. 9. - no. 2. - Pp. 262-269.
4. J. E. Mehner, L. D. Gabbay and S. D. Senturia, "Computer-Aided Generation of Nonlinear Reduced-Order Dynamic Macromodels. II. Stress-stiffened case," Journal of Micromechanical Systems. - 2000. - vol. 9. - no. 2. Pp. 270-278.
5. V. A. Kolchuzhin, "Methods and Tools for Parametric Modeling and Simulation of Microsystems based on Finite Element Methods and Order Reduction Technologies" // Chemnitz. - 2010.
6. W. Govaerts, Y. A. Kuznetsov, V. D. Witte, A. Dhooge, H. Meijer, W. Mestrom, A. Riet and B. Sautois, "MATCONT and CL MATCONT". - 2011.

ВЛИЯНИЕ КОРРОЗИОННОГО НАСЫЩЕНИЯ ВОДОРОДОМ НА ПРОХОЖДЕНИЕ УПРУГИХ ВОЛН В МЕТАЛЛАХ

Увеличение концентрации водорода, проникающего в стенку трубопроводов из перекачиваемых по нему газо- и нефтепродуктов, способствует образованию микродефектов в материале трубы. Наличие поля напряжений в металле, вызванного давлением перекачиваемой среды, способствует ускорению наводораживания, которое является в данном случае частью процесса стресс-коррозии. Это приводит к возникновению аварийных ситуаций в результате хрупкого разрушения металла. Для обеспечения безопасности необходимо использование методов неразрушающего контроля, так как протяженность трубопроводов составляет тысячи километров. Широко применяемая для этих целей ультразвуковая дефектоскопия не позволяет обнаружить зародышевые микродефекты. А современные высокопрочные и коррозионно-стойкие стали, применяемые в нефтегазовой промышленности, склонны к быстрому развитию этих дефектов. При этом в стенках трубопроводов образуются зоны хрупкого разрушения длиной в сотни метров.

Имеются экспериментальные данные о том, что накопление водорода приводит к изменению скорости звука [1]. Но это изменение происходит на очень малую величину и при практических измерениях его невозможно отличить, например, от температурного изменения скорости звука. Одним из наиболее перспективных методов неразрушающего контроля является метод акустоупругости [2], который основан на измерении акустической анизотропии — относительной разности скоростей распространения ультразвуковых акустических волн во взаимно перпендикулярных направлениях. Данный метод позволяет определить средние по толщине материала величины механических напряжений, что является важным преимуществом при наличии микроструктурных изменений металла.

На данный момент неразрушающий акустический контроль применим для упругих [2,3] и пластических деформаций [4], но не применялся для контроля стресс-коррозионных процессов. Поэтому необходим анализ возможного влияния стресс-коррозии на скорости распространения акустической волны в металлах.

Цель данной работы — исследование влияния водородной деградации на распространение волн в металле посредством математического моделирования. Влияние наличия наводораживания материала оценивается по величине анизотропии [1,5].

В качестве объекта исследования взят образец, вырезанный из стандартного стального горячекатаного листа. Нижняя поверхность образца насыщена водородом в результате коррозии. Для начала будем считать, что толщина пораженного слоя одинакова вдоль всего образца. При этом механические свойства поврежденного водородной коррозией слоя ниже, чем свойства исходного материала.

В качестве математической модели рассматриваются два жестко соединенных слоя. Исследование влияния коррозии проводится с помощью численного моделирования в программном комплексе ANSYS. На рисунке 1 ниже представлена геометрическая модель слоя, рассматриваемого в качестве некоторого участка трубопровода, где H — толщина слоя, h — толщина поврежденного слоя. Начало координат лежит на нижней границе слоя, сам слой лежит на плоскости XOZ, а ось OY направлена вверх.

Для измерений продольной и поперечных волн на практике используется прибор ИН-5101А со стандартным трехкомпонентным пьезопреобразователем, который осуществляет

излучение и прием подаваемого сигнала. Предполагаем наличие датчика на верхней поверхности образца при этом порождаемое им воздействие $P(x, y, z, t)$ имеет импульсный характер. Для упрощения задания граничных условий будем считать, что центр контактной поверхности датчика располагается в точке $(0, H, 0)$.

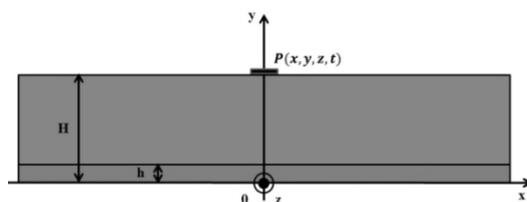


Рис. 1. Геометрическая модель

Сначала рассмотрен однородный изотропный слой для подбора размера элемента расчетной математической модели. Для получения достоверных результатов необходимо, чтобы размер элемента не превосходил длину волны. На рисунках 2.а и 2.б приведены семейства кривых зависимости поперечных перемещений металла от времени в точке $(0,0,0)$ при вариации размера элементов модели.

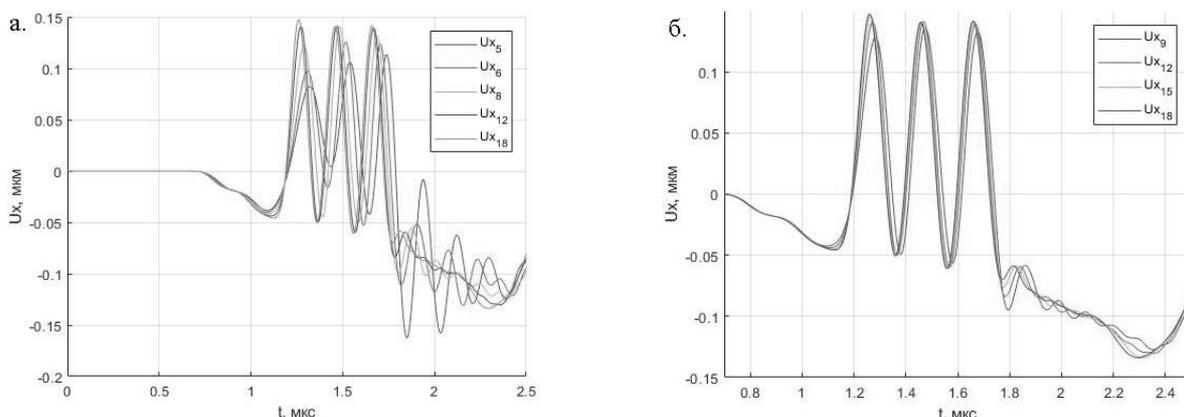


Рис. 2. Семейство кривых $u_x = u_x(t)$ при разных величинах элемента разбиения
 а. для разбиений длины поперечной волны на 5,6,8,12,18 частей,
 б. для разбиений длины поперечной волны на 9,12,15,18 частей

Из рисунка 2.б видно, что при указанных разбиениях реакции материала близки по характеру и ярко выраженным пикам. Поэтому для дальнейших расчетов выбран размер элемента, равный $1/15$ длины волны, рассчитанной аналитически

Рассчитаны временные задержки реакции слоя в точке $(0,0,0)$ на внешнее касательное воздействие в точке $(0, H, 0)$ для всех случаев, для которых были получены зависимости $u_x = u_x(t)$. Также вычислены скорости прохождения поперечной и продольной волн согласно линейной теории упругости. И при известной толщине образца рассчитана аналитически временная задержка сигнала. Ниже на рисунке 3 представлен график изменения временной задержки сигнала, полученной в программном комплексе, от числа разбиений длины волны и приведено аналитическое значение. Численное сравнение тех же результатов для выбранного ранее размера элемента приведено в таблице 1.

Табл. 1. Сравнение значений задержек распространения поперечной волны, полученной с помощью ANSYS и аналитически

	ANSYS	ЛТУ	Ошибка, %
Задержка поперечной волны, мкс	1.10	1.08	1.9

Из таблицы 1 видно, что ошибка составляет менее 2%, что является приемлемым расчетным результатом.

Затем проведен расчет временной задержки сигнала с учетом наличия поврежденного слоя, что задавалось понижением значения модуля упругости в этом слое. На рисунке 4 приведен график зависимости временной задержки сигнала от толщины поврежденного слоя. Значения модуля определялись на основании би-континуальной модели материала, содержащего водород и экспериментальных данных о концентрации водорода в стенках газопровода. Этот график показывает, что имеется большая чувствительность скорости распространения поперечной звуковой волны, при этом влияние числа разбиений является несущественным.

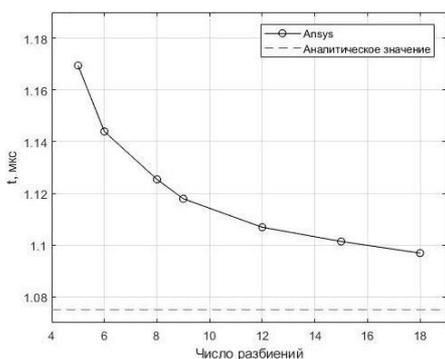


Рис. 3. Зависимость временной задержки сигнала от числа разбиений

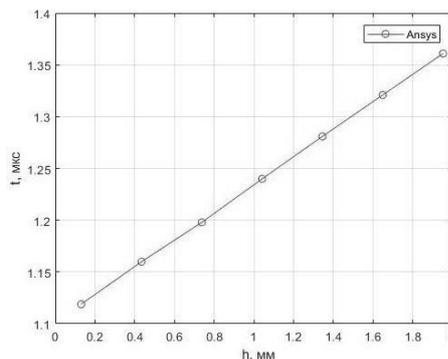


Рис. 4. Зависимость временной задержки сигнала от толщины поврежденного слоя

Полученные зависимости говорят о том, что измерения акустической анизотропии стандартным оборудованием, имеющим относительную точность изменения временных задержек 10^{-6} с, позволят проводить техническую диагностику трубопроводов на наличие зон, насыщенных водородом. Данная задача имеет большое значение для осуществления неразрушающего контроля, так как отсутствие представления о влиянии насыщения водородом на прохождение упругих волн в металле не позволяет в полной мере оценить размеры пластических деформаций без предварительного удаления слоя, ослабленного водородной коррозией [4]. В последующем планируется учет предварительного напряженного состояния модели, а также учет начальной анизотропии металла.

Исследование выполнено при финансовой поддержке стипендиального фонда Siemens.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Senior P., Szilard J. Ultrasonic detection of hydrogen in pipeline steel //Ultrasonics. – 1984. – Vol. 22(1). – P. 42-44
2. Никитина Н.Е. Акустоупругость. Опыт практического применения. – Н. Новгород: ТАЛАН, 2005. – с. 208
3. ГОСТ Р 52890-2007 Контроль неразрушающий. Акустический метод контроля напряжений в материале трубопроводов. Общие требования.
4. Беляев А.К., Лобачев А.М., Модестов В.С., Пивков А.В., Полянский В.А., Семенов А.С., Третьяков Д.А., Штукин Л.В. Оценка величины пластических деформаций с использованием акустической анизотропии // Изв. РАН. МТТ. 2016. №5. с. 124-131
5. Полянский В.А, Третьяков Д.А., Штукин Л.В., Яковлев Ю.А. Диагностика состояния конструкций при усталостном нагружении методом акустоупругости // Материалы II Всероссийской акустической конференции, совмещенной с XXX сессией Российского акустического общества. – 2017. – с.1771-1778

**КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИСТЕРЕЗИСНОГО ПОВЕДЕНИЯ
БЕССВИНЦОВЫХ СЕГНЕТОЭЛЕКТРОУПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ
С УЧЕТОМ ТЕТРАГОНАЛЬНОЙ, РОМБОЭДРИЧЕСКОЙ И ОРТОРОМБИЧЕСКОЙ ФАЗ**

Бессвинцовые сегнетоэлектрические и сегнетоупругие материалы являются одними из наиболее активно исследуемых классов материалов. Несколько причин обуславливают все возрастающий интерес к ним. Во-первых, это применение в широком спектре областей промышленности от автомобилестроения до микроэлектроники. Во-вторых, это экологичность бессвинцовых материалов по сравнению с более распространенными керамиками на базе титанат-цирконата свинца (ЦТС) [1]. В-третьих, это отсутствие до конца разработанной теории нелинейного поведения сегнетоэлектрических материалов и программных продуктов, позволяющих делать расчеты изделий из сегнетопъезокерамики [2].

Долгое время бессвинцовые сегнетоэлектрические керамики практически не изучались в силу их более слабого пьезоэлектрического и диэлектрического отклика по сравнению с керамиками ЦТС. Однако, в последнее время было обнаружено, что вблизи морфотропной фазовой границы (МФГ) керамики на основе титаната бария и других бессвинцовых перовскитов могут давать показатели близкие к ЦТС.

В программе CES (Constitutive Equation Studio) реализованы алгоритмы расчета поведения двух- и трехфазных смесей вблизи морфотропной границы для постоянного фазового состава с использованием предложенной ранее микромеханической модели сегнетоэлектрического материала с учетом диссипативного характера движения доменных стенок [3,4,5]. В ней представлена возможность моделирования сегнетоэлектрического материала в тетрагональной, ромбоэдрической и орторомбической фазах, а также в случае сосуществования нескольких фаз близи МФГ. Межфазовые переходы в этой модели пока не учитываются в силу их более сложной физической природы.

В общем случае трехфазного материала вблизи МФГ в материале присутствует 24 домена: 6 тетрагональных, 8 ромбоэдрических и 12 орторомбических. В модели предполагается, что все кристаллические ячейки одной фазы ориентированные в одном направлении объединены в один домен. Каждый домен I описывается объемной долей c_I .

Осреднением полей деформаций (тензор $\boldsymbol{\varepsilon}$) и диэлектрических смещений (вектор \mathbf{D}) в условии постоянства полей механических напряжений (тензор $\boldsymbol{\sigma}$) и электрического поля (вектор \mathbf{E}) получены определяющие соотношения для кристалла (гомогенизация по Фойгту):

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{D} \end{Bmatrix} = \sum_{I=1}^M c_I \left(\begin{bmatrix} {}^4\mathbf{S}_I^E & {}^3\mathbf{d}_I^T \\ {}^3\mathbf{d}_I & \boldsymbol{\kappa}_I^\sigma \end{bmatrix} \circ \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{E} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_I^r \\ \mathbf{P}_I^r \end{Bmatrix} \right) = \left(\sum_{I=1}^M c_I \begin{bmatrix} {}^4\mathbf{S}_I^E & {}^3\mathbf{d}_I^T \\ {}^3\mathbf{d}_I & \boldsymbol{\kappa}_I^\sigma \end{bmatrix} \right) \circ \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{E} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^r \\ \mathbf{P}^r \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

где ${}^4\mathbf{S}_I^E$, ${}^3\mathbf{d}_I$, $\boldsymbol{\kappa}_I^\sigma$ - тензоры податливости, пьезоэлектрических коэффициентов, диэлектрической проницаемости, соответствующие I -му варианту доменов кристаллической решетки.

Уравнения эволюции для осредненных по объему кристаллита тензора остаточной деформации $\boldsymbol{\varepsilon}^r$ и вектора поляризации \mathbf{P}^r имеют вид:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^r \\ \dot{\mathbf{P}}^r \end{Bmatrix} = \sum_{I=1}^M \dot{c}_I \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_I^r \\ \mathbf{P}_I^r \end{Bmatrix} = \sum_{\alpha=1}^N \dot{f}_\alpha \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\mu}_\alpha \gamma_\alpha \\ \mathbf{s}_\alpha P_\alpha \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

где N – количество возможных переходов α из I -ой системы в J -ую; $\boldsymbol{\mu}_\alpha$ и \mathbf{s}_α - тензор и вектор Шмидта для соответствующего перехода α из I -ой системы в J -ую; γ_α, P_α - сдвиг и

инкремент полряризации при переходе из I -ой системы в J -ую; \dot{f}_α - функция, определяющая скорость перехода, зависящая от движущей силы G_α и объемной доли c_I , введена по аналогии с вязко-пластичностью [3]:

$$\dot{f}_\alpha = \dot{f}_0 \frac{G_\alpha}{G_c} \left| \frac{G_\alpha}{G_c} \right|^{n-1} \left(\frac{c_I}{c_0} \right)^m, \quad (3)$$

где $G_\alpha = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\mu}_\alpha \boldsymbol{\gamma}_\alpha + \mathbf{E} \cdot \mathbf{s}_\alpha P_\alpha + \boldsymbol{\sigma} \cdot \Delta^3 \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}$ – движущая сила, \dot{f}_0 , G_c , n , m , c_0 – константы материала.

В программном комплексе PANTOCRATOR v.7.19 эта модель реализована в конечно-элементной формулировке с использованием векторного потенциала [6,7].

Решение ряда модельных задач позволяет получить гистерезисы поляризации для нагружения поликристаллов различного фазового состава.

Рассматривается кубический представительный элемент поликристаллического материала, включающий 8 конечных элементов и 64 монокристалла. При нагружении переменным электрическим полем, меняющемся линейно с амплитудой $E = 2$ МВ/м и частотой $f = 0.025$ Гц, в направлениях [001], [011] и [111] получены диэлектрические гистерезисы для материалов в трех фазах – тетрагональной, ромбоэдрической и орторомбической, представленные на рисунке 1.

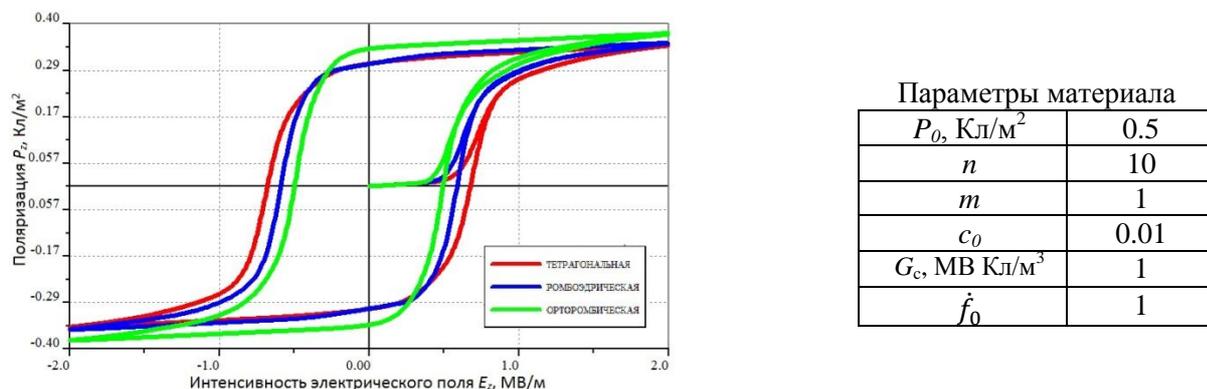


Рис. 1. Диэлектрические гистерезисы для тетрагонального, ромбоэдрического и орторомбического поликристаллического сегнетоэлектрического материала

Полученные гистерезисные кривые имеют схожую форму, которая остается инвариантной к направлению воздействия электрическим полем. Аналогичные результаты для монокристаллических материалов демонстрируют чувствительность к направлению нагружения (рис. 2).

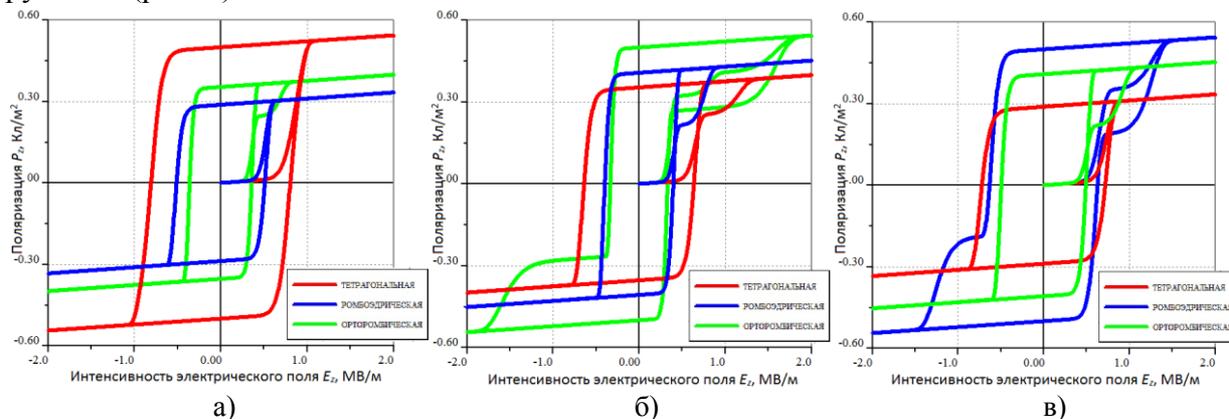


Рис. 2. Диэлектрические гистерезисы для тетрагонального, ромбоэдрического и орторомбического сегнетоэлектрического монокристалла ориентации а) [001], б) [011], в) [111]

На рисунке 3 представлены характерные поля компоненты вектора поляризации D_z для случаев представительного объема поликристалла переменным электрическим полем, меняющемся линейно с амплитудой $E = 2$ МВ/м и частотой $f = 0.025$ Гц, в момент насыщения пластической составляющей поляризации при достижении максимума нагрузки.

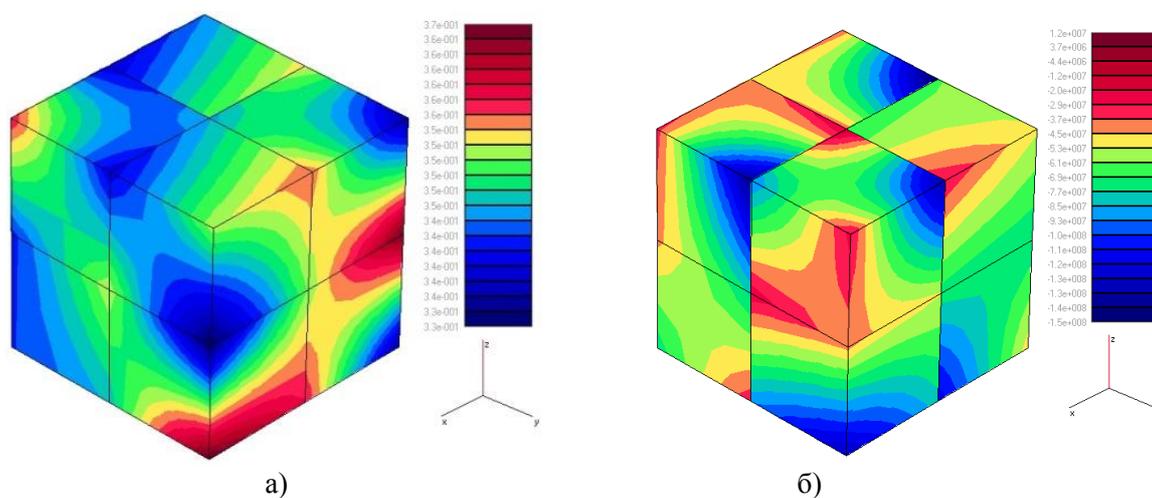


Рис. 3. Распределение локальных полей вертикальной компоненты вектора поляризации D_z (а) и интенсивности механических напряжений σ_z (б) для нагружения поликристаллического сегнетоэлектрического материала

Представленные результаты тестового КЭ моделирования поведения сегнетоэлектрического поликристаллического материала с учетом тетрагональной, ромбоэдрической и орторомбической фаз указывают на валидность предложенного подхода. Рассмотрены различные начальные распределения ориентаций монокристаллов. Случайное распределение ориентаций кристаллитов в поликристалле приводит к инвариантности формы диэлектрического гистерезиса относительно фазы материала и направления нагружения. В монокристаллическом материале наблюдается увеличение высоты петли гистерезиса в случаях совпадения направления электрической нагрузки и спонтанной поляризации материала для всех рассмотренных фаз.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 18-19-00413).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Rödel J., Jo W., Seifert K., Anton E., Granzow T. Perspective on the Development of Lead-free Piezoceramics // J. Am. Ceram. Soc. 2009. V. 92. N. 6. P. 1153–1177.
2. Ивашов И.В., Лобанов С.М., Семенов А.С. Моделирование нелинейного поведения поликристаллических сегнетоэлектроруригих материалов на основе метода конечно-элементной гомогенизации // Труды 5 Межд. междисциплинарного молодежного симпозиума «Физика бессвинцовых пьезоактивных и родственных материалов». В.5 т.1. – Ростов-на-Дону, 2016. – 234 с.
3. Семенов А.С. Вычислительные методы в теории пластичности // Изд-во СПбГПУ. 2008. 211 с.
4. Huber J.E., Fleck N.A. Multi-axial electrical switching of a ferroelectric: theory versus experiment // J. Mech. Phys. Solids. 2001. V. 49. P. 785–811.
5. Lobanov S., Semenov A. Modeling of nonlinear behavior of polycrystalline lead-free piezoceramics with a content of tetragonal, rhombohedral and orthorhombic phases under cyclic loading // Procedia Structural Integrity. 2017. V. 6. P. 90-94.
6. Семенов А.С. PANTOCRATOR - конечноэлементный программный комплекс, ориентированный на решение нелинейных задач механики // Труды V-ой Межд. конф. "Научно-технические проблемы

прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения". СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003. С. 466-480.

7. Semenov A.S., Liskowsky A.C., Balke H. Return mapping algorithms and consistent tangent operators in ferroelectroelasticity // Int. Journal for Numerical Methods in Engineering. 2010, V. 81. P. 1298–1340.

УДК 539.4

И.Р. Муртазин¹, А.С. Семенов¹, Л.Б. Гецов²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого; ²НПО ЦКТИ

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ РАЗМАХАМИ ТЕМПЕРАТУРЫ И ДЕФОРМАЦИИ КОРСЕТНОГО ОБРАЗЦА ДЛЯ ТЕРМОУСТАЛОСТНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Термическая усталость является одной из основных причин разрушения сопловых и рабочих лопаток газотурбинных двигателей. Сопровождающаяся интенсивным накоплением вязкопластических деформаций в условиях переменных по пространству и времени полей температур, термическая усталость является наиболее сложной и малоизученной разновидностью малоциклового усталости, требующей дальнейших экспериментальных и теоретических исследований.

Для определения характеристик термоусталостного разрушения наибольшее распространение получила методика испытаний закрепленного образца термоциклическим нагревом, предложенная Коффиным. На практике широкое распространение получили плоские образцы с корсетной центральной частью (рис. 1а), испытываемые по методике, разработанной в ЦКТИ [1]. При циклическом нагревании электрическим током зафиксированного образца в его центральной рабочей части возникают значительные знакопеременные напряжения и пластические деформации, приводящие к разрушению после определенного числа циклов. Повышение размаха температур в цикле приводит к увеличению амплитуд деформаций и, как следствие этого, к уменьшению числа циклов до разрушения. Установление уточненных корреляционных зависимостей между размахом температуры и размахом деформаций в центральной части на основе прямого конечно-элементного (КЭ) моделирования процесса термоциклического нагружения является целью данной работы.

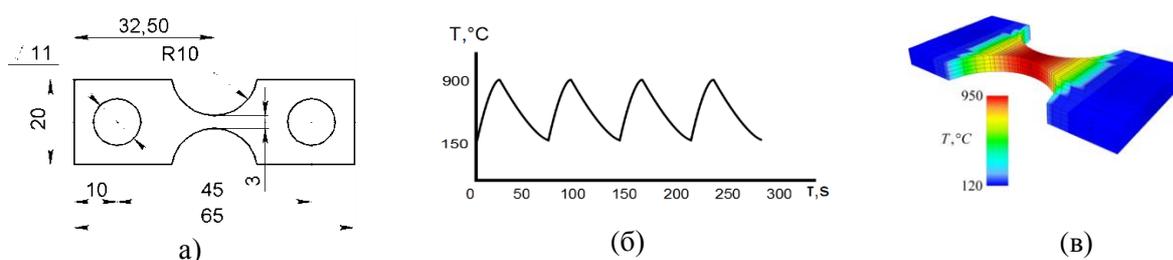


Рис. 1. Плоский корсетный образец для испытаний на термическую усталость (а); характерное изменение температуры во времени (б); характерное изменение температуры по образцу (в)

В методике [1] предлагается использование упрощенного соотношения, предложенного в докомпьютерную эпоху, для вычисления размаха механических (атермальных) деформаций $\Delta\varepsilon^{mech} = \Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon^T$ (именно они и определяют число циклов до разрушения):

$$\Delta\varepsilon^{mech} = -\Delta\varepsilon^T \varphi = -[\alpha(T_{max})T_{max} - \alpha(T_{min})T_{min}] \varphi, \quad (1)$$

где T_{\max} и T_{\min} – максимальная и минимальная температуры цикла, $\alpha(T_{\max})$ и $\alpha(T_{\min})$ – (секущие) коэффициенты линейного расширения в диапазонах $20^{\circ}\text{C} \dots T_{\max}$ и $20^{\circ}\text{C} \dots T_{\min}$ соответственно. Коэффициент стеснения термической деформации

$$\varphi = 1 - \Delta u_{\text{constrain}} / \Delta u_{\text{free}}, \quad (2)$$

учитывающий податливость оснастки и температурное расширение материала вне рабочей зоны, $\Delta u_{\text{constrain}} = \Delta \varepsilon l_1$ – измеряемая в процессе опыта величина размаха относительного смещения за цикл контрольных отпечатков индентора (на противоположных границах рабочей зоны длиной $l_1 = 4$ мм), наносимых до опыта на поверхность образца, $\Delta u_{\text{free}} = \Delta \varepsilon^T l_1$ – (расчетный или экспериментально измеренный) размах свободных перемещений контрольных отпечатков при нагреве от минимальной T_{\min} до максимальной T_{\max} температуры.

Основой для введенных соотношений может служить аналитическое решение для мультистержневой модели корсетного образца с различными высотами поперечного сечения. Так при использовании простейшей линейной упругой модели из 2х стержней для половины образца: рабочая зона длиной l_1 , высотой h_1 и окружение рабочей зоны длиной l_2 , высотой h_2 механическая деформация рабочей зоны (стержня 1)

$$\Delta \varepsilon^{\text{mech}} = \Delta \varepsilon_1^e = \frac{\Delta \sigma_1}{E_1} = -\Delta \varepsilon_1^T \frac{1 + \Delta \varepsilon_2^T l_2 / \Delta \varepsilon_1^T l_1}{1 + E_1 h_1 l_2 / E_2 h_2 l_1}. \quad (3)$$

Очевидно, дробь в правой части соответствует коэффициенту φ , то есть структура уравнения (1) (пропорциональность механических деформаций тепловым) обоснована, но только в рамках стержневой модели и при неучете пластических деформаций.

Произведем оценку φ на основе КЭ расчетов в трехмерной постановке и с учетом наличия пластических деформаций. В расчетах рассмотрим поли- и монокристаллические сплавы на никелевой основе. В первом случае используем феноменологическую модель [2] с кинематическим упрочнением, а во втором – микроструктурную (кристаллографическую) модель [3,4] кристалла, с учетом наличия 12 октаэдрических систем скольжения с нелинейным кинематическим упрочнением.

На рисунке 2 показаны характерные распределения полей интенсивности деформаций ε_i при максимальной температуре для поли- (в силу наличия 3х плоскостей симметрии рассмотрена 1/8 часть образца) и монокристаллических (моделируется образец целиком для учета наличия анизотропии при произвольной кристаллографической ориентации) сплавов. В обоих случаях наблюдается локализация деформаций в центральной части. Расчеты выполнены с использованием КЭ программного комплекса PANTOCRATOR [5].

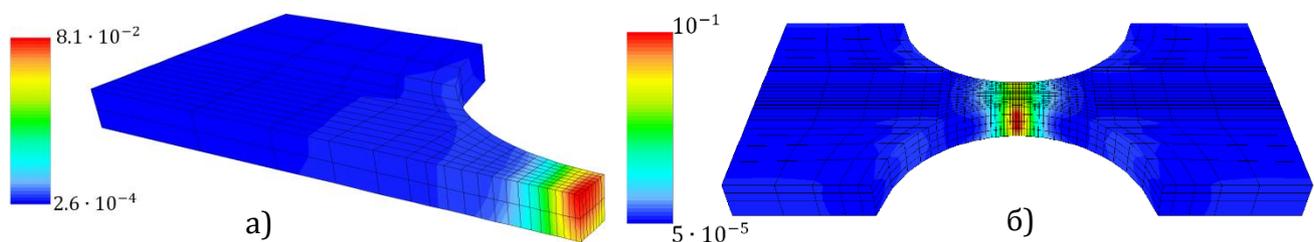


Рис. 2. Распределение поля интенсивности деформаций ε_i при T_{\max} для а) поликристаллического и б) монокристаллического сплава

На рисунке 3 показаны полученные расчетным путем зависимости размахов осевых деформаций $\Delta \varepsilon_x$ и интенсивностей деформаций $\Delta \varepsilon_i$ от размаха температуры в цикле (во всех

случаях $T_{\min}=100^{\circ}\text{C}$) для боковой точки в центральном сечении образцов. Они имеют монотонно возрастающий характер. Отличие между ними соответствует термической деформации. Оба рассмотренных параметра $\Delta\varepsilon_x$ и $\Delta\varepsilon_i$ могут быть использованы для расчета коэффициента φ в соответствии с выражениями: $\varphi_1 = \Delta\varepsilon_x^{mech} / \Delta\varepsilon^T = (\Delta\varepsilon_x - \Delta\varepsilon^T) / \Delta\varepsilon^T$ или $\varphi_2 = \Delta\varepsilon_i / \Delta\varepsilon^T$. Результаты расчетов показали их практически идеальное совпадение. На рис. 4 показаны зависимости $\varphi = \varphi_2$ от размаха температуры для поли- и монокристаллических образцов.

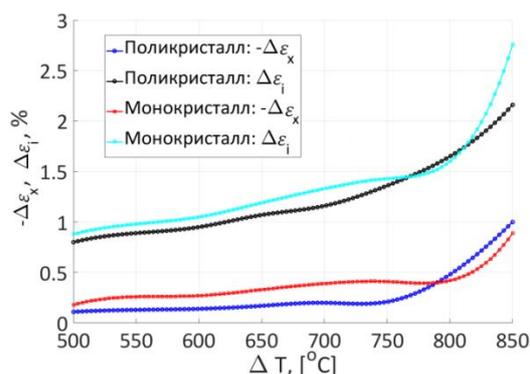


Рис. 3. Зависимость размаха осевых деф. $\Delta\varepsilon_x$ и интенс. деф. $\Delta\varepsilon_i$ от размаха температуры ΔT для поли- и монокристаллического образцов

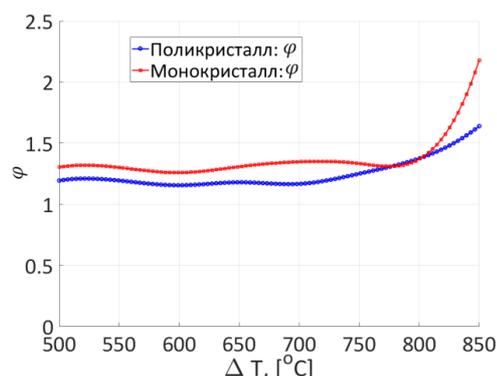


Рис. 4. Зависимость параметра φ от размаха температуры ΔT для поли- и монокристаллического образцов

При малых пластических деформациях (режимы до $\Delta T \sim 750^{\circ}\text{C}$), параметры φ остаются постоянными и равными 1.19 для поликристаллического и 1.30 для монокристаллического образца. Однако, с ростом уровня пластических деформаций φ возрастает и достигает 1.64 для поликристаллического и 2.18 для монокристаллического образца.

Полученные значения φ , превосходящие 1, указывают на усиливающие способности масштабирования температурных деформаций в механические, что объясняется особенностями конструкции корсетного образца, приводящих к дополнительному поджатию рабочей зоны, вызванному термическим расширением массивного окружения рабочей зоны. Управлять начальным значением φ можно, меняя геометрию образца. Следует отметить, что экспериментальная оценка φ по (2) остается справедливой в любом случае, однако для уменьшения ее погрешности, связанной с осреднением деформаций в пределах рабочей зоны и неучетом вклада неосевых деформаций (заметном для монокристаллов), рекомендуется проводить индивидуальное КЭ моделирование для каждого образца.

Исследование выполнено при финансовой поддержке стипендиальной программы Siemens.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Гецов Л.Б., Гугелев Б.М., Новикова Е.Г., Журавлев Ю.Н. Метод микроструктурного исследования повреждений в металлах при термической усталости // Заводская лаборатория №1, 1976, С. 836-840.
2. Семенов А.С. Вычислительные методы в теории пластичности. СПб: Изд-во СПбГПУ. 2008. 211 с.
3. Семенов А.С., Гецов Л.Б. Критерии термоусталостного разрушения монокристаллических жаропрочных сплавов и методы определения их параметров // Проблемы прочности. 2014, № 1. С. 50-62.
4. Семенов А.С. Идентификация параметров анизотропии феноменологического критерия пластичности монокристаллов на основе микромеханической модели // Науч.-технические ведомости СПбГПУ. Физико-мат. науки. 2014. Т. 194, №2. С. 15-29.

5. Семенов А.С. PANTOCRATOR – конечно-элементный программный комплекс, ориентированный на решение нелинейных задач механики // Труды V Межд. Конф. «Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности констр. и методы их решения». СПб: Изд-во СПбГПУ, 2003. С. 466-480.

УДК 534

А.А. Папировский, А.В. Лукин, И.А. Попов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

О МЕТОДАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ПЬЕЗОАКУСТИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ

Введение. Повсеместное использование в различных областях приборостроения разнообразного рода устройств (микромеханические сенсоры, линии задержки, системы манипуляции частицами в микроканалах [1]), принцип работы которых основан на распространении поверхностных акустических волн (ПАВ) в сплошных средах, способствует развитию аналитических и численных методов исследования указанных процессов. Распространение волн по поверхности пьезоэлектрика сопровождается модуляцией электрического поля для пьезоэлектрически активных направлений материала, что вызывает необходимость рассмотрения связанности механического и электрического полей при построении аналитических и численных моделей. Особый интерес вызывает класс устройств на ПАВ, эксплуатация которых происходит в неинерциальных системах отсчета. Это в частности, класс приборов, используемых для навигации и управления движением. Названные приборы обладают многими уникальными свойствами, такими как высокая устойчивость к внешним воздействиям, отсутствие упругих инерциальных связей в конструкции прибора, низкая стоимость изготовления, а также длительный срок службы относительно других известных типов приборов [2]. Известно, что фазовая скорость поверхностных акустических волн в звукопроводе зависит от угловой скорости его вращения [3]. Указанный гироскопический эффект является рабочим принципом, лежащим в основе многих устройств навигации [4]. Численное моделирование и анализ микромеханических систем, в основе работы которых лежат волновые процессы, представляет существенные трудности. Прежде всего это связано с фактом связанности физических полей, учет которой необходим для описания эффектов, протекающих в пьезоэлектрических средах. Хорошим примером численного моделирования вышеупомянутых процессов является работа [5]. В настоящей работе исследуется ряд аналитических и численных моделей, с различной степенью подробности описывающих динамику работы микромеханического устройства на ПАВ.

Математическая постановка и решение задачи о распространении поверхностных акустических волн Рэлея в упругом изотропном пространстве с учетом и без учета вращения.

Рассмотрим изотропную среду, занимающее пространство ($x_3 \leq 0$) без механических нагрузок на поверхности ($x_3 = 0$), подверженную равномерному вращению с постоянной скоростью (Ω_j) вокруг оси x_i . Уравнения движения и граничные условия в таком случае имеют вид [6]:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_k} + 2\rho \varepsilon_{ijk} \Omega_j \frac{\partial u_l}{\partial t} + \rho (\Omega_i \Omega_j u_j - \Omega_j^2 u_i) = 0, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (1)$$

$$T_{i3} = C_{i3kl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} = 0, \quad x_3 = 0, \quad (2)$$

где ρ – плотность; C_{ijkl} – тензор упругих постоянных; ε_{ijk} – символ Леви-Чивита; u_i – вектор перемещений; T_{i3} – напряжение.

Это $-2\rho\varepsilon_{ijk}\Omega_j\frac{\partial u_l}{\partial t}$ сила Кориолиса, это $-\rho(\Omega_i\Omega_j u_j - \Omega_j^2 u_i)$ центробежная сила. Решение этой задачи ищется в виде $u_i = a_i e^{[iK(n_l x_l - Vt)]}$. Волна имеет фазовую скорость V и волновое число $K (= \omega / V)$ вдоль направления с направляющими косинусами n_l относительно декартовых осей x_l , где ω циклическая частота ПАВ. Коэффициент усиления β , представляющий гироскопический эффект ПАВ в соответствии с приложенной угловой скоростью в соответствии с [7], определяется следующим выражением $\frac{\Delta V}{V_0} = \beta \frac{\Omega}{\omega}$, без учета центробежных сил. Связь между фазовой скоростью и угловой скоростью определялась без упрощений и сравнивалась с ранее полученными данными из литературы. Значение коэффициента усиления было найдено для материала ниобат лития ($LiNbO_3$) и ST-quartz. На основе полученных аналитических решений было проверено численное решение в программном комплексе COMSOL [8]. Численное решение получено методом конечных элементов. Также решена задача о распространении ПАВ в объемной постановке с учетом геометрической структуры встречно-штыревого преобразователя. На рисунке 1 представлено сравнение, полученного поля перемещений для аналитического и численного решений описанной задачи без учета вращения.

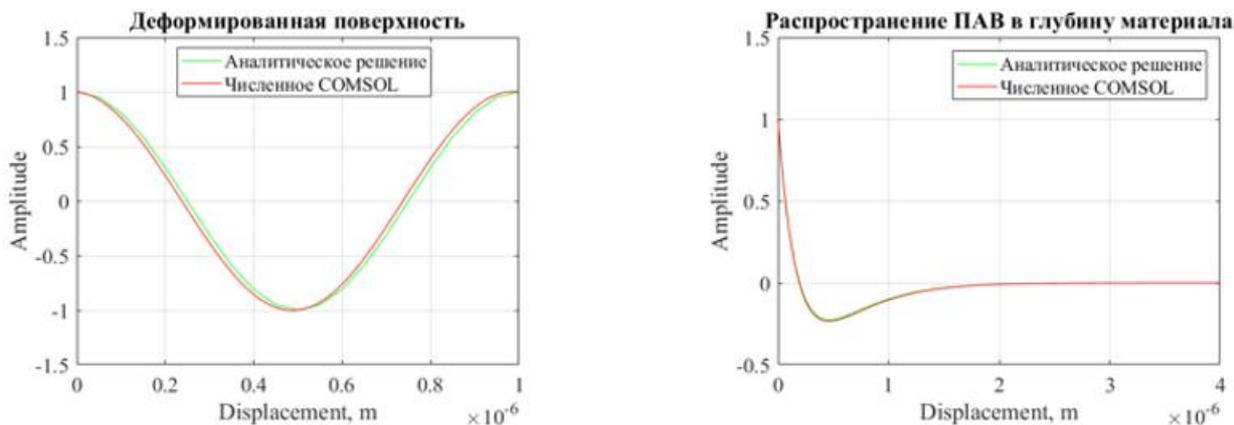


Рис. 1. Графики сравнения численного и аналитического решений

Частоты и фазовые скорости, полученные в ходе аналитического и численного решений, отличаются на 0,02%.

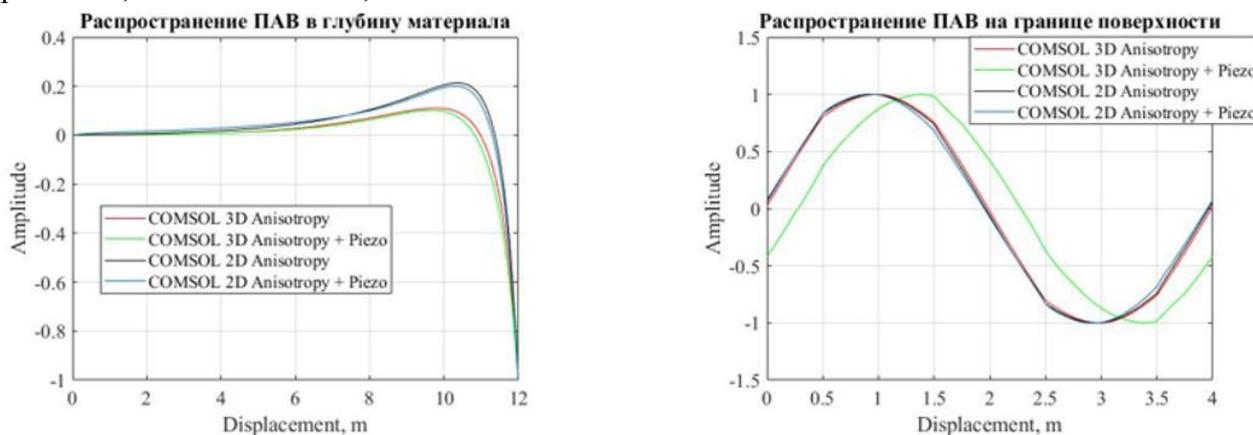


Рис. 2. Графики сравнения численных постановок задачи

На рисунке 2 представлено сравнение численных решений объемных и плоских постановок задачи с учетом связанности механического и электрического полей и без учета вращения. В качестве решения представлено поле перемещений.

Анализируя полученные графики можно судить о важности учета связанности полей при решении подобных задач.

На рисунке 5 представлен результат численного решения задачи для объемной постановки с учетом связанности электрического и механического полей и с учетом структуры встречно штыревого преобразователя. В качестве решения выведено поле перемещений.

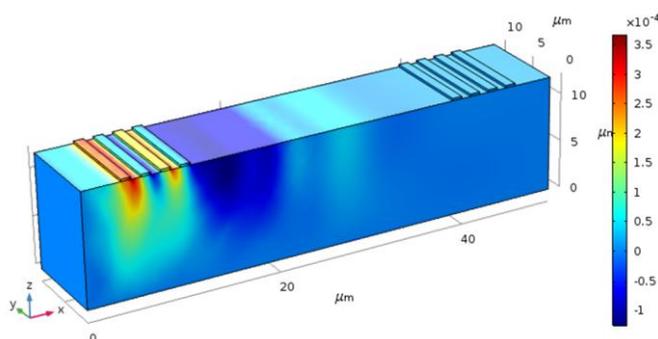


Рис. 3. Поле перемещений

Выводы. В ходе работы исследован ряд аналитических и численных моделей, описывающих работу микромеханического устройства на поверхностных акустических волнах. Методы моделирования разработаны и верифицированы на основе аналитических решений. Развитые подходы позволяют выполнять качественный анализ распространения ПАВ в пьезоэлектрических средах с учетом факта связанности механического, электрического и температурного полей.

Работа проводилась при поддержке гранта РФФИ 17-01-00414 А.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Johansson L.; Enlund J.; Johansson S.; Katardjiev I.; Yantchev V. Surface acoustic wave induced particle manipulation in a PDMS channel—principle concepts for continuous flow applications. *Biomed Microdevices*, November 2011
2. Lukyanov, D.P.; Filatov, Y.V.; Shevchenko, S.Y.; Shevelko, M.M.; Peregudov, A.N.; Kukaev, A.S.; Safronov, D.V. State of the art and prospects for the development of SAW-based solid-state gyros. *Gyroscopy Navigation*. **2011**, 4, 214–221.
3. Гуляев Ю.В., Плесский В.П. Распространение поверхностных акустических волн в периодических структурах. *Успехи физических наук*. №1 (157). 1989. С. 85-127
4. Лукьянов Д.П., Филатов Ю.В. Современное состояние и перспективы развития твердотельных микрогироскопов на поверхностных акустических волнах. *Гироскопия и навигация*. №3 (74). 2011. С. 75-87.
5. Осетров А.В., Нгуен Ван Шо, Расчет параметров поверхностных акустических волн в пьезоэлектриках методом конечных элементов. *Вычислительная механика сплошных сред*. – 2011, Т.4, №4, - с. 71-80.
6. Sarapuloff S A, Skripkovskii G A and Rhim J W 2005 Inertial effects in surface and bulk elastic waves and possibility of their use in high-G solid-state micro gyros *12th Int. Conf. on Integrated Navigation Systems (Saint-Petersburg)* pp 355–61
7. Sang Woo Lee *et. al.* A micro rate gyroscope based on the SAW gyroscopic effect. *J. Micromech. Microeng.* №17. 2007. P. 2272-2279
8. COMSOL software - <https://www.comsol.com/>

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ ОДНОМАССОВОГО ВИБРАЦИОННОГО
МИКРОМЕХАНИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА LL-ТИПА

Введение. Предметом данной работы является одномассовый микромеханический гироскоп (ММГ) LL-типа. Преимущества ММГ перед другими гироскопами делают задачу их моделирования и исследования одной из актуальных задач прикладной механики. Основанные на непосредственной связи электрической и механической систем на микроуровне, они позволяют проводить достаточно точные измерения угловой скорости, будучи при этом размера порядка нескольких миллиметров. Известно большое количество вариантов конструктивного исполнения ММГ, отличающихся как методами преобразования выходных сигналов в инерциальную информацию, так и технологиями производства [1]. Подобные гироскопы могут быть использованы как отдельно, так и в составе сложных систем, таких как гирокомпасы, инерциальные измерительные установки и инерциальные навигационные системы [2].

Гироскопам посвящен ряд работ как отечественных, так и зарубежных авторов. Например, в книге [3] рассмотрены основные типы ММГ, способы производства и положено начало исследованию динамических режимов работы прибора. В статье [4] говорится об управлении частотами с помощью обратной связи. Книга [5] подробно описывает нелинейную динамику гироскопа. Поскольку в ММГ инерционное тело совершает колебания на резонансной частоте подвеса, имеющего высокую добротность Q (как правило, $Q > 10^4$), внешние механические и акустические помехи могут существенно влиять на характеристики ММГ, особенно в тех случаях, когда их частоты близки к резонансной частоте подвеса. В работе [6] представлены результаты соответствующих экспериментальных исследований.

Постановка задачи. Работа ММГ основана на преобразовании кинетической энергии первичных колебаний инерциальной массы на упругих элементах, в энергию вторичных колебаний, которые благодаря силе Кориолиса, действующей на резонатор, вращающийся с угловой скоростью Ω_z (рис.1) [1], содержат информацию об измеряемой угловой скорости.

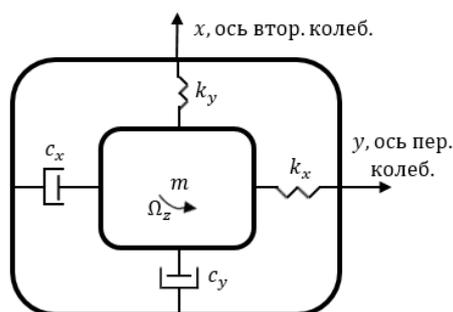


Рис. 1. Схема одномассового ММГ с 2 степенями свободы.

Для изучения динамики одномассового ММГ с помощью ур-я Лагранжа 2-го рода была получена система [7]:

$$m\ddot{x} + c_x\dot{x} + \left(k_x - m(\Omega_y^2 + \Omega_z^2)\right)x + m(\Omega_x\Omega_y - \dot{\Omega}_z)y = \tau_x + 2m\Omega_z\dot{y} \quad (1)$$

$$m\ddot{y} + c_y\dot{y} + \left(k_y - m(\Omega_x^2 + \Omega_z^2)\right)y + m(\Omega_x\Omega_y + \dot{\Omega}_z)x = \tau_y - 2m\Omega_z\dot{x} \quad (2)$$

Здесь τ_x и τ_y представляют внешнюю возбуждающую силу, возмущающие воздействия и нелинейные факторы механической, электрической и гидродинамической

природы. Анализ линейной динамики может быть эффективно выполнен с помощью методов теории управления, реализованных в Matlab (построение АФЧХ с помощью диаграмм Боде). Подобный анализ показал, что при в определенном диапазоне малых по величине угловых скоростей допустимо пренебрегать гироскопическим членом в уравнении (1) и рассматривать динамику ММГ по первичной оси независимо от вторичных колебаний. Интерес представляет изучение системы (1)-(2) при учете нелинейных факторов. Распишем τ_x и τ_y по компонентам следующим образом: $\tau_x = k_{x3}x^3 + k_{xy}y + 4\frac{\epsilon_0 TN}{d}V_{DC}V_{AC} \sin \Omega t$ – нелинейная и перекрестная жесткости по ПК и возбуждающая сила; $\tau_y = k_{y3}y^3 + k_{xy}x + \frac{\epsilon_0 SV_{DET}^2}{(y_0 - y)^2} - \frac{\epsilon_0 SV_{DET}^2}{(y_0 + y)^2} + F_N \sin vt$ – нелинейная и перекрестная жесткости по ВК, электростатическая сила емкостного преобразователя и внешнее вибрационное (акустическое) воздействие.

Решение. Характеристики точности ММГ в значительной степени зависят от соотношения собственных частот (СЧ) по ПК и ВК. Необходимо совпадение СЧ колебаний чувствительного элемента - это обеспечивает резонансное усиление сигналов на входе системы [5].

Работа с системой (1)-(2) требует введения малого параметра – возьмем в качестве его порядка отношение угловой скорости основания к характерной частоте собственных колебаний чувствительного элемента [5]: $\Omega/\omega \sim \epsilon \ll 1$

Система (1)-(2) не допускает строгого аналитического решения, поэтому необходимо использовать метод поиска приближенного решения, например, метод многих масштабов (МММ). Для дальнейшей работы с системой были введены следующие масштабы [8]:

$$x = x_0 \tilde{x}, \quad y = y_0 \tilde{y}, \quad \tau = \omega \tilde{\tau}, \quad \text{где } \omega = \sqrt{k_x/m}; \quad x_0 = y_0 = d. \quad (3)$$

Здесь d – зазор между обкладками конденсатора, регистрирующего входной сигнал. Перепишем исходную систему в отмасштабированном виде и с малым параметром ϵ , чья степень определяется отношением порядков коэффициентов c_n и d_n к его собственному порядку:

$$\ddot{x} + \epsilon c_1 \dot{x} + [1 - \epsilon^2 c_2]x + \epsilon^2 c_3 y + \epsilon c_4 x^3 + \epsilon c_5 y = \epsilon c_6 \dot{y} + \epsilon \sin vt, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y} + \epsilon d_1 \dot{y} + [1 + \epsilon d_2 - \epsilon^2 d_3]y + \epsilon^2 d_4 x + \epsilon d_5 y^3 + \epsilon d_6 x \\ = -\epsilon d_7 \dot{x} + 4\epsilon d_8 (y + 2y^3) + d_9 \sin \delta \tau. \end{aligned} \quad (5)$$

Для оценки порядков c_n и d_n для корректного введения малого параметра ϵ были использованы выражения для констант через физические параметры: $c_1 = \frac{c_x}{m\omega}$, $c_2 = \frac{\Omega_x^2 + \Omega_z^2}{\omega^2}$, $c_3 = \frac{\Omega_x \Omega_y}{\omega^2}$, $c_4 = \frac{k_{x3}}{m\omega^2} x_0^2$, $c_5 = \frac{k_{xy}}{m\omega^2}$, $c_6 = \frac{2\Omega_z}{\omega}$, $c_7 = \frac{F_x}{m\omega^2 x_0}$, $d_1 = \frac{c_y}{m\omega}$, $d_2 = \frac{\Delta}{m\omega^2}$, $d_3 = \frac{\Omega_x^2 + \Omega_z^2}{\omega^2}$, $d_4 = \frac{\Omega_x \Omega_y X}{\omega^2 y_0}$, $d_5 = \frac{k_{y3} y_0^2}{m\omega^2}$, $d_6 = \frac{k_{xy} X}{m\omega^2 y_0}$, $d_7 = \frac{2\Omega_z X}{\omega y_0}$, $d_8 = \frac{F_y}{m\omega^2 y_0}$, $d_9 = \frac{F_n}{m\omega^2 y_0}$.

Для первого приближения ϵ были определены все резонансы - рассматриваем главный из них $\nu = 1$. МММ дает следующие решения для этого случая: $x_0 = a(T_1) \cos(T_0 + \beta_1(T_1))$; $y_0 = b(T_1) \cos(T_0 + \beta_2(T_1)) + 2\Lambda \cos \delta T_0$, где $\Lambda = F/(2(1 - \delta^2))$; (6)-(7)

здесь a и b , β_1 и β_2 – амплитуды и фазы, зависящие от медленного времени. Получаем, что первичный резонанс для электростатической возбуждающей силы и вторичный для внешнего шума возникают при частотах $\nu = 1$ и $\delta = 1, \frac{1}{3}, 3$. Для главного резонанса и $\delta = \frac{1}{3}$ введем расстройку следующим образом: $\nu = 1 + \epsilon \sigma_1$; $\delta = \frac{1}{3} + \epsilon \sigma_2$ (8)-(9)

Подставляя решения в виде (6)-(7), частоты в виде (8)-(9) в систему (4)-(5) и отбрасывая внешний шум, получаем автономную систему уравнений:

$$\begin{cases} a' = -0.5c_1a - 0.5c_5b \sin(\gamma_1 - \gamma_2) + 0.5c_6b \cos(\gamma_1 - \gamma_2) - 0.5c_7 \cos(\gamma_1) \\ a\gamma_1' = -a\sigma_1 + 0.375c_4a^3 + 0.5c_5b \cos(\gamma_1 - \gamma_2) + 0.5c_6b \sin(\gamma_1 - \gamma_2) - 0.5c_7 \sin(\gamma_1) \\ b' = -0.5d_1b - 0.5d_6a \sin(\gamma_2 - \gamma_1) - 0.5d_7a \cos(\gamma_2 - \gamma_1) \\ b\gamma_2' = -b\sigma_1 + 0.375d_5b^3 + 0.5d_2b + 0.5d_6a \cos(\gamma_2 - \gamma_1) - 0.5d_7a \sin(\gamma_2 - \gamma_1) - \\ - 2d_8b - 3d_8b^3 \end{cases} \quad (10)$$

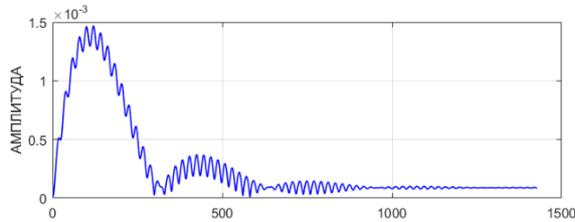


Рис. 2. Выход амплитуды вторичных колебаний на стационарный режим

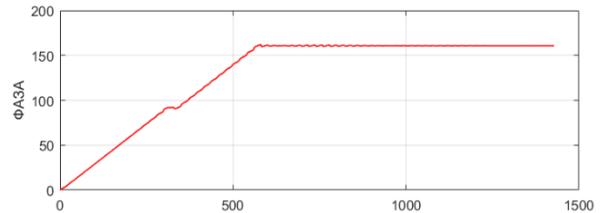


Рис. 3. Выход фазы вторичных колебаний на стационарный режим

Приравнявая правые части системы (10) к нулю, получаем систему алгебраических уравнений для ММГ, зависящих от различных физических параметров. С помощью MatCont получаем численное решение системы с помощью продолжения решения по параметру [9]. Решение задачи Коши с фиксированными параметрами (рис.2, 3) используется как начальное приближение продолжения стационарного периодического режима для работы в MatCont. Таким образом проводится анализ эволюции системы, в зависимости от частоты, скорости и напряжения.

Дальнейшая работа. На данном этапе автономная система первого приближения была получена вручную, что не является оптимальным решением подобных задач. Далее исследования будут проводиться в направлении автоматизации выполнения алгоритма метода многих масштабов. Также с помощью MatCont мы сможем предсказывать поведение АЧХ и ФЧХ динамической системы при варьировании параметров, что позволит с качественной стороны исследовать нелинейную динамику инерциальной массы ММГ в различных резонансных режимах работы.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Д.П. Лукьянов, В.Я. Распопов, Ю.В. Филатов «Прикладная теория гироскопов», ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2015
2. Vittorio M. N. Passaro, «Gyroscope Technology and Applications: A Review in the Industrial Perspective», Sensors 2017, 17, 2284.
3. C. Acar, A. Shkel “MEMS Vibratory Gyroscopes Structural Approaches to Improve Robustness”, Springer Science+Business Media, 2009
4. A. Efimovskaya, Danmeng Wang, Yu-Wei Lin, A.M. Shkel, “Electrostatic Compensation of Structural Imperfections in Dynamically Amplified Dual-Mass Gyroscope, Sensors and Actuators A”: Physical, Volume 275, 2018
5. И.В. Меркурьев, В.В. Подалков, «Динамика микромеханического и волнового твердотельных гироскопов», Физматлит, 2009
6. Я.А. Некрасов, Н.В. Моисеев, Я.В. Беляев, С.В. Павлова и Р.Г. Локшенков, «Влияние вибраций, ударов и акустических колебаний на микромеханические характеристики гироскопа», Гироскопы. Навигация 24, № 2 (93), 2016 (2016).
7. C. Acar, A. Shkel «MEMS Vibratory Gyroscopes Structural Approaches to Improve Robustness», Springer Science+Business Media, 2009
8. А.Х. Найфэ «Методы возмущений» – М.: Мир, 1976
9. W. Govaerts, Yu. A. Kuznetsov, «MATCONT: Continuation toolbox for ODEs in Matlab», U.Gent, 2018

**КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ И АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
ВЛИЯНИЯ ВРЕМЕНИ ВЫДЕРЖКИ И КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКОЙ ОРИЕНТАЦИИ
НА ТЕРМОУСТАЛОСТНУЮ ПРОЧНОСТЬ
МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ КОРСЕТНЫХ ОБРАЗЦОВ**

Монокристаллические сплавы на никелевой основе [1] широко используются в качестве конструкционных материалов для деталей газотурбинных двигателей (ГТД) [2]. Термоусталостная прочность таких материалов с анизотропией механических свойств еще не до конца изучена. Целью данной работы является исследование влияния выдержки при максимальной температуре и кристаллографической ориентации (КГО) монокристаллов на основе деформационного критерия [3] на термоусталостную долговечность с использованием результатов конечно-элементного (КЭ) моделирования натуральных экспериментов и аналитического описания. Для исследования термоусталостной прочности с выдержкой в НПО ЦКТИ разработана установка (рис. 1) [2, с. 258], на которой проводятся эксперименты на различных типах образцов, включая корсетный (плоский). Зафиксированный двумя болтами, корсетный образец (рис. 2) периодически нагревается и охлаждается путем пропускания через него электрического тока.

Моделирование неупругого деформирования корсетного образца проводилось для сплава ВЖМ4, в результате чего была найдена эффективная длина образца для решения задачи в упрощенной постановке без оснастки и болтов – 42 мм [4]. Моделирование деформирования корсетного образца в упрощенной постановке проводилось с помощью КЭ программного комплекса PANTOCRATOR [5], который позволяет использовать в расчетах микромеханические модели пластичности и ползучести [6]. Задание неоднородного поля температур осуществлялось на основе экспериментальных данных. Влияние выдержки при максимальной температуре и влияние КГО на количество циклов до образования макротрещины анализируется в диапазоне от 1 мин до 1 часа для режимов нагружения: максимальной температуры 1000 °С и размаха температур в цикле 750 °С, максимальной температуры 900 °С и размаха 750 °С. Времена нагрева в цикле без выдержки были 17 с и 18 с, время остывания были 40 с и 60 с. Механические свойства сплава ВЖМ4 были взяты из статьи [7].



Рис. 1. Установка для проведения термоусталостных испытаний

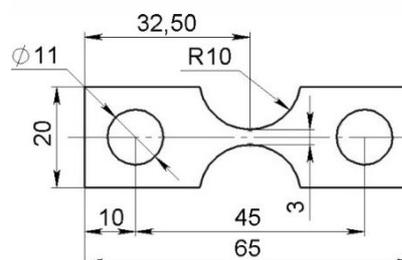


Рис. 2. Геометрия корсетного образца для термоусталостных испытаний

Задача решена в квазистатической трехмерной постановке. Граничными условиями являлись нулевые перемещения в направлении оси x на двух боковых гранях образца с нормалью вдоль оси x . Чтобы исключить твердотельные движения, перемещения в

направлении Y и Z были зафиксированы в ряде точек. КЭ модель и изменение температуры в центре образца для режима $250 \leftrightarrow 1000$ °C показаны на рисунках 3 и 4.

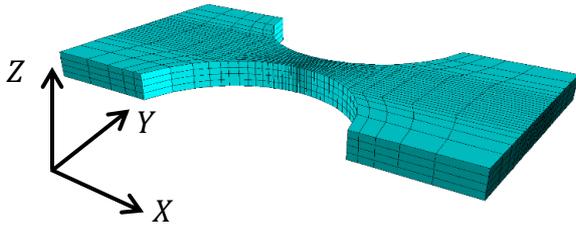


Рис. 3. КЭ-модель корсетного образца для термоусталостных испытаний

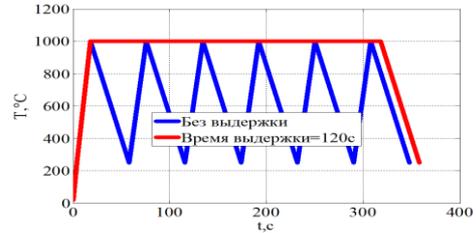


Рис. 4. Схематическое представление изменения температуры в центральной точке образца

Расчет поврежденности и оценка числа циклов до образования магистральной трещины были сделаны на основе 4-членного деформационного критерия [4]:

$$D = \sum_{i=1}^N \frac{(\Delta \varepsilon_{eq_i}^p)^k}{C_1(T)} + \sum_{i=1}^N \frac{(\Delta \varepsilon_{eq_i}^c)^m}{C_2(T)} + \max_{0 \leq t \leq t_{max}} \frac{\varepsilon_{eq}^p}{\varepsilon_r^p(T)} + \max_{0 \leq t \leq t_{max}} \frac{\varepsilon_{eq}^c}{\varepsilon_r^c(T)}, \quad (1)$$

где первый и второй члены учитывают накопление пластической деформации и деформации ползучести в пределах цикла, третий и четвертый члены - односторонне накопленные пластическую деформацию (рэтчеттинг) и деформацию ползучести. Число циклов до образования макротрещины N определяется из условия $D = 1$. Максимальная деформация сдвига в системе скольжения с нормалью к плоскости скольжения n и направлением скольжения l рассматривается как эквивалентная деформация. В КЭ расчетах принимались значения констант материала $k = 2$, $m = \frac{5}{4}$, $C_1 = (\varepsilon_r^p)^k$, $C_2 = (\frac{3}{4} \varepsilon_r^c)^m$, $\varepsilon_r^p = \varepsilon_r^c = \varepsilon_r = 0.13$.

При получении аналитической аппроксимации для описания влияния времени выдержки предполагаем выполнение аддитивность разложения полной деформации при одноосном растяжении $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p + \varepsilon_c + \varepsilon_t = \varepsilon_0$ на ε_e - упругую, ε_p - пластическую, ε_c - ползучести и ε_t - температурную составляющие. Дифференцируя введенное равенство с учетом $\dot{\varepsilon}_p = \frac{\dot{\sigma}}{H}$, $\dot{\varepsilon}_c = A\sigma^n$ (закон Нортона), $E+H = E_T$ - касательный модуль и деля уравнение на σ^n , мы получаем $\sigma^{-n}\dot{\sigma} = -AE_T$. Разделяя переменные, интегрируя от t_0 до времени t и, используя закон Нортона, мы получаем $\dot{\varepsilon}_c = A(\sigma_0^{1-n} + (n-1)AE_T(t-t_0))^{\frac{n}{1-n}}$. Используя замену переменной $\tau = \sigma_0^{1-n} + (n-1)AE_T(t-t_0)$, и, интегрируя от t_0 до времени t , мы получаем: $\Delta \varepsilon_c = \frac{\sigma_0}{E_T} (1 - (1 + \frac{(n-1)E_T}{\sigma_0} A\sigma_0^n(t-t_0))^{1-n}) \Rightarrow \Delta \varepsilon_c = \frac{\sigma_0}{E_T} (1 - (1 + \frac{(n-1)E_T}{\sigma_0} A\sigma_0^n(t-t_0))^{1-n})$. Используя упрощенную форму деформационного критерия (1) с учетом второго и четвертого слагаемого $\frac{\varepsilon_c^{accumul}}{\varepsilon_r} + N (\frac{\Delta \varepsilon_c}{\varepsilon_r})^m = 1$, где N - число циклов до образования магистральной трещины, мы получаем:

$$N = \left(\frac{\varepsilon_r}{\frac{\sigma_0}{E_T} [1 - (1 + \frac{(n-1)E_T}{\sigma_0} A\sigma_0^n(t_{delay}))^{1-n}]} \right)^m \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_c^{accumul}}{\varepsilon_r} \right), \quad (2)$$

где t_{delay} - время выдержки. Расчеты выполнялись для $E_T = 8.6 \cdot 10^4$ МПа и $E_T = 9.1 \cdot 10^4$ МПа, $\sigma_0 = (\alpha_{20-T_{max}} \cdot T_{max} - \alpha_{20-T_{min}} \cdot T_{min}) \cdot E_T \cdot 0.9$, $\alpha_{20-T_{max}}$ и $\alpha_{20-T_{min}}$ - секущие коэффициенты линейного температурного расширения, $A = 2 \cdot 10^{-27}$ МПа $^{-n}$ с $^{-1}$ и $A = 10^{-28}$ МПа $^{-n}$ с $^{-1}$ для разных режимов. Сравнение экспериментальных данных, аналитической аппроксимации и результатов КЭ расчета для режимов $150 \leftrightarrow 900$ °C и $250 \leftrightarrow 1000$ °C показано на рисунке 5.

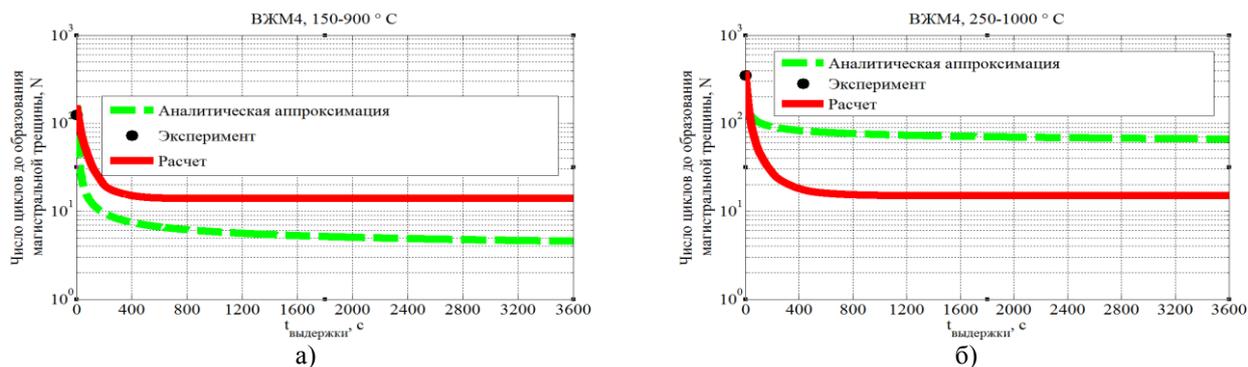


Рис. 5. Сравнение эксперимента, аналитической аппроксимации и результатов КЭ расчета для температурных режимов: а) 150↔900 °С, б) 250↔1000 °С

Также для этих же режимов исследовалось влияние КГО на термоусталостную долговечность сплава ВЖМ4. Результаты расчетного влияния КГО показаны на рисунке 6.

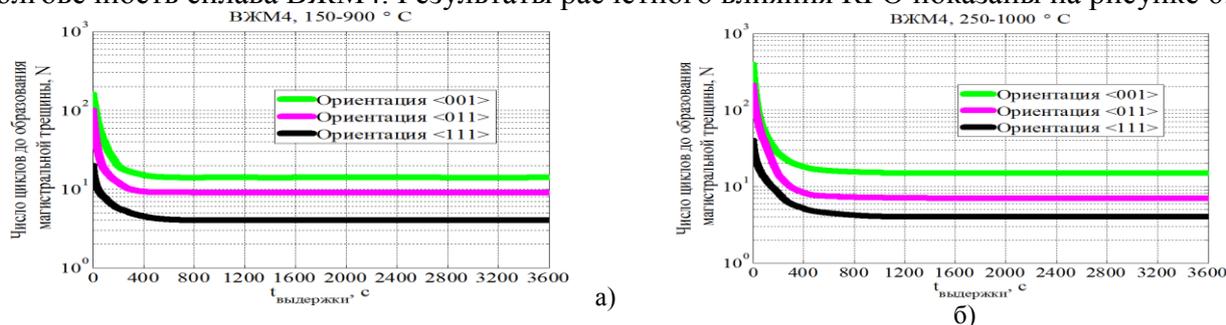


Рис. 6. Влияние КГО на термоусталостную прочность ВЖМ4 для температурных режимов: а) 150↔900 °С, б) 250↔1000 °С

Сравнение данных опытов с результатами КЭ и аналитических расчетов влияния высокотемпературной выдержки на термоусталостную долговечность, выполненных с использованием деформационного критерия (1) для различных режимов нагружения показали удовлетворительную точность.

Исследование выполнено при поддержке гранта РФФИ No. 16-08-00845.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Шалин Р.Е., Светлов И.Л., Качалов Е.Б. и др. Монокристаллы никелевых жаропрочных сплавов – М.: Машиностроение, 1997. – с. 5.
2. Гецов Л.Б. Материалы и прочность деталей газовых турбин, в 2 кн. книга 1. - Рыбинск: Газотурбинные технологии, 2010.
3. Семенов А.С., Гецов Л.Б. Критерии термоусталостного разрушения монокристаллических жаропрочных сплавов и методы определения их параметров // Проблемы прочности. 2014, № 1. с. 50-62.
4. Savikovskii A.V., Semenov A.S., Getsov L.B. Thermo-electro-mechanical modeling of thermal fatigue failure process of corset sample from single-crystal nickel superalloys // Advanced problems in mechanics: proceedings of the XLVI summer school-conference. -SPb.: SPbPU and IPME RAS.-2018.-p. 228-238.
5. Семёнов А.С. PANTOCRATOR - конечно-элементный программный комплекс, ориентированный на решение нелинейных задач механики / Труды V-ой Межд. конф. "Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций". СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003. С. 466-480.
6. Бессон Ж., Каето Ж., Шабош Ж.Л., Форест С. Нелинейная механика материалов. С.-Петербург. 2010, 398 с.
7. Каблов Е.Н., Петрушин Н.В., Светлов И.Л., Демонис И.М. Никелевые литейные жаропрочные сплавы нового поколения. Юбилейный науч.-техн. сб. Авиационные материалы и технологии. М: Труды ВИАМ. 2012, С. 36-52.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИОННОЙ ДИНАМИКИ БИНАРНОГО МАЯТНИКА

Введение. Маятниковые системы неоднократно использовались в качестве плацдарма для развития идей эволюционной динамики [1]. Это новое направление современной механики, заложенное Б.А. Смольниковым в начале XXI века, занимается качественным анализом поведения различных механических систем с внешней и внутренней диссипацией на длительных интервалах времени [2]. Так, обнаружено явление перехода колебаний сферического маятника в консервативный режим конического вращения вследствие работы сил внутренней диссипации в нити [3]. Тем не менее, к настоящему времени разнообразие изученных с этой точки зрения моделей не столь велико, поэтому исследование новых объектов в рамках эволюционной динамики является весьма актуальной задачей.

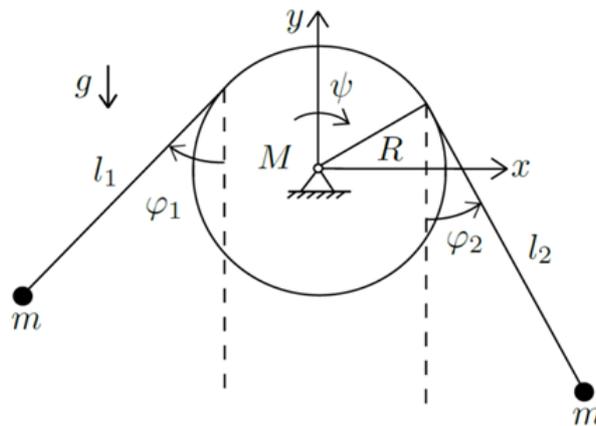


Рис. 1. Бинарный маятник

Постановка задачи. В качестве объекта исследования примем бинарный маятник, представленный на рис. 1. В простейшем случае он представляет собой цилиндр радиуса R , массы M и с моментом инерции $J = MR^2/2$, который может вращаться вокруг своей оси, создавая на оси момент вязкого трения с коэффициентом b . На цилиндр в противоположных направлениях намотаны невесомые нерастяжимые нити, на конце которых закреплены точечные грузы массы m . Будем полагать, что в исходном положении длины нитей от точки схода с цилиндра до грузов одинаковы и равны l . Выясним, способна ли такая система при некоторых начальных условиях выходить на консервативный режим колебаний, и является ли этот режим устойчивым по отношению к вариациям начальных условий.

Построение и анализ математической модели. Принимая в качестве обобщенных координат углы отклонений нитей φ_1 , φ_2 и угол поворота цилиндра ψ , запишем координаты обоих грузов в декартовой системе, показанной на рис. 1:

$$\begin{aligned} x_1 &= -R \cos \varphi_1 - [l + R(\varphi_1 - \psi)] \sin \varphi_1, & y_1 &= R \sin \varphi_1 - [l + R(\varphi_1 - \psi)] \cos \varphi_1, \\ x_2 &= R \cos \varphi_2 + [l + R(\varphi_2 + \psi)] \sin \varphi_2, & y_2 &= R \sin \varphi_2 - [l + R(\varphi_2 + \psi)] \cos \varphi_2 \end{aligned} \quad (1)$$

Тогда кинетическая T и потенциальная Π энергии системы будут иметь вид [4]

$$T = \frac{1}{4}(M + 4m)R^2\dot{\psi}^2 + \frac{1}{2}m \left[(l + R(\varphi_1 - \psi))^2 \dot{\varphi}_1^2 + (l + R(\varphi_2 + \psi))^2 \dot{\varphi}_2^2 \right], \quad (2)$$

$$\Pi = mg \left[R(\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2) - (l + R(\varphi_1 - \psi)) \cos \varphi_1 - (l + R(\varphi_2 + \psi)) \cos \varphi_2 \right],$$

а диссипативная функция вязкого трения есть $S = b\dot{\psi}^2/2$. Подставляя выражения (2) в уравнения Лагранжа второго рода, приходим к уравнениям движения бинарного маятника:

$$\begin{cases} (\delta + \varphi_1 - \psi)\ddot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_1(\dot{\varphi}_1 - 2\dot{\psi}) + k^2 \sin \varphi_1 = 0 \\ (\delta + \varphi_2 + \psi)\ddot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_2(\dot{\varphi}_2 + 2\dot{\psi}) + k^2 \sin \varphi_2 = 0 \\ \mu\ddot{\psi} + \beta k\dot{\psi} + (\delta + \varphi_1 - \psi)\dot{\varphi}_1^2 - (\delta + \varphi_2 + \psi)\dot{\varphi}_2^2 + k^2(\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2) = 0 \end{cases}, \quad (3)$$

где введены следующие обозначения:

$$k^2 = \frac{g}{R}, \quad \delta = \frac{l}{R}, \quad \mu = \frac{M}{2m} + 2, \quad \beta = \frac{b}{mR^2k}, \quad (4)$$

где k – частота малых колебаний математического маятника длины R , а δ , μ и β – безразмерные параметры, характеризующие геометрические, инерционные и диссипативные параметры бинарного маятника соответственно. Пользуясь полученными выражениями для энергий (2) и диссипативной функции, а также уравнениями (3), нетрудно показать, что

$$\dot{E} = -2S, \quad E = T + \Pi, \quad (5)$$

откуда следует, что диссипативная функция S характеризует мощность рассеивания полной механической энергии E . Уравнения движения (3) для удобства дальнейшего численного интегрирования удобно переписать в безразмерном виде, введя безразмерное время $\tau = kt$:

$$\begin{cases} (\delta + \varphi_1 - \psi)\varphi_1'' + \varphi_1'(\varphi_1' - 2\psi') + \sin \varphi_1 = 0 \\ (\delta + \varphi_2 + \psi)\varphi_2'' + \varphi_2'(\varphi_2' + 2\psi') + \sin \varphi_2 = 0 \\ \mu\psi'' + \beta\psi' + (\delta + \varphi_1 - \psi)\varphi_1'^2 - (\delta + \varphi_2 + \psi)\varphi_2'^2 + \cos \varphi_1 - \cos \varphi_2 = 0 \end{cases}, \quad (6)$$

где штрихом обозначена производная по безразмерному времени τ . Видно, что система (6) является существенно-нелинейной, поэтому ее исследование в общем случае представляет собой сложную компьютерную задачу. Однако система уравнений (6) допускает интересное частное решение, когда $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$, а $\psi = 0$, т.е. симметричный режим движения, когда барабан не вращается, а, следовательно, диссипация не работает. В этом случае третье уравнение (6) выполняется тождественно, а из первого или второго уравнения тогда находим

$$(\delta + \varphi)\varphi'' + \varphi'^2 + \sin \varphi = 0 \quad (7)$$

Чтобы войти в такой консервативный режим движения, следует задать симметричные начальные условия. Полагая, что в начальный момент времени оба маятника отклонены на одинаковый угол φ_0 и отпущены без начальной скорости, можно записать интеграл энергии для уравнения (7), а затем разрешить его относительно безразмерной угловой скорости

$$\varphi' = \pm \sqrt{\frac{2[\sin \varphi_0 - \sin \varphi - (\delta + \varphi_0) \cos \varphi_0 + (\delta + \varphi) \cos \varphi]}{(\delta + \varphi)^2}} \quad (8)$$

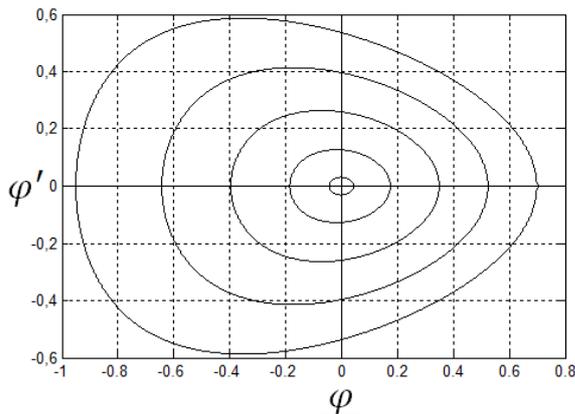


Рис. 2. Фазовый портрет ($\delta = 2$)

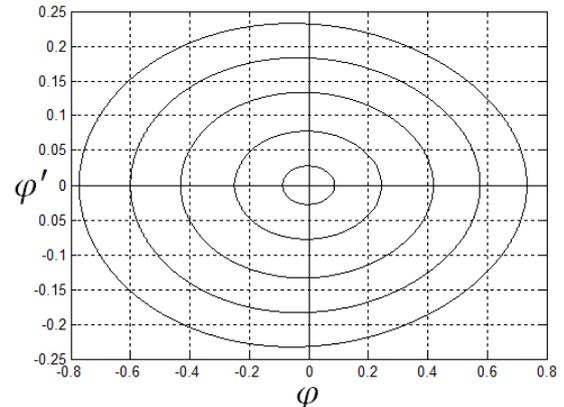


Рис. 3. Фазовый портрет ($\delta = 10$)

На рисунках 2 и 3 представлены фазовые портреты для двух значений параметра δ , а фазовые траектории на каждом из них строятся для различных значений φ_0 . Видно, что с ростом δ асимметричность фазового портрета становится менее заметной, что объясняется

малым отличием траектории рассматриваемого эвольвентного маятника от траектории математического маятника, так как длина нити во много раз превосходит радиус цилиндра.

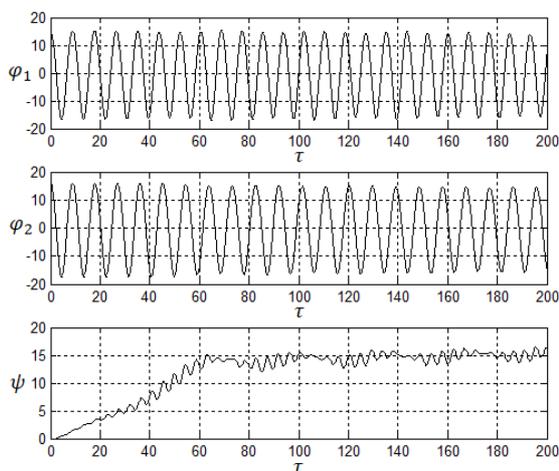


Рис. 4. Движение при $\varphi_{10} \neq \varphi_{20}, \psi_0 = 0$

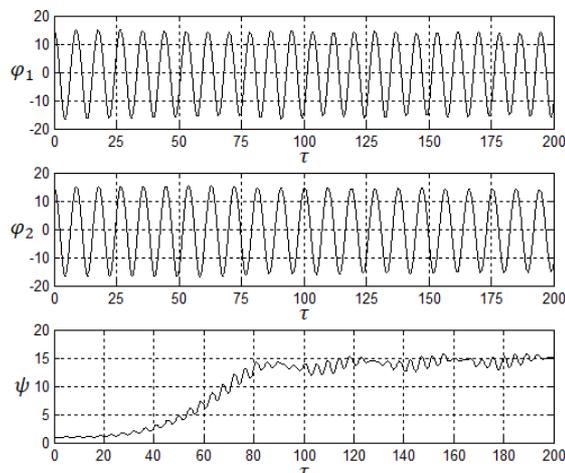


Рис. 5. Движение при $\varphi_{10} = \varphi_{20}, \psi_0 \neq 0$

Исследуем теперь устойчивость найденного режима с помощью численного интегрирования системы (6). Сначала внесем малое различие в начальные значения углов φ_{10} и φ_{20} , и пусть при этом $\psi_0 = 0$. В результате получим картину, представленную на рис. 4, где углы для наглядности приведены в градусах. Видно, что происходит уход системы от режима $\varphi_1 = \varphi_2, \psi = 0$, хотя при этом характер изменения φ_1 и φ_2 остается практически таким же, как и в симметричном режиме, но угол ψ с течением времени начинает совершать колебания около некоторого постоянного уровня, медленно рассеивая механическую энергию. Следует отметить, что наблюдаемое поведение хорошо согласуется с принципом Аппеля, гласящим, что любая механическая система стремится избежать воздействия на нее сил трения, т.е. минимизировать работу сил трения [5]. Если же считать, что начальные углы отклонения маятников одинаковы: $\varphi_{10} = \varphi_{20}$, а значение ψ_0 сделать малым, но ненулевым, то получим картину, изображенную на рис. 5 и слабо отличающуюся от рис. 4. В результате можно сделать вывод, что симметричный консервативный режим колебаний бинарного маятника является неустойчивым по отношению к возмущениям начальных условий.

Заключение. В результате исследования диссипативной системы с тремя степенями свободы – бинарного маятника – было установлено, что симметричный режим ее движения является неустойчивым, т.е. диссипативные силы не могут ликвидировать асимметрию начальных условий. Тем не менее, полученные с помощью численного интегрирования результаты демонстрируют нетривиальное динамическое поведение системы и согласуются с общей закономерностью избегания механическими системами действия на них сил трения.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Смирнов А. С., Смольников Б. А. О соответствии эволюционной и классической моделей внутренней диссипации // Неделя науки СПбПУ, ИПММ. СПб: изд-во СПбПУ, 2017. С. 142-144.
2. Смольников Б. А. Эволюционная динамика маятниковых систем // Теория Механизмов и Машин. 2008. Т.6. №1. С. 41-46.
3. Смольников Б. А. Фрактальное твердое тело в задачах аналитической механики // Труды семинара «Компьютерные методы в механике сплошной среды». СПб: изд-во СПбГУ, 2008. С. 17-32.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. 4-е изд. Т. 1. М.: Наука, 1988. – 214 с.
5. Аппель П. Теоретическая механика. Т. 2. Динамика системы. Аналитическая механика. М.: Физматлит, 1960. – 487 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОДЪЕМНОГО КОЛОДЕЗНОГО МЕХАНИЗМА

Введение. Одной из самых древних практических задач механики является подъем груза (строительных материалов) на необходимую высоту с помощью механических изобретений. На сегодняшний день существует много различных видов подъемных механизмов и техники. Самыми простыми в производстве и широко используемыми в быту являются такие механизмы, как шкив, лебедка и другие. Они представляют не только практический, но и теоретический интерес с точки зрения их изучения с помощью методов аналитической механики.

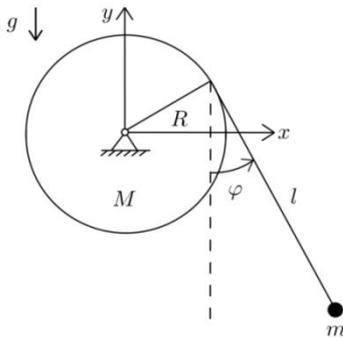


Рис. 1. Колодезный механизм

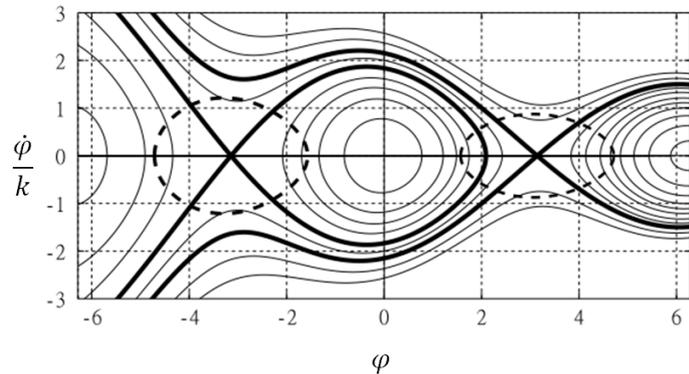


Рис. 2. Фазовый портрет ($\rho = 0.1$)

Постановка задачи. С этой целью обратимся к рассмотрению подъемного механизма, используемого в колодезных сооружениях. Функциями этого механизма являются спуск пустого резервуара и подъем воды из шахты колодца. Составим математическую модель этой системы: вал массы M и радиуса R с намотанной на него невесомой нитью, на конце которой закреплен точечный груз массы m . Будем считать, что в исходном положении нить занимает горизонтальное положение, а длина ее свисающей части равна l_0 . Далее вал может вращаться, тем самым разматывая нить, а нить, в свою очередь, может отклоняться от вертикали (рис.1). Такая система с достаточной точностью моделирует подъемный механизм [1]. Целью настоящей статьи является исследование динамического поведения системы в двух режимах: при неподвижном и при равномерно вращающемся вале.

Первый режим. Предположим сначала, что вал всегда остается неподвижным. Принимая угол φ отклонения нити от вертикали, запишем декартовы координаты груза:

$$x = R \cos \varphi + (l_0 + R\varphi) \sin \varphi, \quad y = R \sin \varphi - (l_0 + R\varphi) \cos \varphi \tag{1}$$

Кинетическая и потенциальная энергия системы тогда примут вид:

$$T = \frac{1}{2} m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) = \frac{1}{2} m(l_0 + R\varphi)^2 \dot{\varphi}^2, \tag{2}$$

$$\Pi = mgy = mg[R \sin \varphi - (l_0 + R\varphi) \cos \varphi]$$

Подставляя (2) в уравнение Лагранжа второго рода [2], приходим к уравнению движения

$$(1 + \rho\varphi)\ddot{\varphi} + \rho\dot{\varphi}^2 + k^2 \sin \varphi = 0, \quad k^2 = \frac{g}{l_0}, \quad \rho = \frac{R}{l_0}, \tag{3}$$

где k – частота малых колебаний маятника длины l_0 , а ρ – безразмерный радиус вала. Ясно, что рассматриваемая система консервативна, и для нее можно записать интеграл энергии

$T + \Pi = E = \text{const}$, посредством которого можно получить уравнение интегральных кривых, учитывая при этом также выражения (2):

$$\frac{\dot{\varphi}}{k} = \pm \sqrt{\frac{2[\gamma - \rho \sin \varphi + (1 + \rho\varphi) \cos \varphi]}{(1 + \rho\varphi)^2}}, \quad \gamma = \frac{E}{mgl_0} \quad (4)$$

Здесь γ – безразмерный уровень полной механической энергии. Изменяя значение γ , можно получить семейство фазовых траекторий и построить фазовый портрет (рис. 2). Сплошными жирными линиями на нем построены сепаратрисы, а иные фазовые траектории – сплошными тонкими линиями. Следует помнить при этом, что груз закреплен на нити, а потому физически реализуемыми на фазовом портрете будут лишь те фазовые траектории, для которых сила натяжения нити $N > 0$. Само значение N нетрудно вычислить, спроектировав на направление нити все действующие силы

$$N = m(l_0 + R\varphi)\dot{\varphi}^2 + mg \cos \varphi \quad (5)$$

Поскольку нитевой маятник сходит со связи при $N = 0$, то отсюда можно получить границы зоны, ограничивающей реально возможные траектории:

$$\frac{\dot{\varphi}}{k} = \pm \sqrt{-\frac{\cos \varphi}{1 + \rho\varphi}} \quad (6)$$

На рисунке 2 она представлена пунктирными жирными линиями. Следует отметить, что построенный фазовый портрет построен для случая, когда $\rho = 0.1$, т.е. длина l_0 в 10 раз больше радиуса вала R . Однако даже при столь значительной разнице между ними видна глобальная асимметрия фазового портрета относительно оси $\varphi = 0$. Тем не менее, при малых колебаниях вблизи $\varphi = 0$ фазовый портрет симметричен, а фазовыми траекториями являются концентрические окружности. Это видно и из уравнения (3), которое при линеаризации приобретает стандартный вид $\ddot{\varphi} + k^2\varphi = 0$, где не остается параметра ρ .

Второй режим. Перейдем теперь к случаю, когда вал вращается с постоянной угловой скоростью $\Omega = \text{const}$ (для определенности полагаем, что вал вращается, при этом разматывая нить, для случая вращения в противоположную сторону, когда нить наматывается на вал, все аналогично). Тогда декартовы координаты груза будут

$$x = R \cos \varphi + [l_0 + R(\varphi + \Omega t)] \sin \varphi, \quad y = R \sin \varphi - [l_0 + R(\varphi + \Omega t)] \cos \varphi, \quad (7)$$

а выражения для кинетической и потенциальной энергий примут вид:

$$T = \frac{1}{2} \left(\frac{M}{2} + m \right) R^2 \Omega^2 + \frac{1}{2} m [l_0 + R(\varphi + \Omega t)]^2 \dot{\varphi}^2, \quad (8)$$

$$\Pi = mg [R \sin \varphi - (l_0 + R(\varphi + \Omega t)) \cos \varphi]$$

После подстановки этих выражений в уравнение Лагранжа второго рода получаем

$$[l_0 + R(\varphi + \Omega t)]\ddot{\varphi} + 2R\Omega\dot{\varphi} + R\dot{\varphi}^2 + g \sin \varphi = 0 \quad (9)$$

Ограничимся исследованием этого уравнения при малых амплитудах, т.е. положим угол φ малым. Линеаризуя тогда (9), приходим к уравнению

$$(l_0 + R\Omega t)\ddot{\varphi} + 2R\Omega\dot{\varphi} + g\varphi = 0, \quad (10)$$

которое является линейным, но имеет переменные коэффициенты. Поэтому его решение не может быть найдено с помощью стандартной процедуры нахождения собственных значений характеристического уравнения. Однако по своей форме оно совпадает с уравнением для малых колебаний математического маятника с линейно изменяющейся длиной [3]

$$l\ddot{\varphi} + 2v\dot{\varphi} + g\varphi = 0, \quad l = l_0 + vt, \quad (11)$$

причем (10) и (11) будут тождественны, если $v = R\Omega$. Тем не менее, следует подчеркнуть, что нелинейные уравнения движения обычного маятника с линейно изменяющейся длиной [4] и маятника на равномерно вращающемся валу (9) по форме являются различными.

Возвращаясь теперь к исследованию уравнения (11), примем l за независимую переменную вместо t и, учитывая, что $dl = vdt$, приведем уравнение (11) к виду [1]

$$l \frac{d^2 \varphi}{dl^2} + 2 \frac{d\varphi}{dl} + a\varphi = 0, \quad a = \frac{g}{v^2} \quad (12)$$

Перейдем к новой независимой переменной x и введем новую функцию y так, что

$$x^2 = 4al, \quad l\varphi = \frac{xy}{4a}, \quad \frac{d}{dl} = \frac{2a}{x} \frac{d}{dx}, \quad \frac{d^2}{dl^2} = \frac{4a^2}{x} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right) \quad (13)$$

В результате уравнение (12) можно привести к уравнению Бесселя [5]

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{1}{x^2} \right) y = 0, \quad (14)$$

решение которого для исходной величины φ и исходной переменной t имеет вид:

$$\varphi(t) = \frac{v}{2\sqrt{gl}} \left[AJ_1 \left(\frac{2\sqrt{gl}}{v} \right) + BY_1 \left(\frac{2\sqrt{gl}}{v} \right) \right], \quad l = l_0 + vt, \quad (15)$$

где A и B – константы интегрирования. В случае, если величина v достаточно мала, то можно использовать асимптотические выражения для функций Бесселя $J_1(x)$ и $Y_1(x)$ при больших значениях аргумента x , после чего решение (15) приближенно примет вид

$$\varphi(t) = \frac{C}{l^{3/4}} \cos \left(\frac{2\sqrt{gl}}{v} + \alpha \right), \quad l = l_0 + vt \quad (16)$$

где C и α – константы. Таким образом, амплитуда колебаний $a(t)$ угла отклонения φ и мгновенная частота колебаний $k(t)$ согласно (16) имеют вид:

$$a(t) = \frac{a_0}{(1 + vt)^{3/4}}, \quad k(t) = \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{k_0}{\sqrt{1 + vt}}, \quad k_0 = \sqrt{\frac{g}{l_0}}, \quad (17)$$

где a_0 – начальная амплитуда, а k_0 – частота малых колебаний маятника длины l_0 . На рис. 3 график $\varphi(t)$ представлен тонкой линией, а $a(t)$ – жирной линией.

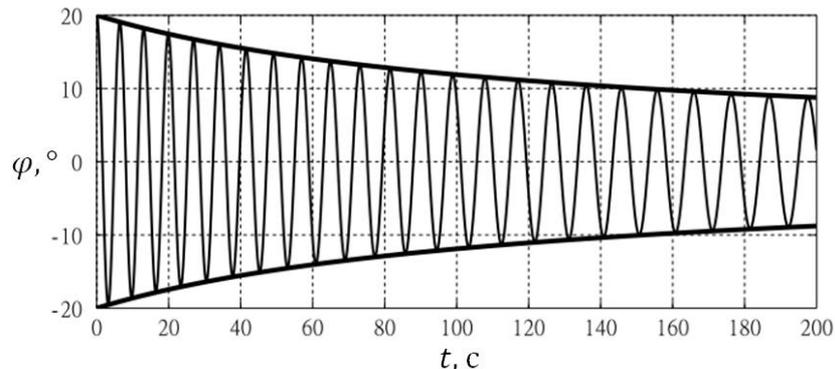


Рис. 3. График зависимости $\varphi(t)$

Заключение. Резюмируя результаты проведенного исследования, следует подчеркнуть их нетривиальную структуру и возможность их адекватного практического использования.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ламб Г. Теоретическая механика. Т.2. Динамика. М., Л.: ГТТИ, 1935. – 311 с.
2. Лурье А. И. Аналитическая механика. М.: ГИФМЛ, 1961. – 824 с.
3. Чечурин С. Л., Чечурин Л. С. Физические основы теории колебаний. СПб: изд-во Политехнического университета. 2005. – 256 с.
4. Магнус К. Колебания: введение в исследование колебательных систем. М: Мир, 1982. – 304 с.
5. Корнев Б. Г. Введение в теорию бесселевых функций. М.: Наука, ГИФМЛ, 1971. – 287 с.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОРИСТОЙ СТРУКТУРЫ ТИТАНОВОГО ИМПЛАНТА

Актуальность. Тематика имплантации является очень важной и нужной задачей в медицине, позволяющая обеспечить нормальное функционирование организма, за счет вживления искусственных протезов. На сегодняшний день, в совместности с развитием аддитивных технологий, особую распространенность приобрели кастомизированные импланты с пористой структурой (lattice structure), подходящие под уникальные геометрические особенности организма.

Цели и задачи работы. Статья посвящена конечно-элементному моделированию, определению и исследованию рациональной формы и размеров пористой структуры с точки зрения максимизации эффективных гомогенных характеристик при наличии медицинских требований к остеоинтеграции. Остеоинтеграция – это один из видов интеграции импланта в костную ткань, т.е. способность кости срачиваться с внедренным имплантом. Наличие пористой структуры импланта специальной формы и размеров на границе раздела кость-имплант позволяет усилить и ускорить процесс остеоинтеграции.

Основной задачей работы является многовариантное определение эффективных гомогенных характеристик трехмерной ячейки периодичности (ЯП), включающее в себя подготовку геометрических CAD-моделей и расчетных CAE-моделей, а также проведение серии расчетов, направленных на выбор ЯП, обладающей наилучшими механическими свойствами, с использованием САПР SolidWorks и программной системы конечно-элементного анализа ANSYS.

Очень важную роль играет форма и структура имплантов. Поверхность современного импланта, изготовленного из сплава титана Ti-6Al-4V, представляет собой пористое покрытие с размерами пор 50–250 мкм, способствует наилучшей биосовместимости [1,2].

Постановка задачи. Для определения эффективных модулей упругости E_1^* , E_2^* , E_3^* и эффективных коэффициентов Пуассона ν_{12}^* , ν_{13}^* , ..., ν_{32}^* необходимо решить три задачи по растяжению ЯП вдоль направлений X_1 , X_2 , X_3 , для определения эффективных модулей сдвига G_{23}^* , G_{31}^* , G_{21}^* – три задачи о поперечном сдвиге ЯП. Детальное описание нахождения эффективных свойств волокнистых композитов представлено в работе Боровкова [3].

Определяющие соотношения для линейной гетерогенной анизотропной упругой среды имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle &= {}^4\mathbf{C}(\mathbf{r}) \cdot \cdot \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle, \\ \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle &= {}^4\mathbf{S}(\mathbf{r}) \cdot \cdot \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор деформаций, ${}^4\mathbf{C}$ – тензор упругих модулей, ${}^4\mathbf{S}$ – тензор упругих податливостей. Для каждой из вышеперечисленных задач можно записать обобщенный закон Гука, представляемый в виде системы из 9 уравнений относительно 9 неизвестных эффективных свойств.

Определение эффективных физико-механических характеристик композиционного материала называют гомогенизацией. В данной статье решаются задачи гомогенизации на примере трехмерной ЯП с волокном из титана и матрицей из кортикального слоя кости или кровяного сгустка при варьировании следующих параметров: тип ЯП (примитивная, ГЦК, ОЦК, ячейка алмаза; рис. 1), содержанием волокна ЯП (10-40%; рис. 2). Исследуемые ЯП

имеют кубическую форму, для наглядности, на рисунках 1, 2 изображено только волокно ЯП.

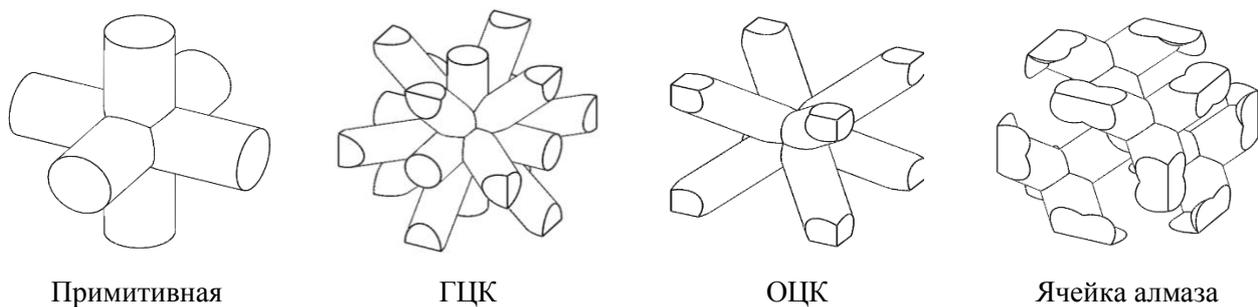


Рис. 1. Рассматриваемые типы ЯП при объемной доле волокна 30%

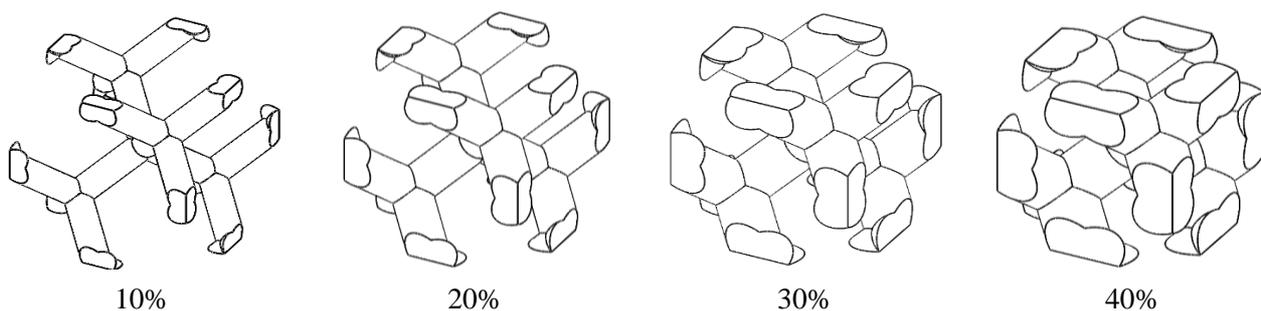


Рис. 2. Рассматриваемые доли волокна на примере ЯП алмаза

Для исследования эффективных характеристик пористой структуры титанового имплантата необходимо задаться значениями механических свойств для титана Ti-6Al-4V, кортикального слоя кости и кровяного сгустка (табл. 1).

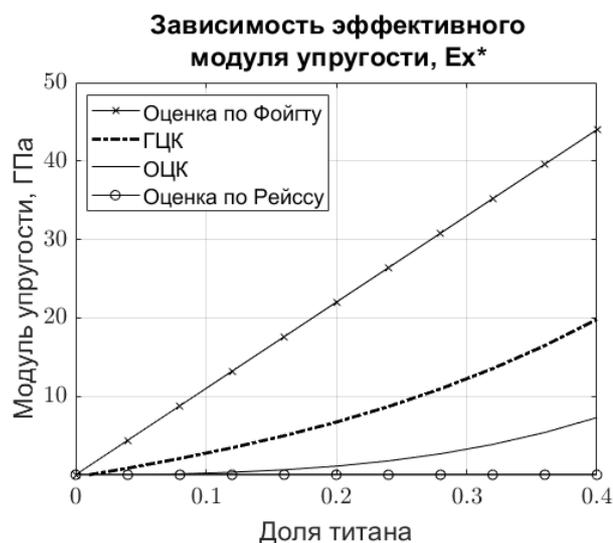
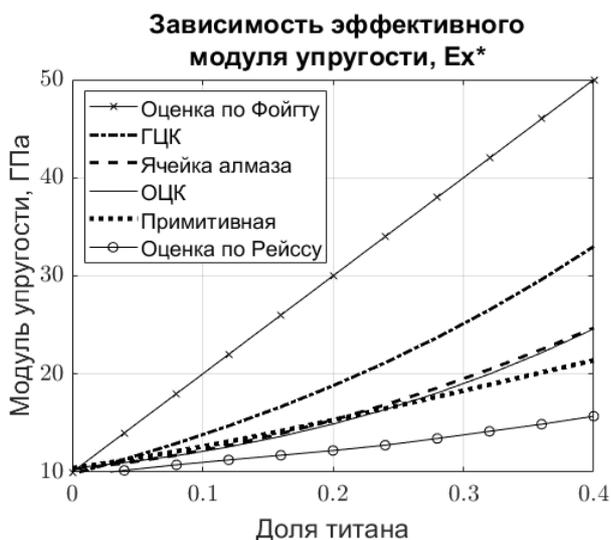
Табл. 1 Свойства материалов [4-6]

	Титан Ti-6Al-4V	Кортикальный слой кости	Кровяной сгусток
Модуль упругости, ГПа	110	10	1e-6
Коэффициент Пуассона	0.3	0.3	0.49

Результаты моделирования. На рисунке 3 приведены результаты численных решений для рассматриваемых типов ЯП и долей титана, полученные с помощью метода конечных элементов. Для оценки эффективных свойств воспользуемся «вилкой» Фойгта–Рейсса [7,8], где оценка по Фойгту (осреднение тензора упругих модулей ${}^4\mathbf{C}$) дает оценку сверху, а оценка по Рейссу (осреднение тензора упругих податливостей ${}^4\mathbf{S}$) – снизу.

Отметим, что в данном исследовании также был проведен анализ сходимости метода конечных элементов, рассмотрены линейный и квадратичный типы конечных элементов и некоторые другие типы анализов. По результатам анализов, при определении эффективных характеристик ЯП, рекомендуется использовать конечный элемент типа Brick 20 node 186 и около 60 000 конечных элементов на ЯП.

По приведенным на рисунке 3 результатам можно сделать следующие наблюдения: при увеличении доли титана (уменьшении пористости соответственно) значения эффективных механических свойств увеличиваются; среди рассмотренных ЯП наилучшими механическими свойствами с точки зрения эффективного модуля упругости обладает ЯП типа ГЦК; все полученные результаты удовлетворяют необходимому условию попадания в «вилку» Фойгта–Рейсса.



а) титан-кортикальный слой кости

б) титан-кровоаного сгусток

Рис. 3. Зависимость эффективного модуля упругости E_x^* для разных типов ячеек от доли титана

Выводы. В данной работе проведено многовариантное определение эффективных гомогенных характеристик трехмерной ЯП, в частности рассмотрены: различные типы ЯП (примитивная, ГЦК, ОЦК, ячейка алмаза); различные доли волокна ЯП (10-40%); различные материалы матрицы (кортикальный слой кости, кровоаного сгусток). Полученные результаты для эффективных гомогенных характеристик сопоставлены с «вилкой» Фойгта–Рейсса.

Среди рассмотренных ЯП, на примере эффективного модуля упругости, наиболее рациональной формой является ГЦК. Наилучшая биосовместимость импланта и кости соответствует содержанию титана около 30% [1,2].

Одним из возможных направлений развития данного исследования является моделирование остеоинтеграции костной ткани внутрь титанового импланта в разные моменты времени, соответствующие разной степени интеграции импланта в костную ткань. С течением времени происходит регенерация костной ткани, за счет этого происходит уплотнение кости на границе раздела кость-имплант, сопровождающееся изменением механических свойств. Полученные эффективные свойства можно использовать в рамках ортотропной модели материала пористой структуры титанового импланта.

Данная тема является весьма объемной и масштабной. Результаты данного исследования могут быть использованы сотрудниками научно-исследовательских институтов и врачами клиник при выборе пористой структуры титанового импланта.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Cosma S.C., Balc N., Matei S., Leordean D. Dental Implants with Lattice Structure Fabricated by Selective Laser Melting // The 2nd Research Conference in Technical Disciplines. 2014. Vol. 2, No. 1. P. 18-24.
2. Van der Stok J. et al. Selective Laser Melting–Produced Porous Titanium Scaffolds Regenerate Bone in Critical Size Cortical Bone Defects // Journal of Orthopedic Research. 2013. Vol. 31, No. 5. P. 792-799.
3. Боровков А.И. Эффективные физико–механические свойства волокнистых композитов. М: ВИНТИ. 1985. 113 с.
4. EOS titanium Ti64 for EOSINT M 270 Systems (Titanium Version). Material data sheet. 2014. 3 p.
5. Тихилов Р.М., Шубняков И.И., Мазуренко А.В., Митряйкин В.И., Саченков О.А., Кузин А.К., Денисов А.О., Плиев Д.Г., Бояров А.А., Коваленко А.Н. Экспериментальное обоснование установки ацетабулярного компонента с недопокрытием при эндопротезировании пациентов с тяжелой степенью дисплазии // Травматология и ортопедия России. 2013. №4. С. 42-51.

6. Khamdaeng T., Luo J., Vappou J., Terdtoon P., Konofagou E.E. Arterial stiffness identification of the human carotid artery using the stress-strain relationship in vivo // *Ultrasonics*. 2012. Vol. 53, No. 3. P. 402-411.
7. Voigt W. Theoretische Studien über die Elasticitätsverhältnisse der Krystalle. *Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen*. 1887. Bd. 34. P. 3-52.
8. Reuss A. Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle // *Zeitschrift Für Angewandte Mathematic Und Mechanik*. 1929. Bd. 9, H. 1. P. 49-58.

УДК 531.3

Р.В. Тепляшин, А.В. Лукин, И.А. Попов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ – ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМ АВТОНОМНОГО ЭНЕРГООБЕСПЕЧЕНИЯ

Введение. В настоящее время значительный интерес научно-технического сообщества привлекают задачи, связанные с разработкой технологий автономного энергообеспечения [1]. Наиболее распространены три механизма преобразования кинетической энергии внешней вибрации в энергию электрического поля: электромагнитный, пьезоэлектрический и электростатический. Электромагнитные преобразователи имеют хорошие показатели энергоэффективности и широко распространены в макромасштабных конструкциях, однако миниатюризация данных устройств до микро- и наномасштабов затруднена в связи с необходимостью производства магнитов и катушек. Пьезоэлектрические преобразователи используют пьезоэффект для превращения механической энергии в электричество и, как правило, представляют собой консольные балки и пластины, изготовленные из пьезокерамики. По причине постепенной деполяризации и усталостных разрушений от циклических нагрузок, такие системы не являются долговечными. Третий тип преобразователей – электростатические (electrostatic vibration energy harvester, eVEH) – в отличие от устройств вышеназванных типов могут быть созданы с помощью нано- и микросистемной технологии [2] и, в то же время, сохраняют высокую эффективность.

Целью работы является аналитическое и численное исследование динамики одной из возможных конструкций микроэлектромеханической системы автономного энергообеспечения [3].

Актуальность. Результаты, полученные в ходе исследования, могут найти применение при создании беспроводных сенсорных сетей (“Wireless Sensor Networks”, WSN) [4], а также в других областях науки и техники, таких как высокотехнологичное производство, медицина, строительство, энергетика и т.д.

Важной характеристикой подобных устройств является способность эффективной работы в широком частотном диапазоне внешних возмущений (вибраций), что свойственно существенно нелинейным динамическим системам. В связи с этим, моделирование процесса преобразования механической энергии в электрическую с помощью электростатического преобразователя требует построения и исследования связанных нелинейных дифференциальных уравнений.

В настоящей работе рассматривается модель электромеханического преобразователя с одной механической степенью свободы (рис. 1):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dq}{dt} = \left(V_0 - \frac{q}{C(x)} \right) / R_L \\ \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{1}{m} F_t \left(x, \frac{dx}{dt} \right) + A_{ext}(t) \end{array} \right. , \quad (1)$$

где x – смещение подвижной массы m , закрепленной на упругом подвесе с жесткостью k и трением b ; $A_{ext}(t)$ – заданная зависимость ускорения внешней вибрации от времени; q – заряд на конденсаторе; $C(x) = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d_0 - x}$ – емкость конденсатора в плоско-параллельном геометрическом приближении; $F_t(x, v) = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C^2(x)} \frac{dC}{dx}$ – пондеромоторная сила электрического поля, действующая на подвижную массу.

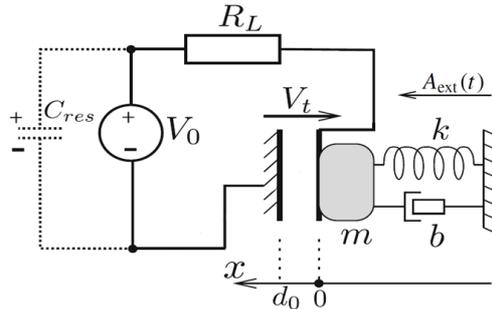


Рис. 2. Модель электростатического преобразователя

Перед решением системы дифференциальных уравнений (1) обратимся к более простому случаю и рассмотрим несвязанную модель преобразователя, в которой не берется в расчет инерция подвижной массы, а движение подвижной обкладки конденсатора осуществляется по наперед известному гармоническому закону. Таким образом требуется исследовать систему, описываемую следующим уравнением (2):

$$R_L \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C(t)} = V_0, \quad C(t) = C(x(t)) = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{d_0 - x(t)} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{d_0 - d \sin \omega t}. \quad (2)$$

$$q = \frac{\Omega V_0}{R_L d_0} e^{-\frac{d}{\Omega \omega} \left(\frac{d_0}{\Omega} t + \frac{d}{\Omega \omega} \cos \omega t \right)} + e^{-\left(\frac{d_0}{\Omega} t - \frac{d}{\Omega \omega} \cos \omega t \right)} \int_0^t \frac{V_0}{R_L} e^{\left(\frac{d_0}{\Omega} t + \frac{d}{\Omega \omega} \cos \omega t \right)}, \quad \text{где } \Omega = \varepsilon\varepsilon_0 S R_L. \quad (3)$$

$$q = \frac{B}{A\omega} - \frac{\varepsilon B}{\omega(1+A^2)} e^{A(\varepsilon\omega t \sin \omega t - \omega t)} + \frac{\varepsilon B}{\omega(1+A^2)} (A \sin \omega t - \cos \omega t), \quad (4)$$

$$\text{где } A = \frac{d_0}{\varepsilon_0 \varepsilon S R_L \omega}, \quad B = \frac{V_0}{R_L}, \quad \varepsilon = \frac{d}{d_0}.$$

Уравнение (2) допускает аналитическое решение (3), однако ввиду быстрого роста экспоненты под интегралом требуется наложить ограничение на интервал времени, в котором мы можем посмотреть поведение системы. Также решение находится численно и с применением асимптотических методов нелинейной механики (метод многих масштабов [6]). Для решения, полученного методом многих масштабов (4), можно установить ограничение на его применимость (рис. 2): параметр ε характеризует отношение амплитуды колебаний к величине невозмущенного зазора между обкладками, при его значениях до 0,3 (малые колебания) применять данный метод является целесообразным.

Связанная система уравнений (2) не допускает аналитического решения, поэтому ее решение получено численными методами, а также асимптотическими методами нелинейной механики. В первом приближении решение имеет следующий вид:

$$q(T_0, T_1, T_2) = Q(T_1, T_2)e^{-\alpha_1 T_0} + \frac{1}{\alpha_1}, \quad x(T_0, T_1, T_2) = a(T_1, T_2)\cos(T_0 + \beta(T_1, T_2)), \quad (5)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial T_0} = \alpha_1 Q a \cos(T_0 + \sigma T_1 - Y) \\ \frac{\partial a}{\partial T_0} = -\frac{\alpha_2}{2} a - \frac{f}{2} \cos(Y) \\ \frac{\partial Y}{\partial T_0} = \sigma + \frac{f}{2a} \sin(Y) \end{cases} \quad (6)$$

$$\tilde{a} = \frac{A_0^*}{\omega^2 \sqrt{\frac{\mu^2}{m^2 \omega^2} + 4 \left(\frac{\Omega}{\omega} - 1\right)^2}}, \quad \text{где } \tilde{a} \text{ и } A_0^* \text{ – амплитуды установившихся колебаний и внешнего воздействия, м} \quad (7)$$

Условия, записанные в выражении (6), являются необходимыми для отсутствия секулярных членов в разложении. Здесь $Y = \sigma T_1 - \beta$ – необходимая замена, приводящая систему к автономному виду, а σ – параметр расстройки, который позволяет рассматривать поведение системы вблизи интересующей резонансной частоты, в нашем случае резонанс является первичным. Для решения, полученного в первом приближении, было получено выражение для амплитудно-частотной характеристики (7), которое соответствует линейному случаю.

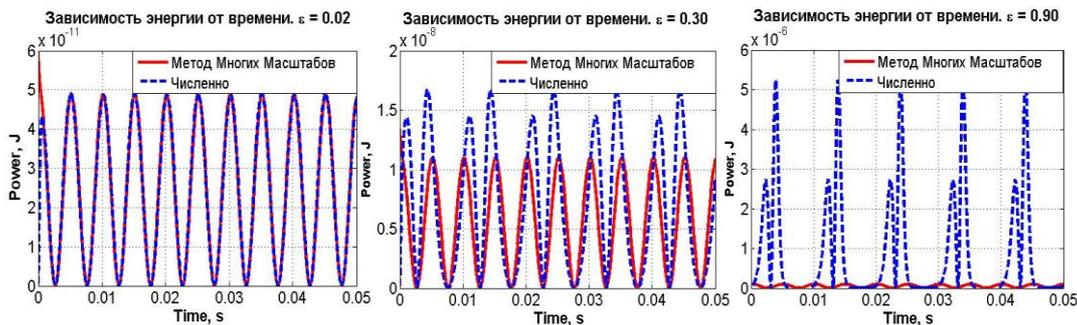


Рис. 3. Зависимость мощности от времени для несвязанной системы, полученное численно и методом многих масштабов

Заключение. Проведенное исследование позволило наметить основные пути моделирования и анализа эффективности работы электромеханических систем автономного энергообеспечения. В качестве возможных направлений дальнейших исследований следует указать продолжение изучения нелинейных аналитических моделей связанных электромеханических систем; развитие численных методов, основанных на создании редуцированных моделей (Model order reduction, MOR), и их применение к конкретным устройствам [5]; разработку алгоритмов оптимального управления процессом преобразования энергии на основе принципа максимума Понтрягина; проектирование прототипов устройств, основанных на гибридных подходах к преобразованию энергии.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Khan F.U., Qadir M.U. State-of-the-art in vibration-based electrostatic energy harvesting. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 26, 2016
2. Blokhina E., Galayko D. et.al. Nonlinearity in Energy Harvesting Systems. *Micro- and Nanoscale Applications – Springer*, 2016

3. Basset P., Galayko D., Cottone F., Guillemet R., Blokhina E., Marty F., Bourouina T. Electrostatic vibration energy harvester with combined effect of electrical nonlinearities and mechanical impact. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 24, 2014
4. Gallucci L., Menna C., Angrisani L., Asprone D., Moriello R., Bonavolontà F., Fabbrocino F. An Embedded Wireless Sensor Network with Wireless Power Transmission Capability for the Structural Health Monitoring of Reinforced Concrete Structures. *Sensors*, 17, 2017
5. Hosseinloo A. H. and Turitsyn K. Design of vibratory energy harvesters under stochastic parametric uncertainty: a new optimization philosophy IOP Publishing 2016
6. Nayfeh A. H. Perturbation methods (WILEY-VCH, 2004)

УДК 539.4, 537.811

В.М. Филькин, А.С. Немов, Г.А. Шнеерсон
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ КВАЗИБЕССИЛОВОЙ ТОРОИДАЛЬНОЙ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ ИЗ ДВУХ ТОКОПРОВОДЯЩИХ СЛОЕВ ДЛЯ ГЕНЕРАЦИИ ИМПУЛЬСНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Интерес к проблеме получения сверхсильных полей в неразрушаемых магнитных системах вызван различными способами их применения в научных исследованиях фундаментальных физических законов и явлений. Рекордом для неразрушающихся систем на 2018 год является достижение магнитной индукции в 101.2 Тл в течение одной миллисекунды [1]. Одна из проблем, возникающих в подобных системах при желании дальнейшего увеличения магнитной индукции, большие механические напряжения, вызванные силой Ампера. В работах [2,3] показана теоретическая возможность создания квазибессилловых магнитных систем. В таких системах удастся значительно снизить механические напряжения путем уравнивания токопроводящих слоев разнонаправленными силами Ампера. Существуют работы, посвященные созданию конкретных моделей однослойных квазибессилловых магнитных систем, например, [4]. Но для более сложных систем, например, многослойных, квазибессилловые системы получены не были. Очевидно, что однослойная модель не в состоянии выдержать сверхсильные поля. Кроме того, представляется затруднительным производство электромагнитов с тремя и более токопроводящими слоями. Исходя из этих соображений, проводится анализ именно двухслойной модели. Появление второго слоя значительно затрудняет получение геометрии и токораспределения для квазибессилловой модели аналитическим путем. Под вопрос ставится и возможность реализации квазибессилловой конфигурации двухслойной модели.

Основными задачами работы являются: исследование двухслойной тороидальной магнитной системы и анализ возможности создания ее квазибессилловой конфигурации. В качестве методов используются: конечно-элементное моделирование с использованием программной системы Ansys, параметрическая оптимизация с использованием программной системы modeFrontier.

Первым этапом были найдены приближенные токораспределения для двух квазибессилловых бесконечных цилиндрических токопроводящих слоев с зоной обратного тока. Распределение токов для такой системы может быть найдено аналитически, кроме того такая модель может служить первым приближением двухслойной тороидальной магнитной системы. Токораспределение получено с использованием результатов работы [5], а затем уточнено при помощи математического моделирования и параметрической оптимизации. Геометрия слоев была выбрана исходя из теоретических соображений, описанных в [2,3,4],

кроме того использовался экран, необходимый для уравнивания слоев обратного тока. Эпюра напряжений по Мизесу представлена на рисунке 1. В качестве масштаба здесь и далее выбрана относительная безразмерная величина, характеризующая механические напряжения, полученная делением действующих напряжений по Мизесу на величину магнитного давления, соответствующего нашему целевому полю:

$$\mu = \frac{2\mu_0\sigma}{B_0}$$

Следующий этап – создание параметризованной модели тороидальной системы. За основу был взят результат, полученный для двух квазибессильных бесконечных цилиндрических слоев с зоной обратного тока. Было выбрано 18 параметров, 10 из которых описывает изменения геометрии системы, а 8 – распределение токов по токопроводящим слоям. Путем ручной прикидки удалось установить границы варьируемых параметров, выбрать шаг дискретизации. Так же для упрощения задачи были зафиксированы тороидальные токи, что позволило уменьшить число варьируемых параметров до 12.

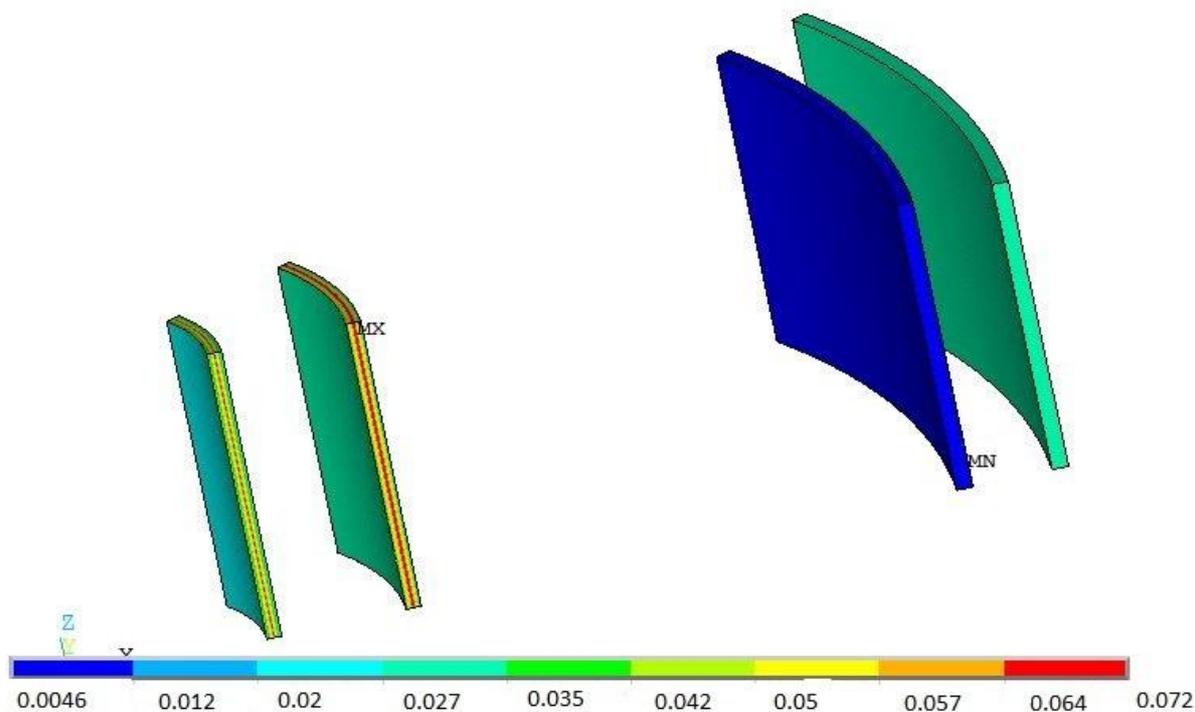


Рис. 1. Распределение нормированных напряжений по Мизесу для цилиндрической системы

С помощью решения полученного из машинной оптимизации и анализа напряженно-деформированного состояния конструкции, было получено несколько конфигураций конструкции, наиболее близких среди прочих к состоянию равновесия. На рисунке 2 представлена эпюра напряжений по Мизесу для самой удачной конфигурации (только для половины конструкции в силу зеркальной симметрии). Максимальные напряжения по Мизесу были снижены более чем в 5 раз по сравнению с полностью неуравновешенной конфигурацией. Неуравновешенной будем называть конфигурацию с нулевым полоидальным током и начальной неоптимизированной геометрией полученной из соображений, описанных в [2-4].

Дальнейшие попытки уравнивания конструкции не привели к положительному результату. Анализ аксиальных и азимутальных напряжений показал, что значительно

снизить напряжения в наиболее напряженном участке конструкции (рис. 2) не представляется возможным.

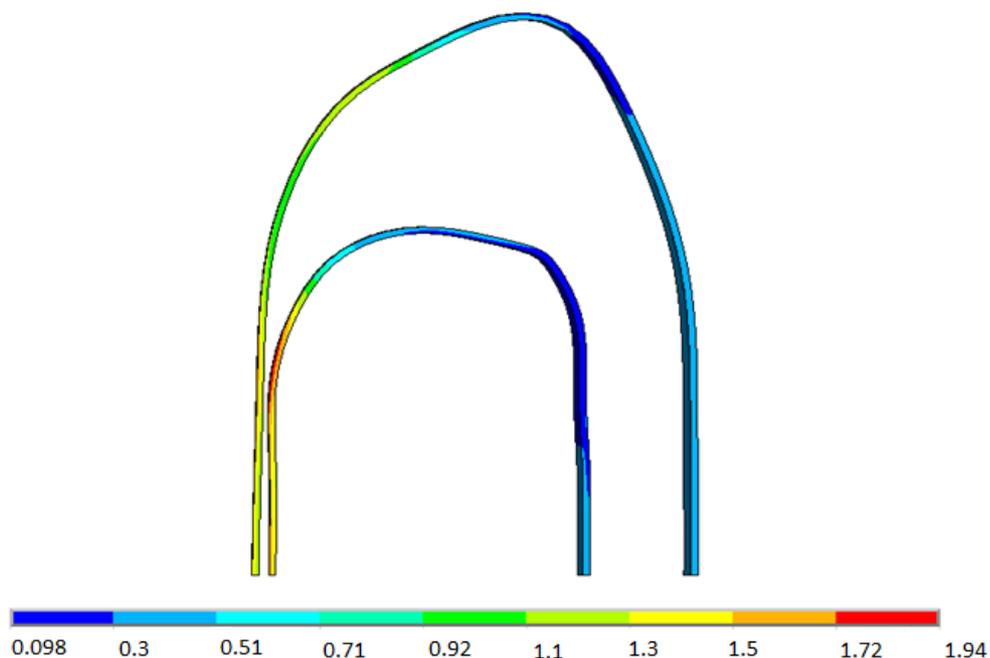


Рис. 2. Распределение нормированных напряжений по Мизесу для тороидальной системы

Параллельные исследования толстостенных двухслойных тороидальных систем также не подтвердили существование квазибессиловой конфигурации. Как показали расчеты в программной системе Ansys, удастся значительно снизить напряжения за счет увеличения толщины токопроводящего слоя (рис. 3). Однако скин эффект при этом не учитывается.

Кроме того, в недоуравновешенной конфигурации механические напряжения можно значительно снизить путем добавления в систему удерживающих слоев диэлектрика. Слои диэлектрика поддерживают токопроводящие слои, уравновешивая их состояние.

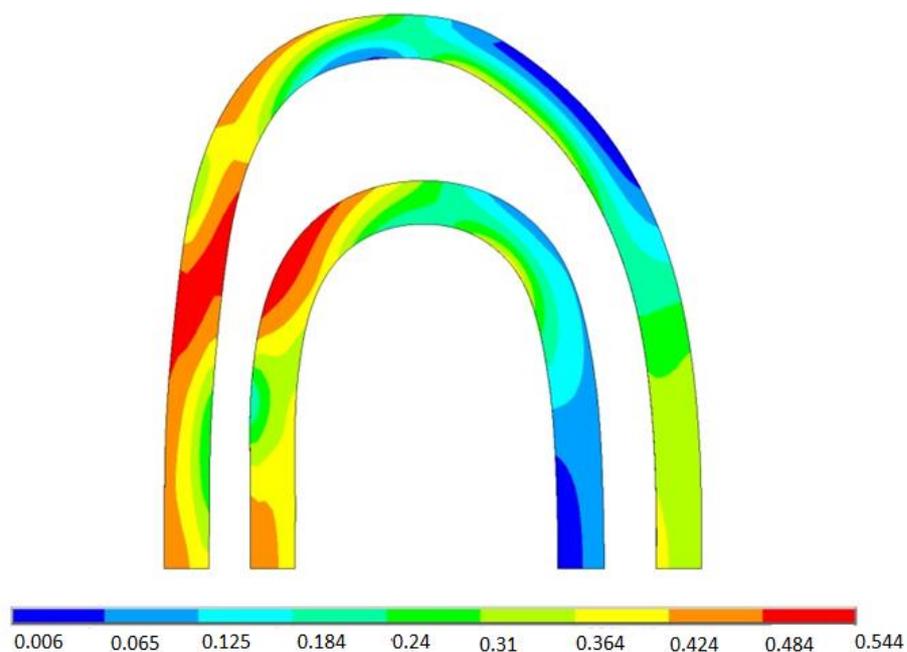


Рис. 3. Распределение нормированных напряжений по Мизесу для толстостенной системы

За счет варьирования 12 параметров модели двухслойной тороидальной магнитной системы, отвечающих за изменение геометрии и распределения тока, удалось снизить максимальные напряжения по Мизесу более чем в 5 раз по сравнению с полностью неуравновешенной конфигурацией. Была показана возможность уменьшения максимальных напряжений по Мизесу более чем в 3 раза для тороидальной двухслойной магнитной системы путем увеличения толщины токопроводящих слоев. Однако полностью уравновешенную (квазибессильную) конфигурацию в данной постановке получить не удалось. В дальнейшем будут исследованы другие возможности по корректировке поля способные повлиять на уравновешенность магнитной системы.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (грант № 18-19-00230)

ЛИТЕРАТУРА:

1. J. Sims, A. Baca, G. Boebinger, H. Roenig, H. Coe, K. Kihara, M. Manzo, C. Mielke, J. Schiilig, Y. Eyssa, B. Lesch, L. Li, Hi Schneider-Muntau. First 100 T Non-Destructive Magnet, IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 10, no. 1, March 2000.
2. G. A. Shneerson, O. S. Koltunov, A. N. Berezkin, I. A. Vechev, S. I. Krivosheev, A. P. Nenashev, A. A. Parfentiev. Development and Investigation of One-Layer Quasi-Force-Free Magnets, Proc. Int. Conf. 2012 14th International Conference on Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics (MEGAGAUSS), Oct. 2012.
3. G. A. Shneerson, L. A. Vechev, D. A. Degtev, O. S. Koltunov, S. I. Krivosheev, S. L. Shishigin, Configurations of axisymmetric quasi-force-free magnetic systems. II, Tech. Phys., vol. 53, no. 10, pp. 1278-1288, Oct. 2008.
4. G. A. Shneerson, O. S. Koltunov, D. A. Dyogtev, S. I. Krivosheev, V. V. Titkov, V. I. Borovkov, D. S. Mikhailuk, Computer model of a quasi-force-free magnet with a 100 T field, Proc. Int. Conf. Megagauss Magn. Field Generation, pp. 377-383, 2006-Nov.-510
5. О. С. Колтунов. Квазибессильные неразрушаемые магнитные системы для получения сверхсильных полей. Кандидатская диссертация. — СПб, 2004.

УДК 681.51

И.К. Шаньшин, О.Б. Шагниев, С.Ф. Бурдаков
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

АДАПТИВНОЕ ПОДАВЛЕНИЕ НЕУСТОЙЧИВЫХ РЕГЕНЕРАТИВНЫХ АВТОКОЛЕБАНИЙ ВЫБОРОМ ГЛУБИНЫ РЕЗАНИЯ

Разработка методов адаптивного подавления неустойчивых регенеративных автоколебаний является важной проблемой современной промышленности, так как они приводят к неудовлетворительному качеству обработанной поверхности, что, в свою очередь, приводит к различным поломкам и неисправностям [1]. В данной работе предложен метод на основе выбора глубины резания.

Для построения контура адаптивного управления предлагается использовать упругий подвес инструмента, оснащённый шестикомпонентным датчиком усилия. Автоматическое детектирование регенеративных автоколебаний реализуется на основании анализа частотных спектров колебаний инструмента при помощи быстрого преобразование Фурье от показаний датчика горизонтального усилия F_x . При моделировании использовалась математическая модель фрезерования, предложенная Y. Altintas [2].

Рассмотрим спектры сигналов устойчивого и неустойчивого процесса фрезерования. Результаты будем отображать на графиках, отображающих частотный спектр сигнала по

амплитудам – спектрограммах. В случае стабильного фрезерования спектрограмма имеет следующий вид (рис. 1):

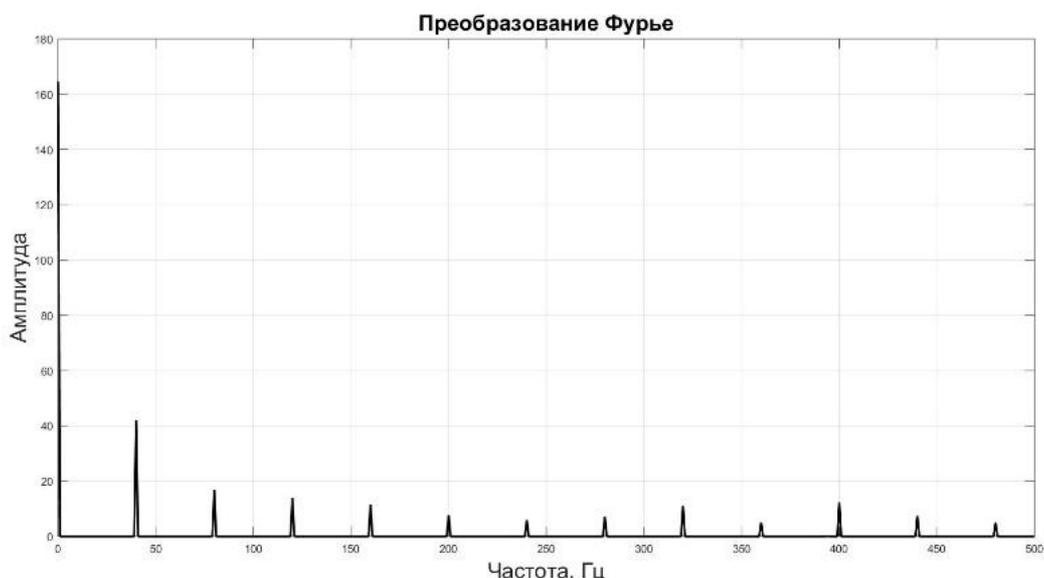


Рис. 1. Спектрограмма при стабильном фрезеровании

На рисунке видны пики, соответствующие различным частотам спектра. Это связано с тем, что процесс фрезерования имеет прерывистую природу и поэтому колебания в нем присутствуют на протяжении всего времени. При нестабильном фрезеровании диаграмма принимает следующий вид (рис. 2):

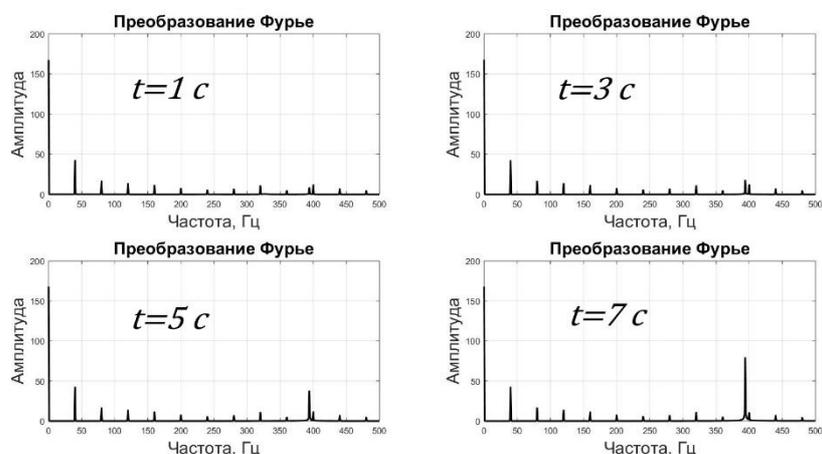


Рис. 2. Спектрограмма неустойчивого фрезерования в зависимости от времени

На спектрограмме появляется еще один пик с нарастающей амплитудой, что свидетельствует о том, что процесс фрезерования теряет устойчивость. С помощью данных об амплитудах отдельных гармоник, полученных путем использования преобразования Фурье, можно сформулировать критерий обнаружения автоколебаний. Для фрезерования в качестве критерия используется отношение амплитуды обнаруженной гармоники на частоте автоколебаний ω_c к первой гармонике спектра ω_1 . Пороговое значение принято равным 0.4.

Рассмотрим метод выбора глубины резания для процесса фрезерования. Суть метода состоит в том, что даже небольшое уменьшение глубины резания (на 0.5 - 1 %) позволяет полностью нивелировать возникший автоколебательный процесс. При этом такое

уменьшение глубины резания не является достаточным для того, чтобы выйти за границы установленных допусков на припуск. Например, для лопаток газотурбинных двигателей точность обработки равна порядка 0.03 мм [3], что при глубине резания порядка 1 – 3 мм как раз и составляет около 1 процента. Современные станки позволяют обрабатывать такие малые перемещения – их точность составляет порядка 0.005 мм [4]. Моделирование проводилось в пакете инженерного анализа MATLAB/Simulink для следующих параметров системы:

$$m_x = 0.39 \text{ кг}, m_y = 0.32 \text{ кг}, K_t = 700 * 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}, K_r = 0.07, N = 4, c_x = 5.6 * 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}, c_y = 5.6 * 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}, b_x = 115.3 \frac{\text{Н} * \text{с}}{\text{м}}, b_y = 96 \frac{\text{Н} * \text{с}}{\text{м}}.$$

Рассмотрим графики усилий резания и преобразования Фурье в зависимости от времени (рис. 3, 4):

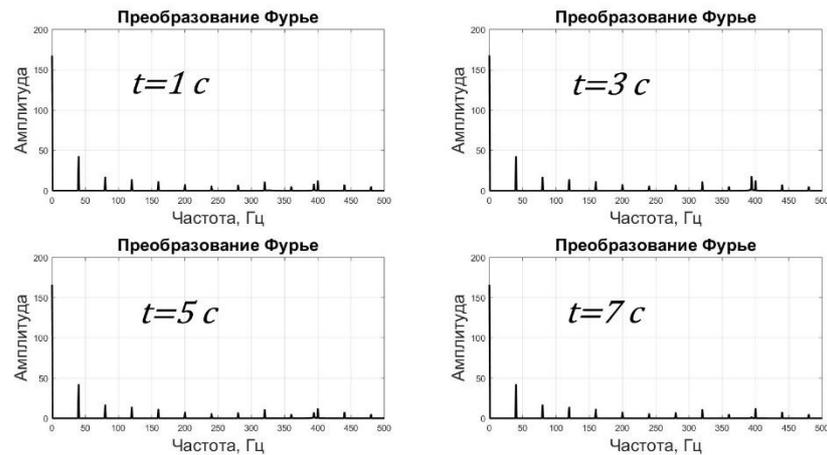


Рис. 3. Спектрограмма процесса фрезерования в зависимости от времени в случае наличия управления

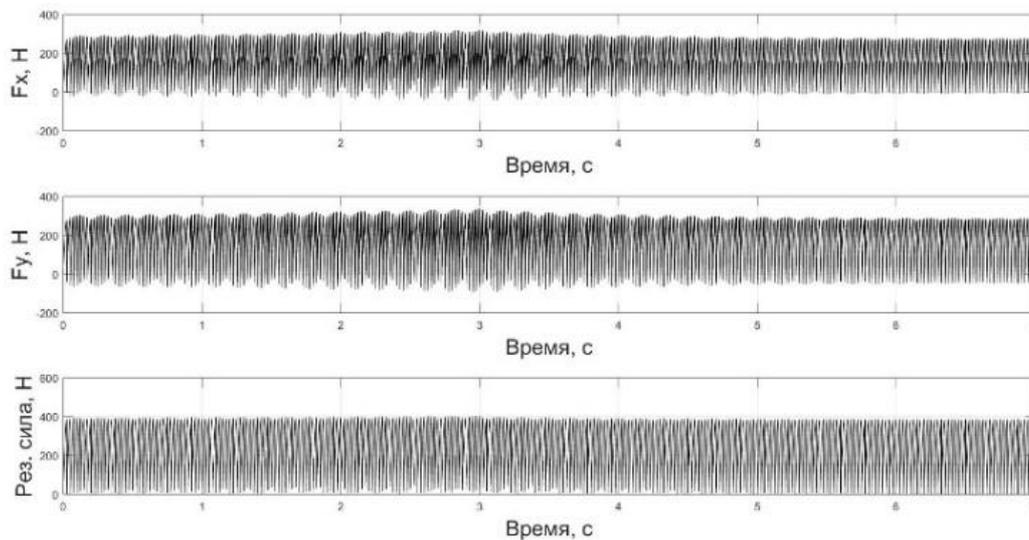


Рис. 4. Изменение спектра сигнала с датчика силы в зависимости от времени при наличии управления

По графикам видно, как происходит нарастание амплитуды колебаний до третьей секунды, после чего происходит детектирование и снижение глубины резания на 1 %. В дальнейшем процесс быстро стабилизируется и автоколебания полностью исчезают.

Метод детектирования автоколебаний на основе преобразования Фурье позволяет быстро в режиме on - line обнаружить возникающий автоколебательный процесс.

Незначительное (до 1%) уменьшение глубины резания позволяет быстро избавиться от регенеративных автоколебаний в системе, при этом данное изменение укладывается в большинство допусков на припуск для фрезерования различных деталей.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Болотеин А.Н. Расчётное определение технологических остаточных напряжений на основе конечно-элементной модели процесса резания [Текст]: диссертация канд. техн. наук. – Рыбинск, 2014.
2. Altintas Yusuf. Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations and CNC design, 2nd ed., Cambridge University Press, 2012, 363 p.
3. Крымов В.В., Елисеев Ю.С., Зудин К.И., Производство газотурбинных двигателей/ под ред. В.В. Крымова. М.: Машиностроение/ Машиностроение - Полет, 2002, 376 с.
4. FAMA Technology Accuracy and Tuning in CNC Machine Tools URL: <http://famatechnology.com/cms/wpcontent/uploads/2014/10/FAMATA001.pdf>

УДК 681.51

И.К. Шаньшин, О.Б. Шагниев, С.Ф. Бурдаков
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕГЕНЕРАТИВНЫХ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ ФРЕЗЕРОВАНИИ

Несмотря на многочисленные достижения в области станко- и роботостроения, а также в сфере CAD/CAM пакетов полное исключение человека из технологического процесса механообработки сложных деталей на данный момент невозможно. Для каждой конкретной системы СПИД (станок приспособление инструмент деталь) контактное взаимодействие инструмента и детали при механообработке является сложным физическим процессом, зависящим от множества индивидуальных особенностей системы. Неправильный выбор параметров резания и траектории движения инструмента может привести к нарушению технологии механообработки, снижению качества обработки детали и поломкам дорогостоящего оборудования [1].

Одной из наиболее характерных проблем при фрезеровании является возникновение регенеративных автоколебаний (в англоязычной литературе “chattering”). Согласно наиболее распространённым гипотезам [2], причина возникновения таких автоколебаний состоит в формировании самоподдерживающегося колебательного механизма в процессе стружкообразования. Учитывая, что жёсткость инструмента ограничена, можно утверждать, что прерывистый характер сил резания, обусловленный конечным числом зубцов фрезы, может приводить к формированию волнистой поверхности резания при каждом новом проходе фрезы, обусловленный колебаниями инструмента. При этом волнистая поверхность, оставленная предыдущим зубцом, удаляется при проходе следующего зубца, который также оставляет волнистую поверхность. Данный механизм приводит к формированию волнистой с обеих сторон стружки, толщина которой зависит от фазового сдвига между проходами текущего и предыдущего зубцов фрезы. В результате силы резания могут непрерывно возрастать на частотах автоколебаний, близких к собственным частотам конструкции [3].

Для решения проблемы регенеративных автоколебаний при фрезеровании необходимо разработать методы адаптивного управления. Компьютерное моделирование проводилось на основании математической модели, предложенной Altintas Y. [3].

Рассматривается система с двумя ортогональными степенями свободы (рис. 1). Фреза имеет N зубцов, угол наклона линии зубца принимается нулевым. Параметры процесса: a – осевая глубина резания, b – ширина резания, f – подача, Ω – угловая скорость вращения

вала. Система дифференциальных уравнений, описывающих эту систему, выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} m_x \ddot{x} + b_x \dot{x} + c_x x = F_x(t, t - \tau) \\ m_y \ddot{y} + b_y \dot{y} + c_y y = F_y(t, t - \tau) \end{cases}$$

где m_x, m_y - обобщенные массы; b_x, b_y - демпфирование, c_x, c_y - жесткости инструмента, $F_x(t, t - \tau), F_y(t, t - \tau)$ - силы резания в направлениях x и y , соответственно; τ - запаздывание.

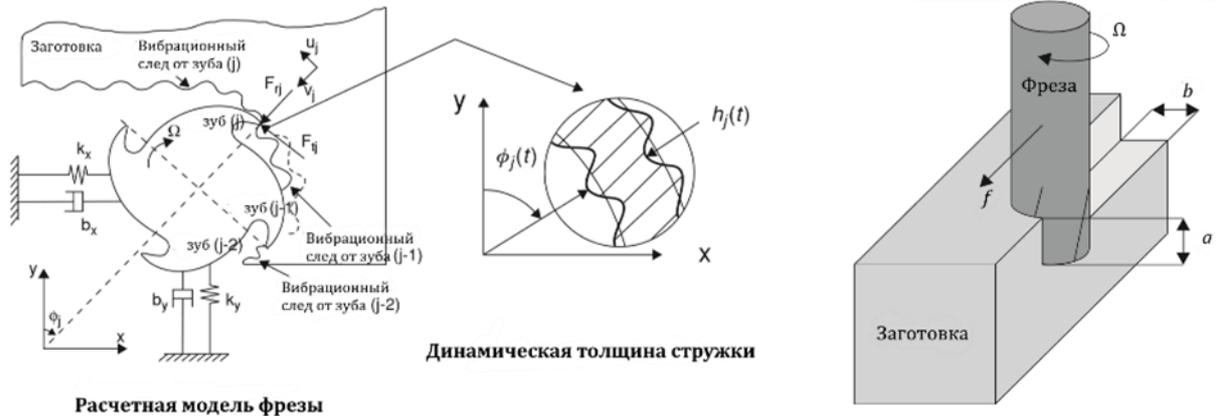


Рис. 1. Расчетная схема процесса фрезерования

Определим выражения для сил резания. Вводятся две системы координат: глобальная x, y и локальная u, v . Связь между ними выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} v_j = -x \sin \varphi_j - y \cos \varphi_j \\ u_j = -x \cos \varphi_j + y \sin \varphi_j \end{cases}$$

где φ_j - текущий угол погружения j -го зубца. Если угловая скорость вращения вала равна Ω , то $\varphi_j = \Omega t$. Полученная толщина стружки складывается из двух компонент: постоянная толщина ($f \sin \varphi_j$), связанная с движением фрезы как твердого тела (подача), и динамическая толщина, связанная с колебаниями инструмента в настоящий и предыдущий зубцовые периоды. В дальнейшем постоянная компонента толщины стружки будет опущена в силу того, что она не влияет на динамический процесс возникновения автоколебаний. Выполняя соответствующие преобразования, получим

$$h_j(\varphi_j) = (\Delta x \sin \varphi_j + \Delta y \cos \varphi_j) g(\varphi_j),$$

где $\Delta x = x - x_0$, $\Delta y = y - y_0$, $g(\varphi_j)$ - функция, которая определяет находится ли зубец фрезы в зоне резания или нет:

$$g(\varphi_j) = \begin{cases} 1, \text{ если } \varphi_{st} < \varphi_j < \varphi_{ex} \\ 0, \text{ если } \varphi_j < \varphi_{st} \text{ или } \varphi_j > \varphi_{ex} \end{cases}$$

где φ_{st} и φ_{ex} - начальный и конечный углы, определяющие зону резания. Здесь x, y и x_0, y_0 показывают перемещения фрезы в настоящий и предыдущий зубцовый периоды.

Рассмотрим теперь силы резания. Касательная $F_{t,j}$ и радиальная $F_{r,j}$ силы резания, возникающие на j -м зубе пропорциональны осевой глубине резания и толщине стружки (h):

$$\begin{aligned} F_{t,j} &= K_t a h_j(\varphi_j) \\ F_{r,j} &= K_r F_{t,j}, \end{aligned}$$

где K_t, K_r - постоянные резания, определяющиеся для конкретного материала заготовки. Выражая силы резания в направлениях x и y , получим

$$F_{x,j} = -F_{t,j} \cos \varphi_j - F_{r,j} \sin \varphi_j$$

$$F_{y,j} = F_{t,j} \sin \varphi_j - F_{r,j} \cos \varphi_j$$

Таким образом, в общем случае система уравнений, описывающая процесс фрезерования, представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений с запаздыванием. Анализ устойчивости системы позволяет построить лепестковую диаграмму устойчивости в пространстве глубины резания и скорости вращения шпинделя (рис. 2). При моделировании использовались следующие значения параметров:

$$m_x = 0.39 \text{ кг}, m_y = 0.32 \text{ кг}, K_t = 700 * 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}, K_r = 0.07, N = 4, c_x = 5.6 * 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}},$$

$$c_y = 5.6 * 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}, b_x = 115.3 \frac{\text{Н} * \text{с}}{\text{м}}, b_y = 96 \frac{\text{Н} * \text{с}}{\text{м}}.$$

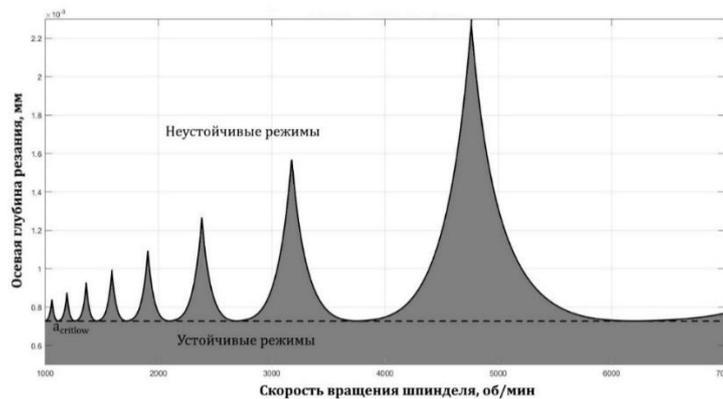


Рис. 2. Диаграмма устойчивости процесса фрезерования

На рисунке закрашенная область соответствует устойчивым режимам. Также на рисунке отмечено характерное значение осевой глубины резания ($a_{critlow}$) при котором для любой скорости вращения вала резания будет устойчивым. Данная модель динамики процесса фрезерования используется во множестве работ исследователей из различных стран мира, см. [4]. Несмотря на то, что данная модель является приближенной, результаты, полученные с ее помощью, хорошо согласуются с экспериментом [3]. Рассмотрим теперь зависимость сил резания от времени для случая устойчивого и неустойчивого фрезерования:

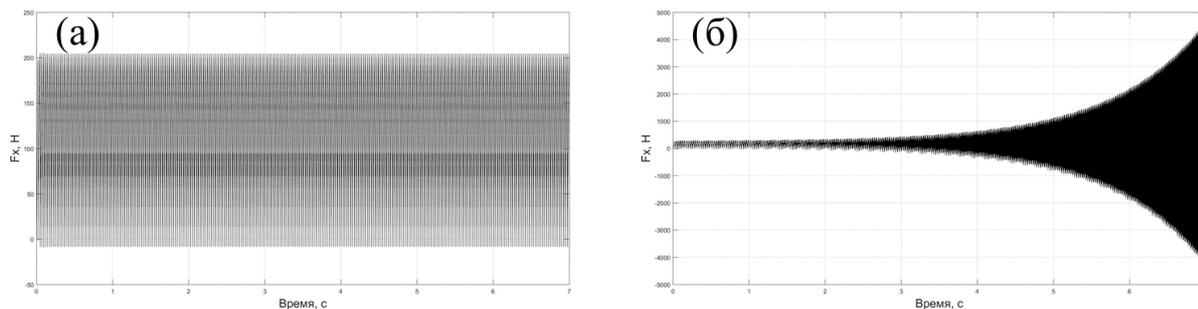


Рис. 3. Сила резания F_x при устойчивом (а) и неустойчивом (б) фрезеровании

По рисунку 3 видно, что соотношение параметров фрезерования влияет на устойчивость процесса. Выбор оптимальных параметров резания является сложной технологической задачей, требующей значительного опыта оператора станка. Перспективным является направление внедрения адаптивных систем управления, способных удерживать систему в устойчивой зоне даже при выборе параметров резания, нацеленных на максимальную производительность. Учитывая повторяемость процесса механообработки больших партий однотипных деталей также возможно внедрение систем обучения и прогнозирования.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Part Programming to Realize Chatter Free and Efficient High-Speed Milling. Saurabh Aggarwal, ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE, 2012
2. Абдурахманов А.У., Джемилов Э.Ш. Анализ причин возникновения автоколебаний при механической обработке резанием. Таврический научный обозреватель № 5(10) — май 2016.
3. Altintas Yusuf. Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations and CNC design, 2nd ed., Cambridge University Press, 2012, 363 p.
4. Luciano Vela-Martínez, Juan Carlos Jáuregui-Correa, Oscar González-Brambila1, Gilberto Herrera-Ruiz, Alejandro Lozano-Guzmán. Modeling of Machining Processes for Predictive Analysis of Self-excited Vibrations, INGENIERÍA MECÁNICA TECNOLOGÍA Y DESARROLLO, Vol. 3 No. 1 (2008) 001 – 009

УДК 662.642:621.926.7

Н.А. Шаповаленко, Л.М. Яковис
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

СРАВНЕНИЕ ДВУХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЯЕМЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Работа посвящена сравнительному анализу двух направлений в решении задач динамической оптимизации технологических процессов: широко рекламируемой идеологии «усовершенствованного управления процессами» («Advanced process control», или коротко APC) [1, 2] и традиционного двухуровневого управления с применением типовых регуляторов [3]. Для сравнения двух названных подходов был выбран инерционный объект с запаздыванием – модель, удовлетворительно описывающая поведение многих процессов непрерывной технологии. В качестве цели управления рассматривалась максимизация среднего уровня выходной переменной в системе, функционирующей в условиях случайных возмущений. Задача осложняется необходимостью учета ограничений на диапазон управляющих воздействий и на максимальный уровень выходной переменной.

Модель управляемого объекта задается соотношениями

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t) + n(t), \\ x(t) &= \frac{K}{TD+1} u(t-\tau), \quad K > 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где D – оператор дифференцирования, u и n – управляющие воздействия и неконтролируемые возмущения, K – коэффициент усиления, T и τ – постоянная времени и запаздывание.

Задача оптимизации формулируется в виде

$$J = \max \lim_{T \rightarrow \infty} M \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt \left| \begin{array}{l} P\{y(t) \leq y^{max}\} \geq 1 - \varepsilon_y \\ P\{u^{min} \leq u(t) \leq u^{max}\} \geq 1 - \varepsilon_u \end{array} \right. \right\},$$

где ε_y и ε_u – допустимые риски выхода за ограничения.

Аналитическое решение задач стохастической динамической оптимизации затруднительно, поэтому применим к решению два ранее упомянутых подхода. Начнем с более простого двухуровневого управления. Метод реализует идею частотной декомпозиции. При этом задача верхнего уровня состоит в оптимизации квазистатического режима, а нижний уровень призван стабилизировать технологический процесс в окрестности оптимального режима. Сначала, пренебрегая случайными возмущениям $n(t)$, т.е. полагая $n(t) = 0$, находим оптимальный квазистатический режим. При этом решается задача

$$J = \max \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt \left| \begin{array}{l} y(t) = Ku(t), \\ y(t) \leq y^{max}, \\ u^{min} \leq u(t) \leq u^{max}. \end{array} \right. \right\}$$

Предположим, что, как это обычно и бывает, обеспечен определенный запас по управлению, то есть $Ku^{max} > y^{max}$. Тогда при $K > 0$ решение задачи очевидно – управление должно поддерживаться на постоянном уровне $\bar{u} = y^{max}/K$. Далее решается динамическая задача стабилизации оптимального режима в системе, показанной на рис. 1. Передаточная функция регулятора $W(p)$ может формироваться разными способами. Наиболее распространены законы регулирования типа ПИ- и ПИД-регуляторов. Одним из наиболее популярных методов настройки их параметров является «метод внутренней модели» (в англоязычной литературе ИМС- Internal Model Controller [4]). Во-первых, он приводит к простым формулам для расчета параметров типовых регуляторов. Во-вторых, из вывода формул ИМС-метода становится ясно, что при правильной настройке типовые регуляторы приближаются по качеству управления к регулятору-предиктору, обеспечивающему минимальный уровень σ_y – среднеквадратичного отклонения (СКО) выходной переменной от заданного режимного значения.

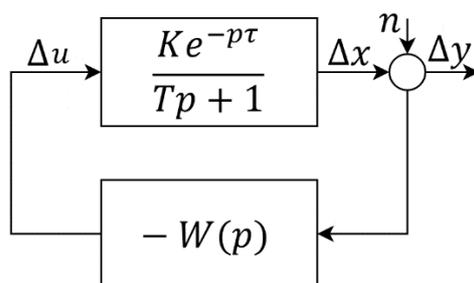


Рис. 1. Блок-схема системы стабилизации

Пересчитанное с учетом некомпенсированной части возмущений управление верхнего уровня имеет вид $\bar{u} = (y^{max} - \omega_y \sigma_y)/K$, где ω_y – константа, зависящая от ε_y .

Теперь рассмотрим принцип разомкнуто-замкнутого управления. Идея метода состоит в выделении неконтролируемых возмущений, предсказании их поведения в будущем, формировании программы управляющих воздействий, призванных скомпенсировать предсказанные возмущения, и реализации начального шага этой программы. В итоге реализуется так называемое разомкнуто-замкнутое управление, сочетающее программное управление с управлением с обратной связью по ошибке.

В соответствии с принципом максимума Понтрягина для скорейшего достижения требуемого значения выходной переменной необходимо использовать релейное управление, поддерживая управляющее воздействие на верхней или на нижней границе. Если же выходная переменная достигла требуемой величины, то в дальнейшем управление должно формироваться из условия, что выходная переменная следует заданной программе. С учетом запаздывания τ в каждый момент времени t заданная программа формируется на интервал времени $[t + \tau, t + \tau + \theta]$. Для каждого $\theta > 0$ эта программа задает требуемое значение выходной переменной

$$\varphi(\theta) = y^{max} - \omega_y \sigma_e(t + \tau|t) - \hat{n}(t + \tau + \theta|t) \quad (2)$$

исходя из стремления достичь максимального уровня y^{max} с учетом прогноза возмущений $\hat{n}(t + \tau + \theta|t)$ и страхового запаса $\omega_y \sigma_e(t + \tau|t)$, связанного с ошибками этого прогноза $e(t) = \hat{n}(t|t - \tau) - n(t)$.

Чтобы исключить ведущие к износу исполнительных механизмов частые переключения управляющего воздействия с одного крайнего положения в другое и обратно, в закон управления вводится зона нечувствительности δ так, чтобы релейное управление производилось лишь при достаточно серьезном отклонении выходной переменной от

расчетной программы. Иными словами, релейное управление должно включаться лишь при нарушении условия $|\hat{x}(t + \tau) - \varphi(0)| \leq \delta$.

Управление, которое будет производиться при выполнении условия (2), физически нереализуемо, т.к. старшая степень полинома в числителе выше, чем в знаменателе. В таких случаях, переходя к так называемому «реальному» дифференцированию, дополняют передаточную функцию последовательным инерционным звеном первого порядка с малой постоянной времени T_f . В итоге приходим к алгоритму разомкнуто-замкнутого управления, блок-схема которого приведена на рисунке 2.

Сравнительный анализ двух схем управления был выполнен путем имитационного моделирования в среде Matlab-Simulink применительно к объекту типа (1) с параметрами $K = 2, T = 5, \tau = 3, y^{max} = 5, u^{min} = 1, u^{max} = 4$. Случайные возмущения моделировались путем пропуска белого шума $\xi(t)$ единичной интенсивности через инерционное звено первого порядка с постоянной времени, равной 30.

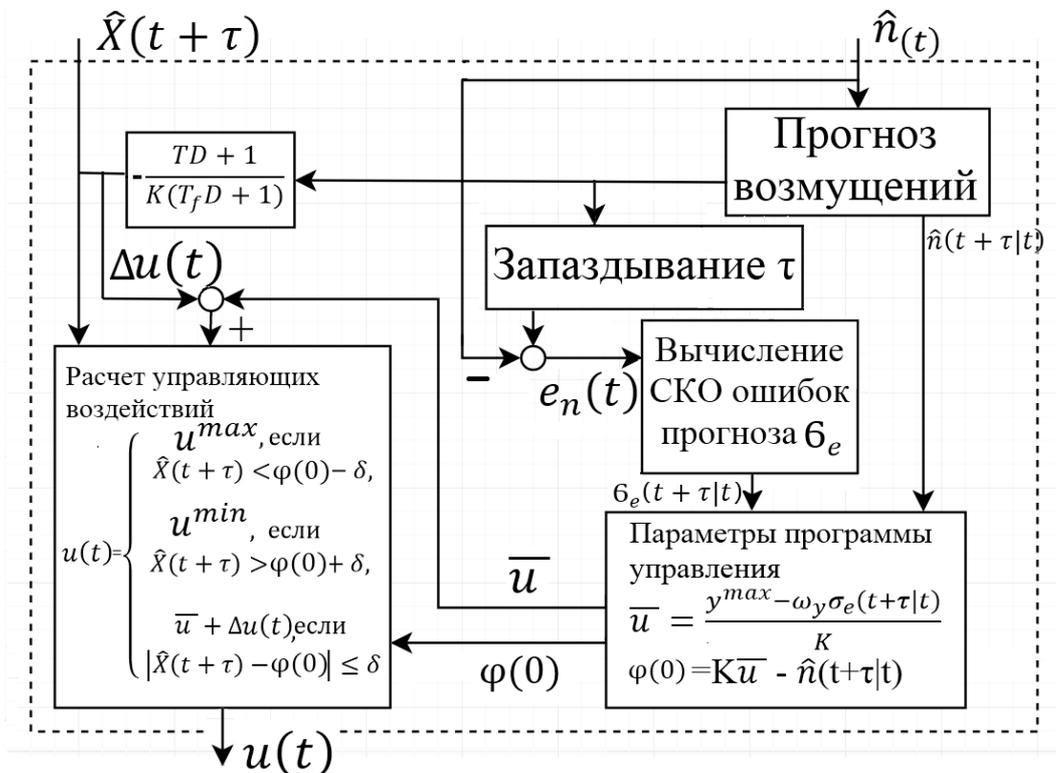


Рис. 2. Блок-схема алгоритма управления разомкнуто-замкнутого типа

Моделирование двухуровневой схемы управления, выполненное применительно к ПИ-регулятору, показало, что на нижнем уровне при субоптимальной настройке регулятора среднеквадратичное отклонение выходной переменной от задания верхнего уровня составляет $\sigma_y = 0.16$ при интенсивности управляющих воздействий $\sigma_u = 0.21$. Если считать, что отклонения y от среднего значения с высокой вероятностью не превышают «трех сигм», то исходя из требования соблюдения ограничения $y(t) \leq y^{max}$, максимальное допустимое среднее значение выходной переменной составляет $\bar{y} = 5 - 3 \times 0.16 = 4.52$.

Моделирование системы «усовершенствованного управления» при $\delta = 0.1$ и $T_f = 0.05$ дает следующие результаты: $\sigma_y = 0.14, \sigma_u = 0.46, \bar{y} = 5 - 3 \times 0.14 = 4.58$. Таким образом, двухуровневое управление, уступает по критерию оптимизации \bar{y} всего $[(4.58 - 4.52)/4.58] \times 100 = 1.3\%$, но требует вдвое меньшей амплитуды управляющих воздействий.

По результатам сравнения может быть сделан предварительный вывод, что для линейных и слабо нелинейных объектов управления более простой в реализации и дешевый метод двухуровневого управления может успешно конкурировать с более сложным и дорогостоящим методом АРС.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Дозорцев В.М., Кнеллер Д.В. АРС – усовершенствованное управление технологическими процессами // Датчики и системы. 2005. № 10, с. 56 – 62.
2. Перельман И.И. Динамическая оптимизация в АСУ ТП на базе алгоритмов условного прогнозирования // Автоматика и телемеханика. 1978, №9, с.146 –160.
3. Яковис Л.М. От единого информационного пространства к единому пространству управления производством // Автоматизация в промышленности. 2013, №1, с. 20 – 26.
4. PID Control for Multivariable Processes // Qing-Guo Wang [et al.] Springer-Verlag. 2008, 264 p.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

Секция «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен»

3

<i>Авдеев Е.Э., Булович С.В., Плетнев А.А.</i> Численное решение стационарной задачи течения дисперсно-кольцевого режима парожидкостного потока в одномерном трехжидкостном приближении	3
<i>Алексеев П.Е., Чумаков Ю.С.</i> Определение области ламинарно-турбулентного перехода в свободно-конвективном пограничном слое по данным измерения поля температуры и ее пульсаций	6
<i>Борисов Д.В., Калаев В.В.</i> О моделировании конвекции расплава кремния в установках метода Чохральского с использованием RANS моделей турбулентности	9
<i>Гордеев Е.Ю., Башнин О.И.</i> Применение методов вычислительной гидродинамики к оценке возможностей ультразвукового метода измерения расхода в водоводах поворотно-лопастных турбин	12
<i>Державин Р.Н., Степанов В.В.</i> Численное моделирование эффективной теплопроводности композитных материалов на основе компаунда с частицами	14
<i>Дягиль Д.С., Булович С.В., Гатаулин Я.А., Монашков В.В.</i> Численное моделирование распространения ударной волны в условиях городской застройки . .	17
<i>Засимова М.А., Иванов Н.Г., Марков Д.</i> Численное моделирование вентиляционного течения в тестовом аудиторном помещении	20
<i>Зимин А.Р., Пашкевич Д.С., Петров В.Б.</i> Охлаждение потока, состоящего из продуктов взаимодействия гексафторида урана с кислородом и водородом в режиме горения	23
<i>Капустин В.В., Пашкевич Д.С., Мухортов Д.А., Алексеев Ю.И., Петров В.Б.</i> Конверсия водяного пара при взаимодействии испарённой плавиковой кислоты с углеродом	26
<i>Колесник Е.В., Смирновский А.А., Смирнов Е.М.</i> Сверхзвуковое обтекание вязким газом области сопряжения затупленного тела и пластины: сопоставление результатов расчета по нескольким численным схемам	29
<i>Колобова Д.Д., Степанов В.В.</i> Численное моделирование эффективных теплофизических свойств изоляционной ленты	32
<i>Кунаева А.И., Смирнов С.И., Абрамов А.Г.</i> Численное моделирование турбулентной конвекции Рэлея-Бенара в цилиндрической полости в условиях сопряженного теплообмена	35
<i>Malah H., Chumakov Yu.S.</i> Natural convection flow at the junction of circular cylinder placed on vertical heated plate	38
<i>Подмаркова А.Д., Иванов Н.Г.</i> Численное моделирование распространения примеси в вентилируемом помещении	41
<i>Селютин В.В., Левченя А.М.</i> Расчеты течения в осерадиальном диффузоре с фиксированной точкой отрыва: влияние выбора RANS-модели турбулентности . . .	44
<i>Смирнов С.И., Кунаева А.И., Абрамов А.Г.</i> Численное моделирование турбулентной конвекции Рэлея-Бенара во вращающейся цилиндрической полости при различных числах Прандтля	47
<i>Суворов А.В., Коссой А.А., Белохвостов В.М.</i> Влияние комплексной обработки первичных экспериментальных данных дифференциальной сканирующей калориметрии на расчетную оценку параметров термической опасности	50

<i>Корайем Хандави М., Степанов В.В., Талалов В.А., Снегирев А.Ю.</i> Исследование пиролиза и горения полимерных материалов методом кислородной микрокалориметрии	53
<i>Потехин И.В., Колесник Е.В., Храпунов Е.Ф.</i> Смена режимов течения в свободноконвективном факеле с ростом числа Грасгофа	55
<i>Ярославцева Н.А., Иванов Н.Г., Кириллов А.И.</i> Оценка эффективности применения вихревых ячеек для управления отрывом турбулентного потока в осерадиальном диффузоре	58

Секция «Механика и математическое моделирование»

<i>Медянкин В.Н.</i> Геолого-гидродинамическая модель пласта крупного месторождения западной Сибири для оптимизации системы разработки месторождений	61
<i>Старобинский Е.Б., Шварев, Марков Н.С., Черкасов М.Е.</i> Моделирование микросейсмических событий при распространении планарной трещины	64
<i>Смирнов А.В., Болдырев Ю.Я.</i> К вопросу об оптимизации конструкции лопасти воздушного винта с помощью конечно-элементного моделирования	66
<i>Шварев Н.Г., Марков Н.С.</i> Исследование распределения микросейсмических событий относительно фронта распространяющейся трещины ГРП	69
<i>Рубинова Р.В.</i> Интерполяция и экстраполяция методом естественного соседа ...	71
<i>Григорьева П.М., Вильчевская Е.Н.</i> Кинетика фронта химической реакции в телах с осевой симметрией в задачах механохимии	74
<i>Булдаков П.Ю., Старобинский Е.Б., Переверзев А.Е., Майстро А.С., Зарубин И.А.</i> Разработка физико-математической модели движения твердого тела в открытой воде для тестирования автономной системы управления беспилотным универсальным катером (БУК)	77
<i>Ненахова И.В.</i> Моделирование и расчет двухэтажного энергоэффективного дома для сейсмоопасных районов	80
<i>Abdikarimov R.A., Khodzhaev D.A., Vatin N.I.</i> To calculation of rectangular plates on periodic oscillations	83
<i>Фролова К.П., Вильчевская Е.Н., Полянский В.А.</i> Моделирование наводороженного поверхностного слоя в рамках теории микрополярных сред	85
<i>Калюжнюк А.В.</i> Анализ топологических характеристик трехмерных цифровых моделей нефтяных месторождений	88
<i>Khodzhaev D.A., Abdikarimov R.A., Vatin N.I.</i> Nonlinear oscillations of a viscoelastic cylindrical panel with concentrated masses	91
<i>Морозова А.С., Вильчевская Е.Н.</i> Взаимосвязь распространения тепла и угловой скорости в микрополярных средах	94
<i>Муцак Н.Д., Старобинский Е.Б., Кузькин В.А.</i> Ускорение матрично-векторного произведения в расчетах планарной модели трещины ГРП с помощью быстрого преобразования Фурье	97
<i>Логинов А.А.</i> Моделирование датчика определения относительного местоположения судна типа «натянутый трос»	100
<i>Штегман В.О., Фрейдин А.Б., Морозов А.В.</i> Анализ потери устойчивости двухфазного кругового стержня, как элемента периодической структуры кремниевого анода	103
<i>Ибрахим Анас</i> About the development of software complex for modeling and analyzing structures and buildings	106

<i>Битюрин А.А., Шарагин И.А., Бережной К.И.</i> Моделирование максимального прогиба ступенчатого стержня, имеющего начальную кривизну, при ударе о жесткую преграду	109
<i>Белюсова Е.А., Подольская Е.А., Панченко А.Ю.</i> Построение моментной зёрненной модели для описания упругих свойств гексагонального нитрида бора	112
<i>Фомичева М.А., Вильчевская Е.Н.</i> Моделирование процесса измельчения гранулированных сред в рамках пространственного описания	115
<i>Серов А.С., Дрепин М.А.</i> Система коррекции походки путем анализа распределения нагрузки на стопе	118
<i>Ахметшин Л.Р.</i> Анализ циклического прессования рифлением методом численного моделирования	121
<i>Осокина А.Е.</i> Двойное дисперсионное уравнение для нелинейных волн в графеновой решётке	124
<i>Ляжков С.Д.</i> Переход к тепловому равновесию в гармонической ГЦК решетке ..	126

Секция «Кибербезопасность и защита информации»

<i>Антипина А.О., Калинин М.О.</i> Обнаружение атак в сетях VANET с применением нейронных сетей	130
<i>Баринов Ф.А., Аранов В.Ю.</i> Метод статистического обнаружения прав суперпользователя в операционной системе Android Oreo на примере Magisk	133
<i>Бурлов В.Г., Грозмани Е.С., Петров С.В.</i> Сравнительный анализ методов оценки рисков для устройств интернета вещей	136
<i>Крундышев В.М.</i> Эластичная система управления программными сервисами для обеспечения безопасности в сетях транспортных средств	139
<i>Маршев И.И., Жуковский Е.В.</i> Использование методов машинного обучения для обнаружения вредоносного программного обеспечения	141
<i>Печенкин А.И., Шматов В.С.</i> Защита блокчейнов от DoS-атак путем повышения масштабируемости	144
<i>Пендрикова О.Н., Александрова Е.Б.</i> Проверка на суперсингулярность при генерации эллиптических кривых с использованием графа изогений	147
<i>Попова Е.А., Платонов В.В.</i> Исследование методов выбора параметров для обнаружения сетевых атак на основе генетического алгоритма	150
<i>Проценко Е.Г., Жуковский Е.В.</i> Определение формата входных данных программы на основе бинарного анализа исполняемого файла	152
<i>Рехвиашвили И.Ш., Александрова Е.Б.</i> Организация отзыва для схемы кольцевой подписи на решетках	155
<i>Туманян П.И., Резединова Е.Ю.</i> Определение характерных стратегий поведения пользователей в социальной сети Twitter	158
<i>Шкоркина Е.Н., Александрова Е.Б.</i> Оценка эффективности применения аутсорсинга для построения маломощных криптосистем	161
<i>Селиверстов В.С., Александрова Е.Б.</i> Решёточные криптографические протоколы для многопользовательских систем	164

Секция «Облачные технологии управления мобильными роботами»

<i>Шарагин М.П., Попов С.Г.</i> Методы прогнозирования телематической обстановки интеллектуальной транспортной системы	167
<i>Моторин Д.Е.</i> Метод синтеза траектории движения робота в условиях пространственно-ситуационной неопределенности при решении циклических задач	170
<i>Фридман В.С., Попов С.Г.</i> Об одном критерии динамического перераспределения	

фрагментов данных в распределенных системах управления реляционными базами данных	173
<i>Рябинин М.А., Уткин Л.В., Мелдо А.А.</i> Сегментация новообразований в легких на снимках компьютерной томографии	176
<i>Курочкин Л.М., Попов М.В.</i> Анализ динамического метода выбора системы спутникового позиционирования	180
<i>Лисенкова А.А., Попов С.Г.</i> Исследование времени динамической генерации MDX-запросов к многомерным OLAP-кубам	183
<i>Нестеренко П.А., Курочкин Л.М.</i> Алгоритм позиционирования исполнительного механизма «дельта-трипод» манипулятора	186
<i>Тучков А.С., Попов С.Г.</i> Метод распределения потоков данных в беспроводных глобальных и локальных гетерогенных сетях транспортных средств	189
<i>Пурий А.А., Курочкин М.А.</i> Использование суперкомпьютерных технологий в задаче построения 3D модели ландшафта местности	191
<i>Мазур А.А., Большаков А.А.</i> Разработка алгоритма и программы учёта трения на энергетические затраты промышленного манипулятора с вращательными сочленениями	194
<i>Касимов Э.М., Курочкин М.А.</i> Технология построения 3D моделей результатов компьютерной томографии грудной клетки	197
 Секция «Физика прочности и пластичности материалов»	
<i>Ахметшин Л.Р.</i> Влияние кумулятивной пластической деформации на изменение зеренной структуры металлов	200
<i>Варшавчик Е.А., Полянский В.А., Чеврычкина А.А.</i> Конечно-элементное моделирование насыщения металлов водородом из внешней среды	202
<i>Волков А.Э., Герасина Т.А.</i> Исследование напряженно-деформационного состояния фланцевого соединения надземной запорной арматуры	205
<i>Галяутдинова А.Р., Третьяков Д.А.</i> Эволюция угловых диаграмм акустической анизотропии при неупругом деформировании металлов	207
<i>Гудкина Ж.В., Назарова Е.Д., Аргунова Т.С., Гуткин М.Ю.</i> Наблюдение микротрещин в дентине методом фазово-контрастной томографии в синхротронном излучении	210
<i>Зумберов П.А., Варшавчик Е.А., Полянский В.А.</i> Вычисление энергий активации металлического циркония с помощью модели многоканальной диффузии водорода .	213
<i>Кравченко М.Ю., Красницкий С.А., Гуткин М.Ю.</i> Критические условия образования дислокационных петель в икосаэдрических наночастицах	215
<i>Михеев Д.С., Колесникова А.Л., Гуткин М.Ю., Романов А.Е.</i> Напряжения несоответствия и механизмы их релаксации в сферической наночастице с ядром в форме усеченного шара	219
<i>Назарова Е.Д., Гудкина Ж.В., Аргунова Т.С., Ермакова Н.Ю.</i> 3d визуализация микроструктуры дентина методом фазово-контрастной томографии в синхротронном излучении	221
<i>Смирнов С.А., Галяутдинова А.Р., Матвиенко А.Н., Третьяков Д.А.</i> Неразрушающий ультразвуковой контроль композитных конструкций из наноструктурированного карбида кремния	224
<i>Третьяков Д.А., Галяутдинова А.Р.</i> Исследование акустической анизотропии при циклическом нагружении металлов методом угловых диаграмм	227
<i>Чернаков А.П., Гуткин М.Ю.</i> Исследование равновесной системы петель дислокаций несоответствия в комозитных нанопроволоках	230

Секция «Прикладная математика»

Киселев К.В., Фролов М.Е., Чистякова О.И. Верификация результатов двух реализаций апостериорной оценки для пластин Рейсснера-Миндлина 233

Чернышев К.Р. Об интерпретации значений анизотропийной нормы случайных векторов 236

Константинов А.В., Чуканов В.С. Автоматическая сегментация медицинских изображений на основе алгоритмов классификации 238

Мещеряков Г.А., Иголкина А.А., Самсонова М.Г. Создание программного пакета для моделирования структурными уравнениями 241

Попов Н.П., Погарская Т.А. Алгоритмы вычисления геодезического расстояния на основе теории графов 244

Тетюхин А.С., Иванков А.А. Качество интервальных оценок параметров аддитивной модели процесса Леви, построенных с помощью сжимающего стохастического оператора 247

Нкодиа С.-Р., Иванков А.А. О смещении М-оценок параметров одной аддитивной модели процесса Леви. Исследование допредельных распределений 250

Секция «Математика»

Сахно О.И., Сверчкова А.В. Влияние погрешности измерений параметров классических уравнений трансформатора на погрешность расчета токов в обмотках 254

Босэк А. Обобщенные последовательности Перрина и их взаимосвязь с матрицами и дискриминантом 257

Секция «Биомеханика»

Степанов М.Д., Алешин М.В. Конечно-элементное моделирование торса человека с целью анализа тяжести заброневых травм 259

Efremov P., Antonov V.I. Theoretical model and simulation of cerebral arteriovenous malformation 262

Котмакова А.А., Юхнев А.Д., Гатаулин Я.А. Исследование пульсирующего закрученного течения в модели бифуркации сонной артерии со стенозом 265

Мануилов Г.А., Гатаулин Я.А., Синуцына Д.Э., Смирнов Е.М., Юхнев А.Д. Отработка методики ультразвуковой термометрии с использованием тканезквивалентного тест-объекта 268

Дубровина П.А. Биомеханические исследования состояния структур головы при внешних воздействиях 271

Бондаренко Д.И., Бегун П.И. Биомеханические исследования шейного отдела позвоночника при реконструкции в динамике 274

Кондратенко И.В., Бегун П.И. Биомеханическое исследование структур ступни при переломе лодыжки в норме, при патологии и при коррекции 277

Чикова Т.Н., Киченко А.А. Численные подходы к решению задач о перестройке трабекулярной костной ткани 280

Макевнина В.В. Опыт численного моделирования трахеобронхиального дерева для всех 23 генераций 283

Секция «Механика и процессы управления»

Антипин А.Н., Гецов Л.Б., Семенов А.С. Анализ роста трещин в колесах центробежных компрессоров в условиях коррозионной среды 287

Борисенко В.А., Семенов А.С. Моделирование процесса диффузионного роста шейки между двумя сферическими частицами при спекании 290

<i>Дервенец Н.В., Полянский В.А.</i> Конечно-элементное моделирование неравновесной диффузии водорода в твердом теле в процессе измерения ТДС насыщенных водородом образцов	293
<i>Ильин И.А., Головченко Е.В., Фрейдин А.Б.</i> Постановка и решение простейших задач о напряженно-деформированном состоянии растущего тела	296
<i>Каракчиева В.В.</i> Методы анализа устойчивости систем локально допустимого и оптимального управления	299
<i>Колударов П.Ю., Лукин А.В., Попов И.А.</i> Системное моделирование гироскопа RR-типа	302
<i>Лаврова В.А., Полянский В.А.</i> Влияние коррозионного насыщения водородом на прохождение упругих волн в металлах	305
<i>Лобанов С.М., Семенов А.С.</i> Конечно-элементное моделирование гистерезисного поведения бессвинцовых сегнетоэлектродупругих материалов с учетом тетрагональной, ромбоэдрической и орторомбической фаз	308
<i>Муртазин И.Р., Семенов А.С., Гецов Л.Б.</i> Зависимость между размахами температуры и деформации корсетного образца для термоусталостных испытаний .	311
<i>Папировский А.А., Лукин А.В., Попов И.А.</i> О методах моделирования волновых процессов в пьезоакустических преобразователях	314
<i>Пятышева А.П., Лукин А.В., Попов И.А.</i> Исследование нелинейной динамики одномассового вибрационного микромеханического гироскопа LL-типа	317
<i>Савиковский А.В., Семенов А.С., Гецов Л.Б.</i> Конечно-элементное и аналитическое исследование влияния времени выдержки и кристаллографической ориентации на термоусталостную прочность монокристаллических корсетных образцов	320
<i>Стояновский С.М., Смирнов А.С.</i> Исследование эволюционной динамики бинарного маятника	323
<i>Суворов С.В., Смирнов А.С.</i> Исследование динамики подъемного колодезного механизма	326
<i>Суднева А.И., Керестень И.А.</i> Конечно-элементное исследование эффективных характеристик пористой структуры титанового импланта	329
<i>Тепляшин Р.В., Лукин А.В., Попов И.А.</i> Аналитическое и численное исследование нелинейной динамики электромеханических преобразователей – элементов систем автономного энергообеспечения	332
<i>Филькин В.М., Немов А.С., Шнеерсон Г.А.</i> Исследование возможности реализации квазибессиловой тороидальной магнитной системы из двух токопроводящих слоев для генерации импульсных магнитных полей методами математического моделирования	335
<i>Шаньшин И.К., Шагнцев О.Б., Бурдаков С.Ф.</i> Адаптивное подавление неустойчивых регенеративных автоколебаний выбором глубины резания	338
<i>Шаньшин И.К., Шагнцев О.Б., Бурдаков С.Ф.</i> Моделирование регенеративных автоколебаний при фрезеровании	341
<i>Шаповаленко Н.А., Яковис Л.М.</i> Сравнение двух методов решения задач оптимизации управляемых технологических процессов	344

НЕДЕЛЯ НАУКИ СПбПУ

Материалы научной конференции
с международным участием

19–24 ноября 2018 года

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, т. 2; 95 3004 – научная и производственная литература

Подписано в печать 21.12.2018. Формат 60×84/16. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 22,25. Тираж 44. Заказ 17459b.

Отпечатано с готового оригинал-макета,
предоставленного организационным комитетом конференции,
в Издательско-полиграфическом центре Политехнического университета.
195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
Тел.: (812) 552-77-17; 550-40-14.