Министерство образования и науки Российской Федерации Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## НЕДЕЛЯ НАУКИ СПбПУ



научной конференции с международным участием 14–19 ноября 2016 года



### ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

# РОЦҮТЕСН 🕢 ПОЛИТЕХ

Санкт-Петербург•2016

УДК 51;531 ББК 22.1; 22.2 Н42

Неделя науки СПбПУ : материалы научной конференции с международным участием. Институт прикладной математики и механики. — СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2016. — 304 с.

В сборник включены статьи студентов, аспирантов, молодых ученых и сотрудников СПбПУ, университетов, научных организаций и предприятий Санкт-Петербурга, России, зарубежных стран по материалам докладов, принятых на секционные заседания конференции «Неделя науки СПбПУ» Института прикладной математики и механики, проведенной в рамках форума «Политехническая неделя в Санкт-Петербурге». Статьи отражают современный уровень научно-исследовательской работы участников конференции в области прикладной математики и механики и механики.

Представляет интерес для специалистов в различных областях знаний, для учащихся и работников системы высшего образования и Российской академии наук.

> Редакционная коллегия Института прикладной математики и механики СПбПУ:

М.Е. Фролов (директор института), Я.А. Гатаулин (зам. директора по НИРС – отв. ред.), Н.Г. Иванов (зам. директора по НИР), А.В. Востров, В.С. Заборовский, Н.Ю. Золоторевский, Д.А. Индейцев, В.Е. Клавдиев, А.М. Кривцов, А.С. Мурачев, А.С. Немов, А.С. Семёнов, Е.М. Смирнов

Печатается по решению Совета по издательской деятельности Ученого совета Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

© Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2016

ISBN 978-5-7422-5511-6

#### ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

#### ПЛЕНАРНЫЙ ДОКЛАД

УДК 539.422.22

В.А. Полянский Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Институт проблем машиноведения РАН

#### МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ И ВОДОРОД

Введение. Сильное влияние водорода на прочность и другие механические характеристики металлов обнаружили примерно 150 лет назад у чугуна. С этих пор любая новая технология производства металлов и многих других материалов сталкивается с проблемой разрушительного влияния водорода на все более и более низком уровне его концентраций в твердом материале.

В начале 20 века, в связи с массовым производством стального проката, пришлось бороться с Крупповой болезнью – несплошностями проката. Вызывающие эту болезнью относительные массовые концентрации водорода в сталях составляют порядка  $4 \cdot 10^{-6}$ . Позднее проявилась проблема хрупкости алюминиевых сплавов, уровень концентраций водорода – порядка  $4 \cdot 10^{-7}$ . «Водородные проблемы» возникали при производстве титановых, циркониевых, жаропрочных никелевых сплавов. Одной из последних побед в этой непрерывной борьбе с водородом было изобретение зеленого, а затем и синего светодиода (Нобелевская премия по физике 2014 года). Долгое время было непонятно, почему не светятся *p-n* переходы с широкой запрещенной зоной, оказалось – этому мешает относительно небольшая концентрация водорода в полупроводнике, которую можно удалить путем прогревания диода в вакууме. (Обычный прием для решения «водородных проблем».)

По мере развития технологий выяснились некоторые положительные свойства водорода. В 80-х годах XX века изобретены методы обработки металлов давлением, основанные на водородной сверхпластичности сплавов титана и циркония. Также в 80-х в космос полетели мощные ракеты на водородном топливе. В XXI веке возникла целая отрасль новых технологий – водородная энергетика.

Описанию и исследованию «водородных проблем» посвящена обширная литература. По разным оценкам за 150 лет опубликовано от 20 до 30 тысяч научных работ, связанных с влиянием водорода на структуру и свойства материалов. Можно указать также десятки монографий, например [1-3]. Естественно, в одном обзоре очень трудно осветить все аспекты этой проблематики. Мы сосредоточимся на влиянии водорода на механические характеристики материалов.

*Механика водородной хрупкости.* Механики вместе с физиками, химиками и материаловедами все время участвуют в решении «водородных проблем». Конструкции и их отдельные детали при проектировании необходимо рассчитывать на прочность. Готовые конструкции необходимо испытывать, и проводить техническую диагностику.

Для механики столь сильное влияние водорода является примером задачи с малым параметром, решение которой возможно как в линейной, так и в нелинейной постановке. Для математической постановки задач необходимы модель перемещения и накопления водорода внутри материала и модель материала с учетом влияния концентраций водорода.

*Транспорт водорода*. Первоначально процесс перемещения водорода внутри твердого вещества рассматривался как процесс диффузии, описываемый уравнением Фика, с коэффициентом диффузии, зависящим от температуры по закону Аррениуса, параметром

которого является энергия активации диффузии. В 30-х годах 20 века Горский установил, что деформация матрицы материала меняет градиент его концентрации, что дополнительно приводит к диффузии, индуцированной механическими напряжениями.

Экпериментальные исследования показали, что применение уравнения Фика при аппроксимации данных дает огромный разброс значений коэффициентов диффузии и энергии активации для одних и тех же материалов. Данкен и Смит [4] объяснили этот разброс тем, что при насыщении металлов водородом существует предельное значение концентрации, которое зависит от способа и температурного режима обработки образца. На этом основании в описание транспорта водорода в твердом теле было введено понятие о связанном водороде и ловушках водорода, распределенных в материале. Под ловушками понимались границы мнокристаллическх зерен, инородные включения, внутренние дефекты (дислокации, вакансии микротрещины и т.д.) [5-7]. По мере развития «ловушечной теории» для описания транспорта водорода использовались все боле сложные математические модели: от модели Мак Набб и Фостер [8] до модели Ориани [9]. Уравнение собственно диффузии водорода при этом не менялось, а вводились дополнительные уравнения заполнения и опустошения распределенных ловушек водорода. При наличии большого числа параметров (концентрация, энергия активации диффузии, емкость ловушек, различные энегии активации для собции и десорбции водорода из ловушек) их значения можно подобрать так, чтобы точно аппроксимровать практически любой экспериментальный результат. В работах [10, 11] проводится обобщение всех моделей и сравнение экспериментальных данных с результатами математического моделирования. В работе [11] помимо значений энергий активации и констант диффузии введены разные активационные энергии захвата и освобождения водорода в ловушках. Модель Ориани поддерживается экспериментальной методикой измерения энергий связи водорода, которая носит название «метод термодесорбционных спектров» (ТДС). Обоснование этого метода приведено 60 лет назад в работе Киссингера [12]. Согласно этой работе, изменение энергетического состояния и процесс диффузии водорода в твердом теле описываются как химические реакции первого порядка. Диффузия считается быстрым процессом по отношению к процессу освобождения водорода из ловушек. То есть, в экспериментальной методике при интерпретации полученных экспериментальных данных уравнения собственно диффузии вообще выбрасываются из модели транспорта водорода. Диффузия водорода, учитываемая в рамках модели Ориани [9], принимается во внимание в единственной работе [13].

Таким образом, наиболее известное и всеми признанное математическое описание транспорта водорода базируется на самом элементарном уравнении диффузии и наборе химических реакций заполнения ловушек, а основная экспериментальная методика исследования перемещения водорода в твердом теле вообще диффузию не учитывает. Это приводит к тому, что в фундаментальном физическом справочнике [14] написано, что приведенные в таблицах справочника значения коэффициента диффузии и энергии ее активации являются результатом осреднения многочисленных экспериментальных данных и справедливы «в лучшем случае, лишь по порядку величины». Ситуация отчасти компенсируется тем, что для всех технических разработок, в которых проявляется водородная проблема, проводятся масштабные испытания, поэтому, несмотря на высокий уровень неопределенности, пока удается избежать заметных технологических просчетов.

Предложенная нами модель многоканальной диффузии водорода [15], проверена на различных материалах, уже находит подтверждения в опытах других ученых и, на наш взгляд, является перспективной для описания транспорта малых концентраций водорода в твердом теле. Необходимо отметить, что это до сих пор является предметом дискуссий.

*Влияние водорода на прочность и процесс разрушения материалов.* Водород сильно влияет на прочность металлов, поэтому моделированию такого влияния посвящено множество работ.

Можно выделить несколько основных подходов: учет влияния водорода на зарождение и движение дислокаций, учет влияния водорода на развитие трещин, учет внутреннего давления водорода в металле и «физические подходы», основанные на учете потенциальной энергии взаимодействия водорода с матрицей материала.

Движение и образование дислокаций и их влияние на локальную пластичность вблизи вершин трещин, приводит к локальной пластичности из-за очень большой концентрации дислокаций. Механизм локальной водородной пластичности (HELP) был впервые описан в работе научной группы из университета Иллинойса [16]. Позже в [17] и в [18, 19] на основании физических соображений о потенциалах взаимодействия водорода с дислокациями предложены определяющие уравнения материала, моделирующие локальные изменения свойств материала в устье микротрещины.

Вместе с тем, расчеты, выполненные самими авторами модели в [17], показывают, что существенные изменения механических свойств в HELP происходят при локальных относительных массовых концентрациях водорода порядка 10<sup>-2</sup>, что является недостижимо большой концентрацией для большинства металлов. Стали даже при значительно меньших концентрациях самостоятельно растрескиваются вплоть до полного разрушения без всякой внешней нагрузки.

Расчет локальной пластичности при теоретическом рассмотрении трещины со сферической вершиной показывает, что локальные концентрации, водорода всего в 100 раз выше средних [20]. С учетом, того, что средние составляют обычно около 10<sup>-6</sup>, локальные концентрации не превышают 10<sup>-4</sup>. Таким образом, проверочный расчет не подтверждает, что под действием внешних механических нагрузок возможно локальное накопление водорода, необходимое для запуска физических механизмов локальной пластичности.

Существует еще целый ряд неопределенностей, о которых пишут авторы модели, в частности, имеется нелинейная зависимость внутреннего потенциала от величины напряжений и концентрации водорода, а так как рассматриваются огромные локальные концентрации, многократно превышающие наблюдаемые на практике, все нелинейности играют большую роль.

В [21] отмечено, что HELP модель требует огромных вычислительных ресурсов при решении любой прикладной задачи, поэтому единственным выходом является использование континуальной модели развития дислокаций, однако такая замена часто оказывается неадекватной. Поэтому авторы предлагают пользоваться критерием роста субмикротрещины, то есть сводят все водородные проблемы к моделированию развития трещины и снижения трещинностойкости.

Аналогичной HELP является модель отслаивания (HEDE) [22]. Разница заключается в том, что в HEDE учитывается снижение энергии образования свободных поверхностей разрушения при увеличении локальной концентрации водорода.

Стандартное моделирование развития индуцированных водородом трещин с учетом снижения трещинностойкости также является распространенным подходом. При этом связь модели с реальными физическими механизмами влияния водорода отсутствует. Дополнительно, оказывается, что рассмотрение одной и той же модели в задачах разной размерности дает сильно отличающиеся друг от друга результаты [23, 24].

Изменение тензора напряжений за счет внутреннего давления, которое создает водород, внедряясь в матрицу метала, также не позволяет адекватно описывать влияние малых концентраций водорода. При таком подходе видимое влияние водорода обнаруживается только при концентрациях выше 10<sup>-5</sup> [25], что примерно в десять раз больше реального порога для сталей.

Для моделирования водородной хрупкости также применяется молекулярная динамика [26, 27], но из-за малости моделируемых ансамблей она позволяет описать только микромеханизмы в вершине микротрещины или дислокации. Этим же недостатком обладает квантово-механический подход [28, 29], из-за большой неоднородности реальных металлов его можно применять только для описания поведения трещин в идеальных кристаллах или для моделирования поведения отдельных микротрещин и дислокаций.

Мы предложили новый подход к моделированию материалов, содержащих водород. Экспериментальные исследования показали, что под действием внешних нагрузок водород меняет свою энергию связи [30], поэтому отдельное описание транспорта водорода внутри материала в отрыве от его напряженно-деформированного состояния является слишком грубым. Мы предложили модель сплошной среды, в которой учитывается взаимовлияние водорода на механические свойства среды и напряженно-деформированного состояния среды на энергию связи и перемещение водорода [31].

Остается открытым вопрос, можно ли использовать искусственное насыщение водородом при проведении экспериментальных исследований. С помощью этого метода получены практически все экспериментальные результаты, но современные проявления водородной хрупкости имеют сложную природу и наблюдаются в условиях, когда в среде, окружающей материал, нет водорода или его ионов. При этом в сварных соединениях она наблюдается в самом чистом виде, а в других случаях (например, при разрушении лопаток турбин) говорят об «индуцированном водородом разрушении». Как показывают экспериментальные данные, из-за ограниченной емкости ловушек водорода трудно ожидать, что его распределение по внутренним ловушкам не зависит от способа его поступления в металл.

Заключение. Требуются новые подходы к решению водородных проблем для того, чтобы надежно работали новые газотурбинные двигатели, топливные элементы, подводные газопроводы и газодобывающее оборудование, самолеты и даже простые автомобили, в которых сейчас широко используются чувствительные к сверхмалым концентрациям водорода высокопрочные стали.

Появляется очередной «вызов» для науки, который открывает целое направление для разработки новых экспериментальных и теоретических методов исследования и нового измерительного оборудования.

Мы работаем во всех этих направлениях. Разработаны новые приборы, позволяющие измерять естественные концентрации водорода в твердых материалах на уровне 10<sup>-8</sup>. Для описания результатов измерений разработана модель многоканальной диффузии водорода. На базе этой модели разработана методика определения энергий связи водорода. На базе экспериментальных исследований с помощью этой методики построены новые модели сплошной среды, содержащей водород. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-19-00091).

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Гельд П.В. Рябов Р.А., Мохрачева Л.П. Водород и физические свойства металлов и сплавов. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985г. – 232 с.

2. Колачев Б.А. Водородная хрупкость металлов. М.: Металлургия, 1985г. – 216 с.

3. Gangloff R.P., Somerday B.P. (ed.). Gaseous Hydrogen Embrittlement of Materials in Energy Technologies: Mechanisms, Modelling and Future Developments. Elsevier, 2012. – 507p.

4. Darken L.S., Smith R.P. Behavior of Hydrogen in Steel During and After Immersion in Acid // Corrosion, 5(1) 1949. – p.1-16.

5. Lecoester F., Chene J., Noel D. Hydrogen embrittlement of the Ni-base Alloy 600 correlated with hydrogen transport by dislocations // Materials Science and Engineering: A, 262(1–2) 1999. – p.173-183.

6. Pressouyre, G.M. A classification of hydrogen traps in steel // Metallurgical Transactions A, 10(10) 1979. – p.1571-1573.

7. Pressouyre, G.M. Hydrogen traps, repellers, and obstacles in steel; Consequences on hydrogen diffusion, solubility, and embrittlement // Metallurgical Transactions A, 14(10) 1983. – p.2189-2193.

8. McNabb A., Foster, P.K. A new analysis of the diffusion of hydrogen in iron and ferritic steels // Trans. AIME, 227, 1963. – p.618-627.

9. Oriani R.A. The diffusion and trapping of hydrogen in steel // Acta Metallurgica, 18(1) 1970. – p.147-157. 10. Hurley C., Martin F., Marchetti L., Chene J., Blanc C., Andrieu E. Numerical modeling of thermal desorption mass spectroscopy (TDS) for the study of hydrogen diffusion and trapping interactions in metals // Int. J. of Hydrogen Energy, 40(8) 2015. – p.3402-3414.

11. Kirchheim R. Hydrogen solubility and diffusivity in defective and amorphous metals // Progress in Materials Science, 32(4) 1988. – p.261-325.

12. Kissinger H.E. Reaction Kinetics in Differential Thermal Analysis // Analytical Chemistry, 29(11) 1957. – p.1702-1706.

13 Padhy G.K., Ramasubbu V., Murugesan N., et al. Determination of apparent diffusivity of hydrogen in 9Cr-1MoVNbN steel using hot extraction-PEMHS technique. Int. J. of Hydrogen Energy, 38(25) 2013. – p.10683-10693.

14. Григорьев И.С. Физические величины. Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1991г. – 1232 с.

Polyanskiy A.M., Polyanskiy V.A., Yakovlev Yu. A. Experimental determination of parameters of multichannel hydrogen diffusion in solid probe // Int. J. of Hydrogen Energy, 39(30) 2014. – p.17381-17390.
Birnbaum H.K., Sofronis P. Hydrogen-enhanced localized plasticity – a mechanism for hydrogen-related

fracture // Mat. Sci. and Eng.: A. 176(1-2) 1994. - p. 191-202.

17. Sofronis P., Liang Y., Aravas N. Hydrogen induced shear localization of the plastic flow in metals and alloys // European J. of Mech. A. Solids. 20(6) 2001. – pp. 857-872.

18. Delafosse D., Magnin T. Interfaces in stress corrosion cracking: a case study in duplex stainless steels // Solid State Phenomena. 59-60 1998. – p. 221-250.

19. Delafosse D., Magnin T. Hydrogen induced plasticity in stress corrosion cracking of engineering systems // Eng. Fract. Mech. 68(6) 2001. – pp. 693-729.

20. Taha A., Sofronis P. A micromechanics approach to the study of hydrogen transport and embrittlement. Eng. Fract. Mech. 68(6) 2001. – p. 803–837.

21. Ignatenko A.V., Pokhodnya I.K., Paltsevich A.P., Sinyuk V.S. Dislocation model of hydrogen-enhanced localizing of plasticity in metals with BCC lattice // The Paton Weld J. (3) 2012. – pp. 15-19.

22. Varias A.G., Massih A.R. Simulation of hydrogen embrittlement in zirconium alloys under stress and temperature gradients // J. of Nuclear Mat. 279(2-3) 2000. – p. 273-285.

23. Alvaro A., Olden V., Akselsen O.M. 3D cohesive modelling of hydrogen embrittlement in the heat affected zone of an X70 pipeline steel // Int. J. of Hydrogen Energy. 38(18) 2013. – p. 7539-7549.

24. Alvaro A., Olden V., Akselsen O.M. 3D cohesive modelling of hydrogen embrittlement in the heat affected zone of an X70 pipeline steel. Part II // Int. J. of Hydrogen Energy. 39(7) 2014. – p. 3528-3541.

25. Hu Z., Fukuyama S., Yokogawa K., Okamoto S. Hydrogen embrittlement of a single crystal of iron on a nanometer scale at a crack tip by molecular dynamics // Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering. 7(4) 1999. – p. 541-551.

26. Wen M., Xu X.-J., Omura Y., et al. Modeling of hydrogen embrittlement in single crystal Ni // Computational Materials Science. 30(3-4) 2004. – pp. 202-211.

27. Song J., Curtin W.A. A nanoscale mechanism of hydrogen embrittlement in metals // Acta Materialia. 59(4) 2011. – pp. 1557-1569.

28. Serebrinsky S., Carter E.A., Ortiz M. A quantum-mechanically informed continuum model of hydrogen embrittlement // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 52(10) 2004. – pp. 2403-2430.

29. Daw Murray S., Baskes M.I. Semiempirical quantum mechanical calculation of hydrogen embrittlement in metals // Phys. Rev. Lett. 50 (17) 1983. – p. 1285-1288.

30. Полянский А.М., Полянский В.А. Яковлев Ю.А. Исследование процессов усталости и разрушения металлических материалов с привлечением метода определения энергии связи водорода в твердом теле // Деформация и разрушение материалов. 3. 2009г. – с. 39-43.

31. Indeitsev D., Semenov B. About a model of structural-phase transformations under hydrogen influence // Acta Mechanica. 195. 2008. – p. 295-304.

#### СЕКЦИЯ «ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ УПРАВЛЕНИЯ МОБИЛЬНЫМИ РОБОТАМИ»

УДК 004.416.6, 004.418

М.В. Попов, С.Г. Попов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

### ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ НАВИГАЦИОННЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ

*Введение*. Глобальные системы спутникового позиционирования все чаще используются для определения местоположения транспортного средства. Для развития автономности транспортных средств необходимо повышать точность и достоверность принимаемых навигационных данных.

Точность позиционирования зависит от ряда факторов. Как правило, при вычислении координат применяются следующие стандартные факторы снижения точности [1]:

- геометрический фактор снижения точности (GDOP);
- горизонтальный фактор снижения точности (HDOP);
- фактор снижения точности определения положения (PDOP);
- относительный фактор снижения точности (RDOP);
- временной фактор снижения точности (TDOP);
- вертикальный фактор снижения точности (VDOP).

Основными источниками ошибок, влияющими на точность навигационных вычислений, являются следующие [2]:

1) Погрешности, обусловленные режимом селективного доступа (Selective availability, S/A). Реализуя этот режим, провайдер услуг GPS/ГЛОНАСС намеренно снижает точность определения местонахождения для гражданских потребителей. Величина среднеквадратической ошибки из-за влияния этого фактора составляет примерно 30 м.

2) Погрешности, связанные с распространением радиоволн в ионосфере.

- 3) Погрешности, обусловленные распространением радиоволн в тропосфере.
- 4)Эфемеридная погрешность [3].
- 5) Погрешность ухода шкалы времени спутника.
- 6) Погрешность определения расстояния до спутника..

Наибольшую долю ошибок вносят погрешности 1, 2 и 3 вида. Основной метод повышения точности определения местонахождения объекта и устранение ошибок основан на применении принципа дифференциальных навигационных изменений. Существует несколько видов использования навигационных поправок: постпроцессинг, DGPS, и RTK. Различаются они точностью полученных измерений и временем, затраченным на их получение.

Режим постобработки (постпроцессинг, апостериорная обработка данных), позволяет добиться наибольшей точности (в субсантиметровых пределах), но требует значительного времени на сбор и обработку данных [4]. В режиме DGPS времени затрачивается существенно меньше – фактически, работы могут проводиться в реальном времени. Однако точность поправок DGPS лежит в пределах метра [4]. Режим RTK позволяет получать поправки в реальном времени, с точностью порядка 1 см в плане и 2 по высоте [4]. Далее в работе рассматривается режим RTK, так как он позволяет получать наибольшую точность навигационных определений.

Цели и задачи. Целью работы является исследование метода повышения точности позиционирования с помощью дифференциальных поправок в режиме RTK. Для этого необходимо определить зависимость точности позиционирования от ряда факторов: удаленность от базовой станции, видимости спутников на тестовой области (в городском и загородном режиме).

Программно-аппаратная реализация эксперимента. Для определения точности позиционирования с помощью дифференциальных поправок в режиме RTK необходима постановка следующего эксперимента, изображенного на рисунке 1, где A) – спутники навигации, Б) – базовая станция дифференциальных поправок, C) – транспортное средство с приемником данных позиционирования и данных с базовой станции, а также программное обеспечение для применения поправок к данным позиционирования.



Рис. 1. Схема проведения эксперимента

*Условия проведения экспериментов*. Для проведения эксперимента были выбраны следующие параметры:

- В качестве базовой станции выбрана станция дифференциальных поправок при ЦНИИ РТК.
- В качестве навигационных спутников выбраны спутники GPS.
- В качестве программного обеспечения использовался пакет rtklib ver.2.4.2.

процент попавших значений

E)

*Результаты экспериментов*. В результате эксперимента было получено 4657 точек данных GPS. Время проведения порядка 1,5 часа.





Рис. 3. Гистограмма зависимости количества от значения стандартного отклонения по направлениям север-юг, запад-восток, вверх-вниз от точности

На рисунке 2 показаны: А) – траектория движения транспортного средства, Б) – расположение базовой станции относительно траектории.

Из рисунка можно видеть, что самая отдаленная точка снятия данных от базовой станции находиться на расстоянии ~ 34 км.

Данные полученные в результате эксперимента:

Значения Q(1) - FIX – 9,8 % (Точное значение, удалось рассчитать корректировку);

Значения Q(2) - FLOAT – 84.9 % (плавающие значение);

Значения Q(5) – 5.3% (потерянные значения).

Далее приведем гистограмму зависимости количества от значения стандартного отклонения по направлениям север-юг, запад-восток, вверх-низ от точности. Отклонения больше одного метра откинуты, так как являются выбросами. Данную гистограмму можно пронаблюдать на рисунке 3.

*Выводы*. Проведенные исследования показывают, что при использовании дифференциальных поправок в режиме RTC по данному эксперименту можно получить сантиметровую точность для порядка 90 % измерений.

Развитием работы является исследование в корректировке выбросов («хаотичный», «грубый», «систематический» выбросы) с помощью сглаживания, диагностической фильтрации. Поиск аппроксимации данных для улучшения точности позиционирование, проведения экспериментов с несколькими приемниками, зафиксированными на определенном расстоянии, проведение эксперимента с использованием приемников ГЛОНАСС, связки GPS/ГЛОНАСС, а так же использование дополнительных данных акселерометров, компаса.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Adrados C. Global Positioning System (GPS) location accuracy improvement due to Selective Availability removal // ComptesRendusBiologies. - Elsevier. - 2002. - Volume 325.-№2, P. 165-170

2. Klobuchar J.A. Ionospheric effects on GPS // Global Positioning System: Theory and Applications. – Washington DC.: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. – vol. II. – P. 485–516

3. Владимиров В.М., Гречкосеев А.К., Толстиков А.С. Имитатор измерительной информации для отработки эфемеридно – временного обеспечения космической навигационной системы ГЛОНАСС// Измерительная техника. – 2004. – № 8. – С.12-14.

4. Серапинас Б.Б. Глобальные системы позиционирования. — Издание 3-е, исправленное и дополненное. — Москва: ИФК «Каталог», 2002. — С. 62. — 106 с.

УДК 681.52

В.А. Мулюха Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

#### РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ СУПЕРВИЗОРНОГО СЕТЕЦЕНТРИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ГРУППОЙ КИБЕРФИЗИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Введение. Приоритетным направлением развития науки и техники Российской Федерации на период до 2030 года являются информационно-телекоммуникационные технологии и телематические сервисы, составляющие основу современной инфраструктуры национальной платформы суперкомпьютерного инженеринга. Эффективность применения такой платформы обеспечивается использованием технологий виртуализации и облачных вычислений, сервисы которых реализуются на базе гетерогенных вычислительных систем, позволяющих эффективно решать актуальные научно-технические проблемы, включая

управление киберфизическими объектами, проведение предсказательного моделирования и обеспечение информационной безопасности. В последние годы наиболее перспективные работы в области робототехники концентрируется на прикладных задачах, связанных в первую очередь с организацией управления группой роботов.

Основная идея применения облачных технологий в робототехнике базируется на парадигме цифровой физики и киберфизическом подходе, подразумевающими, что вся воспринимаемая роботами вселенная является измеримой и вычислимой [1]. Если объект физического мира не может быть преобразован в информационное сообщение от датчика для робота и его системы управления такого объекта просто не существует. С точки зрения данной парадигмы, переработка информации, полученной от датчиков, в команды для исполнительных устройств является ключевой функцией любого киберфизического объекта, например робота. При этом выполнение такой обработки не обязательно должно быть локальным. Для целого ряда задач, функционирование которых осуществляется не в режиме реального времени, обработка полученной информации может осуществляться удаленно в облачной среде. Это позволяет снизить вычислительную нагрузку на каждого робота в группе и повышает эффективность работы всех киберфизических объектов за счет увеличения длительности их работы без подзарядки и снижения избыточности характеристик каждого из роботов относительно выполняемых им задач. Ключевым элементом такой сетецентрической системы управления киберфизическими объектами является обеспечение надежной связи между всеми компонентами системы.

*Цель работы* – разработка системы супервизорного сетецентрического управления группой напланетных киберфизических объектов.

Для достижения поставленной цели были сформулированы и решены следующие задачи:

1. Разработка и реализация мультипротокольного узла, осуществляющего надежную передачу данных между мобильными робототехническими платформами и стационарным пунктом обработки данных;

2. Разработка и реализация высокоточного метода определения координат мобильных роботов по данным спутниковой навигации с использованием системы дифференциальной коррекции;

3. Разработка и реализация метода объединения разнородных сенсорных данных в облачной среде на базе телематической карты;

4. Разработка и реализация многоконтурного метода управления мобильными киберфизическими объектами нечувствительного к задержкам в канале передачи данных и управляющих команд величиной не менее 5 секунд.

Методы исследования. Использование облачных технологий позволяет сделать существенный шаг в автоматизации процессов управления робототехническими устройствами и создать глобальные информационные инфраструктуры, как совокупности связанных информационных систем, обеспечивающих процессы сбора, передачи, хранения и обработки информации на различных уровнях ее использования [2]. В интересах построения и последующего уточнения целостной картины обстановки из разрозненных фрагментарных данных решается задача сбора, накопления и интеллектуальной обработки всех сложно структурированных данных сети, например, карты местности на основе данных видео- и лазерных сенсоров.

Реализация облачных сервисов осуществляется на базе платформы «Пилигрим», которая предоставляет сервис масштабируемых вычислительных ресурсов (виртуальных машин), образующих единое вычислительное пространство управления мобильными роботами с использованием акторного механизма взаимодействии и организации интегрированной среды обмена сообщениями [1]. Каждый мобильный робот имеет свой

отдельный поток с логическим адресом, по которому отправляется сообщение и может быть получен ответ. Актор объекта имеет непосредственную связь со своим агентом (мобильным киберфизическим объектом или удаленным сервисом), отправляющим оперативную информацию и получающим управляющие сигналы [3]. Акторы могут обмениваться информацией между собой, но сам процесс информационного обмена физически локализован на базе стационарного модуля в среде облачных вычислений. Кроме акторов робота в платформе «Пилигрим» реализованы акторы-сервисы, предоставляющие вспомогательные услуги, такие как доступ к базам данных и топографической информации (глобальной карте местности) и т.д.

Важной особенностью платформы «Пилигрим» является возможность построения картины оперативной ситуационной обстановки на базе информации, доступной всем роботам, к которой может обратиться любой актор робота и на основе полученной информации сформировать и передать управляющую команду своему агенту. Кроме того, предусмотрена возможность настройка актора на определенные события, генерируемые другими акторами на основе сообщений, присылаемыми их агентами.

Предложенный в платформе «Пилигрим» сетецентрический метод организации информационного обмена позволяет реализовать различные классы алгоритмов управления мобильными роботами, функционирующими в условиях пространственно-временной неопределенности [4]. Платформа может быть успешно использована как для управления крупными группировками мобильных роботов. Спецификой платформы «Пилигрим» является ее ориентация на анализ данных, поступающих от группировок напланетных роботов.

Одной из задач, решаемых в процессе функционирования группы мобильных робототехнических объектов, является построение и поддержание актуальности общей карты местности. В процессе решения этой задачи необходимо осуществить сбор сенсорных данных, предварительную их обработку, передачу в центральный узел сети, обработку и формирование общего облака точек, а также векторизацию полученных данных.



Рис. 1. Схема информационных потоков при построении карты местности

Схема информационных потоков, реализующих построение общей карты местности и прокладку маршрута с использованием данных этой карты, показана на рисунке 1. В соответствии с этой схемой, данные от лазерного локатора в форме потока отчетов расстояния до окружающих предметов поступают в бортовой вычислительный компьютер. Для снижения нагрузки на гетерогенную высокопроизводительную среду облачных вычислений бортовой компьютер осуществляет предварительную обработку и фильтрацию данных, а также снабжает данные от лазерного локатора координатными метками от бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС).

Объединенная карта местности векторизуется путем разбиения ее на квадраты с фиксированной длиной стороны. Каждый квадрат характеризуется координатами угловых точек. По данным этих точек вычисляются углы наклона квадратов относительно горизонтали и соседних квадратов. В соответствии с заданными параметрами мобильной робототехнической платформы каждый элемент векторизованной карты размечается как проходимый или непроходимый. Далее на основании карты проходимости формируется траектория движения транспортного средства в заданную точку. Фрагмент маршрута передается мобильному роботу и отрабатывается локальным контуром управления, который контролирует прохождение роботом данного фрагмента. По мере движения робота данные о его текущем положении отправляются в гетерогенную высокопроизводительную облачную систему.

*Результаты работы.* В работе предложена архитектура системы супервизорного сетецентрического управления для роботов наземного и космического базирования, а также метод решения задачи навигации мобильных робототехнических платформ с использованием сенсорной лидарной информации.

Работа выполнена в рамках Федеральной целевой программы "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы", соглашение № 14.578.21.0143 от 09.11.2015, уникальный идентификатор ПНИ RFMEFI57815X0143.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Заборовский В.С., Лукашин А.А., Мулюха В.А. Платформа управления киберфизическими объектами // Открытые системы. СУБД. 2014 №9 С. 30-32.

2. Zaborovsky V., Lukashin A., Kupreenko S., Mulukha V. «Dynamic Access Control in Cloud Services» // The 2011 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (IEEE SMC 2011), Anchorage, Alaska, USA, October 9-12, 2011 – pp. 1400-1404.

3. Заборовский В.С., Гук М.Ю., Мулюха В.А. Применение киберфизического подхода в задачах сетецентрического управления роботами // Робототехника и техническая кибернетика. 2014 №2(3). С. 12-18.

4. Zaborovsky V., Muliukha V., and Ilyashenko A. "Cyber-Physical Approach in a Series of Space Experiments "Kontur" // NEW2AN/ruSMART 2015, LNCS 9247, pp. 745-758. DOI: 10.1007/978-3-319-23126-6\_69.

### АЛГОРИТМЫ МАШИННОГО ПЕРЕКРЕСТНОГО ОБУЧЕНИЯ РОБОТОВ ПРИ ГРУППОВОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

Введение. Рассмотри ситуацию, при которой у нас есть группа роботов, оснащенных сенсорами и датчиками. В каждый момент времени каждый робот получает с датчиков информацию об окружающей среде. Также, роботы обмениваются полученными данными между собой. Необходимо разработать алгоритм машинного обучения, который на основании данной информации сможет решать задачу бинарной классификации данных. Данная задача может быть применима, в частности, к области деревообработки. А именнодля анализа качества изделий при помощи системы роботов, сканирующих различные стороны изделия на предмет наличия трещин, сучков, пороков древесины и других элементов, влияющих на определение качества изделий.

Возникает следующая задача: выборка данных одного робота слишком мала, чтобы он мог на ней обучаться, данные же собранные с датчиков других роботов далеко не всегда подходящий материал для его обучения. Например, если одна поверхность предварительно обработана и первый робот соответсвенно получает информацию о ней, а другая покрыта корой и второй робот анализирует ее, то очевидно, что данные полученные от второго робота слабо применимы для обучения первого.

*Цель работы* – разработка алгоритмов, позволяющих генерировать новые "чистые" данные.

Для достижения поставленной цели будем делать следующее. Предположим, что у нас есть k роботов  $\{x_1, ..., x_k\}$ . Обозначим данные, полученные роботом k за  $A_k$ , данные, характеризующие не бракованное изделие за  $A_k^{pos}$ , а данные, характеризующие бракованные за  $A_k^{neg}$ .

Пусть у нас есть какое-то количество данных  $A_1^{pos}$  с датчиков робота  $x_1$ , классифицирующие очередные объекты как не брак. И нам хочется получить для него данные  $A_1^{neg}$ , так как они необходимы для его обучения. Также у нас есть большая выборка данных { $(A_2^{pos}, A_2^{neg}), ..., (A_k^{pos}, A_k^{neg})$ } для роботов { $x_2, ..., x_k$ }.

Попробуем действовать следующим образом. Исходя из предположения, что несмотря на то, что распределение данных для робота  $x_1$  и для остальных роботов могут сильно различаться, отношение между данными  $A_i^{pos}$  и  $A_i^{neg}$ ,  $\forall i \in (1, ..., k)$  примерно сохраняются. Тогда попробуем научить нейронную сеть N получать из положительных данных  $\{A_2^{pos}, ..., A_k^{pos}\}$  роботов  $\{x_2, ..., x_k\}$  отрицательные –  $\{A_2^{neg}, ..., A_k^{neg}\}$ . После чего подадим на вход сети N данные  $A_1^{pos}$  от робота  $x_1$ , и получим сгенерированные отрицательные данные  $A_1^{neg}$  для него, которые в дальнейшем сможем использовать для обучения робота.

*Результаты.* Данный подход был проверен на выборке данных "MNIST" (набор рукописных изображений цифр). За данные  $\{A_2^{pos}, ..., A_k^{pos}\}$  роботов  $\{x_2, ..., x_k\}$  были взяты изображения единичек, за данные  $\{A_2^{neg}, ..., A_k^{neg}\}$  - изображения троек. За данные  $A_1^{pos}$  - зашумленные изображения троек, для моделирования ситуации, в которой распределение данных роботов  $\{x_2, ..., x_k\}$ .

данных робота  $x_1$  отличается от распределения данных роботов  $\{x_2, ..., x_k\}$ . Нейронная сеть N была обучена получать из данных  $\{A_2^{pos}, ..., A_k^{pos}\}$  данные  $\{A_2^{neg}, ..., A_k^{neg}\}$ . После этого, ей на вход были поданы данные  $A_1^{pos}$ .

Все вычисления проводились с помощью программного обеспечения R, пакета для обучения нейронной сети "neuralnet". Полученные результаты предоставленны ниже.

рис. 1 – 5 - примеры данных  $\{A_2^{pos}, ..., A_k^{pos}\}$ , рис. 6 – 10 – примеры данных  $\{A_2^{neg}, ..., A_k^{neg}\}$ , рис. 11 – 15 – примеры  $A_1^{pos}$ , рис. 16 – 20 – примеры сгенерированных данных  $A_1^{neg}$ .



*Вывод*. Данный алгоритм помогает сгенерировать новые данные, необходимые в частности, для успешного обучения роботов. В общем случае он может быть широко применен в подобласти машинного обучения transfer learning.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Pratt, L. Y. Advances in Neural Information Processing Systems 5, pp. 204-211, Morgan-Kaufmann, 1993.

2. Pratt, L. Connection Science: Special Issue: Reuse of Neural Networks through Transfer Vol. 8, Issue 2, 1996.

3. Niculescu-Mizil, Alexandru, and Rich Caruana. Inductive Transfer for Bayesian Network Structure Learning. Proceedings of the Eleventh International Conference on Artificial Intelligence and Statistics (AISTATS 2007), March 21–24, 2007. Retrieved on 2007-08-05.

4. Reducing the Dimensionality of Data with Neural Networks (Science, 28 July 2006, Hinton & Salakhutdinov).

### ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ ПО ВИДЕОИЗОБРАЖЕНИЮ С ТЕЛЕКАМЕРЫ МОБИЛЬНОГО РОБОТА

Телекамера является одним из основных датчиков робота. Она способна предоставлять существенный объем информации о происходящем вокруг робота, особенно об удаленных от робота объектах. Однако для выделения из сигнала телекамеры (видеоизображения) полезной информации, этот сигнал необходимо подвергнуть дополнительному анализу при помощи алгоритмов компьютерного зрения.

Основная задача компьютерного зрения – формирование полезных выводов относительно объектов реального мира на основании изображения, получаемого с помощью датчиков [1]. Задача на сегодняшний день не решена в полном объеме, но, в рамках дополнительных существенных ограничений, существуют методы, позволяющие добиться успехов.

Задача машинного зрения, как правило, решается путем сопоставления анализируемого изображения с изображением-образцом. Сложность состоит в том, что объект на изображении может быть искажен по сравнению с эталонным изображением: он может отличаться масштабом, углом поворота, положением на изображении. Кроме того, анализируемое изображение может отличаться по яркости и контрасту от эталонного. Также решению задачи мешает фон анализируемого изображения, который может быть произвольным. Более того, не гарантировано даже само наличие объекта на изображении. Алгоритм решения задачи должен обладать свойством инвариантности к данным искажениям [2].

Современные алгоритмы решения задачи компьютерного зрения используют дескрипторное описание изображений, как эталонного, так и анализируемого. На изображениях выделяются особые точки, для которых предполагается, что они с большей вероятностью будут присутствовать на других изображениях объекта. Каждая из особых точек описывается с помощью дескрипторов – набора чисел, характеризующих точку. Такое описание гораздо легче поддаются анализу и сопоставлению, чем фрагменты изображения в чистом виде.

Задача идентификации объекта, являясь подзадачей общей задачи машинного зрения, состоит в выделении из изображения информации об объектах заранее известных типов, попавших в поле зрения камеры. На основании этой информации может собираться статистика, либо приниматься управляющие решения.

*Целью работы* является разработка алгоритма выделения из видеоизображения информации о положении в пространстве объектов заранее известных типов, попавших в поле зрения телекамеры.

Основными задачами работы являются:

- 1. выбор алгоритма получения дескрипторного описания изображения;
- 2. разработка алгоритма сопоставления изображений (выделения на анализируемом изображении объектов), выделения информации о положении в пространстве выделенных объектов;
- 3. исследование зависимости вероятности корректного распознавания объекта от его положения относительно телекамеры.

В ходе первого этапа работы было проведено сравнение характеристик различных алгоритмов получения дескрипторного описания изображения (SURF, SIFT, DAISY [3]). В

качестве критериев сравнения использовались скорость работы алгоритма и устойчивость к описанным выше видам искажения. Был выбран метод SURF [4; 5], как наиболее быстро обрабатывающий изображение без потери устойчивости к искажениям.

На втором этапе работы был предложен алгоритм выделения на анализируемом изображении (кадре видеопотока) изображения объектов заранее известных типов (в форме набора особых точек), основанный на выделении на нем особых точек, схожих с особыми точками эталона, и последующей итерационной группировке таких точек с отбрасыванием наименее вероятных вариантов группировки. О схожести точек можно судить по разности их дескрипторов.

Для определения более вероятных вариантов вводится метрика группы особых точек

$$M = n_{like} - n_{unlike},$$

где n<sub>like</sub> – количество лежащих в охватывающем группу прямоугольнике «похожих» особых точек, n<sub>unlike</sub> – количество лежащих в нем «непохожих».

Изначально для каждого из заданных типов объекта выделяются группы, не имеющие в описанном прямоугольнике несхожих с эталоном особых точек, затем полученные группы объединяются так, чтобы метрика объединенной группы была не хуже, чем метрика каждой из объединяемых. Группы, которые нельзя подобным образом объединить с другими, насчитывающие в своем составе менее половины точек эталона, отбрасываются как ложные срабатывания. Подход основан на том факте, что в идеальном (полностью совпадающем с эталонным) изображении объекта все точки будут схожими с эталоном, т.е. каждая схожая точка в группе увеличивает вероятность того, что объект действительно описывается данной группой точек, а каждая несхожая — уменьшает.

Выводы о положении выделенного объекта относительно телекамеры делаются на основании положения объекта на кадре (координаты объекта), а также на основании набора распознанных в нем особых точек (углы поворота объекта).

Реализация алгоритма осуществлена на языке программирования С++, с использованием стандартной библиотеки stl. Кроме того, для визуализации использовались библиотеки, входящие в кроссплатформенный фреймворк Qt.

В заключительном этапе работы проводится исследование вероятности успешного распознавания объекта от его положения на кадре, расстояния между объектом и камерой, поворота объекта по осям параллельным и перпендикулярным линии взгляда камеры. Проведенное исследование показало высокую (успешное распознавание не менее, чем в 80% случаев) устойчивость алгоритма к изменению положения объекта на кадре, расстояния между объектом и камерой, повороту объекта вокруг параллельной линии взгляда камеры оси; менее высокую (успешное распознавание не менее, чем в 60% случаев) устойчивость к повороту объекта вокруг перпендикулярной линии взгляда камеры оси; менее высокую (успешное распознавание не менее, чем в 60% случаев) устойчивость к повороту объекта вокруг перпендикулярной линии взгляда камеры оси. Число ложных распознаваний при этом стабильно мало (менее 20%). В качестве тестового объекта для распознавания использовалась компьютерная мышь: отличительными, с точки зрения алгоритма, признаками является цвет (черный) и форма (прямоугольная, со скругленными краями).

Проведенное исследование подтвердило применимость использованного подхода к разработке алгоритма анализа изображения. Дальнейшие исследования могут касаться повышения результативности алгоритма, либо расширения описания объекта (что позволит вводить схожие по цвету и форме объекты).

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Шапиро, Л. Компьютерное зрение/Л. Шапиро, Дж. Стокман; Пер. с англ. – Москва: Бином. Лаборатория знаний, 2006 – 752 с., ил.

2. Ткачев Р.В. Исследование алгоритмов компьютерного зрения распознания объектов на двумерных изображениях: дипломная работа специалиста ТГУ. ТГУ, 2011, 33 с.

3. Обзор дескрипторов ключевых точек [электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.intuit.ru/studies/courses/10621/1105/lecture/17983?page=2 (дата обращения 09.10.2016). 4. Bay H. SLIPE: Speeded Up Robust Features /H. Bay, T. Tuytalaars, J. V. Gool

4. Bay, H. SURF: Speeded Up Robust Features./H. Bay, T.Tuytelaars, L.V.Gool.

5. Обнаружение устойчивых признаков изображения: метод SURF [электронный pecypc]. – Режим доступа: http://twinpeppers.blogspot.ru/2012/03/surf-httphabrahabrrupost103107.html (дата обращения 09.10.2016).

УДК 004.75

Д.А. Домрачев, А.А. Лукашин Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

#### РАЗРАБОТКА РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ РОБОТАМИ

Цель данной работы — разработка облачной распределенной программной платформы, позволяющей пользователю загрузить контролирующее приложение в качестве программного аватара для робота, подключенного к платформе, которое может взаимодействовать с предоставляемыми платформой сервисами (рис. 1).

Роботы используются во многих областях, в которых работа человека затруднена или невозможна. В таких ситуациях автономность роботов даёт значительные преимущества: со многими задачами роботы справляются лучше людей, они могут уменьшить численный состав групп, которым необходимо реагировать на аварии, а в некоторых ситуациях даже полностью отказаться от человеческого вмешательства. Однако такая автономность влечет высокое потребление вычислительных ресурсов, а с ним и повышение стоимости приобретения и поддержки парка роботов. Использование внешних вычислительных ресурсов имеет следующие преимущества над использованием контроллера робота для работы управляющего приложения:

- Масштабирование доступных ресурсов. Роботу обеспечивается доступ к необходимому для решения задачи количеству вычислительных ресурсов, не ограниченному аппаратными возможностями робота. Вычислительные ресурсы могут быть масштабированы в рамках облачной среды, в которой запущена платформа.
- Экономичность. При использовании внешних вычислительных ресурсов можно использовать роботов, которые обладают меньшим их количеством и меньшей стоимостью.
- Возможность использовать как централизованные, так и децентрализованные алгоритмы. В платформе обеспечивается связь всех программных аватаров друг с другом и сервисами, которые предлагает платформа.
- Расширяемость функционала. В качестве сервиса может быть подключен программный модуль, запущенный на более подходящей для задачи аппаратной архитектуре и реализованном на более подходящем языке программирования.
- Возможность использовать совместное хранилище информации.

При работе множества роботов необходим способ обмена информацией или содержание общего хранилища информации с сенсоров, при использовании которого не возникнет конфликтов в случаях, когда несколько роботов сообщают информацию об одном объекте, или при потере и повторном восстановлении связи роботом с пересылкой собранной информации. Один из способов организации внесения изменений — conflict-free replicated data types (CRDT) [1, 2].

Исходя из САР-теоремы [3], в любой реализации распределённых вычислений возможно обеспечить не более двух из трёх следующих свойств:

- согласованность данных во всех вычислительных узлах в один момент времени данные не противоречат друг другу;
- доступность любой запрос к распределённой системе завершается корректным откликом;
- устойчивость к разделению разделение распределённой системы на несколько изолированных сегментов не приводит к некорректности отклика от каждой из них.

CRDT опирается на строгую конечную согласованность (англ. strong eventual consistency) — организация работы распределенной системы, при которой все компоненты в конечном счёте придут в эквивалентное состояние, а получившие одинаковые обновления, приходят в эквивалентное состояние немедленно.



Рис. 1. Схема предлагаемой архитектуры распределенной системы

При разработке распределенной системы используется акторная модель вычислений высокоуровневая абстракция для построения параллельных и распределенных систем, освобождающая разработчика от необходимости управлять блокировками и потоками. Она была формализована в 1973 году в статье Карла Хьюитта [4] и популяризована в языке Erlang, где используются с большим успехом для построния высоконадеждных телекоммуникационных систем. Akka представляет собой набор инструментов и среду выполнения для построения высоко параллельных, распределенных и устойчивых приложений, основой которых является обмен сообщениями.

Для подключения внешних по отношению к платформе компонент: сервисов и роботов, - предлагаются программные интерфейсы с использованием библиотеки ZeroMQ и ее javaреализация jeromq, из-за возможности использовать библиотеку со множеством различных языков программирования, отсутствия брокера сообщений, за состоянием которого необходимо следить, и высокой скорости передачи сообщений.

Необходимо учитывать следующую особенность предложенной архитектуры: при отсутствии сетевого подключения, робот оказывается без внешнего управления. Если такое поведение недопустимо, стоит рассмотреть возможность гибридного управления: упрощенное управление при отсутствии подключения и полноценное взаимодействие с аватаром.

Разработана архитектура облачной распределенной программной платформы, позволяющей роботу получить доступ к вычислительным ресурсам облака посредством представителя-аватара, выполняющего загруженное пользователем управляющее

приложение. Для этого были интегрированы программные интерфейсы ZeroMQ ко множеству языков программирования для подключения роботов и сервисов, возможности Akka по разработке распределенных программных систем, пересылке сообщений, сетевую прозрачность акторов внутри кластера и поддержку CRDT.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Shapiro M., Preguiça N., Baquero C., Zawirski M. Conflict-free Replicated Data Types Proceedings of the 13th International Conference on Stabilization, Safety, and Security of Distributed Systems. SSS'11. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. P. 386–400.

 Shapiro M., Preguiça N., Baquero C., Zawirski M. Conflict-Free Replicated Data Types Stabilization, Safety, and Security of Distributed Systems: 13th International Symposium, SSS 2011, Grenoble, France, October 10-12, 2011. Proceedings. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011. P. 386–400.
Brewer E. A. Towards Robust Distributed Systems (Abstract). Proceedings of the Nineteenth Annual ACM Symposium on Principles of Distributed Computing. PODC '00. New York, NY, USA: ACM, 2000. P. 7.

4. Hewitt C., Bishop P., Steiger R. A Universal Modular ACTOR Formalism for Artificial Intelligence. Proceedings of the 3rd International Joint Conference on Artificial Intelligence. IJCAI'73. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1973. P. 235–245.

УДК 004.75

Д.Е. Моторин, С.Г. Попов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

### ФУНКЦИИ СИСТЕМЫ РАСПРЕДЕЛЕННОГО УПРАВЛЕНИЯ ГРУППОЙ ГЕТЕРОГЕННЫХ РОБОТОВ В УСЛОВИЯХ ДИНАМИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

*Актуальность*. Сфера применения робототехнических систем расширяется с каждым годом, и задача их управления становится все сложнее. Использование роботов в производстве, то есть в строго определенной среде, стало обычным явлением повседневной жизни. Роботизированные производственные комплексы имеют довольно жесткие параметры управления и выполняют строго определенный набор последовательности действий. К таким системам относятся сборочные конвейерные линии, складские роботы и т.п. Общие подходы к решению и типизация задач можно найти, например, в [1].

Задача управления группой роботов в недетерминированной динамической среде и асинхронном взаимодействии роботов внутри группы имеет множество подходов к решению внутренних подзадач. Например, в [2] для управления поведением группы интеллектуальных роботов используется алгоритм, основанный на сетях Петри. Разработанный в [3] алгоритм позволяет поддерживать формации движения группы роботов. состоящей из наземных и воздушных единиц. Летательный аппарат визуально оценивает положение всей группы в пространстве. [4] описывает решение задачи развертывания беспроводной сети при ограниченном радиусе действия приемо-передатчика. Также решаются подзадачи реализации физического взаимодействия и избегания коллизий, в [5] для этого используется метод барьеров. При реализации алгоритмов зачастую требуется оптимизация траектории движения, описанная, например, в [6].

Активно исследуемой на данный момент задачей является управление в динамической среде группой роботов. Отличительной особенностью группы роботов является ее состав, для расширения функциональных возможностей выполняемых операций группа должна быть гетерогенной. В этом случай каждый робот может выполнять строго определенный

набор операций, но при взаимодействии с другим роботом набор выполняемых действий будет меняться.

*Цель и задачи работы*. Целью работы является исследование системы распределенного управления группой автономных интеллектуальных гетерогенных роботов в условиях динамической карты.

Для исследования алгоритма используется модель имеющая следующие функции:

1. Представление гетерогенной группы роботов.

n∈N – количество роботов в группе. Исследуемый алгоритм подразумевает работу небольшой группы или групп роботов и не предполагает использование на «тучах/роях».

m∈N – количество типов роботов (n≤m). Тип робота определяет набор выполняемых им функций. В реализованной модели существует два типа роботов: погрузчики и транспортеры для решения одной задачи перемещения груза из точки его позиционирования в целевую точку.

Каждый робот содержит ряд параметров таких как: радиус связи, радиус видимости, уровень заряда бортовой батареи, выполняемые функции, и т.д.

2. Поддержание динамической среды и реализация физического взаимодействия роботов. Динамика среды роботов состоит в изменении части карты v (% карты) с определенной частотой  $\omega$  (Гц). Модель среды проверяет физическую возможность связи и перемещения, а также реализует уничтожение роботов при столкновении. В рамках решаемой задачи на карте присутствует два типа особых объектов: грузы и цели. Груз – это объект который необходимо перевести в точку цели. Цель – это точка на карте, в которую необходимо привести груз.

С∈N – количество грузов на карте. Грузы могут различаться по типу и соответствовать определенным типам роботов и необходимым комбинация локальных действий для возможности их транспортировки.

T∈N – количество целей на карте. Цели на карте могут быть как универсальные, так и специальные для каждого груза.

Карта представляет собой поле, размеченное регулярной сеткой каждое из полей, которой содержит оценку какого-либо параметра. Каждый выбранный параметр, например, высота над уровнем моря, уровень радиации, сила ветра и т.п., располагается на отдельном слое карты всего слоев карты L. При выборе типов роботов каждый параметр карты может влиять на поведение робота с разной силой.

3. Решаемая системой задача заключается в организации синхронной работы пары разнотипных роботов из группы для погрузки груза и доставки его в конечную точку. Алгоритм решения задачи состоит из следующих частей:

3.1. Глобальная последовательность действий: взять груз → синхронизироваться → отвести груз к цели. Каждый из типов роботов в зависимости от собственного состояния и состояния среды принимает решение выполнять те или иные действия для решения глобальной задачи.

3.2. Функция поиска путей на карте. Для поиска путей на карте используется волновой алгоритм Ли. Критерий оптимальности для найденного пути является его длина на карте.

3.3. Функция оптимального распределения действий между роботами. Для распределения целей по роботам используется ускоренный алгоритм коллективного распределения целей из [1, с.110-112]. Оптимальным распределением целей считаем случай при котором минимальна суммарная длина пути роботов группы.

3.4. Функция разрешения коллизий при планировании действий. Разрешение столкновений происходит поиском ближайшего свободного пространства к месту коллизии и распределение траекторий роботов во времени и/или пространстве. Коллизия считается разрешенной оптимально если отклонения от планируемых маршрутов минимальны.



Рис. 1. Схема взаимодействия программных модулей

3.5. Функция синхронизации карт, содержащихся в памяти каждого отдельного робота. Поскольку на радиусы видимости и связи наложены ограничения появляется необходимость в синхронизации обнаруженных роботами препятствий, а также обновлении карт при возобновлении связи с роботом. Связь между роботами организована по принципу meshсети. При синхронизации карт минимизируется объем передаваемой от одного робота к другому информации.

3.6. Функция отработки внешних ситуаций для синхронизации физических действий. Поиск в ближайшем окружении робота и выполнение кооперативных действий. Например, в рамках глобальной задачи это взятие и передача груза роботу-транспортеру.

Во время работы каждый робот содержит на бору клиентскую и серверную части полагаемую при моделировании одинаковой на всех роботах. При расчете глобальных алгоритмов движения и распределения целей робот с наименьшим в группе порядковым номером выполняет работу сервера. Отслеживанием выполнения принятых планов и действий занимается каждый робот самостоятельно, используя клиентскую часть алгоритма. Схема взаимодействия программных модулей представлена на рисунке 1.

Методы исследования. В ходе проводимых авторами исследований [7] было проведено сравнение эффективности индивидуального и группового способа управления группой роботов. Компьютерное моделирование исследованных в статье алгоритмов показало эффективность использования групповых алгоритмов управления при больших заполнениях среды действия препятствиями.

При исследованиях используются методы теории алгоритмов, теории информации, теории принятия решений в условиях неопределенности.

*Выводы.* Рассмотрен функционал системы распределенного управления группой гетерогенных роботов в условиях динамической среды и определены критерии оптимальности функционирования отдельных компонент.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Каляев И.А., Гайдук А.Р., Капустян С.Г. Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 280 с.

2. Behavior-based Autonomous Cooperative Control of Intelligent Mobile Robot Systems with Embedded Petri Nets, Gen'ichi Yasuda, SCIS&ISIS 2014, Kitakyushu, Japan, December 3-6, 2014.

3. Cooperative Control of a Heterogeneous Multi-Robot System based on Relative Localization, Marco Cognetti, Giuseppe Oriolo, Pietro Peliti, Lorenzo Rosa, Paolo Stegagno, 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2014) September 14-18, 2014, Chicago, IL, USA.

4. Development of a dependable network using collective robots with restricted communication range, Kyungha Kim, Mignon Park, Sang-Moo Lee and Sang-Hoon Ji, 2012 9th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI) Daejeon, Korea / November 26-29, 2012.

5. Control Barrier Certificates for Safe Swarm Behavior, Urs Borrmann, Li Wang, Aaron D. Ames, Magnus Egerstedt, IFAC-PapersOnLine Volume 48, Issue 27, 2015, Pages 68-73 Analysis and Design of Hybrid Systems ADHS – Atlanta, GA, USA, Oct. 14-16, 2015.

6. Optimized trajectory planning for Cybernetic Transportation Systems, Fernando Garrido, David Gonzalez, Vicente Milanes, Joshue Perez, Fawzi Nashashibi, IFAC-PapersOnLine Volume 49, Issue 15, 2016, Pages 1–6, 9th IFAC Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles IAV 2016 — Leipzig, Germany, 29 June—1 July 2016.

7. Исследование алгоритмов индивидуальной и групповой стратегии движения автономных мобильных роботов на динамической карте. *Попов С.Г., Моторин Д.Е.* НТВ-ИТУ/2016 #2(241), с.45-58, 2016.

#### УДК 424.811.2

### А.А. Мазур, А.А. Большаков Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОМЫШЛЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА С ВРАЩАТЕЛЬНЫМИ СОЧЛЕНЕНИЯМИ ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ ВЛИЯНИЯ ТРЕНИЯ НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ЗАТРАТЫ

Актуальность. Автоматизация производства неизменно ведет развитию к машиностроения и, в частности, робототехники, причем актуальность сложных технологических процессов, выполняемых в недетерминированных условиях для замены человека при выполнении тяжелых, утомительных и опасных работ, с течением времени только возрастает. Наибольшее распространение получили промышленные роботы или манипуляторы. Манипуляторы выполняют широкий спектр задач, таких как процесс сварки, паллетирования, механической обработки, окраски, сборки или пригодны для выполнения альтернативных заданий. Произведя правильный расчёт промышленного манипулятора, можно предсказать энергетические затраты или внести изменения в конструкцию для оптимизации ее работы.

Формирование эффективных уравнений динамики манипуляционных роботов, которые могут быть рассчитаны на ЭВМ за минимальное время, является одной из важнейших задач в робототехнике. Ее решение необходимо для моделирования динамики манипуляторов в масштабе реального времени, для разработки эффективных алгоритмов управления роботами с учетом динамики [1], для повышения эффективности исследования и разработки манипуляторов [2].

*Цели и задачи работы.* Целью работы является исследование трехзвенного промышленного манипулятора с вращательными сочленениями, расчёт кинематических и динамических параметров, выбор управления, определение влияния различных типов трения на мощность и, следовательно, на энергетические затраты.



Рис. 1. Кинематическая схема манипулятора

Описание кинематики – это способ задания систем координат. звеньями связанных co манипулятора, И выбора параметров, которые однозначно определяют взаимное положение звеньев и конфигурацию всего манипулятора. В представлении Денавита-Хартенберга [3] начала систем координат расположены в шарнирах, а их оси формируются по правилам, которые определяются кинематикой манипулятора, также ввести обобшенные а координаты, т.е. задать направления отсчета углов поворота звеньев (рис. 1).

При выводе уравнений динамики манипуляторов используются различные законы и формулировки общих уравнений динамики систем. Среди них можно выделить методы, основанные на уравнениях Лагранжа, Ньютона-Эйлера, Д'Аламбера.

Полное описание движения манипулятора можно получить, применяя метод Лагранжа-Эйлера для

неконсервативных систем. Описав кинематику манипулятора с помощью матричного представления Денавита-Хартенберга [3], можно получить уравнение динамики. Такое совместное использование Д-Х-представления и метода Лагранжа приводит к компактной векторно-математической форме уравнений движения, удобной для аналитического исследования и допускающей реализацию на ЭВМ.

Вывод уравнений динамики движения манипулятора основан на следующем:

1. На описании взаимного пространственного расположения систем координат *i*-го и (*i*-1)-го звеньев с помощью матрицы преобразования однородных координат <sup>*i*-1</sup>A*i* . Эта матрица преобразует координаты произвольной точки относительно *i*-й системы координаты этой же точки относительно (*i*-1)-й системы координат.

2. На использовании уравнения Лагранжа-Эйлера: Г

1

$$\frac{d}{dt} \left| \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right| - \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \tau_i \qquad i = 1, 2, 3, \dots, n,$$

где *L*-функция Лагранжа (*L*=*K*-*P*);

К-полная кинетическая энергии манипулятора;

Р-полная потенциальна энергия манипулятора;

 $q_i$ -обобщённые координаты манипулятора;

 $\dot{q}_i$  -первая производная по времени обобщённых координат;

 $\tau_i$ -обобщённые силы (или моменты), создаваемые в *i*-м сочленении для реализации заданного движения *i*-го звена.

В статье [4] показано, что момент трения в сочленении манипулятора можно представить в виде суммы трех компонентов: сухого трения, вязкого трения и трения, пропорционального угловой скорости в степени (1/3), т.е.:

 $M_{i}^{fr} = -M_{i1} \operatorname{sgn} \omega_{i} - M_{i2} \omega_{i} - M_{i3} |\omega_{i}|^{1/3} \operatorname{sgn} \omega_{i}$ 

Будем считать, что коэффициенты трения одинаковы для всех звеньев. Используя данные работы [5], примем эти коэффициенты равными следующим значениям:

М1=6 Н\*м –коэффициент сухого трения

М2=9 Н\*м - коэффициент вязкого трения

M3=5 Н\*м- коэффициент трения, пропорционального угловой скорости в степени 1/3

Чтобы оценить энергетические затраты, необходимо определить мощность.

Для вычисления подаваемой мощности управляющий момент умножаем на. угловую скорость звена (рис. 2).



Рис. 2. Мощности для третьего звена манипулятора при отсутствии трения (слева вверху), при сухом трении (справа вверху), при вязком трении(слева внизу) и при вязком трении пропорциональном скорости в степени (1/3)(справа внизу) для значений угловой скорости=1

*Результаты*. В процессе выполнения работы, а именно моделирования и исследования трехзвенного манипулятора с вращательными сочленениями, а также исследования зависимости различных видов трения на энергетические затраты можно сделать следующие выводы:

При увеличении частоты прямо пропорционально увеличиваются значения управляющих моментов. Присутствующие моменты трения в сочленениях манипулятора существенно влияют на управление и энергопотребление.

Сухое трение увеличивает мощность прямо пропорционально частоте. Оно играет определяющую роль при небольших угловых скоростях.

Вязкое трение при малых скоростях вносит меньший вклад в увеличение мощности, чем сухое трение, однако при больших скоростях влияние вязкого трения становится определяющим. О явлении трения, пропорционального скорости в степени 1/3, можно сделать следующий вывод: при небольших угловых скоростях его вклад больше, чем вязкого трения, с ростом угловой скорости его влияние становится большим, чем влияние сухого трения, но значительно меньшим, чем влияние вязкого трения.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника.- М.: Мир, 1989.

2. Белоусов И.Р. Calculation of the Robot Manipulator Dynamic Equations/ Формирование уравнений динамики роботов манипуляторов. М.: ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, 2002.

3. Denavit J, Hartenberg R.S. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices., J. Appl. Mech., 77, 1955, c.215-221.

4. Grotjahn M., Daemi M., Heimann B. Friction and rigid body identification of robot dynamics // International Journal of Solids and Structures 38 (2001) 1889-1902.

5. Cheng Chen. Friction modeling and experimental identification of a mitsubishi PA10-6CE robot manipulator. Master Thesis. University of Florida, 2013.

УДК 004.021

Д.С. Куреев, М.А. Курочкин, Т.А. Андреева Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

#### АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ РОБОТА ПО ПЕРЕСЕЧЕННОЙ МЕСТНОСТИ

Введение. Движение робота по пересеченной местности связано рядом ограничений, обусловленных конструкций платформы робота, мощностью двигателей, размерами колес и гусениц. Кроме этого размеры и расположение на местности иных объектов делает недоступными для движения отдельные области и регионы. В связи с этим, разработка алгоритма построения траектории движения робота по пересеченной местности, является актуальной задачей.

Цель исследования: разработка алгоритма построения траекторий движения группы роботов по пересеченной местности с учетом ограничений.

Особенности данной задачи характеризуются наличием произвольного числа препятствий, блокирующих движение робота, а также ограничением времени на работу алгоритма.

Для разработки алгоритма нахождения траекторий составлен список исходных данных и проанализированы реальные ограничения. Под пересеченной местностью будем понимать карту местности, представленную множеством точек  $P(p_i)$  на двумерной плоскости, где каждая точка  $p_i$  описывается парой координат ( $X_i$ ,  $Y_i$ ) и параметром ее доступности  $H_i$ . Множества точек доступности объединены в кластеры. Каждый кластер задан оболочкой произвольной формы, в которых каждая точка имеет критическое значение параметра доступности  $H_i < H_0$ .

Постановка задачи построения траектории движения робота Дано:

- Карта местности, представленная множеством точек Р на двумерной плоскости. (X<sub>i</sub>, Y<sub>i</sub>, H<sub>i</sub>)
- Координаты точек старта StartPoint и финиша EndPoint робота R <u>Необходимо:</u>
- Построить ломанную L(StartPoint ; X<sub>1</sub>, Y<sub>1;...</sub> X<sub>n</sub>, Y<sub>n</sub>; EndPoint) минимальной длины соединяющую точки старта и финиша.

Ограничения:

 Все точки ломанной L должны иметь некритическое значение параметра доступности H<sub>i</sub>, то есть робот движется только по доступным точкам плоскости.  Сложность алгоритма построения траектории должна быть, по возможности, минимальным, так как бортовой вычислитель имеет ограничения по быстродействию и памяти.

#### <u>Решение</u>

Кратчайшим расстоянием между двумя точками на плоскости является отрезок, соединяющий эти точки. Однако, наличие областей недоступных для движения робота, не позволяет использовать классический алгоритм Брезенхема [1], построения отрезка на дискретной сетке. В качестве базового подхода решения задачи рассмотрены идеи алгоритма жадного поиска кратчайшего пути на взвешенном графе. При этом в качестве результата выдается первое первый маршрут с наименьшей стоимостью от одной вершины (начальной) к другой (целевой). Алгоритм жадного поиска по первому наилучшему совпадению с использованием функции f(x), позволяет найти решение без развертывания какого-либо узла, не находящегося в пути решения; это означает, что стоимость такого поиска является минимальной [2].

Порядок выбора вершин определяется эвристической функцией f(x), которая позволяет ограничить перебор всех вариантов построения пути. Поиск по первому наилучшему совпадению похож на алгоритм поиска в глубину, так как в процессе выполнения придерживается единственного пути, но возвращается к предыдущим узлам только после попадания в тупик. В лучшем случае сложность алгоритма O(n), где n - число точек на плоскости, в худшем случае  $O(n^2)$ . Сложность становится полиномиальной, когда эвристика удовлетворяет следующему условию:

$$|f(x) - f^*(x)| \le O(\log f^*(x)),$$

где  $f^*$  — оптимальная эвристика, то есть точная оценка расстояния из вершины x к цели. Другими словами, ошибка f(x) не должна расти быстрее, чем логарифм от оптимальной эвристики [3].

Практическая реализация этого подхода дополнена правилом целенаправленного поиска: прежде всего, рассматриваются вершины, расположенные по направлению вектора перемещения робота из текущей точки в точку EndPoint. Для каждого из восьми направлений (C,C3,3,Ю3,Ю,ЮВ,В,СВ) определены приоритетные варианты продолжения поиска. Кроме этого, каждая пройденная точка помечается особой меткой, что исключает ее повторное рассмотрение. Таким образом, сложность алгоритма остается линейной O(n) и для наихудшего случая [4]. Блок-схема алгоритма приведена на рисунке 1. На каждом шаге алгоритма проверяется условие: найден ли путь по прямой линии от текущей точки до EndPoint. Если путь построен работа завершается, иначе в соответствии направлением вектора движения, выбирается пара точек, которые рассматриваются как кандидаты для построения пути. Все исследованные ранее точки помечаются специальным признаком, для исключения повторного рассмотрения.

Для сокращения времени вычислений, предложенный алгоритм разрабатывался в концепции параллельных вычислений с использованием технологии распараллеливания - CUDA 7.5 (Compute Unified Device Architecture) для графического процессора dpGPU NVIDIA Tesla к40х2.

Работа выполнена по проекту: уникальный идентификатор ПНИ RFMEFI57815X0143.



Рис. 1. Блок-схема алгоритма построения траектории движения робота

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики, М., Мир, 1989, 503 стр.

2. Жадный поиск по первому наилучшему совпадению [электронный pecypc]. Режим досупа: http://www.rriai.org.ru/zhadnyiy-poisk-po-pervomu-nailuchshemu-sovpadeniyu-2.html.

3. Кристофидес, Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. – М.: Мир, 1999. – 432 с.

4. Кормен, Т. Алгоритмы: построение и анализ/Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест; М.: МЦНМО, 2000 – 960 с. ил.

#### МОДЕЛЬ ПЕРЕСЕЧЕННОЙ МЕСТНОСТИ ДЛЯ ДВИЖЕНИЯ АВТОНОМНОГО РОБОТА

*Цель исследования:* разработка оптимального алгоритма полигонального представления трехмерной поверхности.

Постановка задачи. В данной задаче исходными данными являются координаты точек поверхностей, полученных в результате сканирования лидаром (оптической системой, фиксирующей отраженный свет его рассеяние в прозрачной и полупрозрачной среде). Необходимо, по входным данным, построить полигональное представление местности и определить на ней области, доступные для передвижения робота.

Фактор доступности задается критичным значением перепада высот смежных узлов полигона и минимальным значением угла между соседними полигонами. Главным ограничением в этой постановке является сложность вычислений, которая, по возможности, должна быть минимальной. Линейные размеры местности составляют несколько сотен метров. Время обновления изображения не более 1 секунды. Характер объектов, расположенных на местности, не определен. Площадь полигона не более 400 см<sup>2</sup>.

#### <u>Решение</u>

Полигональное представление криволинейной поверхности выполняет триангуляция. Известные методы построения триангуляции - Делоне, жадная триангуляция, триангуляция с ограничениями, в лучшем случае имеют полиномиальную сложность [1]. Однако известно, что минимальная взвешенная триангуляция N-угольника может быть вычислена за время O(N3) [2]. С практической точки зрения классические подходы не могут обеспечить заданной быстродействие, поэтому в данной задаче сделаны следующие допущения:

- полигональная модель строится на регулярной сетке x0,у0 (где x0,у0 номинальный размер полигона;
- форма полигона прямоугольник.

В этих допущениях каждый полигон не будет соответствовать фрагменту плоскости, и погрешность аппроксимации будет определять кривизна объектов (максимальной разность координаты z в вершинах прямоугольника. Однако, при малой величине площади полигона, с этой погрешностью можно смириться, так как вычислительная сложность алгоритма будет линейной. Каждый узел регулярной сетки хранит вектор параметров: число ближайших точек к вершине регулярной сетки - n, максимальная высота точек в окрестности вершины - Zmax, минимальная высота Zmin и среднее арифметическое высот – Zavr. Исходя из характеристик складывается признак доступности Pi={Zmax, Zmin, Zavr, n}. Если все значения признака доступности равны 0, то данная вершина регулярной сетки считается неопределенной. Кроме них в узле хранятся значения углов между каждой парой смежных с ней плоскостей. На рисунке 1 приведена блок-схема алгоритма.

Описание алгоритма

- 1. Для каждой новой поступившей точки {Xj Yj Zj}определяется ближайшая вершина регулярной сетки {m,p }.
- 2. Корректируются значения Zmax, Zmin вершины {m,p }.
- 3. Пересчитывается среднее значение координаты z Zavr.
- 4. Вычисляются векторы нормалей, к четырем смежным полигонам (рис. 2).



Рис. 1. Блок-схема алгоритма



Рис. 2. Плоскости вокруг рассматриваемой вершины регулярной сетки

Для этого для нахождения нормали к плоскости 1 необходимо найти векторное произведение следующих векторов  $\vec{a} = (X1-X; Y1-Y; Z1-Z)$  и  $\vec{b} = (X2-X; Y2-Y; Z2-Z)$  (рис. 3).



Рис. 3. Вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  для нахождения нормали к первой плоскости

Соответственно, нормаль

$$\overrightarrow{n_1} = \vec{a} \times \vec{b}$$

Для плоскостей 2,3,4 нормали находятся аналогично:

$$\overrightarrow{n_2} = \overrightarrow{b} \times \overrightarrow{c}, \overrightarrow{n_3} = \overrightarrow{c} \times \overrightarrow{d}, \overrightarrow{n_4} = \overrightarrow{d} \times \overrightarrow{a}.$$

5. Находим соз угла между нормалями  $\overrightarrow{n_1}$  и  $\overrightarrow{n_2}$ :

$$\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{n_1} * \overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}| * |\overrightarrow{n_2}|}$$

Арккосинус этого значения дает угол между плоскостями 1 и 2. Также найдем углы между плоскостями 2 и 3, 3 и 4, 4 и 1.

В пункты 4 и 5 находится основная часть вычислительных операций. Чтобы ускорить вычисления в программе все одинаковые операции, которые вычисляются больше одного раза, высчитываются заранее и присваиваются переменным (например, чтобы не высчитывать квадрат высоты Zavr каждый раз, заводится переменная Zavr\_2 и высчитывается единожды). В последующих вычислениях вместо повторных вычислений таких операций подставляются переменные, что позволяет ускорить работу алгоритма [4].

Таким образом, предложенная модель вычислений полигонального представления пересеченной местности, минимизирует вычислительную сложность алгоритма и позволяет сформировать решение задачи в реальном времени.

Работа выполнена по проекту: уникальный идентификатор ПНИ RFMEFI57815X0143.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Кормен, Т. Алгоритмы: построение и анализ/Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест; М.: МЦНМО, 2000 – 960 с. ил.

2. Препарата, Ф. Вычислительная геометрия. Введение Ф. Препарата, М. Шеймос; Пер. с англ. – М.: Мир, 1989 – 478 с.

3. Голованов, Н. Н. Геометрическое моделирование/Н.Н. Голованов; М.: Издательство Физикоматематической литературы, 2002, — 472 с. 4. Методы представления дискретных трехмерных данных [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://graphicon.ru/oldgr/ru/library/multires\_rep/index.html (дата обращения 10.10.2016).

УДК 004.85

### И.С. Романюк, А.А. Лукашин Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

#### МОДЕЛИ И МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ РОБОТАМИ С ПОМОЩЬЮ ЕСТЕСТВЕННГО ЯЗЫКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОБЛАЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

*Цель работы:* разработка программного обеспечения, позволяющего преобразовывать естественный язык в команды для роботов, подходящие для взаимодействия с облачной распределённой программной платформой (рис. 1).

В настоящее время человек старается облегчить свои нужды, в том числе и повседневные, с помощью роботов различного вида и функций, выполняемых ими. Наиболее удобным способом управления, в большинстве случаев, можно считать голосовое, исключающее приложение физических усилий, а в некоторых случаях, позволяющее создание команды в затруднительных ситуациях. Но управление голосом создаёт некоторые сложности, связанные, в первую очередь, с индивидуальными особенностями каждого человека. Употребление слов паразитов, неопределённости в команде, свободный порядок слов и другие сложности могут повлиять на понимание команды.

Использование облачной платформы позволяет снизить нагрузку на приложение, связанную с распределением команд. Платформа сама выбирает количество ресурсов, необходимых для выполнения команды, и распределяет полученную информацию, а задачей приложения остаётся только лишь правильно интерпретировать входные данные. Так же это уменьшает участие пользователя в работе всей системы, путём снижения его связи с исполняющим органом, в данном случае- роботами.



Рис. 1. Схема передачи речевой команды

Понимание команды ставится основной задачей исследования. Существуют различные виды реализации решения данной проблемы. Natural Language Processing (NLP) – общее направление искусственного интеллекта и математической лингвистики. Оно изучает проблемы компьютерного анализа и синтеза естественных языков [2]. В области искусственного интеллекта анализ и понимается, как понимание языка. Решение этой проблемы позволит найти более комфортную форму взаимодействия компьютера и человека.

В рамках работы использованы некоторые концепции NLP, такие как:

- Abstract meaning representation (AMR) [3];

Semantic Parsing with Combinatory Categorial Grammars (CCG) [4].

В основе AMR лежит банк, представляющий собой набор предложений вместе с простыми, считываемыми наборами семантических представлений. Представление текста в AMR создаётся при помощи ориентированного графа, формирующего итоговую команду.

В ССС происходит разбиение текста естественного языка на отдельные «парсеры», для формирования его основного смысла.

К данным подходам предъявляются важные задачи:

- Отбрасывание не используемых в команде речевых оборотов;
- Формирование однозначно понимаемой команды.

В случае затруднения выполнения платформой поставленной задачи, программа должна искать пути решения сложившейся ситуации. Поэтому необходимо предусмотреть некоторые проверки выполнения, а, так же, способы повтора выдачи платформе или запроса новой, более однозначной, команды и оценки её выполнения.

Для улучшения качества работы программы возможно использование машинного обучения, которое может обеспечить обучение программы на выполнение команд [1]. Алгоритмы NLP основаны на машинном обучении. Для реализации задач языковой обработки, как правило, используется ручное написание больших наборов правил. Машинное обучение позволяет автоматически определять такие правила путём анализа больших наборов примеров реального мира. В качестве примеров используются случаи, которые вручную были интерпретированы, как правильные. Но, в тоже время, есть возможность позволить программе обучаться на собственных примерах.

Так же стоит позаботится о технических трудностях, которые могут возникнуть при выполнении программы. Таких как, неполадка при передаче сигнала от программы к платформе. В таких случаях стоит позаботиться, что бы примеры не были записаны, как ошибочные, из-за того, что они просто не добрались до исполнителя.

В результате получена система, позволяющая понимать естественный язык, компонуя из него команды для платформы, управляющей роботами.

Вывод: в отличие от существующих способов реализации решения данной проблемы, данный способен интерпретировать естественный язык в команды и взаимодействовать с облачной структурой, что позволяет снизить вовлечённость пользователя в процесс выполнения, а, так же, сделать само приложение менее требовательным к ресурсам.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. N. Kishorjit, , Raj RK. Vidya, Y. Nirmal and B. Sivaji. Manipuri Morpheme Identification // Proceedings of the 3rd Workshop on South and Southeast Asian Natural Language Processing (SANLP)», Мумбаи, 2012 г. – 108 с.

2. Е.И. Большакова, Э.С. Клышинский, Д.В. Ландэ, А.А. Носков, О.В. Пескова, Е.В. Ягунова. Автоматическая обработка текстов на естественном языке и компьютерная лингвистика. М.: МИЭМ, 2011 г. — 272 с.

3. AMR. AMR- официальная страница. 2016 [Online; accessed 12-Oct-2016] URL: http://amr.isi.edu/.

4. CCG. CCG - официальная страница. 2016 [Online; accessed 12-Oct-2016] URL: http://yoavartzi.com/tutorial/.

#### МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ПУТИ РОБОТА В СЛОЖНОЙ СРЕДЕ

Актуальность. Для повышения эффективности, «интеллектуальности» и расширения функций технических систем широко применяются методы искусственного интеллекта (ИИ). Эволюционные вычисления (ЭВ) представляют один из наиболее перспективных направлений ИИ [1]. Этот термин обычно используется для общего описания алгоритмов поиска, оптимизации или обучения основанных на некоторых формализованных принципах естественного эволюционного отбора. В данной работе рассмотрены проблемы применения ЭВ в робототехнике при планировании пути робота в сложной среде.

Область применения роботов в настоящее время стремительно расширяется [2]. Они применяются во многих отраслях промышленности, в опасной и агрессивной среде, в условиях военных действий, космических исследованиях и т.д. Применение роботов, особенно, интеллектуальных, позволяет решать многие сложнейшие научно-технические задачи – от исследования далеких планет до диагностики и лечения человеческого организма. Поэтому проблеме проектирования и обучения роботов посвящено огромное число исследований, выполняемых как в России, так и за рубежом.

Следует отметить, что в значительной степени этот прогресс обусловлен применением в робототехнике методов искусственного интеллекта, в том числе, и так называемых «биоинспирированных» моделей и алгоритмов (нейронные сети, генетические алгоритмы, метод муравьиных колоний, искусственные иммунные системы и т.п.), которые разработаны на основе исследования естественных биологических (и не только!) систем [3,4].

*Цель работы* – повышение эффективности планирования пути робота в сложной среде путем применения современных методов искусственного интеллекта.

Для достижения поставленной цели предложен многокритериальный генетический алгоритм, который позволяет строить оптимальный путь робота в сложной среде с препятствиями.

При решении конкретной задачи с помощью генетического алгоритма (ГА) необходимо определить особь, популяцию, эволюционные операторы и фитнесс функцию. Потенциальное решение представляется хромосомой – некоторым кодом, состоящим из элементов-генов. Таким образом, ГА оперируют закодированными хромосомами (генотипами), а не решениями (фенотипами). В общем случае ГА может быть представлен следующей последовательностью операторов [1]:

- 1. Создание начальной популяции.
- 2. Оценка особей популяции.
- 3. Отбор лучших особей популяции.
- 4. Выполнение генетических операторов (кроссинговера и/или мутации).
- 5. Создание новой популяции на основании старой
- 6. Если не выполнено условие останова, то переход на п.2.
- 7. Поиск лучшего решения в полученной популяции.

В процессе искусственной эволюции каждая особь популяции оценивается путем вычисления значения фитнесс-функции, которая определяет качество потенциального решения проблемы. Эта операция поглощает более 90% вычислительных ресурсов при решении задачи. Следует отметить, что в общем случае целевая функция и фитнесс-функция могут различаться. Целевая функция предназначена для оценки характеристик особи относительно конечной цели (например, экстремумов). Фитнесс-функция используется, прежде всего, при отборе особей для дальнейшей эволюции и здесь важны характеристики качества одной особи относительно других особей. После декодирования хромосомы, где выполняется преобразование генотип — фенотип (например, двоичный код преобразуется в вещественное число), полученное значения далее используется в качестве аргумента для фитнесс-функции. Далее для каждой особи популяции вычисляются значения фитнесс-функции, на основании которых эти особи ранжируются относительно друг друга в смысле перспективности построения из них хорошего решения.

Итак, необходимо построить (суб)оптимальный путь робота, свободный от столкновений, в сложной среде среди множества препятствий [5]. Пример такой среды представлен на рисунке 1, где начало и конец пути обозначены S и T соответственно. Для начала, рассмотрим статическую среду, которая не изменяется в процессе движения робота.



Рис. 1. Окружающая среда робота

Определение фитнесс-функции при решении конкретной задачи с помощью ГА является решающим для его эффективности. В частности, вид фитнесс-функции может зависеть от накладываемых ограничений при решении оптимизационных задач. Например, генетические операторы кроссинговера и мутации могут не учитывать корректность решений - попадают ли вновь построенные особи-потомки в область допустимых решений, которая обусловлена накладываемыми ограничениями.

Для нашей задачи фитнесс функцию определим следующим образом:

 $cost function = w_1 D + w_2 O + w_3 C$ ,

где: w<sub>1</sub>, w<sub>2</sub>, w<sub>3</sub> – коэффициенты (константы), определяющие вклад каждой компоненты, D – расстояние (длина) пути, О – число пересекаемых ячеек препятствий, С – число изменений направлений движения. Таким образом, фактически нам необходимо решить многокритериальную задачу оптимизации (минимизации) пути робота с учетом 3-х критериев: 1) длина пути D, которая является основным критерием; 2) число пересечений препятствий О, которое должно сильно штрафоваться; 3) число изменений направлений движения С, которое замедляет движение робота. Здесь при минимизации многокритериальной задачи неявно используется метод взвешенной функции, который позволяет свести многокритериальную задачу к скалярной. Основным его преимуществом является простота реализации, но он имеет также и существенные недостатки [1]. Поэтому для нашей исследуется также более эффективный метод многокритериальной эволюционной оптимизации «недетерминированная сортировка» [1], который позволяет использовать концепцию фронта Парето по существу.

Кодирование потенциального решения – пути робота использует вектор целых чисел, которые определяют точки изменения направления движения робота. Для отбора лучших родительских особей (потенциальных решений) используется ранговый отбор. В качестве генетических операторов применяются одноточечный оператор кроссинговера и стандартная мутация.

*Результаты.* В работе разработан многокритериальный генетический алгоритм минимизации пути робота в сложной статической среде с препятствиями, который может найти применение при решении многих практических задач.

Выводы. Применение эволюционного подхода и многокритериальности позволило повысить эффективность решения подобных задач. В настоящее время исследуется эта же задача для динамической среды, где в процессе движения робота могут возникать новые препятствия, что даст возможность еще больше приблизить ее к реальным практическим задачам.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Скобцов Ю.А., Сперанский Д.В. Эволюционные вычисления: учебное пособие.-М.:Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ» 2015.-331с.

2. Каляев И.А., Лохин В.М., Макаров И.М. Интеллектуальные роботы: учебное пособие для вузов-М.: Машиностроение, 2007.-360с.

3. А.П. Карпенко. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой: учебное пособие.-М: изд-во МВТУ им.Н.Э.Баумана, 2014.-446с.

4. Скобцов Ю.А., Федоров Е.Е. Метаэвристики: монография. – Донецк: Изд-во «Ноулидж», 2013. – 428 с.

5. O. Castillo, L. Trujillo. Multiple objective optimization genetic algorithms for path planning in autonomous mobile robots, International Journal of Computers, Systems and Signals, Vol. 6, No. 1, 2005.

УДК 533.17, 004.272.26

А.С. Чернышев<sup>1</sup>, Л.М. Курочкин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>СПб отделение Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН <sup>2</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

### МНОГОПОТОЧНЫЙ АЛГОРИТМ ЗАДАЧИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПУЗЫРЬКОВЫХ СРЕД

Пузырьковые течения и сопутствующие явления широко распространены как в природе, так и технологических процессах, к примеру, вскипание охлаждающей жидкости в теплообменниках, что связано с явлением кавитации [1], или течения в химических реакторах, построенных по принципу пузырьковых колонн [2]. Этим обусловлена важность исследований таких течений. Экспериментальные измерения параметров потока не всегда возможны, поэтому используется численное моделирование.

В работе используется математическая модель, основанная на Эйлерово-эйлеровском подходе к описанию многофазных сред [3] и включающая модель полидисперсности пузырей, в рамках которой распределение пузырей по размерам выражается в виде кусочнолинейной функции [4, 5], в результате вводится N классов пузырей, для каждого класса
записываются свои уравнения сохранения массы и импульса. Исходная система дополнена уравнениями *k*-*ω*-*SST* модели турбулентности, а также источниковыми слагаемыми, учитывающими межфазное взаимодействие.

## Математическая модель

Уравнения сохранения массы и импульса, дополненные уравнениями сохранение численной концентрации пузырей, имеют вид:

$$\frac{\partial \alpha_{ib}\rho_b^0}{\partial t} + \operatorname{div}(\alpha_{ib}\rho_b^0 \vec{V}_{ib}) = 0, \frac{\partial \alpha_{ib}\rho_b^0 \vec{V}_{ib}}{\partial t} + \operatorname{div}(\alpha_{ib}\rho_b^0 \vec{V}_{ib} \vec{V}_{ib} + p\bar{E}) = S_{ib},$$

$$\frac{\partial \alpha_l \rho_l^0}{\partial t} + \operatorname{div}(\alpha_l \rho_l^0 \vec{V}_l) = 0, \frac{\partial \alpha_l \rho_l^0 \vec{V}_l}{\partial t} + \operatorname{div}(\alpha_{ib}\rho_l^0 \vec{V}_l \vec{V}_l + p\bar{E} - \bar{\tau}_l) = S_l,$$

$$\frac{\partial N_{ib}}{\partial t} + \operatorname{div}(N_{ib} \vec{V}_{ib}) = 0, \alpha_l = (1 - \sum_{i=1}^N \alpha_{ib}).$$
(1)

Индекс *i* в уравнениях соответствует *i*-му классу пузырей, *i*=1,...,*N*. Уравнения модели турбулентности имеют вид:

$$\frac{\partial(\rho_l k)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_l \vec{V}_l k) = \tilde{P} - \beta^* \rho_l \omega k + \operatorname{div}[(\mu_{lam} + \sigma_k \mu_{turb}) \operatorname{grad} k] + \sum_{i=1}^N S_{ibk},$$
$$\frac{\partial(\rho_l \omega)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_l \vec{V}_l \omega) =$$
(2)

$$= \alpha_{k\omega} \frac{\rho_l}{\mu_{turb}} \tilde{P} - \beta \rho_l \omega^2 + \operatorname{div}[(\mu_{lam} + \sigma_\omega \mu_{turb}) \operatorname{grad} \omega] + 2(1 - F_1) \rho_l \sigma_{\omega^2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^N S_{ib\omega},$$

с источниковыми слагаемыми, учитывающими генерацию турбулентности пузырями:

$$S_{ibk} = \frac{3}{8} \frac{C_{iD}}{R_{ib}} \alpha_{ib} \rho_l |\vec{V}_{irel}|^3, S_{ib\omega} = 0.8 \frac{k}{\mu_{turb}} S_{ibk}, \vec{V}_{irel} = \vec{V}_l - \vec{V}_{ib}.$$
(3)

### Многопоточный алгоритм

Численная реализация модели основана на методе конечных объемов и неструктурированных сетках. Для расчета давления и скорости используется алгоритм SIMPLE, итерационный процесс реализован при помощи схемы установления по псевдовремени. Второй порядок точности по пространственным координатам обеспечивается схемами TVD, для повышения точности также используется коррекция расчета градиента на скошенных сетках.

Очевидно, что в тех случаях, когда пузыри распределены по размерам существенно неоднородно, либо когда распределение имеет значительную дисперсию, необходимо вводить большое количество классов пузырей. Для каждого класса, как следует из приведенной модели, решаются 2 скалярных и 1 векторное уравнения переноса, что приводит к системе уравнений, состоящей из 3 (несущая среда) + 2 (турбулентность) + 3 \* N (дисперсная среда) дифференциальных уравнений, 1 + N из которых — векторные. Для произвольного объема число элементов разбиения может составлять десятки и сотни миллионов, а число классов несколько сотен.

Для получения решения в реальном времени разработан алгоритм для расчета параметров модели на суперкомпьютере «Политехнический». Структурная схема алгоритма приведена на рисунке 1.

Алгоритм реализует итерационный процесс расчета параметров модели до достижения заданной точности, либо выполнения заданного числа итераций. Распараллеливание вычислений выполняется в блоке «многофазность», в котором можно выделить N независимых ветвей, соответствующих каждому классу. Кроме этого распараллеливание выполняется при расчете силового взаимодействия. Представленный алгоритм реализован в операционной среде Linux с использованием среды программирования многопоточных приложений OpenMP. Реализация предложенного алгоритма при некоторых постановках задачи позволяет сократить время расчета на порядок.



Рис. 1. Структурная схема алгоритма

Работа выполнена по проекту: уникальный идентификатор ПНИ RFMEFI57815X0143.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Chernyshev A, Kitanin E, Kumzerova E and Schmidt A. Numerical simulation of degassing liquid flow in tube, 2007 Proc. Int. Conf. on Multiph. Flow (Leipzig Germany) Paper S7\_Tue\_D\_29

2. Chernyshev A and Schmidt A. Bubble column dynamics with bubble induced turbulence and dispersion, 2013 AIP Conf. Proc. 1558 1071–4

3. Chernyshev A S and Schmidt A.A. Using the Euler-Euler approach for mathematical modeling of turbulent flows in bubbly media, 2013 Tech. Phys. Lett. **39**(6) 548–51

4. Bannari R, Kerdouss F, Selma B, Bannari A and Proulx P. Three-dimensional mathematical modeling of dispersed two-phase flow using class method of population balance in bubble columns, 2008 Comp. and Chem. Eng. 32 3224–37

5. Чернышев А.С., Шмидт А.А. Численное моделирование пузырьковых сред с учетом влияния полидисперсности на структуру потока, 2016 Тезисы докладов Всероссийской конференции «Теплофизика и физическая гидродинамика» С. 131.

## Д.М. Коротеев, Л.В. Уткин Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# АНАЛИЗ АНОМАЛЬНОГО ПОВЕДЕНИЯ РОБОТОВ ПРИ ПОМОЩИ СИАМСКОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Введение. Своевременное обнаружение аномального поведения является одной из важнейших задач обеспечения безопасности не только самой системы роботов, но и окружающей среды в широком смысле, в которой они осуществляют функционирование. Система роботов, а также рой роботов уже изучался многими авторами, например, в [1], [2], [4].

Цель работы – разработать алгоритм обнаружения аномалий в системах роботов на основе использования сиамской нейронной сети. Алгоритм состоит из решения двух задач. Первая задача – обучение сиамской сети для формализации аномального поведения системы роботов. Вторая задача – использование обученной сети для принятия решения об аномальном поведении в заданные моменты времени.

Формальная постановка задачи. Предполагается, что в каждый момент времени к имеется одно наблюдение в виде вектора, состоящего из *m* признаков (в терминах машинного обучения), полученных на основе всех сенсоров Т роботов. После момента времени r, имеется обучающее множество наблюдений, полученных в нормальных условиях функционирования роботов системы которое состоит ИЗ примеров r  $Q = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_r, y_r)\},$  имеющих некоторое распределение вероятностей D. Здесь  $x_i \in R^{\{m * T\}}$  – вектор из m \* T признаков, полученных после времени  $i; y_i \in \{-1, 1\}$  – метка класса, соответствующего нормальному поведению в момент времени  $i(y_i = 1)$  и аномальному поведению в этот же момент ( $y_i = -1$ ). Цель работы - построить алгоритм обнаружения аномального поведения системы роботов, заменив вычисление расстояния Махаланобиса применением сиамской нейронной сети.

Обнаружение аномалий с помощью сиамской сети – Пусть x<sub>1</sub> и x<sub>2</sub> – два вектора наблюдений, где x<sub>1</sub> соответствует очередному элементу обучающей выборки, а x<sub>2</sub> среднему значению по всем просмотренным элементам обучающей выборки. Описание сиамской нейронной сети ниже приводится в терминах аномального поведения системы роботов для более простого дальнейшего рассмотрения предлагаемого подхода. Предположим, что вектор x<sub>1</sub> соответствует аномальному поведению обученной системы роботов. В этом случае можно записать y = 1, где y - двоичная метка, приписываемаякаждой паре  $(x_1, x_2)$ . Если два обучающих вектора соответствуют нормальному поведению, то принимается y = -1. Предположим, что  $G_W$  – отображение векторов  $x_1$  и  $x_2$  в такое пространство меньшей размерности, что оно реализуется как нейронная сеть с весами W, которые являются одинаковыми для обеих сетей  $G_W(x_1)$  и  $G_W(x_2)$ . Свойство одинаковых параметров в сиамских нейронных сетях является важным, так как оно определяет соответствующий алгоритм обучения. Путем сравнения выходов  $G_W(x_1)$  и  $G_W(x_2)$  с использованием евклидового расстояния  $||G_W(x_1) - G_W(x_2)||$ принимается решение о близости векторов x<sub>1</sub> и x<sub>2</sub>. Стандартная структура сиамской сети дана в работе [3] и показана на рисунке 1. Ее главная особенность, которая будет использоваться для обнаружения аномального поведения системы роботов, заключается в том, что она является нелинейным аналогом расстояния Махаланобиса между  $x_1$  и  $x_2$ .



Рис. 1. Структура сиамской сети

Обозначим выход сети, реализующей отображение  $G_W(x)$ , как h. Если предположить для простоты изложения, что нейронная сеть имеет только один скрытый слой, то

 $h = \sigma(W * x + b).$ 

Здесь  $\sigma(z)$  – функция активации, например,  $\sigma(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$ ; W – такая матрица весов размерности p \* M, что ее элемент  $w_{ij}$  является весом соединения между нейроном j во входном слое и нейроном i в скрытом слое, i = 1, ..., p, j = 1, ..., M;  $b = (b_1, ..., b_p)$  – вектор свободных членов;  $h = (h_1, ..., h_p)$  – вектор активаций нейронов, который зависит от входного вектора x. Для двух векторов  $x_i$  и  $x_j$  расстояние Махаланобиса между двумя векторами  $h_i$  и  $h_j$  определяется как

$$d_G(x_i, x_j) = ||h_i - h_j||_2 = ||G_W(x_i) - G_W(x_j)||_2^2.$$

Основная идея, лежащая в основе применения сиамских сетей к обнаружению аномального поведения системы роботов, заключается в замене расстояния Махаланобиса обучением и в использовании сиамской нейронной сетью в качестве нелинейного аналога этого расстояния. Предположим, что имеется множество векторов, принадлежащих скользящему окну в виде матрицы H с центром  $\mu$ . Новый вектор наблюдений  $x_n$  должен быть обработан для того, чтобы принять решение об аномальном поведении. Предлагается рассматривать векторы  $\mu$  и  $x_n$  как пару входных данных для сиамской сети. Согласно работе [5], цель использования сиамской сети – найти такое нелинейное отображение  $G_W$ , чтобы расстояние  $d_G(\mu, x_n)$  между  $\mu$  и  $x_n$  было бы меньше, чем порог  $\tau$ , когда  $x_n$  соответствует нормальному поведению системы роботов. Расстояние  $d_G(\mu, x_n)$  должно быть больше, чем  $\tau$ , когда  $x_n$  соответствует аномальному поведению. Таким образом, сиамская сеть используется для замены расстояния Махаланобиса и принятия решения о текущем векторе наблюдений  $x_n$ .

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Navarro I., Matia F. An introduction to swarm robotics. ISRN Robotics, 2013(Article ID 608164):1-10, 2013.

2. Bayindir L. A review of swarm robotics tasks. Neurocomputing, vol. 172: p.292-321, 2016.

3. Chopra S., Hadsell R., LeCun Y. Learning a similarity metric discriminatevely, with application to face verification. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05), vol. 1, p. 539-546. IEEE, 2005.

4. Tan Y., Zheng Z.-Y. Research advance in swarm robotics. Defence Technology, vol. 9: p.18-39, 2013.
5. Hu J., Lu J., Tan Y.-P. Discriminative deep metric learning for face verification in the wild. The IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), p. 1875-1882. IEEE, 2014.

УДК 004.056.53

Д.В. Балуев, А.Г. Новопашенный Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# РАЗРАБОТКА ТРАНСЛЯТОРА ПОЛИТИК КОНТРОЛЯ ДОСТУПА ДЛЯ МЕЖСЕТЕВЫХ ЭКРАНОВ

Введение. Рост компьютерных систем, как в масштабе, так и в сложности, представляет огромные проблемы для управления. Такие системы часто взаимосвязаны между собой, в результате чего появляется распределенная среда с большим количеством устройств и пользователей. огромными объемами данных и ресурсов, а также различными приложениями, протоколами и процедурами. При этом организация управления системой с помощью политик является одним из наилучших решений. Под политикой понимается совокупность документированных методологий и управленческих решений, а также распределение ролей и ответственности, направленных на защиту информации, информационных систем и ассоциированных с ними ресурсов.

Очень важным аспектом для любой системы, основанной на управлении при помощи политик, является защита данных и ресурсов от неавторизованного доступа. Такая защита называется контроль доступа [1]. Он имеет решающее значение в обеспечении безопасности системы и предоставляет основу для всех механизмов и процедур, которые могут быть использованы в системе.

Разработка любой системы контроля доступа должна состоять из двух следующих компонентов:

1) политики контроля доступа, которая определяет высокоуровневые правила в зависимости от того, какой контроль доступа требуется в данной системе;

2) исполнительного механизма, который реализует контроль доступа, введенный политикой, используя программные и аппаратные средства.

Также системы контроля доступа могут содержать и третий компонент, иногда опциональный, переопределение (трансляция) высокоуровневых сервисов и требований безопасности в низкоуровневые реализации.

Цели и задачи работы. Целью данной работы является создание транслятора политик контроля доступа. Целью трансляции политики контроля доступа является эффективная генерация низкоуровневых правил из политики контроля доступа таким образом, чтобы их синтаксис и семантика могли быть интерпретированы выбранным исполнительным механизмом, а также были оптимальны и непротиворечивы.

Низкоуровневые правила в данной системе будут генерироваться для межсетевых экранов, которые являются эффективными средствами защиты локальной системе или сети систем от внешних угроз безопасности путем изучения проходящего трафика [2].



Рис. 1. Структура транслятора

Для достижения поставленной цели была предложена следующая структура транслятора, представленная на рисунке 1.

Перед использованием транслятора документ с требованиями безопасности информационной системы необходимо формализовать, используя язык описания политик контроля доступа.

Язык FACPL (Formal Access Control Policy Language) является формальным, простым в использовании языком политики, что позволяет выразить высокоуровневые политики для регулирования различных аспектов системы, например, контроля доступа [3]. Главным преимуществом FACPL является то, что он имеет компактную и соответственно удобную для редактирования администратором нотацию для описания политик.

Транслятор получает на вход политику контроля доступа FACPL, производит её лексический и синтаксический анализ, собирает информацию о входных данных, а затем строит требуемые правила для межсетевого экрана на основе полученного дерева разбора (промежуточного представления).

При создании анализаторов существенную поддержку оказывают сервисные программы, осуществляющие построение анализаторов на основе заданных сведений о синтаксической структуре входной информации (грамматике). Мы также с целью удобства разработки воспользуемся генератором анализаторов ANTLR [4], который использует грамматику языка FACPL для создания анализатора в данной системе и автоматизирует процесс реализации анализатора. При этом в качестве языка программирования для анализатора был выбран Java

Java – программная платформа, включающая в себя мощную библиотеку, большой объем кода, пригодного для повторного использования, а также среду для выполнения программ, которая обеспечивает безопасность, независимость от операционной системы и автоматическую «сборку мусора». Java является единственным языком, который объединяет в себе высококачественную среду выполнения программ и обширную библиотеку. Хотя генератор ANTLR позволяет генерировать анализаторы и на других: C#, Python2, Python3, JavaScript, но только Java сочетает в себе всё, что нам может понадобиться при возможной модификации транслятора, и при этом он также наиболее удобен для разработки.

Помимо этого ANTLR также предоставляет интерфейс с определениями функций (генератор правил), необходимых для обхода дерева разбора с целью формирования правил в обобщенном формате. Они содержат следующую информацию:

<номер><протокол><ip источника><порт источника><ip приемника><nopm приемника><deйствиe>.

Поля правил представляют собой значения соответствующих полей заголовков пакетов в сетевом трафике, которые соответствуют этому правилу. Каждое поле может принимать как конкретные значения, так и диапазоны значений. Поле действия может либо разрешить пропуск пакета, либо отклонить его. Порядковый номер правила определяет его положение относительно других правил.

После этого необходимо отредактировать полученные правила, так как формат полученных правил на выходе транслятора в большинстве случаев не поддерживается межсетевыми экранами. Поэтому был разработан редактор правил для удобства изменения правил, полученных на выходе транслятора, с целью приведению их к формату, который поддерживает конкретный межсетевой экран. При этом редактор поддерживает следующие операции: удаление лишних полей правил, изменение порядка правил, добавление текста в любое место правила. Редактор определяет формат некоторого шаблона правила, изменение которого распространится на все правила.

*Результаты.* В результате работы был разработан и реализован транслятор политик контроля доступа, который в качестве входной информации использует политику контроля

доступа в формате FACPL, и генерирует правила в формате, настраиваемом пользователем под конкретный межсетевой экран.

*Вывод.* В ходе работы был разработан и реализован транслятор политик контроля доступа для межсетевых экранов. Автоматическая генерация анализатора с использованием ANTLR позволяет избежать ошибок при его реализации вручную программистом, а также обеспечивает использование одного из наиболее эффективных алгоритмов трансляции. Функционал редактирования правил под определенный межсетевой экран предоставляет возможность широкого применения данного транслятора в любых системах, основанных на управлении при помощи политик контроля доступа на базе межсетевых экранов. Общая же структура транслятора позволяет обеспечить удобство дальнейших модификаций.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. P. Samarati and S. de Capitani di Vimercati. Access control: Policies, models, and mechanisms. In FOUNDATIONS OF SECURITY ANALYSIS AND DESIGN (TUTORIAL LECTURES), p. 137-196. Springer Verlag, 2001.

 Zhao H. Security Policy Definition and Enforcement in Distributed Systems// cs.columbia.edu: Columbia University. The Foundation School of Engineering and Applied Science. – 12.05.2012. – URL: https://www.cs.columbia.edu/~smb/student\_theses/thesis-HangZhao.pdf. - (дата обращения: 14.09.2016).
 FACPL Tools: Developing Access Control, Resource Usage and Adaptation Policies// facpl.sourceforge.net: FACPL WebSite. – 30.03.2015. – URL:

facpl.sourceforge.net: FACPL WebSite. – 30.03.2015. – http://facpl.sourceforge.net/guide/facpl\_guide.html. – (дата обращения 16.09.2016).

4. Terrence P. About ANTLR// antlr.org: ANTLR project. – 12.05.2014. – URL: http://www.antlr.org/about.html. – (дата обращения: 05.09.2016).

## СЕКЦИЯ «МЕХАНИКА И ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ»

УДК 681.51

# Т.А. Байдина, О.Б. Шагниев, С.Ф. Бурдаков Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РОБОТА С ПОВЕРХНОСТЬЮ НЕОПРЕДЕЛЕННОГО ПРОФИЛЯ ПРИ АКТИВНОМ КРЕПЛЕНИИ СИЛОВОГО СЕНСОРА

При синтезе законов позиционно-силового управления роботом с силовым датчиком обратной связи был установлен факт существенного уменьшения низшей собственной частоты робота при переходе с режима позиционирования на режим контактного взаимодействия с поверхностью неопределенного профиля [1,2]. Учитывая, что поверхность может быть шероховатой, а робот, в соответствии с технологической задачей, движется с некоторой скоростью вдоль поверхности с заданным прижатием к ней, шероховатость может стать причиной возбуждения колебаний робота близких к резонансным. В настоящей работе показывается, когда этот эффект возможен и как при этом управлять вибрационным состоянием робота.

Будем рассматривать режим контактного взаимодействия робота с поверхностью считая, что настройки позиционного и силового регуляторов осуществлялись в соответствии с процедурой, изложенной в работе [1].

На рисунке 1 показаны два варианта установки силового сенсора на роботе: с жестким креплением фланца сенсора  $m'_s$  к руке робота (рис.1,*a*) и с активным (управляемым) креплением (рис.1, $\delta$ ).



Рис. 1. Расчетные схемы руки робота с силовым очувствлением

Соответствующие математические модели робота в режиме управляемого контактного взаимодействия с поверхностью имеют следующий вид:

$$m_{1}\ddot{y}_{1} + b_{1}\dot{y}_{1} + b(\dot{y}_{1} - \dot{y}_{2}) + c(y_{1} - y_{2}) = F,$$

$$(m_{2} + m'_{s})\ddot{y}_{2} + b(\dot{y}_{2} - \dot{y}_{1}) + b_{s}(\dot{y}_{2} - \dot{y}^{*}(t)) + c(y_{2} - y_{1}) + c_{s}(y_{2} - y^{*}(t)) = 0,$$

$$F = \left(k_{p} + k_{i}\frac{1}{p} + k_{d}\frac{N}{1+N\frac{1}{p}}\right)(\widetilde{y^{d}} - y_{1}), \ \widetilde{y^{d}} = \left(\theta_{p} + \theta_{i}\frac{1}{p} + \theta_{d}\frac{N}{1+N\frac{1}{p}}\right)(F^{d} - F_{s}),$$

$$y^{*}(t) = y_{sf}(x^{d}(t));$$
(1)

$$m_{1}\ddot{y}_{1} + b_{1}\dot{y}_{1} + b(\dot{y}_{1} - \dot{y}_{2}) + c(y_{1} - y_{2}) = F,$$
  

$$m_{2}\ddot{y}_{2} + b(\dot{y}_{2} - \dot{y}_{1}) + c(y_{2} - y_{1}) = -Q,$$
  

$$m'_{5}\dot{y}_{51} + b_{5}(\dot{y}_{51} - \dot{y}^{*}(t)) + c_{5}(y_{51} - y^{*}(t)) = Q.$$
(2)

В системе (2) закон управления силой *F*, развиваемой двигателем робота, формируется так же, как в (1). Вместе с тем, из-за активного крепления сенсора появляется дополнительная степень свободы и управление *Q*. Соответствующий актуатор может представлять собой пьезопривод (www.eurotek-general.ru). В дальнейшем влияние актуатора будем описывать усредненной характеристикой  $Q = \alpha(y_2 - y_{s1}) + \beta(\dot{y}_2 - \dot{y}_{s1})$  с настраиваемыми параметрами  $\alpha$  и  $\beta$ .

В системах (1) и (2) два внешних воздействия: программное задание  $F^d$  по силе прижатия робота к поверхности и возмущающее воздействие  $y^*(t) = y_1^*(t) + y_2^*(t)$ , которое содержит две составляющие. Первая составляющая  $y_1^*(t)$  определяется профилем поверхности, а вторая составляющая  $y_2^*(t)$  – шероховатостью поверхности. Предполагается, что в режиме контактного взаимодействия робота с поверхностью сила прижатия  $F_s > 0$ , то есть отрыва не происходит.

Система (1) имеет восьмой порядок, и после всех настроек регуляторов имеет следующие корни характеристического полинома:

 $p_1 = -44.98, \ p_2 = -67.65, \ p_{3,4} = -2.57 \pm 1.82i, \ p_{5,6} = -11.98 \pm 87.02i, \ p_{7,8} = -32.2 \pm 253.18i.$ 

Диаграммы Боде системы (1) от  $F^d$  к  $F_s$  приведены на рис.2,a и от  $y^*$  к  $F_s$  – на рис.2, $\delta$ 



Рис. 2. Диаграммы Боде при жестком креплении сенсора

Корни  $p_{5,6}$  обусловлены податливостью силового сенсора, а корни  $p_{7,8}$  – податливостью руки робота. Заметим, что в режиме позиционирования соответствующие корни были

$$p_{5.6} = -25.97 \pm 217.25i, \ p_{7.8} = -32.1 \pm 264.14i.$$

Видно, что в режиме контактного взаимодействия робота с поверхностью произошло заметное смещение первой собственной частоты в диапазон более низких частот со значения 34.53 Гц до значения 13.85 Гц. Вторая собственная частота осталась практически без изменений в районе 40 Гц. Такое снижение первой собственной частоты резко повышает вероятность возникновения резонансных режимов, обусловленных воздействием  $y_2^*(t)$ .

Система (2) имеет десятый порядок. Её свойства (корни характеристического полинома и диаграммы Боде) зависят от настроек актуатора  $\alpha$  и  $\beta$ . Для снижения уровня вибраций робота, обусловленных шероховатостью поверхности, можно рекомендовать различные практические приемы, например, можно использовать фланец сенсора  $m'_s$  в качестве динамического гасителя [3], для повышения эффективности которого система (2) может

быть охвачена дополнительной обратной связью по сигналу  $\ddot{y}_2$  акселерометра, установленного на руке робота  $m_2[4,5]$ .

Смоделируем поверхность контакта суперпозицией двух синусов

$$y^*(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{L}v_x t\right) + a \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{L}v_x t\right),$$

где A, L — амплитуда и период профиля поверхности; a, l — амплитуда и период шероховатости поверхности;  $v_x$  — скорость движения робота вдоль поверхности.

Пусть A = 0.05м, L = 1м, a = 0.001м, l = 0.005м,  $v_x = 0.1$  м/с, тогда частота воздействия  $y_1^*(t)$  составляет  $\frac{2\pi}{L}v_x = 0.628$  1/с, а воздействия  $y_2^*(t) - \frac{2\pi}{l}v_x = 125.6$  1/с. Таким образом, воздействие  $y_2^*(t)$  имеет частоту порядка 20 Гц, то есть в пределах диапазона рабочих частот в районе резонанса (рис.2).

Компьютерное моделирование в среде Matlab показало, что при принятых значениях параметров руки робота, силового сенсора и поверхности контакта добиться эффекта динамического гашения колебаний руки робота в полном объёме не удаётся, так как частота гасителя  $\omega_{\Gamma} = \sqrt{\frac{c_s + \alpha}{m'_s}}$ , в качестве которого предполагалось использовать фланец  $m'_s$  силового сенсора, оказалась в районе 50 Гц, т.е. за пределами диапазона рабочих частот. Вместе с тем, активное крепление сенсора и дополнительная обратная связь по сигналу акселерометра  $\ddot{y}_2$  заметно повышают точность отработки силы прижатия  $F_s$  при одновременном снижении амплитуды вибрации руки робота.

В таблице 1 приведены амплитудные значения установившихся вынужденных колебаний силы прижатия  $F_s$  и ускорения руки робота  $\ddot{y}_2$  при частоте возмущения  $\omega'' = 87$  1/с, обусловленной шероховатостью поверхности для жёсткого и активного крепления сенсора. Номинальное значение силы прижатия  $F^d = 40$  H.

	Величина		
Крепление сенсора	Сила прижатия <i>F<sub>s</sub></i> , Н	Ускорение руки робота ÿ <sub>2</sub> , м/с <sup>2</sup>	
Жёсткое	14	20	
Активное	6	8	
Активное с дополнительной обратной связью	3,5	1	

Табл. 1. Амплитудные значения установившихся вынужденных колебаний

При жёстком креплении сенсора возмущение  $y_2^*$  с частотой  $\omega'' = 87 \, 1/c$  вызывает колебания системы близкие к резонансным. Активное крепление сенсора при тех же настройках регуляторов сдвигает собственные частоты системы в диапазон более низких частот, что приводит к снижению уровня вибраций.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Бурдаков С. Ф., Шагниев О. Б. Модели механики в задаче управления силовым взаимодействием робота с поверхностью неопределенного профиля// НТВ СПбПУ. 2015. №4. С. 68-79.

2. Шагниев О.Б., Бурдаков С.Ф. Стабилизация силового взаимодействия робота с поверхностью неопределённого профиля// Неделя науки СПбГПУ: материалы научно-практической конференции с международным участием. Институт прикладной математики и механики.- СПб.: Изд-во Политехн. Ун-та, 2014.- 70-72 с.

3. Бабаков И.М. Теория колебаний. М.: Наука, 1968. 559 с.

4. Елисеев С.В. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем/ С.В. Елисеев, Ю.Н. Резник, А.П. Хоменко. Новосибирск: Наука, 2011. 384 с.

5. Градецкий А.В., Рыбак Л.А., Синев А.В., Пашков А.И. Построение управляющих регуляторов активной системы виброизоляции кинематического принципа действия// Изв. АН. Теория и системы управления. 1996. №3. С. 88-93.

УДК 539.3, 624.044

М.О. Беляев<sup>1</sup>, А.В. Бенин<sup>2</sup>, С.Г. Семенов<sup>2</sup>, А.С. Семенов<sup>1</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, <sup>2</sup>Петербургский государственный университет путей сообщения Александра I

# МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ СЦЕПЛЕНИЯ АРМАТУРЫ С БЕТОНОМ С УЧЕТОМ АДГЕЗИИ И РИФЛЕНИЯ АРМАТУРНОГО СТЕРЖНЯ

Разрушение связей сцепления арматуры с бетоном представляет собой сложный многостадийный процесс, сопровождающийся появлением неоднородного поля необратимых деформаций, нарушением адгезионных связей, возникновением и развитием трещин, наличием изменяющихся зон контакта. Существуют различные подходы конечно-элементного (КЭ) моделирования разрушения сцепления между арматурным стержнем и бетонным блоком [1-3 и др.]. Однако вопрос выбора наиболее достоверной модели остается открытым.

В данном исследовании рассматривается решение задачи о выдергивании арматурного стержня из бетонного блока с использованием программного комплекса Abaqus с учетом адгезии при описании сцепления арматуры с бетоном и применением упруго-пластической модели деформирования бетона с учетом накопления континуальных повреждений [4]. Целью данной работы является сравнение способов моделирования выдергивания арматурного стержня из бетонного блока с учетом адгезии и с учетом рифления арматурного стержня.

Используемые в КЭ расчетах условия нагружения и геометрия объекта соответствуют требованиям RILEM/CEB/FIB [5]. При моделировании процесса выдергивания рассматривалась стальная арматура диаметром 14 мм и бетон класса B25.

На рисунке 1а представлен фрагмент осесимметричной КЭ модели – бетонный блок при использовании модели адгезии вдоль поверхности контакта сталь-бетон. На рисунке 16 показан фрагмент КЭ модели бетонного блока при учете рифления арматурного стержня. В последнем случае вдоль поверхности контакта бетонного блока и арматурного стрежня также задавался коэффициент трения сталь-бетон.



Рис. 1. (а) КЭ модель бетонного блока при использовании модели адгезии; (б) КЭ модель бетонного блока при учете рифления арматурного стержня

При использовании модели адгезии поврежденность в бетонном блоке накапливается по всей поверхности контакта с арматурой, тогда как при учете рифления поврежденность накапливается в местах вхождения рифа арматуры в бетон.

Распределение полей повреждений при сжатии и растяжении в случае использования модели адгезии и учете рифления показаны на рисунках 2 и 3, соответственно.



Рис. 2. Распределение полей повреждений при использовании модели адгезии: (a) – при растяжении; (б) – при сжатии.



Рис. 3. Распределение полей повреждений при учете рифления: (а) – при растяжении; (б) – при сжатии.

Анализ полей поврежденности показывает, что в случае использования модели адгезии, выдергивание происходит без значительного разрушения бетона в зоне контакта, что противоречит результатам экспериментов.

При учете рифления происходит срез бетона выступами на арматурном стержне. Как видно на рис. Зб бетон, расположенный выше 3-го выступа на арматурном стержне оказывается практически полностью срезанным. Такое поведение бетонного блока при выдергивании из него арматурного стержня подтверждается экспериментами. Модель с учетом рифления позволяет описать появление конических трещин (см. puc. 3a), наблюдаемых в ряде опытов.

График зависимости касательного напряжения сцепления от смещения арматуры представлен на рисунке 4. Использование модели адгезии позволяет качественно верно описать зависимость сил сцепления от смещений, как на восходящей, так и на ниспадающей ветвях диаграммы сцепления. Учет рифления позволяет достаточно точно описать только восходящую ветвь диаграммы, но не позволяет описать пик и нисходящую ветвь. Для полноценного использования модели с учетом рифления необходимо более точное описание поведения бетона при больших уровнях повреждений, уточненное задание характеристик деформирования бетона и коэффициента трения между материалами.



Рис. 4. Зависимость касательного напряжения сцепления от смещения арматуры.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Бенин А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Федоров И.В. Конечно-элементное моделирование процессов неупругого деформирования и разрушения элементов железобетонных конструкций // Морские интеллектуальные технологии. 2011. № 3. С. 102-105.

2. Бенин А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Мельников Б.Е. Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть 1. Модели с учетом несплошности соединения // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 86-99.

3. Бенин А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Мельников Б.Е. Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть 2. Модели без учета несплошности соединения // Инженерно-строительный журнал. 2014. № 1 (45). С. 23-40.

4. Beliaev M, Semenov A, Semenov S, Benin A. Simulation of Pulling the Reinforcing Bar from Concrete Block with Account of Friction and Concrete Damage // MATEC. 2016. №73. pp. 1-7.

5. RILEM/CEB/FIB. Recommendation on reinforcement steel for reinforced concrete. RC6. Bond test for reinforcement steel. 2. Pull-out tests. – 1983. – 8 p.

# В.А. Борисенко, А.С. Семенов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСКРОВОГО ПЛАЗМЕННОГО СПЕКАНИЯ НИКЕЛЕВЫХ ШАРИКОВ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ТЕРМО-ЭЛЕКТРО-МЕХАНИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Одним из эффективных методов получения бездефектных заготовок из порошковых материалов является искровое плазменное спекание (SPS/FAST), представляющее собой сочетание прессования с интенсивным электрическим разрядом, что открывает возможность получения компактного материала за очень короткое время. В последнее время наблюдается рост количества работ (см., например, [1-4]), посвященных исследованию процесса плазменного спекания. Сложности, возникающие искрового при моделировании рассматриваемого класса задач, связаны с проявлением различных механизмов спекания зернограничная и объемная диффузия вследствие поверхностного (поверхностная, натяжения. пластичность, ползучесть, термомиграция И др.), ярко выраженной многоэтапностью процесса спекания (начальная (рост контактного перешейка), промежуточная (формирование замкнутых пор) и заключительная (зарастание пор), взаимодействием полей различной природы (электрической, тепловой, химической и механической).

В работе [1] получены решения задачи начальной стадии спекания/плавления линейной цепочки шариков в *термо-электрической* постановке. Исследовалось влияние размера шариков, радиуса контактной зоны и радиуса кривизны шейки на эволюцию и распределение полей температур. При моделировании геометрия контактной зоны задавалась на основе результатов экспериментов, выполненных в Дрезденском техническом университете. Целью данной работы является решение задачи в общей *термо-электро-механической* постановке с непосредственным определением радиуса контактной зоны в ходе решения задачи, а также сравнение полученных решений с экспериментальными данными и результатами решения задачи в термо-электрической постановке.

Рассматривается система из двух никелевых шариков (рис. 1), помещенных в толстостенную стеклянную трубку, подверженных осевому механическому воздействию со стороны прилегающих с двух сторон медных стержней, по которым также протекает электрический ток. Механическая нагрузка составляет 10Н. Диаметр никелевого шарика – 1мм. Электрическое воздействие осуществлялось на основе разряда конденсатора, создающего краткосрочный импульс (порядка 5÷10 мс) тока с пиковым значением, достигающим 1000 A [1].



Рис. 1. Вид установки для испытаний [1]

Рис. 2. Конечно-элементная модель

Уравнения связанной термо-электро-механической начально-краевой задачи для рассматриваемых условий имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{\rho}(T)C(T)\frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot \left(\lambda(T) \cdot \nabla T\right) - q_{V} &= 0, \\ \nabla \cdot \left(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \nabla \frac{\partial \varphi}{\partial t}\right) + \nabla \cdot \left(\boldsymbol{\rho}^{-1}(T) \cdot \nabla \varphi\right) &= 0, \\ \bar{\rho}(T)\frac{d^{2}\mathbf{u}}{dt^{2}} - \nabla \cdot \left({}^{4}\mathbf{C}(T) \cdot \cdot \left[\left(\nabla \mathbf{u}\right)^{S} - \boldsymbol{\alpha}(T)\Delta T\right]\right) + \mathbf{f}_{V} &= \mathbf{0}, \end{aligned}$$
(1)

где  $\bar{\rho}(T)$  - плотность, C(T) - удельная теплоемкость,  $q_V = \nabla \varphi \cdot \rho^{-1}(T) \cdot \nabla \varphi$  - вектор объемного тепловыделения,  $\rho(T)$  - тензор удельного сопротивления,  ${}^4\mathbf{C}(T)$  - тензор жесткости,  $\alpha(T)$  - вектор теплового расширения,  $\mathbf{f}_V$  - объемные силы.

В таблице 1 приведены используемые в расчетах значения задаваемых упругих, термических и электрических констант для никеля.

	K	300	500	700	900	1100	1400	1728	2000
	о <i>С</i>	27	227	427	627	827	1127	1455	1727
$\overline{ ho}$	<sub>кг/мм</sub> 3	8.90E-6	8.82E-6	8.74E-6	8.65E-6	8.55E-6	8.40E-6	8.10E-6	7.85E-6
Cp	Дж/(кг•К)	444	524	524	543	577	609	625	735
λ	Вт/(мм·К)	0.0904	0.0721	0.0609	0.0662	0.0735	0.0767	0.0785	0.069
ρ	$\Omega$ мм	7.37E-5	18.0E-5	32.0E-5	38.7E-5	44.5E-5	52.4E-5	59.0E-5	88.2E-5
α	1/K	1.2E-6	1.4E-6	1.55E-6	1.65E-6	1.75E-6	2.E-6	-	-
Ε	МПа	220000	195000	193000	190000	175000	-	-	-
v	-	0.3	-	-	-	-	-	-	-

Табл. 1. Упругие, тепловые и электрические константы для никеля, используемые в расчетах

Краевая задача решалась в осесимметричной постановке с использованием пакета ANSYS [5]. Конечно-элементная (КЭ) модель показана на рисунке 2. В силу симметрии в КЭ расчетах рассматривалась только одна половина конструкции. На рис. 3 показана функция разности потенциалов между концами стержней, полученная из эксперимента [1], а также ее линейно-экспоненциальная аппроксимация, задаваемая непосредственно в КЭ расчетах. Электрические, тепловые и механические граничные условия показаны на рисунке 4.



Рис. 3. Разность потенциалов между концами стержней



Рис. 4. Граничные условия

В таблице 2 представлены результаты сравнения расчетных значений радиуса контакта, полученные в термо-электро-механической и чисто механической постановках, с данными эксперимента. Наблюдается хорошее соответствие результатов КЭ расчета в термо-электро-механической постановке с данными опыта. При выполнении расчетов учитывались пластические свойства никеля.

<b>*</b>	Решение задачи в термо-электро-	Решение задачи в	Эксперимент
	механической постановке	механической постановке	
$R_{meй\kappa u}$ , мкм	92	75	90

Табл. 2. С	равнение	радиусов	контактной зоны.
------------	----------	----------	------------------

На рисунках 5 и 6 показаны распределения полей температур, полученных в термоэлектро-механической и термо-электрической [1] постановках. Рассматривается момент времени, соответствующий времени достижения максимальной температуры (~0.8 мс). Наблюдается схожий характер распределения температурных полей с максимумом в зоне контакта. Однако решения демонстрируют отличие максимальных уровней температур. Для уточнения решения необходимо располагать упругими характеристиками при высоких температурах.







Рис. 6. Распределение полей температур в термо-электрической постановке

В дальнейшем планируется выполнить учет свойств ползучести, оценить влияние уровня механической нагрузки на радиус контактной зоны, а также получить решение с учетом процессов диффузии.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Semenov A.S., Trapp J., Nöthe M., Eberhardt O., Wallmersperger T., Kieback B. Experimental and numerical analysis of the initial stage of field-assisted sintering of metals // Journal of Materials Science, 2016. DOI 10.1007/s10853-016-0444-0.

2. Munir Z.A., Anselmi-Tamburini U., Ohyanagi M. The effect of electric field and pressure on the synthesis and consolidation of materials: a review of the spark plasma sintering method // Journal of Materials Science. 2006. Vol. 41. P. 763–772.

3. Orru R., Licheri R., Locci A.M. Cincotti A. Cao G. Consolidation/synthesis of materials by electric current activated/assisted sintering // Mater Sci Eng. 2009. R 63 P. 127–287.

4. Munir Z.A., Quach D.V. Electric current activation of sintering: a review of the pulsed electric current sintering process // J Amer Ceram Soc. 2011. Vol. 94. P. 1–19.

5. Ansys 15.0 Documentation. 2014. SAS IP, Inc.

## УДК 539.3

А.И. Грищенко<sup>1</sup>, А.С. Семенов<sup>1</sup>, Гецов Л.Б.<sup>2</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого <sup>2</sup>НПО по исследованию и проектированию энергетического оборудования им. Ползунова

# АНАЛИЗ ЭВОЛЮЦИИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОБРАЗЦА ПРИ ТЕРМОУСТАЛОСТНЫХ ИСПЫТАНИЯХ

Жаропрочные сплавы нашли широкое применение в газотурбиностроении. Одной из наиболее нагруженных частей газотурбинного двигателя являются сопловые и рабочие лопатки. Это обусловлено тем, они работают при высоких переменных температурах и напряжениях, когда материал испытывает существенные знакопеременные циклические упругопластические деформации, что приводит к необходимости тщательного исследования его свойств сопротивления термической усталости.

На практике широкое распространение получила методика испытания, предложенная Коффиным [1] и модернизированная в работе [2], заключающаяся в циклическом нагреве защемленного цилиндрического образца с разной степенью термического стеснения (рис. 1а). Вариативность термического стеснения достигается путем введения дополнительного податливого элемента (2 на рисунке 1а). Необходимость введения данного элемента продиктована тем, что в реальных конструктивных элементах температурная деформация не целиком переходит механическую, а также идёт на компенсацию упругих перемещений объёма детали вследствие ограниченной жёсткости сопряжённых объёмов материала или деталей.



Рис. 1. Принципиальная схема закрепления образца (а), геометрические параметры образца для термоусталостных испытаний (б)

Важным параметром эксперимента является также момент защемления образца. В зависимости от температуры при которой происходит защемление, реализуется различный коэффициент асимметрии цикла R, так при защемлении при минимальном значении температуры будем иметь отнулевой цикл с  $R=-\infty$ , а при защемлении при максимальном значении температуры - с R=0.

Высокая стоимость и сложность проведения экспериментальных исследований термоусталостных свойств применительно к эксплуатационным условиям работы лопаток привели к необходимости моделирования термоусталостных испытаний образцов. В данной работе произведен анализ эволюции напряженно-деформированного состояния цилиндрического образца, предложенного Р.А. Дульневым [2] при термоусталостных испытаниях. Геометрия моделируемого образца представлена на рисунке 16. Свойства материала задавались соответствующими поликристаллическому жаропрочному сплаву ЖС6Ф.

Моделирование проводилось при помощи метода конечных элементов (КЭ). Задача решалась в осесимметричной постановке. В КЭ расчетах рассматривалась половина образца с применением условий симметрии. Значения температур, задаваемые вдоль образца, представлены на рисунке 2а. Податливый элемент моделировался добавлением фиктивного

материала заданной жесткости. С целью нивелирования осевых температурных деформаций фиктивного материала (это диктуется условием его постоянной жесткости) вдоль оси образца коэффициент температурного расширения задавался анизотропным - равным нулю в продольном направлении и равным коэффициенту температурного расширения основного материала в радиальном. КЭ модель образца представлена на рисунке 26.



Рис. 2. Зависимость температуры образца от времени (а), КЭ модель образца (б)

В работе представлены результаты моделирования семи циклов нагрева образца. Принималось, что закрепление образца проводилось при температуре  $T_{3aii} = \frac{T_{max} - T_{Muh}}{T_{max} - T_{Muh}} \frac{\sigma_{02}(T_{max})}{T_{max} - T_{muh}}$ 

 $2 \qquad \overline{\sigma_{02}(T_{\rm MUH})}$ 

На рисунке 3 представлены поля интенсивности напряжений, полных и пластических деформаций, а так же их осевых компонент при максимальной температуре образца на первом цикле. Видно, что максимальные напряжения возникают в рабочей части образца. Поле пластических деформаций демонстрирует неоднородный характер (рис. 3г). После седьмого цикла суммарно накопленная пластические деформации достигают 11%. Также важно отметить, что с ростом числа циклов возрастает доля компенсации пластических деформаций, вызванная деформацией растяжения при понижении температуры. На рисунке 4 представлены зависимости напряжений и деформаций от времени цикла, а так же кривая циклического деформирования.



Рис. 3. Распределение полей в образце: а) интенсивность напряжений по Мизесу, б) интенсивность деформаций по Мизесу, в), осевые деформации, г) интенсивность пластических деформаций по Мизесу, д) осевые пластические деформации.



Рис. 4. Кривые зависимости осевых напряжений от времени (а), интенсивности пластических деформаций от времени (б) и кривая циклического деформирования (в)

На основе проведения рассмотренных выше испытаний могут быть определены параметры материала в уточненных критериях термической усталости [3].

В ходе проведенного анализа было выявлено значительное влияние распределения температуры вдоль образца на его напряженно-деформированное состояние, что в совокупности с варьированием режимов температурного цикла и жесткостей дополнительного податливого элемента является предметом дальнейших исследований. Также предполагается выполнить сравнение эффективности применения цилиндрического образца в сравнении с плоским корсетным образцом [3] для термоусталостных испытаний.

Полученные результаты находятся в качественном соответствии с результатами расчетов с использованием структурной модели [4].

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №16-08-00845).

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Coffin L.F. A Study of Cyclic-thermal Stress in Ductile Metal // Journal of Pressure Vessel Technology, Transaction of the ASME. 1954. V. 76. P. 931-950.

2. Дульнев Р.А., Котов П.И. Термическая усталость металлов – М. Машиностроение, 1980 г.

3. Семенов А.С., Гецов Л.Б. Критерии термоусталостного разрушения монокристаллических жаропрочных сплавов и методы определения их параметров // Проблемы прочности. 2014. № 1. С. 50-62.

4. Кононов К.М., Мартыненко П.Е., Садаков О.С. Кинетика деформирования образца при испытаниях на термическую усталость с выдержкой // Материалы Всесоюзного симпозиума по малоцикловой усталости при повышенных температурах. Выпуск 3. Челябинск, 1974, С.56-72

А.И. Грищенко, Д.А. Третьяков, А.С. Семенов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# ВЫЯВЛЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ МЕЖДУ АКУСТИЧЕСКОЙ АНИЗОТОРОПИЕЙ И МЕРАМИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРУЕМОГО СОСТОЯНИЯ ДЛЯ ПЛАСТИНЫ С ОТВЕРСТИЕМ ПРИ ОДНООСНОМ РАСТЯЖЕНИИ

Одним из перспективных методов неразрушающего контроля, позволяющим определить текущее напряженно-деформированное состояние нагруженной конструкции без предварительной разгрузки является подход, основанный на измерении акустической анизотропии.

Метод заключается в измерении относительной разности скоростей распространения поперечных акустических волн различной поляризации:

$$\Delta a = 2(v_1 - v_2)/(v_1 + v_2).$$
<sup>(1)</sup>

В работе [1] впервые теоретически показано и экспериментально подтверждена пропорциональность акустической анизотропии  $\Delta a$  действующему осевому напряжению. При этом использовалась нелинейно упругая модель Мурнагана. Однако, данная модель учитывает лишь упругие деформации и не учитывает пластическую деформацию, поврежденность и другие факторы, оказывающие существенное влияние на акустическую анизотропию [2,3].

Целью данного исследования является оценка влияния напряженно-деформированного состояния (НДС) материала на акустическую анизотропию при упруго-пластическом деформировании. Для этого была проведена серия экспериментов по растяжению образцов с центральным круговым отверстием (рис. 1). Образцы изготовлены из алюминиевого сплава АМЦ.

Образец подвергся жесткому нагружению, во время которого измерялась акустическая анизотропия. Замеры производились в характерных точках, представленных на рисунке 1. Результаты измерения акустической анизотропии для симметрично расположенных точек усреднялись. Измерения производились при помощи прибора ИН5101А, осуществляющего ударное возбуждение ультразвуковых волн в исследуемом теле и прием отраженного сигнала с помощью пьезопреобразователей. Результаты измерений акустической анизотропии в различных точках приведены ниже, на рис. 2.



Рис. 1. Геометрические характеристики образца и расположение точек измерения акустической анизотропии



Рис. 2. Результаты измерений акустической анизотропии

В связи с тем, что экспериментальное определение всех компонент тензоров напряжений и деформаций при многоосном НДС в условиях развитой пластичности является затруднительным было проведено конечно-элементное (КЭ) моделирование процесса растяжения образца. В КЭ расчетах рассматривалась четверть образца с применением условий симметрии на соответствующих гранях.

Поля компонент НДС моделируемого образца и поле акустической анизотропии, полученное путем квадратичной интерполяции экспериментальных данных при продольной деформации 1%, представлены на рисунке 3. Наблюдается хорошая корреляция распределения интенсивности напряжений с полем акустической анизотропии (рис. 3а и б). Поле интенсивности напряжений по Треска (пропорционально  $\sigma_1 - \sigma_2$ ) практически совпадает с интенсивностью по Мизесу. Распределение полей интенсивности пластических деформаций и энергии пластического деформирования демонстрируют несколько худшую корреляцию.



Рис. 3. Распределение полей: а) акустической анизотропии, б) расчетной интенсивности напряжений по Мизесу, в) интенсивности пластических деформаций по Мизесу, г) энергии пластического деформирования



Рис. 4. Зависимости а) интенсивности напряжений по Мизесу, б), интенсивности напряжений по Треска, в) интенсивности пластических деформаций по Мизесу, г) энергии пластического деформирования от осевой деформации образца

На начальном этапе нагружения акустическая анизотропия растет линейно (рис. 2), причем в точках образца, где отсутствует пластическая деформация (см. рис. 4в) она практически не меняется (точки 5 и 6), и растет быстрее там где пластические деформации наибольшие (точки 1 и 2).

Резкое увеличение значения акустической анизотропии наблюдается при значениях продольной деформации образца больших 3% (в точках 1 и 2). Данный факт можно объяснить накоплением повреждений в окрестностях этих точек. Именно в них в дальнейшем и происходит разрушение. В связи с этим вопрос влияния поврежденности на акустическую анизотропию остается открытым и является предметом дальнейших исследований. Планируется разработать модели зависимости акустической анизотропии от поврежденности, качественно схожую с моделью высокотемпературной ползучести материала, где наблюдаются схожие эффекты связанные с накоплением поврежденности [4]. Так же в планируется разработка модели учитывающей анизотропию поврежденности.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект №15-19-00091).

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Hughes D. S., Kelly J. L. Second-order elastic deformation of solids // Physical review. 1953. V. 92. №. 5. P. 1145.

2. Беляев А.К., Лобачев А.М., Модестов В.С., Пивков А.В., Полянский В.А., Семенов А.С., Третьяков Д.А., Штукин Л.В. Оценка величины пластической деформации с использованием акустической анизотропии.- Механика твердого тела. 2016. № 5. С. 124-131.

3. Н. Е. Никитина. Акустоупругость и контроль напряжений в элементах машин. - Препринт № 21.-.Гф ИМАШ АН СССР. Горький. 1980. 19 с.

4. Grishchenko A.I., Semenov A.S. Effective methods of parameter identification for creep models with account of III stage MATEC Web of Conferences 53, 01041 (2016).

И.А. Долгов<sup>1</sup>, Ю.В. Новожилов<sup>2</sup>, Д.А. Юнгмейстер<sup>3</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого <sup>2</sup>ЗАО «КАДФЕМ Си-Ай-Эс», <sup>3</sup>Санкт-Петербургский Горный Университет

## КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНО-ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ СОУДАРЕНИИ ТРЕХ СТЕРЖНЕЙ РАЗЛИЧНОЙ МАССЫ

*Введение*. Выпускаемые в настоящее время переносные перфораторы предназначены для бурения горизонтальных и наклонных шпуров с применением пневматических поддержек или других установочно-подающих устройств. Их применяют при проведении горных выработок, добыче полезных ископаемых и других буровзрывных работ.

Принцип работы машин ударного действия заключается в том, что работа удара перфоратора превращается в полезную работу разрушения забоя шпура за счет передачи ударом энергии, запасенной поршнем ударной системы и переданной исполнительному органу (буру, коронке и т.д.). Чем большая часть энергии поршня передается исполнительному органу, тем выше КПД передачи удара, больше производительность устройства, эффективнее бурение.

Решая проблему повышения КПД передачи удара, была предложена новая конструкция ударной системы, предусматривающая введение между поршнем и штангой дополнительного тела – бойка малой массы, который в ходе движения совершает серию высокочастотных ударов между сближающимся поршнем-ударником и штангой-забурником, называемую дребезгом. В процессе данного движения происходит порциальная передача энергии от поршня-ударника к штанге-преграде, увеличивается пластичность удара без изменения физических свойств материалов. Реализуется квазипластический удар [1]. КПД передачи удара в таком случае значительно выше.

*Цель работы* – конечно-элементное (КЭ) моделирование процессов при соударении стержней различной массы, исследование процесса «дребезга» бойка и последующего квазипластического удара и их влияние на увеличение КПД передачи ударного импульса, сравнение результатов, полученных при ударном воздействии стандартной и модернизированной схемой в двух постановках задачи – твердотельной и волновой.

В данной работе рассматривается две упрощенных модели перфоратора (цилиндрические стержни): стандартная, состоящая из поршня-ударника и штанги-забурника и модернизированная, в которой между поршнем и штангой находится тело малой массы – боек. Для обеих моделей были рассмотрены две постановки: твердотельная, в которой все элементы системы перфоратора моделировались абсолютно твердыми телами и волновая, в которой элементы системы моделировались деформируемыми.

Параметры моделей, в соответствии с рисунком 1, соответственно равны  $m_1 = 2 \, \mathrm{кr}$ ,



Рис. 1. Стандартная и модернизированная модели

упком 1, соответственно равны  $m_1 = 2$  кг,  $d_1 = 5$  см,  $m_2 = 10,05$  кг,  $d_2 = 25$  мм,  $m'_2 = 10,025$  кг,  $m_3 = 25$ г.  $m'_2$  и  $m_3$  подобраны так, чтобы  $m_2 = m_3 + m_2'$  для того, чтобы работать с системами, которые имеют равные массы. Данные параметры полностью удовлетворяют условиям возникновения эффекта дребезга в системе трех тел [1,2]:

 $rac{4R^2}{(1+R)^2} < rac{m_1 m_2'}{(m_1+m_3)(m_3+m_2')}$  и  $T_{дp} < T_{вол}$ , где R – коэффициент восстановления скорости. R=5/9 – для удара между стальными телами [3],  $T_{BOJ} = 2l \sqrt{\frac{\rho}{E}}$  – время распространения волны в штанге,  $T_{dp} = \frac{(1+R)}{h+R} \frac{s}{V_{ny}}$  – время «дребезга» [4]. В обеих моделях материал стержней – сталь с параметрами  $\rho = 7800 \frac{\text{kr}}{\text{M}^2}$ ,  $E = 2,1 * 10^{11} \text{Па}, \nu = 0,3$ . Так же в обеих моделях штанга-забурник находится в контакте с горной породой, материал которой моделировался бетоном, из-за схожести их физико-механического поведения, с параметрами  $\rho = 2314 \frac{\text{kr}}{\text{M}^3}, \sigma_{CK} = 25 \text{ МПа} \Rightarrow$ f = 2,5 – крепость по шкале Протодьяконова,  $\sigma_{CK}$  – предел прочности на сжатие. Домен бетона - цилиндрический стержень с параметрами r = 150 мм, L = 150 мм. Для описания свойств бетона использовалась модель RHT concrete strength, так как данная модель хорошо описывает поведение геологических материалов.

Далее проводилось создание КЭ модели с учетом осевой симметрии цилиндрических стержней, поэтому можно рассмотреть не цилиндрические стержни полностью, а половину сечения каждого из них. Граничными условиями являлось отсутствие горизонтальных перемещений на краю домена бетона. В качестве начальных условий выступает начальная скорость поршня равная  $V_0 = 10 \frac{M}{c}$ .

Для решения задачи использовалась программная система КЭ анализа Ansys Explicit STR, в которой реализована схема явного интегрирования по времени, что позволяет в полной мере описать волновой процесс во время удара и проникновение штанги-забурника в домен горной породы.

*Результаты.* В ходе выполнения данного исследования, были выведены графики полной энергии в горной породе для модели №1 и модели №2 (рис.2, 3), для сравнения эффективности передачи энергии горной породе для этих схем. Так же данные схемы были рассмотрены в двух постановках: твердотельной (рис. 2) и волновой (рис. 3).



Рис. 2. Полная энергия горной породы для твердотельной постановки

Можно увидеть, что в случае модернизированной схемы в горную породу предается большее количество энергии, которая, превращаясь во внутреннюю энергию породы, способствует разрушению породы. Установившиеся внутренние энергии  $E_1 = 30,1$  Дж,  $E_2 = 34$  Дж. Таким образом, в горную породу от модернизированной модели передается на 13% больше, чем в случае стандартной схемы вследствие чего увеличивается проходка (перемещение штанги-забурника в породе) на 7%.



Рис. 3. Полная энергия горной породы для волновой постановки

Установившаяся внутренняя энергия породы при воздействии на нее модернизированной схемой и в стандартной схемой при первом прохождении волны соответственно равны  $E_2 = 38,1 \, \text{Дж}, E_1 = 29,9 \, \text{Дж}$ . То есть модернизированная схема передает на 27% энергии больше, чем стандартная. А при втором прохождении волны -  $E_2 = 57,86 \, \text{Дж}, E_1 = 54,5 \, \text{Дж}$ . То есть после второго прохождении волны растяжения-сжатия в штанге-ударнике модернизированная схема передает только на 6% энергии больше, чем стандартная. Вследствие чего увеличивается забуривание штанги на 9%.

*Выводы.* В данной работе было проведено конечно-элементное моделирование динамики взаимодействия составных частей перфоратора для двух его моделей стандартной (поршень - штанга) и модернизированной (поршень-боек-штанга) для двух постановок твердотельной и волновой.

Для обеих постановок модернизированная схема показывает более эффективную передачу энергии горной породе, вследствие чего увеличивается количество разрушенной породы, проходка перфоратора и скорость бурения.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Нагаев Р.Ф. Механические процессы с повторными затухающими соударениями / М.: Наука, 1985. 2. Пивнев В.А., Юнгмейстер Д.А., Лавренко С.А., Сабитов А.Э. Модернизация конструкции перфоратора ПП-54 для условий рудников ОАО «Апатит»// Горная Промышленность, 2012, №5, С.75.

3. Бидерман В.Л. Прикладная теория механических колебаний / М.: Высшая Школа, 1972.

4. Юнгмейстер Д.А., Бурак А.Я., Пивнев В.А., Судьенков Ю.В. Основные результаты исследований перфоратора со сдвоенной ударной системой «поршень-боек-штанга» // Горное оборудование и электромеханика, 2006, №3, С.17–20.

## РОБАСТНО-АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ИНЕРЦИОННЫМИ ОБЪЕКТАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

В работе рассматривается актуальная проблема управления широким классом динамических объектов, характеристики которых могут неконтролируемым образом изменяться в широком диапазоне, что эквивалентно изменению параметров их динамических моделей. Подобная же ситуация управления в условиях неопределенности возникает при постоянных, но в большой мере неизвестных параметрах модели объекта, что характерно для проектирования систем автоматики в сжатые сроки. Каждый из двух известных подходов к управлению в условиях неопределенности, то есть робастное или адаптивное управление [1], страдает существенными недостатками. Постоянно используемые робастные настройки регулятора, ограждая объект управления от предаварийных или аварийных ситуаций, в среднем обеспечивают невысокие показатели качества управления. Применение идентификационного подхода к адаптации в силу необходимости активного вмешательства в режим нормальной эксплуатации управляемого процесса также чревато серьезными отклонениями от расчетного режима на стадии идентификации параметров динамической модели процесса [2]. В качестве альтернативы предлагается новая методика робастноадаптивного управления в условиях интервальной неопределенности параметров модели управляемого объекта. Суть методики состоит в том, что настройки регулятора рассчитываются в зависимости от автоматически формируемых данных о наличии или отсутствии разладки системы автоматического управления. При этом направление изменения настраиваемых коэффициентов регулятора определяется характером разладки. Процесс самонастройки регулятора организован таким образом, что «слабые» робастные настройки используются лишь в случае угрозы потери устойчивости, а переход к более «сильным» настройкам осуществляется без использования процедуры идентификации в духе методов прямой адаптации. Изложение ведется применительно к инерционным объектам с запаздыванием, управляемым посредством пропорционально-интегрального (ПИ) регулятора (рис. 1). Ввиду отсутствия аналитических методов в качестве основного инструмента исследования используется имитационное моделирование в программной среде MATLAB -SIMULINK.

Система РАУ включает ПИ-регулятор, а также блок обнаружения разладки системы автоматического управления (САУ), который в случае разладки обращается к блоку настройки параметров ПИ-регулятора. Исследование проводилось при двух видах возмущений n: наиболее сложного для компенсации ступенчатого и случайного. Без потери общности было принято, что заданное значение выходной переменной  $y^{30} = 0$ .

В случае ступенчатых возмущений для



Рис. 1. Схема робастно-адаптивного управления (РАУ)

обнаружения разладки служит время затухания переходного процесса. Для определения характера разладки («сильная»/«слабая») используется такой показатель колебательности как число пересечений графиком переходного процесса нулевой отметки. Большая

колебательность говорит о слишком «сильных» настройках регулятора, медленный монотонный спад – о слишком «слабых» настройках.

При случайных воздействиях невозможно выделить переходный процесс. Однако экспериментально и аналитически можно доказать, что колебательному характеру переходного процесса при ступенчатых возмущениях соответствует сходный колебательный характер корреляционной функции процесса y(t) при случайных возмущениях. Отсюда следует, что при случайных воздействиях для определения наличия и характера разладки можно использовать время спада и колебательность корреляционной функции.

Введем вектор параметров «истинной» модели объекта управления  $\mathbf{Z} = [k, T, \tau]^T$  и вектор параметров регулятора  $A = [k_n, k_i]^T$ . В рамках той или иной методики параметры регулятора рассчитываются в зависимости от параметров расчетной модели управляемого объекта  $Z_r = [k_r, T_r, \tau_r]^T$ , то есть  $A = F(Z_r)$ , причем в условиях неопределенности модель  $\mathbf{Z}_r$  может отличаться от  $\mathbf{Z}$ . В условиях интервальной неопределенности заданы интервалы возможных значений параметров объекта управления  $\underline{k} \leq k \leq \overline{k}, \quad \underline{T} \leq T \leq \overline{T}, \quad \tau \leq \tau \leq \overline{\tau}$ . При использовании расчетной методики так называемого «компенсационного» метода [3] робастные настройки определялись по правилу  $A_{rob} = F(Z_r)$ , где  $Z_r = Z_{rob} = [\bar{k}, \bar{T}, \bar{\tau}]^T$  [4],  $\boldsymbol{A}_{nom} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{Z}_r),$ настройки правилу номинальные по где  $\mathbf{Z}_{r} = \mathbf{Z}_{nom} = \left[ (\underline{k} + \overline{k}) / 2, (\underline{T} + \overline{T}) / 2, (\underline{\tau} + \overline{\tau}) / 2 \right]^{T}$ , а адаптивные настройки – по правилу  $A_{ad} = F(Z).$ 

В ходе исследований рассматривался алгоритм робастно-адаптивного управления, удовлетворяющий следующей схеме. В очередном *i*-м цикле адаптации формируется оценка корреляционной функции и делается заключение о наличии и типе разладки САУ. Если разладка не обнаружена, то настройки регулятора остаются неизменными  $A^{(i)} = A^{(i-1)}$ . Если обнаружена «сильная» разладка, то система переходит к «слабым» робастным настройкам регулятора  $A^{(i)} = A_{rab}$ . Если обнаружена «слабая» разладка, то система начинает  $A^{(i)} = F(\mathbf{Z}_{r}),$ постепенно усиливать регулятор по правилу где  $Z_r = Z^{(i)} = Z^{(i-1)} + h(Z_{nom} - Z_{rob}),$  а положительный множитель h является настраиваемым параметром алгоритма.

Для проверки эффективности предложенного способа управления была выполнена большая серия численных экспериментов, имитирующих работу замкнутой САУ. Область возможных значений параметров модели объекта представляет собой параллелепипед в трехмерном пространстве  $k, T, \tau$ . В предположении, что каждый из трех параметров модели может принимать крайние или среднее значения в заданном диапазоне, было получено 27 различных объектов управления (см. рис. 2а). Для каждого из этих вариантов были опробованы четыре способа настройки параметров: «традиционный» ( $A = A_{nom}$ ), «робастный» ( $A = A_{rob}$ ), «адаптивный» ( $A = A_{ad}$ ) и рассмотренный выше «робастно-адаптивный», при котором расчетный объект находится на диагонали параллелепипеда, проходящей через точки  $Z_{rob}$  и  $Z_{nom}$ . Показателем качества управления считалось среднеквадратичное отклонение (СКО) выходной переменной от нуля. На рис. 26 представлены графики, позволяющие сравнить относительную эффективность разных способов настройки ПИ-регулятора для объекта с интервальной неопределенностью

 $1 \le k \le 4$ ,  $5 \le T \le 20$ ,  $2 \le \tau \le 10$ , функционирующего при случайных возмущениях с нормированной корреляционной функцией  $r(\theta) = \exp(-|\theta|/30)$ .

Что касается «номинальных» настроек в расчете на середину интервалов неопределенности, то они не допустимы, так как при неблагоприятной ситуации (точки 10, 19, 20, 22 на рисунке 2a) система теряет устойчивость. Поскольку наименьшее СКО достигается при адаптивном управлении благодаря использованию при настройке регулятора «истинной» модели управляемого объекта, то естественным показателем эффективности способов робастного и робастно-адаптивного управления служит относительное увеличение СКО по сравнению с адаптивным управлением. На рисунке 2б значения этого показателя приведено для всех 27 рассматриваемых вариантов. Обработка представленных графиков показывает, что робастное управление уступает адаптивному в среднем на 42%, в то время как робастно-адаптивное – всего на 16%.



Рис. 2. Сравнение разных способов управления:

a) область возможных значений параметров модели объекта управления, б) относительные потери качества управления для разных методов настройки параметров регулятора

Таким образом, робастно-адаптивное управление позволяет избавиться от излишней «осторожности» робастного управления и вместе с тем при относительно малых потерях качества управления – избежать сложностей реализации адаптивного управления, связанных с необходимостью активной идентификации модели объекта управления в режиме его нормальной эксплуатации.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Первозванский А. А. Курс теории автоматического управления // СПб., Изд-во «Лань», 2010, 624 с. 2. Ротач В.Я. Теория автоматического управления: Учебник для вузов. // М., Издательство МЭИ, 2004, 400 с.

3. Яковис Л.М. Простые способы расчета типовых регуляторов для сложных объектов промышленной автоматизации // Автоматизация в промышленности №6, 2007, с. 51 – 56.

4. Матвеичев И.В., Яковис Л.М. Робастная настройка типовых регуляторов при управлении инерционными объектами с запаздыванием // XXXVI Неделя науки СПбГПУ. Материалы Всероссийской межвузовской научно-технической конференции студентов и аспирантов. Ч. IV. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2008, с. 90 – 91.

Н.А. Ермоленко, А.С. Немов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СЕТЧАТЫХ КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Введение. Сетчатые конструкции получили в наши дни широкое распространение во многих областях. Их очевидными преимуществами являются легкость и значительная экономия материала. Подобные конструкции могут быть созданы из разнообразных материалов, включая тканые материалы, дерево, железобетон. В авиационном и космическом проектировании, однако, наибольшее распространение получили конструкции из легких металлов (например, сплавов алюминия) и композиционных материалов.

Стоит отметить, что композиционные материалы обладают значительными преимуществами перед металлами. При условии нагружения композита вдоль направления волокон при замене металлических сплавов композитными материалами происходит снижение массы конструкции в среднем на 15-20%. При этом некоторые современные углепластики в несколько раз превосходят алюминиевые сплавы по удельной прочности и удельной жесткости [2]. Но это верно только в случае приложения нагрузки вдоль волокон, в противном случае эффективность использования композитов сильно снижается; металлы же, в отличие от композитов, являются изотропными.

Однако в случае применения сетчатых конструкций однонаправленные композиционные материалы выигрывают по сравнению с металлами. Сетчатые конструкции проектируются таким образом, чтобы материал работал преимущественно вдоль направления армирования, что позволяет сохранить в конструкции исключительные прочностные свойства композитов. Поэтому сетчатые композитные конструкции в настоящее время активно применяются в авиакосмической отрасли.

*Цели и задачи работы.* Целью данной работы являлось решение задачи параметрической оптимизации плоской сетчатой композитной конструкции типа «плита» с помощью программной системы конечно-элементного анализа ANSYS и среды оптимизации modeFRONTIER.

Конструкция типа «плита» представляет собой решетку из ребер различного направления, количество, размеры и расположение которых должны быть определены в процессе проектирования. По контуру плита опирается на опоры. В центре закреплена небольшая стальная накладка, к которой приложена распределенная нагрузка. Материал, из которого должна быть изготовлена конструкция – однонаправленный углепластик. Рассматривалась задача оптимизации данной конструкции при условии приложения центральной нагрузки, ортогональной плоскости плиты: такое нагружение является типичным для подобных конструкций.

На первом этапе работы была решена модельная задача для простейшей сетчатой конструкции, представляющей собой решетку из равномерно расположенных вертикальных и горизонтальных ребер. На основе полученных результатов была определена наиболее удобная с точки зрения времени расчета конечно-элементная постановка исходной задачи: оболочечная, с использованием линейного типа элемента SHELL.

Далее было проведено сравнение зависимостей прогиба от массы плиты для нескольких выбранных конфигураций, отличающихся друг от друга значениями некоторых варьируемых параметров. В качестве таких параметров были приняты количество горизонтальных/вертикальных и диагональных ребер; угол наклона α диагональных ребер к горизонтальной оси; угол наклона β диагональных ребер к плоскости плиты.

В качестве исходной конфигурации №1 была рассмотрена плита с равномерно расположенными ребрами под углом 45°к горизонтали; было показано, что для конструкции, имеющей квадратную форму, наименьший прогиб достигается именно при таком угле наклона ребер. Также рассматривались еще два возможных расположения ребер: №2 конфигурация №1 с некоторым варьируемым количеством добавленных горизонтальных и вертикальных ребер; №3 - конфигурация №1 с варьируемым углом наклона ребер к плоскости плиты (рис.1). В ходе работы была также отдельно выделена и рассмотрена конфигурация №4 с некоторым числом симметрично расположенных диагональных ребер и двумя ребрами, горизонтальным и вертикальным, проходящими через центр плиты.



Рис. 1. Различные конфигурации конструкции типа «плита»

На рисунке 1 приведены деформированные состояния для всех конфигураций при приложении нагрузки к накладке в центре плиты.

Также для данных конфигураций плиты был проведен анализ собственных частот. Для конструкций, используемых в аэрокосмической отрасли, наиболее типично требование по ограничению собственных частот снизу, поэтому в работе одним из критериев оптимизации конструкций был выбран критерий максимизации первой собственной частоты.

Результаты, полученные при рассмотрении нескольких произвольно выбранных конфигураций конструкции, были проверены с помощью параметрической оптимизации, проведенной в среде modeFRONTIER.

Была решена задача параметрической оптимизации с тремя целевыми функциями: масса  $\rightarrow$  min; прогиб  $\rightarrow$  min; первая собственная частота  $\rightarrow$  max. Параметры оптимизации: количество диагональных ребер и количество вертикальных/горизонтальных ребер.

Задача решалась методом MOGA-II - Multi-Objective Genetic Algorithm, который относится к генетическим алгоритмам, использующим для оптимизации механизмы, аналогичные естественному отбору в природе [1]. Данный алгоритм предназначен для быстрого нахождения множества оптимальных решений (фронта Парето) в задачах с дискретными переменными [3,4]. В результате были получены две зависимости перемещения и первой собственной частоты - от массы конструкции.

*Результаты*. В работе было показано, что конфигурация №4 конструкции типа «плита» является оптимальной как с точки зрения минимизации прогиба (рис.3), так и с точки зрения максимизации первой собственной частоты.



Рис. 2. Результаты параметрической оптимизации



Рис. 3. Сравнение зависимостей прогиба плиты от массы для конфигураций №1-4

Полученный результат был подтвержден с помощью параметрической оптимизации. На графиках зависимости перемещения и первой собственной частоты от массы конструкции, полученных в результате оптимизации, точки, соответствующие конфигурации №4, образовывали огибающие кривые, являясь, таким образом, множеством оптимальных решений рассмотренной задачи (рис. 2).

*Вывод.* В работе была рассмотрена задача оптимизации топологии плоской сетчатой композитной конструкции типа «плита». Для такой конструкции с помощью среды оптимизации modeFRONTIER определено множество оптимальных по заданным критериям решений. Полученные результаты могут быть в дальнейшем использованы при решении задач о нахождении оптимальной топологии сетчатой композитной конструкции для более сложных случаев нагружения и при дополнительных ограничениях. В данной работе не были установлены ограничения на массу и максимальный прогиб плиты; при постановке конкретной задачи оптимальная конфигурация плиты может быть выбрана из найденного в работе множества с учетом заданных ограничений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научнотехнологического комплекса России на 2014–2020 годы», уникальный идентификатор ПНИЭР RFMEFI58114X0005).

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Гладков Л. А., Курейчик В. В., Курейчик В. М. Генетические алгоритмы: Учебное пособие. — 2-е изд. — М: Физматлит, 2006.

2. Корогодова И.В., Зданевич В.В. Композитные сетчатые конструкции в современном авиастроении. Материалы VI международной научно-практической интернет-конференции «Альянс наук: ученый – ученому». URL: http://www.confcontact.com/20110225/tn2\_kogor.php - Таганрог, 2011.

3. Poles S. Technical Report 2003-006, MOGA-II An improved Multi-Objective Genetic Algorithm, 2003. 14 p.

4. Reeves C.R., Rowe J.E. Genetic Alghorithms - Principles and perspectives - A Guide to GA Theory. Kluwer Academic Publishers, 2002. 337 p.

# СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВЯЗКОУПРУГО-ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ И УПРУГО-ВЯЗКО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЕЙ МАТЕРИАЛА ПРИ МОНОТОННОМ НАГРУЖЕНИИ

Анализ напряженно-деформированного состояния дисков современных газовых турбин, подверженных интенсивному высокотемпературному комбинированному термомеханическому нестационарному воздействию, производится с учетом эффектов пластичности и ползучести [1]. При выполнении расчетов прочности, долговечности и трещиностойкости турбинных дисков возникает проблема выбора адекватной модели неупругого деформирования материала. Современные конечно-элементные программные комплексы обладают широким спектром моделей материала и перед расчетчиком возникает нетривиальная задача выбора наиболее подходящей модели. Основой принятия решения является сопоставление предсказательных способностей моделей с учетом специфики конкретных условий нагружения рассматриваемого диска.

Целью настоящего исследования является изучение особенностей и сравнение прогнозов двух основных классов моделей вязкопластического поведения материалов [2]:

- вязкоупруго-вязкопластической (elastic-viscoplastic) модели, обладающей вязкими свойствами как ниже, так и выше предела текучести;
- *упруго-вязкопластической* (elastic/viscoplastic) модели, обладающей вязкими свойствами только выше предела текучести.

Сравнение производилось на основе сопоставительного анализа поведения двух простейших реологических моделей (рис. 1 и 2) при одноосном монотонном нагружении. Метод реологических моделей обеспечивает термодинамическую состоятельность [3] для модели произвольной степени сложности, обладая преимуществами визуального конструирования модели. При проведении сравнительного анализа рассматривались комбинации линейного упругого элемента (пружины), линейного вязкого элемента и идеального элемента сухого трения. При рассмотрении конкретных материалов могут быть использованы более сложные нелинейные аналоги, например в целях более точного описания высокотемпературной ползучести металлов может быть введен вязкий элемент со степенным законом ползучести Нортона. Для обеспечения возможности описания произвольного мягкого нагружения (а не только  $\sigma < \sigma_{\rm T}$ ) в реологическую модель вязкоупруговязкопластического материала (рис. 1) параллельно пластическому элементу введен упругий элемент *H*, позволяющий учесть линейное упрочнение [4].





Рис. 1. Реологическая модель вязкоупруговязкопластического материала.

Рис. 2. Реологическая модель упруговязкопластического материала.

В модели *вязкоупруго-вязкопластического* материала (рис. 1) полная деформация представляет собой сумму деформаций упругого, вязкого и пластического элементов:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}^{e} + \mathcal{E}^{v} + \mathcal{E}^{p}, \qquad (1)$$

где упругая, вязкая и пластическая деформации вычисляются на основе соотношений

$$\varepsilon^{e} = \frac{\sigma}{E}, \qquad \dot{\varepsilon}^{v} = \frac{\sigma}{\eta}, \qquad \dot{\varepsilon}^{\dot{p}} = \begin{cases} 0, & |\sigma - H\varepsilon^{p}| < \sigma_{T} \\ \dot{\lambda}(\sigma - H\dot{\varepsilon}^{p}), & |\sigma - H\dot{\varepsilon}^{p}| = \sigma_{T} \end{cases}$$
(2)

При <u>мягком</u> монотонном нагружении (задана история изменения напряжений в виде  $\sigma = kt$ ) следствием интегрирования (1)-(2) получаем зависимость деформаций от времени, которую можно представить в виде зависимости между деформациями и напряжениями:

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma^2}{2k\eta}, & \sigma < \sigma_{\rm T} \\ \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma^2}{2k\eta} + \frac{\sigma - \sigma_{\rm T}}{H} & , \sigma \ge \sigma_{\rm T} \end{cases}$$
(3)

При <u>жестком</u> монотонном нагружении (задана история изменения деформаций в виде  $\varepsilon = qt$ ) следствием интегрирования (1)-(2) получаем зависимость напряжений от деформаций в виде:

$$\sigma = \begin{cases} Eq\tau(1 - e^{\frac{-\varepsilon}{q\tau}}), & t < t_p \\ \sigma_{\mathrm{T}}e^{\frac{-(\varepsilon-t_p)}{\tau_{\mathrm{T}}}} + E_Tq\tau_{\mathrm{T}} \left[1 - e^{\frac{-(\varepsilon-t_p)}{\tau_{\mathrm{T}}}}\right], & t \ge t_p \end{cases}, \tag{4}$$

где  $E_T = 1/(1/E + 1/H)$ ,  $\tau = \eta/E$ ,  $\tau_T = \eta/E_T$ ,  $t_p = \tau \ln\{1/[1 - \sigma_T/(q\eta)]\}$ .

В модели *упруго-вязкопластического* материала (рис. 2) полная деформация представляет собой сумму деформаций упругого и вязкопластического элементов:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{vp}, \tag{5}$$

где упругая и вязкопластическая деформации вычисляются на основе соотношений

$$\varepsilon^{e} = \frac{\sigma}{E}, \qquad \dot{\varepsilon}^{vp} = \begin{cases} 0, & |\sigma - \eta \varepsilon^{p}| < \sigma_{T} \\ \dot{\lambda}(\sigma - \eta \dot{\varepsilon}^{p}), & |\sigma - \eta \dot{\varepsilon}^{p}| = \sigma_{T} \end{cases}$$
(6)

При <u>мягком</u> монотонном нагружении (заданы напряжения в виде  $\sigma = kt$ ) следствием интегрирования (5)-(6) получаем зависимость деформаций от времени, которую можно представить в виде зависимости между деформациями и напряжениями:

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E}, & \sigma < \sigma_{\rm T} \\ \frac{\sigma}{E} + (\sigma - \sigma_{\rm T})^2 / (2k\eta), & \sigma = \sigma_{\rm T} \end{cases}$$
(7)

При <u>жестком</u> монотонном нагружении (заданы деформации в виде  $\varepsilon = qt$ ) следствием интегрирования (5)-(6) получаем зависимость напряжений от деформаций:

$$\sigma = \begin{cases} \varepsilon E, & t < t_p \\ \sigma_{\mathrm{T}} + \eta q \left[ 1 - e^{\frac{-(\frac{\varepsilon}{q} - t_p)}{\tau}} \right], & t \ge t_p \end{cases}, \tag{8}$$

где  $\tau = \eta / E$ ,  $t_p = \sigma_T / (qE)$ .

Результаты сравнения прогнозов рассматриваемых двух моделей при мягком нагружении  $\sigma = kt$  показаны на рис. 3 (приведен пример при  $k=3*10^8$ ). Аналогичное сравнение моделей при жестком нагружении  $\varepsilon = qt$  показано на рис. 4 (приведен пример при q=0,05). При решении использовались следующие константы E=538ГПа,  $\eta=5\Gamma\Pi a$ ,  $\sigma_{0,2}=200$  МПа



Рис. 3. Сравнение прогнозов моделей вязкоупруго-вязкопластического (ВУ-ВП) и упруговязкопластического (УВП) материалов при мягком нагружении



Рис. 4. Сравнение прогнозов моделей вязкоупруго-вязкопластического (ВУ-ВП) и упруговязкопластического (УВП) материалов при жестком нагружении

Полученные аналитические решения для двух рассматриваемых моделей указывают на наличие принципиальных отличий, как при отсутствии, так и при наличии пластического течения. В дальнейшем планируется провести исследование влияния выбора моделей на напряженно-деформированное состояние дисков газовых турбин.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Ignatovich I., Semenov A.S., Semenov S.G., Getsov L.B. Thermal-fatigue analysis of turbine discs under complex thermo-mechanical loading with account of plasticity and creep effects // Applied Mechanics and Materials. 2015. T. 725-726. C. 955-960.

2. Пэжина П. Основные вопросы вязкопластичности, Изд-во "МИР" - Москва, 1968.

3. Пальмов В.А. Нелинейная механика деформируемых тел. СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2014 . 792 с.

4. Семенов А.С. Вычислительные методы в теории пластичности // Изд-во СПбГПУ. 2008. 211 с.

И.А. Керестень, И.Б. Войнов, А.И. Боровков Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ПОВОРОТА РОТОРА МИКРОМЕХАНИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА НА ВОЗНИКАЮЩИЙ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЙ МОМЕНТ

Актуальность. В настоящее время одним из наиболее интенсивно и динамично развивающихся направлений является микросистемная техника, находящая свое применение в различных отраслях, например в автомобилестроении или навигационных системах летальных аппаратов. Статья посвящена исследованию микромеханического гироскопа RR-типа, входящего в состав микромеханических датчиков. Микромеханические гироскопы характеризуются малыми массой и габаритами, низким энергопотреблением, возможностью функционирования в жестких условиях эксплуатации и низкой себестоимостью [1, 2, 3].

Цели и задачи работы. Целью настоящей работы является исследование изменения электростатического момента, действующего на микромеханический гироскоп при относительном повороте ротора. Основными задачами являются: построение пространственной САД-модели геометрической области микромеханического гироскопа; конечно-элементное моделирование распределения полей электрического потенциала в емкостном датчике и расчет электростатического момента; аналитическая оценка электростатического момента; исследование влияния окрестности емкостного датчика на электростатический момент.



Схема микромеханического гироскопа [1]





Общий вид модели микромеханического гироскопа



Половина модели емкостного датчика

Конечно-элементная модель половины емкостного датчика

Рис. 1. Модель микромеханического гироскопа

Постановка задачи. Построение геометрической области модели микромеханического гироскопа выполнено в CAD-системе SolidWorks. Рассматривается 1 поворотная степень свободы  $\varphi$ , обеспечивающая относительный поворот ротора микромеханического гироскопа. Пространство емкостного датчика заполнено воздухом с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ , равной 1. Напряжение на емкостном датчике U равно 1 В.

*Результаты моделирования*. Результаты решения поставленной задачи изображены на рисунке 2. Конечно-элементное моделирование выполнено в CAE-системе ANSYS [4]. Конечно-элементная модель, изображенная на рисунке 1, содержат около 100 000 конечных элементов.



Распределения полей электрического потенциала емкостного датчика без учета учет окрестности емкостного датчика



Распределения полей электрического потенциала емкостного датчика с учетом окрестности емкостного датчика



ЗАВИСИМОСТЬ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО МОМЕНТА ОТ УГЛА ОТНОСИТЕЛЬНОГО 1.6 Х 10<sup>-12</sup> ПОВОРОТА РОТОРА ДЛЯ ПОЛОВИНЫ ЕМКОСТНОГО ДАТЧИКА



Области емкостного датчика, учитываемые в аналитической оценке (выделены черным цветом)

Сравнение результатов моделирования для электростатического момента


В качестве методики для расчета электростатического момента, действующего на микромеханический гироскоп  $M_{\varphi}$ , предлагается использовать формулу (1), допускающую использование половины емкостного датчика при расчете приращения емкости  $C_{\varphi}'$  для оптимизации скорости проведения расчетов.

$$M_{\varphi} = W_{\varphi}' = \left(\frac{1}{2}CU^{2}\right)_{\varphi}' = \frac{1}{2}\left(\frac{q^{2}}{C}\right)_{\varphi}' = -\frac{1}{2}\frac{q^{2}}{C^{2}}C_{\varphi}' = -\frac{1}{2}U^{2}C_{\varphi}', \qquad (1)$$

где W – энергия электрического поля, q – заряд конденсатора.

В качестве аналитической оценки для емкости емкостного датчика предлагается использовать формулу (2), учитывающую емкость только радиальных зазоров [5].

$$C = \sum_{i=1}^{N} \frac{\varphi_i \varepsilon \varepsilon_0 H}{\ln(\frac{r_i + \Delta r_i}{r_i})},$$
(2)

где і – порядковый номер радиального зазора, N – число радиальных зазоров,  $\varphi_i$  – угол сектора, содержащего радиальный зазор,  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная,  $r_i$  – внутренний радиус радиального зазора,  $\Delta r_i$  – величина радиального зазора.

Для вычисления электростатического момента, возникающего в емкостном датчике, необходимо провести суперпозицию электростатических моментов для противоположных поворотов половины емкостного датчика.

Выводы. Проведено исследование изменения электростатического момента, действующего на микромеханический гироскоп при относительном повороте ротора различными подходами, примененными для половины емкостного датчика. Проведено исследование влияния окрестности емкостного датчика на изменение электростатического момента. Несоответствие результатов моделирования для электростатического момента вызвано допущениями аналитической оценки, а именно – неучетом ряда областей, для которых характерно нелинейное увеличение емкости при уменьшении угла относительного поворота ротора. Показано, что окрестность емкостного датчика влияет на величину электростатического момента, что говорит о необходимости учета этого фактора для более точного определения электростатического момента.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. А.С. Ковалев, Д.П. Елисеев, А.А. Белогуров. Анализ уточненной математической модели ММГ RRтипа при воздействии линейных вибраций // Материалы XIV конференции молодых ученых «Навигация и управление движением». – 2012 – С.435-439.

2. А.В. Крысько, Т.Ю. Ярошенко, М.В. Жигалов, С.А. Мицкевич, В.А. Крысько. Нелинейная динамика вибрационных микромеханических гироскопов (ММГ). Часть І. Обзор исследований. // Вестник СГТУ. – 2012. – №2. – С.18-23.

3. Исидорова В.В., Кулешов А.В. Частотные характеристики микромеханического гироскопа // Молодежный научно-технический вестник – 2012, – N3. – 4 с. – Режим доступа: http://sntbul.bmstu.ru/doc/458013.html (16.10.2016).

4. Todd Kaiser. ANSYS Tutorial: Capacitance (GUI Method) // Montana State University EE505 MEMS, 25 p.

5. Л.А. Бессонов. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. 9-е изд., перераб. и доп. – М.: «Высшая школа», 1996. – 638 с.

УДК 539.4:617.581

И.А. Керестень<sup>1</sup>, А.И. Боровков<sup>1</sup>, М.А. Жмайло<sup>1</sup>, А.Н. Коваленко<sup>2</sup>, С.С. Билык<sup>2</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого <sup>2</sup>Российский научно-исследовательский институт травматологии и ортопедии им. Р.Р. Вредена

# КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОМПОНЕНТОВ ТАЗОБЕДРЕННОГО СУСТАВА ДЛЯ ДВУХОПОРНОГО СТОЯНИЯ

Актуальность. Обеспечение нормального функционирования тазобедренного сустава является крайне важной и актуальной задачей. Наличие хирургического вмешательства и нацеленность на однократное проведение успешного эндопротезирования индивидуальным, подходящим и прочным имплантом формируют основные технические требования эндопротезирования: совместимость импланта с уникальной геометрией тазобедренного сустава; соблюдение критерия прочности; качество 3D-печати титанового импланта с пористой структурой (lattice structure); непосредственное качество хирургической операции [1].

Статья посвящена конечно-элементному моделированию, определению и исследованию напряженно-деформированного состояния компонентов тазобедренного сустава для двухопорного стояния. Входными данными для проведения данной работы является индивидуальная CAD-модель тазобедренного сустава, полученная в результате обработки результатов компьютерной томографии. Функционалом данного исследования на выходе является: осведомленность о выполнении или невыполнении условий прочности; определение наиболее уязвимых мест и способов изменения геометрических особенностей, свойств материалов или условий нагружения в целях улучшения показателей прочности тазобедренного сустава.

Цели и задачи работы. Конечной целью работы является обеспечение нормального функционирования компонентов тазобедренного сустава. Основными задачами являются: корректное позиционирование и обработка компонентов САД-модели; построение конечноэлементной расчетной модели, адекватно описывающей напряженно-деформированное состояние компонентов тазобедренного сустава для двухопорного стояния; исследование прочности компонентов тазобедренного сустава.





Базовая ячейка пористой структуры титанового аугмента с относительной плотностью 30% [2, 3]

САD модель импланта с пористой структурой (lattice structure) Рис. 1. Титановый имплант Постановка задачи. Для режима двухопорного стояния рассматривается задача о статическом нагружении таза и импланта нагрузкой, эквивалентной весу пациента. Структура тазобедренной кости аппроксимирована двухкомпонентным материалом – внутренний спонгиозный (губчатый) слой окружен внешним тонким кортикальным (твердым) слоем [4, 5]. Учтена пористая структура импланта (lattice structure), изображенного на рисунке 1. Модель тазобедренного сустава состоит из нескольких компонентов: титанового импланта, полиэтиленового вкладыша, тонкого кортикального и внутреннего спонгиозного слоев кости.

Конечно-элементная постановка задачи. Режим двухопорного стояния предполагает симметричное нагружение тазобедренной кости, обосновывая целесообразность рассмотрения половины расчетной области для оптимизации расчетов. Конечно-элементная расчетная модель, изображенная на рисунке 2, содержит около 2 000 000 конечных элементов. В рамках граничных условий для конечно-элементной расчетной модели выбраны следующие: условия симметрии в виде запрета нормальных перемещений для соответствующей плоскости симметрии кости, приложение выбранных нагрузок к соответствующим компонентам модели и заделка основания бедра.



Рис. 2. Конечно-элементная расчетная модель тазобедренного сустава

Результаты моделирования. Моделирование напряженно-деформированного состояния тазобедренного сустава при двухопроном стоянии было выполнено в CAEсистеме ABAQUS [6]. На рисунке 3 изображено влияние веса пациента на изменение напряженно-деформированного состояния тазобедренной кости. Основное сосредоточение напряжений, близких к критическим, наблюдается в кортикальном слое вокруг отверстий для винтов для обоих представленных случаев. Можно говорить о том, что натяжение титановых винтов является более опасной нагрузкой, т.к. при такой нагрузке напряженнодеформированное состояние локализовано.



Рис. 3. Поле напряжений, осредненных по Мизесу для тазобедренной кости

*Выводы.* Построена конечно-элементная расчетная модель, описывающая напряженнодеформированное состояние компонентов тазобедренного сустава. Для снижения напряженно-деформированного состояния и обеспечения прочности тазобедренной кости необходимо позиционировать винты таким образом, чтобы избегать взаимного влияния со стороны нескольких концентратов напряжений. На базе проведенного исследования прочности тазобедреного сустава для двухопорного стояния можно решить более сложную и актуальную проблему: оценку циклической прочности компонентов тазобедренного сустава при ходьбе.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. А.Н. Коваленко, И.И. Шубняков, С.С. Билык, А.О. Денисов, Р.М. Тихилов. Возможности современных технологий визуализации и моделирования в ортопедии и их роль в разработке индивидуальных конструкций в хирургии тазобедренного сустава. Вестник хирургии им. И.И. Грекова. 2016; Т. 175; (4): 46-52.

2. Ruben Wauthle, Bey Vrancken, Britt Beynaerts, Karl Jorissen, Jan Schrooten, Jean-Pierre Kruth, Jan Van Humbeeck. Effects of build orientation and heat treatment on the microstructure and mechanical properties of selective laser melted Ti6Al4V lattice structures. Addit Manufact 2015;5:77-84.

3. Johan Van der Stok, Olav P. Van der Jagt, Saber Amin Yavari, Mirthe F. P. De Haas, Jan H. Waarsing, Hogler Jahr, Esther M. M. Lieshout, Peter Patka, Jan A. N. Verhaar, Amir A. Zadpoor, Harrie Weinans. Selective laser melting-produced porous titanium scaffolds regenerate bone in critical size cortical bone defects. J. Orthop Res 2013;31:792-9.

4. Р.М. Тихилов, И.И. Шубняков, А.В. Мазуренко, В.И. Митряйкин, О.А. Саченков, А.К. Кузин, А.О. Денисов, Д.Г. Плиев, А.А. Бояров, А.Н. Коваленко. Экспериментальное обоснование установки ацетабулярного компонента с недопокрытием при эндопротезировании пациентов с тяжелой степенью дисплазии. Травматология и ортопедия России. 2013; (4): 42-51.

5. Е.В. Левадный, Д.В. Нуштаев. Исследование напряженно-деформированного состояния верхней трети бедренной кости при ее межвертельном переломе и накостной фиксации с применением шеечного винта со спиралевидной резьбой. 2014; 6. Режим доступа - https://tesis.com.ru/infocenter/downloads/abaqus/abaqus\_es14-dnu.pdf (16.10.2016).

6. Dassault Systemes .ABAQUS 6.13 Online documentation. 2013. Режим доступа - http://129.97.46.200:2080/v6.13/books/usb/default.htm (16.10.2016).

А.А. Кудрявцев, В.С. Модестов, А.В. Лукин Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКИ

Введение. Сегодня трудно представить промышленный мир без бетона и железобетона. Массовые жилые и общественные здания, мосты, плотины гидростанции, телебашни, огромные промышленные комплексы, защитные сооружения — все это построено с помощью железобетона. Если уметь правильно моделировать поведение бетона в различных ситуациях, это поможет предотвратить несчастные случаи и аварийные ситуации.

В 2013 г. в Сосновом Бору проводились испытания железобетонных конструкций на ударные воздействия [1]. Динамические испытания проводились на испытательной площадке, где ранее был проведен монтаж испытательной установки «Удар». Испытываемая балка с помощью козлового крана устанавливалась на подготовленные опоры. Ударная нагрузка осуществляется за счет сбрасывания ударника массой 5100 кг с заданной высоты (26см, 65см, 160см, 250см). Подъем и сброс осуществляется козловым краном, оснащенным автоматическим сбрасывателем. В этой работе рассмотрено лишь два случае падения ударника с высоты 26 см и 65 см, при этом будет рассматриваться продольная арматура.

Процесс моделирования железобетона осуществлялся, используя модель «Concrete damaged plasticity» программной системы Abaqus [2]. Эта модель обеспечивает широкие возможности по моделированию бетона и других квази-хрупких материалов во всех типах конструкций (стержневые, оболочечные и объемные).

*Цель и задачи работы.* Целью работы выполнить сравнительное исследование двух методов моделирования арматуры. Понять поведение железобетонной балки при ударной нагрузке, увидеть влияние арматуры на поведение бетона и сравнить результаты с экспериментом.

При моделировании арматуры рассмотрим две методики: распределенное армирование и встроенное армирование [3]. На рисунке 1 показана схема встроенного армирования. В ней применяются стержневые элементы. В этой модели стержневые и объемные элементы имеют отдельные узлы, при этом задаются уравнения связи между соответствующими степенями свободы в узлах. На рисунке 2 показана схема распределенного армирования. Здесь арматура учитывается в объемных элементах неявно – как распределенная жесткость в направлении армирования.



Рис. 1. Схема встроенного армирования

Рис. 2. Схема распределенного армирования

Основываясь на данных источника [4,5], были построены диаграммы пластического деформирования бетона класса С20 при растяжении и сжатии, которые необходимы для

нелинейной модели с учетом трещинообразования «Concrete damaged plasticity». Рассматривался класс арматуры AIII, с применением упруго-пластической модели.

*Результаты.* Для сравнения двух методик моделирования, была поставлена задача о статическом нагружении балки. Нагрузка на плиту передавалась через твердое тело. Максимальный прогиб достигал 50 мм. Армирование плит по разным методикам показано на рисунках 3-4.



Рис. 3. Плита со встроенным армированием

На рисунке 5 показано изменение суммарной модели по энергии деформации в процессе нагружения. Этот график наглядно указывает на диссипацию энергии вследствие образования трещин В процессе нагружения. По полученным данным можно сделать вывод O TOM, что распределенное армирование преувеличивает несущую способность, поэтому для рассмотрения следующей задачи, будет использоваться встроенная методика армирования.



Рис. 4. Плита с распределенным армированием (бетонная часть не показана)



Рис. 5. Зависимость энергии деформации от прогиба в центральной точке балки

Для моделирования ударной нагрузки была построена модель, представленная на рисунке 6. Для закрепления балки и ее нагружения применяется технология аналитических

программной твердых тел системы ABAQUS. Между твердыми телами и балкой задано контактное взаимодействие без трения. Твердое тело, стоящее на балке имеет массу 2000 кг, масса ударника 5100 кг. Ударник падает на твердое тело с начальной скоростью V<sub>0</sub>. Исследуем два удара с разными скоростями ударника: 2.05 м/с, 3.4 м/с. Опоры, на которых стоит жестко балка, закреплены  $(U_x = U_y = U_z = 0)$ . Как говорилось ранее, использовать будем встроенную методику армирования.



Рис. 6. Испытываемая модель

На рисунках 7 и 8 показано распределение первых главных пластических деформаций в арматуре в момент времени 0.75 с.



Рис. 7. Первые главные пластические деформации при t = 0.75 c, V = 2.05 m/c



Рис. 8. Первые главные пластические деформации при t = 0.75 с, V = 3.4 м/с

В результате проведенного эксперимента были получены распределения параметра деформации раскрытия трещины, представленные на рисунках 9. Сравнивая результаты с экспериментом (рисунок 10), можно утверждать, что CDP модель качественно хорошо описывает работу бетона при вышеуказанных скоростях.



Рис. 9. Параметр деформации раскрытия трещины при t = 0.75 c, V = 3.4 м/c



Рис.10. Результат эксперимента при V = 3.4 м/с

На рисунке 11 показано сравнение прогиба в центральной точке балки, полученного при моделировании, с прогибом, полученным в результате эксперимента. Оценивая полученные данные можно сказать, что максимальная ошибка по прогибу составляет не более 6%.



от времени

*Вывод.* В работе рассмотрены две методики моделирования арматуры. В результате сравнения было выявлено, что встроенное армирование завышает несущую способность, поэтому рекомендуется использовать эту методику в случае армирования высокой плотности. В случае сложной схемы армирования лучше использовать встроенный метод моделирования, но если производится расчет общей прочности железобетона допустимо использовать распределенный метод. В случае удара, выявлено, что модель материала «Concrete damaged plasticity» достаточно реалистично описывает поведение бетона.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Экспериментальное обоснование конструктивно-технологических решений при модульном возведении монолитных железобетонных конструкций [Текст]: отчет по комплексной НИОКР/ ООО «НПСФ «Ост-Сейсм»; рук. В.Х. Хакунов; исполн.: С.Н. Савин [и др.]. – 2014. – 135 с.

2. Abaqus 6.13 Theory Guide [Tekct] – Dassault Systems, 2014–1174p.

3. Anthony J. Wolanski, B.S., Flexural behavior of reinforced and prestressed concrete beams using finite element analysis, Marquette University, Milwaukee, Wisconsin, 2004 – 87p.

4. Ceb-Fip Model Code 1990: Design Code, 1993 – 461c.

5. А.Н. Бирбраер, А.Ю. Роледер., Экстремальные воздействия на сооружения – Спб.: Изд-во Политехн. Ун-та, 2009. – 594с.

УДК 539.3, 624.044

К.И. Лавров<sup>1</sup>, А.С. Семенов<sup>1</sup>, А.В. Бенин<sup>2</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, <sup>2</sup>Петербургский государственный университет путей сообщения Александра I

# МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО МНОГООСНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА НА ОСНОВЕ ОРТОТРОПНОЙ ГИПЕРУПРУГОЙ МОДЕЛИ

Разработка трехмерной нелинейной анизотропной модели деформирования бетона является актуальной для практики задачей, не получившей своего окончательного решения. Известные модели неупругого деформирования бетона, как правило, ограничены случаем изотропного материала. Учет ортотропии, отражающей характер микрорастрескивания бетона, выполнен в модели, предложенной Н.И. Карпенко [1]. Недостатком данной модели является отсутствие упругого потенциала. В данном исследовании авторами делается попытка учесть нелинейность, многоосность и анизотропию деформирования бетона на основе использования модели локально-ортотропного *гиперупругого* материала с осями ортотропии, совпадающими с направлениями действия главных напряжений, определяющих характер микрорастрескивания бетона. Рассматриваемая модель в силу существования выпуклого потенциала обладает рядом преимуществ при численном решении нелинейных краевых задач.

Простейшее представление упругого потенциала  $\psi$  в виде квадратичной формы для ортотропного материала имеет вид:

$$\psi = \frac{1}{2}I_1^2 + \mu I_2 + \frac{1}{2}\alpha I_4^2 + \frac{1}{2}\beta I_6^2 + \gamma I_1 I_4 + \delta I_1 I_6 + \varepsilon I_4 I_6, \qquad (1)$$

где  $\lambda$  и  $\mu$  – параметры Ламе, а  $\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$  – параметры материала, инварианты ортотропного материала:  $I_1 = tr\varepsilon$ ,  $I_2 = \frac{1}{2}(I_1^2 - tr\varepsilon^2)$ ,  $I_4 = \mathbf{M}_1 \cdots \varepsilon = tr(\mathbf{M}_1 \cdot \varepsilon)$ ,  $I_6 = \mathbf{M}_3 \cdots \varepsilon = tr(\mathbf{M}_3 \cdot \varepsilon)$ ,  $\mathbf{M}_1 = \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{n}_1$ ,  $\mathbf{M}_3 = \mathbf{n}_3 \otimes \mathbf{n}_3$ ,  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$  - нормали к главным площадкам тензора напряжений. Данное описание позволяет учитывать только линейное поведение при растяжении/сжатии, поэтому его необходимо модифицировать для учета нелинейности. Предлагается использовать в качестве обобщения (1) нелинейные функции от инвариантов следующим образом:

$$\psi = \frac{1}{2}\lambda I_1^2 + \mu I_2 + a(I_4) + b(I_6) + c(I_1I_4) + d(I_1I_6) + \varepsilon(I_4I_6), \qquad (2)$$

где *a,b,c,d,e* – дважды дифференцируемые непрерывные функции, которые задаются исходя из экспериментов по сжатию – растяжению.

Это выражение является обобщением ранее предложенной модели [2], в которой использовалось меньшее количество связей между потенциалом и инвариантами.

Для гиперупругого материала тензор напряжений задается соотношением:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \psi(\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}.$$
(3)

Следствием подстановки (2) в (3) получается определяющее соотношение:

 $\boldsymbol{\sigma} = \lambda I_1 \mathbf{1} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon} + a' \mathbf{M}_1 + b' \mathbf{M}_3 + c' (I_1 \mathbf{M}_1 + I_4 \mathbf{1}) + d' (I_1 \mathbf{M}_3 + I_6 \mathbf{1}) + e' (I_4 \mathbf{M}_3 + I_6 \mathbf{M}_1)$ 

Дифференцирование этого выражения приводит к квазилинейной связи между скоростями напряжений и скоростями деформаций:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = {}^{4} \mathbf{C}(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{M}_{1}, \mathbf{M}_{3}) \cdots \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} .$$
<sup>(5)</sup>

(4)

Уравнение (5) допускает следующее выражение в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_{11} \\ \dot{\sigma}_{22} \\ \dot{\sigma}_{33} \\ \dot{\sigma}_{12} \\ \dot{\sigma}_{12} \\ \dot{\sigma}_{23} \\ \dot{\sigma}_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu + a'' + 2c'' & \lambda + c'' & \lambda + c'' + d'' + e'' & 0 & 0 & 0 \\ \lambda + c'' & \lambda + 2\mu & \lambda + d'' & 0 & 0 & 0 \\ \lambda + c'' + d'' + e'' & \lambda + d'' & \lambda + 2\mu + b'' + 2d'' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ \dot{\varepsilon}_{23} \\ \dot{\varepsilon}_{31} \end{bmatrix} .$$
 (6)

Для нахождения параметров материала используются четыре диаграммы деформирования:

- 1. Напряжения продольные деформации при соосном растяжении  $\sigma_{xx} = h_t(\varepsilon_{xx});$
- 2. Напряжения поперечные деформации при соосном растяжении  $\sigma_{xx} = q_t(\varepsilon_{zz});$
- 3. Напряжения продольные деформации при соосном сжатии  $\sigma_{xx} = h_c(\varepsilon_{xx})$ ;
- 4. Напряжения поперечные деформации при соосном сжатии  $\sigma_{xx} = q_c(\varepsilon_{zz})$ .

Для построения диаграмм деформирования авторами было проведено расширение библиотеки материалов программы CES (Constitutive Equation Studio) version 4.1 [3]. Для построения диаграммы, необходимо располагать информацией о диаграммах деформации при растяжении и сжатии (в табличном виде), на основе которых определяются углы наклона касательных к диаграммам, а именно параметры –  $h_t$ ,  $h_c$ ,  $q_t$ ,  $q_c$  – два для диаграммы растяжения, два – для сжатия. Построение самой диаграммы возможно, как через вычисление матрицы жесткости, так и матрицы податливости. Приведем пример диаграммы (рис. 1) в случае идентификации параметров при сжатии для заданных значений деформации. Параметры материала использовались соответствующими бетону B25.

Анализ результатов, представленных на рисунке 1, показал хорошее совпадение отношения поперечных к продольным деформациям с наблюдаемым в экспериментах. На графиках хорошо прослеживается свойство анизотропии бетона, критические напряжения сжатия во много раз больше критических напряжений растяжения.

На основе полученных данных при одноосном нагружении производилось сравнение прогнозов модели с данными эксперимента и результатами расчета по модели Карпенко при многоосном пропорциональном нагружении (рис. 2). Наблюдается хорошее совпадение с экспериментальными данными.

Таким образом, результаты сравнения предложенной локально-ортотропной гиперупругой модели деформирования с данными экспериментов и результатами расчета по ортотропной модели Н.И. Карпенко продемонстрировали хорошую точность прогнозов при одноосном и многоосном нагружении. Упрощенное представление потенциала не оказало существенного влияния на точность полученных результатов [4].



Рис. 1. Диаграммы растяжения (а) и сжатия (б), построенные на основе модели гиперупругого потенциала



Рис. 2. Сравнение прогноза предложенной модели (красная кривая) с данными опытов (маркеры в виде окружностей) и результатами расчета по модели Карпенко [1] (коричневая линия)

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Карпенко Н.И. К построению общей ортотропной модели бетона // Строительная механика и расчет сооружений. 1987. №2, С. 31-36.

2. Лавров К.И., Семенов А.С., Бенин А.В. Моделирование нелинейного многоосного деформирования бетона с учетом анизотропии при растяжении-сжатии // Мат. научно-практич. конф. XLIII Неделя науки СПбГПУ. Инст. прикл. мат. и мех. СПбГПУ. 2014. С. 21-23.

3. Семенов А.С. Вычислительные методы в теории пластичности. // Изд-во СПбГПУ. 2008. 211 с.

4. Lavrov K., Semenov A., Benin A. Modeling of nonlinear multiaxial deformation of concrete on the base of hyperelastic orthotropic model // MATEC Web of Conferences. 2016. Vol. 53. P. 01043.1-8.

УДК 539.3

В.А. Лаврова, В.С. Модестов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ И Ј-ИНТЕГРАЛА ПОВЕРХНОСТНЫХ И ПОДПОВЕРХНОСТНЫХ ЭФФЕКТОВ

Актуальность. При экспериментах прочность оказывается на один или несколько порядков меньше, чем теоретическая. Это объясняется наличием дефектов в материале, например, трещин, из-за которых может произойти хрупкое или вязкое разрушение. Хрупкое разрушение является крайне опасным, так как возникает неожиданно и протекает крайне быстро. Управление процессом разрушения и знание его закономерностей имеют практическое значение. До появления такого раздела науки, как механика разрушения, в частности механика трещин, при эксплуатации тех или иных конструкций регулярно происходили аварии и несчастные случаи, в том числе из-за неправильной проектировки объектов и использования материалов. Изучение механики трещин позволило, так или иначе, сократить число подобных инцидентов, так как часть разрушений происходила из-за образования и развития трещин. С другой стороны, например, при обработке резаньем необходимо всячески облегчить разрушение материала, кроме этого, предмет механики трещин интересен в таких областях, как геология, сейсмология, судоходство в ледовых условиях и т.п.

*Цели и задачи*. Целью данной работы является рассмотрение влияния трещин в зависимости от их локализации, конфигурации и учета пластических свойств материала.

В работе были получены оценки КИН поверхностной трещины и внутренней без учета

и с учетом поправки Ирвина и подтверждены границы применимости линейной теории. Также в работе было оценено влияние двух параллельно расположенных трещин друг на друга в зависимости от их взаимного расположения. Аналогичное исследование было проведено для двух коллинеарных трещин.

Табл. 1. Свойства материала		
Модуль Юнга, Па	$2 \cdot 10^{11}$	
Коэффициент Пуассона	0.3	
Предел текучести, Па	$2.5 \cdot 10^{8}$	
Модуль сдвига, Па	$1.45 \cdot 10^{9}$	

Решение.

Решение поставленных задач было проведено в среде конечноэлементного анализа ANSYS Workbench. В



Рис. 1. Схема нагружения в случае поверхностной

качестве объекта исследования рассматривался параллелепипед, трещины который подвергался одноосному растяжению вдоль вертикальной оси (рис. 1). Свойства материала указаны в таблице 1. В работе проводился статический анализ и рассматривалась трещина эллиптического типа, поскольку в среде ANSYS Workbench ее можно легко внедрить на сеточном уровне.

В случае моделирования внутренней трещины создавалось два объекта в виде параллелепипедов, которые при соединении представляли такой же по размерам объект, как рассмотренный выше. Состыковка происходила таким образом, чтобы после создания полуэллиптических трещин на обоих объектах в итоге модель представляла собой объект с одной внутренней эллиптической трещиной. При этом параметры, задаваемые при создании полуэллиптической трещины, остались прежними (рис. 2). В итоге, рассматривая упругую постановку, при одинаковом нагружении S = 100 Па моделей с поверхностной трещиной и внутренней, было получено, что коэффициент интенсивности напряжений (КИН) в первом случае оказывается больше, чем во втором, что видно из первой строки таблицы 2.

тот факт, что Учитывая эллиптическая трещина поперечному размеру в два раза превосходит полуэллиптическую, то получается, что поверхностная оказывается гораздо опаснее, чем внутренняя.

В источниках [1, 2] для вычисления КИН случае В полуэллиптической эллиптической И трещин представлена формула:  $K = C\sigma \sqrt{\pi b} / E_2(1)$ , где  $E_2$  — полный эллиптический интеграл, а С — геометрический коэффициент, зависящий от вида  $(C_{elliptic} = 1, C_{semi-elliptic} = 1.12).$ рассматриваемой трещины Соответственно, даже без вычисления конкретных значений можно увидеть, что КИН в случае полуэллиптической трещины будет больше. При этом погрешность при сравнении данных, полученных с помощью ANSYS, и по данным формулам составляет не более 2.6%. В справочнике [3]

КИН

1

1



Рис. 2. Схема нагружения в случае внутренней трещины

Табл.2. Значения КИН для внутренней и внешней трещин

для

приведены

	<i>K<sub>ex</sub></i> , Па · м <sup>0.5</sup>	<i>K<sub>in</sub></i> , Па · м <sup>0.5</sup>
ANSYS	79.853	73.705
[1,3]	81.959	73.178
[5]	80.637	73.670

				· · · · – · · · · · · · · · · · · · · ·	_ • • • • • • • • •	- 1
	следую	цие	формулы:	для	внутренне	эй
K <sub>i1</sub>	$h_n = F_e(b)$	/a,b/	t, a/w, φ) a	$\sigma\sqrt{\pi b}/E_2,$	ДЈ	п
ЗH	ешней .	$K_{ex} = L$	$F_s(b/a,b/t)$	, a/w, φ)	$\sigma\sqrt{\pi b}/E_2$	,
ГД	е t — то	лщина	и образца, v	w — поло	вина длин	ы
οб	разца, ф	<b>v</b> — y	гол, отсчит	тываемый	от главно	)Й
10	луоси тр	ещинь	л. Точные в	ыражения	для <i>F<sub>s</sub></i> и.	$F_e$
ук	азаны в	[3].	8 × 10 <sup>5</sup>			

Табл. 3. Значения КИН и поправки Ирвина

	Теоретическое решение		ANSYS для
	Упругая	С учетом	упругой
	постановка	поправки	постановки
<i>К</i> , Па · м <sup>0.5</sup>	$5.833 \cdot 10^{7}$	$5.933 \cdot 10^{7}$	$5.989 \cdot 10^{7}$
$r_{p}^{*}$ , м	0.0087		0.0091

вычисления

Погрешность при сравнении co значениями. полученными в ANSYS, составляет не более 1%.

реальных материалах при превышении B напряжениями, возникающими в образце, предела текучести возникают пластические деформации. Если область возникновения нелинейных эффектов мала по сравнению с размерами трещины, то ее существование



Рис. 3. Зависимость Ј-интеграла от растягивающей нагрузки S: (а) – упругая постановка, (б) – упруго-пластическая постановка

можно учесть приближенно по Ирвину [2]. Согласно [1], поправка на зону пластичности рассчитывается по формуле:  $r_p^* = (\sigma^2 a)/(2\sigma_y^2)$  или  $r_p^* = K^2/(2\pi\sigma_y^2)$ . Сам размер зоны пластичности есть  $2r_p^*$ . С учетом поправки Ирвина КИН определяется [1]:  $K = C\sigma \sqrt{\pi(a + r_p^*)/E_2}$ . Учет пластической деформации мы рассматривали на примере полуэллиптической трещины (рис. 1). Использование данных формул возможно, так как мы брали  $b \le 0.3l$ , где l — ширина объекта, а также размеры трещины много меньше размеров объекта, что позволяет считать, что нагрузка приложена на бесконечности [3]. В данном случае нагрузку взяли S = 75 МПа, обеспечивающую появление пластических деформации в образце. Далее в таблице 3 представлено сравнение данных, полученных по формулам, указанным выше, и с помощью системы ANSYS. При вычислении поправки двумя способами получили ошибку около 5.4%.

Ј-интеграл рассчитывался в зависимости от растягивающей нагрузки S (рис. 3) в случае линейной теории и с учетом пластических свойств. При напряжениях выше  $1.85 \cdot 10^8$  Па (0.74 $\sigma_y$ ) имеется расхождение более 5% (на рисунке 3 пунктирная вертикальная линия). До этого значения приведенного напряжения по Мизесу для сталей, применение формул для вычисления КИН и его использование как критерия разрушения имеет смысл. При больших значениях напряжений величина пластической деформации становится существенной, и ее стоит учитывать.

Дополнительно было рассмотрено два случая взаимного расположения двух одинаковых полуэллиптических трещин: параллельное (рис. 4.1) и коллинеарное (рис. 4.2). Согласно данным, имеющимся в справочнике [4, 5], в первом случае при уменьшении расстояния между трещинами наблюдается уменьшение значения КИН, во втором — увеличение, причем на точки трещин, располагающихся ближе друг другу, это влияние

будет сильнее. Аналогичные результаты были получены при использовании программного пакета. На рисунке 5.1. показан график зависимости максимального значения КИН одной из трещин (для второй значения будут те же) от безразмерной величины 2a/d. В случае, когда размер



Рис. 4.1. Параллельное расположение трещин

Рис. 4.2. Коллинеарное расположение трещин

трещин составляет 10% от расстояния между ними, каждую из них можно рассматривать как изолированный дефект. Для случая коллинеарного расположения трещин также получен график зависимости КИН от 2a/d: верхний график рисунка 5.2. для точки В, а нижний для точки А (рис. 4.2). Если размер трещин составляет 20% от расстояния между ними, то их уже можно считать независимыми объектами.



Рис.5.1. Зависимость КИН от расстояния между параллельно расположенными трещинами



Рис.5.2. Зависимость КИН от расстояния между коллинеарно расположенными трещинами

Выводы. Было исследовано влияние различных видов трещин и их конфигураций в случае одноосного растяжения образца. Во-первых, получено, что с точки зрения линейной теории механики разрушения поверхностная трещина хуже, чем подповерхностная. Вовторых, вычислена поправка Ирвина для выбранного случая, а также получено, что при напряжениях выше  $0.74\sigma_y$  результаты линейной теории дают погрешность более 5% для реальных материалов. Необходимо учитывать пластические деформации, которые все больше возрастают при увеличении нагрузки. В-третьих, в случае двух трещин, расположенных параллельно, было выявлено, что при сближении они ослабляют влияние друг друга на объект, делая напряженное состояние менее опасным. При коллинеарном расположении наоборот было получено увеличение влияния трещин на объект при их сближении.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (грант №15-19-00091).

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Броек Д. Основы механики разрушения — Пер. с англ. М.: Высшая школа, 1980. — 368 с.

2. Хеллан К. Введение в механику разрушения. — Пер. с англ. — М.: Мир, 1988. — 364 с., ил.

3. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2-х томах.: Пер. с англ./ Под ред. Ю. Мураками. — М.: Мир, 1990. 1016 с., ил.

4. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2-х томах. Т. 1: Пер. с англ./ Под ред. Ю. Мураками. — М.: Мир, 1990. 448 с., ил.

5. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2-х томах. Т. 2: Пер. с англ./ Под ред. Ю. Мураками. — М.: Мир, 1990. 1016 с., ил.

## УДК 62-214

А.Н. Леонтьев, А.В. Степанов, М.В. Алешин Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КАБИН И НАВЕСНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КУЗОВА СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕХНИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОДХОДОВ МУЛЬТИДИСЦИПЛИНАРНОГО КРОСС-ОТРАСЛЕВОГО КОМПЬЮТЕРНОГО ИНЖИНИРИНГА

В настоящее время на отечественном рынке тракторов ведущие позиции занимают производители из стран СНГ. На импорт из Белоруссии и Казахстана приходится 44% российского рынка. Доля в 15% приходится на машины зарубежных марок, собранные в России. Доля же отечественных машин составляет около 10%. Необходимо отметить, что и отечественные тракторы в значительной степени оборудованы импортными комплектующими и разработаны по аналогии с существующими зарубежными образцами, или напротив являются незначительными переработками устаревающих советских моделей.

Эффективность применения машин, ориентированных на использование навесного оборудования в критической степени зависит от характеристик обзорности кабины оператора. Высокая обзорность позволяет оптимальным образом позиционировать машину и точно управлять навесным оборудованием, что ведет к увеличению общей производительности и топливной эффективности.

Представляемая работа направлена на создание методики проектирования кабин и навесных элементов кузова специальной техники с использованием подходов компьютерного инжиниринга. Методика апробируется при создании новых кабин с улучшенной обзорностью для отечественных тяжелых тракторов. Так в результате выполнения дальнейших работ по представляемому проекту ожидается создание новой линейки усовершенствованных кабин для тракторов 5 тягового класса производства ООО «Завод Спецтехники» предназначенных для сельскохозяйственных и дорожных работ. Причем фронтальный горизонтальный угол обзора увеличится с 85 до 100 градусов при сохранении прочностных свойств и удовлетворении требований к безопасности. Аналогичный угол обзора у машин основных конкурентов составляет 90-95 градусов.

Дополнительно ожидается совершенствование технологии производства кабин с сокращением количества производственных операций на 10%.

Решение подобных задач в современной инженерной практике может быть обеспечено за счет совместного применения таких технологии компьютерного инжиниринга как конечно-объемное (CFD) конечно-элементное (FEA), моделирование И метолы топологической оптимизации для реализации принципов бионического дизайна [1]. Центральную роль в таком процессе разработки играет виртуальное прототипирование. При совершенствовании компонентов для существующих машин в тяжелом машиностроении, помимо механических свойств разрабатываемых объектов, принципиальную роль играет возможность создания для них эффективных производственных цепочек без необходимости радикальных капитальных затрат и без существенного изменения производственного цикла для остальных компонентов [2, 3, 4]. Разработка таких решений становится возможной благодаря принципиально новой парадигме и фундаментальной основе генерирования технологических цепочек нового поколения, применяемых в деятельности инжинирингового центра СПбПУ: SuperComputer (SmartMat\*Mech) \* (MultiDisciplinary & MultiScale / MultiStage & MultiTechnology (MultiCAD & MultiCAE)") Simulation and Optimization Based Product Development & Digital Manufacturing.

На первом этапе проекта одной из основных решаемых задач является разработка каталога целевых показателей на проектирование кабины и навесных элементов кузова специальной техники. Для решения этой задачи, в области пассивной безопасности, была разработана конечно-элементная модель, имеющейся на данный момент кабины трактора (рис. 1), и проведена серия виртуальных ударных испытаний на соответствие сертификационным требованиям по пассивной безопасности в соответствии с ГОСТ Р ИСО 8083-2008 (Устройства защиты от падающих предметов) и ГОСТ Р ИСО 3463-2008 (Устройства защиты при опрокидывании).



Рис. 1. Конечно-элементная модель кабины трактора

Результаты проведенных виртуальных испытаний приведены на рисунках 2 и 3.

По полученным результатам будет проведена корректировка и каскадирование целевых значений на проектирование новой конструкции кабины трактора.

Дальнейшее развитие проекта предполагает разработку стилевой поверхности вновь проектируемого трактора с учетом современных тенденций в промышленном дизайне, эргономики, а также обзорности. На основе разработанной стилевой поверхности будет разработан силовой каркас кабины отвечающий всем заданным требованиям по потребительским свойствам. Для производства спроектированной кабины буден разработана и изготовлена производственная оснастка. После изготовления прототипов кабины будут проведены натурные испытания и валидация расчетных моделей.



Рис. 2. Результаты виртуального испытания кабины трактора на соответствие требованиям по защите кабины от падающих предметов



Рис. 3. Результаты виртуального испытания кабины трактора на соответствие требованиям по защите

В работе приводятся основные принципы созданий новой продукции с использованием методов компьютерного и суперкомпьютреного инжиниринга. Применение этих подходов совместно с новыми производственными технологиями позволяет преодолеть основные технологические барьеры, стоящие на пути развития отечественной промышленности, и может служить основой создания конкурентоспособной продукции нового поколения для современного машиностроения.

Работы выполнены при финансовой поддержке Минобрнауки России. Уникальный идентификатор ПНИЭР: RFMEFI57816X0206

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. А.И. Боровков, В.М. Марусева, Ю.А. Рябов, Л.А. Щербина. Бионический дизайн. Издательство Политехнического университета. 2015.

2. А.И. Боровков, С.Ф. Бурдаков и др. Компьютерный инжиниринг. СПбГПУ, 2012. 93 с. ISBN 978-5-7422-3766-2 Изд-во Политехн. ун-та..

3. Абдулбариева Э.Р., Болдырев Ю.Я., Боровков А.И., Жигалов В.И., Иванова К.А., Княгинин В.Н., Кузнецов А.А., Ласкина И.И., Липецкая М.С., Осьмаков В.С., Ханбжина Ю.Б. Высокотехнологичный компьютерный инжиниринг.

4. Орлов Б.Н., Бондарева Г.И. Современные способы усиления конструкций кабин автотранспорта и тракторов. ISSN: 1728-7936. Изд-во Российский государственный аграрный университет - МСХА им. К.А. Тимирязева (Москва)

УДК 539.3, 537.226.4

С.М. Лобанов, А.С. Семенов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ПОВЕДЕНИЯ БЕССВИНЦОВЫХ СЕГНЕТОПЬЕЗОАКТИВНЫХ МАТЕРИАЛОВ С РАЗЛИЧНЫМ СОДЕРЖАНИЕМ РОМБОЭДРИЧЕСКОЙ И ТЕТРАГОНАЛЬНОЙ ФАЗ

Наблюдаемая в последнее десятилетие интенсивная разработка новых бессвинцовых сегнетопьезокерамик [1] обусловлена введением законодательных ограничительных мер в отношении свинцовосодержащих материалов (например, PZT), обладающих высокой токсичностью. Это приводит к необходимости изучения и моделирования поведения бессвинцовых сегнетопьезокерамик при электрическом, механическом и комбинированном воздействии. Бессвинцовые пьезокерамики известны с 50-х годов, однако, интерес к ним был не велик в силу более слабых пьезоэлектрических коэффициентов в сравнении с



Рис. 1. Диаграмма композиций BNT-BKT-KNN [1] с указанием МФГ

свинцовосодержащими керамиками (PZT). В последнее время было обнаружено, что вблизи морфотропной фазовой границы (МФГ) при сосуществовании двух и более фаз в кристалле значения поляризации и остаточных деформаций могут принимать для бессвинцовых перовскитов висмута значения, сравнимых с величинами для PZT [2].

На рисунке 1 изображена диаграмма, на которой показаны МФГ между ромбоэдрической фазой ВNT, тетрагональной фазой ВКТ и орторомбической фазой KNN в многокомпонентном поликристалле. В настоящей работе рассматривается материал 80BNT-20BKT с составом вблизи МФГ, отмеченный красным маркером на нижней стороне

треугольника на рисунке 1. В таблице 1 приведены параметры этого материала.

Табл.	1. Макромеханические	параметры	80BNT-20BKT	[2]

<i>d</i> <sub>33</sub> , пКл/Н	<i>K</i> <sub>33</sub>	<i>E</i> <sub>c</sub> , МВ/м	<i>P</i> <sub>r</sub> , Кл/м <sup>2</sup>
157	1030	3,5	0,45

В пакете CES 4.1 [3] реализована модифицированная микромеханическая модель сегнетоэлектроупругого материала [4, 5], в которой каждому варианту доменов I в кристаллите соответствует некоторая объемная доля  $c_I$ , Определяющие соотношения получаются на основе осреднения по объему кристаллита в предположении постоянства полей напряжений и электрического поля (гомогенизация по Фойгту):

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{D} \end{cases} = \sum_{I=1}^{M} c_{I} \left( \begin{bmatrix} {}^{4} \mathbf{S}_{I}^{E} & {}^{3} \mathbf{d}_{I}^{T} \\ {}^{3} \mathbf{d}_{I} & \boldsymbol{\kappa}_{I}^{\sigma} \end{bmatrix} \circ \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{E} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{I}^{r} \\ \mathbf{P}_{I}^{r} \end{pmatrix} \right) = \left( \sum_{I=1}^{M} c_{I} \begin{bmatrix} {}^{4} \mathbf{S}_{I}^{E} & {}^{3} \mathbf{d}_{I}^{T} \\ {}^{3} \mathbf{d}_{I} & \boldsymbol{\kappa}_{I}^{\sigma} \end{bmatrix} \right) \circ \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{E} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{r} \\ \mathbf{P}^{r} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$ , **D**,  $\sigma$ , **E** - осредненные по объему кристаллита значения тензора деформаций, вектора диэлектрических смещений, тензора напряжений и вектора электрического поля;  ${}^{4}S_{I}^{E}, {}^{3}d_{I}, \kappa_{I}^{\sigma}$  – тензоры податливости, пьезоэлектрических коэффициентов, диэлектрической проница-емости, соответствующие *I*-му варианту доменов кристаллической решетки.

Уравнения эволюции для осредненных по объему кристаллита тензора остаточной деформации  $\varepsilon^{r}$  и вектора поляризации  $\mathbf{P}^{r}$  имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{r} \\ \dot{\boldsymbol{P}}^{r} \end{cases} = \sum_{I=1}^{M} \dot{c}_{I} \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{I}^{r} \\ \boldsymbol{P}_{I}^{r} \end{cases} = \sum_{\alpha=1}^{N} \dot{f}_{\alpha} \begin{cases} \boldsymbol{\mu}_{\alpha} \boldsymbol{\gamma}_{\alpha} \\ \boldsymbol{s}_{\alpha} P_{\alpha} \end{cases},$$
(2)

где N – количество возможных переходов  $\alpha$  из *I*-ой системы в *J*-ую;  $\mu_{\alpha}$  и  $\mathbf{s}_{\alpha}$  – тензор и вектор Шмидта для соответствующего перехода  $\alpha$  из *I*-ой системы в *J*-ую;  $\gamma_{\alpha}$ ,  $P_{\alpha}$  – сдвиг и инкремент полряризации при переходе из *I*-ой системы в *J*-ую;  $\dot{f}_{\alpha}$  – функция, определяющая скорость перехода, зависящая от движущей силы  $G_c$  и объемной доли  $c_I$ . Возможным вариантом (аналог вязкопластического поведения) функции  $\dot{f}_{\alpha}$ , априори удовлетворяющий термодинамическим ограничениям в виде диссипативного неравенства, является [4]:

$$\dot{f}_{\alpha} = \dot{f}_0 \frac{G_{\alpha}}{G_c} \left| \frac{G_{\alpha}}{G_c} \right|^{n-1} \left( \frac{c_I}{c_0} \right)^m, \tag{3}$$

где  $G_{\alpha} = \mathbf{\sigma} \cdot \mathbf{\mu}_{\alpha} \gamma_{\alpha} + \mathbf{E} \cdot \mathbf{s}_{\alpha} P_{\alpha} + \mathbf{\sigma} \cdot \cdot \Delta^{3} \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}$  – движущая сила;  $c_{0}, n, m$  – параметры модели, идентификация которых осуществляется на основе экспериментальных гистерезисных кривых.



Рис. 2. Сравнение расчетных (CES) и экспериментальных гистерезисов при нагрузке поликристалла BNT-BKT переменным электрическим полем с амплитудами 4, 6, 8 MB/м

Табл. 2. Параметры микромеханической модели

$G_{90,}$ В Кл/м $^3$	G <sub>71,</sub> В Кл/м <sup>3</sup>	п	т
$1,1 \times 10^{6}$	$1,9 \times 10^{6}$	5	2.1

В материале 80ВNT-20ВКТ, где присутствуют 2 фазы – ромбоэдрическая и тетрагональная – возможны переключения доменов на 90° и 180° для тетрагональной фазы, и на 71° и 109° для ромбоэдрической. Для упрощения модели можно рассмотреть только переключения на 90° и 71°. В начальный момент поведение монокристалла линейное, при достижении значения  $G_{\alpha} = G_c^{90}$  начинаются переключения доменов на 90°, причем по мере достижения насыщения уменьшается скорость переходов. При достижении  $G_{\alpha} = G_c^{71}$  начинаются переключения на 71°. При циклическом нагружении наблюдаются электрический и электромеханический гистерезисы. На рис. 2 показаны гистерезисы, полученные с использованием пакета CES при циклическом нагружении поликристалла электрическим полем с максимальной амплитудой 4 MB/м, 6 MB/м и 8 MB/м в сравнении с экспериментальными данными. Используемые в расчетах параметры приведены в таблице 2.

Более точный подход расчета гистерезисных кривых, учитывающий взаимное влияние кристаллитов в поликристалле, основан на решении краевых задач для представительного объема поликристаллического агрегата с использованием КЭ пакета PANTOCRATOR [6]. При решении нелинейных краевых задач используется векторно-потенциальная КЭ формулировка [7], основанная на уравнении виртуальных работ.

В качестве представительного объема поликристалла рассматривается куб, разбитый на некоторое количество КЭ (в данном случае, 27 элементов, см. вставку на рисунке 3). Каждая гауссова точка каждого КЭ рассматривается как случайно ориентированный монокристалл, описываемый определяющими соотношениями (1)-(3). Целью проведения расчетов является определение эффективных значений полей:

$$\overline{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{V} \int_{V} \boldsymbol{\varepsilon} \, dV, \qquad \overline{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{V} \int_{V} \boldsymbol{\sigma} \, dV, \qquad \overline{\mathbf{D}} = \frac{1}{V} \int_{V} \mathbf{D} \, dV, \qquad \overline{\mathbf{E}} = \frac{1}{V} \int_{V} \mathbf{E} \, dV \,. \tag{4}$$

На рисунке 3 показаны гистерезисные кривые для представительного объема поликристалла (содержащего 216 монокристаллов), полученные с использованием КЭ пакета PANTOCRATOR. При этом использовались те же параметры материала, что и в предыдущих расчетах (табл. 1,2). Отметим, что результаты, полученные при использовании CES (гомогенизация по Фойгту, рис. 2) и PANTOCRATOR (КЭ гомогенизация, рис. 3) близки друг к другу и к экспериментальным данным.

Неучет взаимного влияния не позволяет предсказать экстремальные свойства  $P_r u \square_r$ вблизи МФГ. Только при использовании КЭ гомогенизации удается описать данный эффект. На рисунке 4 показана расчетная зависимость остаточной поляризации  $P_r$  от процентного соотношения содержания в композите ромбоэдрической фазы BNT и тетрагональной фазы BKT. Видно, что максимум достигается при отношении объемных долей фаз  $\frac{c_t}{c_t+c_r}=0.4$ . Однако отметим, что на данный момент фабрично получен только материал 80BNT-20BKT, для которого соответственно  $\frac{c_t}{c_t+c_r}=0.2$ , он и был рассмотрен выше.





Рис. 3. Сравнение расчетных (PANTOCRATOR) и экспериментальных гистерезисов при нагрузке поликристалла BNT-BKT переменным электрическим полем с амплитудами 4, 6, 8 MB/м

Рис. 4. Зависимость поляризации от объемной доли тетрагональной фазы ВКТ в кристаллите

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Rödel J., Jo W., Seifert K., Anton E., Granzow T. Perspective on the Development of Lead-free Piezoceramics // J. Am. Ceram. Soc. 2009. V. 92. N. 6. P. 1153–1177.

2. Seifert K. Lead-Free Piezoelectric Ceramics // TU Darmstadt, 2010.

3. Семенов А.С. Вычислительные методы в теории пластичности. // Изд-во СПбГПУ. 2008. 211 с.

4. Huber J.E., Fleck N.A. Multi-axial electrical switching of a ferroelectric: theory versus experiment // J. Mech. Phys. Solids. 2001. V. 49. P. 785–811.

5. Семенов А.С., Бальке Х., Мельников Б.Е. Моделирование поликристаллической пьезокерамики методом конечно-элементной гомогенизации // Морские интеллектуальные технологии. 2011. №3. С. 109–115.

6. Семенов А.С. PANTOCRATOR - конечноэлементный программный комплекс, ориентированный на решение нелинейных задач механики // Труды V-ой Межд. конф. "Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения". СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003. С. 466-480.

7. Semenov A.S., Liskowsky A.C., Balke H. Return mapping algorithms and consistent tangent operators in ferroelectroelasticity // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2010, V. 81. P. 1298–1340.

УДК 534

А.М. Лобачёв<sup>1</sup>, А.В. Пивков<sup>2</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого <sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации

# КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОХОЖДЕНИЯ ПОПЕРЕЧНОЙ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ, ИНИЦИИРОВАННОЙ ПЬЕЗОДАТЧИКОМ

Введение. В настоящее время активно развиваются неразрушающие методы контроля напряженного состояния металлов. Одним из таких методов является метод акустоупругости, базирующийся на эффекте линейной связи между действующими в теле напряжениями и скоростью распространения в материале ультразвуковых волн. Данный эффект называется акустоупругостью и был открыт в 1959 году Р.В. Бенсоном и В. Дж. Рилсоном. При измерениях с использованием эффекта акустоупругости в качестве

результата принимается относительная разность двух перпендикулярно поляризованных волн, называемая акустической анизотропией.

Оценку влияния на акустическую анизотропию таких факторов, как наличие внутренних трещин, разворота зерен, пор и других дефектов, возможно получить путем математического моделирования. При осуществлении математического моделирования необходимо учитывать, что данные об акустической анизотропии в реальных условиях будут получены при помощи прибора ИН-5101А. Принципом работы данного серийного прибора является генерация и прием зондирующих ультразвуковых импульсов. В состав прибора входят генератор электрических импульсов, приемник, программно-вычислительный комплекс и датчик, включающий в себя три пьезоэлектропреобразователя, излучающие и принимающие две поперечные и одну продольную ультразвуковые волны [1].

Таким образом, возникает необходимость моделировать распространение упругой волны в системе «пьезоэлемент-упругий изотропный слой». При этом необходимо проводить совместное решение задачи теории упругости для металлической области и связанной задачи пьезоэлемента. Именно прямое численное электроупругости для моделирование высокочастотного колебательного процесса распространения волн упругой деформации из решения системы уравнений теории упругости, а также учет соотношений для моделирования связанной задачи электроупругости отличают данную задачу от существующих подходов [2,3], представленных в основном, исследованиями, связанными с определением собственных частот пьезоэлементов, или определения волн сжатияразряжения в материалах.



задачи. Проведем Постановка численное моделирование работы пьезоэлемента при генерации и приеме отраженной упругой поперечной волны. Для этого «пьезоэлемент-упругий рассмотрим систему слой». приведенную на рисунке 1. Задача будет решаться в постановке о плоско-деформированном состоянии. Для инициирования механических колебаний к верхнему электроду пьезоэлемента прикладывается пилообразное напряжение U(t) с частотой f<sub>в</sub>=5МГц в соответствии с инструкцией [1]. В результате возникнут колебания упругого слоя. Отраженная волна вызовет колебания

пьезопластины. Возникающая при этом вследствие пьезоэффекта разность потенциалов на электродах пьезопластины будет являться конечным результатом рассматриваемой задачи.

Схема задачи приведена на рис. 1. Высота упругого слоя h=16 mm соответствует толщине образца из стали 14ХГНДЦ, использованного ранее при измерениях в [4]. Ширина l слоя принята в пять раз большей h, поскольку при таком размере l не возникает значительных искажений результатов, связанных с переотражением от границ расчетной области. Схема кинематических граничных условий приведена на рис. 1.Используемые в расчете свойства стали 14ХГНДЦ: Е=200ГПа, v=0,3,  $\rho$ =7700 кг/м<sup>3</sup>. Ширина пластины пьезодатчика принята равной ширине пьезодатчика прибора ИН5101А. Свойства материала ПЭП – пьезокерамики ЦТС-19 приведены в [5]. При этом ось поляризации направлена вдоль образца.

Для численного моделирования работы системы «пьезоэлемент-упругий слой» будем использовать систему конечно-элементного анализа ANSYS. Рассмотрим нестационарную задачу прохождения поперечной волны в постановке плоского деформированного состояния. При этом интегрирование уравнения динамики будет проводиться неявным методом.

При дискретизации области упругого слоя использованы 8-ми узловые плоские элементы Plane183, имеющие две трансляционные степени свободы. Область пьезоматериала

была разбита 8-ми узловыми элементами Plane223. Каждый узел этого элемента имеет три степени свободы: Ux, Uy и электрический потенциал, обеспечивающий возможность решения уравнений электропроводности.

*Результаты расчетов.* С целью корректного выбора размера конечных элементов и шага интегрирования было проведено исследование сходимости результатов от этих параметров. Учитывая, что происходит моделирование колебательного процесса размер конечного элемента и шаг интегрирования по времени можно привязать к параметрам колебаний – длине поперечной волны в материале  $\lambda = \sqrt{G/\rho} *1/f$  и периоду колебаний T=1/f.

Исследование сходимости результатов моделирования от размера конечного элемента выполним для шага интегрирования по времени равного 0,025Т. Варьировать размер элемента будем в пределах от 2.5% до 30% от длины волны  $\lambda$  в материале. Результаты моделирования говорят о достижении сходимости по разбиению для размера 25% от длины



волны.

Исследование зависимости результатов моделирования от шага интегрирования по времени будем проводить для времен от 0.5% до 10% от периода колебаний. При анализе проведенных расчетов можно сделать вывод о том, что решение сильно интегрирования, зависит ОТ шага однако при шагах по времени меньших 2.5% периода колебаний существует качественное соответствие между результатами.

Рассматривая форму огибающей процесса, представленной на рисунке 2,

видно, что при моделировании на малых шагах по времени (менее 10% от периода колебаний) наблюдается стабилизация формы волнового пакета, что в дальнейшем позволяет с достаточной степенью точности измерять временные задержки отраженных импульсов.



Рассмотрим приведенную на рис. 3 зависимость временной задержки принятого отраженного импульса от выбранного шага интегрирования по времени. Видно, что в задаче явно прослеживается сходимость. Сошедшимся решением будем считать решение при шаге интегрирования по времени меньшем, чем 1% от периода колебаний.

Заключение. В рамках исследования проведено численное моделирование возбуждения и распространения ультразвуковых волн в системе «пьезоэлемент-упругий слой». В двумерной

постановке с учетом гипотезы плоских деформаций проведено моделирование прохождения поперечной волны деформации. Выполнены исследования зависимости решения от разбиения на конечные элементы и шага интегрирования по времени.

Выявлено значительное влияние шага по времени на результаты расчета. Построена зависимость задержки ультразвукового импульса от шага интегрирования, позволяющая

провести оценку сходимости решения. Рассмотрена эволюция огибающей принятого сигнала от шага интегрирования и сделан вывод о том, что начиная с шага интегрирования в 1% от периода колебаний и менее решение сходится, а также происходит стабилизация формы огибающей волнового пакета.

Таким образом, полученная модель может быть использована для имитационного моделирования работы пьезодатчика прибора ИН-5101А, используемого для измерения времени распространения ультразвуковых волн в упругом теле.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект №15-19-00091).

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Прибор для измерения механических напряжений ИН-5101А Руководство по эксплуатации / Н. Новгород. 2012.

2. R. C. Tjiptoprodjo On a Finite Element Approach to Modeling of Piezoelectric Element Driven Compliant Mechanisms // Department of Mechanical Engineering University of Saskatchewan, Canada, 2005.

3. J. Kocbach Finite Element Modeling of Ultrasonic Piezoelectric Transducers Influence of geometry and material parameters on vibration, response functions and radiated field / University of Bergen. Department of Physics. 2000.

4. Упругость и неупругость Материалы Международного научного симпозиума по проблемам механики деформируемых тел, посвященного 100-летию со дня рождения А.А. Ильюшина /М.: Издательство Московского университета, 2011.

5. Митько В.Н. Колебания пьезоэлектрических тел конечных размеров: учебное пособие / Ростов-на-Дону. 2009.

УДК 539.3/.6

И.Р. Муртазин, А.В. Пивков, В.С. Модестов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПАРОГЕНЕРАТОРА ПГВ-1000 МКП ПРИ МОНТАЖЕ РЕАКТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Введение. Одна из проблем атомной энергетики – проблема сварного соединения № 111 (СС111), возникающая в столь сложной и уникальной конструкции – реакторной установке. Суть ее состоит в регулярных разрушениях металла в зоне приварки коллекторов к корпусу парогенератора ПГВ-1000 различных модификаций. Решение текущего вопроса является одним из приоритетных направлений повышения эксплуатационной безопасности. В силу непростой картины эксплуатационного нагружения зоны повреждения выявить истинную причину разрушений бывает затруднительно. Одной из возможных причин могут являться монтажные напряжения, возникающие при монтаже трубопроводов [3]. Работа посвящена исследованию данного вопроса [4], [5], [6].

Исходные данные: экспериментально полученные напряжения методом акустоупругости [8]. Производится попытка оценить возможность влияния монтажных напряжений главного циркуляционного трубопровода (ГЦТ) на парогенератор. То есть, мы оцениваем, может ли он привести к возникновению напряжений в зоне СС111. Если в ГЦТ возникают монтажные напряжения, то предлагается заменить его влияние сосредоточенными усилиями на патрубок: изгибающими моментами и осевой силой [8]. При этом удовлетворяется условие: равенство расчетных и экспериментальных интегральных усилий в зоне СС111 [6], [8]. Полученные результаты анализируются.

Задача решается в рамках линейной модели, поэтому отличается сравнительной простотой исследования [6], [7].

Таким образом, учитывая вышесказанное, проблема CC111 является крайне актуальной. Разрешение задачи диагностирования и, как следствие, снижения эксплуатационных повреждений нацелено на продление ресурса элементов реакторной установки.

*Цель работы:* оценить напряженно-деформированное состояние парогенератора при монтаже реакторной установки, опираясь на экспериментально полученное распределение напряжений.



Рис. 1. Реакторная установка



Рис. 2. Элементы парогенератора



Рис. 3. Сечение СС111

Объектом исследования является реакторная установка, схема сборки которой представлена на рисунке 1: основным элементом является реактор – 1, главный циркуляционный трубопровод (ГЦТ) – 2, четыре парогенератора (ПГ) с одинаковыми условиями закрепления (геометрией обвязки трубопроводов) – 3, паровой коллектор – 4.

Также на рисунке 2 представлены составные элементы парогенератора: корпус – 1, коллектор – 2, пучок ТОТ – 3, опоры трубного пучка – 4, ГЦТ – 5, аварийная опора – 6, УСКП –

7, опоры ПГ – 8. Все опоры парогенератора шарнирно оперты.

Стоит отметить, наибольший интерес представляет область крепления патрубка к коллектору – зона 111 шва (рис. 3), так как расчетно-экспериментальная оценка проводится именно здесь [8]. Экспериментальные данные получены методом акустоупругости [1], [2]. Датчики измерений расположены равноудаленно по окружности в количестве 6 штук в области 111 шва. Измеренные напряжения являются

осредненными по толщине стенки.

На основе экспериментальных данных определяются интегральные значения наиболее значимых усилий  $C_1$  — осевой силы,  $C_2$ ,  $C_3$  — взаимно перпендикулярных изгибающих моментов.

Перейдем к численному моделированию [5], [6]. Подразумевается, что напряжения возникают трубопровода [3]. при монтаже Однако, моделирование всех элементов реакторной поэтому математическая установки трудоемко, представляет собой парогенератор с модель приложенными к нему единичными нагрузками от ГЦТ – осевая сила, а так же два взаимно перпендикулярных изгибающих момента:  $F_{z} = \int_{S} \sigma_{F_{z}} dS = -1MH, M_{x} = \int_{S} x \sigma_{M_{x}} dS = -1MH * M, M_{y} = \int_{S} x \sigma_{M_{y}} dS = 1MH * M$ [6], [7]. Будем определять напряжения в CC111 при приложении усилий в зоне патрубка приварки ГЦТ линейной комбинацией:  $\sigma(\theta) = \sum_{i=1}^{3} C_{i} \sigma_{i}(\theta),$  где  $\sigma_{1}(\theta) \equiv \sigma_{F_{z}}, \sigma_{2}(\theta) \equiv \sigma_{M_{x}}, \sigma_{3}(\theta) \equiv \sigma_{M_{y}}$ [8]. При этом требуем, чтобы интегральные усилия в зоне CC111 расчетные и экспериментальные были равны.

Вычислив соответствующие усилия от ГЦТ, получаем графики напряжений.



Рис. 4 – 7. Результаты численного моделирования для парогенераторов №1,2,3,4

Выводы. Убеждаемся, что в рамках линейной модели решить задачу удалось частично:

- Для парогенераторов №2,3 наблюдается качественное и количественное соответствие между распределением расчетных и экспериментальных напряжений. Данный факт позволяет сделать вывод о том, что возникновение напряжений в зоне CC111 после монтажа РУ вызвано непосредственно монтажными усилиями, возникшими в ГЦТ.
- Для ПГ №1,4 наблюдается качественное несоответствие. Оно может объясняться влиянием на зону приварки коллектора не только ГЦТ, но и взаимодействием неучтенных в модели внутрикорпусных устройств, например, теплообменных трубок.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (грант №15-19-00091).

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Никитина Н.Е., Смирнов В.А. Новая технология определения механических напряжений в металлоконструкциях на основе явления акустоупругости. – В мире НК. – Мартя 2009 г. – № 1 (43). – С. 26–28.

2. Никитина Н. Е. Акустоупругость. Опыт практического применения. - Н. Новгород: ТАЛАМ, 2005. - 208 с.

3. Муханов К. К. Металлические конструкции. Учебник для вузов. Изд. 3-е, испр. и доп. М., Стройиздат, 1978. 572 с.

4. Басов К.А. ANSYS: справочник пользователя – ДМК пресс. – 2005г. 640с.

5. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 392 с

6. Павлов П.А., Паршин Л.К., Мельников Б.Е., Шерстнев В.А. Сопротивление материалов. СПб: Издательство «Лань», 2003. – 528 с.

7. Кац А.М. Теория упругости. - 2-е изд., стер. – Спб.: Лань, 2002. – 208 с.

8. В.С. Модестов, А.В. Пивков, к.т.н. А.В. Камышев, Л.А. Пасманик, к.т.н. В.А. Смирнов. Оценка напряженно – деформированного состояния УСКП при термосиловом нагружении парогенераторов серии ПГВ-1000 расчетно – инструментальным методом с определением силовых граничных условий методом акустоупругости.

УДК 539.3, 537.226.4

О.А. Пуделева, А.С. Семенов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ НАСЫЩЕНИЯ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ СЕГНЕТОПЬЕЗОКЕРАМИКИ

Поликристаллическая сегнетопьезокерамика является перспективным мультифункциональным материалом новой техники и находит все более широкое применение на практике в качестве сенсоров и актюаторов (клапаны впрыска топлива, гасители вибрации, микромоторы, нанопозиционеры, датчики систем мониторинга целостности конструкций и сооружений), элементов памяти, позиционеров, пьезотрансформаторов [1]. Целью данной работы является исследование процессов насыщения в поликристаллической сегнетопьезокерамике методом конечно-элементной (КЭ) гомогенизации на основе вычислительных экспериментов с мультидоменным представительным объемом поликристаллического которого агрегата. поведение каждого монокристалла описывается на основе микромеханических моделей с учетом диссипативного характера движения доменных стенок и наличия тетрагональной и ромбоэдрической фаз. Полученные результаты используются для разработки феноменологической модели сегнетоэлектроупругого материала на основе определения эффективных свойств поликристалла.

В феноменологической модели учитывался эффект насыщения, причем остаточная деформация и поляризация рассматриваются не постоянными, а функциями деформированного (напряженного) состояния и электрического поля. Определяющее уравнение феноменологической модели сегнетоэлектроэластика имеют вид [2]:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{D} \end{cases} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S} & \boldsymbol{d}^T \\ \boldsymbol{d} & \boldsymbol{k} \end{bmatrix} \circ \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{E} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^r \\ \boldsymbol{P}^r \end{pmatrix},$$
 (1)

где  $\varepsilon$  – тензор деформаций, **D** - вектор электрической индукции, **S** – тензор упругих податливостей (четвертого ранга), **d** – тензор пьезоэлектрических модулей кристалла (третьего ранга), **k** – тензор модулей диэлектрической проницаемости (второго ранга), **σ** – тензор напряжений, **E** – вектор напряженности электрического поля,  $\varepsilon^r$  – тензор остаточных деформаций, **P**<sup>r</sup> – вектор остаточной поляризации.

Определяющие уравнения (1) получены на основе введения удельной свободной энергии Гельмгольца в виде [3]:

$$\Psi = \Psi^{s}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}^{r}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{P}^{r}) + \Psi^{r}(\boldsymbol{\varepsilon}^{r}, \boldsymbol{P}^{r}), \qquad (2)$$

где  $\Psi^{s}$  – запасенная упругая энергия (квадратичная форма  $\varepsilon - \varepsilon^{r}$ ),  $\Psi^{r}$  – вклад в свободную энергию, связанный только с внутренними переменными материала. Для нахождения

зависимости свободной энергии от деформации насыщения, в [4] Ландис предлагает представить механическую часть остаточной свободной энергии [3] в виде:

$$\Psi^{r} = \frac{1}{2} H_{0}^{m} \varepsilon_{c} \left[ \frac{J_{2}^{e}}{\varepsilon_{c}} \exp\left(\frac{m^{m}}{1 - \frac{\overline{\varepsilon}}{\varepsilon_{c}}}\right) \right]^{2},$$
(3)

где  $H_0$ ,  $\varepsilon_c$ , m – константы материала,  $\overline{\varepsilon}$  характеризует зависимость остаточной деформации от вида деформированного состояния. Предполагается, что  $\overline{\varepsilon}$  является функцией вида [3]:

$$\bar{\varepsilon} = J_2^e f\left(\frac{J_3^e}{J_2^e}\right). \tag{4}$$

Функция f отражает взаимное влияние соседних монокристаллов при насыщении. В данной работе определение вида функции f основано на результатах КЭ гомогенизации. Используемая в КЭ расчетах для каждого монокристалла микромеханическая модель учитывает наличие доменов с различными ориентациями. В *тетрагональном* монокристалле реализуется M = 6 ориентаций спонтанной поляризации, соответствующих N = 30 системам переключений. В *ромбоэдрическом* монокристалле реализуется M = 8 ориентаций поляризации соответствующих N = 56 системам переключения [2]. Движение доменных стенок, определяемое  $\dot{f}_{\alpha}$ , порождает в монокристалле приращение остаточной деформации и поляризации. Общая остаточная деформация и поляризация находятся суммированием по всем системам скольжения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{r} \\ \dot{\boldsymbol{p}}^{r} \end{array} \right\} = \sum_{I=1}^{M} \dot{c}_{I} \left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\varepsilon}_{I} \\ \boldsymbol{P}_{I} \end{array} \right\} = \sum_{\alpha=1}^{N} \dot{f}_{\alpha} \left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\mu}_{\alpha} \gamma_{\alpha} \\ \boldsymbol{s}_{\alpha} P_{\alpha} \end{array} \right\},$$
 (5)

где  $\mu_{\alpha}$  и  $\mathbf{s}_{\alpha}$  – тензор и вектор Шмида,  $\dot{f}_{\alpha} = \dot{f}_0 G_{\alpha} / G_C |G_{\alpha} / G_C|^{n-1} (c_I / c_0)^m$  (вводится по аналогии с вязкопластичностью),  $G_{\alpha} = \mathbf{\sigma} \cdots \mathbf{\mu}_{\alpha} \gamma_{\alpha} + \mathbf{E} \cdot \mathbf{s}_{\alpha} P_{\alpha} + \mathbf{\sigma} \cdots \Delta \mathbf{d}_{\alpha} \cdot \mathbf{E}$  - движущая сила.

В качестве элементарного представительного объема поликристалла был взят куб с регулярным разбиением на конечные элементы (рис. 1), где каждая гауссова точка рассматривалась как отдельный монокристалл [5]. Рассматривалось разбиение представительного объема равное 3×3×3 (216 монокристаллов). Ориентация кристаллов генерировалась случайным образом путем задания углов Эйлера. В данном исследовании была рассмотрена модель сегнетоэлектрика, в которой учитывалась только ромбоэдрическая фаза и проведено сравнение результатов с моделью, учитывающей только тетрагональную фазу [6]. Расчеты проводились для пьезокерамики РZT-5H с параметрами материала из [2].



Рис. 1. КЭ модели элементарных представительных объемов с разбиением 3х3х3 (для 3 различных ориентаций). Сверху показаны поля распределения угловых отклонений ориентаций кристаллов от вертикали. Снизу показаны распределения ориентаций поляризации

Для получения зависимости (4) была проведена серия расчетов для различных деформированных состояний, которые характеризовались различными отношениями инвариантов тензора остаточных деформаций  $\frac{J_3^e}{J_2^e}$ ,  $J_2^e = \left(\frac{2}{3}e_{ij}^re_{ij}^r\right)^{1/2}$ ,  $J_3^e = \left(\frac{4}{3}e_{ij}^re_{ki}^re_{ki}^r\right)^{\frac{1}{3}}$ .

Для *ромбоэдрической* фазы были проведены расчеты для трех ориентаций (см. рис. 1), после чего по их результатам методом наименьших квадратов была получена аппроксимирующая функция  $f\left(\frac{I_3^6}{I^e}\right)$ :

$$f^{rh}\left(\frac{J_3^e}{J_2^e}\right) = -0.0972\left(\frac{J_3^e}{J_2^e}\right)^3 - 0.0071\left(\frac{J_3^e}{J_2^e}\right)^6 + 0.8444, \quad \frac{J_3^e}{J_2^e} \le 0 \tag{6}$$

$$f^{rh}\left(\frac{J_3^e}{J_2^e}\right) = -0.1518\left(\frac{J_3^e}{J_2^e}\right)^3 + 0.0650\left(\frac{J_3^e}{J_2^e}\right)^6 - 0.1222\left(\frac{J_3^e}{J_2^e}\right)^{21} + 0.8419, \quad \frac{J_3^e}{J_2^e} > 0.$$

Для *тетрагональной* фазы функция  $f\left(\frac{I_3}{I_2^e}\right)$  имеет вид [6]:

f

$$f^{tet}\left(\frac{J_{3}^{e}}{J_{2}^{e}}\right) = -0.112 \left(\frac{J_{3}^{e}}{J_{2}^{e}}\right)^{3} - 0.0052 \left(\frac{J_{3}^{e}}{J_{2}^{e}}\right)^{6} + 0.899, \quad \frac{J_{3}^{e}}{J_{2}^{e}} \le 0$$

$$^{tet}\left(\frac{J_{3}^{e}}{J_{2}^{e}}\right) = -0.1206 \left(\frac{J_{3}^{e}}{J_{2}^{e}}\right)^{3} - 0.0047 \left(\frac{J_{3}^{e}}{J_{2}^{e}}\right)^{6} - 0.0373 \left(\frac{J_{3}^{e}}{J_{2}^{e}}\right)^{21} + 0.899, \quad \frac{J_{3}^{e}}{J_{2}^{e}} \ge 0.$$

$$(7)$$

Зависимость деформации насыщения от вида деформированного состояния описывается функцией  $g\left(\frac{J_3^e}{I_c^e}\right)$ , которая связана с функцией  $f\left(\frac{J_3^e}{I_c^e}\right)$  следующим соотношением[4]:

$$g(J_3^e/J_2^e) = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \frac{1}{f(J_3^e/J_2^e)},$$
(8)

где  $\varepsilon_c$  – деформация насыщения при сжатии,  $\varepsilon_0$  – спонтанная деформация. Результаты сравнения деформаций насыщения для поликристаллов с ромбоэдрической и тетрагональной фазами показаны на рис. 2. Кривая зависимости деформации насыщения от вида деформированного состояния для ромбоэдрической фазы имеет схожую форму с тетрагональным аналогом, но проходит несколько выше.



Рис. 2. Сравнение зависимостей деформации насыщения от вида деформированного состояния для тетрагональной и ромбоэдрической фаз

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Жуков С.А. О пьезокерамике и перспективах ее применения. – МТТ: Мир техники и технологий: международный промышленный журнал. - 2009. - N 5. - с. 56-60.

2. Семенов А.С., Бальке Х., Мельников Б.Е. Моделирование поликристаллической пьезокерамики методом конечно-элементной гомогенизации. Морские интеллектуальные технологии. №3, 2011, 109-115.

3. Landis C.M. On the Strain Saturation Conditions for Polycrystalline Ferroelastic Materials. J. of App. Mechanics 70 (4), 2003. 470-478.

4. Landis C.M., Wang J., Sheng J. Micro-electromechanical determination of the possible remanent strain and polarization states in polycrystalline ferroelectrics and the implications for phenomenological constitutive theories. J. of intelligent material systems and structures 15 (7), 2004, 513-525.

5. Семенов А.С., Лисковски А.Ч., Ноймайстер П., Бальке Х., Ле-Захаров С.А., Додонов П.А., Мельников Б.Е. Эффективные методы решения нелинейных краевых задач сегнетоэлектроупругости. Морские Интеллектуальные Технологии. 2010. №1. с. 55-61.

6. Неклюдова Е.А. Идентификация феноменологической модели поликристаллического сегнетоэлектроупругого материала методом двухуровневой гомогенизации. Диссертация на соискание степени магистра, СПбПУ. 2015.

УДК 625.855.3

А.В. Савиковский, А.С. Семенов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Электроакустические преобразователи являются основными элементами электроакустических станций, используемых для обеспечении безопасности плавания судов, исследования и освоения Мирового океана, разведки полезных ископаемых, наблюдения и обнаружения подводных объектов, измерения океанографических характеристик водных масс и др. Пьезокерамические подводные электроакустические преобразователи [1] широко применяются в диапазоне звуковых и ультразвуковых волн, так как они обеспечивают наибольшую эффективность антенн в режиме приема и излучения.

В целях обеспечения прочности, долговечности, герметичности и помехоустойчивости элементов электроакустического преобразователя выполнен конечно-элементный анализ напряженно-деформированного состояния и электрического поля в пьезоэлектрическом элементе под действием стационарного и гармонического воздействия от гидростатического давления в условиях наложения на полезный сигнал различных помех (шумов моря, импульсными воздействиями, флюктуациями температуры внешней среды). Методы механики деформируемого твердого тела могут быть использованы при оптимизации формы конструкции преобразователя, выбора материалов конструкции и исследовании влияния частоты воздействия на характеристики преобразователя.

В данной работе исследовался цилиндрический преобразователь с использованием пьезокерамического элемента из цирконата-титаната свинца (ЦТС-19), несущего опорного элемента из титанового сплава и применением полиуретана в качестве демпфирующего и изолирующего элемента.

При моделировании были использованы линеаризованные определяющие уравнения пьезоэлектрического материала в виде:

$$\boldsymbol{\sigma} = {}^{4} \mathbf{C}^{E} \cdot \cdot \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{E} \cdot {}^{3} \mathbf{e},$$
  
$$\mathbf{D} = {}^{3} \mathbf{e} \cdot \cdot \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\kappa}^{\varepsilon} \cdot \mathbf{E},$$
 (1)

где **б** - тензор напряжений, <sup>4</sup>**C**<sup>*E*</sup> - тензор упругих модулей 4 ранга при постоянной напряженности электрического поля,  $\varepsilon$  – тензор деформаций, **E** – вектор напряженности, <sup>3</sup>**e** – тензор пьезоэлектрических коэффициентов 3 ранга,  $\kappa^{\varepsilon}$  – тензор диэлектрических модулей при постоянной деформации.

Для поляризованной вдоль 3 оси поликристаллической пьезокерамики соответствующие матричные представления  ${}^{4}C^{E}$ ,  ${}^{3}e$ ,  $\kappa^{\varepsilon}$  имеют вид:

$$\|C_{ij}^{E}\| = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{vmatrix}, \quad \|e_{ij}\| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad \|\kappa_{ij}^{\varepsilon}\| = \begin{vmatrix} \kappa_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_{33} \end{vmatrix}$$
(2)

Значения используемых в расчетах параметров материалов представлены в таблице 1. Свойства пьезоэлектрика задавались на основе данных [2] для ЦТС-19. Для титанового сплава и полиуретана использовались линейно упругие модели материала. Учет вязких свойств полиуретана, а также его старение планируется выполнить на следующем этапе.

Табл. 1

Материал	Модуль Юнга, МПа	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	Коэффициент Пуассона
Титан	11200	4505	0.32
Полиуретан	12	1250	0.496
ЦТС-19		7500	

Краевые задачи решалась в трехмерной постановке с помощью пакета ANSYS [3]. Вследствие наличия двух плоскостей симметрии (плоскость ху и плоскость хz на рисунке 1) в конечно-элементных расчетах рассматривалась четверть конструкции. Конечно-элементная модель датчика показана на рисунке 1, где различными цветами показаны различные материалы.



электроакустического

преобразователя.

Для моделирования поведения опорной титановой трубки и полиуретана использовался 20конечный узловой элемент SOLID186 с 3 поступательными степенями свободы в каждом узле, для моделирования пьезоэлектрика – 20-узловой конечный элемент SOLID226 с 4 степенями свободы: 3 значениями компонент вектора перемещений и электрическим потенциалом [4] в каждом узле.

В качестве механических граничных условий рассматривались:

- на плоскости симметрии xz фиксировались перемещения воль оси у;
- на плоскости симметрии ху фиксировались перемещения влоль оси z;
- на внешнем радиусе датчика для x>0 задавалось равномерное гидростатическое давление p=1МПа;
- на торцевом сечении титановой трубы (у<sub>max</sub>) задавался запрет перемещений в плоскости сечения.

В качестве электрических граничных условий [5] рассматривались:

- на внутреннем радиусе цилиндрической поверхности пьезоэлектрического элемента задавалось нулевое значение электрического скалярного потенциала;
- на внешнем радиусе цилиндрической поверхности пьезоэлектрического элемента задавалось условие равенства значений электрического скалярного потенциала во



всех узлах. Конкретное значение этого потенциала определялось в ходе решения задачи и его вычисление является одной из основных целей данного исследования.

Вышеперечисленные граничные условия соответствуют решению задачи в статической постановке. При выполнении вибрационного анализа задавались амплитуда внешнего гармонического воздействия p = 0.01 МПа, а также шумы моря и вибрационное воздействие со стороны корпуса. При выполнении решения в качестве примера рассматривались 5 значений частот принимаемого полезного сигнала  $\omega = 4, 8, 12, 16, 20$  кГц.

На рис. 2 и 3 представлены результаты решения задачи в статической постановке. Несимметричное приложение давления вызывает несимметрию перемещений. Разность потенциалов на электродах, наклеенных на внутреннюю и внешнюю поверхность пьезокерамического кольца, при статической нагрузке 0.05 МПа достигает 5 В.

Пример расчета амплитуд перемещений и электрического потенциала при внешнем гармоническом воздействии с частотой  $\omega = 12$  кГц показан на рис. 4, 5. В целом результаты исследования указывают на достаточную прочность и помехоустойчивость рассматриваемого электроакустического преобразователя для рассмотренных условий.



Рис. 2. Распределение поля относительного перемещения |**u**|/R<sub>max</sub> в пьезоэлектрике при статическом нагружении



Рис. 4. Распределение поля относительного перемещения  $|\mathbf{u}|/R_{max}$  в пьезоэлектрике при вибрационном воздействии  $\omega = 10$  кГц



Рис. 3. Распределение поля электрического потенциала, [В] при статическом нагружении



Рис. 5. Распределение поля электрического потенциала [В] при вибрационном воздействии  $\omega = 10 \ \kappa \Gamma \mu$ 

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Богородский В.В., Зубарев Л.А., Корепин Е.А., Якушев В.И. Подводные электроакустические преобразователи. (Расчет и проектирование): Справочник. – Л., Судостроение, 1983. – 248 с.

2. Тополов В.Ю., Панич А.Е. Электромеханические свойства сегнетопьезокерамик на основе оксидов семейства перовскита // Исследовано в России. -2008. - № 2.- с. 8-26.

3. Ansys 15.0 Documentation. 2014. SAS IP, Inc.

4. Semenov A.S., Kessler H., Liskowsky A.C., Balke H. On a vector potential formulation for 3D electromechanical finite element analysis // Communications in Numerical Methods in Engineering. 2006. V. 22. № 5. P. 357-375.

5. Stark S., Semenov A.S., Balke H. On the boundary conditions for the vector potential formulation in electrostatics // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2015. Vol. 102. № 11. P. 1704-1732.

УДК 539.3

Е.А. Семенникова, В.С. Модестов, А.Б. Смирнов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРОБОЙНИКА С АРМИРОВАННОЙ ПЛИТОЙ

Введение. Одной из важных задач механики на сегодняшний день является обеспечение безопасности конструкций при ударных воздействиях. Зачастую использование линейноупругих моделей материалов не позволяет воспроизвести реальное поведение конструкции, и возникает необходимость проводить дополнительные исследования, учитывая нелинейные свойства системы. При этом аналитически описать подобные процессы слишком сложно или невозможно. Поэтому с развитием вычислительной техники широкое распространение получили численные методы. Одним из наиболее популярных методов является метод конечных элементов (МКЭ). Прямое конечно-элементное моделирование натурного эксперимента позволяет сократить количество натурных испытаний, а также материальные и временные издержки на их проведение.

Для исследования ударных воздействий на железобетон был создан международный проект IMPACT, в рамках которого был проведен ряд натурных экспериментов, описанных в [1], [4]. После проведения натурного эксперимента несколько рабочих групп попытались



Рис. 1. КЭ модель системы

провести численное моделирование процесса взаимодействия пробойника с плитой, результаты были опубликованы в [1]. Этот эксперимент взят за основу данной работы.

Цель работы – исследование численных подходов к решению задачи ударного воздействия на армированную плиту с учетом нелинейных физико-механических свойств бетона. Для решения задачи используется программная система конечно-элементного (КЭ) анализа Abaqus. В работе рассматривается железобетонная плита, которая подвергается ударному воздействию от горизонтально летящего деформируемого Ha снаряда. рисунке 1 видно, что экспериментальная кривая представляет собой движение линейного осциллятора с демпфированием. Колебания осциллятора определяется соотношением  $\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2x = 0$  [2]. В начальный момент времени системе сообщается импульс, равный импульсу летящего снаряда. Было получено, а затем подобраны параметры эквивалентной системы (относительное затухание, масса и жесткость). Перемещения полученной эквивалентной системы хорошо соотносятся с экспериментальными данными. Результат представлен ниже на рисунке 2.

Затем рассматривалась КЭ модель. Плита моделировалась как прямоугольный параллелепипед, снаряд как деформируемое твердое тело. На рисунке 1 приведено изображение модели. Отдельной проблемой в данной задаче является моделирование механических свойств железобетона. Были рассмотрены две модели бетона: линейноупругая и нелинейная модель Concrete damaged plasticity программной системы Abaqus[3]. Для стали арматуры также рассматривались две модели: линейно-упругая и упругопластическая. Арматура в плите моделировалась встроенной схемой армирования, которая в системе Abaquspeanизована с помощью технологии RebarLayers. Результаты решения задачи с использованием нелинейных моделей представлены ниже на рисунке 3.

Результаты. Полученные зависимости представлены на рисунках 2, 3.





Рис. 3. Результат КЭ моделирования в сравнении с экспериментом

Удалось получить результат, близкий к экспериментальному. Также полученный график близок к тому, который получила рабочая группа VTT(синяя пунктирная линия на графике, постановка VTTsolid). Данная команда также рассматривала трехмерную постановку задачи, в качестве инструмента использовалась программная система КЭ-анализа Abaqus/Explicit. Но полного совпадения с результатами натурного эксперимента достичь не удалось. Это может быть связано с тем, что теоретическая модель бетона не полностью отражает реальные свойства (также использовались среднестатистические параметры материала, а не экспериментальные). Армирование в модели учтено частично (не моделировались поперечные хомуты). Также не учтена зависимость физико-механических свойств бетона от скорости деформирования.

Выводы. В данной работе исследовался процесс ударного взаимодействия снаряда с железобетонной плитой. Была проведена схематизация в виде системы с одной степенью свободы, и подобраны параметры эквивалентного линейного осциллятора. Перемещения эквивалентной системы с одной степенью свободы достаточно хорошо сходятся с экспериментальными данными, данная модель позволяет сделать простую оценку перемещений в системе. Затем было проведено КЭ-моделирование данной системы. Полученные результаты были сопоставлены с экспериментальными, они оказались достаточно близки. Хотя полного сходства достичь не удалось, в целом построенная модель достаточно адекватно моделирует поведение железобетона при ударном воздействии, но требуются дальнейшие исследования.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Calonius, K., Elgohary, M., Galan, M., Varpasuo, P., Heckotter, C., "Bending failure of a shear reinforced concrete slab due to deformable missile impact", SMiRT\_21 Proceedings, New Delhi, India,

2. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний: учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 1980. – 408с.

3. ABAQUS Analysis User's Manual, vol. III – Materials. Dassault Systems

4. Vepsa, A., Saarenheimo, A., Tarallo, F., Rambach, J.-M., Orbovic, N., "IRIS\_2010 – Part II: Experimental data", SMiRT\_21 Proceedings, New Delhi, India, SMiRt-21, November, 2011

УДК 534-16

А.С. Смирнов, Б.А. Смольников Санкт-Петербургский политехнический институт Петра Великого

## УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ РАСКАЧИВАНИЯ КАЧЕЛЕЙ

В литературе широко исследован процесс раскачивания обычных качелей самим качающимся на них человеком, объясняемый с помощью явления параметрического резонанса [1, 2]. Однако практический интерес также имеет построение различных законов управления движениями качелей, которые обеспечивают их раскачивание с очень малых до сколь угодно больших амплитуд в случае, если человек не совершает движений.

С этой целью рассмотрим стандартную расчётную схему математического маятника, которая может с достаточной точностью описывать движения качелей с сидящим на них человеком, представляемым материальной точкой. В качестве управляющего воздействия выступает момент M в шарнире. Выбирая угол отклонения  $\varphi$  маятника от вертикали за обобщённую координату, выпишем выражения для кинетической и потенциальной энергии:

$$T = \frac{1}{2}ml^2\dot{\phi}^2, \quad \Pi = mgl(1 - \cos\varphi) \quad . \tag{1}$$

Используя уравнения Лагранжа второго рода, приходим к уравнениям движения управляемого математического маятника:

$$\ddot{\varphi} + k^2 \sin \varphi = \tilde{M}, \qquad \tilde{M} = \frac{M}{ml^2}, \qquad k^2 = \frac{g}{l}.$$
 (2)

Казалось бы, для раскачивания маятника достаточно принять гармонический закон изменения момента  $M = M_0 \cos \omega t$  с частотой  $\omega = k$ . Как известно, в линейной системе при нулевых начальных условиях это вызывает колебания с амплитудой, нарастающей пропорционально времени [3]. Однако наличие нелинейности в (2) приводит к ограничению амплитуд, что не позволяет раскачивать маятник до очень больших отклонений. Поэтому следует формировать управление по состоянию. Домножая (2) на  $\dot{\phi}$ , получим:

$$\dot{E} = (T + \Pi) = \frac{1}{2}ml^2[\dot{\varphi}^2 + k^2(1 - \cos\varphi)] = M\dot{\varphi}, \qquad (3)$$

где *Е* – полная энергия системы. Из (3) видно, что для нарастания энергии необходимо выбирать управляющий момент так, чтобы правая часть (3) всегда была неотрицательной.

Рассмотрим три различных закона управления процессом раскачивания маятника. Наиболее простым управлением является релейное управление  $M = M_0 \operatorname{sign} \dot{\phi}$ . Из (3) ясно, что для нарастания энергии должно быть  $M_0 > 0$ . При этом отсюда нетрудно получить, что

$$\dot{\varphi} = \pm \sqrt{\dot{\varphi}_0^2 + 2k^2 (\cos\varphi - \cos\varphi_0) \pm 2\tilde{M}_0(\varphi - \varphi_0)}, \qquad \tilde{M}_0 = \frac{M_0}{ml^2}, \tag{4}$$

где верхние ( $\dot{\phi} > 0$ ) и нижние ( $\dot{\phi} < 0$ ) знаки соответствуют друг другу. Из (4) видно, что уравнения могут быть проинтегрированы в квадратурах. При достаточно малых  $\tilde{M}_0$  можно построить приближённое решение, основанное на методе гармонического баланса. При этом помимо нелинейности в управлении следует учесть и собственную нелинейность. Разыскивая решение (2) в виде  $\varphi = a \cos \psi$  и балансируя его по первой гармонике, получим:

$$\dot{a} = \frac{2\tilde{M}_0}{\pi k}, \qquad \dot{\psi} = k \left(1 - \frac{a^2}{16}\right) = k_1(a).$$
 (5)

Здесь  $k_1(a)$  – мгновенная частота колебаний. Последовательно интегрируя (5), находим:

$$a(t) = a_0 + \frac{2\tilde{M}_0}{\pi k}t, \quad \psi(t) = k \left[ \left( 1 - \frac{a_0^2}{16} \right)t - \frac{\tilde{M}_0 a_0}{8\pi k} t^2 - \frac{\tilde{M}_0^2}{12\pi^2 k^2} t^3 \right] + \psi_0.$$
(6)

Рассмотрим теперь другое управление – коллинеарное, имитирующее действующие в системе обобщённые силы инерции [4]. В этом случае управляющий момент формируется пропорционально обобщённому импульсу:  $M = \gamma \partial T / \partial \dot{\phi} = \gamma m l^2 \dot{\phi}$ . Будем считать  $\gamma = const$ , при этом нарастание энергии происходит при  $\gamma > 0$ . В силу того, что управляющий момент является линейной функцией  $\dot{\phi}$ , можно рассмотреть линейную модель, а также построить не только первое, но и второе приближение, основываясь на асимптотических методах решения нелинейных уравнений [5]. Не останавливаясь подробно на их изложении, приведём лишь наиболее точное решение во втором приближении, вид которого определяется выражением:

$$\varphi = a\cos\psi - \frac{a^3}{192}\cos 3\psi, \qquad (7)$$

где функции *а* и *ψ* следует определить из уравнений второго приближения:

$$\dot{a} = \gamma \left(\frac{a}{2} + \frac{a^3}{32}\right), \qquad \dot{\psi} = k \left(1 - \frac{\gamma^2}{8k^2} - \frac{a^2}{16} + \frac{a^4}{1024}\right) = k_2(a).$$
 (8)

Интегрируя уравнения (8), получаем:

$$a(t) = \sqrt{\frac{16a_0^2 e^{\gamma t}}{16 + a_0^2 (1 - e^{\gamma t})}},$$
  
$$\psi(t) = k \left[ \left( 1 - \frac{\gamma^2}{8k^2} \right) t + \frac{5}{4\gamma} \ln \left( 1 + \frac{a_0^2}{16} (1 - e^{\gamma t}) \right) - \frac{1}{64\gamma} \frac{a_0^2 (16 + a_0^2) (1 - e^{\gamma t})}{16 + a_0^2 (1 - e^{\gamma t})} \right] + \psi_0.$$
(9)

Наконец, рассмотрим ещё один закон изменения управляющего момента, который сформируем, принимая условие постоянства мощности  $N = const : M = N/\dot{\phi}$ , причём для нарастания энергии должно быть N > 0. Видно, что при приближении маятника к крайним положениям управляющий момент становится сколь угодно большим, что несостоятельно физически. Поэтому на практике следует некоторым образом ограничивать его в малой зоне вблизи этих положений, нарушая условие постоянства мощности, которое будет выполнено лишь вне этой зоны. Однако нетрудно показать, что уравнение движения можно проинтегрировать без каких-либо дополнительных предположений. В самом деле, согласно (3) имеем  $E = Nt + E_0$ , чего и следовало ожидать. Отсюда следует, что

$$\dot{\varphi} = \pm \sqrt{\dot{\varphi}_0^2 + 2k^2(\cos\varphi - \cos\varphi_0) + 2\tilde{N}t} \quad . \tag{10}$$

Уравнение (10) уже не содержит особенностей и может быть проинтегрировано численно. Что касается приближённого решения, то разыскивая его в виде  $\varphi = a \cos \psi$  и подставляя в соотношение для энергии, удерживая при этом лишь основные слагаемые, мы сразу получаем зависимость амплитуды от времени, поскольку фаза  $\psi$  в него не войдёт. А тогда выражение для  $k_1(a)$  следует оставить таким же, как и в (5). В результате получаем:

$$a(t) = \sqrt{a_0^2 + \frac{2\tilde{N}t}{k^2}}, \qquad \psi(t) = k \left[ \left( 1 - \frac{a_0^2}{16} \right) t - \frac{\tilde{N}t^2}{16k^2} \right] + \psi_0.$$
(11)

Сравним найденные решения с решениями, полученными численно. Пусть k = 1 рад/с, а численные параметры управлений  $b, \gamma, \tilde{N}$  выберем произвольно с тем, чтобы нарастание амплитуды не было слишком быстрым. Начальные условия также можно взять произвольно, но их следует брать небольшими, чтобы показать процесс раскачивания маятника с малых до достаточно больших амплитуд.

Будем сопоставлять качественный характер движения, полученный при различных вариантах управления, и сравнивать численное решение с аналитическим в каждой ситуации. На рисунке 1 приведены графики зависимости угла отклонения маятника (в градусах) при релейном управлении. Видно, что аналитическое решение в широком диапазоне углов отклонения хорошо соотносится с численным, но при больших углах между ними начинают проявляться отличия. На рисунке 2 показаны те же графики для случая коллинеарного управления. Видно, что аналитическое решение здесь хорошо соотносится с численным вплоть до очень больших отклонений, при этом колебания нарастают гораздо быстрее, чем при релейном управлении. На рисунке 3 изображены аналогичные зависимости для случая управления с постоянной мощностью, при котором характер изменения амплитуды является мелленным среди рассмотренных управлений. Поэтому различия самым межли аналитическим и численным решениями на рисунке 3 ещё не наблюдаются. Эти различия, связанные с необходимостью учёта в уравнении движения нелинейных слагаемых более высокого порядка малости при построении приближённого решения, можно наблюдать лишь при достаточно больших амплитудах.


Рис. 3. Постоянная мощность ( $\tilde{N} = 0.0005 \ pad/c^3$ )

Таким образом, продемонстрированы различные варианты управления по состоянию математическим маятником, имитирующим движения обычных качелей, которые позволяют осуществлять его раскачивание до больших амплитуд, обеспечивая тот или иной характер нарастания колебаний. Если при достижении некоторой амплитуды отключить управление, то маятник переходит в режим свободного движения, что и является целью управления.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Г.С. Ландсберг. Элементарный учебник физики. Том 3 – М.: изд-во «Физматлит», 1985. – 656 стр. 2. К. Магнус. Колебания: введение в исследование колебательных систем. – М: изд-во «Мир», 1982. – 304 стр.

3. В.Л. Бидерман. Теория механических колебаний. – М.: изд-во «Высшая школа», 1980. – 408 стр.

4. Б.А. Смольников. Проблемы механики и оптимизации роботов. – М: изд-во «Наука», 1991. – 232 стр.

5. Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1958. – 406 стр.

Д.А. Третьяков, Д.Э. Мансырев, В.С. Модестов, Л.В. Штукин Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИИ ПРИ ОДНООСНОМ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Актуальность. Развитие методов неразрушающего контроля напряженнодеформированного состояния является одной из наиболее актуальных задач в современной инженерной и научной практике. Оно позволило бы более эффективно предсказывать возможные аварии и технические инциденты на производстве и в процессе эксплуатации ответственных элементов оборудования и конструкций.

Одним из перспективных методов неразрушающего контроля является широко применяемый сегодня метод акустоупругости, разработанный в 60-70-х годах прошлого века в области упругих деформаций. Данный метод основан на эффекте, заключающемся в существовании в области упругих деформаций линейной зависимости между скоростями распространения поперечных ультразвуковых волн и действующими напряжениями [1]. Ключевой количественной характеристикой метода является величина акустической анизотропии, определяемая как относительная разность во времени прохождения волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях [2].

Исследованию влияния на величину акустической анизотропии различных факторов в области неупругих деформаций был посвящен ряд фундаментальных работ, как в России, так и за рубежом [3, 4], однако разработать методику оценки напряженно-деформированного состояния методом акустоупругости в случае наличия упругопластических деформаций не удалось по настоящее время.

Задачей проводимых в работе исследований является изучение характера изменения акустической анизотропии и скоростей ультразвуковых волн в случае одноосного нагружения при испытаниях на растяжение и разрыв.

Исследования. Для проведения испытаний был изготовлен образец ИЗ малолегированного алюминиевого сплава АМц. Для прецизионного измерения времени трехканальный ультразвуковой прибор ИН-5101А. реализующий использовался эхо-импульсный метод неразрушающего контроля путем генерации акустический ультразвуковых зондирующих импульсов и регистрации параметров отраженных волн, возбуждаемых в контролируемых объектах. В состав прибора входят блок обработки и трехкомпонентный пьезоэлектрический преобразователь.

В исходном недеформированном состоянии измерения акустической анизотропии во всем образце составили величину +0,53%. Наличие ненулевой акустической анизотропии обусловлено тем, что образец был изготовлен из катаного листа [5].



Рис. 1. Расположение исследуемых точек на разрушенном образце

Испытания проводились на гидравлической разрывной машине «Instron», функциональные возможности которой позволили обеспечить постоянную скорость деформаций образца. В процессе испытаний осуществлялось жесткое монотонное нагружение с шагом 5 мм. Всего было реализовано двадцать этапов нагружения. Измерения осуществлялись в десяти точках, расположение которых на образце после разрушения представлено на рисунке 1. Время прохождения ультразвуковых волн измерялось под нагрузкой при остановках испытательной машины после каждого из этапов нагружения.

На рисунке 2 представлены графики измерения акустической анизотропии на каждом из этапов нагружения в точках, соответствующих расстоянию 45, 90, 135 и 180 мм от места будущего разрыва.



Рис. 2. Акустическая анизотропия а на различных этапах измерений

Видно, что в точках, наиболее удаленных от места разрыва, акустическая анизотропия по мере нагружения изменяется почти линейно. В точках вблизи места разрушения она при увеличении нагрузки меняется немонотонно. Это позволяет говорить о возможном новом диагностическом признаке: обнаружении места разрушения исследуемой конструкции по характеру изменения акустической анизотропии в процессе нагружения.



Рис. 3. Скорость поперечной волны  $V_1$  на различных этапах измерений

Скачок величины акустической анизотропии после достижения 7% относительного удлинения образца связан с разгрузкой, произведенной с целью оценки вклада действующих

напряжений и упругих деформаций. Видно, что, несмотря на то, что с момента разгрузки и до последующего нагружения был выдержан временной промежуток в 12 часов, значения акустической анизотропии, соответствующие этапам нагружения после разгрузки, лежат практически на одной прямой со значениями, полученными до разгрузки. Данный факт может говорить о возможной воспроизводимости опытов по измерению акустической анизотропии после снятия внешней нагрузки и продолжительной разгрузки исследуемых конструкций.

Также было проведено исследование характера изменения скоростей ультразвуковых волн. Графики скорости поперечной волны *V*<sub>1</sub> представлены на рисунке 3.

Результаты измерений говорят о падении поперечной скорости с ростом деформаций. Скорости распространения продольной волны  $V_3$  и поперечной волны  $V_2$  имеют характер изменения, качественно повторяющий таковой у скорости  $V_1$ . Резкий скачок скоростей после 7% относительного удлинения образца, как и в случае с акустической анизотропией, обусловлен разгрузкой образца.

*Выводы.* В рамках исследования обнаружено изменение скоростей распространения ультразвуковых волн в случае упругопластических деформаций, что подтверждает результаты проведенных ранее теоретических исследований [6]. Также были выявлены неравномерный характер распределения акустической анизотропии и ее связь с напряженнодеформированным состоянием исследуемого материала, требующие дальнейшего исследования.

Полученные экспериментальные данные могут лечь в основу уточненной модели, описывающей распространение ультразвуковых волн в материале, подверженном упругопластическому деформированию.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (грант №15-19-00091).

## ЛИТЕРАТУРА:

1. R.W. Benson, V.J. Raelson, From ultrasonics to a new stress-analysis technique, Acoustoelasticity, Product Eng., 30 (1959) 56-59.

2. Никитина Н.Е. Акустоупругость. Опыт практического применения. Н. Новгород: ТАЛАМ, 2005.208с.

3. А. В. Камышев, Л. А. Пасманик, В. А. Смирнов, В. С. Модестов, А. В. Пивков. Расчетноинструментальный метод оценки напряженно-деформированного состояния с определением силовых граничных условий методом акустоупругости и его применение для анализа повреждаемости сварного соединения №111 парогенераторов АЭС с РУ ВВЭР//Тяжелое машиностроение.2016.№1-2.С.11-18.

4. Y.-H. Pao, W. Sachse, H. Fukuoka, Acoustoelasticity and Ultrasonic Measurements of Residual Stresses, Physical Acoustics, New York: Academic Press, XVII (2) (1984) 61-143.

5. Самокрутов А.А., Бобров В.Т., Шевалдыкин В.Г. и др. Исследование анизотропии проката и её влияния на результаты акустических измерений // Контроль. Диагностика. 2003. №11. С. 6-19.

6. Беляев А. К., Лобачев А. М., Модестов В. С., Пивков А. В., Полянский В. А., Семенов А. С., Третьяков Д. А., Штукин Л. В.. Оценка величины пластической деформации с использованием акустической анизотропии // Механика твердого тела. 2016. № 5. С. 124-131. Д.А. Третьяков, А.М. Лобачев, В.С. Модестов, Л.В. Штукин Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИИ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Введение. Эхо-импульсный метод акустоупругости берет начало в 1959 году после выхода в свет работы американских ученых Р.В. Бенсона и В.Дж. Рилсона [1]. Ими был предложен новый акустический метод определения напряжений в изотропном материале, основанный на эффекте акустоупругости, заключающемся в различии скоростей поперечных волн, поляризованных параллельно и перпендикулярно направлению действия напряжений в материалах под нагрузкой.

Разработке данного метода был посвящен целый ряд исследований как отечественных, так и зарубежных авторов [2-6], среди которых следует отметить работу ученых Токуока и Сайто, использовавших для описания акустоупругого эффекта нелинейно-упругую модель сплошной среды Мурнагана и получивших соотношение для одноосно нагруженного изотропного материала [5]:

$$\frac{V_2 - V_1}{V_0} = \frac{4\mu + n}{8\mu^2} (\sigma_1 - \sigma_2),$$

где  $V_1$  и  $V_2$  – скорости поперечных ультразвуковых волн взаимно перпендикулярной поляризации,  $V_0$  – скорость поперечной волны в ненагруженном материале,  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  – главные напряжения,  $\mu$  – константа Ламе второго порядка.

В случае одноосного нагружения в области упругих деформаций напряжения рассчитываются согласно формуле [2]:

$$\sigma_1 = D(a - a_0),$$

в свою очередь:

$$\begin{cases} D = 1/(k_1 - k_2) \\ a_0 = (t_{20} - t_{10})/t_{20} \\ a = (t_2 - t_1)/t_2 \end{cases}$$

где D – акустический параметр, *a*<sub>0</sub>, *a* – акустическая анизотропия до и после приложения нагрузки, *k*<sub>1</sub>, *k*<sub>2</sub> – коэффициенты акустоупругой связи (КАУС), определяемые для каждого конструкционного материала экспериментально.

Несмотря на наличие обширного фактического материала, разработка метода акустоупругости в области неупругих деформаций на сегодняшний день далека от своего завершения.

Целью работы является получение экспериментальных данных об изменении акустической анизотропии и скоростей продольной и поперечных ультразвуковых волн в случае одноосного циклического нагружения при наличии упругопластических деформаций.

Исследования. Для проведения испытаний использовался образец размером 510х70х15 мм из катаного алюминиевого листа сплава марки АМц с направлением проката, перпендикулярным направлению приложения нагрузки. Предел текучести материала составил 75 МПа, предел прочности на растяжение – 135 МПа.

Информация о величине акустической анизотропии была получена при помощи ультразвукового прибора ИН-5101А [7]. Данный прибор состоит из генератора высокочастотных импульсов, трехкомпонентного пьезопреобразователя, обеспечивающего излучение и прием ультразвуковых волн, и программно-вычислительного комплекса, осуществляющего обработку и представление результатов измерений. При проведении испытаний использовался стандартный датчик с собственной частотой 5 МГц и уровнем зондирующего импульса 50В. Внешний вид прибора и датчика представлен на рисунке 1а.

Перед проведением испытаний на недеформированном образце была измерена собственная акустическая анизотропия, составившая во всех исследуемых точках 0,52%. При ее измерении датчик располагался таким образом, чтобы направление поляризации поперечной волны  $V_1$  совпадало с направлением действия нагрузки, а поперечной волны  $V_2$  – с направлением проката.

Испытания проводились на гидравлической машине «INSTRON 8850» путем задания мягкого нагружения при положительной отнулевой нагрузке. Вплоть до 70000 циклов нагрузка составляла 108,6 МПа (1,44 $\sigma_{0,2}$ ), затем она была увеличена до 118,1 МПа (1,57 $\sigma_{0,2}$ ). Измерения проводились в несколько этапов при достижении определенного числа циклов на разгруженном образце. Схема расположения точек представлена на рисунке 1б. Разрыв произошел после 88960 циклов нагружения с образованием шейки вблизи галтельного перехода в районе точек 5-7.



Рис. 1. Ультразвуковой прибор ИН-5101А (а) и схема расположения рабочих точек (б)

На рисунке 2 показано распределение акустической анизотропии по длине образца при достижении различного числа циклов нагружения.



Рис. 2. Акустическая анизотропия на различных этапах нагружения

После проведения 70000 циклов образец еще не приобрел заметных остаточных пластических деформаций, однако, как видно из рисунка 2, распределение акустической анизотропии стало неравномерным. При последующем нагружении эта неравномерность

существенно увеличилась (80000 и 85740 циклов нагружения на рисунке 2). Разрыв образца произошел именно в той области, где изменение акустической анизотропии по сравнению с исходным состоянием оказалось наибольшим (точки 6 и 7 на рисунке 2).

*Выводы.* Экспериментально установлено, что при циклическом нагружении начальное равномерное распределение акустической анизотропии становится неравномерным, причем эта неравномерность обнаруживается до появления заметных пластических деформаций. Наибольшие отклонения акустической анизотропии от начального значения приходятся на области вблизи места разрушения.

Проведенные исследования могут быть полезны при дальнейшей разработке методов диагностики состояния конструкций при циклическом нагружении.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (грант №15-19-00091).

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. R.W. Benson, Raelson V.J. From ultrasonics to a new stress-analysis technique. Acoustoelasticity, Product Eng. 30 (1959). 56-59.

2. Беляев А.К., Лобачев А.М., Модестов В.С., Пивков А.В., Полянский В.А., Семенов А.С., Третьяков Д.А., Штукин Л.В. Оценка величины пластической деформации с использованием акустической анизотропии // Механика твердого тела. 2016.№ 5.С. 124-131.

3. R. T. Smith, Stress-induced anisotropy in solids - the acousto-elastic effect, Ultrasonics. 1 (1963) 135-147. 4. А. В. Камышев, Л. А. Пасманик, В. А. Смирнов, В. С. Модестов, А. В. Пивков. Расчетноинструментальный метод оценки напряженно-деформированного состояния с определением силовых граничных условий методом акустоупругости и его применение для анализа повреждаемости сварного соединения №111 парогенераторов АЭС с РУ ВВЭР//Тяжелое машиностроение.2016.№1-2.С.11-18.

5. Никитина Н.Е. Акустоупругость. Опыт практического применения: Н.Новгород: ТАЛАМ, 2005.208с.

6. T. Tokuoka, M. Saito, Elastic wave propagations and acoustical birefringence in stressed crystals, J. Acoust. Soc. Amer, 5(45) (1969) 1241-1246.

7. Прибор для измерения механических напряжений ИН-5101А. Руководство по эксплуатации. ИНКО.468160.008 РЭ

### УДК 536.212

Р.В. Федоренко, А.М. Лобачёв Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ СВОЙСТВ ДИСКРЕТНОЙ СРЕДЫ С УЧЕТОМ ВОЗМОЖНОСТИ ВНУТРЕННЕГО ПЕРЕИЗЛУЧЕНИЯ ТЕПЛА

Введение. В инфинитезимальной механике материалы представляются непрерывными идеализированными структурами. В данном подходе становится возможным процесс дифференцирования функций, что позволяет получать удобные представления уравнений состояния, движения и многих других. Определение эффективных свойств дискретной среды позволяет совершать переход от механики дискретных сред к механике непрерывных структур.

Актуальность проблемы отыскания эффективных свойств материалов сложной структуры в том, что сейчас на практике часто применяются различные порошковые и гранулированные засыпки в системах охлаждения. Для того чтобы моделировать процесс прохождения тепла и оценивать эффективность охлаждения, необходимо некоторым образом моделировать данную засыпку и проводить дальнейшие температурные исследования. Однако непосредственное моделирование произвольной засыпки частицами весьма

трудоемко, поэтому предлагается производить расчет эффективных характеристик и данную структуру рассматривать как гомогенный материал [1, 2, 3].

Кроме того, часто композиционные материалы имеют регулярную структуру, в которой можно выделить ячейку периодичности [1]. Это означает, что материал состоит из множества блоков, имеющих одинаковую структуру. В данном случае есть возможность определить эффективные свойства конкретной ячейки периодичности, провести все необходимые исследования применительно к одной ячейке и позже сделать вывод о том, как ведет себя материал целиком под действием тех или иных нагрузок.

Цель и задачи работы. Целью данной работы является изучение поведения эффективных коэффициентов теплопроводности дискретного материала. После получения данных коэффициентов необходимо провести сравнение распределения температур исходного дискретного материала и гомогенного материала с рассчитанными эффективными свойствами. Также необходимо произвести сравнение полученных распределений с аналитическим решением уравнения теплопроводности для непрерывного изотропного материала.

*Результаты*. Для получения эффективных коэффициентов теплопроводности сыпучий материал будем рассматривать как набор шаров, упакованных таким образом, что они располагаются в вершинах кубической решетки. Задачу будем решать, выбрав ячейку периодичности в слое шаров, представленную на рисунке 1. Для рассмотрения задачи

примем материал шаров за сталь с коэффициентом теплопроводности, равным  $K = 43 \frac{Bm}{M*K}$ .

Поскольку рассматриваемая область является четвертью ячейки периодичности, на двух гранях симметрии принимаются условия запрета теплового потока. На двух оставшихся гранях задаются температурные граничные условия, данные о которых приведены на рисунке 2. Кроме того, поскольку система находится в вакууме, между шарами ставится условие передачи тепла излучением по закону Стефана-Больцмана, причем таким образом тепло передается только между гранями, которые разделяет вакуум, что называется переизлучением.



В результате решения задачи с помощью метода конечных элементов были получены распределение температур (рис. 3) и потоков в рассматриваемой области. Как видно из результатов, решение удовлетворяет поставленным граничным условиям. На основе полученного решения для гетерогенной области, были вычислены эффективные коэффициенты теплопроводности для данной области. Пересчет производился из закона Фурье для теплового потока на основе [2]:

$$k_{x} = \left| \frac{q_{x}}{grad_{x}(T)} \right| = 42.996 \frac{Bm}{M^{*}K};$$

$$k_{y} = \left| \frac{q_{y}}{grad_{y}(T)} \right| = 42.994 \frac{Bm}{M^{*}K};$$

$$k_{z} = \left| \frac{q_{z}}{grad_{z}(T)} \right| = 42.999 \frac{Bm}{M^{*}K}.$$

Как видно, эффективные коэффициенты теплопроводности имеют близкие значения в двух направлениях (отличие составляет доли процента), при этом все три значения очень близки к характеристикам исходного материала. Также рассмотрим задачу для гомогенной области с теми же граничными условиями. Распределение температур из решения данной задачи представлено на рисунке 4. Видно качественное сходство картин распределения температур для гетерогенной области и гомогенной области с эквивалентными коэффициентами теплопроводности.



Рис. 3. Распределение температуры в гетерогенной области, °С

Рис. 4. Распределение температуры в гетерогенной области, °С

На рисунке 5 представлено сравнение результатов для двух областей с учетом построенного аналитического решения для рассматриваемой области из [4]. Сравнение производилось в центральном сечении.

Из представленного графика видно, что полученные величины температур для гетерогенной области в пространственной постановке (красные точки на графике) слегка завышены относительно температур, полученных, например, аналитически (сплошная синяя линия). Однако стоит отметить, что максимальное локальное расхождение величин температур составляет 6.3%.

Выводы. Цель данной работы – исследование эффективных свойств дискретной среды с учетом внутреннего переизлучения тепла. В качестве объекта исследования были использованы стальные шары. В данном случае величина коэффициента по оси Ог практически такая же, как у самой стали (42.99 против 43  $\frac{Bm}{m^*K}$ ). Максимальное локальное расхождение составило 6.3%. Результаты для гетерогенной среды выше, нежели аналитическое решение и решение для гомогенной среды, что нужно учитывать при дальнейших исследованиях.



Рис. 5. Зависимость температуры от координаты в центральном сечении

Исхоля ИЗ результатов, можно сказать, что эффективные коэффициенты теплопроводности практически не отличаются от коэффициентов теплопроводности исходного материала. На практике это позволяет говорить о том, что, если в гранулированной засыпке выделить некоторый объем для исследования, в котором количество элементов засыпки по осям будем примерно одинаково, причем данная засыпка будет находиться в вакууме, то ее можно с достаточно высокой точностью моделировать гомогенным материалом с коэффициентом теплопроводности, равным изотропным коэффициенту теплопроводности исходного материала засыпки. В качестве продолжения исследования можно предложить рассмотрение плотноупакованное расположение шаров, хаотическое расположение фигур разной формы, рассмотрение нестационарного уравнения теплопроводности.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Боровков А.И. Эффективные физико-механические свойства волокнистых композитов Текст.: монография –М: Изд-во ВИНИТИ, 1985. - 113с.

2. Боровков А.И. Гомогенизация однонаправленных волокнистых и гранулированных упругих композитов. Научно-технические ведомости СПбГПУ. – СПб., 2009. - №3(84): Наука и образование. – С. 135-153: ил. – (Динамика и прочность машин). – ISSN 1994-2354. – библиогр.: с. 153.

3. Болдырев Г.Г. Методы определения механических свойств грунтов. Состояние вопроса. Пенза: ПГУАС, 2008. – 696с.

4. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н., Сборник задач по математической физике (3-е изд.). М.: Наука, 1979. – 688с.

УДК 621.313.322-81

Р.Э. Шевчук<sup>1</sup>, А.В. Гаев<sup>2</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого <sup>2</sup>ОАО «НПО ЦКТИ»

## РАЗРАБОТКА И ОБОСНОВАНИЕ МОДЕЛИ МАТЕРИАЛА ИЗОЛЯЦИИ ШИН СТАТОРА ТУРБОГЕНЕРАТОРА

Введение. Выводные шины статоров мощных турбогенераторов из-за особенностей конструкции и условий эксплуатации зачастую подвержены воздействию вибрации,

источником которой является периодическая электромагнитная нагрузка со стороны ротора. Чрезмерные уровни вибрации в конструкции ведут к накоплению усталостных повреждений в вибронагруженных элементах и последующей потере их работоспособности, ведущей к останову турбогенератора и, как следствие, целого энергоблока.

Повышенная вибрация шин, вызванная близостью собственных частот колебаний шинного вывода к частоте возмущения со стороны сердечника, может приводить к истиранию деталей шинодержателей и изоляции соединительных шин, а также к появлению усталостных трещин в [1]. На рис. 1 представлена лобовая часть турбогенератора и токоведущие элементы шинного кольца в композитной изоляции.

В связи с этим, создание надежно работающей электрической машины является важной и актуальной научно-технической задачей. Для решения подобных задач в настоящее время широко применяются



Рис. 1. Лобовая часть турбогенератора

различные расчетные и экспериментальные методики, которые зачастую используются независимо друг от друга.

Особенностью настоящей работы является совместное использование современных расчетных и экспериментальных методов для решения задачи по обеспечению вибронадежности элементов торцевых зон статоров мощных турбогенераторов.

Разработка и использование рациональной математической модели, позволяющей корректно описывать и прогнозировать вибрационное состояние, как отдельного элемента, так и всей машины в целом, позволяет на этапе проектирования проводить численное моделирование поведения реальной конструкции на различных режимах работы, что предоставляет возможность обеспечения вибронадежности всех ее ответственных элементов.

Особый практический интерес представляет разработка методик расчетноэкспериментальной оценки и анализа вибрационного состояния элементов электрических машин большой мощности, содержащих композитные материалы, поскольку при наличии в конструкции таких элементов возникают сложности по определению и моделированию их физико-механических свойств [2].

*Цель работы*. В предлагаемой работе в качестве объекта исследования выступает шина с монолитной изоляцией из стеклоткани и слюдяной ленты. Основное внимание уделяется разработке моделей токоведущих элементов шинного кольца мощных электрических машин в композитной изоляции, позволяющих выполнять корректный анализ вибрационного состояния.

На конце проводника, длина которого соответствует характерным размерам выводного конца, расположен наконечник, идентичный шинному наконечнику на реальной машине. Проводник зажимается в держателях при помощи шпилек, моделирующих шпильки реального шинодержателя, и позволяющих задавать и контролировать силу обжатия шины в шинодержателе. Нижняя часть держателя прикреплена к вибростолу, моделирующему нажимную плиту. На рисунке 2 представлена конечно-элементная модель объекта исследования, построенная в системе конечно-элементного анализа ANSYS.

Обычно при проведении инженерных расчетов материал изоляции предполагается изотропным. Однако на макроуровне при упругих деформациях поведение изоляции является анизотропным (близким к ортотропному), т.е. ее физико-механические свойства в разных направлениях различны [3].

Изоляция проводника является монолитной слоистой структурой, получаемой путем специальной термомеханической обработки предварительно обмотанного в несколько слоев слюдолентой токоведущего элемента.

Слюдолента представляет собой композитный материал – это слюдяная бумага, с двух сторон обклеенная стеклотканью, где в качестве связующей матрицы выступает лак. Толщина одного такого слоя составляет около 130 мкм.

Для определения эффективных физико-механических свойств изоляции могут использоваться различные методы, в настоящей применяется метод прямой гомогенизации (осреднения) [4]. В результате, определяются десять эффективных физико-механических характеристик материала изоляции: модули Юнга  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ , коэффициенты Пуассона  $v_{xy}$ ,  $v_{yz}$ ,  $v_{xz}$  и модули сдвига  $G_{xy}$ ,  $G_{yz}$ ,  $G_{xz}$  и плотность р. Эти параметры на макроскопическом уровне определяют упругие физико-механические свойства изоляции.

Следует отметить, что обоснование возможности использования в расчетах изотропной модели изоляции в отечественной инженерной практике отсутствует.

Преобразуем используемые в инженерных расчетах изотропные упругие свойства изоляции, модуль Юнга Е и коэффициент Пуассона v, для модели ортотропного материала:

> $E_{x} = E_{y} = E_{z} = E;$  $v_{xv} = v_{vz} = v_{xz} = v;$  $G_{xv} = G_{vz} = G_{xz} = G = E/[2(1+v)]$

Выбранные направления осей x, y, z применительно к изоляции указаны на рисунке 3. Ось х направлена вдоль проводника, у – касательно к грани проводника, z – перпендикулярно грани.

Меняя поочередно каждый параметр значительно (в 2 раза) при фиксированных остальных, оценим влияние жесткостных характеристик материала изоляции на величину резонансных частот по сравнению с частотами, полученными при использовании изотропной модели материала изоляции, в исследуемом диапазоне (таблица 1). Формы 1 и 2 – изгибные в плоскости вибростола.

испытаний на растяжение

Единственным параметром, существенно влияющим на величины резонансных частот, является модуль Юнга Е<sub>х</sub>, направленный вдоль проводника. Влияние остальных характеристик составляет доли процента. Таким образом, выбор изотропной модели материала изоляции является обоснованным.

С целью уточнения используемых при проведении расчетов физико-механических характеристик изоляции, модуль Юнга Е<sub>x</sub>, оказывающий основное влияние на собственные частоты выводного конца, был определен экспериментальным путем. Для прямоугольного образца изоляции по результатам испытания на растяжение установлено, что значение модуля упругости изоляции вдоль оси проводника составляет 34.9 ГПа – на 13% меньше значения, обычно используемого в инженерной практике – 40 ГПа [5].



Элемент Держатель

Шпильки

Проводник

Изоляция

Рис. 3. Образец изоляции для



Форма	Множитель	Отклонение $\Delta F$ , %								
		Упругий параметр								
		$E_{\rm x}$	$E_{\rm y}$	Ez	v <sub>xy</sub>	$v_{yz}$	$v_{xz}$	$G_{\rm xy}$	$G_{\rm yz}$	$G_{\rm xz}$
1	×0.5	-16.2	-0.2	-0.05	0.2	0	-0.05	-0.6	-0.2	-0.2
	×2.0	25.2	0.2	0.05	0.3	0.05	0.1	0.7	0.2	0.2
2	×0.5	-15.0	-0.3	-0.06	0.09	-0.01	-0.06	-0.9	-0.3	-0.3
	×2.0	21.8	0.3	0.06	0.6	0.04	0.2	1.0	0.2	0.2

Таблица 1. Влияние ортотропных свойств изоляции на резонансные частоты

*Результаты.* Разработана математическая модель материала изоляции шин статоров турбогенераторов. Обоснована корректность использования материала с изотропными физико-механическими свойствами. Экспериментальным путем уточнено значение модуля упругости изоляции, используемое в инженерных расчетах.

*Выводы.* При проведении вибрационного анализа элементов выводных шин путем численного моделирования для получения корректных результатов достаточно использовать изотропную физико-механическую модель материала. Свойства материалов при этом рекомендуется уточнять экспериментальным путем.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Самородов Ю.Н. Дефекты генераторов. – М.: ЗАО «Энергетические технологии», 2005. – 350 с.

2. Гаев А.В., Шевчук Р.Э. Многоуровневый подход к конечно-элементному моделированию вибрационного состояния элементов турбоагрегатов, содержащих композиционные материалы // Проблемы вибрации, виброналадки, вибромониторинга и диагностики оборудования электрических станций: сб. докл. VII Международной научно-технической конференции. – М.: ОАО «ВТИ», 2013. – с. 258 – 265.

3. Шевчук Р.Э., Гаев А.В. Многоуровневое конечно-элементное моделирование элементов статоров, содержащих композитные материалы // Неделя науки СПбПУ: материалы научного форума с международным участием. Институт прикладной математики и механики. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2015. – с. 118 – 121.

 Боровков А.И., Пальмов В.А. Базовые решения и регулярное разложение в механике периодических композитов. Труды СПбГТУ, вычислительная математика и механика, № 498, 73-90.
 Антонов Ю.Ф. Криотурбогенератор КТГ-20: опыт и проблемы сверхпроводникового

электромашиностроения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 608 с.

### УДК 534.1

В.А. Щербина, Л.В. Штукин Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## МАКРОМОДЕЛЬ НАНОВЕСОВ

Введение. Открытые в последнее время новые технологии и материалы способствуют разработке принципиально новых наноэлектромеханических систем, в частности нанорезонаторов. Резонатор — это колебательная система, в которой происходит накопление энергии колебаний за счет резонанса с периодическим внешним воздействием. Обзоры современного состояния наноэлектромеханических систем и их потенциальных приложений даны в [1, 2]. Одним из возможных применений графенового резонатора является использование его как детектора массы осажденной на нем частицы. В результате прилипания частицы, например, клетки или молекулы, к гибкой поверхности резонансная частота колебательной системы изменяется. Этот эффект позволяет определить массу частицы. Ясно, что для вычисления сверхмалых масс требуется уменьшение геометрии резонатора до наноразмеров. Однако существуют трудности в изготовлении тонких пластин

с высокой степенью параллельности рабочих сторон и сверхтонких пленок из традиционно используемых материалов. К тому же увеличение доли поверхностных атомов по отношению к количеству атомов, находящихся в толще материала, не позволяет добиться высокой частоты и добротности. Поэтому внимание исследователей привлекают попытки создания тонкослойных резонаторов на базе углеродных наноструктур, в частности графена. Отличием графена от других материалов является его высокая жесткость при относительно малой массе.

Серьезным недостатком при использовании резонатора на основе графена является его низкая добротность (порядка 100) [2, 3]. Есть различные пути решения этой проблемы. В экспериментальной работе [4] показано, что при низких температурах можно добиться добротности на несколько порядков выше. В работе [5] предлагается использовать мягкую электрическую нелинейность, в работе [6] показано, как влияет жесткая механическая нелинейность на точность измерения собственной частоты. В работах [7-9] предлагаются схемы дифференциального и параметрического резонатора.

*Цель работы* – создать макромодель, максимально схожую по поведению с графеновым нанорезонатором, и применить ее для отработки алгоритмов измерения оседающей массы.

*Результаты.* После серии опытов с разными формами и материалами в качестве макромодели графеновой пленки была выбрана тонкая полоса из стали. За основу была взята модель однослойного резонатора, подробно описанная в работе [10], с той лишь разницей, что для возбуждения колебаний было использовано магнитное поле вместо электрического. Схема установки изображена на рис. 1.



Рис. 1. Схема макромодели нановесов

Основным достоинством макромодели над наномоделью является возможность простой и точной регулировки таких параметров, как длина и сила натяжения. Изменяя основную геометрию модели, мы влияем на соотношение нелинейностей механической и магнитной. Таким образом можно наблюдать как мягкий, так и жесткий нелинейный резонанс. Графеновому резонатору также свойственно как мягкое, так и жесткое нелинейное поведение, что продемонстрировано в экспериментальной работе [11]. В работе [12] для микрорезонатора показано, что на нелинейность можно влиять, не меняя геометрию, а именно, при увеличении постоянной электрической (в нашем случае магнитной) составляющей и уменьшении амплитуды вынуждающей силы (в нашем случае  $V_{\rm r}$ ) система демонстрирование в вышеупомянутых работах [10] и [12] и наша макромодель на рис. 2: (*a*) и (*b*) – мягкое поведение при малой амплитуде вынуждающей силы, (*б*) и (*c*) – ужесточённое поведение при увеличенной амплитуде вынуждающей силы.



Рис. 2. (а), (б) Аналитические, (в), (г) экспериментальные резонансные кривые, (д), (е) определение частоты срыва по экстремумам разностей

На экспериментальной кривой на рис. 2 (г), в области, обведенной пунктирной линией, наблюдается провал. Такой дефект есть не только у нашей макромодели, но отмечается и в экспериментах с микрорезонатарорами в работе [13]. Падение амплитуды первой формы объясняется появлением 3-ей формы колебаний. Такой дефект на резонансной кривой может присутствовать и у графенового нанорезонатора, что может привести к преждевременному срыву и к неверным показаниям нановесов, если при калибровке не учесть наличие этого эффекта или не предусмотреть возможность отстройки от него.





Как в случае с мягкой, так в случае с жесткой нелинейностью, в случаях, если их два, три или четыре, характерные срывы хорошо заметны на резонансной кривой и могут быть точно определены по графикам разностей на рисунке 2(d) и (*e*).

На рисунке 3 продемонстрировано, как менялось абсолютное и относительное значение частот срыва в зависимости от доли осевшей массы. На рис. 3 (б) треугольными точками отмечено численное решение для математической модели из работы [10].

*Выводы.* Разработана и изготовлена макромодель нанорезонатора. Модель позволяет отработать алгоритмы измерения массы и позволяет уточнить влияние различных параметров резонатора на точность измерений.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Bom K., Park H.S., Yoon D.S., Kwon T Nanomechanical resonators and their applications in biological/chemical detection: Nanomechanics principles // Phys. Rep. - 2011. - V. 503. - P. 115-163.

2. Гринберг Я.С., Пашкин Ю.Я., Ильичев Е.В. Наномеханические резонаторы // УФН. - Т. 182. - С. 407-436.

3. Bunch S.J., van der Zande A.M., Verbridge S.S., Frank I.W., Tanen-baum D.M., CraigheadH.G., McEuen P.L. Electromechanical resonators from graphene sheets // Science - 2007. - V.315. - P.490-493.

4. Chen C., Rosenblatt S., Bolotin K.I., Kall W., Kim P., Kymissis I. Performance of monolayer grapheme // Nat. Nanotech. - 2009. - V. 4. -P. 861-867.

5. Морозов Н.Ф., Беринский И.Е., Индейцев Д.А., Привалова О.В., Скубов Д.Ю., Штукин Л.В. Срыв колебаний графенового резонатора как способ определения его спектральных характеристик // ДАН. - 2014. - Т. 456. - № 5. - С. 537-540.

6. Dai M.D., Kim C.W., Eom K. Nonlinear vibration behavior of graphene resonators and their applications in sensitive mass detection // Nanoscale Res. Lett. 2012, 7, 449.

7. Морозов Н.Ф., Беринский И.Е., Индейцев Д.А., Скубов Д.Ю., Штукин Л.В. Дифференциальный графеновый резонатор // ДАН. - 2014. - Т. 457. - № 1. - С. 1-4.

8. Морозов Н.Ф., Беринский И.Е., Индейцев Д.А., Скубов Д.Ю., Штукин Л.В. Дифференциальный графеновый резонатор как детектор массы // МТТ. - 2015. - № 2. - С. 20-28.

9. Беринский И.Е., Индейцев Д.А., Морозов Н.Ф., Скубов Д.Ю., Штукин Л.В. Дифференциальный графеновый резонатор как детектор массы // Изв. РАН. МТТ. 2015. № 2. С. 20-29.

10. Штукин Л.В., Беринский И.Е., Индейцев Д.А., Морозов Н.Ф., Скубов Д.Ю. Электромеханические модели нанорезонаторов // Физ. мезомех. - 2016. - Т. 19. - № 1. - С. 24-30.

11. Song X., Oksanen M., Sillanp M. A., Craighead H. G., Parpia J. M., and Hakonen P. J. Stamp transferred suspended graphene mechanical resonators for radio frequency electrical readout. // Nano Lett. 2011 12(1), pp. 198–202.

12. Bhushan A., Inamdar M. M., and Pawaskar D. N. Dynamic Analysis of a Double-sided Actuated MEMS Oscillator Using Second-order Averaging // Proceedings of the World Congress on Engineering 2013 Vol III, WCE 2013, July 3 - 5, 2013, London, U.K.

13. Dario Antonio, Damián H. Zanette & Daniel López Frequency stabilization in nonlinear micromechanical oscillators // Nat Commun. 2012 May 1;3:806.

## СЕКЦИЯ «ФИЗИКА ПРОЧНОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ МАТЕРИАЛОВ»

УДК 548.4

# А.Н. Матвиенко, С.А. Филиппов, Н.Ю. Золоторевский Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ МАЛОУГЛОВОГО ПИКА В РАСПРЕДЕЛЕНИИ РАЗОРИЕНТИРОВОК МЕЖДУ ЭЛЕМЕНТАМИ СТРУКТУРЫ СИЛЬНО ДЕФОРМИРОВАННОГО ЖЕЛЕЗА

При больших пластических деформациях металлических материалов происходит фрагментация их кристаллической решетки [1]. Разориентация фрагментов с ростом степени деформации увеличивается настолько, что постепенно образуются большеугловые границы деформационного происхождения (ДП). В то же время, в распределении разориентировок как правило наблюдается характерный малоугловой пик (рис.1). Многие исследователи отмечали, что после своего формирования этот пик мало изменяется в широком интервале деформаций [2-3]. Однако количественный анализ его эволюции до сих пор не проводился. Задача настоящей работы – прояснить зависимость параметров малоуглового пика от степени и температуры деформации, а также его связь с особенностями процесса формирования фрагментированной структуры.

Для решения поставленной задачи на сканирующем электронном микроскопе методом



Рис. 1. Пример распределения разориентировок (Fe, сжатие при 400°С, ε = 1)

анализа дифракции обратно отраженных электронов (EBSD) исследовали армко-железо, подвергнутое деформации сжатием при 200°С ( $\varepsilon = 1$ ) и 400°С ( $\varepsilon = 1$  и 1.5). Исходный размер зерна составлял 30 мкм. Изучали продольное сечение образца. Шаг сканирования был равен 0.1 мкм. Анализ разориентировок выполняли с использованием расширения МТЕХ для среды MATLAB [4].

В качестве примера на рисунке 2а показана микроструктура, полученная после деформации  $\varepsilon = 1$  при 400°С (соответствующее распределение разориентировок приведено на рисунке 1). На представленной карте отмечены границы с разориентацией более 2°, поскольку при меньших

идентификации границ существенно понижается. vглах достоверность Области. ограниченные на карте большеугловыми границами (черные линии), – это деформированные исходные зерна или их крупные фрагменты. Видно, что внутри них при деформации сформировалась субструктура с преимущественно малоугловыми разориентировками. Очевидно, что именно этой субструктуре в основном отвечает малоугловой пик в распределении разориентировок на рисунке 1. Для дальнейшего анализа средствами МТЕХ выделяли области, ограниченные по всему внешнему контуру большеугловыми границами (рис. 2б). Всего было рассмотрено по 10 областей для каждого образца. Чтобы изучить зависимость распределения разориентировок от ориентации зерна, в этот набор включали области, имеющие ориентации, близкие к обеим устойчивым ориентировкам (111) и (100), а также области с промежуточными ориентировками (рис. 2в).

Некоторые из выделенных областей могли оказаться не исходными зернами, а их крупными фрагментами, образовавшимися при деформации. Чтобы убедиться в этом,

проводилось сравнение площади исследуемых областей со средней площадью сечения зерна  $A_{grain}$  при данной деформации. При этом было учтено, что в случае деформирования при 400°C ожидаемый средний размер зерна в направлении, перпендикулярном оси сжатия, превышал ширину исследованного участка. Средний размер области получился равным 55%, 36% и 16% от  $A_{grain}$  в случаях 400°C ( $\varepsilon = 1, 1.5$ ) и 200°C ( $\varepsilon = 1$ ), соответственно.



Рис. 2. Результаты EBSD анализа образца после деформации 1 при 400°С: карта границ (а), пример выделенной для анализа области (б) и соответствующие ей распределение ориентации оси сжатия на обратной полюсной фигуре (в) и распределение разориентировок (г). Цветовая дифференциация границ: 2°<θ<5° голубые, 5°<θ<15° фиолетовые, θ>15° черные



Рис. 3. Распределения разориентировок между элементами структуры выделенных областей для трех исследованных образцов

Результаты анализа разориентировок показаны на рисунке 3. Несмотря на разброс данных, характер распределения в основном сохраняется: в большинстве областей вероятность встретить данную разориентировку экспоненциально снижается до 0 при  $\theta$  < 15°. В то же время, при  $\varepsilon = 1$  в некоторых областях зарегистрированы большеугловые разориентировки. Как видно на рисунке 2б, эти особенности спектра разориентировок связаны с незавершенной фрагментацией: наблюдаются «оборванные» границы ДП, вдоль которых угол разориентации варьируется от величины >15° вблизи границы зерна до

величины  $<2^{\circ}$ . То, что такие случаи незавершенной фрагментации не зафиксированы при  $\varepsilon = 1.5$ , по-видимому, обусловлено ускорением распространения пластических ротаций с ростом  $\varepsilon$ . Последнее, в свою очередь, может быть связано с ускорением динамического возраста, учитывая повышенную температуру деформации.

Разброс полученных результатов затрудняет изучение эффекта средней ориентации зерна. Усреднение этих результатов в пределах каждой ориентации (рис. 4а), также не позволяет выявить ориентационную зависимость распределения разориентировок. Таким образом, если даже такая зависимость существует, то является слабой. Усреднение результатов в пределах каждого из трех изученных состояний (рис. 4б), показывает, что увеличение степени деформации от 1 до 1.5 не приводит к заметному изменению распределения. В то же время, зависимость распределения от температуры деформации имеет место.



Рис. 4. Распределения разориентировок, полученные усреднением в пределах средних ориентаций областей (а) и в пределах трех исследованных образцов (б)

Подводя итог сделанной работе, отметим следующее. Можно выделить два масштабных уровня в развитии фрагментированной структуры при деформациях ~1 и более. На относительно крупном масштабе зерна фрагментируются за счет образования (преимущественно около межзеренных границ) границ ДП, которые распространяются, как правило, ветвясь, через зерно. Разориентировки на таких границах в процессе деформации возрастают до десятков градусов. В то же время, малоугловой пик в распределении разориентировок, соответствующий внутренней структуре этих крупных фрагментов, сохраняется неизменным при увеличении степени деформации от 1 до 1.5. При этом как параметры малоуглового пика, так и интенсивность крупномасштабной фрагментации, зависят от температуры деформации: при снижении температуры разориентировки в среднем увеличиваются, а размеры фрагментов уменьшаются.

Работа поддержана грантом Российского Научного Фонда, проект № 15-13-20030.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Н. Ю. Золоторевский, В. В. Рыбин. Фрагментация и текстурообразование при деформации металлических материалов. – СПб. Изд-во Поли-техн. ун-та, 2014. – 208 с.

2. Z.P. Luo, H.W. Zhang, N. Hansen, K. Lu, Quantification of the microstructures of high purity nickel subjected to dynamic plastic deformation. Acta Materialia 60 (2012) 1322–1333

3. Z. Yanushkevich, A. Belyakov and R. Kaibyshev, Microstructural evolution of a 304-type austenitic stainless steel during rolling at temperatures of 773–1273 K. Acta Materialia 82 (2015) 244–254

4. F. Bachmann, R. Hielscher, H. Schaeben: Texture Analysis with MTEX - Free and Open Source Software Toolbox, Solid State Phenomena, 160, 63-68, 2010.

В.С. Сизова, Н.Ю. Золоторевский Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# ЭВОЛЮЦИЯ РАЗОРИЕНТИРОВОК НА МЕЖЗЕРЕННЫХ ГРАНИЦАХ В ПЛАСТИЧЕСКИ ДЕФОРМИРОВАННОМ МАТЕРИАЛЕ

В процессе деформации образуются новые межкристаллитные границы деформационного происхождения [1], разориентировки которых содержат важную информацию о структурном состоянии и о физическом механизме деформации [2]. Наряду с образованием новых границ, происходит и эволюция исходных границах зерен: если до деформации разориентировка практически постоянна по всей длине границы, то в деформированном материале она может значительно варьироваться от точки к точке [3]. В связи с этим при исследовании структуры сильно деформированных материалов возникает необходимость разделить в общем спектре разориентировок вклады от границ деформационного происхождения, с одной стороны, и от исходных границ зерен, с другой.

Если распределение разориентировок получено на образце, содержащем достаточно большое число зерен (несколько сотен или более), то характер распределения определяется в основном кристаллографической текстурой материала [4]. Однако в реальном эксперименте, выполненном методом дифракции обратно рассеянных электронов (EBSD), обычно исследуются участки существенно меньшего размера. Тогда, чтобы правильно интерпретировать результаты эксперимента, желательно знать, как вклад в общий спектр разориентировок от отдельной межзеренной границы или от небольшого набора границ эволюционирует в процессе деформации. Получение ответа на этот вопрос и является задачей настоящей работе.



Рис. 1. Ориентационная карта микроструктуры аустенитной стали (ε = 0.7). Участки границ с разориентацией, близкой к исходной двойниковой, прорисованы белыми линиями

В первой части работы проделан анализ экспериментальных данных по разориентировкам на границах двойников отжига в аустенитной стали 304 после деформации сжатием при 850°С на 30 и 50% (истинные деформации 0.36 и 0.7), полученных методом дифракция обратно рассеянных электронов (EBSD) [5], рис. 1. Во второй части на базе этих данных проведено моделирование эволюции спектра разориентировок специальных границ в процессе деформации.

Ранее было показано [6], что распределение разориентировок  $\theta$  на границах деформационного происхождения, если углы  $\theta$  нормировать на среднее значение  $\theta_m$ , при малых и средних деформациях хорошо описывается с помощью гамма-распределения,

$$\Gamma(\mathbf{x}) = \frac{1}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}},$$

причем распределение  $\Gamma(\theta/\theta_m)$  не зависит от деформации. Можно предположить, что

распределение наведенных деформацией отклонений Δθ от исходной разориентировки имеет аналогичный характер. Действительно, экспериментальные данные, полученные на аустенитной стали, удается описать аналогичным образом (рис. 2). При этом параметры гамма-распределения:  $\alpha = 4.5$ ,  $\beta = 1/\alpha$ , а средние углы разориентировки при  $\varepsilon = 0.36$  и 0.7 равны, соответственно, 11° и 15°.

Зная  $\theta_m$  для двух деформаций, получим гипотетическую зависимость  $\theta_m(\epsilon)$  в форме степенной функции (рис. 3), ~ $\epsilon^{0.45}$ . При гомологических температурах, близких к использованной в эксперименте для аустенитной стали (около половины температуры плавления), эта зависимость предположительно будет выполняться и для других металлических материалов.



Рис. 2. Распределения разориентировок N(Δθ) (гистограммы), наведенных деформацией на исходно двойниковых границах, и их аппроксимация с помощью гамма-распределения (линии)



Рис. 3. Зависимость средней наведенной разориентировки от степени деформации



Опираясь на результаты анализа эволюции разориентировок на двойниковых границах в аустените, можно промоделировать эволюцию распределения разориентировок на границах зерен деформируемого поликристалла. В качестве исходных разориентировок для моделирования брали разориентировки специальных границ, отвечающих решеткам совпадающих узлов. Эти границы характеризуются обратной плотностью совпадающих узлов Σ и отличаются особыми физическими свойствами, в частности, пониженной энергией. Рассматривали массив из 16 таких разориентировок с Σ от 3 до 25.



Рис. 4. Рассчитанные распределения разориентировок на границах Σ3 и Σ9 после деформации ε = 0.2 (a) и 1.5 (б). Линией показано распределения для хаотического ансамбля

Сначала рассмотрим случай, когда одинаковый вклад в спектр разориентировок дают две границы,  $\Sigma 3 (60^{\circ} < 111^{\circ})$  и  $\Sigma 9 (38.9^{\circ} < 110^{\circ})$ . Это – границы двойников 1-го и 2-го порядка, соответственно, которые часто доминируют в структуре металлов с ГЦК решеткой. На рис. 4а видно, что после деформации  $\varepsilon = 0.2$  пики, соответствующие этим двум границам, разделяются, хотя и значительно размыты. Однако после деформации  $\varepsilon = 1.5$  их разделить уже невозможно (рис. 4б).

Рассмотрим теперь случай, когда все 16 специальных границ с  $\Sigma$  от 3 до 25 дают одинаковый вклад в общий спектр разориентировок. После  $\varepsilon = 0.2$  невозможно выделить пики, отвечающие отдельным границам (рис. 5а), а после деформации  $\varepsilon = 1.5$  (рис. 5б) распределение разориентировок уже практически совпадает с распределением, полученным для ансамбля хаотически ориентированных кристаллов.



Рис. 5. Рассчитанные распределения разориентировок на границ Σ3…Σ25 после деформации ε = 0.2 (а) и 1.5 (б). Линией показано распределения для хаотического ансамбля

Таким образом, в настоящей работе на примере специальных границ показано, как в результате пластической деформации трансформируется вклад исходных границ зерен в распределение межкристаллитных разориентировок. Полученные результаты будут полезны при изучении фрагментации металлических материалов в процессе интенсивной пластической деформации. Следует отметить, что при моделировании учитывалось изменение разориентировки на границе, вызванное фрагментацией приграничных объемов, но не учитывались развороты решетки зерен, приводящие к эволюции кристаллографической текстуры. Таким образом, полученные результаты относятся к случаям, когда текстура материала в процессе деформации остается слабой, например, к равноканальному угловому прессованию.

Работа поддержана грантом Российского Научного Фонда, проект № 15-13-20030.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Рыбин В.В. Большие пластические деформации и вязкое разрушение металлов. – Металлургия, 1986. – 231 с.

2. Рыбин В. В., Золоторевский Н. Ю., Ушанова Э. А. Журнал технической физики, 2014, том 84, вып. 12. с.81-95.

3. Salishchev G., Mironov S., Zherebtsov S. and Belyakov A. Mater Characterization 61:732-739.

4. Gertsman V. Yu., Zhilyaev A. P., Pshenichnyuk A. I. and Valiev R. Z. Acta Metallurgica et Materialia Vol. 40, No. 6, pp. 1433-1441, 1992.

5. Zolotorevsky N.Yu., Ermakova N.Yu., Sizova V.S., Ushanova E.A., Rybin V.V., J. of Mater. Sci., in press.

6. Hughes D.A., Liu Q., Chrzan D.C., Hansen N., Acta Mater. 1997. Vol. 45. pp. 105-112.

Е.А. Мордасова<sup>1</sup>, М.Ю. Гуткин<sup>1-3</sup>, А.Л. Колесникова<sup>2,3</sup>, А.Е. Романов<sup>3-5</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, <sup>2</sup>Институт проблем машиноведения РАН, <sup>3</sup>Университет ИТМО, <sup>4</sup>Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, <sup>5</sup>Тольяттинский государственный университет

## НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ УПРУГОГО ЦИЛИНДРА С АКСИАЛЬНО СИММЕТРИЧНОЙ КРУГОВОЙ ПЕТЛЕЙ РАДИАЛЬНОЙ ДИСКЛИНАЦИИ (ДИСЛОКАЦИИ СОМИЛИАНЫ)

Развитие аналитических методов решения граничных задач теории упругости требует разработки новых подходов, позволяющих ставить и решать задачи, актуальные для современных неоднородных материалов и твердотельных структур. Одним из таких подходов является использование в качестве базовых элементов упругих полей различных дислокационных и дисклинационных конфигураций. В частности, в последние годы значительное внимание уделяется круговым петлям радиальных дисклинаций – одному из видов дислокаций Сомилианы [1–8]. Для этих петель найдены упругие поля и энергия в бесконечной среде [1–3, 5–7], а также исследованы случаи, когда петля залегала параллельно плоским границам раздела – у свободной поверхности упругого полупространства и у межфазной границы [4, 8].

Целью настоящей работы было решение граничной задачи теории упругости для круговой петли радиальной дисклинации (дислокации Сомилианы) в упругом цилиндре. Геометрические характеристики этого дефекта (рис. 1) – скачок смещений и пластическая дисторсия – определяются соответственно формулами [1, 5]:  $[u_r] = \omega r \, \text{и} \, \beta_{zr}^* = \omega r H(1 - r/c) \delta(z)$ , где  $u_r$  – радиальное смещение,  $\omega$  – величина вектора Франка (мощность дефекта),  $r^2 = x^2 + y^2$ ,



Рис. 1. Радиальная дисклинационная петля



Рис. 2. Радиальная дисклинационная петля в упругом цилиндре

c — радиус петли, H(t) — функция Хевисайда,  $\delta(z)$  — одномерная дельта-функция.

Рассмотрим такую петлю, расположенную аксиально симметрично в упругом цилиндре радиусом *a* в плоскости *z* = 0 (рис. 2). Поля напряжений петли будем искать в виде:  $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{\infty} + \sigma'_{ij}$ , *i*, *j* = *r*, $\varphi$ ,*z*, где  $\sigma_{ij}^{\infty}$  – напряжения от петли в бесконечной среде, а  $\sigma'_{ij}$  – дополнительное поле, обеспечивающее выполнение граничных условий  $\sigma_{rr} = 0$  и  $\sigma_{rz} = 0$  на свободной поверхности цилиндра. Поле  $\sigma_{ij}^{\infty}$  имеет вид (в единицах  $G\omega/[2(1-\nu)])$  [1, 5]:

$$\sigma_{rr}^{\infty} = \operatorname{sgn}(z)[2(\nu-1)\frac{c}{r}J(2,1;0) - \frac{|z|}{c}J(2,0;2) + 2J(2,0;1) + \frac{|z|}{r}J(2,1;1)],$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}^{\infty} = \operatorname{sgn}(z)[2(1-\nu)\frac{c}{r}J(2,1;0) - \frac{|z|}{r}J(2,1;1)] + 2\nu J(2,0;1)],$$

$$\sigma_{zz}^{\infty} = \frac{z}{c}J(2,0;2), \quad \sigma_{rz}^{\infty} = \frac{|z|}{c}J(2,1;2) - J(2,1;1),$$

$$\sigma_{r\phi}^{\infty} = \sigma_{z\phi}^{\infty} = 0.$$
(1)

Поскольку дополнительное поле  $\sigma'_{ij}$  является осесимметричным, его можно представить в виде [9]:

$$\frac{a}{2G}\sigma_{rr}' = \int_{0}^{\infty} \left[ (3-2\nu)f'(\tilde{r}) - \left(\beta^{2}\tilde{r} + \frac{1-2\nu}{\tilde{r}}\right)f(\tilde{r}) + \frac{g'(\tilde{r})}{\tilde{r}} - \beta^{2}g(\tilde{r}) \right] \sin\beta\tilde{r} d\beta ,$$

$$\frac{a}{2G}\sigma_{\varphi\varphi}' = \int_{0}^{\infty} \left[ (3-2\nu)\frac{1}{\tilde{r}}f(\tilde{r}) - (1-2\nu)f'(\tilde{r}) - \frac{g'(\tilde{r})}{\tilde{r}} \right] \sin\beta\tilde{r} d\beta ,$$

$$\frac{a}{2G}\sigma_{zz}' = \int_{0}^{\infty} \left[ \left(\frac{2\nu}{\tilde{r}} + \beta^{2}\tilde{r}\right)f(\tilde{r}) + 2\nu f'(\tilde{r}) + \beta^{2}g(\tilde{r}) \right] \sin\beta\tilde{r} d\beta ,$$

$$\frac{a}{2G}\sigma_{rz}' = -\int_{0}^{\infty} \left[ (1-2\nu)f(\tilde{r}) - \tilde{r}f'(\tilde{r}) - g'(\tilde{r}) \right] \cos\beta\tilde{r} d\beta ,$$
(2)

где  $f(x) = CI_1(\beta \tilde{r}), g(x) = DI_0(\beta \tilde{r}), \tilde{r} = r/a, \tilde{z} = z/a; I_1(\beta \tilde{r})$  и  $I_0(\beta \tilde{r})$  – модифицированные функции Бесселя первого рода, *С* и *D* – коэффициенты, определяемые из граничных условий.

Подставляя соответствующие компоненты полей (1) и (2) в граничные условия задачи и применяя интегральное преобразование Фурье

$$F(\psi) = \hat{\psi}(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\tilde{z}) e^{-i\beta \tilde{z}} d\tilde{z} ,$$

получаем систему алгебраических уравнений, из которых определяются коэффициенты *С* и *D* в виде:

$$C = \frac{c^{2}\omega}{2a^{3}\pi(\nu-1)\eta(\beta)} \left\{ c\beta I_{1}\left(\frac{c\beta}{a}\right) - aI_{2}\left(\frac{c\beta}{a}\right) [2 + \beta^{2}I_{0}(\beta)K_{0}(\beta) + (2 + \beta^{2} - 2\nu)I_{1}(\beta)K_{1}(\beta)] \right\},\$$

$$D = -\frac{c\omega}{2a^{3}\pi(\nu-1)\beta^{2}\eta(\beta)} \left\{ ac\beta I_{0}\left(\frac{c\beta}{a}\right) [2 - \beta^{2} - 2\nu - 2\beta^{2}\nu I_{0}(\beta)K_{0}(\beta) - 2\nu(2 + \beta^{2} - 2\nu)I_{1}(\beta)K_{1}(\beta) + I_{1}\left(\frac{c\beta}{a}\right) \{2(c^{2}\beta^{2}(\nu-1) + a^{2}(\beta^{2} - 2 + 2\nu)) + (c^{2}\beta^{2} + 4\nu a^{2})(\beta^{2}I_{0}(\beta)K_{0}(\beta) + (2 + \beta^{2} - 2\nu)I_{1}(\beta)K_{1}(\beta))\} \right\},\$$

где  $\eta(\beta) = \beta^2 I_0^2(\beta) - (2 + \beta^2 - 2\nu) I_1^2(\beta)$ .

Таким образом, поставленная граничная задача решена в виде суперпозиции полей напряжений (1) и (2) с учетом найденных коэффициентов *C* и *D*.

На рисунке 3 приведены карты полей напряжений и дилатации  $\Delta = (1 - 2\nu)\sigma_{ii}/[2G(1 + \nu)]$  круговой петли радиальной дислокации Сомилианы в центральном продольном сечении цилиндра для случая, когда радиус петли в два раза меньше радиуса цилиндра.

Из полученных карт напряжений можно сделать вывод, что свободная поверхность цилиндра заметно экранирует напряжения петли, не изменяя, однако, общего характера их распределения вокруг петли. Поле упругой дилатации петли в цилиндре качественно отличается от случая бесконечной среды – в цилиндре оно в 2 раза чаще (четырежды) меняет знак вдоль диаметра цилиндра на расстоянии вдоль его оси, не превышающем радиуса петли. При этом дополнительные смены знака происходят вблизи поверхности цилиндра.



Рис. 3. Карты распределения напряжений и дилатации дислокационной петли Сомилианы в цилиндре. Значения напряжений и дилатации даны соответственно в единицах  $G\omega$  и  $\omega$  при  $\nu = 0.3$ 

Таким образом, в данной работе впервые было получено аналитическое решение граничной задачи теории упругости о круговой петле радиальной дисклинации (радиальной дислокации Сомилианы), занимающей аксиально-симметричное положение в длинном упругом цилиндре. Показано, что найденное решение удовлетворяет граничным условиям задачи и позволяет выявлять и исследовать новые особенности в распределении упругих полей, обусловленные их экранировкой свободной поверхностью цилиндра. В дальнейшем предполагается использовать это решение для построения упругих моделей квантовых точек в виде дисков и цилиндров конечной длины в композитных нанопроволоках.

#### ЛИТЕРАТУРА:

- 1. А.Л. Колесникова, А.Е. Романов, Препринт ФТИ им. А.Ф. Иоффе АН СССР № 1019. Л., 1986, 62 с.
- 2. I. Demir, J.P. Hirth, H.M. Zbib, J. Elasticity 28 (1992) 223.
- 3. A.M. Korsunsky, J. Elasticity 44 (1996) 97.
- 4. A.M. Korsunsky, J. Elasticity 44 (1996) 115.
- 5. А.Л. Колесникова, А.Е. Романов, ФТТ 45 (2003) 1626.
- 6. A.L. Kolesnikova, A.E. Romanov, J. Appl. Mech. 71 (2004) 417.
- 7. R.J.H. Paynter, D.A. Hills, A.M. Korsunsky, Int. J. Solids Struct. 44 (2007) 6653.
- 8. R.J.H. Paynter, D.A. Hills, Int. J. Solids Struct. 46 (2009) 412.

9. А.И. Лурье. Пространственные задачи теории упругости. М., Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955, 491 с.

Д.С. Михеев<sup>1</sup>, М.Ю. Гуткин<sup>1-3</sup>, А.Л. Колесникова<sup>2-3</sup>, А.Е. Романов<sup>3-5</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, <sup>2</sup> Институт проблем машиноведения РАН, <sup>3</sup> Университет ИТМО <sup>4</sup> Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе РАН <sup>5</sup> Тольяттинский государственный университет

## КРУГОВАЯ ПЕТЛЯ РАДИАЛЬНОЙ ДИСЛОКАЦИИ СОМИЛИАНЫ В УПРУГОМ ШАРЕ

В XX веке теория дефектов зарекомендовала себя как универсальный инструмент, описывающий строение и свойства твердого тела и твердотельных структур. Круговые петли линейных дефектов – дислокации и дисклинации Вольтерры, дислокации Сомилианы – одни из самых важных объектов теории дефектов. В основе их использования для построения теоретических моделей лежит знание их упругих полей, которые определяются их геометрическими характеристиками и граничными условиями задачи. К настоящему



Рис. 1. Круговая петля радиальной дислокации Сомилианы. Показано смещение берегов разреза при введении петли



Рис. 2. Круговая петля радиальной дислокации Сомилианы в упругом шаре

времени относительно хорошо изучены граничные задачи для дислокаций Вольтерры (см., например, работы [1-5] и цитированную в них литературу). Список решенных граничных задач для дисклокаций Сомилианы значительно короче [6, 7].

Дислокации Сомилианы сильно отличаются по своим свойствам от дислокаций Вольтерры. Например, поля деформаций и напряжений вблизи дислокаций Вольтерры не имеют особенностей в плоскости разреза, однако в случае дислокаций Сомилианы компоненты поля напряжений могут испытывать разрывы на поверхности разреза. Можно считать, что дислокация Вольтерры – это частный случай более общего класса дислокаций Сомилианы.

Рассмотрим радиальную дислокацию Сомилианы (рис. 1), которая определяется следующими геометрическими характеристиками:  $[u_r] = \omega r \ u \ \beta_{zr}^* = \omega r H (1 - r/c)\delta(z)$ , где  $u_r$  – радиальное смещение,  $\omega$  – величина вектора Франка (мощность дефекта),  $r^2 = x^2 + y^2$ , c – радиус петли, H(t) – функция Хевисайда,  $\delta(z)$  – одномерная дельта-функция. Упругие поля и энергия такой петли в бесконечной среде рассмотрены в работах [1–3, 8–10].

В настоящей работе решена граничная задача теории упругости о круговой петле такой радиальной дисклокации Сомилианы в упругом шаре. Найдены упругие поля и дилатация, создаваемые этой петлей. Решение было получено с помощью метода Лурье в виде

 $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{\infty} + \sigma'_{ij}$ , где  $\sigma_{ij}^{\infty}$  – напряжения от петли в бесконечной среде, а  $\sigma'_{ij}$  – дополнительное поле, обеспечивающее выполнение граничных условий  $\sigma_{RR} = 0$  и  $\sigma_{R\theta} = 0$  на свободной поверхности шара (R = a). При этом поле петли радиальной дисклокации Сомилианы  $\sigma_{ij}^{\infty}$  [1-3] раскладывалось в ряд по полиномам Лежандра с помощью формул, представленных в

работе [5]. Дополнительное поле  $\sigma'_{ij}$  искалось как общее решение внутренней объемной задачи теории упругости в сферической системе координат в случае осевой симметрии [11], и из граничных условий определялись коэффициенты разложения этого поля  $\sigma'_{ij}$  по полиномам Лежандра.

Анализ полей напряжений круговой петли радиальной дислокации Сомилианы удобно проводить с помощью карт напряжений, построенных численно в меридиональном сечении упругого шара (рис. 3). Карты компонент  $\sigma_{RR}$  (рис. 3,а) и  $\sigma_{R\theta}$  (рис. 3,б) демонстрируют выполнение граничных условий задачи. Поскольку в данном примере петля залегает в экваториальной плоскости шара, нормальные компоненты поля напряжений антисимметричны относительно этой плоскости, а сдвиговая компонента  $\sigma_{R\theta}$  симметрична относительно нее. Вблизи от линии петли поля напряжений подобны соответствующим полям напряжений прямолинейной краевой дислокации.



Рис. 3. Карты полей напряжений σ<sub>RR</sub> (a), σ<sub>Rθ</sub> (б), σ<sub>θθ</sub> (в) и σ<sub>φφ</sub> (г) круговой петли радиальной дислокации Сомилианы в меридиональном сечении упругого шара радиусом а. Петля радиусом с = 0.5а залегает в экваториальной плоскости (z<sub>0</sub>=0). Значения напряжений даны в единицах Gω при ν = 0.3, где G – модуль сдвига, а ν – коэффициент Пуассона материала шара

На рис. 4 показана карта упругой дилатации от круговой петли радиальной дислокации Сомилианы в упругом шаре. Как и в случае нормальных напряжений, эта карта антисимметрична относительно экваториальной плоскости и демонстрирует достаточно сложное знакопеременное распределение упругой дилатации по сечению шара. Вблизи от линии петли дилатация ведет себя подобно дилатации от прямолинейной дислокации, однако уже на небольшом расстоянии от нее возникают значительные искажения, обусловленные как петлевой формой дефекта, так и близостью свободной поверхности шара. Важно, что на свободной поверхности шара формируется знакопеременное распределение дилатации, что может способствовать зарождению и поверхностной диффузии точечных дефектов.



Рис. 4. Карта упругой дилатации от круговой петли радиальной дислокации Сомилианы в меридиональном сечении упругого шара радиусом а. Петля радиусом с=0.5а залегает в экваториальной плоскости (z<sub>0</sub>=0). Значения дилатации даны в единицах ω при v=0.3.

Полученное решение граничной задачи теории упругости о круговой петле радиальной дислокации Сомилианы в упругом шаре предполагается в дальнейшем использовать для построения моделей дилатационных включений в композитных наночастицах.

#### ЛИТЕРАТУРА:

- 1. А.Л. Колесникова, А.Е. Романов, Препринт ФТИ им. А.Ф. Иоффе АН СССР № 1019. Л., 1986, 62 с.
- 2. А.Л. Колесникова, А.Е. Романов, ФТТ 45 (2003) 1626.
- 3. A.L. Kolesnikova, A.E. Romanov, J. Appl. Mech. 71 (2004) 417.
- 4. A.L. Kolesnikova, M.Yu. Gutkin, S.A. Krasnitckii, A.E. Romanov, Int. J. Solids Struct. 50 (2013) 1839.
- 5. A.L. Kolesnikova, A.E. Romanov, Int. J. Solids Struct. 47 (2010) 58.
- 6. A.M. Korsunsky, J. Elasticity 44 (1996) 115.
- 7. R.J.H. Paynter, D.A. Hills, Int. J. Solids Struct. 46 (2009) 412.
- 8. I. Demir, J.P. Hirth, H.M. Zbib, J. Elasticity 28 (1992) 223.
- 9. A.M. Korsunsky, J. Elasticity 44 (1996) 97.
- 10. R.J.H. Paynter, D.A. Hills, A.M. Korsunsky, Int. J. Solids Struct. 44 (2007) 6653.

11. А.И. Лурье. Пространственные задачи теории упругости. М., Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955, 491 с.

УДК 539.3

Е.А. Ржавцев<sup>1</sup>, М.Ю. Гуткин<sup>1-3</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, <sup>2</sup>Институт проблем машиноведения РАН, <sup>3</sup>Университет ИТМО

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНОЙ ДИСЛОКАЦИОННОЙ ДИНАМИКИ

Изучение механизмов эволюции микроструктуры металлов и сплавов в процессе пластической деформации является одной из фундаментальных задач физики прочности и пластичности. На данный момент разработано значительное число компьютерных и теоретических моделей, описывающих различные виды пластической деформации, однако есть еще целый ряд нерешенных вопросов. К числу последних относится выявление основных механизмов фрагментации при ударном нагружении материала и исследование дислокационной динамики в металлах и сплавах вблизи пор при одноосном и двуосном растяжении-сжатии.

Цель данной работы – построение универсальной компьютерной модели, которая бы наглядно демонстрировала физические механизмы пластической деформации в произвольных по составу и микроструктуре кристаллических материалах при любом режиме внешнего нагружения. В качестве примера построена модель, которая иллюстрирует физические механизмы фрагментации ультрамелкозернистых (УМЗ) металлов и сплавов при ударных нагрузках. Заметим, что явления фрагментации и измельчения структуры поликристаллических материалов при больших пластических деформациях уже долгие годы остаются в центре внимания многих исследователей [1–3].

Для достижения поставленной цели использовался метод двумерной дискретной дислокационно-дисклинационной динамики, который ранее уже применялся для описания деформационных процессов в условиях квазистатического [4-6] и ударного [7, 8] нагружения. В частности, в основе компьютерных моделей [7, 8] было предположение о том, что в сильно неравновесных условиях ударной волны сжатия на границах формирующихся в материале субзерен имеются скачки угла разориентировки, которые эффективно описываются как места залегания частичных клиновых дисклинаций [9]. Было показано [7, 8], что с помощью своих упругих полей эти дисклинационные структуры «захватывают» скользящие мимо них дислокации, формируя новые устойчивые дислокационные конфигурации типа оборванных стенок и понижая общую энергию начальной Формирование подобных дисклинационной структуры. стенок представляет собой физический механизм дальнейшей фрагментации исходных субзерен. В настоящей работе используется аналогичный подход с той только разницей, что здесь вместо таких субзерен выступают ультрамелкие зерна УМЗ металла или сплава, полученного в сильно неравновесных условиях больших пластических деформаций [2]. В этом случае учитывались не только дислокации, испускаемые границами субзерен [7, 8], но и дислокационные заряды, формирующиеся при этом на самих этих границах.

Моделирование проводилось для различных конфигураций зернограничных дисклинационных структур с нулевым суммарным вектором Франка [9]. Рассматривались дисклинационные диполи, квадруполи и мультиполи. Расчетная ячейка представляла собой прямоугольное зерно с размерами 400 × 100 нм и характеристиками алюминиевого сплава Д16. На боковых границах такого зерна (на линиях  $x = \pm 200$  нм) в момент времени t = 0 под действием приложенного сдвигового напряжения т начиналась генерация краевых дислокаций с векторами Бюргерса  $\pm \mathbf{b}$ , направленными вдоль оси *x*. Распределение дислокаций вдоль оси у и моменты их появления задавались генератором случайных чисел, а плоскости y = const служили плоскостями скольжения дислокаций. На месте испущенных границами дислокаций появлялись неподвижные дислокации противоположного знака. Если в процессе моделирования расстояние между двумя подвижными дислокациями противоположных знаков становилось меньше, чем 3*a* (*a* – параметр решетки), то считалось, что они аннигилируют.

Каждая подвижная дислокация в представленной модели находилась под совместным действием сил, вызванных приложенным сдвиговым напряжением, полями упругих напряжений дисклинаций и остальных дислокаций в рассматриваемой области. Уравнение движения *i*-й дислокации бралось в обычном виде [4]:  $m\ddot{x}_i + \beta \dot{x}_i = F_i$ , i = 1, 2, ..., N, где  $m = \rho b^2/2$  – эффективная масса дислокации,  $x_i, \dot{x}_i, \ddot{x}_i$  – ее координата, скорость и ускорение,  $\rho$  – плотность материала,  $\beta$  – коэффициент динамического трения,  $F_i$  –

суммарная сила, действующая на дислокацию, *N* – общее число подвижных дислокаций, генерированных за время проведения одного численного эксперимента.

Рассмотрим сначала самую простую из возможных дисклинационных конфигураций – двухосный диполь мощностью  $\omega = 0.1$  с плечом d = 100 нм, расположенный в точке x = 0 (рис. 1,а). Уровень приложенного напряжения  $\tau$  выберем равным 0.5 ГПа, что соответствует условиям ударных экспериментов [10, 11]. Под действием такого напряжения происходит циклическая перестройка дислокационной структуры вблизи дисклинационного диполя, в результате чего из потока скользящих сквозь него дислокаций формируется несколько малоугловых границ наклона.



Рис. 1. Конечная дислокационная структура через 10 нс после начала моделирования в случае: а) диполя, б) квадруполя и в) произвольного октуполя дисклинаций. Рядом со значками дисклинаций проставлена их мощность в радианах. Величина средней мощности дисклинаций в октуполе равна 0.1.

На рис. 1,а представлена конечная микроструктура, сформировавшаяся в результате этого процесса за время 10 нс. Аналогичные изменения дислокационной структуры наблюдались для любой мультипольной конфигурации дисклинаций, в частности, квадрупольной (рис. 1,б) и октупольной (рис.1,в). Поскольку в реальных условиях на границах зерен в УМЗ металле или сплаве может находиться большое количество исходных неподвижных зернограничных клиновых дисклинаций, скольжение массы краевых дислокаций через такой ансамбль дисклинационных мультиполей должно сопровождаться множественным формированием малоугловых границ наклона. Предполагается, что за обычное время действия импульса сдвиговых напряжений (по экспериментальным данным [10, 11] оно составляло 650 нс) во всех трех рассмотренных выше случаях произойдет насыщение этих границ краевыми дислокациями, быстрая трансформация малоугловых границ зерен в большеугловые и завершение процесса фрагментации.

Отметим, что полученные в данной работе дислокационные структуры заметно отличаются от тех, которые наблюдались в наших моделях [7, 8], в которых не учитывались дислокации, накапливающиеся на границах зерен в процессе испускания подвижных дислокаций. В данном случае видно эффективное пространственное «перемешивание» дислокационных стенок, сформированных дислокациями противоположных знаков, и более равномерное заполнение такими стенками внутризеренного пространства. Анализ причин таких различий требует специального подробного рассмотрения.

В целом, полученные в результате моделирования дислокационные структуры (окончательный размер и вид сформировавшихся фрагментов) визуально схожи со структурами, наблюдавшимися в ударных экспериментах [10–12]. Внешнее напряжение 0.5 ГПа, при котором формируются модельные дислокационные структуры, также совпадает с экспериментальным [10, 11], что подтверждает адекватность предложенной компьютерной модели.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. В.В. Рыбин. Большие пластические деформации и разрушение металлов. М.: Металлургия, 1986, 224 с.

2. Р.З. Валиев, И.В.Александров. Наноструктурные материалы, полученные интенсивной пластической деформацией. М.: Логос, 2000, 272 с.

3. Н.Ю. Золоторевский, В.В. Рыбин. Фрагментация и текстурообразование при деформации металлических материалов. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2014, 208 с.

4. К.Н. Микаелян, М. Seefeldt, М.Ю. Гуткин, Р. Klimanek, А.Е. Романов. Компьютерное моделирование динамики двумерного дислокационно-дисклинационного ансамбля // ФТТ, 2003, том 45, вып. 11, с. 2002-2008.

5. S.V.Bobylev, M.Yu.Gutkin, I.A.Ovid'ko. Transformations of grain boundaries in deformed nanocrystalline materials // Acta Mater., 2004, Vol. 52, No.13, p. 3793–3805.

6. Г.Ф. Сарафанов, В.Н. Перевезенцев. Модель аккомодационного зарождения оборванной субграницы с границы зерна // Письма в ЖТФ, 2007, том 33, вып. 9, с. 87-94.

7. E.A. Rzhavtsev, M.Yu. Gutkin. Computer simulation of fragmentation processes in FCC metals under shock compression by 2D dislocation-disclination dynamics // Scr. Mater., 2015, Vol. 100, p. 102-105.

8. М.Ю. Гуткин, Е.А. Ржавцев. Динамика формирования малоугловых границ наклона в металлах и сплавах при высоких скоростях нагружения // ФТТ, 2015, т. 57, № 12, с. 2374-2384.

9. В.И. Владимиров, А.Е. Романов. Дисклинации в кристаллах. Л.: Наука, 1986, 224 с.

10. Ю.И. Мещеряков, А.К. Диваков, С.А. Атрошенко, Н.С.Наумова. Влияние скоростной неоднородности на динамическую рекристаллизацию металлов в ударных волнах // Письма в ЖТФ, 2010, т. 36, № 24, с. 17–24.

11. Ю.И. Мещеряков, А.К. Диваков, Н.И. Жигачева. Пороговые режимы и микромеханизмы динамического деформирования // Mater. Phys. Mech., 2011, Vol. 11, No. 1, p. 23–59.

12. V.F. Nesterenko, M.A. Meyers, J.C. LaSalvia, M.P. Bondar, Y.-J.Chen, Y.L. Lukyanov. Shear localization and recrystallization in high-strain, high-strain-rate deformation of tantalum // Mater. Sci. Eng., 1997, Vol. 5, No.1, p. 23-41.

Д.Р. Коломоец<sup>1</sup>, С.А. Красницкий<sup>1</sup>, А.М. Смирнов<sup>3</sup>, М.Ю. Гуткин<sup>1-3</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, <sup>2</sup>Институт проблем машиноведения РАН, <sup>3</sup>Университет ИТМО

## ПОЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ В ЦИЛИНДРЕ С АСИММЕТРИЧНЫМ ВКЛЮЧЕНИЕМ В ВИДЕ ДЛИННОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА С ОДНООСНОЙ ПОПЕРЕЧНОЙ СОБСТВЕННОЙ ДИЛАТАЦИЕЙ

Радиально неоднородные (композитные) нанопроволоки обладают уникальными электронными и оптическими свойствами. Они находят широкое применение в оптоэлектронике, наноразмерных полевых транзисторах, устройствах хранения и передачи информации, сенсорах и т.д. [1, 2]. Хорошо известно, что стабильность физических свойств подобных наноструктур зависит от остаточных упругих деформаций и напряжений несоответствия, обусловленных различием параметров кристаллических решеток и коэффициентов теплового расширения составляющих их материалов. При некоторых условиях такое напряженное состояние может релаксировать за счет зарождения дефектов несоответствия или искажения формы композитной нанопроволоки. Для теоретического описания механизмов релаксации обычно используется осесимметричные модели нанопроволоки типа «ядро-оболочка» [3, 4]. Однако эти модели не применимы для описания релаксации напряжений в композитных нанопроволоках с протяженными плоскими границами раздела [5, 6].

На сегодняшний день известны аналитические решения, описывающие напряженное состояние в композитной нанопроволоке с ядром в виде параллелепипеда квадратного поперечного сечения, расположенного симметрично относительно цилиндрической поверхности нанопроволоки [7, 8]. В предположении плоской деформации авторы [7] получили аналитические выражения для комплексных потенциалов задачи. Основной недостаток этой работы состоит в том, что в ней не проверено выполнение граничных условий на свободной поверхности нанопроволоки. Кроме того, случай плоской деформации не подходит для описания напряженно-деформированного состояния композитной



Рис. 1. Поперечное сечение упругого цилиндра радиуса *R* с включением в виде длинного параллелепипеда с одноосной собственной поперечной дилатацией  $\varepsilon_{yy}^*$ . Положение включения задается координатами двух его ребер  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$ 

нанопроволоки трехмерным с дилатационным несоответствием кристаллических решеток. В работе напряжений, [8] получены выражения для создаваемых c трехосной таким включением собственной дилатацией, в форме рядов Фурье. При этом решение не учитывает [8] возможную анизотропию собственной дилатации композитных нанопроволок.

В настоящей работе рассматривается упругий цилиндр со свободной поверхностью и произвольно расположенным включением в виде длинного параллелепипеда прямоугольного сечения с одноосной поперечной собственной дилатацией  $\varepsilon_{yy}^{*}$  (рис. 1). Искомое поле упругих напряжений  $\sigma_{ij}$ , ищется в виде суммы  ${}^{cyl}\sigma_{ij}^{(y)} = {}^{\infty}\sigma_{ij}^{(y)} + \sigma_{ij}^{(y)}$ , где  ${}^{\infty}\sigma_{ij}^{(y)} -$  известное поле напряжений такого включения в бесконечной упругой среде [9],  $\sigma_{ij}^{(y)} -$  дополнительное поле напряжений, обеспечивающее выполнение граничных условий на свободной поверхности цилиндра при r = R:  ${}^{cyl}\sigma_{rr}^{(y)} = 0$  и  ${}^{cyl}\sigma_{r\varphi}^{(y)} = 0$ . Решение граничной задачи получено методами теории функции комплексного переменного в замкнутой форме. Искомое поле напряжений  $\sigma_{ij}^{(y)}$  определяется по формуле

$$\sigma_{ij}^{(y)} = C \Psi_{ij}^{(y)} \Big|_{x_0 = x_1}^{x_0 = x_2} \Big|_{y_0 = y_1}^{y_0 = y_2},$$

где  $C = \varepsilon_{yy}^* G / [2\pi(1-\nu)]$ , G – модуль сдвига,  $\nu$  – коэффициент Пуассона, одинаковые для материалов включения и цилиндра. Вспомогательные функции  $\Psi_{ij}^{(y)}$  определены выражениями:

$$\begin{split} \Psi_{rr}^{(y)} &= -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\rho^2}{r^2} \frac{R^2 - r^2}{R^2} \left[ \sin 2\theta + 2 \frac{\sin 2\theta - \tilde{r}^2 \sin(\varphi + \theta)}{\tilde{r}^2 - 2\tilde{r}\cos(\varphi - \theta) + 1} \right] + \left( 2\tilde{r} + \frac{\rho}{r} \right) \frac{R^2 - \rho^2}{R^2} \frac{\sin(\varphi - \theta)}{\tilde{r}^2 - 2\tilde{r}\cos(\varphi - \theta) + 1} + \\ &+ \frac{\rho}{r} \frac{R^2 - r^2}{R^2} \frac{R^2 - \rho^2}{R^2} \frac{(1 - \tilde{r}^2)\sin(\varphi - \theta)}{(\tilde{r}^2 - 2\tilde{r}\cos(\varphi - \theta) + 1)^2} + 2 \left[ \frac{R^2}{r^2} \frac{3R^2 - 2r^2}{r^2} \cos 2\varphi + 1 \right] \arctan \frac{\tilde{r}\sin(\varphi - \theta)}{1 - \tilde{r}\cos(\varphi - \theta)} + \\ &+ \frac{R^2}{r^2} \frac{3R^2 - 2r^2}{r^2} \sin 2\varphi \ln \sqrt{\tilde{r}^2 - 2\tilde{r}\cos(\varphi - \theta) + 1} \right\}; \end{split}$$

$$\begin{split} \Psi_{r\varphi}^{(y)} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\rho^2}{r^2} \cos 2\theta + 2 \frac{\rho^2}{r^2} \frac{R^2 - r^2}{R^2} \frac{\cos 2\theta - \tilde{r}^2 \cos(\varphi - \theta) + 1}{\tilde{r}^2 - 2\tilde{r}\cos(\varphi - \theta) + 1} + \frac{\rho}{r} \frac{R^2 - r^2}{R^2} \frac{R^2 - \rho^2}{R^2} \frac{\tilde{r} - \cos(\varphi - \theta)}{R^2 - 2\tilde{r}\cos(\varphi - \theta) + 1} + \\ &+ \frac{\rho}{r} \frac{\rho^2 - r^2}{R^2} \frac{R^2 - \rho^2}{R^2} \frac{2\tilde{r}^2 - (1 + \tilde{r}^2)\cos(\varphi - \theta)}{(\tilde{r}^2 - 2\tilde{r}\cos(\varphi - \theta) + 1)^2} + 2 \frac{R^2}{r^2} \frac{3R^2 - 2r^2}{r^2} \left[ \cos 2\varphi \ln \sqrt{\tilde{r}^2 - 2\tilde{r}\cos(\varphi - \theta) + 1} - \\ &- \sin 2\varphi \arctan \frac{\tilde{r}\sin(\varphi - \theta)}{1 - \tilde{r}\cos(\varphi - \theta)} \right] \right\}; \end{split}$$

$$\begin{split} \Psi_{\varphi\varphi}^{(y)} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\rho^2}{R^2} \frac{R^2 + r^2}{r^2} \sin 2\theta + 2 \frac{\rho^2}{r^2} \frac{R^2 - r^2}{R^2} \frac{\sin 2\theta - \tilde{r}^2 \sin(\varphi + \theta)}{\tilde{r}^2 - 2\tilde{r}\cos(\varphi - \theta) + 1} + \\ &+ \left( 6\tilde{r} + \frac{\rho}{r} \right) \frac{R^2 - \rho^2}{R^2} \frac{\sin(\varphi - \theta)}{\tilde{r}^2 - 2\tilde{r}\cos(\varphi - \theta) + 1} + \frac{\rho}{r} \frac{R^2 - r^2}{R^2} \frac{R^2 - \rho^2}{R^2} \frac{(1 - \tilde{r}^2)\sin(\varphi - \theta)}{(\tilde{r}^2 - 2\tilde{r}\cos(\varphi - \theta) + 1} + \\ &+ 2 \left[ \frac{R^2}{r^2} \frac{3R^2 + 2r^2}{r^2} \cos 2\varphi - 1 \right] \arctan \frac{\tilde{r}\sin(\varphi - \theta)}{1 - \tilde{r}\cos(\varphi - \theta)} + \frac{R^2}{r^2} \frac{3R^2 - 2r^2}{r^2} \sin 2\varphi \ln \sqrt{\tilde{r}^2 - 2\tilde{r}\cos(\varphi - \theta) + 1} \right\}; \\ \Psi_{zz}^{(y)} &= 2v \left\{ \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{R^2} \sin 2\theta - \frac{R^2 - \rho^2}{R^2} \frac{\tilde{r}\sin(\varphi - \theta)}{\tilde{r}^2 - 2\tilde{r}\cos(\varphi - \theta) + 1} + \\ &+ \frac{2R^2 \cos 2\varphi - r^2}{r^2} \arctan \left[ \frac{\tilde{r}\sin(\varphi - \theta)}{1 - \tilde{r}\cos(\varphi - \theta)} \right] + \frac{R^2 \sin 2\varphi}{r^2} \ln \sqrt{\tilde{r}^2 - 2\tilde{r}\cos(\varphi - \theta) + 1} \right\}, \end{split}$$

где  $\rho$  и  $\theta$  – радиус-вектор и полярный угол вершины включения;  $\tilde{r} = \rho r/R^2$ .

Преимущество данного решения состоит в том, что оно получено в замкнутой форме. На рисунке 2 показаны карты напряжений включения в поперечном сечении композитного цилиндра. Видно, что компоненты  $^{cyl}\sigma_{rr}^{(y)}$  и  $^{cyl}\sigma_{r\phi}^{(y)}$  удовлетворяют граничным условиям на его свободной поверхности. В случае, когда ребра включения подходят достаточно близко к этой поверхности, наблюдается значительная экранировка упругих полей включения.

Полученное аналитическое решение может применяться для анализа полей напряжений решеточного несоответствия или остаточных термоупругих напряжений в нанопроволоках типа «ядро-оболочка» с произвольно расположенным ядром в виде длинного

параллелепипеда прямоугольного сечения. В частности, его планируется использовать при разработке теоретических моделей релаксации напряжений несоответствия в подобных композитных наноструктурах [5, 6].



Рис. 2. Карты напряжений включения в виде длинного прямоугольного параллелепипеда с одноосной собственной поперечной дилатацией  $\varepsilon_{yy}^*$  в упругом цилиндре со свободной поверхностью: (a)  ${}^{cyl}\sigma_{rr}^{(y)}$ , (б)  ${}^{cyl}\sigma_{r\varphi}^{(y)}$ , (в)  ${}^{cyl}\sigma_{\varphi\varphi}^{(y)}$  и (д)  ${}^{cyl}\sigma_{zz}^{(y)}$ . Координаты ребер включения:  $x_{1,2} = \pm 0.5R$ ,  $y_1 = -0.2R$ ,  $y_2 = 0.6R$ . Напряжения даны в единицах  $C = \varepsilon_{yy}^* G/[2\pi(1-\nu)]$ .

#### ЛИТЕРАТУРА:

- 1. L.J. Lauhon, M.S. Gudiksen, C.M. Lieber, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A 362 (2004) 1247.
- 2. A.J. Mieszawska, R. Jalilian, G.U. Sumanasekera, F.P. Zamborini, Small 3 (2007) 722.
- 3. M.Yu. Gutkin, I.A. Ovid'ko, A.G. Sheinerman, J. Phys.: Condens. Matter 12 (2000) 5391.
- 4. Y. Liang, W.D. Nix, P.B. Griffin, J.D. Plummer, J. Appl. Phys. 97 (2005) 043519.
- 5. Y. Ding, F. Fan, Z. Tian, Z.L. Wang, J. Am. Chem. Soc. 132 (2010) 12480.
- 6. B.T. Sneed, C.N. Brodsky, C.H. Kuo, et al., J. Am. Chem. Soc. 135 (2013) 14691.

7. W.-N. Zou, Q.-C. He, Q.-S. Zheng, Int. J. Solids Struct. 49 (2012) 1627.

8. S.A. Krasnitckii, A.M. Smirnov, M.Y. Gutkin, J. Phys.: Conf. Ser. 690 (2016) 012022.

9. К.Л. Малышев, М.Ю. Гуткин, А.Е. Романов и др., ФТТ 30 (1988) 2040.

УДК 548.4

М.Ю. Кравченко<sup>1</sup>, С.А. Красницкий<sup>1</sup>, М.Ю. Гуткин<sup>1-3</sup>, А.Л. Колесникова<sup>2,3</sup>, А.Е. Романов<sup>3-5</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого <sup>2</sup>Институт проблем машиноведения РАН <sup>3</sup>Университет ИТМО <sup>4</sup>ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН <sup>5</sup>Тольяттинский государственный университет

## РЕЛАКСАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В ДЕКАЭДРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЕ ПУТЕМ ФОРМИРОВАНИЯ КРУГОВОЙ ПРИЗМАТИЧЕСКОЙ ДИСЛОКАЦИОННОЙ ПЕТЛИ

Металлические и полупроводниковые частицы с гранецентрированной кубической кристаллической структурой часто принимают форму многогранников с осью симметрии пятого порядка. Их обычно называют «пятикратными двойниками» или «пентагональными» частицами. Эти объекты интенсивно изучались в течении последних пятидесяти лет и до сих пор демонстрируют новые и необычные свойства [1-6]. Исследование происхождения и

особенностей внутреннего строения сравнительно крупных пентагональных кристаллов представляет большой интерес, так как позволит, в частности, изучить влияние одиночных дисклинаций на свойства твердых тел, проверить теоретические модели релаксации неоднородной упругой энергии, связанной с дисклинацией, разобраться с механизмами образования И роста таких С точки зрения практического кристаллов. применения, необычные свойства дефектных структур пентагональных кристаллов могут быть определяющими создания материалов для co специфическими свойствами. в частности, порошков и композитов из пентагональных частиц и нитевидных кристаллов [7]. Известно, что в пентагональных стержнях и частицах имеются остаточные механические напряжения, их упругая энергия пропорциональна объему частицы. Эти напряжения и энергии могут релаксировать по разным механизмах, за счет зарождения различных дефектов – дислокаций, дисклинаций, малоугловых



Рис. 1. Модель круговой призматической дислокационной петли в декаэдрической частице

границ зерен и т. д. Причина многообразия этих механизмов пока не ясна. Некоторые из них развиваются последовательно с увеличением размера частиц. Однако начало релаксации напряжений в пентагональных частицах происходит за счет зарождения одиночных дефектов, например, таких как отдельная круговая призматическая дислокационная петля [8].

В настоящей работе рассматривается релаксация напряжений в декаэдрической частице путем формирования отдельной круговой призматической дислокационной петли. Напряженное состояние декаэдрической частицы моделируется с помощью упругого шара с аксиально расположенной в нем положительной клиновой дисклинацией (рис. 1). В основу

предлагаемого решения положено найденное ранее точное выражение для упругой энергии круговой призматической дислокационной петли в однородном упругом шаре [9].

Будем считать, что круговая призматическая петля с вектором Бюргерса величиной *b* и радиусом *c* образуется в экваториальной плоскости этого шара. Для определения критических условий зарождения петли найдем изменение полной энергии системы  $\Delta W$ , вызванное ее появлением.  $\Delta W - W_2 = W_c + W_{el} + W_{int}$ , где  $W_{el}$  — упругая энергия круговой призматической дислокационной петли в наночастице [9],  $W_c$  — энергия дислокационного ядра этой петли,  $W_{int}$  — энергия взаимодействия дислокационной петли с упругим полем клиновой дисклинации. Энергию ядра можно оценить по формуле [10]:  $W_c = Gb^2cZ/[2(1-v)]$ , где  $Z = \ln \alpha$ , причем параметр  $\alpha$  может меняться в интервале от 1 до 4. В дальнейших расчетах полагаем, что Z = 1.

Упругая энергия соосной круговой призматической петли вычитания в шаре *W*<sub>el</sub> может быть записана в следующем виде [9]:

$$W_{el} = W_{el}^{\infty} - \frac{1}{2} \int_{V} \sigma_{zz} |_{z=z_0} \beta_{zz} dV,$$

где  $W_{el}^{\infty}$  — упругая энергия призматической дислокационной петли в бесконечной упругой среде,  $\sigma_{zz}$  — компонента дополнительного поля напряжений петли, обусловленного наличием свободной сферической поверхности шара. Упругая энергия петли в бесконечной среде аппроксимируется формулой

$$W_{el}^{\infty} = \frac{Gbc^2}{2(1-v)} \ln\left(\frac{1.08c}{r_c}\right),$$

упругая энергия дополнительных полей напряжение определяется по формуле:

$$W_{el}^{*} = \pi b \int_{0}^{c} \sigma_{zz}^{*} \Big|_{z=z_{0}} r dr = \pi G b \sum_{m=0}^{\infty} \left[ \frac{A_{2m}^{*} (4m^{2} + 8m + 2 + 2v)(2m+1)}{2m+2} c^{2m+2} + B_{2m}^{*} 2mc^{2m} \right] P_{2m}(\cos\theta).$$

Энергия взаимодействия дислокационной петли с упругим полем клиновой дисклинации представляет собой работу полей напряжения дисклинации по зарождению дислокационной петли:  $W_{int} = W_{int}^{\infty} + W_{int}^{*}$ , где  $W_{int}^{\infty}$  — энергия взаимодействия призматической дислокационной петли и дисклинации в бесконечной среде,  $W_{int}^{*}$  — энергия взаимодействия дислокационной петли с дополнительным полем напряжения петли, обусловленного наличием свободной сферической поверхности шара. В работе рассчитана энергия взаимодействия

$$W_{\rm int}^{\infty} = \frac{Gbc^2 v\omega}{(1-v)(1-2v)} \left[ \ln c - 2v \ln c + 2v \right]$$

и энергия взаимодействия с дополнительным полем

$$W_{\rm int}^* = 4G\pi b \sum_{0}^{\infty} \left[ \widetilde{A}_{2m} \frac{(2m+1)(4m^2+8m+2+2\nu)}{(2m+2)a^{2m}} c^{2m+2} + 2\widetilde{B}_{2m} m \frac{c^{2m}}{a^{2m-2}} \right].$$

Коэффициенты разложения указаны в работе [11]. Графики энергии взаимодействия в единицах  $Gab^2$  приведены на рисунке 2 для приведенного радиуса частицы a/b = 100, 250 и 500 при  $\alpha = 1$  и v = 0.3.

Изменение полной энергии в единицах  $Gab^2$  в зависимости от приведенного радиуса *с/а* представлено на рисунке 3 для a/b = 100, 250 и 500. Как видно, в относительно малой частице (при a/b = 100) зарождение призматической петли в декаэдрической частице энергетически
невыгодно, а в относительно большой (при a/b = 500) – выгодно, причем наибольший выигрыш в энергии в последнем случае достигается при оптимальном отношении  $c_{opt}/a \approx$ 0.27. Приведенный размер частицы a/b = 250 является при заданных значениях  $\alpha = 1$  и v = 0.3критическим размером, таким, что при  $a > a_c$  зарождение дислокационной петли в экваториальном сечении декаэдрической частицы становится энергетически выгодным. Интересно, что в случае декаэдрической частицы критический радиус для зарождения дислокационной петли примерно в 2 раза превышает соответствующий критический радиус пентагонального нитевидного кристалла  $a_c^w/b \approx 135$  [12], что показывает значительно бо́льшую устойчивость частиц к зарождению таких дислокационных петель.



Рис. 2. Зависимость энергии взаимодействия *W*<sub>int</sub> (а) и изменения энергии *ΔW* (б) от приведенного радиуса призматической петли *с/а* в декаэдрической частице радиуса *а*. Кривые построены для разных значений отношения *a/b* = 100, 250 и 500 при *α* = 1 и *v* = 0.3

Таким образом, зарождение круговых призматических дислокационных петель становится эффективным каналом релаксации остаточных напряжений в малых декаэдрических частицах, если размеры этих частиц превышают некоторое критическое значение, которое зависит от свойств их материала.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. H. Hofmeister, Cryst. Res. Technol. 33 (1998) 3.

2. M.J. Yacaman, J.A. Ascencio, H.B. Liu, J. Gardea-Torresday, J. Vac. Sci. Technol. B 19 (2001) 1091.

3. K. Koga, K. Sugawara, Surf. Sci. 529 (2003) 23.

4. I.S. Yasnikov, Tech. Phys. Lett. 34 (2008) 944.

5. D. Seo, C. I. Yoo, I. S. Chung, S. M. Park, S. Ryu, S. Hyunjoon, J. Phys. Chem. C 112 (2008) 2469.

6. A.E. Romanov, A.A. Vikarchuk, A.L. Kolesnikova, L.M. Dorogin, I. Kink, E.C. Aifantis, J. Mater. Res. 27 (2012) 545.

7. А. А. Викарчук, А. П. Воленко, М. Н. Тюрьков, О. А. Довженко, "Многообразие форм роста пентагональных кристаллов при электрокристаллизации меди", Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 27, СамГТУ, Самара, 2004, 111–114

8. M.Yu. Gutkin, A.L. Kolesnikova, S.A. Krasnitckii, A.E. Romanov, A.G. Shalkovskii, Scripta Mater. 83 (2014) 1.

9. M.Yu. Gutkin, A.L. Kolesnikova, S.A. Krasnitckii, A.E. Romanov, Int.J.Sol. Struct. 50 (2013) 1839.

10. Дж. Хирт, И. Лоте. Теория дислокаций. Атомиздат, М.(1972). 600 с.

11. A.L. Kolesnikovaa, M.Yu. Gutkin, A.V. Proskura, N.F. Morozova, A.E. Romanov, Int. J. Sol. Struct. 99 (2016) 82.

12. А.Л. Колесникова, А.Е. Романов, Письма в ЖТФ 33 (20) (2007) 73.

## СЕКЦИЯ «ГИДРОАЭРОДИНАМИКА, ГОРЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН»

УДК 536.27

# М.А. Засимова, Н.Г. Иванов, Н.А. Щур Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# ТЕПЛОПЕРЕДАЧА В ГЛАДКОТРУБНЫХ ПУЧКАХ ГЛУБОКОВОДНЫХ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ: ВЛИЯНИЕ НАПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ

Эффективность теплообменных аппаратов в значительной степени зависит от особенностей обтекания теплообменных поверхностей, которые в большинстве случаев выполняются из труб, обычно скомпонованных в трубные пучки. В литературе широко представлены результаты всесторонних исследований течения и теплообмена в трубных условиях вынужденной конвекции [1]. Существенно менее пучках В изучены теплообменники, работающие в условиях пассивного теплосъема за счет естественной конвекции окружающего трубный пучок теплоносителя. Такие теплообменные аппараты, применяемые, например, для нагрева воды в бассейнах или воздуха в жилых и производственных помещениях, в последнее время стали включаться в комплексы оборудования добычи природного газа со дна Мирового океана. При частичной выработке месторождений для повышения давления газа, транспортируемого на берег, необходимо использовать глубоководные компрессорные станции, включающие теплообменные аппараты с гладкотрубными пучками, охлаждение которых организуется за счет естественной конвекции морской воды [2]. Первая в мире глубоководная компрессорная станция была введена в эксплуатацию в сентябре 2015 года [3].

На протяжении нескольких лет в СПбПУ проводятся численные исследования течения и теплообмена воды в гладкотрубных пучках в условиях, типичных для глубоководных газоохладителей. На начальном этапе задача в 2D [4] и 3D [5] постановках ставилась в предположении постоянства температуры теплоотдающих поверхностей труб. Позднее было проведено имитационное моделирование работы глубоководного теплообменного аппарата в сопряженной постановке [6], при этом была принята признанная эффективной при вынужденном обтекании пучка [1] противоточная схема движения теплоносителей (рис. 1а). В условиях пассивного теплосъема за счет естественной конвекции такая схема приводит к практически стационарному течению воды в нижней части пучка и, соответственно, к слабой теплопередаче в этой области. В данной работе рассматривается организация прямоточной схемы движения теплоносителей и обсуждается, позволяет ли это интенсифицировать теплопередачу как в нижней части пучка, так и в теплообменнике в целом.

Как и ранее [6], рассматривается шахматный пучок труб, состоящий из множества вертикальных рядов, изогнутых в форме змеевика (рис. 1). Внешний диаметр труб равен D = 0.02 м, внутренний диаметр – d = 0.014 м, относительные поперечный и продольный шаги труб –  $a = S_1/D = 2.6$ ,  $b = S_2/D = 1.6$ . Каждый ряд состоит из 12 прямых участков протяженностью 32.5D. Расчетная область включает в себя два ряда труб, на их поверхности задается условие прилипания. На вертикальных внешних границах в направлении у (рис. 1) задаются условия периодичности. Предполагается, что пучок погружен в большой объем воды, внешние границы расчетной области в направлениях x и z, где задаются мягкие граничные условия, удалены от теплообменника на расстояние  $L_{\text{ext}} = 1$  м.

Теплофизические свойства сред приняты постоянными; для воды (при температуре 25°С):  $\rho_{\rm f} = 997.1 \, {\rm kr/m}^3$ ,  $\mu_{\rm f} = 8.9 \times 10^{-4} \, {\rm kr/m}$  с,  $\lambda_{\rm f} = 0.611 \, {\rm Br/m}$  К,  $C_{\rm f} = 4180.9 \, {\rm Дж/kr}$  К,

 $\beta_{\rm T} = 2.057 \times 10^{-4}$  1/К; для стальных труб:  $\rho_{\rm s} = 7840$  кг/м<sup>3</sup>,  $\lambda_{\rm s} = 12.9$  Вт/м К,  $C_{\rm s} = 482$  Дж/кг К; для газа (при давлении 40 бар и температуре 35°С):  $\rho_{\rm g} = 35$  кг/м<sup>3</sup>,  $\mu_{\rm g} = 1.2 \times 10^{-5}$  кг/м с,  $\lambda_{\rm g} = 0.04$  Вт/м К,  $C_{\rm p,g} = 3000$  Дж/кг К. Числа Прандтля для воды и газа:  $Pr_{\rm f} = 6.09$  и  $Pr_{\rm g} = 0.9$ .

На входе в трубы задаются постоянные значения скорости газа V = 20 м/с и температуры T = 50°C, что соответствует массовому расходу газа через одну трубу, равному 0.108 кг/с, и значению числа Рейнольдса, определенного по входной скорости,  $Re = 8.2 \times 10^5$ . Температура воды на удалении от трубного пучка полагается равной 20°C.

Моделирование нестационарного течения воды осуществляется на основе решения полных уравнений Навье-Стокса, эффекты плавучести учитываются в приближении Буссинеска. Для моделирования течения газа в трубах используются осредненные уравнения Рейнольдса, замыкаемые полуэмпирической моделью турбулентности *k*- $\omega$  SST в сочетании с пристенными функциями. Численное решение задачи выполнено с использованием гидродинамического пакета ANSYS Fluent. Расчеты на основе заложенных в пакете возможностей распараллеливания проводились на ресурсах СКЦ «Политехнический». Размерность расчетной сетки – 22.2 млн ячеек, при этом в области течения воды сетка состоит из 19.4 млн ячеек. Шаг по времени равен 0.02 с, длина участка выборки, относящегося к статистически установившемуся режиму течения, составила более 300 с.



Рис. 1. Изоповерхности осредненной по времени температуры воды для а) противоточной и б) прямоточной схем движения теплоносителей; вертикальные стрелки отмечают направление течения газа по трубам

Под действием силы плавучести в межтрубном пространстве пучка формируется подъемное течение воды, при этом переход к прямоточной схеме оказывает заметное влияние на течение в межтрубном пространстве: как видно из рисунка 1, в этом случае картины течения и поля температур быстрее приобретают неупорядоченный характер. На рисунке 2a для обеих схем показан прогрев воды по высоте пучка. На графиках приведены среднемассовые значения температуры воды в горизонтальных сечениях, расположенных под соответствующими приведенные на графиках, получены путем осреднения по времени и

по прямоугольным сечениям, построенным под соответствующими прямыми участками труб (на расстоянии 1.1D от них, сечения отсчитываются от нижнего участка к верхнему). Прогрев воды, а значит и подъемная скорость, оказывается выше в задаче с прямоточной схемой. Значения температуры начинают выравниваться лишь в верхней области пучка за счет снижения температуры стенки трубы в случае прямоточной схемы.

На рисунке 26 изображен график осредненного по времени интегрального теплосъема с прямолинейных участков труб, полученного в двух постановках задач. В варианте задачи с прямоточной схемой движения теплоносителей, в нижней (входной) области пучка температура на внешней поверхности труб максимальна, поэтому теплосъем с этих участков труб является также максимальным, монотонно убывающим по высоте пучка от нижних участков труб к верхним. В задаче с противоточной схемой возникает обратная ситуация: в верхней области пучка температура труб максимальна, а значения теплоотвода монотонно возрастают от нижних участков труб к верхним.

Общий теплоотвод от двух рядов труб, в случае прямоточной схемы, равен 10.45 кВт, в задаче с противоточной схемой движения теплосъем равен 10.5 кВт, разница составила менее 1%. Следует заключить, что расположение подводящего и отводящего газ коллекторов практически не оказывает влияния на интегральный теплосъем. Такая информация может быть использована при проектировании глубоководных теплообменных аппаратов.



Рис. 2. а) Прогрев воды по высоте пучка, б) интегральный теплосъем на прямых участках труб

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 15-08-02382).

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Жукаускас А. А. Конвективный перенос в теплообменниках. М.: Наука, 1982. 472с.

2. Fantoft R., Subsea gas compression – challenges and solutions // Offshore Technology Conference, 2-5 May 2005, Houston, Texas / OTC paper № 17399, 2005, pp. 1-6.

3. The first subsea gas compression plant in the world on line – a step change in subsea technology, 2015. URL: <u>http://goo.gl/uijeG0</u> (retrieved October 15, 2016).

4. Ivanov N.G., Kirillov A.I., Ris V.V., Smirnov E.M. Numerical modeling of buoyancy-induced fluid flow and heat transfer in a staggered tube bank / In: Proc. of the International Heat Transfer Conference IHTC14. August 8-13, 2010, Washington, DC, USA. 2010. 7 p. ASME Technical Paper IHTC14-22640.

5. Иванов Н.Г., Рис В.В., Щур Н.А. Численное исследование влияния наложенного горизонтального течения на теплоотдачу в гладкотрубном пучке в условиях пассивного теплосъема за счет естественной конвекции // Тепловые процессы в технике. 2012. Том 4, №10. С.434-441.

6. Засимова М.А., Иванов Н.Г., Щур Н.А. Имитационное моделирование работы глубоководного теплообменного аппарата в условиях, приближенных к реальным // Неделя науки СПбПУ: материалы научного форума с международным участием. Лучшие доклады. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2016. – С. 203-208.

А.Р. Зимин, Д.С Пашкевич Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ГЕКСАФТОРИДА УРАНА В ПЛАМЕНИ ВОДОРОДСОДЕРЖАЩЕГО ТОПЛИВА И КИСЛОРОДСОДЕРЖАЩЕГО ОКИСЛИТЕЛЯ

Гексафторид урана (ГФУ) UF<sub>6</sub> используют при изотопном обогащении урана в ядерном топливном цикле [1, 2]. В этом процессе в качестве побочного продукта образуется гексафторид урана, обеднённого по изотопу <sup>235</sup>U (ОГФУ). ОГФУ размещают в стальных контейнерах, которые хранят на открытых площадках. В настоящее время в мире накоплено до 2 млн. тонн ОГФУ, в том числе в России до 1 млн. тонн.

Гексафторид урана (ГФУ) является веществом первого класса опасности, ПДК составляет 0.015 мг·м<sup>-3</sup> [3], летучим (P = 0.1 МПа при T = 329К), поэтому его накопление и хранение представляет собой экологическую угрозу.

В тоже время ОГФУ содержит в своём составе ценный химический элемент фтор, который целесообразно регенерировать из ОГФУ и направить вновь на производство фторидов природного урана в ядерном топливном цикле.

В настоящее время известна единственная промышленная технология переработки ОГФУ, созданная французской компанией Арева – гидролиз ОГФУ с избытком воды при температуре порядка 400°С с получением диоксида урана и водного раствора фторида водорода [4]. Этот способ не позволяет получать безводный фторид водорода, и на его основе нельзя замкнуть ядерный топливный цикл по фтору.

Одним из разрабатываемых в настоящее время в России способов конверсии ОГФУ является его взаимодействие с водородсодержащими и кислородсодержащими веществами в режиме горения, продуктами которого должны являться диоксид урана и фтористый водород, например, [5]:

 $UF_{6 \operatorname{ra3}} + 3H_{2 \operatorname{ra3}} + O_{2 \operatorname{ra3}} \rightarrow UO_{2 \operatorname{tb}} + 6HF_{\operatorname{ra3}}.$ 

При этом известно [1], что уран образует целый ряд фторидов, оксидов и оксифторидов, из которых наиболее термодинамически устойчивыми наряду с диоксидом урана являются тетрафторид и оксид-дифторид урана, т.е. в составе продуктов процесса (1) могут присутствовать эти вещества, например:

(1)

(3)

 $UF_{6 ra3} + 3H_{2 ra3} + O_{2 ra3} \rightarrow UF_{4 rB} + 2HF_{ra3} + 2H_2O_{ra3},$  (2)

 $UF_{6 \operatorname{ras}} + 3H_{2 \operatorname{ras}} + O_{2 \operatorname{ras}} \rightarrow UO_2F_{2 \operatorname{tb}} + 4HF_{\operatorname{ras}} + H_{2 \operatorname{ras}}.$ 

В связи с этим становится актуальным проведение термодинамических расчётов с целью определить интервал температуры, в котором целесообразно осуществлять взаимодействие ГФУ с водородсодержащими и кислородсодержащими веществами для увеличения содержания в продуктах реакции диоксида урана и фторида водорода. Также необходимо оценить температуру продуктов этих процессов, чтобы сделать вывод о возможности достижения необходимых её значений на основе предложенных реакций.

В качестве водородсодержащего топлива кроме водорода были рассмотрены такие коммерчески доступные вещества, как аммиак и метан, а в качестве кислородсодержащего окислителя – кислород и воздух. Кроме трёх вышеприведённых реакций (1-3) были рассмотрены следующие процессы:

$UF_{6\ \mbox{\tiny ra3}}+2NH_{3\ \mbox{\tiny ra3}}+O_{2\ \mbox{\tiny ra3}}-$	$\rightarrow UO_{2 \text{ tb}} + 6HF_{\text{ras}} + N_{2 \text{ ras}},$	(4)
---	---	-----

 $UF_{6\,ra3} + 2NH_{3\,ra3} + O_{2\,ra3} \rightarrow UO_2F_{2\,rB} + 4HF_{ra3} + H_{2\,ra3} + N_{2\,ra3},$ (5)

 $UF_{6\,ra3} + 2NH_{3\,ra3} + O_{2\,ra3} \rightarrow UF_{4\,rB} + 2HF_{ra3} + 2H_2O_{ra3} + N_{2\,ra3},$ (6)

 $2UF_{6 ra3} + 3CH_{4 ra3} + 5O_{2 ra3} \rightarrow 2UO_{2 rb} + 12HF_{ra3} + 3CO_{2 ra3} , \qquad (7)$ 

$$2UF_{6 ra3} + 3CH_{4 ra3} + 5O_{2 ra3} \rightarrow 2UF_{4 rB} + 4HF_{ra3} + 3CO_{2 ra3} + 4H_{2}O_{ra3},$$
(8)

$$2UF_{6 ra3} + 3CH_{4 ra3} + 5O_{2 ra3} \rightarrow 2UO_2F_{2 rB} + 8HF_{ra3} + 3CO_{2 ra3} + 2H_{2 ra3},$$
(9)

 $2UF_{6 ra3} + 3CH_{4 ra3} + 3.5O_{2 ra3} \rightarrow 2UO_{2 rb} + 12HF_{ra3} + 3CO_{ra3}$ (10)

 $2UF_{6\ \mbox{\tiny ra3}}+3CH_{4\ \mbox{\tiny ra3}}+3.5O_{2\ \mbox{\tiny ra3}} \rightarrow 2UF_{4\ \mbox{\tiny TB}}+4HF_{\mbox{\tiny ra3}}+3CO_{\mbox{\tiny ra3}}+4H_2O_{\mbox{\tiny ra3}},$ (11)

 $2UF_{6 ra3} + 3CH_{4 ra3} + 3.5O_{2 ra3} \rightarrow 2UO_2F_{2 rb} + 8HF_{ra3} + 3CO_{ra3} + 2H_{2 ra3},$ (12)(13)

 $UF_{6\ ra3} + 3H_{2\ ra3} + O_{2\ ra3} + 4N_{2\ ra3} \rightarrow UO_{2\ rb} + 6HF_{ra3} + 4N_{2\ ra3} \,.$ 

Для процессов (1-13) проводили расчёты изменения энергии Гиббса ΔG в зависимости от температуры. По соотношению значений  $\Delta G$  для различных процессов делали вывод о вероятности их протекания.

Расчет адиабатической температуры горения осуществляли по закону Кирхгофа:

 $Q + \Delta H_j - \Delta H_i = 0, \ \Delta H_j = \int_{T_{MCX}}^{T_{ad}} \Sigma Cpj \ dT \ , \ \ \Delta H_i = \int_{298}^{T_{MCX}} \Sigma Cpi \ dT \ ,$ (14)

где  $\Delta H$  - теплосодержание вещества, с<sub>р</sub> – теплоёмкость вещества.

Индекс і соответствует исходным веществам, индекс і – конечным.

Изменение энергии Гиббса при заданной температуре рассчитывали следующим образом:

$$\Delta G_{\rm T} = \Sigma G_{\rm i} - \Sigma G_{\rm i},\tag{15}$$

 $G_{i/j} = H_{i/j} - T \cdot S_{i/j}, \ S_{i/j} = S_{i/j} \ _{298} + \int_{298}^{T} \ \frac{\text{Cpi}/j}{T} dT, \ H_{i/j} = H_{i/j} \ _{298} + \int_{298}^{T} \ \text{Cpi}/j dT \ ,$ (16)где G – энергии Гиббса вещества, S – энтропия вещества.

Теплоёмкости вещества в зависимости от температуры аппроксимировали полиномом первой степени:

 $Cp = a + b \cdot T$ .

(17)

Значения стандартных энтальпии и энтропии веществ, а также коэффициентов полинома теплоёмкости выбирали на основе данных [7].

Для оценки температуры продуктов процессов (1-13) с учётом лучистого теплообмена использовали рекомендации работы [8], в которой показано, что для запылённых пламён потери тепла на основе излучения достигают 40%.

В таблице 1 приведены результаты расчётов адиабатической температуры и температуры с учётом излучения запылённого потока (потери тепла 40%) для некоторых из приведённых выше реакций. Из таблицы следует, что температура продуктов реакции даже с учётом теплового излучения оказывается не ниже 1300К. Это позволяет предположить, что в технологическом оборудовании с характерным размером порядка сотен миллиметров эти процессы будут протекать в нестационарном тепловом режиме (режиме горения), т.е. при температуре, близкой к рассчитанной.

		Г <sub>прод</sub> , К, п	ри Т <sub>исх</sub> , К	(	
Реакция		400		600	
	T <sub>ad</sub>	T <sub>rad</sub>	$T_{ad}$	T <sub>rad</sub>	
$UF_6 + 3H_2 + O_2 \rightarrow UO_2 + 6HF$	2561	1679	2901	2007	
$UF_6 + 2NH_3 + O_2 \rightarrow UO_2 + 6HF + N_2$	2073	1391	2404	1709	
$2UF_6 + 3CH_4 + 5O_2 \rightarrow 2UO_2 + 12HF + 3CO_2$	3257	2052	3547	2329	
$2UF_6 + 3CH_4 + 3.5O_2 \rightarrow 2UO_2 + 12HF + 3CO$	2209	1575	2490	1883	
$UF_6 + 3H_2 + O_2 + 4N_2 \rightarrow UO_2 + 6HF + 4N_2$	1868	1312	2196	1643	

Табл. 1. Значения адиабатической температуры T<sub>ad</sub> и температуры с учётом излучения T<sub>rad</sub> продуктов процессов (1,4,7,10,13) при температуре исходных веществ 400 и 600К

На рисунке 1 приведены зависимости изменения энергии Гиббса от температуры для процессов (1-9). Диапазон изменения температуры выбирали на основе результатов расчёта, приведённых в таблице 1.

Анализ результатов, приведённых на рис. 1, позволяет сделать вывод о том, что во всём диапазоне изменения температуры для всех изученных процессов изменения энергии Гиббса ниже нуля и, таким образом, термодинамическое равновесие в реакциях (1-9) сдвинуто вправо. При этом максимальные по модулю значения изменения энергии Гиббса соответствуют процессу получения диоксида урана и фторида водорода при температуре выше 1050К для различных реакций. Т.о., основными продуктами процесса восстановления ГФУ в пламени водородсодержащего топлива и кислородсодержащего окислителя при температуре выше 1050К будут диоксид урана и фторид водорода. При более низкой температуре основными продуктами являются тетрафторид урана, фторид водорода и вода. Образование оксида-дифторида урана в рассмотренных реакциях маловероятно.



Рис. 1. Результаты расчета зависимости изменения энергии Гиббса от температуры для процессов (1-9). А: 1, 2, 3 – процессы (1, 2, 3) соответственно; Б: 1, 2, 3 – процессы (4, 5, 6) соответственно; В: 1, 2, 3 – процессы (7, 8, 9) соответственно

Выводы. На основе расчётов изменения энергии Гиббса для процессов восстановления ГФУ при взаимодействии с водородсодержащими и кислородсодержащими веществами показано, что при температуре выше 1050К возможна полная регенерация фтора из ОГФУ в виде фторида водорода, когда основным урансодержащим веществом является диоксид урана. Указанная температура достигается в изученных реакционных системах за счёт тепловыделения реакций, в том числе с учётом теплового излучения запылённого потока.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Н.С. Тураев, И.И. Жерин. Химия и технология урана. –Л.: Цнииатоминформ, 2005. – 409 с.

2. Р.А.Крайденко, «Технология гексафторида урана», Томский политехнический университет. URL: http://tpu.ru/.

3. Предельно допустимые концентрации (ПДК) вредных веществ в воздухе рабочей зоны: Гигиенические нормативы. М.: Российский регистр потенциально опасных химических и биологических веществ Минздрава России, 1998.

4. Пашкевич Д.С. Методы получения промышленных соединений фтора с применением обеднённого гексафторида урана. Материалы V Международной школы-конференции по химической технологии. Волгоград. Май 2016 г. С. 433-435.

5. Пашкевич Д.С. Обедненный гексафторид урана – перспективный источник сырья для замыкания ядерного топлива по фтору. Зимняя школа Петербургского института ядерной физики по физике и технике атомных реакторов. Рощино. Март 2015.

6. Карапетьянц М.Х. Химическая термодинамика. – М.: Либроком, 2013.

7. Глушко В.П. (ред.) Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочное издание (3-е изд.). Т. 4. Кн. 1. – М.: Наука, 1979.

8. Souil J.M., Joulain P., Gengembre E. Experimental and theoretical study of thermal radiation from turbulent diffusion flames to vertical target surfaces // Comb. Science and Technology, 1985, №41, 69-81.

В.В. Капустин, Д.С. Пашкевич, В.А. Талалов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## ТЕРМОДИНАМИКА РАВНОВЕСИЯ ВЕЩЕСТВ В СИСТЕМЕ ЭЛЕМЕНТОВ С-О-Н-F

Введение. Во многих отраслях современной химической промышленности широко используют безводный фторид водорода (БФВ), в котором содержание воды не превышает 0,06% [1]. Его применяют при производстве фторидов урана для изотопного обогащения, электронных газов, фторполимеров, компонентов химических источников тока, антифрикционных композиций, фреонов и др. [2, 3].

В промышленности для производства БФВ используют сернокислотное разложение высококачественного плавикового шпата CaF<sub>2</sub> [3], запасы которого в России истощены, что приводит к необходимости импорта. Поэтому разработка альтернативных методов получения БФВ является актуальной задачей.

В настоящее время существуют промышленные производства, побочными продуктами которых является водный раствор фторида водорода (или плавиковая кислота), например, восстановление гексафторида урана, обедненного по изотопу 235U, (ОГФУ) водой [4], производство БФВ из плавикового шпата с высоким содержанием диоксида кремния [3] и др.

Разработка технологии получения БФВ из плавиковой кислоты позволило бы рассматривать последнюю как альтернативный источник БФВ для промышленности. Однако при массовой концентрации фторида водорода в воде 40% раствор является азеотропным, и получить из него БФВ ректификацией невозможно [3]. В настоящее время промышленные методы получения БФВ из азеотропного водного раствора фторида водорода неизвестны.

Получать БФВ из плавиковой кислоты (в том числе азеотропного раствора) можно путем проведения реакции восстановления воды углеродом (реакция получения водяного газа), которая протекает при температуре свыше 1000К [5]:

 $C_{TB} + H_2 O_{\Gamma A3} = CO_{\Gamma A3} + H_2 \Gamma_{A3} + 132$ кДж.

Ключевым вопросом для промышленной реализации этого метода является вопрос о стабильности (химической инертности) фторида водорода в условиях проведения реакции (1), то есть возможность проведения процесса по схеме:

(1)

(2)

 $C_{TB} + H_2O_{\Gamma A3} + HF_{\Gamma A3} = CO_{\Gamma A3} + H_2_{\Gamma A3} + HF_{\Gamma A3}.$ 

Целью настоящей работы являлось определение термодинамически равновесного состава веществ в системе элементов C-O-H-F при температуре 500-1500К для подтверждения возможности реализации процесса (2).

Выборка веществ. Перед проведением термодинамических расчетов равновесного состава продуктов реакции в системе элементов C-H-O-F необходимо составить список веществ, которые термостабильны при температуре 500-1500К. На основе анализа литературных данных [2, 6-12] можно заключить, что при заданных условиях этот список следующий: CO, CO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub>, CF<sub>4</sub>, COF<sub>2</sub>, HF, H<sub>2</sub>O, H<sub>2</sub> и O<sub>2</sub>.

Математическая модель процесса. В данной работе для расчета равновесного состава продуктов реакции использовали математическая модель, состоящая из десяти уравнений констант равновесия, двух уравнений материального баланса атомов и уравнения Дальтона.

Уравнения констант равновесия термостабильных веществ и соединений записывали для реакций их диссоциации на составляющие элементы:

$$Kp_{1} = \frac{P_{C} \cdot P_{O}}{P_{CO}}; \quad Kp_{2} = \frac{P_{C} \cdot P_{O}^{2}}{P_{CO_{2}}}; \quad Kp_{3} = \frac{P_{H}^{2} \cdot P_{O}}{P_{H_{2}O}}; \quad Kp_{4} = \frac{P_{H}^{2}}{P_{H_{2}}}; \quad Kp_{5} = \frac{P_{C} \cdot P_{H}^{4}}{P_{CH_{4}}}; \quad Kp_{6} = \frac{P_{H} \cdot P_{F}}{P_{HF}};$$

$$Kp_{7} = \frac{P_{C} \cdot P_{F}^{4}}{P_{CF_{4}}}; Kp_{8} = \frac{P_{C} \cdot P_{O} \cdot P_{F}^{2}}{P_{COF_{2}}}; Kp_{9} = \frac{P_{O} \cdot P_{H}}{P_{OH}}; Kp_{10} = \frac{P_{O}^{2}}{P_{O_{2}}}.$$

Значения констант равновесия приведённых реакций выбирали на основе данных [13].

Уравнения материального баланса основаны на равенстве мольных соотношений между элементами в исходной и в конечной смесях:

$$\begin{aligned} \frac{N_{O}}{N_{H}} &= \frac{\mu_{O} \cdot (P_{CO} + 2 \cdot P_{CO_{2}} + P_{H_{2O}} + 2 \cdot P_{O_{2}} + P_{OH} + P_{O})}{\mu_{H} \cdot (2 \cdot P_{H_{2}} + 2 \cdot P_{H_{2O}} + 4 \cdot P_{CH_{4}} + P_{H} + P_{OH} + P_{OH} + P_{HF})}; \\ \frac{N_{O}}{N_{F}} &= \frac{\mu_{O} \cdot (P_{CO} + 2 \cdot P_{CO_{2}} + P_{H_{2O}} + 2 \cdot P_{O_{2}} + P_{OH} + P_{O})}{\mu_{F} \cdot (2 \cdot P_{F_{2}} + P_{HF})}, \end{aligned}$$

где  $N_O$ ,  $N_H$  и  $N_F$  – количество в исходной смеси атомов O, H и F соответственно,  $\mu_O$ ,  $\mu_H$  и  $\mu_F$  - молекулярная масса O, H и F соответственно.

Уравнение Дальтона, согласно которому сумма парциальных давлений всех компонентов равна общему давлению, замыкает систему уравнений. Расчёты проводили для давления, равного 0.1 МПа.

Обычно процесс (1) проводят при избытке углерода в зоне реакции. Для того чтобы учесть избыток твердой фазы в системе давление углерода задавали постоянным и равным давлению насыщенного пара углерода при заданной температуре, при этом углерод отсутствовал в уравнениях материального баланса. Значения равновесного давления углерода выбирали на основании данных [13].

Для решения полученной системы уравнений использовали программный пакет MathCad 15 и встроенную функцию Given/Find. Верификацию модели проводили на примере хорошо изученного процесса газификации углерода водяным паром. Результаты тестового расчета хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными [14] и теоретическими данными [15].

*Результаты расчета.* С использованием программной процедуры, реализованной в MathCad 15 были проведены расчёты термодинамически равновесного состава веществ в системе элементов C-O-H-F, где углерод находится в избытке (рис. 1).



Рис. 1. Термодинамически равновесный состав веществ в системе элементов C-O-H-F, где углерод находится в избытке, а мольное соотношение O-H-F составляет 1,5-4-1 для 1а и 4,5-4-1 для 1б соответственно, в зависимости от температуры

На рисунке 1а приведены результаты расчёта для соотношения элементов 1.5O-4H-1F, что соответствует соотношению в азеотропной смеси воды (60 мол.%) и фторида водорода (40 мол.%).

На основе расчётов было показано, что в термодинамически равновесной смеси присутствует лишь одно соединение фтора – фторид водорода, а тетрафторид углерода и оксид-дифторид углерода не образуются.

При температуре выше 1200К термодинамически равновесная смесь состоит практически только из водорода, моноокиси углерода и фторида водорода.

На рис. 16 приведены результаты расчёта для соотношения элементов 4.5O-4H-1F, которое соответствует уравнению:

 $C_{TB} + 1.5 \cdot H_2 O_{\Gamma A3} + HF_{\Gamma A3} + 1.5 \cdot O_{2\Gamma A3} = 4.5 \cdot CO_{\Gamma A3} + 1.5 \cdot H_{2\Gamma A3} + HF_{\Gamma A3}.$  (3)

Кислород подают в зону реакции при проведении реакции получения водяного газа для поддержания необходимой температуры, т.к. реакция (1) является эндотермической.

Так же, как и в случае 16, при температуре выше 1200К в термодинамически равновесной смеси присутствуют практически только H<sub>2</sub>, CO и HF.

Выводы. На основании расчёта термодинамически равновесного состава веществ в системе элементов С-О-Н-F, где углерод находится в избытке при мольном соотношении кислорода, водорода и фтора 1.5-4-1 и 4,5-4-1 показано, что при температуре выше 1200К компонентами смеси являются водород, моноокись углерода и фторид водорода, а фториды и оксифториды углерода не образуются. Таким образом, показана возможность получения БФВ из плавиковой кислоты, в том числе азеотропного состава, на основании реакции восстановления воды углеродом при указанной температуре.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. ГОСТ 14022-88. Водород фтористый безводный. Технические условия. – Введ. 1990-01-01. – М.: Издательство стандартов, 1989. – 25 с.

2. Промышленные фторорганические продукты: Справ. изд./Б. Н. Максимов, В. Г. Барабанов, И.Л. Серушкин [и др]. – Л.: Химия, 1990. – 464 с.

3. Маслов А.А. Химическая технология фторида водорода: учеб. пособие / А.А. Маслов, Н.С. Тураев, Р.В. Оствальд. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. – 109 с.

4. Пашкевич Д.С. Методы получения промышленных соединений фтора с применением обеднённого гексафторида урана. Материалы V Международной школы-конференции по химической технологии. Волгоград. Май 2016 г. С. 433-435.

5. Копытов В.В. Газификация конденсированных топлив: ретроспективный обзор, современное состояние дел и перспективы развития / В.В. Копытов. – М.: Инфра-Инженерия, 2012. – 509 с.

6. Баддур Р.Ф. Использование плазмы в химических процессах / Р.Ф. Баддур, Р.С. Тимминс; перевод с англ. под ред. Л.С. Полака. –М.: Мир, 1970. – 201 с.

7. Фиалков А.С. Углерод, межслоевые соединения и композиты на его основе / А.С. Фиалков. –М.: Аспект Пресс, 1997. – 718 с.

8. Барабанов В.Г. Пиролитические методы получения фторсодержащих олефинов / В.Г. Барабанов, С.И. Озол. – СПб.: Теза, 2000. – 204 с.

9. Хёрд Ч.Д. Пиролиз соединений углерода / Ч.Д. Хёрд. – М.,Л.: Главная редакция химической литературы, 1938. – 781 с.

10. Реутов О.А. Органическая химия: в 4 ч. /О.А. Реутов, А.Л. Курц, К.П. Бутин. – М.: Бином, 2005 – Ч. 1-4.

11. Павлова С.-С.А. Термический анализ органических и высокомолекулярных соединений / С.-С. А. Павлова, И. В. Журавлева, Ю. И. Толчинский. – М.: Химия, 1983. – 120 с.

12. Пиролиз углеводородного сырья / Мухина Т.Н., Барабанов Н.Л., Бабаш С.Е. и [др]. – М.: Химия, 1987. – 240 с.

13. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочное издание в 4-х т./Л.В. Гурвич, И.В. Вейц, В.А. Медведев [и др.] – М.: Наука, 1978. – Т.1-4.

14. Дольх П. Водяной газ. Химия водяного газа и техника его получения / Пер. с нем. Н.И. Ювенальева под ред. А.Б. Чернышева. – М.: ГОНТИ, Ред. хим. лит-ры, 1938. – 240 с.

15. Термодинамика процессов получения газов заданного состава из горючих ископаемых: / В.С. Альтшулер, Г.В. Клириков, В.А. Медведев [и др.]. М.: Наука, 1969. – 104 с.

Е.С. Коковина, Е.А. Кузнецов, А.Ю. Снегирёв Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ ПО ПОВЕРХНОСТИ ГОРЮЧИХ МАТЕРИАЛОВ

Введение. Несмотря на интенсивное развитие методов численного моделирования пожаров, прогнозирование распространения пламени по поверхности горючего материала остаётся нерешённой задачей. Примеры успешного моделирования данного процесса с использованием различных вычислительных моделей и кодов встречаются достаточно редко. Одним из наиболее популярных инструментов для моделирования пожаров считается Fire Dynamic Simulator – свободно распространяемый код, разработанный NIST, США [1], однако ограниченное количество публикаций по данной тематике с использованием FDS не позволяет в полной мере оценить возможности программы. В самом деле, результаты численного моделирования распространения пламени с использованием ранних версий FDS [2, 3] плохо согласовывались с имевшимися на тот момент экспериментальными данными. Применение FDS для расчёта зажигания и горения полностью газифицирующегося полимера (ПММА) показало [4], что самоподдерживающееся горение удаётся воспроизвести только для достаточно больших размеров горящей поверхности, когда доминирует радиационный тепловой поток из пламени.

В данной работе FDS применяется для численного исследования распространения пламени снизу вверх по вертикальным и наклонным поверхностям с учётом сопряжённого теплообмена на поверхности и пиролиза горючего материала. Описание рассмотренных случаев приведено ниже.

1. Распространение пламени вертикально вверх по поверхности горючего материала при наличии постоянного нагрева нижней части пластины. Размеры пластины: высота – 5 м, ширина – 0,6 м, толщина – 0,025 м (крупномасштабный сценарий), [5].

2. Распространение пламени вертикально вверх в самоподдерживающемся режиме (в отсутствие внешнего теплового потока). Размеры пластины: высота – 0,2 м, ширина – 0,05 м, толщина – 0,06 см (лабораторный масштаб) [6].

3. Распространение пламени вверх по наклонным поверхностям. Размеры пластины: высота – 0,2 м, ширина – 0,1 м, толщина – 1,27 см (лабораторный масштаб) [7]. Углы наклона поверхности: 0°, 30°, 45°, 60°, угол отсчитывается от вертикали.

Методы и результаты. Расчёт турбулентности в данной работе производится по методу моделирования крупных вихрей (LES, Large Eddy Simulation), количество угловых направлений, используемых для дискретизации телесного угла при решении уравнения лучистого теплопереноса, увеличено до 300. Учёт спектральных свойств продуктов сгорания производился с использованием приближения серого газа. В остальных случаях используются установки, принятые в FDS по умолчанию. Расчётная сетка в газовой фазе строилась в соответствии с рекомендациями, принятыми в инженерной практике при моделировании естественно-конвективного пламени в открытом пространстве. На длину теплового факела приходилось не менее 10 ячеек расчётной сетки (D\*/ $\delta x > 10$ ). Число ячеек составляло от 400 тыс. до 1,5 млн. Работа выполнена с использованием ресурсов СКЦ «Политехнический».

Установлено, что модель и код FDS способны воспроизвести основные качественные и количественные характеристики процесса распространения пламени. В частности, на рис. 1(а) показано распространение пламени согласно сценарию 1, пламя изображено в виде изоповерхностей объемной мощности тепловыделения для трёх моментов времени. На

рис. 1(б) показано сравнение расчётной высоты зоны пиролиза с экспериментальными данными, достигнуто удовлетворительное согласие. Высота зона пиролиза соответствовала высоте, на которой скорость выгорания достигала критического значения (0,004 кг/м<sup>2</sup>/с). Установлено, что результаты расчёта оказываются чувствительны к мощности теплового излучателя, служащего источником зажигания.



Рис. 1. Мгновенные изоповерхности мощности тепловыделения 200 кВт/м<sup>3</sup> (а) для указанных моментов времени и зависимость высоты зоны пиролиза от времени (б). Сценарий 1.

На основании выполненной работы можно сделать следующие выводы.

1. Имеют место два качественно разных режима распространения фронта пламени по поверхности пластины горючего материала. В осевом режиме имеет место проскок пламени вдоль оси пластины. Во фронтальном режиме выгорание материала происходит по всей ширине пластины. Реализация того или иного режима зависит от ширины пластины и угла её наклона к вертикали.

2. Расчёт удовлетворительно воспроизводит динамику распространения пламени только в тех случаях, когда лучистый тепловой поток доминирует в тепловом балансе на поверхности пластины. В то же время, результаты расчётов занижают скорость выгорания материала и предсказывают погасание пламени в тех случаях, когда доминирует конвективный тепловой поток (в то время, как в экспериментах наблюдается устойчивое горение). Это приводит к невозможности воспроизвести самоподдерживающееся горение и указывает на недостаточную точность расчёта конвективного теплового потока из пламени к поверхности горючего материала.

3. Дальнейшее развитие методики расчёта должно быть направлено на повышение точности расчёта конвективного теплового потока на поверхности горючего материала. Это потребует значительного измельчения расчётной сетки в приповерхностной области или уточнения пристеночных функций, используемых FDS.

Работа выполнена при частичной поддержке компании Boeing и гранта Российского научного фонда (проект №16-49-02017).

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. McGrattan K., Hostikka S., McDermott R. Floyd J., Weinschenk C., Overholt K. Fire Dynamics Simulator. FDS Version 6.4.0. NIST Special Publication 1019-6, 2015.

2. Schjerve N. Flame Spread in the Initial Phase of a Fire Experiments, Calculations and Simulations. Proc. of the Thirteenth International Interflam Conference (2013) 497-502.

3. Hjohlman M., Andersson P., Van Hees P. Flame Spread Modeling of Complex Textile Materials. Fire Techn. 47 (2011) 85-106.

4. Snegirev A., Kokovina E., Tsoy A. Coupled simulations of turbulent flame and pyrolysis of combustible material / Proceedings of the European Combustion Meeting – 2015, Paper P4-16, March 30 – April 2, 2015, Budapest, Hungary.

5. Wu P.K., Orloff L., Tewarson A. Assessment of Material Flammability with the FSG Propagation Model and Laboratory Test Methods. 13th Joint Panel Meeting of the UJNR Panel on Fire Research and Safety, NIST, Gaithersburg, MD, USA, 1996.

6. Leventon I. T., Li J., Stoliarov S.I. A flame spread simulation based on a comprehensive solid pyrolysis model coupled with a detailed empirical flame structure representation // Combust. Flame 162 (2015) 3884–3895.

7. Gollner M.J., Huang X., Cobian J., Rangwala A.S., Williams F.A. Experimental study of upward flame spread of an inclined fuel surface // Proc. Combust. Inst. 34 (2013) 2531–2538.

УДК 662.612

Е.А. Кузнецов, Е.С. Коковина, А.Ю. Снегирёв Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## ОПЫТ СОВМЕСТНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПАКЕТА ANSYS FLUENT И КОДА PYROPOLIS С ЦЕЛЬЮ РАСЧЕТА ВОСПЛАМЕНЕНИЯ И ГОРЕНИЯ КОНДЕНСИРОВАННЫХ ТОПЛИВ

Современные стратегии численного моделирования пожара опираются на использование одного из следующих видов программного обеспечения [1]: собственной разработки, с открытым кодом или коммерческое. В последнем случае может быть использовано специализированное или универсальное ПО. Следует отметить, что в работе крупных промышленных компаний интенсивно используются универсальные гидродинамические коды, что делает актуальным их адаптацию для задач пожарной безопасности. Такая стратегия имеет важные преимущества: возможность работать с геометрией любой сложности, совместимость с инструментами CAD, возможности массивной параллелизации, высокое качество решателей и обилие моделей турбулентности, горения, сложного теплообмена, детальная документация с обучающими компонентами. Однако следует отметить, что большинство публикаций по численному моделированию горения и теплообмена при пожаре в настоящее время опирается на расчеты с открытыми кодами FDS [2] и FireFOAM [3], в то время как накопленный компаниями опыт решения задач данного класса, как правило, остается неопубликованным. В результате оказывается, что примеры использования ANSYS Fluent для моделирования пожара крайне редки, особенно в случае использования метода крупных вихрей (LES) для моделирования турбулентного пламени.

Для моделирования горения конденсированных топлив (пожары класса A) особенно важной является возможность совместного моделирования турбулентного пламени и термической деградации (пиролиза) пожарной нагрузки, поскольку динамика горения и критические условия зажигания и погасания твердых горючих материалов определяются тесной и нелинейной обратной связью между тепловым потоком из пламени, поступающим в слой материала, и скоростью образования летучих продуктов их пиролиза, сгорающих в пламени.

Для проведения моделирования воспламенения и горения конденсированных топлив требуется решить две задачи: построить модель нагрева и пиролиза твердого горючего материала, обеспечить взаимодействие указанной модели с используемым для расчета течения газовой фазы пакетом ANSYS Fluent.

При решении первой задачи мы используем код Pyropolis, в котором реализована модель нагрева, пиролиза и воспламенения конденсированных топлив. Более подробно код Pyropolis описан в работе [4]. Компоненты модели представлены на рисунке 1. Код протестирован для полностью газифицирующихся и обугливающихся полимеров, а также для композитных материалов.

Для решения второй задачи с помощью пользовательских функций (UDF) разработан специальный интерфейс, обеспечивающий обмен информацией между ANSYS Fluent и Pyropolis в соответствии с рисунком 2. Данные о радиационном и результирующем тепловом потоке из пламени в материал генерируются в ходе моделирования газовой фазы и передаются из ANSYS Fluent и Pyropolis. Данные о массовом потоке летучих продуктов пиролиза определяются моделью Pyropolis и передаются в обратном направлении. Интерфейс позволяет работать в параллельном режиме с произвольным числом процессов, используемых в Fluent.

Полученный вычислительный инструмент применяется для моделирования нагрева, воспламенения и горения горючих материалов под действием внешнего теплового потока. Примером является термическое разложение и горение полимерных материалов при их испытании на горючесть в конусном калориметре [5].



Рис. 3. Испытание полимерного материала (ПММА) на горючесть в конусном калориметре при падающем тепловом потоке 52 кВт/м<sup>2</sup>: а) – испытуемый образец и конусный нагреватель, б) – расчетная область и сетка, в) – расчетная форма пламени (изоповерхность 500°С), г) – скорость газификации материала в инертном газе и при горении в воздухе; расчет с помощью Fluent-Pyropolis

На рисунке 3 показан пример расчета для стандартного конусного калориметра, внутренняя поверхность которого поддерживается при постоянной температуре, обеспечивающей тепловой поток, падающий на пластину, равным 52 кВт/м<sup>2</sup>. Материал пластины – полиметилметакрилат (ПММА) размером 0.1×0.1 м и толщиной 8.6 мм. Расчет

турбулентности в данном примере производится по методу моделирования крупных вихрей (LES, Large Eddy Simulation). Использована модель лучистого теплопереноса Descrete Ordinates (DO). На рисунке 3г показана скорость газификации материала в инертном газе и при горении в воздухе. Результаты расчета хорошо согласуются с данными эксперимента [6].

В результате работы реализовано программное средство (интерфейс), позволяющее производить совместное моделирование задач горения, с использованием коммерческого CFD-пакета ANSYS Fluent и кода Pyropolis. Использование данного подхода учитывает обратное влияние диффузионного горения на процесс пиролиза в горючем материале и дает хорошее совпадение результатов численного моделирования с экспериментальными данными.

Работа выполняется при частичной поддержке компании Boeing и гранта Российского научного фонда (проект №16-49-02017). Авторы выражают благодарность П.А.Попову за участие в разработке концепции взаимодействия ANSYS Fluent и Pyropolis.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. International Survey of Computer Models for Fire and Smoke: Field Models

http://www.firemodelsurvey.com/FieldModels.html (retrieved October 27, 2016)

2. https://pages.nist.gov/fds-smv/ (retrieved October 27, 2016).

3. https://github.com/fireFoam-dev (retrieved October 27, 2016)

4. Snegirev A., Talalov V., Stepanov V., Harris J. A new model to predict pyrolysis, ignition and burning of flammable materials in fire tests // Fire Safety Journal 59 (2013) 132-150.

5. Babrauskas V. The Cone Calorimeter / In: SFPE Handbook of Fire Protection Engineering (3rd ed.), DiNenno (Ed.), NFPA, Quincy MA, 2002, p. 3/63-3/81.

6. Stoliarov S.I., Crowley S., Lyon R.E., Linteris G.T. Prediction of the burning rates of non-charring polymers // Combustion and Flame 156 (2009) 1068–1083.

УДК 532.517

Е.В. Колесник, Е.М. Смирнов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# АНАЛИЗ РАБОТОСПОСОБНОСТИ КВАЗИОДНОМЕРНЫХ ОГРАНИЧИТЕЛЕЙ В СХЕМАХ ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА, ПРИГОДНЫХ ДЛЯ РАСЧЕТА ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ

При численном моделировании трансзвуковых течений один из ключевых факторов – способ аппроксимации конвективных потоков. Схема аппроксимации должна обеспечивать возможность достаточно точного разрешения газодинамических разрывов на небольшом числе внутренних точек при отсутствии осцилляций поля течения в окрестности разрывов. Указанными свойствами обладают методы, использующие решение задачи Римана о распаде разрыва. Среди них особенное распространение получил метод Роу [1], основанный на решении линеаризованной задачи Римана.

При расчете сложных двух- и трехмерных течений необходимо использовать повышенный порядок точности по пространству, так как это позволяет сократить вычислительные затраты. Повышенного порядка точности можно добиться, используя MUSCL подход [2], переходя от кусочно-постоянного распределения газодинамических переменных в ячейках к кусочно-линейному распределению. На собственно методе решения задачи Римана такой переход никак не отражается, поскольку в задаче о распаде разрыва используются реконструированные значения переменных на грани - значения, полученные предварительно в результате экстраполяции на поверхность разрыва осредненных значений

в соседних ячейках. Однако, при реализации схем повышенного порядка аппроксимации встает проблема возникновения осцилляций в численном решении, как правило, в окрестности ударных волн. Чтобы этого избежать, вводятся специальные ограничители (limiters), которые модифицируют наклоны распределений переменных в ячейках.

Концептуально, большинство методов контроля осцилляций основано на рассмотрении одномерного уравнения переноса  $\partial u/\partial t + a \cdot \partial u/\partial x = 0$ . Для этого случая разработана надежная теория неосциллирующих схем. Наиболее широко распространенными являются TVD (Total Variation Diminishing) схемы [3], в основе которых лежит свойство, согласно которому полная вариация любого физически допустимого решения не возрастает с течением времени, и LED (Local Extremum Diminishing) схемы, принципиальное положение для построения которых заключается в том, что возникший локальный максимум не должен увеличиваться, примером является SLIP схема с ограничителем «Jameson» [4].

При решении многомерных задач с использованием структурированных (регулярных) сеток для устранения осцилляций обычно применяется квазиодномерный подход, то есть для вычисления ограничителя используются значения переменных в расчетных точках, лежащих вдоль одного координатного (индексного) направления.

В случае неструктурированных (нерегулярных) сеток вопрос о выборе способа контроля/подавления осцилляций является неоднозначным, в литературе предлагаются разные типы ограничителей. Возникший самым первым и являющийся наиболее естественным из них - это ограничители, базирующиеся на квазиодномерном подходе применительно к каждой рассматриваемой грани (face-based limiter). Несмотря на большое количество публикаций, в литературе не сформировано единое мнение об эффективности работы квазиодномерных ограничителей для неструктурированных сеток.

Цель работы – реализация и тестирование нескольких схем повышенного порядка точности с применением квазиодномерных ограничителей в форме, пригодной для расчета газодинамических течений на неструктурированных сетках.



Рис. 1. Реконструкция решения



Рис. 2. Трансзвуковое обтекание профиля NACA-0012: а) геометрия, б) поле числа Маха

При использовании квазиодномерного подхода для построения ограничителей в случае неструктурированных сеток требуется восстановить значения переменных как минимум в двух виртуальных точках слева и справа от грани (точки  $P_{LL}$  и  $P_{RR}$  на рис. 1) в дополнение к известным значениям в ближайших к грани точках  $P_L$  и  $P_R$ .

Введем обозначения:  $\Delta = u^{R} - u^{L}$ ,  $\Delta^{-} = u^{L} - u^{LL}$ ,  $\Delta^{+} = u^{RR} - u^{R}$ , где верхними индексами *LL* и *RR* обозначены значения переменной в восстановленных точках *P*<sub>LL</sub> и *P*<sub>RR</sub>. Заметим, что в

явном виде значения переменных в этих точках не нужны – необходимо определить только разности  $\Delta^-$  и  $\Delta^+$ .

Рассматривались два варианта восстановления точек: метод, предложенный в [5], (далее метод Br), согласно которому  $\Delta^- = 2(\nabla u)_L \cdot V_L$ ,  $\Delta^+ = -2(\nabla u)_R \cdot V_R$ , и метод, предложенный в [6], (далее DM), где  $\Delta^- = 2(\nabla u)_L \cdot V_{LR} - \Delta$ ,  $\Delta^+ = 2(\nabla u)_R \cdot V_{LR} - \Delta$ .

Для TVD схемы реконструкция переменной на грани слева и справа определяется формулами:  $u'^L = u^L + \psi_L \cdot \Delta^-/2$ ,  $u'^R = u^R - \psi_R \cdot \Delta^+/2$ , где  $\psi_L = \psi_L(r_L)$ ,  $\psi_R = \psi_R(r_R)$ ,  $r_L = \Delta/\Delta^-$ ,  $r_R = \Delta/\Delta^+$ . В качестве функции  $\psi(r)$  использовались следующие TVD ограничители: «minmod»  $\psi_{MM}(R) = \min(1, R)$  и «Van Leer»  $\psi_{VL}(R) = 2R/(R+1)$ .

Для SLIP схемы реконструированные значения переменной на грани вычисляются по формулам:  $u'^{L} = u^{L} + 0.5 \cdot D(\Delta^{+}, \Delta^{-}) \cdot (\Delta^{+} + \Delta^{-})/2$ ,  $u'^{R} = u^{R} - 0.5 \cdot D(\Delta^{+}, \Delta^{-}) \cdot (\Delta^{+} + \Delta^{-})/2$ , где введенная в [4] функция D – ограниченное среднее  $D(u,v) = 1 - |(u - v)/\max(|u| + |v|, \varepsilon \Delta x')|^{q}$ ,  $r = 1.5, q \ge 2$ .

Для вычислений использовался код, созданный посредством модификации структурированной версии кода SINF [7], разработанного на кафедре «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» СПбПУ. В исходной версии кода для расчета трансзвуковых течений была реализована схема CUSP [4]. В рамках настоящей работы код SINF был дополнен возможностью расчета конвективных потоков по схеме Роу с реализацией схем повышенного порядка, которые могут быть непосредственно перенесены на случай расчета газодинамических течений на неструктурированных сетках.

Вектор конвективного потока на грани  $F_f$  складывается из двух частей - основной части и диссипативной:  $F_f = \langle F \rangle - D$ . Диссипация D вычисляется по схеме Роу. Для расчета основной части потока в ПК SINF реализовано два варианта. Первый – это интерполяция потоков (далее – Опция 1):  $\langle F \rangle = F^L + \beta \cdot (F^R - F^L)$ , где  $\beta = \Delta_L / (\Delta_L + \Delta_R)$ ,  $F^{LR} = F(w_{LR})$ ,  $w_{LR}$ значения консервативных переменных в центрах ячеек слева/справа от грани,  $\Delta_{LR}$ расстояние от центра левой/правой ячейки до центра грани. Второй вариант определяется формулой (далее – Опция 2):  $\langle F \rangle = (F(w_L) + F(w_R))/2$ , где  $w'_{LR}$  – реконструированные значения переменных на грани слева/справа.

Тестирование схем проведено на ряде двумерных задач о течении невязкого газа. В работе представлены результаты для трансзвукового обтекания крылового профиля NACA-0012 (рис. 2а); рассматривался режим, при котором на верхней стороне профиля «садится» относительно сильный скачок уплотнения, а на нижней – слабый (рис. 2б).

На рисунке 3 для нескольких схем представлено распределение коэффициента давления в окрестности скачка на верхней стороне профиля (а) и вдали от скачка около передней кромки профиля (б). Результаты сравниваются с сеточно-сошедшимся решением (эталонным), полученным по исходной версии кода. Можно видеть, что при использовании TVD ограничителей и ограничителя «Jameson» восстановление точек по методу Br приводит к возникновению сильных осцилляций в численном решении. Таким образом, для восстановления точек предпочтительно использовать метод DM.



Рис. 3. Распределение коэффициента давления (а) в окрестности скачка и (б) у передней кромки

При использовании TVD ограничителей решение без осцилляций удается получить при расчете основной составляющей конвективных потоков только по Опции 2, однако в этом случае наблюдаются проблемы со сходимостью итераций: невязки падают на несколько порядков и дальше процесс сходимости останавливается. Более того, при использовании Опции 2 в сочетании с ограничителем «Jameson» итерационный процесс расходится.

В случае Опции 1 для подавления осцилляций следует использовать SLIP схему с ограничителем «Jameson». Однако в этом случае вдали от скачка решение лежит дальше от эталонного, то есть данная схема является более диссипативной.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Roe P.L. Approximate Riemann Solvers, parameter vectors, and difference schemes // J. Comput. Phys. – 1981. – Vol. 43, No. 2. – P. 357-372.

2. Van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second order sequel to Godunov's method // J. Comput. Phys. – 1979. – Vol. 32, No. 1. – P. 101-136.

3. Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // J. Comput. Phys. – 1983. – Vol.49, No. 3. – P. 357-393.

4. Jameson A. Artificial diffusion, upwind biasing, limiters and their effect on accuracy and multigrid convergence in transonic and hypersonic flow // AIAA Paper No. 93-3359. – 1993.

5. Bruner C., Walters R. Parallelization of the Euler equations on unstructured grids // AIAA paper No. 97-1894. – 1995.

6. Darwish M., Moukalled F. TVD schemes for unstructured grids // Int. J. Heat Mass Transfer -2003. – Vol.46. – P. 599–611.

7. Смирнов Е.М., Зайцев Д.К. Метод конечных объемов в приложении к задачам гидрогазодинамики и теплообмена в областях сложной геометрии // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского технического университета. – 2004. – № 2 (36). – С. 70-81.

УДК 66.011

# А.В. Коробейников, Е.В. Есин, В.И. Стахив РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина

## АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ БЛОКА ТЕПЛООБМЕНА СЕКЦИИ ГИДРООЧИСТКИ УСТАНОВКИ КАТАЛИТИЧЕСКОГО РИФОРМИНГА

Введение. Блок теплообмена секции гидроочистки, наряду с реактором и катализатором являются важнейшими системами, позволяющими подготовить сырье к процессу риформинга. Устойчивая работа теплообменных аппаратов и трубчатой печи – одна из главных составляющих обеспечения требуемой глубины гидроочистки сырья. В практике эксплуатации печей на нефтеперерабатывающих заводах (НПЗ) встречаются следующие дефекты трубчатых змеевиков [1]:

- местные деформации труб с образованием отдулин вследствие локальных перегревов;

- наружное обгорание труб (высокотемпературная коррозия);

- наружная коррозия труб змеевика и дымовых труб печи продуктами сгорания топлива (низкотемпературная коррозия);

- образование сквозных свищей и прогаров в трубах.

Согласно данным [1], количество замененных печных труб вследствие износа внутренней поверхности составляет около 25-40% от общего числа замененных труб в течение года. Лица, ответственные за проектирование и эксплуатацию, должны обеспечить устойчивый режим работы печи и не допустить:

- образования кокса и других отложений в змеевике;

- превышения допустимой тепловой нагрузки на печь;

- превышения максимальной и средней локальной теплонапряженностей для материала, используемого при производстве змеевика;

- превышения максимальной температуры стенки для используемого класса стали.

Блок теплообмена состоит из шести соединенных последовательно кожухотрубных теплообменников (AFS по классификации TEMA с F=876 м<sup>2</sup>) с плавающей головкой и вертикальной трубчатой печи типа ЦС. В работе секции теплообмена можно выделить 3 основные этапа, характеристики которых приведены в таблице 1. Характеристика цилиндрической печи гидроочистки даны в таблице 2.

Показатель, размерность	Этап 1	Этап 2	Этап 3
	2006-2011 гг.	2011-2018 гг.	После 2018 г.
Температура на выходе из теплообменников, °С	244	286	303
Теплопроизводительность, МВт	4,62	4,13	4,21
Средняя температура потока, °С	274	297	326

Табл. 1. Обозначение основных этапов работы трубчатой печи

Табл. 2. Характеристика цилиндрической печи гидроочистки типа ЦС

on 2. Rupuktephetina ginnigphiteekon ne mitigpoo	meria ma
Диаметр труб, мм	152
Толщина труб, мм	7
Число труб радиантной части	32
Поверхность нагрева радиантной части, м <sup>2</sup>	115
Материал змеевика	15X5M

При эксплуатации печи на этапе 1 сотрудники НПЗ сталкивались с прогарами змеевика радиантной секции с периодичностью в 11-12 месяцев, а также с образованием отложений. В 2011 году была проведена модернизация теплообменников, в ходе которой режим их работы был изменен с параллельного на последовательный (переобвязка), так как существовавший уровень рекуперации тепла не позволял обеспечить безопасную устойчивую работу печи. Также было принято целесообразным отказаться от процесса защелачивания на АВТ (атмосферно-вакуумной трубчатки). Вышеперечисленные меры привели к повышению температуры выхода газо-сырьевой смеси из теплообменников, снижению количества отложений, позволили снизить теплопроизводительность печи, и, как следствие, прогаров радиантной секции более не случалось. Однако в 2018 году (этап 3) сотрудники НПЗ будут вынуждены повысить температуру в реакторе гидроочистки в связи с окончанием срока эксплуатации катализатора.

*Цель работы* – построение рабочей модели блока теплообмена гидроочистки как полезного инструмента прогнозирования прогаров печи, а также определение максимальной теплопроизводительности, при которой возможна безопасная и устойчивая работа печи.

Для достижения поставленной цели по методикам [2, 3] было проведено моделирование исходного газо-сырьевого потока бензиновой фракции 105-180°С и водородосодержащего газа (ВСГ) при необходимом наборе значений температур. В таблице 3 представлены физико-химические свойства бензиновой фракции, содержание ароматических, изопарафиновых, парафиновых и нафтеновых углеводородов (АрУ, ИП, Н, Н). В таблице 4 приведены данные моделирования для средней температуры потока этапа 2 при расходе ВСГ 15000 нм<sup>3</sup>.

Также на основе сведений из справочника [4] была построена схема блока теплообмена (рис. 1). Погрешности по тепловому и материальному балансам составили менее 1,5%.

Габл.	3.	Физико-химические	свойства	бензиновой	фракции

Показатель, размерность	Значение
Плотность бензиновой фракции при 20°С, кг/м <sup>3</sup>	752
Пределы выкипания фракции, °С	104.7-175.4
Температура выкипания 10, 50, 95% фракции, °С	117/129/166
Содержание АрУ, ИП, П и Н, % масс	12/32/23/33
Расход по сырью, т/ч	120

Табл. 4. Данные моделирования газо-сырьевого потока при температуре 297 °С

Доля отгона	1
Теплоемкость, Дж/(кг·К)	2827
Теплопроводность, Вт/(м·К)	0,06
Вязкость, мкПа·с	39,86



Рис. 1. Схема блока теплообмена

Моделирование работы трубчатой печи проводилось по стандарту API 530 [5]. Данный стандарт позволяет на основании теоретических положений вычислить максимальную температуру змеевика в начале (SORT) и в конце пробега трубчатой печи (EORT). Однако при этом накладываются следующие ограничения и допущения:

- отношение толщины стенки трубы к диаметру должно быть меньше 0.15;

- змеевик считается бесшовным;

- изменения толщины слоя кокса, цементация и наводороживание верхних слоев металла змеевика не учитываются;

Сравнение результатов моделирования с данными тепловизионного анализа приведено в таблице 5.

с данными тепловизионного анализа				
Показатель	Этап 1	Этап 2	Этап 3	
	2006-2011 гг.	2011-2018 гг.	После 2018 г.	
Внешняя температура стенки	741	442	497	
(данные с тепловизора), °С	(750)	(449)	(-)	
Максимальная теплонапряженность, Вт/м <sup>2</sup>	75000	49000	51000	

Габлица 5. Сравнение результатов моделирования	работы трубчатой печи
с данными тепловизионного ана	ализа

Как видно из таблицы 5, внешняя температура стенки на этапе 1 приблизительно равна 750°С, что для стали 15Х5М является недопустимым, т.к. максимально допустимая температура применения данной марки стали в водородсодержащих средах составляет

510°С. Максимальная теплопроизводительность трубчатой печи, при которой наблюдается устойчивая работа составила 4,225 МВт.

*Результаты.* Была разработана модель, адекватно описывающая работу блока теплообмена секции гидроочистки, установлены причины прогара печи, а также определена максимально допустимая теплопроизводительность.

*Вывод*. Модель показала, что повышение температуры сырья на входе в реактор гидроочистки не приведет к разрушению целостности змеевика радиантной секции. Данную модель можно использовать для прогнозирования и своевременного предотвращения прогаров печи и на других установках.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Ентус Н.Р., Шарихин В.В. Трубчатые печи в нефтеперерабатывающей и нефтехимической промышленности. – М.: Химия, 1987. – С. 146-148.

2. Ушева Н.В. Математическое моделирование химико-технологических процессов: учебное пособие / Н.В. Ушева, О.Е. Мойзес, О.Е. Митянина, Е.А. Кузьменко; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014. – 135 с.

3. Ахметов С.А., Аль-Окла В.А. Моделирование и инженерные расчеты физико-химических свойств углеводородных систем. – Уфа: РИО РУНМЦ МО РБ, 2003. – 159 с.

4. Судакова Е.Н. Расчеты основных процессов и аппаратов нефтепереработки: Справочник. – М.: Химия, 1979. – 565 с.

5. API. Calculation of Heater-Tube Thickness in Petroleum Refineries. API STANDARD 530, FOURTH EDITION, 1996.

УДК 536.25

А.И. Кунаева, Н.Г. Иванов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПОЛОСТЯХ С РАЗНОНАГРЕТЫМИ СТЕНКАМИ

Интерес к моделированию естественной конвекции вызван тем, что такие течения часто возникают в природных явлениях и технологических процессах, например, при охлаждении электрических схем, утилизации солнечной энергии, нагреве и охлаждении помещений и т.п. Одна из канонических свободноконвективных задач – течение между двумя вертикальными разнонагретыми стенками. Экспериментальные и численные исследования этого течения широко представлены в литературе (см., например, [1-3]), при этом данные, полученные для упрощенной модельной конфигурации важны и для ряда прикладных задач. В частности, сведения о движении воздуха между вертикальными параллельными пластинами используются при организации охлаждения электронного оборудования. В задачах выращивания полупроводниковых кристаллов из расплава также часто реализуются свободноконвективные кристаллов стеревом со стороны вертикальных стенок.

Свободноконвективные течения интересны также тем, что, в отличие от вынужденнной конвекции, обнаруживают гораздо большее многообразие механизмов неустойчивости, это относится и к течению между вертикальными стенками. Постановка и решение задачи об устойчивости стационарного конвективного движения, возникающего при подогреве сбоку, содержится в [4], в книге приводится систематическое изложение результатов исследования устойчивости, полученных к тому времени. В последующие годы исследования в этом направлении продолжились.

В настоящей работе проведено численное исследование переходных режимов конвекции воздуха в высоких вертикальных полостях с разнонагретыми стенками для условий, соответствующих эксперименту [1]. Проведено параметрическое исследование влияния конечной высоты полости – геометрический параметр А, равный отношению высоты слоя к его ширине, принимал значения 10, 20 и 30. Помимо данных по конвекции воздуха (значения числа Прандтля Pr = 0.71), получены результаты для ртути (Pr = 0.025) и воды (Pr = 7.0). Рассмотрен диапазон чисел Релея Ra = 4850 - 12600.

Моделирование течения в слое осуществляется в двумерной стационарной и нестационарной постановках на основе решения уравнений Навье-Стокса в сочетании с теплопереноса. Эффекты плавучести уравнением конвективного учитываются В приближении Буссинеска. Расчеты проводились с использованием разрабатываемого на кафедре ГГТ СПбПУ гидродинамического пакета FLOS, основу которого составляет решатель SINF [5]. Использованная в программе FLOS структурированная версия SINF позволяет проводить двумерные и трехмерные расчеты стационарных и нестационарных течений несжимаемой жидкости или газа, при этом могут использоваться одноблочные или многоблочные структурированные расчетные сетки, согласованные с границами области течения. Расчеты проводились со вторым порядком точности дискретизации по пространству и времени. Для обеспечения связи уравнений движения и неразрывности использовался реализованный в SINF оригинальный алгоритм, объединяющий метод искусственной сжимаемости и алгоритм SIMPLE [6].

В работе использовались равномерные по каждому направлению расчетные сетки, их построение осуществлялось с помощью встроенного в программу FLOS интерактивного двумерного генератора сеток MIG [7]. Использовались структурированные расчетные сетки размерностью до 50 тыс. ячеек (рис. 1), в ходе серии методических расчетов было исследовано влияние размерности расчетной сетки на получаемое решение. Характерная продолжительность рассчитанных выборок для нестационарных режимов составляла несколько тысяч временных единиц.







Рис. 2. Изменение теплового потока вдоль одной из стенок для разных A, Ra = 8600

В расчетах при умеренных значениях числа Релея получены стационарные вторичные вихревые структуры (известные из литературы под названием «кошачьи глаза» [4], рис.1). С ростом числа Релея эти структуры теряют устойчивость, и происходит переход к нестационарному режиму. В ходе параметрического исследования влияния расчетной сетки на получаемое решение было выявлено, что в рассматриваемом диапазоне чисел Релея как само вторичное течение, так и сценарий перехода к нестационарности очень чувствительны к качеству пространственного разрешения. Оказалось, что для описания вторичного течения и предсказания критических значения числа Релея необходимо обеспечивать не менее двух тысяч ячеек на одну конвективную структуру, сохраняя при этом хорошее разрешение в торцевых слоях (у горизонтальных стенок).

На рисунке 2 представлены распределения числа Нуссельта (безразмерного теплового потока) вдоль вертикальной стенки для трех значений параметра А при значении числа Релея, относящемуся к стационарному режиму течения. Видно, что в представленном диапазоне параметра А форма конвективных структур чувствительна к высоте слоя. В ходе параметрического исследования влияния высоты расчетной области на получаемое решение было выявлено, что наличие торцевых стенок перестает влиять на характеристики структур «кошачьи глаза» и на значение критического числа Релея перехода к нестационарному режиму течения При значениях геометрического параметра больших 30.

Рисунок 3 демонстрирует проявления конвективной неустойчивости для различных жидкостей в широком диапазоне чисел Прандтля (ртуть, воздух, вода). Представлены изолинии температуры и линии тока, полученные для всех трех вариантов при A = 30, Ra = 10500. На рисунке отчетливо видно различное поведение конвективных структур, связанное с существенно различным отношением эффектов вязкости и теплопроводности в трех рассматриваемых случаях. В то же время в расчетах воспроизведено известное из литературы [4] условие потери устойчивости первичного ламинарного течения при одном и том же значении числа Грасгофа (Gr  $\approx 8000$ ) в широком диапазоне числа Прандтля (Pr < 10).



Рис. 3. Изолинии температуры (слева) и линии тока (справа) в области, удаленной от торцевых стенок, для разных значений числа Прандтля (слева направо: ртуть, воздух, вода)

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Wright J.L., Jin H., Hollands K.G.T., Naylor D. Flow visualization of natural convection in a tall, air-filled vertical cavity // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 2006. – Vol. 49. – P. 889-904.

2. Wakitani S. Flow patterns of natural convection in an air-filled vertical cavity // Phys. Fluids. – 1998. – Vol. 10, No.8. – P. 1924-1928.

3. Терехов В.И., Экаид А.Л. Ламинарная свободная конвекция между вертикальными параллельными пластинами с различными температурами // Теплофизика и аэромеханика. – 2012. –Том 19, № 4.– С.415-429.

4. Гершуни Г.З., Жуковицкий Е.М., Непомнящий А.А. Устойчивость конвективных течений. – М.: Наука, 1989. – 320с.

5. Смирнов Е.М., Зайцев Д.К. Метод конечных объемов в приложении к задачам гидрогазодинамики и теплообмена в областях сложной геометрии // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского технического университета. – 2004. – № 2 (36). – С. 70-81.

6. Зайцев Д.К. Численное решение задач гидрогазодинамики и теплообмена с использованием блочно-структурированных сеток. Программный комплекс SINF // Дисс. докт. физ.-мат. наук - СПб: СПбПУ, 2016.

7. Зайцев Д.К., Смирнов П.Е., Якубов С.А., Балашов М.Е. Комплекс программ для создания блочноструктурированных сеток // Программные продукты и системы. – 2012. – № 2. – С. 32-35.

УДК 532.529

А.В. Мелешкин<sup>1,2</sup>, И.В. Мезенцев<sup>1,2</sup>, Д.С. Елистратов<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>Институт теплофизики СО РАН <sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРАТОБРАЗОВАНИЯ ПУТЕМ ВЗРЫВНОГО ВСКИПАНИЯ СЖИЖЕННОГО ФРЕОНА 134А В ОБЪЕМЕ ВОДЫ ПРИ ДЕКОМПРЕССИИ

Введение. Еще в начале 20-го века начали появляться технологические предложения по хранению и транспорту природного газа в гидратном состоянии. Данный способ привлекает внимание специалистов уже довольно длительное время из-за свойства газовых гидратов при относительно небольших давлениях концентрировать значительные объемы газа. В отсутствие трубопровода перспективным способом перевозки газа является перевод его в газогидратное (твердое) состояние и транспортировка при атмосферном давлении и пониженной температуре (-10 ... -20°C) [1]. В работах [2-5] и некоторых других монографиях описаны свойства газовых гидратов, основные условия и закономерности их образования, представлены типы их кристаллизации, механизмы образования газовых гидратов и разложения.

Ранее нами были проведены экспериментальные исследования по вводу струи жидкого азота [6]. Исследования были направлены на изучения нового метода получения газогидратов, основанного на ударно-волновом способе. Максимальная амплитуда давления в проведенных экспериментах составила 53 бар, а скорость нарастания давления – 567 бар/с. Преимуществом ударно-волнового метода, по сравнению с известными аналогами, является существенная (на порядок и более) интенсификация процесса образования гидратов газов [7-9].

*Цель работы* – Исследование интенсификации процесса гидратообразования предложенным новым методом.

*Методика*. Исследования выполнялись на установке, которая представляла собой реактор для работы с высокими давлениями до 25 МПа. Рабочий участок выполнен из нержавеющей стали в виде сосуда (диаметр 100 мм, высота 300 мм) с водяной рубашкой для термостатирования.

Проведение эксперимента осуществлялось следующим способом. В реакционный сосуд подавалась вода объемом 200 мл и охлаждалась криостатом через внешние стенки до температуры гидратообразования. Далее в находящийся под атмосферным давлением и заполненный водой сосуд (с температурой 2-8°С), подавалось 200 г газообразного фреона

134а из баллона. Давление в баллоне много выше давления в автоклаве, а температура газа в баллоне выше температуры воды. Поступая в автоклав, газ начинал нагнетать давление. Происходило охлаждение газа до температуры воды, в результате чего он сжижался и скапливался слоем на дне автоклава. Далее происходил сброс давления с различным расходом. Сжиженный газ, находящийся под слоем воды начинал вскипать по всему объему, вследствие чего происходил рост межфазной поверхности. На стенках пузырьков начинался рост слоя гидрата газа. Из-за активного кипения пузырьки, с образовавшейся на межфазной поверхности пленкой гидрата, постоянно сталкивались и деформировались, в результате чего пленка гидрата отслаивалась, и скорость процесса гидратообразования не снижалась. Тепло, выделяемое во время процесса гидратообразования, компенсировалось путем поглощения тепла во время кипения. Вследствие наложения этих процессов, происходил рост газогидратной массы с высокой скоростью.

*Результаты.* Для проведения балансового расчета был проведен следующий эксперимент. Сразу после завершения процесса кипения фреона, в результате чего давление на рабочем участке выравнивалось с атмосферным, система приводилась в такое состояние, чтобы находиться в зоне стабильности газогидрата. Далее производился нагрев системы, для этого через термостат каждые 10 минут повышалась температура на 1°С. При этом давление в системе оставалось практически неизменным до того момента, пока не пройдена линия равновесия газогидрата, после чего газогидрат начинал разлагаться на воду и газообразный фреон, который нагнетал в системе давление. На рисунке 1 приведены графики динамики изменения давления в системе при разложении газогидрата при скорости сброса давления 10 и 70 л/мин.



Рис. 1. Динамика изменения давления в системе при разложении газогидрата

С помощью полученных данных находится масса газа, выделившегося при разложении газогидрата:

$$v_{g} = \frac{\Delta PV - v_{0}R\Delta T}{RT},$$
$$m_{g} = v_{g}M,$$

где  $v_g$  – количество вещества выделившегося газа,  $\Delta P$  – скачок давления в системе после разложения газогидрата, V – объем газового слоя в автоклаве,  $v_0$  – количество вещества до разложения газогидрата,  $\Delta T$  – температура нагрева,  $m_g$  – масса газа, M – молекулярная масса газа.

Отсюда находим массу получившегося газогидрата:

$$m_h = \frac{V_g}{\lambda_n},$$

где  $\lambda_n$  – коэффициент содержания газа в газогидрате.

Поскольку в проведенных экспериментах вся вода переходила в газогидрат и лед, из уравнения массового баланса находим массу льда *m<sub>s</sub>* 

$$m_s + m_h = m_l + m_g.$$

Проведенные расчеты показали, что на массу получившегося газогидрата влияет скорость сброса давления, так, при скорости сброса давления 10 л/м массовая доля гидрата относительно льда составляет 15%, а для 70 л/мин. – 40,7%.

Заключение. В данной работе был экспериментально исследован новый метод получения газогидратов, основанный на кипении сжиженного газа под поверхностью воды в результате сброса давления. Был описан процесс получения газогидратов, выявлены преимущества данного метода над другими. Приведенные в работе графики показывают наличие газогидрата в системе за счет повышения давления, при выходе из области стабильности гидрата, путем нагрева.

*Благодарность*. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-19-10025).

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Gudmundsson J, Mork M, Graff O 2002 Proc. of the 4th Intern. Conf. on gas hydrates pp 997-1002.

2. Makagon Y F 1997 Hydrates of Hydrocarbons (Tulsa, Oklahoma. Pennwell publishing company).

3. Yakushev V S, Istomin V A 1993 Gas-hydrates self-preservation effect Physics and Chemistry of Ice pp136-139.

4. Sloan E D, Koh C A 2008 Clathrate hydrates of natural gases 3rd ed Chemical industries series p 721.

5. Misura S Y 2013 Effect of Heat Transfer on the Kinetics of Methan hydrate Dissociation Chem. Phys. Lett vol. 583, pp 34-37.

6. Nakoryakov V E, Tsoi A N, Mezentsev I V and Meleshkin A V 2014 Explosive Boiling of Liquid Nitrogen Jet in Water Journal of Engineering Thermophysics vol.23 № 1 pp 1-8.

7. Nakoryakov V E, Dontsov V E, Chernov A A 2006 Gas hydrate formation in a gas-liquid mixture behind a shock wave Doklady Physic vol. 51 № 11 P 621-624.

8. Dontsov V E,. Chernov A A 2009 Dilution and hydrate forming process in shock waves Int. J. Heat Mass Transfer vol. 52 № 21-22 P 4919-4928.

9. Chernov A A, Dontsov V E 2011 The processes of dissolution and hydrate forming behind the shock wave in the gas-liquid medium with gas mixture bubbles Int. J. Heat Mass Transfer vol 54 № 19-20 P 4307-4316.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА В УСЛОВИЯХ СВОБОДНОКОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ НАД ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ НАГРЕТЫМ ДИСКОМ

Исследованиям свободноконвективного теплообмена за последние несколько десятков лет уделялось большое внимание, что нашло отражение в многочисленных публикациях. Свободная конвекция над горизонтальными поверхностями играет важную роль в метеорологии и во всевозможных технических приложениях, существует также большой класс задач по проблемам неустойчивости подобных течений. Несмотря на это особенностям теплообмена при горизонтальном расположении поверхности посвящена лишь небольшая часть работ, при этом полученные результаты неоднозначны и некоторые особенности конвективных течений недостаточно изучены, в частности, неясна физическая природа течения в пристенном слое.

Экспериментальное исследование теплоотдачи в условиях свободной конвекции в воздухе от нагретой горизонтальной поверхности проводилось в работах [1-3]. В работе [2] авторами наблюдался локальный минимум в распределении осредненного по времени коэффициента теплоотдачи вдоль пластины, существование которого объясняется тем, что в этой области тепловой пограничный слой становится неустойчивым, главным образом вследствие наличия архимедовой силы, и пограничный слой образует тепловой шлейф (термик), отходящий от поверхности пластины. Это, по мнению авторов [2], приводит к образованию турбулентного пограничного слоя и к незначительному повышению интенсивности теплоотдачи. Подобный провал в распределении коэффициента теплоотдачи отмечали авторы работы [3]. В работах [2, 4] была проведена визуализация потока, которая подтвердила факт того, что на некотором расстоянии от передней кромки происходит отрыв, после которого изменяется режим течения в пограничном слое. Целью настоящей работы является экспериментальное исследование влияния эволюции течения на теплообмен в условиях свободной конвекции от горизонтального нагретого диска. Эксперименты проводились на установке, представленной на рисунке 1.



Рис. 1. Схема экспериментального стенда: 1 – нагреваемый диск, 2 – система охлаждения, 3 – защитная сетка, 4 – траверсная система, 5 – система крепления датчика термометра сопротивления

Основным элементом экспериментального стенда (рис. 1) служит нагреваемый алюминиевый диск диаметром 192 мм, который размещен в камере больших размеров  $(1.15 \times 0.90 \times 1.50 \text{ м}^3)$ . Температура диска поддерживается в ходе эксперимента постоянной. На расстоянии от 0.2 мм до 3 мм от поверхности диска в ряде сечений проводились измерения температуры воздуха с помощью термометра сопротивления. Эксперименты проводились при четырех режимах: при температуре нагревательного элемента 80°C, 100°C, 160°C и 200°C (эти значения соответствуют температуре внутри нагревательного элемента, а не на поверхности диска).

В ходе экспериментов были получены также качественные картины течения. Для визуализации использовалась оптическая система, позволяющая развернуть сфокусированный лазерный луч в плоскость, и генератор дыма (Safex®FogGenerator). Плоскость лазера выбиралась либо перпендикулярно источнику нагрева, либо параллельно ему. Визуализация потока показала, что в первых двух режимах пульсирует только факел, а при высоких температурах появляется отрыв потока, и факел пульсирует уже одновременно с термиками. Пульсации носили периодический характер, причем с увеличением нагрева диска период колебаний уменьшался.

Профиль температуры на поверхности диска в зависимости от режима нагрева менялся, не только количественно, но и качественно. При температуре нагревательного элемента T = 160°C появлялись локальные минимумы и максимумы в распределении температур, наличие которых можно объяснить существованием области перегрева потока. А, следовательно, увеличивающаяся выталкивающая сила приводит к отрыву потока, движущегося от края к центру диска, и резко уменьшается температура поверхности диска. Изменение характера течения можно было заметить и по распределению актуальной температуры: амплитуда изменений температуры больше всего менялась после точки отрыва, то есть там, где заканчивается ламинарный режим течения и начинается переходный. Отрыв потока, в свою очередь, приводит к значительному повышению интенсивности теплоотдачи. За точкой отрыва появляются зоны, в которых происходит постоянное перемешивание теплоносителя, что является причиной уменьшения коэффициента теплопередачи.

На рисунке 2 представлена зависимость локального числа Нуссельта от местного числа Рэлея для четырех режимов. Видно, что значения Nu<sub>r</sub> на разных режимах отличаются в несколько раз, поэтому имеет смысл для каждого режима получить свою аппроксимирующую степенную зависимость. Причем для тех режимов, в которых есть отрыв потока, необходимо учесть то, что кроме ламинарного участка существует переходный, и аппроксимирующие зависимости соответственно у них будут разные.



Рис. 2. Изменение локального числа Нуссельта



Рис. 3. Изменение локального числа Нуссельта и корреляция данных, полученных в работе [2]

Так, например, на рис. 3 представлены экспериментальные значения локального числа Нуссельта для режима  $T = 200^{\circ}$ С; кривые, построенные по формулам, аппроксимирующим экспериментальные данные; результаты работы [2], полученные для пластины L = 200мм. Из рис. 3 видно, что имеется диапазон значений Gr<sub>r</sub>Pr, в котором результаты измерений, полученные в настоящей работе, существенно расходятся с аппроксимациями работы [2]. Представляется, что расхождение результатов связано с тем, что в работе [2] отсутствует переходный участок течения. Возможно, причина этого состоит в том, что нагревательный элемент в [2] недостаточно локализован, так как в качестве охлаждения нагревательного элемента использовался холодный воздух. В настоящей работе ламинарный режим течения сохраняется до Gr<sub>r</sub>Pr = 8×10<sup>5</sup>, а затем начинается переходный участок. Вопрос о существовании начала турбулентного режима течения при T = 200°C и выше требует уточнения в дальнейших исследованиях.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Каменецкий Б. Естественная конвекция воздуха и теплообмен у горизонтальной нагретой повехности // Теплоэнергетика, 2009, №9.

2. Yousef W.W., Tarasuk J.D., McKeen W.J. Free Convection Heat Transfer From Upward-Facing Isothermal Horizontal Surfaces // ASME J. Heat Transfer, 1982, Vol. 104(3), р. 493-500 (русский перевод – Теплоотдача в условиях свободной конвекции от обращенных вверх изотермических горизонтальных поверхностей // Теплопередача, т. 104 №3, 1982, с. 85-93).

3. Al-Arabi M., El-Riedy M.K. Natural convection heat transfer from isothermal horizontal plates // Int. J. Heat and Mass Transfer, 1976, Vol. 19, № 12, p.1399-1404.

4. Pera L., Gebhart B. Natural convection boundary layer flow over horizontal and slightly inclined surfaces // Int. J. Heat and Mass Transfer, 1973, Vol. 16, pp 1131-1146.

УДК 629.7.025

### М.А. Ракицкий, М.А. Русских, Т.В. Сулимов, И.О. Устинов, И.А. Чабан Академический лицей «Физико-техническая школа»

# ОПТИМИЗАЦИЯ КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ ДЛЯ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ САМОЛЕТНОГО ТИПА

В современном мире широкое распространение получили беспилотные летательные аппараты (БПЛА), поскольку они способны эффективно выполнять такие задачи, как картографирование местности [1], воздушную съемку в реальном времени, доставку небольших грузов в труднодоступные районы [2] и др. В последнее время все большее внимание уделяется мини-БПЛА, поскольку они могут выполнять ряд задач, для которых более крупные аппараты непригодны, и при этом требуют значительно меньших затрат на обслуживание и транспортировку. Программное обеспечение и летные характеристики таких аппаратов постоянно совершенствуются, именно этому направлению и посвящена настоящая работа. Ее *цель* – оптимизация формы крылового профиля для мини-БПЛА планерного типа.

Вследствие малых размеров мини-БПЛА их полет происходит при низких числах Рейнольдса, поэтому для них требуются другие (более тонкие) крыловые профили, чем для обычных аппаратов. Из-за низких чисел Рейнольдса очень важную роль играет ламинарно-турбулентный переход. Поэтому выбор профилей осуществлялся в два этапа.

На первом этапе на основе данных, представленных в [3], были выбраны восемь крыловых профилей, имеющих относительную толщину не менее 4% и максимальное аэродинамическое качество k (отношение подъемной силы к силе сопротивления) при числе Рейнольдса Re=Uc/v=50000 (U – скорость набегающего потока, c – длина хорды крыла, v –

кинематическая вязкость воздуха). Следует отметить, что аэродинамические характеристики профилей, представленные в [3], были получены с использованием метода расчета [4], учитывающего ламинарно-турбулентный переход.

На втором этапе аэродинамические характеристики выбранных профилей были измерены в аэродинамической трубе кафедры ГГТ СПбПУ, и по результатам измерений был выбран наиболее подходящий для мини-БПЛА профиль.

Измерения аэродинамических характеристик крыловых профилей проводились на однокомпонентных аэродинамических весах, представляющих собой механические весы с креплением для державки крыла, находящегося в потоке, и оснащенные тензовесами высокой точности (ошибка менее 0.1%). Поворотный механизм позволяет проводить измерения взаимно перпендикулярных сил, а также менять угол атаки крыла без перемещения самих весов.

Крыловые профили с хордой c = 10 см продувались в аэродинамической трубе с диаметром рабочей части 0.5 м при скоростях потока от 2.5 до 7.5 м/с, что обеспечивает числа Рейнольдса от 15000 до 50000. Контроль скорости потока осуществлялся при помощи термоанемометра. Поскольку длина тестируемых крыльев не превышала 30 см, воздушный поток в окрестности крыла можно считать однородным.

Изготовление профилей крыльев проводилось путем вырезания их из пеноплекса по металлическому шаблону с помощью нихромовой проволоки, которая нагревалась текущим по ней током. Для достижения оптимальной температуры проволоки использовался трансформатор напряжения. Для повышения точности изготовления профилей была собрана установка с ручным приводом, обеспечивающая плавное поступательное движение заготовки через неподвижно натянутую проволоку. В итоге погрешность изготовления не превышала 0.5 мм, т.е. 0.5% от длины профиля. Оказалось, что пеноплекс различных производителей обладает различными механическими характеристиками. Для каждого из материалов были проведены исследования таких характеристик как пластичность, упругость, твердость и плотность. По результатам исследований был выбран наиболее подходящий для изготовления крыловых профилей пеноплекс.

Для каждого крыла и скорости потока измерения проводились для углов атаки от 0 до 20 градусов с шагом в 1 градус. Это позволило не только определить оптимальный угол атаки, но и понять общий характер обтекания каждого крыла (отрыв потока, его стабильность, минимальные значения сил и т.п.). При вычислении аэродинамических коэффициентов (подъемной силы  $C_x$  и сопротивления  $C_y$ ) предполагалось, что аэродинамическая сила приложена к середине крыла, а также учитывалось влияние державки путем отдельного измерения сопротивления державки.



Рис. 1. Влияние шероховатости на сопротивление крылового профиля NACA 63(2)-615

В первой серии экспериментов на примере профиля NACA 63(2)-615 было проверено влияние шероховатости на аэродинамические характеристики крыла. Сравнение

шероховатого (из пеноплекса) и гладкого (оклеенного скотчем) крыльев показало, что шероховатость вносит существенный вклад в сопротивление модели (рис. 1). Поэтому было принято решение оклеивать пеноплексовые крылья скотчем, что, кроме повышения гладкости, увеличивает жесткость крыла.

Сравнение аэродинамических характеристик восьми выбранных крыловых профилей при числе Рейнольдса около 30000 показало, что наилучшее качество достигается с использованием крылового профиля a18 (рис. 2).



Рис. 2. Сравнение аэродинамических характеристик выбранных крыловых профилей

Одной из особенностей мини-БПЛА является небольшое (до 3) удлинение крыла  $\lambda = l/c$ , где l – длина крыла. Это приводит к существенному вкладу индуктивного сопротивления крыла, возникающего из-за концевых эффектов, в общее сопротивление [4]. Оценка вклада индуктивного сопротивления ( $C_{x,und} = C_y^2/\pi\lambda$ ), сделанная на основе проведенных измерений с использованием невязкой теории [5] показала, что индуктивное сопротивление профиля a18 при углах от 4<sup>0</sup> до 15<sup>0</sup> является основным. Для исследования влияния удлинения крыла на аэродинамические характеристики была проведена дополнительная серия экспериментов. Следует отметить, что при увеличении удлинения пеноплексовое крыло изгибается, что может сказаться на его аэродинамических характеристиках. Поэтому для данного исследования были изготовлены несколько экземпляров крыла с разным удлинением из углепластика.



На рисунке 3 приведены поляры (зависимость подъемной силы от сопротивления) для крыльев с удлинением 1.5 и 3, а также расчеты методом Drela [5] в программе Xfoil для бесконечно длинного крыла. Видно, что с увеличением удлинения сопротивление крыла

существенно снижается (примерно на 20-25%), а аэродинамическое качество возрастает. Также результаты измерений показали, что при столь малых удлинениях невязкая теория непригодна для расчета индуктивного сопротивления и существенно его завышает.

Для демонстрации пригодности профиля a18 для создания мини-БПЛА была собрана модель планера с весом 30 г, размахом крыльев 50 см и хордой крыла – 10 см. Угол между хордой крыла и фюзеляжем был установлен на  $2^0$ . Для придания планеру устойчивости были использованы такие общеизвестные методы, как излом крыла, низкое положение центра тяжести, хвостовые стабилизаторы. Летные испытания показали, что при движении со скоростью 5 м/с модель снижается под углом к горизонту примерно 5.5°, что соответствует качеству k > 10 и согласуется с измерениями в аэродинамической трубе (рис. 2).

*Выводы.* Крыловой профиль a18 является оптимальным для мини-БПЛА, летающих при малых (< 50000) числах Рейнольдса.

Авторы выражают благодарность научным руководителям А.В. Гарбаруку и А.В. Розенблюму.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Vasiliev M.P. Remote sensing with unmanned aircraft for agriculture and land management // Int. scientific, technical and industrial journal "Geo Science". 2015. No.4.

2. <u>http://www.theatlantic.com/technology/archive/2014/08/inside-googles-secret-drone-delivery-program/379306/</u> (retrieved October 21, 2016).

3. <u>http://www.airfoiltools.com</u> (retrieved October 21, 2016).

4. Юрьев Б.Н. Экспериментальная аэродинамика, ч. П. Москва, ОБОРОНГИЗ, 1938.

5. Drela M., Giles M.B. Viscous-inviscid analysis of transonic and low Reynolds number airfoils // AIAA Journal. 1987. N 25(10), pp. 1347–1355.

УДК 629.7.025

М.А. Ракицкий, М.А. Русских, Т.В. Сулимов, И.О. Устинов, И.А. Чабан Академический лицей «Физико-техническая школа»

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВИГАТЕЛЯ КВАДРОКОПТЕРА В РЕЖИМЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ПОЛЕТА

В наше время квадрокоптеры находят все большее применение в различных областях деятельности человека [1-3]. В последние годы становится все более актуальным использование мини-квадрокоптеров, так как они пригодны для работы в помещениях и ограниченном пространстве. Для решения практических задач необходимо обеспечить высокую точность позиционирования и скорость полета такого летательного аппарата. Для этого в систему управления дроном необходимо заложить информацию о реакции дрона на изменение угла его наклона и скорости вращения двигателя. Это определило основную *цель работы* – исследование зависимости подъемной силы и тяги двигателя дрона от скорости дрона, угла его наклона и интенсивности работы двигателя.

Для измерения силовых характеристик двигателя он был установлен в аэродинамическую трубу кафедры ГГТ СПбПУ диаметром рабочей части 0.5 м (рис. 1). Сила тяги и подъемная сила измерялась с помощью однокомпонентных аэродинамических весов, представляющих собой механические весы с креплением для державки двигателя, находящегося в потоке, и оснащенных тензовесами высокой точности (ошибка менее 0,1%). Сам двигатель был подключен с помощью микроконтроллера к персональному компьютеру, с которого осуществлялось управление и снимались показания частоты вращения пропеллера. Для измерения скорости потока использовался термоанемометр. Измерения проводились при различных скоростях потока до 15 м/с. Угол α между направлением потока и плоскостью пропеллера, соответствующий углу наклона дрона в полете, изменялся от 0 до 90 градусов. Исследование характеристик проводилось на винтах диаметром 5 дюймов с различным геометрическим шагом [4]. Так, например, винт 5030 имеет диаметр 5 дюймов и геометрический шаг 3 дюйма.



Рис. 1. Экспериментальная установка



Рис. 2. Зависимость тяги двигателя от угла наклона дрона (а) и максимальная тяга (б) для двух типов винтов

В работе использовался бесколлекторный двигатель, поскольку, как правило, именно такие двигатели устанавливают на квадрокоптеры. Следует отметить, что в случае, когда сопротивление воздуха пропеллеру слишком велико, мощности двигателя не хватает, и винт останавливается. Количество оборотов двигателя, при котором это происходит, зависит от рассматриваемого винта. Так, например, для рассматриваемого двигателя на винте 5030 это происходит примерно на 12-14 тыс. оборотов, а на винте 5045 (шаг винта в 1.5 раза больше) – примерно на 7 тыс. На рисунке 2а приведено сравнение силы тяги, полученной при использовании винтов 5030 и 5045. Видно, что при одинаковой частоте вращения винт с большим шагом обеспечивает большую тягу. Однако, диапазон частот, при которых у двигателя хватает мощности, для винта 5030 больше, чем для 5045, вследствие чего максимальная тяга 5030 больше, чем 5045 (рис. 26).

На рисунке 3 показана типичная зависимость силы тяги двигателя и подъемной силы от угла наклона при скорости набегающего потока, равной 10 м/с, и двух скоростях вращения двигателя для винта 5030. Из рисунка видно, что при наличии набегающего потока тяга сильно зависит от угла наклона при небольших углах (примерно до 40 градусов), а потом практически перестает расти. Это связано с тем, что при дальнейшем увеличении угла сильно возрастает составляющая скорости вдоль оси двигателя, что снижает его тягу. Более того, при некоторых режимах максимальная тяга достигается при углах наклона около 50 градусов. Таким образом, именно эти углы наклона следует использовать для достижения максимальной горизонтальной скорости квадрокоптера. Важным обстоятельством является

то, что подъемная сила при этих углах оказывается достаточной для поддержания рассматриваемого квадрокоптера весом 230 г в воздухе.



от угла между плоскостью винта и направлением потока

*Выводы*. В работе были получены экспериментальные зависимости силы тяги от угла наклона пропеллера при разных скоростях набегающего потока. Показано, что использование винтов с большим шагом нецелесообразно, так как они имеют слишком высокое сопротивление. Также было выяснено, что для достижения максимальной скорости угол наклона дрона должен составлять около 40-50 градусов.

Авторы выражают благодарность научным руководителям А.В. Гарбаруку и А.В. Розенблюму.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Christiansen R.S. Design of an autopilot for small unmanned aerial vehicles. MSc theses. Brigham Young University. 2004.

2. Nonami K., Kendoul F., Suzuki S., Wang W., Nakazawa D. Autonomous Flying Robots. Unmanned Aerial Vehicles and Micro Aerial Vehicles. Springer, 2010.

3. <u>http://www.multicopter.ru/technical/bl-motors</u> (retrieved October 23, 2016).

4. http://www.tosnoaero.ru/library/aerodynamics/aerodynamics03.pdf (retrieved October 23, 2016).

УДК 625.855.3

Е.Ю. Ферафонтьева, С.В. Булович Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В УДАРНОЙ ТРУБЕ С БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИМ КЛАПАНОМ В ВИДЕ ЗАПОРНОГО ЭЛЕМЕНТА

Введение. Для лабораторного исследования воздействия на объекты высокоскоростных потоков широкое применение нашли ударные трубы. Ключевым элементом ударной трубы является запорный узел, разделяющий ударную трубу на камеры высокого и низкого давления. В простейшем варианте запорный узел выполнен в виде разрушаемой диафрагмы. Использование диафрагмы позволяет получить практически однородные по сечению трубы характеристики потока. К недостаткам диафрагменных ударных труб относят невозможность серийного проведения экспериментов без разборки конструкции ударной трубы и монтирования новой диафрагмы. Применение в качестве запорного элемента клапана формально позволяет устранить неудобства, связанные с заменой разрушенной диафрагмы.

Более того, если клапан работает в высокочастотном режиме на открытие и закрытие сечения ударной трубы, то его применение открывает возможности создания периодической волновой структуры воздействия на объект.

Заметим, что характеристики потока за разрушаемой диафрагмой и клапаном различны. Если принять, что диафрагма разрушается на элементы (как правило, на четыре), то время запуска ударной трубы оценивают как время, необходимое, чтобы эти элементы перестали перекрывать сечение трубы. Исходя из закрепления диафрагмы по периметру сечения, открытие запорного узла заключается в том, что элементы поворачиваются на 90 градусов и располагаются вдоль стенки трубы. Исходя из применяемых для диафрагмы материалов и значений давления по разные стороны диафрагмы, время запуска ударной трубы составляет менее 1 мс. При использовании в качестве запорного узла клапана время запуска будет зависеть от хода колпака клапана и скорости его смещения. При выборе количественного значения для хода колпака клапана руководствуются значениями площади сечения трубы. Скорость смещения колпака клапана лимитируется прочностными аспектами. При открытии клапана перемещение колпака клапана совершается от седла к направляющей и завершается ударным контактом. При закрытии клапана перемещение колпака клапана происходит в противоположном направлении – от направляющей к седлу клапана. Типичные значения времени открытия клапанного запорного узла составляют 5-10 мс. Помимо этого, структура течения газа даже в полностью открытом запорном узле в виде клапана существенно сложнее, чем аналогичная структура в диафрагменном узле. Перечисленные отличия работы клапана делают необходимым проведение подробных исследований характеристик течения в запорном узле и камере низкого давления.

В качестве примеров математического моделирования течения в ударной трубе при немгновенном разрушении диафрагмы приведем работы [1,2]. В частности, в работе [2] рассмотрено раскрытие диафрагмы от оси к стенке канала. Это вариант близок к ситуации работы ударной трубы с запорным узлом в виде диафрагмы. На стадиях частичного открытия сечения трубы возникающая структура потока может быть охарактеризована как течение газа через сопло Лаваля с изменяемой по времени формой образующей. В работе [3] рассматривалось раскрытие диафрагмы от стенки канала к оси. Образующийся при этом кольцевой канал моделировал открытие клапана. Структура течения для этого варианта также может быть охарактеризована как течение газа в сопле Лаваля кольцевой формы с изменяемой по времени образующей стенки канала. Для обоих вариантов изменения площади пропускного сечения отмечалось, что помимо первичного скачка уплотнения, вызванного поступлением газа из камеры высокого давления в камеру низкого давления, в потоке поступающего газа возникает вторичный скачок уплотнения, причем его положение и интенсивность зависят от скорости открытия диафрагмы.

Современный уровень математического моделирования нестационарного течения газа позволяет более гибко манипулировать формой расчетной области и, как следствие, воспроизвести более реалистичную картину течения в запорном узле. Пример расчета приведен в работе [4].

Цель работы – исследование структуры течения газа в запорном узле клапана быстрого действия при его использовании в составе конструкции ударной трубы. Для достижения поставленной цели были проведены два расчета. Первый – «эталонный», моделировал ситуацию мгновенного разрушения диафрагмы. Результаты этого расчета, в сопоставлении с экспериментальными данными, позволили установить необходимое количество элементов дискретизации расчетной области для описания нестационарного течения газа в ударной трубе. Геометрические характеристики ударной трубы: длина камеры низкого давления 5,2 м, длина камеры высокого давления 2,5 м, диаметр трубы 8 см. Второй расчет моделировал ситуацию, когда запорный узел ударной трубы был выполнен в виде клапана

быстрого действия. Основные характеристики запорного узла: ход поршня 2,5 см, время открытия 5 мс.

Численное интегрирование нестационарной системы уравнений Навье-Стокса в двумерной осесимметричной постановке выполнено в пакете программ ANSYS Fluent 16.2 со вторым порядком точности по времени и по пространственным переменным. Манипулирование сеткой дискретизации расчетной области, учитывающей перемещение запорного элемента, было реализовано в рамках процедуры Dynamic Mesh | Layering, позволяющей корректировать размер и количество расчетных ячеек пропорционально возникающим изменениям формы расчетной области.



Рис. 2. Давление в точках мониторинга в трубе с диафрагмой (1) и клапаном (2)

Результаты. На рисунке 1 представлена структура течения газа в запорном узле и камере низкого давления в виде линий равного значения числа Маха в момент времени t=1 мс. Газ в камеру низкого давления поступает через кольцевую щель между колпаком клапана и седлом. Возникающую структуру течения газа можно классифицировать как недорасширенную сверхзвуковую струю стесненных условиях. Торможение В сверхзвукового потока происходит во вторичных скачках уплотнения. Один вторичный скачок, цилиндрической формы, опирается на поверхность колпака клапана. Второй вторичный скачок опирается на стенку трубы, вызывая отрыв потока от стенки трубы. На рисунке 1 крайне правое положение приведенных линий равного значения числа Маха иллюстрируют положение контактной поверхности, разделяющей сжатый газ в камере
низкого давления и газ, поступивший из камеры высокого давления. За контактной поверхностью наблюдаются высокие радиальные градиенты газодинамических функций. Первичный скачок уплотнения, слабой интенсивности, находится правее контактной поверхности и вышел за поле рисунка.

О влиянии запорного узла на характеристики работы ударной трубы позволяет судить информация в точках мониторинга давления. На рисунке 2 приведены зависимости изменения давления для диафрагменного и клапанного запорного узла на расстоянии 1,2,4,5 метров от входа в камеру низкого давления. Соответствующие кривые на рисунке 2 обозначены буквами a), b), c), d). За время наблюдения (20мс) датчики a) и b) регистрируют прохождение падающей ударной волны; датчики c), d) регистрируют прохождение падающей ударной волны и отраженную от торца трубы ударную волну.

*Вывод.* Сопоставление характеристик потока за клапаном быстрого действия с «эталонным» потоком, возникающим при мгновенном разрушении диафрагмы, позволяет сформулировать следующие выводы:

1. При мгновенном разрушении диафрагмы структуру течения можно характеризовать двумя областями – ядром потока и турбулентным пограничным слоем на стенке трубы. Использование запорного узла в виде быстродействующего клапана приводят к образованию в ядре потока дополнительных структур в виде косых скачков уплотнения.

2. Конечное время открытия запорного элемента вызывает формирование падающей ударной волны меньшей интенсивности с отставанием по времени. После полного открытия клапана отношение давлений на падающей ударной волне достигает значений, характерных для диафрагменной ударной трубы. При этом запаздывание по времени при распространении падающей ударной волны по камере низкого давления сохраняется.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Британ А.Б., Васильев Е.И., Митичкин С.Ю. // Волновые процессы в ударной трубе переменного сечения, ТВТ, 1992, том 30, выпуск 6, с.1136–1141.

2. Васильев Е.И., Данильчук Е.В. // Численное решение задачи о развитии течения в ударной трубе при поперечном выдвижении диафрагмы. Изв. АН СССР. МЖГ. 1994. №2. с. 147–154.

3. Булович С.В., Виколайнен В.Э., Петров Р.Л. // Численное решение задачи о формировании течения в цилиндрической трубе при открытии кольцевой щели, Письма в ЖТФ, 2007, том 33, вып.23 с.81–86. 4. Wolf T., Estorf M., Radespiel R. // Investigation of the starting process in a Ludwieg tube. Theoretical Computation Fluid Dynamic, 2007, 21, p. 81–98.

УДК 536.25

Е.Ф. Храпунов, Ю.С. Чумаков Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ СВОБОДНОКОНВЕКТИВНОГО ФАКЕЛА

Большинство задач охлаждения технических устройств, элементов приборных панелей, задач метеорологии и геофизики, задач экологии при прогнозировании поведения выбросов загрязняющих веществ требуют корректного предсказания поведения жидкости или газа в неоднородном поле плотностей, и, в частности, поля температуры. Особую сложность при этом представляет прогнозирование течений при наличии ламинарно-турбулентного перехода.

За всю историю исследований, посвященных свободной конвекции, собрано большое количество данных, описывающих поведение сплошной среды (чаще всего воздуха) у

вертикальных нагретых пластин [1]. Имеются данные при различных режимах течения: ламинарном, переходном и развитом турбулентном. Иначе обстоит дело с исследованиями свободноконвективных потоков, формирующихся над горизонтальными нагретыми поверхностями. За более чем полувековую историю их изучения до сих пор не удалось разработать единого представления о структуре течения при разных значениях определяющих параметров [2]. Вероятно, это связано как с крайней неустойчивостью данного типа течений, так и со сложностью воспроизведения его в лабораторных условиях [3, 4].

В данной работе представлены новые результаты экспериментального и численного течения, моделирования свободноконвективного развивающегося В условиях локализованного поверхности. нагрева горизонтальной Основным элементом экспериментального стенда (рис. 1) служит нагреваемый алюминиевый диск диаметром 19 см, температура которого поддерживается постоянной в ходе эксперимента, а окружающая диск горизонтальная поверхность охлаждается проточной водой, проходящей через теплообменник. Область формирования воздушного течения ограждена проницаемой камерой, уменьшающей влияние внешних возмущений. На данном стенде с помощью термометра сопротивления проведены детальные измерения поля температуры в воздушной среде, а также получены качественные картины течения посредством визуализации методом «лазерного ножа».

Численное моделирование выполнено с использование пакета ANSYS Fluent в предположении ламинарного, в общем случае нестационарного характера течения. Расчеты проведены в осесимметричной постановке. Решалась задача сопряженного теплообмена, соответственно, в расчетную область добавлялся твердотельный блок с физическими свойствами алюминия (область BCDD' на рисунке 2). Для описания движения воздуха использовалась модель гипозвукового течения. Расчетная сетка, фрагмент которой представлен на рисунке 2, содержала 200 тыс. ячеек и была сгущена у поверхности диска и к его краю.



Рис. 1. Экспериментальный стенд 1 – нагреваемый диск, 2 – элемент теплообменника, 3 – защитная сетка, 4 – координатное устройство, 5 – температурный датчик



Рис. 2. Фрагмент расчетной области: AB – холодная стенка, BD' – нагреваемое основание диска, BC,CD – поверхности контакта, D'E – ось симметрии, EF,FA – выходные границы

Основным безразмерным критерием подобия для рассматриваемого типа течений является число Грасгофа, построенное по радиусу диска и характерному перегреву его

основания относительно окружающего воздуха. В ходе экспериментов число Грасгофа варьировалось в диапазоне от  $2 \times 10^6$  до  $15 \times 10^6$ , что соответствовало нагреву диска от 40 до  $300^{\circ}$ C.

Полученные экспериментальные и расчетные данные позволяют заключить, что при числах Грасгофа, составляющих  $(2...5) \times 10^6$ , реализуется практически стационарный режим свободноконвективного движения воздушной среды. Интенсивное течение начинается у кромки диска: воздух движется в радиальном направлении, прогреваясь при приближении к центру. Вблизи центра диска происходит встреча радиальных потоков и в результате формируется восходящая струя нагретого воздуха (в дальнейшем – факел). Таким образом, течение можно условно разделить на две области: горизонтальную пристенную струю и восходящую струю нагретого воздуха (профили скорости, полученные в результате численного моделирования для этих областей, представлены на рисунках 3 и 4).



Рис. 3. Профили радиальной скорости в пристенной струе



Рис. 5. Профили избыточной температуры в пристенном слое



Рис. 4. Профили осевой скорости в восходящей струе на различной высоте над поверхностью диска



Рис. 6. Изменение актуальной температуры на расстоянии z = 10мм от поверхности диска, r = 40мм

Однако, как показывают результаты экспериментального исследования, при числах Грасгофа, превышающих 7×10<sup>6</sup>, картина свободноконвективного течения качественно иная: вблизи границы восходящей струи происходит периодический отрыв (всплытие) тороидальных объемов воздуха, вызванный критическим локальным перегревом. Этот повторяющийся процесс можно представить следующим образом. По мере удаления от поверхности диска всплывающий тороидальный объем приближается к восходящей струе, и,

в конечном итоге, сливается с ней, увеличивая как ее интенсивность, так и степень разрежения у диска вблизи его центра. Следствием этого является увеличение радиального градиента давления и увеличение скоростей и массового расхода в пристенной струе. Последнее приводит к уменьшению температуры воздуха, поступающего к центру диска, и уменьшению выталкивающей силы в этой области, соответственно и к уменьшению степени разрежения. Поскольку радиальный градиент давления и массовый расход в пристенной струе становятся меньше, то вновь создаются условия для локального перегрева воздушных масс, еще не достигших области факела. В результате реализуется устойчивый автоколебательный режим свободноконвективного течения над диском.

Периодический отрыв и всплытие перегретых воздушных объемов приводит к появлению локального максимума на профилях средней температуры (рис. 5) и к колебаниям во времени актуальной температуры (рис. 6). Следует также отметить, что характерная частота описанного процесса зависит от числа Грасгофа: исследуемому диапазону чисел Грасгофа соответствует диапазон чисел Струхаля от 0.15 до 0.30.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен: В 2-х книгах: Пер. с англ. – М.: Мир, 1991.

2. Yousef W.W., Tarasuk J.D., McKeen W.J. Free Convection Heat Transfer From Upward-Facing Isothermal Horizontal Surfaces // ASME J. Heat Transfer, 1982, Vol. 104(3), р. 493-500 (русский перевод – Теплоотдача в условиях свободной конвекции от обращенных вверх изотермических горизонтальных поверхностей // Теплопередача, т. 104 №3, 1982, с. 85-93).

3. Chaengbamrung A. Turbulent plumes generated by a horizontal area source of buoyancy. PhD Thesis, University of Wollongong, Australia, 2005.

4. Pera L., Gebhart B. Natural convection boundary layer flow over horizontal and slightly inclined surfaces // Int. J. Heat and Mass Transfer, 1973, Vol. 16, pp 1131-1146.

УДК 536.25

Н.А. Ярославцева, Н.Г. Иванов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

### РАЗВИТИЕ СВОБОДНОКОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ В КЛИНОВИДНОЙ ПОЛОСТИ

Конвективные течения, возникающие в береговой зоне водоемов в результате теплообмена между жидкостью и атмосферой, оказывают заметное влияние на состояние водоема в целом. Такие течения интересны с точки зрения не только гидродинамики, но и экологии, так как они играют важную роль в переносе как питательных веществ (например, фитопланктона) [1], так и загрязнений. В литературе представлены различные сценарии теплообмена между водоемом и атмосферой, приводящие к появлению конвективного течения в береговой зоне (например, нагревание воды под действием излучения [2], ночное охлаждение за счет перепада температур [3]). Каждому из таких сценариев можно поставить в соответствие модельную постановку, качественно воспроизводящую основные явления гидродинамики и теплообмена.

Целью настоящей работы является численное моделирование ламинарной естественной конвекции, качественно отражающей сценарий развития течения в береговой зоне водоемов в результате нагрева. Модельная постановка с заданием постоянной температуры на свободной поверхности соответствует условиям, принятым в [4], и описывает нагревание воды в пасмурную погоду, когда температура воздуха выше температуры воды, а нагреванием под действием солнечного излучения можно пренебречь.

В качестве расчетной области принята двумерная клинообразная полость (рис. 1), состоящая из участка со склоном AEFD, где при удалении от берега глубина линейно увеличивается от 0 до h, и области EBCF длиной 10h с постоянной глубиной, равной h. Для преодоления сложностей, возникающих при генерации расчетной сетки в окрестности острого угла, была введена искусственная граница AD, высота которой равнялась 0.1h.



Рис.1. Базовая конфигурация расчетной области

Полагается, что тепловыми потерями на дне водоема можно пренебречь, поэтому нижняя граница (AD, DF и FC) полагается адиабатической твердой стенкой, верхняя граница (AB) – нагретая плоская изотермическая свободная поверхность. Вертикальная стенка, удаленная от берега (BC), является условной границей между береговой зоной и остальной частью водоема, через нее жидкость может как вытекать, так и втекать, при этом втекающая жидкость считается холодной. На данной границе ставится мягкое граничное условие (P = 0, P – нормированное давление). Число Прандтля для воды Pr = 7.0 при 20°C, число Релея принято равным  $Ra = 10^5$ . В работе варьировался тангенс угла наклона  $A = tg\alpha$ ; были получены решения при значениях A = 0.1 и A = 0.2.

Моделирование течения воды осуществляется в двумерной нестационарной постановке на основе решения уравнений Навье-Стокса в сочетании с уравнением баланса тепла. Эффекты плавучести учитываются в приближении Буссинеска. Расчеты проводились с использованием разрабатываемого на кафедре «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» СПбПУ гидродинамического пакета SINF [5]. Использованная структурированная версия программного комплекса позволяет проводить двумерные и трехмерные расчеты стационарных и нестационарных течений несжимаемой жидкости или газа, при этом могут использоваться одноблочные или многоблочные структурированные расчетные сетки, согласованные с границами области течения. Расчеты проводились со вторым порядком точности дискретизации по пространству и времени.

В работе использовались равномерные по каждому направлению расчетные сетки, их построение осуществлялось с помощью генератора, встроенного в разработанную на кафедре программу FLOS. В ходе серии предварительных расчетов было исследовано влияние размерности расчетной сетки и шага по времени на получаемое решение. Для основной серии расчетов была выбрана сетка, состоящая из 33300 ячеек, а значение временного шага задавалось равным 0.05. Продолжительность рассчитанных выборок составила до 80 временных единиц.

На рисунке 2 представлены поле температуры и картина линий тока в момент времени t = 20, полученные в результате расчетов. Можно видеть, что в окрестности свободной поверхности формируется область стратификации температуры. Из-за изменения глубины водоема на участке пересечения температурного градиентного слоя с адиабатическим дном водоема возникает горизонтальный градиент температуры, который и порождает конвективное течение, направленное по часовой стрелке. С течением времени происходит дальнейшее прогревание жидкости, область распространения градиента температуры увеличивается, скорости растут, и течение охватывает всё бо́льшие области вниз по склону.



Рис. 2. Поле температуры (слева) и картина линий тока (справа) в момент t = 20

Так как в реальных водоемах береговая зона соединяется с гораздо большей по размерам центральной частью резервуара, мягкое граничное условие, используемое на правой границе расчетной области, является приближением и может оказывать влияние на общую картину течения. Чтобы установить, насколько сильно это влияние сказывается на получаемых результатах, был проведен расчет, в котором правая граница расчетной области была отнесена вправо еще на 5 калибров (глубин водоема). На рисунке 3 представлены картины линий тока для двух различных значений расстояния от окончания склона до правой границы в момент времени t = 40. Очевидно, что в данный момент условие на выходной границе уже оказывает значительное влияние на картину течения в области исходной длины. Поэтому далее в работе развитие течения рассматривалось только в ходе начального периода, во время которого граничное условие не оказывает влияния на характеристики течения и теплообмена в области склона.



Рис. 3. Картины линий тока в области исходной длины (сверху) и удлиненной области (снизу) в момент времени t = 40



Рис. 4. Поля х-компоненты скорости (сверху) и картины линий тока (снизу), t = 30; (а, в) – моделируется свободная поверхность, (б, г) – условие прилипания на верхней границе



Рис. 5. Х-компонента скорости (сверху) и линии тока (снизу), t = 30; (а, в) – A = 0.1, (б, г) – A = 0.2

Также было исследовано влияние граничных условий на верхней границе: решение, полученное при постановке условия свободной поверхности, было сопоставлено с решением, полученным при задании на верхней границе условия прилипания. Из представленных на рисунке 4a,б распределений х-компоненты скорости видно, что переход к условию прилипания ведет к заметному уменьшению интенсивности возникающего конвективного течения. При этом сопоставление картин линий тока (рис. 4в,г) указывает на то, что качественно структура течения и размеры конвективной ячейки практически не меняются.

На рисунке 5 сопоставляются картины течения при разных значениях угла наклона. Сравнение полей х-компоненты скорости показывает, что для большего угла наклона скорости течения выше. Это связано с тем, что возникающий при взаимодействии стратифицированной области с адиабатическим дном градиент температуры растет с увеличением угла наклона берегового склона. При этом размер конвективной ячейки уменьшается, что видно из картин линий тока (рис. 5в,г).

По результатам работы можно заключить, что при проведении исследований течения в береговой зоне для подобной геометрии важно учитывать влияние условия на условной границе между береговой зоной и остальной частью водоема. Показано, что замена условия свободной поверхности на условие прилипания не оказывает значительного влияния на характер течения, изменяя только его скорость. Увеличение угла наклона берегового склона приводит к возникновению конвективных ячеек меньших размеров с бо́льшими скоростями течения.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Niemann H., Richter C., Jonkers H. M. & Badran M. I. Red sea gravity currents cascade near-reef phytoplankton to the twilight zone // Mar. Ecol.-Prog. – 2004. – Ser. 269. – P. 91–99.

2. Lei C., Patterson J. C. Unsteady natural convection in a triangular enclosure induced by absorption of radiation // J. Fluid Mech. – 2002. – Vol. 460. – P. 181–209.

3. Lei C., Patterson J. C. Unsteady natural convection in a triangular enclosure induced by surface cooling // Intl J. Heat Fluid Flow. – 2005. – Vol. 26. – P. 307–321.

4. Mao Y., Lei C., Patterson J.C. Unsteady nearshore natural convection induced by constant isothermal surface heating // J. Fluid Mech. – 2012. – Vol. 707. – P. 342–368.

5. Зайцев Д.К. Численное решение задач гидрогазодинамики и теплообмена с использованием блочно-структурированных сеток. Программный комплекс SINF. Дисс. докт. физ.-мат. наук. – СПб: СПбПУ, 2016. – 261 с.

УДК 681.2.083

Б.Н. Антипов, А.О. Горбунов, Н.О. Евстегнеев Российский государственный университет нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина

## ИЗМЕРИТЕЛЬНОЕ УСТРОЙСТВО ДЛЯ КОНТРОЛЯ СОДЕРЖАНИЯ ВОДЫ В НЕФТЕВОДЯНОЙ СМЕСИ

Введение. Нефтегазовая отрасль экономики Российской Федерации является основой для формирования бюджета страны. Определение качественных характеристик нефти, в том числе процентного содержания воды, является важным моментом при добыче нефти. В результате введения в Российской Федерации требований ГОСТ Р 8.615-2005 [1] и Рекомендаций МИ 2825-2003 [2], устанавливающих точность измерений параметров извлекаемых из недр нефти и нефтяного газа, потребовало разработки и внедрения нового оборудования по замеру расхода нефти и газа, как по отдельным скважинам, так и по лицензионному участку.

*Цель работы* – разработка экспериментальной установки для определения обводненности нефти методом, основанным на нагреве волнами СВЧ нефтеводяной смеси, а также создание математической модели данного метода.

По существу, в настоящей работе предлагается абсолютно новый способ использования волн СВЧ для определения влагосодержания в нефти. В его основе лежит определение и последующий анализ изменения температуры протекающей через устройство смеси нефти и воды до и после обработки волнами СВЧ, причем первоначально происходит подготовка среды посредством создания мелкодисперсной эмульсии, образующейся в результате воздействия ультразвуком на смесь нефти и воды.

Одним из важнейших свойств волн СВЧ является избирательный нагрев ими материалов в зависимости от свойств материалов и частоты излучения [3, 4]. Известно также, что при обработке газонасыщенной водонефтяной эмульсии СВЧ волнами промышленной частоты 2450 МГц практически вся энергия излучения идет на нагрев воды. Учитывая данное обстоятельство, можно заключить, что при обработке волнами СВЧ движущейся по трубопроводу водонефтяной эмульсии сначала будет нагреваться только водяная составляющая смеси (нагрев нефти за счет обработки волнами СВЧ незначителен). Затем за счет теплообмена между нефтью и нагретой водой произойдет нагрев и выравнивание температуры смеси нефти и воды. Замерив температуру смеси до и после обработки волнами СВЧ и зная суммарный расход смеси, можно определить количественное соотношение нефти и воды в смеси. Создание мелкодисперсной эмульсии путем воздействия на смесь нефти и воды ультразвуком способствует лучшему теплообмену между водяной и нефтяной фазами.



Рис. 1. Экспериментальный стенд по определению влагосодержания нефти

С целью реализации предложенного метода определения влагосодержания нефти спроектирован и изготовлен экспериментальный стенд (рис. 1). Стенд состоит из участка трубопровода (1), по которому движется водонефтяная эмульсия. На входе участка трубопровода установлен датчик расхода транспортируемой по трубопроводу эмульсии (2) и ультразвуковой проточный реактор-диспергатор (3), состоящий из ультразвукового генератора и излучателя. На трубопроводе (1) на определенном расстоянии от реакторациспергатора (3) установлен первичный измерительный преобразователь, выполненный в виде СВЧ-генератора (5), подсоединенного к волноводной нагрузке, состоящей из волновода (6), в полости которого размещен контрольный участок трубопровода (4), выполненный из прозрачного для волн СВЧ материала, в нашем случае, из кварца. До и после контрольного

участка трубопровода (4) установлены датчики температуры эмульсии (7) и (9). Параметры, измеряемые датчиком расхода смеси (2) и датчиками температуры (7), (9) передаются в блок контроля и обработки параметров (8).

Обработка полученных результатов измерений на опытном стенде производится с учетом влияния газонасыщенности нефти и воды. Она базируется на следующих положениях.

Вследствие обработки волнами СВЧ, водяная составляющая водонефтяной эмульсии нагревается на контрольном участке трубопровода от температуры  $T_0$  до  $T_{свч}$ , получая тепловой поток  $Q_{свч}$  (Вт):

$$Q_{c_{\theta q}} = G_{\theta} \cdot c_{p_{\theta}} \cdot (T_{c_{\theta q}} - T_0) \cdot K_{\theta}, \qquad (1)$$

где  $G_6$  – массовый расход водяной составляющей эмульсии, кг/с;  $c_{p6}$  – изобарная теплоемкость воды, Дж/кг·К;  $K_6$  – коэффициент, учитывающий газонасыщенность воды,  $K_6 = f($ газонасыщенности воды).

Далее водяная составляющая эмульсии передает часть полученной теплоты на контрольном участке трубопровода нефтяной составляющей эмульсии и в результате охлаждается до температуры  $T_1$  в конце участка трубопровода. При этом тепловой поток  $Q_1$ , переданный от водяной к нефтяной составляющей эмульсии? определяется выражением:

$$Q_1 = G_{\mathfrak{g}} \cdot c_{\mathfrak{p}\mathfrak{g}} \cdot (T_{\mathfrak{C}\mathfrak{g}\mathfrak{g}} - T_1) \cdot K_{\mathfrak{g}} , \qquad (2)$$

Количество теплоты, которое в единицу времени передается нефтяной составляющей эмульсии на контрольном участке трубопровода для ее нагрева до температуры  $T_1$ , определяется с учетом газонасыщенности нефти

$$Q_{2} = G_{\mu} \cdot c_{\mu\nu} \cdot (T_{1} - T_{0}) \cdot K_{\mu}, \qquad (3)$$

где  $G_{\mu}$  – массовый расход нефтяной фракции эмульсии, кг/с;  $c_{p\mu}$  – изобарная теплоемкость нефти, Дж/кг·К;  $K_{\mu}$  – коэффициент, учитывающий газонасыщенность нефти,  $K_{\mu} = f$  (газонасыщенности нефти).

Исходя из закона сохранения энергии и пренебрегая потерями теплоты от газонасыщенной водонефтяной эмульсии в окружающую среду, можно принять, что тепловой поток, переданный от водяной к нефтяной составляющей эмульсии, равен тепловому потоку, полученному газонасыщенной нефтяной составляющей водонефтяной эмульсии:

$$Q_1 = Q_2 \quad . \tag{4}$$

Поскольку массовый расход водонефтяной эмульсии *G* равен сумме массовых расходов нефтяной и водяной составляющих эмульсии:

$$G = G_{\mu} + G_{\rho}, \tag{5}$$

то из соотношения (5) можно определить массовый расход водяной составляющей водонефтяной эмульсии:

а также массовую концентрацию воды в газонасыщенной водонефтяной эмульсии, то есть и в транспортируемом по трубопроводу нефтепродукте

$$m_{e} = \frac{G_{e}}{G} = \frac{c_{ph} \cdot (T_{1} - T_{0}) \cdot K_{\mu}}{c_{pe} \cdot (T_{cey} - T_{1}) \cdot K_{e} - c_{ph} \cdot (T_{1} - T_{0}) \cdot K_{\mu}},$$
(7)

Приведенную теоретическую зависимость (1) для  $Q_{cвч}$  следует экспериментально уточнить для конкретной конструкции и геометрических размеров устройства и определить зависимость величины температуры  $T_{cвч}$  нагрева СВЧ излучением для различных объемов воды при движении воды по контрольному участку трубопровода.

*Результаты.* В ходе проведения научно-исследовательской работы на основании теоретических положений о воздействии волн СВЧ на смесь нефти и воды была разработана схема измерительного устройства, позволяющая определять процент обводненности нефти в потоке. Для обработки результатов измерений создана математической модель. По результатам работы подготовлена и подана заявка на получения патента на изобретение.

*Выводы.* Использование СВЧ излучения позволит определять процент обводненности нефти в потоке с высокой степенью точности.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. ГОСТ Р 8.615-2005. Измерения количества извлекаемых из недр нефти и нефтяного газа. Общие метрологические и технические требования; введ. 01.03.2006. – М.: Изд-во стандартов, 2005. – 12с.

2. Рекомендация МИ 2825-2003. Системы измерений количества и показателей качества нефти. Метрологические и технические требования к проектированию. – М: ФГУП ВНИИР, 2003. – 52с.

3. Рущиц А.А., Щербакова Е.И. Применение СВЧ-нагрева в пищевой промышленности и общественном питании // Вестник Южно-уральского государственного университета. Серия: пищевые и биотехнологии. – 2014. – том 2. – №1.

4. Кузнецов Д.В., Раев В.А., Куранов Г.Л., Арапов О.В., Костиков Р.Р. // Журнал общей химии. – 2005. – т.41, № 12. – С .1757-1787.

УДК 532.542; 536.27; 678.742.23

Р.Р. Уразов Филиал Уфимского государственного авиационного технического университета в г. Ишимбае

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НАЛИПАНИЯ ПОЛИЭТИЛЕНА НА ПОВЕРХНОСТИ ГАЗОВОГО ХОЛОДИЛЬНИКА ВОЗВРАТНОГО ЭТИЛЕНА

Актуальность. В химической промышленности полиэтилен высокого давления (ПЭВД) получают из газообразного этилена в трубчатых реакторах. Образовавшийся в реакторе расплавленный полиэтилен вместе с непрореагировавшим этиленом выводится в отделитель. Далее этилен, содержащий незначительное количество низкомолекулярного полиэтилена, поступает в систему охлаждения и очистки. Полиэтилен содержится в этилене в виде мелких капель, унесенных потоком газа из отделителя, и в растворенном виде [1].

Система очистки и охлаждения состоит из нескольких последовательно соединенных секций, каждая из которых включает холодильник и сепаратор циклонного типа. Этилен, проходя через холодильник, охлаждается и из него выделяется полиэтилен, который отгружается из сепаратора. Выделяющийся низкомолекулярный полиэтилен (особенно в последней секции) может налипать на стенки холодильника [1-4].

*Цели и задачи работы*. С целью определения мер, улучшающих работу системы охлаждения, была построена математическая модель реального объекта. Основные допущения, принятые при построении модели заключаются в следующем.

Поток смеси в трубе, состоит из двух компонент: газообразного этилена и низкомолекулярного полиэтилена, который может находиться в виде мелких капель и в растворенном виде в этилене. Жидкий полиэтилен является главной составляющей при образовании пленки.

Принимается, что скорости составляющих смеси параллельны оси канала; энергия пульсационных движений пренебрежимо мала; давление однородно по сечению канала и является функцией только осевой координаты *z*; течение в трубе квазиустановившееся; среда

несжимаемая; температура одинакова для обеих фаз (газа и жидкости); фазовые переходы происходят в равновесном режиме.

При математическом моделировании течения двухфазной смеси использовался аппарат механики сплошных сред. На основании сделанных допущений были записаны балансовые уравнения, описывающие квазиустановившееся течение газовзвеси в горизонтальном цилиндрическом канале, течение оборотной воды в кольцевом канале, теплообмен этилена с охлаждающей жидкостью и воздухом, а также нарастание полиэтиленовой пленки на внутренней поверхности холодильника.

*Результаты.* При численном моделировании был рассмотрен трехсекционный газовый холодильник. Параметры секции:  $a_0 = 2,25$  см,  $a_1 = 3,5$  см,  $a_2 = 3,8$  см,  $a_3 = 4,25$  см, L = 62,5 м,  $\Delta = 50$  мкм,  $\lambda_1 = 18$  BT/(м×K),  $\lambda_2 = 50,6$  BT/(м×K). Характеристики газовой смеси на входе в первую секцию:  $p_g = 264,5$  атм,  $T_g = 553$  K,  $m_g = 9,0$  кг/с,  $k_p = 0,005$ ,  $D = 10^{-10}$  м<sup>2</sup>/с. Характеристики воды на входе в секцию:  $T_w = 298$  K,  $m_w = 10$  кг/с. Температура воздуха  $T_a = 293$  K.

На рисунке 1 представлены графики, иллюстрирующие изменение давления и температуры возвратного этилена вдоль холодильника в начальный момент времени. Цифры над сплошными кривыми – номера секций.



Рис. 1. Распределение давления (а) и температуры (б) этилена по длине холодильника



Рис. 2. Изменение равновесной концентрации газообразного полиэтилена вдоль холодильника (а); профилограмма отложений полиэтилена на внутренних стенках 3-й секции холодильника (б)

Для определения зоны налипания полиэтилена необходимо проследить за изменением концентрации полимера. На рисунке 2a равновесное содержание  $k_{\rm g(P)}$  газообразного полиэтилена в потоке представлено сплошными кривыми. Общее содержание  $k_{\rm p}$  –

пунктирной кривой. Цифры над кривыми соответствуют номеру секций. Из рисунка видно, что конденсация полиэтилена начинается на начальном участке третьей секции, где выполняется условие  $k_p > k_{g(P)}$ .

Изменение толщины полиэтиленовой пленки со временем показано на рисунке 26. Числа над кривыми – время в минутах от начала функционирования холодильника. Приведенные результаты иллюстрируют, в частности, следующую особенность. Максимум на кривой, соответствующей 20-й минуте, отстоит от выхода на некотором расстоянии, а в последующие моменты времени приходится на выходное сечение. Данная особенность в изменении толщины пленки обусловлена тем, что участок наиболее интенсивного налипания, соответствующий максимальной концентрации жидкого полиэтилена, со временем смещается к выходному сечению.

*Выводы.* Сопоставление результатов моделирования с наблюдениями на производстве показывает, что предложенная схема расчетов позволяет определить участок наиболее интенсивного налипания полимера, адекватно описывает профили отложений, однако предсказывает завышенные темпы накопления полиэтиленовой пленки. Последнее связано с тем, что в модели не учитывается интенсивность уноса жидкого полиэтилена потоком.

Полученные в работе данные свидетельствуют также о том, что налипание полиэтилена существенно влияет на работу холодильника. Так, уже к концу первого часа, из-за ухудшения теплообмена, давление и температура газа в третьей секции существенно повышаются (на это, в частности, указывают штриховые линии на рисунке 1). Это, в свою очередь, ухудшает высаживание фракции низкомолекулярного полиэтилена, а, значит, «недоочищенный» возвратный этилен подается на компрессор реакционного давления.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Поляков А.В., Дунто Ф.И., Софиев А.Э. Полиэтилен высокого давления. Научно-технические основы промышленного синтеза. Л.: Химия, 1988.

2. Иванчев С.С. Радикальная полимеризация. Л.: Химия, 1985. 280 с.

3. Голосов А.П., Динцес А.И. Технология производства полиэтилена и полипропилена. М.: Химия, 1978. 216 с.

4. Новикова З.Я., Васильева Е.М., Калинина Т.Е., Коваль В.И. Процессы производства и ассортимент марок полиэтилена высокого давления. Обзор. инф. М.:НИИТЭХИМ, 1981. 30 с.

УДК 534.213.4; 534.222.2.

А.К. Медовник, С.В. Булович Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЙ ГАЗА В ТРУБЕ С ОТКРЫТЫМ КОНЦОМ

При рассмотрении нестационарных осциллирующих потоков можно сфокусировать внимание на трех постановках: 1) течение газа в замкнутой трубе; 2) течение газа в полуоткрытой трубе; 3) течение газа в трубе открытой с двух концов. В данной работе исследуется осциллирующее течение газа в полуоткрытой трубе на резонансной частоте колебаний. Режим течения для такого класса потоков определяется тремя факторами – близостью частоты колебаний к резонансной частоте (число Струхала), скоростью движения поршня (число Маха) и влиянием пограничного слоя на стенке трубы на ядро потока (число Стокса). В зависимости от сочетания перечисленных факторов возможны режимы течения газа с образованием ударно-волновой структуры и переходом от ламинарного к турбулентному режиму течения. В случае открытого торца трубы, на поведение решения

будет оказывать влияние состояние газа в окружающем конец трубы пространстве (импеданс). Помимо этого, характер течения газа в трубе будет зависеть от геометрических характеристик соединения трубы и окружающего пространства – форма кромки трубы (радиус закругления в отношении к диаметру трубы), толщина стенки трубы (диаметр фланца в отношении к диаметру трубы).

Для решения задачи численными методами существенными моментом является выбор положения границы расчетной области и используемые на ней граничные условия. Классический подход позволяет сформировать граничные условия непосредственно на торце трубы. При этом принято разделять формулировку граничных условий для втекания газа в трубу и при истечении газа из трубы. На стадии втекания газа в трубу исходят из допущения о потенциальном режиме течения газа. Давление и температура торможения служат точкой отсчета для соответствующих функций. При истечении газа из трубы считается, что структура течения газа может быть описана в рамках нестационарной струи, когда источник струи имеет переменный расход. Перечисленный набор граничных условий и их циклическое использование за период колебаний газового столба можно отнести к варианту квазистационарной реализации граничных условий. Связано это с тем, что при расчете следующего цикла колебаний не используется информация о предыдущем состоянии газодинамических функций в трубе и окружающем пространстве.

Классический подход использования граничных условий позволяет получить аналитические решения рассматриваемой задачи. Выделим ряд отечественных [1, 2] и зарубежных [3, 4] работ. В этих работах последовательно совершенствовались представление о механизме связи между решением задачи в трубе и продолжением решения в окружающем пространстве. Хорошее совпадение обеспечивается допущением, что время втекания газа в трубу и время истечения не равны между собой, при этом различаются скорости втекания и истечения. Экспериментально и теоретически, в рамках аналитического подхода, вопросы влияния геометрических факторов на характеристики течения газа в трубе рассматривались в работах [5, 6].

Постановка задачи существенно упростится, если граничные условия будут сформулированы на «бесконечности», когда волны разрежения и сжатия, излучаемые с открытого торца трубы, теряют свою интенсивность. На значительном удалении от открытого торца трубы можно использовать традиционные граничные условия для дозвуковых потоков сжимаемых сред на проницаемых участках границы: для входного участка границы определены значения торможения давления и температуры, для выходного участка границы определен уровень давления.

Основные характеристики расчетной области: диаметр трубы – 0.04 м, длина трубы – 1 м, радиус примыкающей к трубе полусферы – 1.5 м. Амплитуда смещения поршня  $a = (0.25-2.0) \cdot 10^{-3}$  м. Закон перемещения плоской поверхности поршня в цилиндрической системе координат  $z = a\cos(\omega t)$ . На стенках трубы и фланце задавалось граничное условие первого рода для температуры и компонент вектора скорости. Скорость газа совпадала со скоростью движения поверхности, температура стенки равна 300 К. На проницаемых границах расчетной области – давление и температура торможения были заданы значениями  $10^5$  Ра и 300 К соответственно. Расчет различных вариантов амплитуды смещения поршня начинался от однородного состояния газодинамических функций равных их значениям, заданным как граничные условия задачи, и продолжался до установившихся циклических изменений функций.

Для дискретизации задачи была использована структурированная сетка, состоящая из четырехугольных элементов. Для разрешения пограничных слоев использовалось сгущение сетки к твердым поверхностям. Связанное с перемещением поршня изменение размеров расчетной области было реализовано в пакете программ ANSYS Fluent в рамках процедуры «Dynamic Mesh>In-Cylinder» за счет соответствующей коррекции количества элементов дискретизации или их формы. В версии программы ANSYS Fluent 16.2 численное интегрирование двумерных нестационарных уравнений Навье-Стокса, записанных в осесимметричной постановке, возможно с третьим порядком точности по пространству и вторым порядком точности по времени.

Определение собственной частоты колебаний системы было проведено опытным путем по результатам решения задачи об опорожнении тупикового участка трубы, находящегося при избыточном  $(1.01 \times 10^5 \text{ Pa})$  по сравнению с окружающей средой давлении. По графику изменения расхода газа на торце трубы устанавливался период колебаний газа. Собственную частоту колебаний газового столба можно оценить в 86 Гц. Проиллюстрируем решения рассматриваемой задачи для варианта амплитуды смещения поршня  $a = 2.0 \cdot 10^{-3}$  м.

Анализ установившегося цикла колебаний принято иллюстрировать четырьмя фазовыми состояниями. Течение газа в окрестности торца трубы нестационарное, поэтому для визуализации его структуры были использованы мгновенные значения линий тока. Для лучшего визуального восприятия полученного решения поперечные размеры области увеличены в два раза. На рис. 1.а приведена первая фаза – истечение струи. Вокруг струи начинает формироваться вихревое кольцо. Следующая фаза (рис. 1.b) – момент смены направления расхода газа через торец трубы. В окрестности стенки газ поступает в трубу, в окрестности оси трубы продолжается истечение газа. Сформированное вихревое кольцо смещается в осевом направлении и увеличивается в поперечном направлении. Третья фаза (рис. 1.с) иллюстрирует структуру течения при поступлении газа в трубу. Отчетливо видно, что втекание газа в трубу происходит преимущественно в плоскости торца трубы с резким разворотом потока на 90 градусов. При этом внутри трубы формируется приосевой вихрь тороидальной формы. Четвертая фаза (рис. 1.d) – начало формирования газовой струи. Тороидальный вихрь оттесняется к оси трубы и выводится за ее пределы.





Анализ структуры течения газа в окрестности открытого торца трубы позволил выявить недостатки классического подхода при постановке граничных условий. Во-первых, смена направления потока происходит не одновременно во всем сечении трубы. Как правило, состояние, в момент времени которого на торце трубы возникает нулевое значение расхода, обеспечивается разнонаправленными потоками на оси трубы и в окрестности стенки трубы. Во-вторых, при втекании газа в трубу, внутри трубы, формируется приосевой вихрь тороидальной формы. В-третьих, фаза истечения газа из трубы в большей степени характеризуется не структурой осциллирующего течения в трубе, а удалением из трубы вышеназванного приосевого вихря тороидальной формы, возникшего при поступлении газа в трубу. Нестационарное истечение газовой струи сопровождается образованием наружного вихревого кольца в окрестности торца трубы, с противоположным по отношению к тороидальному приосевому вихрю направлением вращения. Сочетание перечисленных явлений приводит к возникновению синтетической струи, распространяющейся в направлении оси трубы. Таким термином принято обозначать струйное течение от источника с нулевым расходом газа через источник. Характеристики синтетической струи зависят от режима течения газа на торце трубы. Заметим, что в свою очередь, синтетическая струя оказывает обратное влияние на течение газа в трубе, поэтому формулировка граничного условия на открытом торце трубы разрывает эту связь.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Галиуллин Р.Г., Ткаченко Л.А., Филиппов С.Е., Галиуллина Э.Р. Резонансные колебания газа в трубе с открытым концом в турбулентном режиме // Инженерно-физический журнал. 2004. – Т. 77, №1. – С. 109-113.

2. Ткаченко Л.А. Нелинейные колебания газа в открытой трубе при негармоническом возбуждении // Акустический журнал. 2014. – Т. 60, №2. – С. 160-165.

3. Disselhorst J.H.M., Van Wijngaarden L. Flow in the exit of open pipes during acoustic resonance // J. Fluid Mech., 1980. – Vol. 99. – P. 293-319.

4. Keller J.J. Further considerations of resonant oscillations in open tubes // J. of Appl. Mathematics and Physics (ZAMP). 1982. – Vol. 33. – P. 489-510.

5. Ткаченко Л.А., Галиуллин Р.Г. Влияние геометрии открытого торца на резонансные колебания газа в трубе // Известия Вузов. Авиационная техника. – 2010. № 1. – с. 31-33.

6. Репина А.В., Галиуллин Р.Г. Нелинейные резонансные колебания газа в плоском канале с открытым торцом // Известия Вузов. Авиационная техника. – 2008. № 1. – С.33-36.\*

УДК 533.69.01

А.В. Башкатов, В.В. Сероштанов, А.Н. Дымкин, В.Ю. Митяков Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

### ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ

Введение. Повышение аэродинамического качества дозвуковых летальных аппаратов представляет собой важную задачу, успешное достижение которой возможно только в теоретических, результате расчетных И экспериментальных исследований [1]. Аэродинамический расчет любого летательного аппарата связан с определением действующих аэродинамических сил и моментов. При этом определение аэродинамических характеристик экспериментальным путем традиционно считается более достоверным и надежным, чем методы численного моделирования. В настоящее время совершенствование аэродинамики пассажирских самолетов выполняется в двух основных направлениях, одно из которых заключается в повышении аэродинамического качества изменением геометрии крыльев. Этому направлению посвящено большое количество работ, как в России, так и за рубежом [2-4]. Таким образом, аэродинамика крыльев представляет собой актуальную и до конца не исследованную задачу.

В работе исследован эффект, связанный с нанесением на поверхность крыла сферических лунок. Предполагается, что идея нанесения сферических лунок заимствована из конструкции мяча для гольфа: мяч, покрытый лунками, летит в 2,5 раза дальше, чем гладкий. В работе изучено изменении подъемной силы, силы сопротивления и аэродинамического качества крыла, покрытого сферическими лунками.

*Цель работы* – изучить влияние облунения на аэродинамическое качество крыла (отношение коэффициента подъемной силы к коэффициенту сопротивления).

Экспериментальная установка. Эксперимент выполнен на аэродинамической трубе кафедры «Теплофизика энергетических установок» СПбПУ. Модель крыла, выполненная из дерева, имеет хорду равную 100 мм и размах равный 400 мм. Кроме того, в некоторых экспериментах, на расстоянии равном 66 мм (2/3 хорды) со стороны выходной кромки на каждой из сторон крыла для разных экспериментов соответственно выполнены лунки (рисунок 1.б). Подъемная сила и сила сопротивления крыла измерены отдельно и независимо одна от другой. Таким образом, для измерения сил были использованы две схемы:

1) Измерение подъемной силы.

В рабочую камеру аэродинамической трубы помещается рамка с закрепленной моделью крыла (рис. 1.а). Полозья 1 имеют возможность перемещаться вдоль направляющих 2 вместе с крылом 5 в плоскости, перпендикулярной вектору набегающего потока *W*. Сила тяжести крыла 5 и полозьев 1 уравновешивается грузом через систему блоков 3. При достижении подъемной силы значения, больше силы тяжести, крыло перемещается вверх. Затем полозья догружаются грузами до установления равновесия крыла.

2) Измерение силы сопротивления.

В рабочую камеру аэродинамической трубы крыло свободно подвешивается на струнах таким образом, чтобы подъемная сила действовала вниз, а крыло имело возможность перемещаться вдоль оси сопла аэродинамической трубы. На торцевую часть крыла нанесена реперная точка, положение которой фиксирует фотокамера. Под действием силы сопротивления крыло отклоняется вдоль оси трубы на некоторое расстояние, и фотокамера фиксирует изображение точки в новом положении. После этого перемещение точки пересчитывается в значение силы сопротивления согласно градуировке, выполненной заранее.



Рис. 1. Схема измерения подъемной силы (а) и модель облуненного крыла (б)



Рис. 2. Графики зависимости: а) – подъемной силы; б) – коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса при различных углах атаки

Результаты. Получены значения сил сопротивления и подъемной силы в диапазоне чисел Рейнольдса от 0.8·10<sup>5</sup> до 1.6·10<sup>5</sup> при различных углах атаки для крыла с различной геометрией поверхности: гладкое крыло; крыло, облуненное на 2/3 хорды (66 мм) от выходной кромки со стороны повышенного давления; крыло, облуненное на 2/3 хорды (66 мм) от выходной кромки со стороны разрежения. На рисунке 2.а представлены результаты измерения подъемной силы в зависимости от числа Рейнольдса при разных углах атаки α. На рисунке 2.6 представлена зависимость коэффициента силы сопротивления С<sub>D</sub> при разных углах а для исследуемого диапазона чисел Рейнольдса. Полученные зависимости соответствуют классическим представлениям И согласуются с работами других исследователей [5].

Значения коэффициентов сопротивления и подъемной силы вычислены по формулам:

$$C_{D} = \frac{2 \cdot D}{\rho \cdot W^{2} \cdot A},\tag{1}$$

$$C_L = \frac{2 \cdot L}{\rho \cdot W^2 \cdot A},\tag{2}$$

где  $\rho$  – плотность воздуха, W – скорость набегающего потока, A – характерная площадь, D и L – сила сопротивления и подъемная сила соответственно.

Значение числа Рейнольдса вычислено по формуле:

$$\operatorname{Re} = \frac{W \cdot B}{v}, \qquad (3)$$

где W – скорость набегающего потока, B – хорда крыла, v – кинематическая вязкость воздуха.

В таблице 1 представлены результаты значений аэродинамического качества  $C_L/C_D$  для исследуемых поверхностей крыла (при  $\alpha = 5^{\circ}$ ) для разных чисел Рейнольдса.

Re	Гладкое крыло	Крыло, облуненное со стороны разрежения	Крыло, облуненное со стороны повышенного давления
$0,8 \cdot 10^5$	76	70	79
$1,0.10^{5}$	113	104	117
$1,2.10^{5}$	228	190	234
$1,4.10^{5}$	270	185	287
$1,6.10^{5}$	354	187	352

Табл. 1. Аэродинамическое качество  $C_L/C_D$  при угле атаки  $\alpha = 5^{\circ}$ 

*Вывод*. Аэродинамическое качество крыла, облуненного со стороны повышенного давления на участке 66 мм от выходной кромки на 4% выше, чем гладкое крыло. Облунение поверхности со стороны разрежения привело к обратному эффекту и аэродинамическое качество снизилось, что особенно заметно при больших углах атаки.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Жильцов, П.Д. На пути к совершенствованию авиационной техники [Текст]/ П.Д. Жильцов, Н.С. Никитин// Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. — 2013. — №6(192). — С. 114-117.

2. Ву Тхань Чунг. Теоретические и экспериментальные исследования влияния теплообмена на аэродинамические характеристики крыла: автореф. дис. канд. техн. наук. Московский физикотехнический институт, Москва, 2012.

3. Wind Tunnels of NASA - Chapter 1: Whirling Arms and the First Wind Tunnels, [online], http://www.hq.nasa.gov/office/pao/History/SP-440/ch1-3.htm (Accessed 12<sup>th</sup> July 2010).

4. Aerospaceweb.org - Angle of Attack and Pitch, [online], http://www.aerospaceweb.org/question/aerodynamics/q0165.shtml (Accessed 12<sup>th</sup> July 2010).

5. Niall Manning, « Design and Validation of a Force Measurement System for the Analysis of Airfoil Lift and Drag Characteristics», Master Thesis, Dublin City University, Ireland, September 2010, I.D. №.: 52058499.

УДК 612.76(07)

# Г.Т. Башарова Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ БЛЯШКИ ВНУТРЕННЕЙ СОННОЙ АРТЕРИИ НА ХАРАКТЕР ПОТОКА КРОВИ

Актуальность. Основной функцией сонной артерии является кровоснабжение мозга, глаз и большей части головы. Хорошее кровоснабжение обеспечивается артериями с нормальной интимой и нормальным просветом сосудов [1]. По мере увеличения размера и количества бляшек постепенно происходит все большее сужение просвета кровеносного сосуда, стенка артерии уплотняется. При полной закупорке сонных артерий или их ветвей возникает инсульт [2]. С возрастом у людей чаще происходит стенозирование сонных артерий. В возрасте от 50 до 59 лет только 1 % людей имеют существенное сужение сонных артерий, а в возрасте от 80 до 89 лет уже 10% людей страдает от закупорки сонных артерий [3]. Именно поэтому врачей интересует, на какой стадии развития находится бляшка и как изменяется кровоток в зависимости от просвета артерии.

*Цели и задачи*. Цель работы: изучение влияния параметров бляшки на характер кровеносного потока во внутренней сонной артерии.

Задачи: Разработать алгоритм исследования скорости потока во внутренней сонной артерии при наличии бляшки в среде SolidWorks Flow Simulation. Провести исследование влияния геометрии бляшки на параметры потока крови.

Допущения: 1) внутренняя сонная артерия представлена недеформируемым цилиндром длиной 0.04 м; 2) кровь моделируется как ньютоновская жидкость с динамической вязкостью 0.004 Па·с и плотностью 1050 кг/м<sup>3</sup>; 3) скорость потока на входе в артерию равна 0.15 м/с, на выходе из артерии задается давление 10 кПа; 4) число Рейнольдса на входе составляет примерно 200; 5) для расчета течения используются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса с k-є моделью турбулентности.

Геометрическая модель внутренней сонной артерии с бляшкой, построена в среде SolidWorks Inspection. Отношение диаметра просвета сосуда в области бляшки d к внутреннему диаметру сосуда D (D=0.005 м), а также отношение длины бляшки l к длине сосуда L (L=0.04 м) изменяется от 0.1 до 0.9 с шагом 0.1. Внешний диаметр сосуда равен 0.006 м [4]. Расчетная сетка состоит из 1472 конечных элементов.

На рис. 1-3 представлены линии тока, окрашенные по величине скорости, завихренности и интенсивности турбулентности потока крови в кровеносном сосуде с бляшкой длиной l = 0.002 м, диаметром d = 0.2·D.



Рис. 1. Линии тока, окрашенные по величине скорости потока крови в кровеносном сосуде с бляшкой



Рис. 2. Линии тока, окрашенные по величине завихренности потока крови в кровеносном сосуде с бляшкой



Рис. 3. Линии тока, окрашенные по величине интенсивности турбулентности потока крови в кровеносном сосуде с бляшкой



Рис. 4. Изменение характеристик потока по длине сосуда для разных диаметров его просвета в области бляшки: а – скорость, б – завихренность, в – интенсивность турбулентности потока

*Результаты.* Расчеты, произведенные в среде Flow Simulation, показали, что в том случае, когда просвет артерии отрыт на 10%, скорость в сужении сосуда равна примерно 23 м/с, при 90% – 0.21 м/с. На рис. 4 приведены изменения параметров крови по длине сосуда для случаев, когда d/D = 10%, 20%, 30%, 40%, 60%, на рис. 5 – для случаев, когда l/L = 10%, 30%, 50%, 70%. При сужении артерии скорость потока и завихренность увеличиваются, а

интенсивность турбулентности потока существенно увеличивается после прохождения потока через бляшку. При увеличении длины бляшки скорость потока увеличивается в сужении сосуда, завихренность потока начинает расти в начале сужения, интенсивность турбулентности потока уменьшается с увеличением длины бляшки.



Рис. 5. Изменение характеристик потока по длине сосуда для разных длин бляшки: а – скорость, б – завихренность, в – интенсивность турбулентности потока.

Выводы. Проведено исследование длины бляшки и диаметра просвета сосуда в области его сужения на скорость, завихренность и интенсивность турбулентности течения. Таким образом, при определении геометрических характеристик бляшки по ангиографическим снимкам с помощью численного моделирования можно выяснить, как влияет бляшка на общий кровоток в артерии.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Сонная артерия.[Электронный pecypc] URL: http://www.neboleem.net/sonnaja-arterija.php (Дата посещения: 05.10.2016 г.).

2. Скобцов Ю.А., Родин Ю.В., Оверко В.С. Моделирование и визуализация поведения потоков крови при патологических процессах. — Донецк: Издатель Заславский А.Ю., 2008. — 212 с.

3. Заболевание сонных артерий, инсульт, транзиторные ишемические атаки. [Электронный ресурс] URL: http://www.fcn-tmn.ru/prochee/zabolevaniya-sonnykh-arterij-insult-tranzitornye-ishemicheskie-ataki-tia.php (Дата посещения: 11.10.2016).

4. Бегун П.И. Моделирование в биомеханике: Учеб. пособие / П.И. Бегун, П.Н. Афонин.- М.: Высш. шк., 2004.- 390 с.; ил. ISBN 5-06-004798-9.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ЭЛАСТОКРИВОЙ ПРИ АППЛАНАЦИОННОЙ ТОНОМЕТРИИ ГЛАЗА

Введение. Существует много способов измерения внутриглазного давления (ВГД): аппланационными и импрессионными тонометрами. В настоящее время появились различные портативные и бесконтактные тонометры, например, Icare. "Золотым стандартом" в этой области считается тонометр Гольдмана. Но во многих работах, например, в [1-3] приводятся результаты, показывающие, что современные тонометры очень чувствительны к толщине роговицы, а самым точным до сих пор остается тонометр Маклакова, который был предложен еще в 1884 году. В связи с этим после кераторефракционных операций по коррекции зрения применяется именно тонометр Маклакова, поэтому его изучение и построение математических моделей особенно актуально в настоящее время.

При измерении ВГД тонометром Маклакова на глаз опускают окрашенные грузики разного веса. После этого измеряется площадь соприкосновения грузика и роговицы глаза. Чем больше эта площадь, тем меньше давление внутри глазного яблока.

Для эластотонометрии применяют набор тонометров Маклакова весом 5; 7,5; 10 и 15 г. С помощью этих тонометров в порядке возрастания их веса производят подряд четыре измерения внутриглазного давления. На основе этих данных строят кривую, которая называется эластокривой. При нормальном состоянии глаза форма кривой близка к прямой линии (рис.1). Ее начало не превышает 21 мм рт.ст., а максимальное значение не должно превышать 30 мм рт.ст. Однако, в некоторых случаях кривая имеет изломы и начинается выше 21 мм рт.ст., что свидетельствует о патологии глаза (рис.2) [4].



Рис. 1. Нормальная эластотонометрическая кривая

Рис. 2. Патологическая эластотонометрическая кривая

*Цели и задачи работы*. Цель данной работы – проанализировать влияние геометрических и механических параметров роговицы и склеры на поведение эластокривой. А также выяснить причины, по которым данные эластотонометрии могут иметь патологию.

Математическая модель. В работе рассматриваются математические модели измерения тонометрического давления тонометром Маклакова [5]. В одной из моделей

оболочка глаза представляет собой сопряженные сферические сегменты роговицы и склеры. До нагружения глаз заполнен несжимаемой жидкостью с давлением p<sub>0</sub>. При этом роговица глаза рассматривается как мягкая однородная сферическая оболочка. Т.е. неоднородность материала и жесткость роговицы на изгиб не учитываются. Однако, экспериментальные исследования свидетельствуют о том, что материал роговицы, как и материал склеры, отличается биомеханической анизотропией и неоднородностью. Склера – трансверсально-изотропный материал, роговица – ортотропный [6-8].

В связи с этим измерение ВГД тонометром Маклакова моделируется контактными задачами в программном пакете Ansys. Корнеосклеральная оболочка глаза также моделируется сопряженными сферическими сегментами с разными радиусами и упругими свойствами. Материалы задаются как трансверсально-изотропные, но роговица рассматривается как неоднородная оболочка.

На первом шаге прикладывается внутреннее давление, на следующих шагах прикладывается сила F=mg, где m – масса груза, g - ускорение свободного падения. Последовательно к штампу прикладываются силы (как в эластотонометрии), равные 5 г (0,05 H), 7.5 г (0,075 H), 10 г (0,1 H) и 15 г (0,15 H), и фиксируется площадь контакта.

*Влияние геометрии глаза на поведение эластокривой*. В связи с развитием глазных заболеваний, всё чаще можно встретить эллипсоидную форму глаза, например, при миопии и гиперметропии. Поэтому изучение данного вопроса актуально.

Было получено, что при увеличении радиуса кривизны роговицы, площадь контакта глаза и тонометра также увеличивается, а тонометрическое давление убывает. Таким образом изменение формы и размера глаза влияет на поведение эластокривой.

Влияние жесткостей склеры и роговицы на тонометрическое давление. Известно, что при глаукоме жесткости склеры и роговицы могут увеличиваться, поэтому в работе варьировались тангенциальные модули упругости (табл.1).

табл. т. таптенциальные модули упругости склеры и роговицы								
Склера: $E_{\varphi} = E_{\vartheta}$ , МПа	3	5	10	15	20	30		
Роговица: $E_{\varphi} = E_{\vartheta}$ , МПа	0.5	1	2	3	4	5		

Табл. 1. Тангенциальные модули упругости склеры и роговицы

При определенных параметрах получены зависимости тонометрического давления от массы груза, при которых в кривой, характеризующей эластотонометрию, появляется пологий участок, либо излом. Данная модель показывает, что патологические случаи эластокривой могут быть связаны с ужесточением склеры или роговицы.

Влияние неоднородности роговицы на тонометрическое давление. Роговица и в нормальном состоянии неоднородна по радиусу, а при патологии эта неоднородность становится больше, например, при развитии таких заболеваний, как краевая дистрофия роговицы или дистрофия краевая эктатическая. Эти болезни характеризуются развитием мелкоточечных помутнений в роговице и врастанием в нее кровеносных сосудов с последующим истончением.

Это заболевание моделировалось с помощью добавления мягкой вставки разных размеров в роговицу (рис. 3). Модули упругости вставки:  $E_{\varphi} = E_{\theta} = 0.3$  МПа. Значения тангенциальных модулей упругости роговицы и склеры варьировались в тех же пределах (табл. 1).

Во всех случаях появляется излом в зависимости тонометрического давления от нагрузки (рис. 4). При уменьшении размера вставки на последнем шаге нагружения происходит большой скачок давления. Действительно, когда груз достигает конца вставки, площадь контакта растет медленно, и тонометрическое давление сильно возрастает.



Рис. 3. Математическая модель глаза с мягкой вставкой в роговице (площадь АЗ) среднего размера



Рис. 4. Зависимость тонометрического давления от массы груза для модели, изображенной на рисунке 3

Поэтому, представленная модель подтверждает, что отклонения в эластокривой Кальфа может быть вызвано патологией роговицы.

Выводы. Получены результаты, показывающие, что на поведение эластокривой влияет изменение формы и размера глаза. Показано, что на тонометрическое давление влияют как патологии склеры, так и патологии роговицы. Изломы эластокривой могут быть связаны с ужесточением склеры при глаукоме. К тому же это может происходить из-за патологий роговицы: в случае, когда роговица становится особенно слабой около склеры, например, при краевой эктатической дистрофии роговицы.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Бауэр С.М., Качанов А.Б., Семенов Б.Н., Слесорайте Е. О влиянии толщины роговицы на показатели внутриглазного давления при измерении ВГД аппланационными методами. // Биомеханика глаза – 2007: сб. тр. конф. – М., 2007. – с. 119–124.

2. Бауэр С.М., Карамшина Л.А., Качанов А.Б. Механические модели измерения внутриглазного давления тонометрами Маклакова и Гольдмана после операций по коррекции зрения // Российский журнал биомеханики, 2012, Т. 16, № 3, с. 25–31.

3. Балашевич Л.И., Качанов А.Б., Новак Я.Н., Бауэр С.М., Зимин Б.А. О влиянии толщины роговицы на показатели внутриглазного давления // Офтальмохирургия, 2005, N 16 с.27-29, Биомеханика глаза, 2005, с.119-120.

4. Нестеров А.П., Бунин Ф.Я., Канцельсон Л.А. Внутриглазное давление. Физиология и патология. М.: Наука, 1974. 381 с.

5. Бауэр С.М., Любимов Г.А., Товстик П.Е. Математическое моделирование метода Маклакова измерения внутриглазного давления // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2005. №1, С. 24 – 39.

6. Карамшина Л.А. Механические модели аппланационной тонометрии с учетом многослойности роговицы // Российский журнал биомеханики. – 2011 - №3. - С. 37–44.

7. Иомдина Е.Н. Механические свойства тканей глаза человека // Современные проблемы биомеханики. – 2006. – Вып. 11. – С. 183–200.

8. Аветисов С.Э., Бубнова И.А., Антонов А.А. Исследование влияния биомеханических свойств роговицы на показатели тонометрии // Бюллетень Сибирского отделения РАМН. 2009. Т. 29. № 4. С. 30–33.

### Н.О. Воронова, М.И. Шмурак

Задача деформации:

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

## БИОМЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ КРОВИ В ДЕФОРМИРУЕМОМ СОСУДЕ

*Актуальность*. По результатам обзора литературы выяснено, что на данный момент есть исследования нарушения течения крови во внутренней сонной артерии такие как: зависимость образования вихря от степени кривизны сосуда [1], влияние возникновения обратного течения от изменения распределения давления в виду деформации сосуда [2], изменение строения стенки бляшки в виду изменения типа течения жидкости [3] и т.д.

Несмотря на значительные успехи исследований в данной области, многие аспекты остаются до конца не изученными, например, вопросы комплексного решения нестационарной задачи течения крови в сосуде с переменным сечением, с учетом влияния изменения упругости стенки сосуда, изменение просвета сосуда в динамике, влияние наличия стента на гидродинамику крови и т.д.

Отметим также, что многими авторами были решены задачи на основе резистивной модели, в которой осуществляется аналогия движения жидкости по трубе с движением тока по цепи при наличии активных сопротивлений [4].

Впоследствии в литературе были представлены результаты решения стационарных и нестационарных задач течения жидкости в простой трубе с переменными граничными условиями (давление и объём жидкости на выходе) и с заданием граничных условий в виде функции [5]: наибольшее влияние на течение оказывают несколько факторов – резкое сужение сосуда и изменение радиуса кривизны.

*Цели и задачи работы*. Целью работы было решение нестационарной связанной задачи, в которую входят задача течения жидкости и задача деформации стенки в сосуде.

Расчетная область представлена в виде цилиндра, который состоит из области течения жидкости и стенки сосуда – изотропный (упругий) материал, жестко закрепленного по торцам твердой части оболочки для иллюстрации деформирования сосуда, распределения напряжений при патологическом сужении или изгибе.

Математическая постановка нестационарной связанной задачи описана в виде задачи гидродинамики (уравнение Навье-Стокса и уравнение неразрывности), с учетом перепада давления, заданного в граничных условиях, условия прилипания, непротекания на боковой поверхности, и задачи деформации (уравнение равновесие, определяющее соотношение и соотношение Коши) с учетом особенности упругости стенки с жестким закреплением по торцам, а также начальные условия.

Задача гидродинамики:

 $\begin{cases} \rho \frac{dV}{dt} = \rho \overline{f} - \overline{\nabla} p + \mu \Delta \overline{V} \\ \frac{d\rho}{dt} + \rho \overline{\nabla} \overline{V} = 0 \\ p|_{x=0} = 1666,25\Pi a, p|_{x=0} = 0\Pi a \\ u|_{t=0} = 0,6M/c, u|_{t=0} = 0M/c \\ y_{z=0} = 0,6M/c, u|_{t=0} = 0M/c \\ p|_{y,z=0} = 0 \end{cases} \begin{cases} \overline{\nabla} \cdot \widetilde{\sigma} = 0 \\ \widetilde{\sigma} = C\widetilde{\varepsilon} \\ \widetilde{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\overline{\nabla} \overline{u} + \overline{u}\overline{\nabla}) \\ \overline{u}|_{x=0} = 0, \overline{u}|_{x=l} = 0 \\ p''|_{y,z=\pm r} = p' \\ \varepsilon|_{z=0} = 0 \end{cases}$ 

Рассмотрены задачи с различной конфигурацией расчетной области – сужение по центру сосуда, конусообразное сужение (при продольном сечении – конус) и S и C-изгибы.

*Результаты.* Работа была проведена в пакетах Ansys и SolidWorks. Результаты расчетов для прямой трубы, полученные в этих пакетах, совпали. На распределении давления в сечении (рис.1) видны области, где жидкость оказывает наибольшее давление на стенку сосуда: для сужения – это зона перед сужением, для изгиба – это внешняя стенка изгиба.





Рис. 1. Поля давления в поперечном сечении различных вариантов геометрии сосуда

Изменение деформации стенки изогнутого сосуда взаимосвязано с течением жидкости в нем. Линии тока демонстрируют изменение направления течения жидкости, как на рисунке 3, что отражается на распределении деформации в этой области, как на рисунке 2. Там, где поток жидкости сталкивается с препятствующей стенкой, возникает наибольшая деформация.





Рис.2. Изменение деформации стенки сосуда в поперечном сечении для различных форм сужения и изгиба



Рис.3. Линии тока для изогнутых сосудов

Выводы. Полученные результаты показывают области наиболее подверженные «избыточным» нагрузкам в виду образования вихря, приводящего к образованию обратного течения и, как следствие суммарного падение скорости на всем исследуемом участке. Результаты для предложенных модельных изменений в сосуде показали некритические изменения в течении крови и в распределении напряжений на стенке сосуда, т.к. сужение принимает локальный характер, а радиус изгиба был "мягким", однако для S-образного изгиба результаты свидетельствуют о том, что минимальные напряжения не создают достаточного усилия для удаления бляшки, а в сосудах с сужением напряжения — великиэто может способствовать образованию тромба.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Оверко В.С., Бескровная М.В. Моделирование течения крови в патологически искривленных сосудах, Автореферат, 2013

2. Скобцов Ю.А., Родин Ю.В., Оверко В.С., Моделирование и визуализация поведения потоков крови при патологических процессах, Донецк, 2008, с. 11-88

3. Родин Ю.В., Михайличенко В.Ю., Белоцерковская М.А., Юсупов Р.Ю. Моделирование поведения потока крови в сосудах с атеросклеротическими бляшками // Український медичний альманах. – 2014. – Том 17, № 3. – С. 85-87.

4. Антонов В.Ф., Черныш А.М. Биофизика. М. Изд-во: ВЛАДОС,2003, с. 210-219.

5. Белоцерковская М.А., Родин Ю.В., Михайличенко В.Ю. Моделирование кровотока в сонной артерии в области атеросклеротической бляшки в двумерной и трехмерной постановке, г. Донецк

УДК 531/534: [57+61]

Т.Н. Гороженинова, А.А. Киченко Пермский национальный исследовательский политехнический институт

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ТРАБЕКУЛЯРНОЙ КОСТНОЙ ТКАНИ ПОД НАГРУЗКОЙ В ПАКЕТЕ ANSYS

В настоящее время существует теоретическая база, позволяющая рассматривать поведение анизотропных структур, в том числе костной ткани. Часто на практике



Рис. 1

трабекулярная (губчатая) [4].

Рассмотрим образец из трабекулярной костной ткани в виде консольной балки, нагруженной моментом на конце (рис. 1). Считаем, что материал балки обладает ортотропией механических свойств и следует обобщенному закону Гука.

В линейной теории упругости напряжения и деформации связаны посредством упругих констант, которые предлагается находить, используя девиатор тензора структуры *K* [1], [2]:

 $\begin{aligned} C_{ijkl} &= (g_1 + g_2 e) \delta_{ij} \delta_{kl} + (g_3 + g_4 e) \delta_{ik} \delta_{jl} + g_5 \big( \delta_{ij} K_{ij} + K_{ik} \delta_{ij} \big) + g_6 \big( \delta_{ij} K_{kl} + K_{ij} \delta_{kl} \big), \end{aligned}$ 

где  $g_1 - g_6$  константы, имеющие размерность Па,  $e = v - v_0$ - изменение доли

применение представленных аналитических методов оказывается очень трудоемкой залачей. Поэтому математической созлание модели, доступной для на вычислительной технике, реализации остается актуальной проблемой на сегодняшний день. Целью работы является построение модели трабекулярной костной ткани, находящейся в равновесном состоянии и в процессе перестройки, с помощью конечноэлементного пакета ANSYS.

Наши кости состоят из костных перекладин, называемых трабекулами. Если они располагаются плотно друг к другу (поры составляют 5-10% от объема), то образуется компактная ткань (корковый слой), а если рыхло (поры составляют 55-85% от объема) –



Рис. 2

твердого объема кости относительно отсчетной величины  $v_0, \delta_{ii}$  – символ Кронекера.

Тензор структуры позволяет компактно описать анизотропию костной структуры, причем его главные значения характеризуют распределения материала вдоль главных направлений [2].

В ANSYS упругие константы для анизотропного материала задаются в виде таблицы данных ТВDАТА. Список конечных элементов,

поддерживающих данную модель, приведен в справочнике программы. Для построения трехмерной сетки подойдет Solid185. Однако, из-за недостатка степеней свободы (углов поворота), к конструкции, состоящей из таких конечных элементов, нельзя приложить изгибающий момент. В данной ситуации можно заменить момент сосредоточенными силами, как на рисунке 2 (прогиб конца балки).

Так

как



эволюционными уравнениями [1], [2]:

виле

системы

определения напряженно-деформированного состояния консоли на рисунке 1 [3], можно оценить полученное решение в ANSYS. Например, рисунке дан график на 3 относительной погрешности для перемещений узлов, находящейся на средней линии, по оси У. Наибольшее отклонение от численного решения наблюдается в месте заделки.

известны

соотношения,

ЛЛЯ

В реальной ситуации, если нагрузка на кость возрастает, то она может перестроить себя таким образом, что станет сильнее по отношению к новому типу нагрузки. Наиболее известным законом, описывающим адаптацию трабекулярной костной ткани, является закон Вольфа.

Математически его можно представить в уравнений первого порядка, называемыми

$$\begin{cases} \dot{K} = (h_1 + h_3 e)(\varepsilon - \varepsilon^0) + h_4 tr(\varepsilon - \varepsilon^0)K + h_2 \left( \left( tr(K(\varepsilon - \varepsilon^0)) \right) E - \frac{3}{2} (K(\varepsilon - \varepsilon^0) + (\varepsilon - \varepsilon^0)K) \right), \\ \dot{e} = (f_1 + f_2 e)(tr\varepsilon - tr\varepsilon^0) + f_3 \left( tr(K(\varepsilon - \varepsilon^0)) \right), \end{cases}$$

где  $f_1 - f_3$ ,  $h_1 - h_4$  – константы, имеющие размерность сут<sup>-1</sup>.

дифференциальных

Отсутствие перестройки в кости называется равновесным состоянием (гомеостаз), которое предполагает наличие определенного набора условий, при которых нет никаких изменений в геометрии трабекулярной микроструктуры, разрушения или роста кости.

		10011 I	IODHE LEHOTIC	018010 0101	100	
NODE	EPELX	EPELY	EPELZ	EPELXY	EPELYZ	EPELXZ
1	-0.15002E-	-02-0.15002E-0	2-0.15002E-02	: 0.43735E-16	5-0.10222E-1	6-0.16572E-17
2	-0.15002E-	-02-0.15002E-0	2-0.15002E-02	: 0.40637E-16	5 D.37188E-1	6-0.16076E-17
- 3	-0.15002E-	-02-0.15002E-0	2-0.15002E-02	-0.54844E-16	5-0.42907E-1	6-0.65884E-17
- 4	-0.15002E-	-02-0.15002E-0	2-0.15002E-02	-0.10928E-16	5 D.4369DE-1	6-0.11259E-16
- 5	-0.15002E-	-02-0.15002E-0	2-0.15002E-02	-0.97745E-17	7-0.21874E-1	6-0.14147E-16
6	-0.15002E-	-02-0.15002E-0	2-0.15002E-02	-0.48486E-16	5 D.15616E-1	6-0.73623E-17
- 7	-0.15002E-	-02-0.15002E-0	2-0.15002E-02	: 0.20449E-16	5-0.54071E-1	6 0.10033E-16
8	-0.15002E-	-02-0.15002E-0	2-0.15002E-02	0.53329E-17	7 D.42446E-1	6 D.36654E-16

WARKER DOOTS NOTED ELECTIC CTRATE LITETING WARKER

Процедуру перестройки удобно рассмотреть на примере всестороннего сжатия бесконечно малого объема, так решение как известно лля данного случая [1]. Пусть состояние начальное описывается следующими величинами:

$$K^{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^{0} = \begin{pmatrix} -1.4024e9 & 0 & 0 \\ 0 & -1.4024e9 & 0 \\ 0 & 0 & -1.4024e9 \end{pmatrix}, \quad e^{0} = -0.0179.$$
  
Тогда деформированное состояние определяется тензором:  
$$\varepsilon^{0} = \begin{pmatrix} -0.0015 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0015 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0015 \end{pmatrix}.$$
  
Решим поставленную задану и рывелем таблицу со знанениями компонен-

Решим поставленную задачу и выведем таблицу, со значениями компонент тензора деформации для узлов конструкции (рис. 4). Видно, что деформации, характеризующие сжатие по осям, практически совпали с аналитическими значениями. На полученную геометрию прикладываем новую нагрузку, создающую новое напряженное состояние:

 $\sigma^{1} = \begin{pmatrix} -1.5472e9 & 0 & 0\\ 0 & -1.5472e9 & 0\\ 0 & 0 & -1.5472e9 \end{pmatrix}.$ 

Запускаем процесс перестройки. По его окончанию, ожидается, что образец снова окажется в равновесном состоянии, описываемом величинами:

 $K^1 = K^0, \ \varepsilon^1 = \varepsilon^0, \ e^1 = -0.0059.$ 

Численное решение дает следующий результат:  $e^1 = -0.008$ ,

 $K^{1} = \begin{pmatrix} 1.58e - 30 & 1.58e - 30 & 1.58e - 30 \\ 1.58e - 30 & 1.58e - 30 & 1.58e - 30 \\ 1.58e - 30 & 1.58e - 30 & 1.58e - 30 \end{pmatrix}, \\ \varepsilon^{1} = \begin{pmatrix} -1.7e - 3 & 0.3e - 17 & 0.1e - 17 \\ 0.3e - 17 & -1.7e - 3 & -0.1e - 17 \\ 0.1e - 17 & -0.1e - 17 & -1.7e - 3 \end{pmatrix}.$ 

Полученное решение отличается от описанного в литературе, словно кость еще не до конца себя перестроила. Поэтому в дальнейшем планируется рассмотреть в ANSYS схожие задачи, имеющие аналитическое решение, а затем, проанализировав результаты, внести поправки в программный код. Однако уже сейчас, при помощи ANSYS удалось описать свойства трабекулярной костной ткани, решить задачу об изгибе и всестороннем сжатии образца.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Киченко А.А. О приложении теории перестройки трабекулярной костной ткани [Текст] / А.А. Киченко, В.М. Тверье, Ю.И. Няшин, М.А. Осипенко, В.А. Лохов // Российский журнал биомеханики. – 2012. – Т.16, №4. – С.53-72

2. Киченко А.А. Постановка начально-краевой задачи о перестройке трабекулярной костной ткани [Текст] / А.А. Киченко, В.М. Тверье, Ю.И. Няшин, М.А. Осипенко, В.А. Лохов // Российский журнал биомеханики. – 2012. – Т.16, №4. – С.36-52

3. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела [Текст] / С.Г.Лехницкий. – Изд.2-е. – М., Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1977, – 416 с.

4. Няшин Ю.И. Экспериментальные методы в биомеханике [Текст] / Ю.И. Няшин, Р.М. Подгаец. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008. – 400 с.

## ДЕФОРМАЦИЯ СКЛЕРАЛЬНОЙ ОБОЛОЧКИ ГЛАЗА ПРИ ИНТРАСКЛЕРАЛЬНЫХ ИНЪЕКЦИЯХ

Введение. Одним из современных способов лечения некоторых глазных заболеваний является интрасклеральная инъекция небольшой дозы лечебного препарата. Как отмечается в работе [1], этот метод лечения используется все чаще и чаще. За счет кратковременного увеличения внутреннего объема глазного яблока при введении инъекций в первый момент происходит резкое увеличение внутриглазного давления (ВГД). Даже кратковременное увеличение ВГД выше определенного индивидуального уровня может привести к нарушению кровообращения на сетчатке и в диске зрительного нерва [2], поэтому важно в каждом конкретном случае оценить возможный уровень изменения внутриглазного давления (ВГД) в результате инъекции.

С точки зрения механики, это задача определения изменения внутреннего давления в оболочке, заполненной несжимаемой жидкостью, при введении дополнительного объема несжимаемой жидкости.

Известно, что только при нормальном зрении глаз имеет сферическую форму. Глаза с миопией (близорукостью) имеют, как правило, форму вытянутого эллипсоида, а глаза с гиперметропией (дальнозоркость) часто имеют форму сплюснутого эллипсоида. Миопия чаще всего развивается в связи с тем, что модуль упругости в меридиональном направлении становится меньше, чем модуль упругости в экваториальном направлении, т.е. корнеосклеральная оболочка становится ортотропной.

Очевидно, что ортотропный сферический слой при деформации под действием нормального давления перестает быть сферическим, и изменение его напряженнодеформированного состояния не может быть описано одним уравнением, как предложено в работе [3].



Рис. 1. Ортотропный сферический слой

Постановка задачи. Рассматривается осесимметричная задача о деформации ортотропного сферического слоя под действием внутреннего давления. При этом перемещения не зависят от угла  $\theta$ , а касательные напряжения  $\sigma_{\varphi\theta}$  и  $\sigma_{\theta\varphi}$ , а также деформации  $e_{\theta\rho}$  и  $e_{\rho\theta}$  равны 0.

Перемещения точки сферического слоя задаются проекциями вектора перемещений (w, u, v) в направлениях  $\rho, \varphi, \theta$  оответственно. Для осесимметричной задачи v = 0.

В таком случае уравнения равновесия в перемещениях примут вид:

$$c_{0}\frac{\partial^{2}w}{\partial\rho^{2}} + c_{1}\frac{\partial w}{\partial\rho} + c_{2}\frac{\partial^{2}w}{\partial\varphi^{2}} + c_{3}\frac{\partial w}{\partial\varphi} + c_{4}w + c_{5}\frac{\partial^{2}u}{\partial\rho\partial\varphi} + c_{6}\frac{\partial u}{\partial\rho} + c_{7}\frac{\partial u}{\partial\varphi} + c_{8}u = 0,$$
  
$$d_{0}\frac{\partial^{2}u}{\partial\rho^{2}} + d_{1}\frac{\partial u}{\partial\rho} + d_{2}\frac{\partial^{2}u}{\partial\varphi^{2}} + d_{3}\frac{\partial u}{\partial\varphi} + d_{4}u + d_{5}\frac{\partial^{2}w}{\partial\rho\partial\varphi} + d_{6}\frac{\partial w}{\partial\rho} + d_{7}\frac{\partial w}{\partial\varphi} + d_{8}w = 0,$$

где  $c_i$  и  $d_i$ , i = 1..8, — некоторые коэффициенты, зависящие от  $\rho$  и  $\theta$ . Подробно эти коэффициенты описаны в работе [4].

Граничные условия имеют вид:

$$u(\rho, 0) = u\left(\rho, \frac{\pi}{2}\right) = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial \varphi}\left(\rho, \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\partial w}{\partial \varphi}\left(\rho, \frac{\pi}{2}\right) = 0, \qquad \sigma_{\rho\rho}(R_1, \varphi) = -P_1$$
$$\sigma_{\rho\rho}(R_2, \varphi) = -P_2, \quad \sigma_{\rho\varphi}(R_1, \varphi) = \sigma_{\rho\varphi}(R_2, \varphi) = 0.$$

Данные уравнения и граничные условия образуют краевую задачу.

Результаты. Численное решение получено методом конечных разностей и представлено графически на рисунке 2. Тёмно-серым цветом обозначен недеформированный слой, серым — слой после деформации. Поскольку данная модель представляет собой интрасклеральную инъекцию, значения внутреннего и внешнего радиуса, упругих постоянных и внутреннего давления были взяты в соответствии с реальными данными [2,4]. Проведена серия расчетов. Полученные результаты согласуются с клиническими данными [5].



Рис. 2. Деформированный ортотропный сферический слой

Выводы. При увеличении внутреннего давления, в отличие от трансверсальноизотропного сферического слоя, остающегося сферическим при деформации, ортотропный сферический слой обретает эллиптическую форму. При анализе численного решения получены значения изменения внешнего и внутреннего объема сферического слоя при изменении внутреннего давления, а также изменение толщины слоя. С увеличением внутреннего давления (дозы препарата) толщина слоя уменьшается. Наблюдение изменения формы сферического слоя позволяет оценить соотношение модулей упругостей материала слоя относительно друг друга. Решение задачи также позволяет оценить изменение переднезадней оси глаза при повышении внутриглазного давления в случае миопии или гиперметропии, а также при таких заболеваниях, как глаукома.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Avery R. L. et al. Intravitreal injection technique and monitoring: updated guidelines of an expert panel //Retina. - 2014. - T. 34. - C. S1-S18.

2. Иомдина Е. Н., Бауэр С. М., Котляр К. Е. Биомеханика глаза: теоретические аспекты и клинические приложения //М.: Реал Тайм. – 2015.

3. Гуляев Ю.П. Березяк В.В. Математическое моделирование изменения внутриглазного давления при введении внутрикамерных инъекций. Материалы ежегодной Всероссийской научной школысеминара «Методы компьютерной диагностики в биологии и медицине-2008», pages 39–42, 2008.

4. Бауэр С.М., Венатовская Л.А., Воронкова Е.Б., Смирнов А.Л. Задача об осесимметричной деформации ортотропного сферического слоя в трехмерной постановке.// Вестник СПбГУ, Серия 1, N 3, c. 277-283

5. K. Kotliar, M. Maier, S.Bauer, N. Feucht, Ch. Lohmann, I. Lanzl Effect of Intravitreal Injectios and volume chnges on Intraocular Pressure: clinical results and biomechanical model Acta Ophthamologica Scandinavica, 2007, Nov. 85(7), p. 777-781

### УДК 51.76, 539.3, 519.6

### Д.И. Журавлева, Е.Б. Воронова Санкт-Петербургский государственный университет

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ГЛОБАЛЬНОГО АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ К ЗАДАЧАМ БИОМЕХАНИКИ ГЛАЗА

*Актуальность и цель работы*. В настоящее время биомеханика является интенсивно развивающейся областью науки. Во множестве исследований были разработаны биомеханические модели, объясняющие механизмы многих офтальмологических заболеваний, например, развивающуюся с возрастом дальнозоркость, катаракту и др. [1].

Неотъемлемой частью любой биомеханической модели, например, конечноэлементной, являются данные о геометрии изучаемого объекта и свойствах его тканей, при этом, обычно необходимые параметры варьируются в широких пределах или могут быть вычислены только *in vitro*, что может снизить точность моделирования. Локальный анализ чувствительности (АЧ), широко используемый в задачах биомеханики [2], может давать ошибочные результаты [3].

В настоящей работе, на примере моделей, описанных в [4,5], с помощью методов глобального АЧ выявляются параметры, оказывающие наибольшее влияние на результат моделирования.

Модели. Интравитреальные инъекции являются эффективным способом лечения (или частью лечения) различных заболеваний глаза [6], например, воспаления внутренних оболочек глаза, и количество применений данной метода лечения растёт с каждым годом [7]. При интравитреальных инъекциях непосредственно в стекловидное тело вводится лекарственное средство объёмом 0.05 мл, 0.1 мл или 0.2 мл в зависимости от рекомендаций врача. Побочное явление данного метода — резкое повышение внутриглазного давления пациента, что может привести к повреждению внутренних оболочек глаза.

Представляя, в первом приближении, глаз в виде оболочки вращения, заполненной несжимаемой жидкостью, можно вывести соотношение между изменением размеров оболочки и давлением, приложенным к её внутренней поверхности, с одной стороны, и изменением внутреннего объема, с другой стороны.

В первых двух моделях глаз моделируется сферической оболочкой, при этом в первой модели её свойства предполагаются изотропными, а во второй – трансверсально-изотропными. m = 1 для первой модели. Коэффициенты  $C_i$  указаны в [5].

 $\Delta P = \Delta R / \tilde{u}, \tilde{u} = C_1 R_1^m + C_2 R_1^{-(m+1)}, \Delta R = \left( (3/4\pi) \left( (4\pi/3) R_1^3 + \Delta V \right) \right)^{1/3} - R_1.$ 

В третьей модели глаз человека моделируется эллипсоидом из трансверсальноизотропного материала.  $u_a$  и  $u_b$  находятся с помощью теории анизотропных оболочек.  $\Delta V = (4\pi/3)((R_a + u_a)^2(R_b + u_b) - R_a^2R_b).$ 

Параметры моделей следующие:  $R_1$ - внутренний радиус сферы,  $R_a, R_b$  - длины полуосей эллипсоида, h - толщина оболочки,  $v, v_{12}, v_{13}$  – коэффициенты Пуассона,  $E, E_1, E_3$  – модули упругости,  $\Delta V$  – объём инъекции.

Методы исследования. Локальный АЧ рассматривает поведение модели только в одной точке области изменения параметров, в то время как глобальный охватывает всю данную область. Исторически первым шагом от локального АЧ к глобальному является метод элементарных эффектов (elementary effect method – EEM), однако его задача состоит лишь в делении параметров модели на группы влиятельных и нет. Задачу ранжирования параметров решают метод Соболя (Sobol' method) и метод полиномиального разложения в хаос (polynomial chaos expansion – PCE), при этом показатели чувствительности, полученные при применении последнего, вычисляются аналитически. Оба этих метода предполагают, что дисперсия выхода модели наилучшим образом отражает изменения её параметров, однако это утверждение неверно для моделей с сильно асимметричной или многомодальной плотности вероятности выхода; в таких случаях следует полагаться на результаты, полученные по методу ПАВН (PAWN).

Результаты. Нам были предоставлены экспериментальные данные от университета прикладных наук города Аахен, Германия (Aachen University of Applied Sciences) совместно с университетской глазной клиникой (University Eye Clinic RWTH Aachen University): 76 измерений ряда параметров, характеризующих геометрию оболочки глаза. Так как эти результаты, были получены при объёме инъекции равном 0.05 мл, то при анализе чувствительности моделей  $\Delta V$  был зафиксирован на этом значении. Результаты анализа чувствительности моделей представлены на рисунке 1.





Выводы. Изменение внутриглазного давления при интравитреальных инъекциях наилучшим образом описывается математической моделью в предположении, что форма глаза человека близка к эллипсоиду, а оболочка является трансверсально-изотропным слоем. Наибольшим влиянием на выход модели обладают параметры: объём инъекции  $\Delta V$ , внутренний радиус сферы  $R_1$ , и модули упругости  $E, E_1$ , а наименьшим – коэффициенты Пуассона  $v, v_{12}, v_{13}$ .

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Girard M. J. A. et al. Translating ocular biomechanics into clinical practice: current state and future prospects. Current Eye Research, 2015. Vol. 40, No. 1, P. 1 - 18.

2. Sigal I. A., Flanagan G. J., Ethier C. R Factors influencing optic nerve head biomechanics. Investigative Ophthalmology & Visual Science, 2005. Vol. 46, No. 11, P. 4189 – 4199.

3. Saltelli A., Annoni P. How to avoid a perfunctory sensitivity analysis. Environmental Modelling & Software, 2010. Vol. 25, No. 12, P. 1508 – 1517.C. 178 – 182.80.

4. Иомдина Е. Н., Бауэр С. М., Котляр К. Е. Биомеханика глаза: теоретические аспекты и клинические приложения./ Под ред. В. В. Нероева. М.: Реал Тайм, 2015. 208 С.

5. Bauer S. M., Voronkova E. B. Nonclassical shell theories in ocular biomechanics. Altenbach H., Mikhasev G.I., Shell and Membrane Theories in Mechanics and Biology. Cham: Springer International Publishing Switzerland, 2015. P. 81 - 97.

6. Kotliar K. et al. Effect of intravitreal injections and volume changes on intraocular pressure: clinical results and biomechanical model. Acta Ophthalmologica Scandinavica, 2007. Vol. 85, P. 777 – 781.

УДК 612.76(07)

Е.А. Иевлева

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

# ИССЛЕДОВАНИЕ СКОРОСТИ ПОТОКА В СЕПТАЛЬНОЙ АРТЕРИИ ВО ВРЕМЯ СЕРДЕЧНОГО ЦИКЛА

Введение. Гипертрофическая кардиомиопатия (ГКМП) – заболевание, которое характеризуется частыми ухудшениями диастолической функции левого желудочка, увеличением диаметра и значительным фиброзом миокарда [1]. ГКМП диагностируется двухмерной эхокардиографией, которая демонстрирует утолщение стенки и обструкцию выходного отдела левого желудочка [2]. Одним из видов лечебной стратегии, направленной на уменьшение обструкции выходного тракта левого желудочка, является чрескожная септальная абляция. Септальная абляция проводится путем селективного введения 100% этанола в септальную ветвь коронарной артерии. Это приводит к развитию небольшого инфаркта миокарда базальной части межжелудочковой перегородки, который приводит к ее истончению, что влечет за собой уменьшение градиента давления в выходном отделе левого желудочка и расширение выходного отдела левого желудочка [3].

*Цель работы:* выбрать временной интервал сердечного цикла для септальной абляции. *Задачи:* 

- 1. Разработать алгоритм исследования скорости потока в септальной артерии во время сердечного цикла;
- 2. Провести исследование влияния сокращения миокарда на гемодинамику в септальной артерии.

Критерием для выбора временного интервала является отрезок времени с максимальной скоростью потока в деформированной септальной артерии.

Алгоритм построен при использовании клинических данных, полученных в отделении эндоваскулярной хирургии Городской многопрофильной больницы № 2:

- 1. Ангиограммы септальной артерии (рис.1);
- 2. Эхокардиографического исследования деформации стенки миокарда в зоне расположения септальной артерии (рис.2).
- 3. Кривая давления на входе в септальную артерию во время сердечного цикла (рис.3).
- 4. Кривая скорости на входе в септальную артерию во время сердечного цикла (рис.4).



Рис. 1. Ангиограмма септальной артерии



Рис. 2. Эхокардиографическое исследование деформации стенки миокарда



Геометрическая модель септальной артерии построена по ангиограмме (рис. 1) в программе SolidWorks 2013.

Введены следующие допущения:

1. Давление на стенки септальной артерии численно равно напряжению в миокарде в зоне расположения этой артерии (из условий статической эквивалентности);

2. Материал стенки артерии сплошной, однородный, изотропный;

3. Давление равномерно распределено по поверхности сосуда;

4. Модуль упругости стенки сосуда *E*=0.8 МПа, коэффициент Пуассона µ=0.4;

5. Септальная артерия жестко закреплена по торцам в соответствии с принципом Сен – Венана.

Изменение эквивалентного напряжения в зоне расположения септальной артерии во время сердечного цикла определяется при использовании функциональной зависимости  $\varepsilon(t)$ , по клиническим данным и функциональной зависимости динамического модуля нормальной упругости от времени цикла [4]:
где  $\varepsilon_1$  – относительное удлинение в меридиональном направлении,  $\varepsilon_2$  – относительное удлинение в окружном направлении. Рассчитанные зависимости давления со стороны миокарда на стенки септальной артерии от времени сердечного цикла приведены на рисунке 5.



Рис. 5. Изменение давления со стороны миокарда на стенки септальной артерии во время сердечного цикла

В программе SolidWorks Simulation проведены вычисления перемещений стенки сосуда при шести значениях давления со стороны миокарда, которые показаны точками на рисунке 5. Поле перемещений стенки при давлении 70 кПа приведено на рисунке 6. С учетом этих перемещений построены модели деформированных септальных артерий. В этих артериях при шести значениях давления (рис.3) и скорости (рис.4) на входе в артерии в среде SolidWorks Flow Simulation рассчитаны скорости кровотока в артерии.



Рис. 6. Поле перемещений стенки септальной артерии при давлении 70 кПа



Рис. 7. Линии тока, окрашенные по величине скорости, в деформированной септальной артерии

На рисунке 7 приведены линии тока, окрашенные по величине скорости, в септальной артерии при входных давлении 13,3 кПа и скорости 0,8 м/с, а на рисунке 8 показана

зависимость скорости потока крови в наиболее деформированном участке сосуда от времени сердечного цикла. Наибольшая скорость потока крови наблюдается в наиболее деформированном участке сосуда в диастолу.



Рис.8. Изменение скорости потока в наиболее деформированном участке сосуда во время сердечного цикла

Выводы. Проведено исследование скорости потока в деформированной септальной артерии и построен график зависимости скорости потока крови в наиболее деформированном участке сосуда от времени сердечного цикла. Для наиболее благоприятного наполнения септальной артерии этанолом абляцию следует проводить во время диастолы, при максимальной скорости потока.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Кнышов Г. В., Залевский В. П. Гипертрофическая кардиомиопатия: Где мы сегодня в понимании проблем патофизиологии, диагностики и лечения. УДК: 616.127–007.61.

2. Заводчикова Е. Н. Гипертрофическая кардиомиопатия. Лекарственный вестник, № 7 (39) 2010 Том 5.

3. Осиев А.Г., Кретов Е.И. Новый подход к оценке результатов транскоронарной септальной аблации у больных с гипертрофической обструктивной кардиомиопатией. Журнал «Патология кровообращения и кардиохирургия», 2013, Том 17 №3, стр.46-49.

4. Бегун П.И. Биомеханическое моделирование объектов протезирования: учебное пособие СПб.: Политехника, 2011. – 464 с.

УДК 531/534:[57+61]

Н.М. Маслов, Ю.В. Акулич Пермский национальный исследовательский политехнический университет

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСИЛИЙ МЫШЦ НИЖНЕЙ КОНЕЧНОСТИ ЧЕЛОВЕКА ПРИ ДВИЖЕНИИ В РЕАБИЛИТАЦИОННОМ ТРЕНАЖЕРЕ

Введение. При травмировании нижней конечности или в случаях плановых операций на ней имеет место потеря движения конечности на некоторое время (примерно на полгода) и, как следствие, снижение уровня механических свойств костных тканей, обусловленное адаптацией кости к уменьшению нагрузок, т.е. дистальный и проксимальный отделы бедра теряют упругость и прочность губчатой костной ткани. Следовательно, при реабилитации необходимо восстановление механических свойств костных тканей до физиологически нормальных значений [1].

В настоящее время процесс восстановления осуществляется амбулаторно, путем лечебных нагрузок, которые назначаются по общей методике и носят неиндивидуальный характер (например, использование костылей, тренажеров пассивной реабилитации и др.).

При этом пациент не в состоянии контролировать, а в некоторых случаях и вообще не контролирует, нагрузки на нижнюю конечность, т.к. он не имеет ни специальных навыков, ни оборудования, позволяющего ему следить за уровнем нагрузок.

В результате этого могут возникать локальные перегрузки кости, разрушение трабекул, потеря конгруэнтности контактных поверхностей в суставах, и, как следствие, посттравматический артроз сустава. Разрушение костной ткани может привести к защемлению нервных окончаний и болевому синдрому после сращения кости, что может негативно сказаться на самочувствии пациента, юридическим последствиям для специалиста и медицинского учреждения, проводящем реабилитацию.



Рис. 1. Схема тренажерного устройства с упругим элементом.  $M_A$ ,  $M_B$  – главные моменты усилий мышц,  $\mathbf{G}_{1,2,3}$  – силы тяжести сегментов конечности, соответственно;  $\mathbf{F}_{\text{упр}}$ ,  $\mathbf{N}$  – сила упругости пружины и реакция опорной поверхности под пяткой, соответственно

Поэтому актуально назначение индивидуального режима лечебных нагрузок, гарантирующего восстановление кости без локального разрушения костной структуры. Для реализации такого режима нагрузок был рассмотрен способ реабилитации костной ткани нижней конечности человека с контролируемыми нагрузками в тренажере, создаваемыми отягощениями [2]. В тренажере (рис. 1) и под присмотром специалиста контролируется и нагрузка, и движение конечности, что снижает и сводит к нулю вероятность перегрузки и неправильного «хода» восстановления механических свойств костной ткани, таких как упругость и прочность, до физиологически нормальных значений.

Цель работы заключается в том, чтобы вычислить усилия активных мышц методом перемещений [3] с учётом сил инерции при движении нижней конечности пациента в реабилитационном тренажёре.

Выбор режима нагрузок возможен с помощью моделирования процесса адаптации костной ткани к возрастающим нагрузкам [1], [4]. Очевидно, что основой модели является пространственная краевая задача для костей восстанавливаемой конечности как упругой приспосабливающейся среды. Определение усилий мышц и реакций в суставах, необходимых для формирования силовых граничных условий краевой задачи, является фундаментальной проблемой биомеханики костно-мышечной системы, на решение которой направлена данная работа.

Отличительной чертой в данной работе является уточнение значений мышечных сил, вычисленных с помощью метода перемещений, силами инерции, а также в пошаговом применении метода. Критерием для сравнения точности решений принимается мера отклонения главных моментов мышечных сил в суставах конечности от их действительных значений, найденных путём решения прямой задачи динамики нижней конечности [2].

Также, при определении усилий мышц нижней конечности для сравнения решения была решена прямая задача динамики нижней конечности с помощью составления уравнений Лагранжа 2-го рода.

*Результаты.* Таким образом, согласно данным метода перемещений, взаимодействие мышц при сгибании конечности состоит в том, что бедро удерживается в равновесии, а

движение конечности из горизонтального положения осуществляется путём сгибания конечности в коленном суставе [1].

Голень сгибается усилиями трех мышц (тонкой, напрягателем широкой фасции и двуглавой мышцей бедра), а бедро - усилием прямой мышцы. Усилия этих мышц значительно увеличивают давление таза на головку бедра. Общее давление на дистальный отдел бедра несколько возрастает благодаря давлению коленной чашечки [1]. Сравнение усилий мышц, вычисленными в статье [1] и с учётом сил инерции, представлено на рисунке 2.



Рис. 2. Сравнение усилий мышц, участвующих в акте сгибания нижней конечности

Учёт сил инерции вместе с оптимизационным уточнением усилий мышц, рассмотренным в статье [1], способствует приближению решения метода перемещений к решению прямой задачи динамики, выбранной в качестве критерия точности (рис. 3).



Рис. 3. Сравнение главных суставных моментов

Представленный Выводы. подход позволяет установить активные мышцы тазобедренной мышечной группы и установить приближенные значения их усилий во время акта сгибания-разгибания. Учёт сил инерции приводит к перераспределению усилий мышц значительно увеличилось нагружение мышцы *m. Biceps femoris* (разгибатель бедра, сгибатель голени) (+257%), также увеличивается нагрузка по разгибанию бедра односуставной мышцей *m. Gluteus maximus* (1,3%), и уменьшилась для *m. Gracilis* (тонкая мышца) (-3.4%) и Tensor fascia lata (напрягатель широкой фасции) (-6.4%). Также происходит m. «выравнивание» усилий мышц во время акта сгибания-разгибания, что объясняется тем, что в работу включаются ранее не учтенные мышцы - m. Adductor brevis (короткая приводящая мышца), *т. Adductor minimus* (малая приводящая мышца бедра), что представляется более физиологичным.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Акулич Ю.В., Зинатулин Э.А. Методика определения усилий мышц и реакций в суставах при движении нижней конечности человека в реабилитационном тренажере// Российский журнал биомеханики. - 2011. Т. 14, № 4 (50): 87–96.

2. Акулич Ю.В., Акулич А.Ю., Подгаец Р.М., Торопицин М.Н. Динамика нижней конечности человека в положении лежа на спине // Российский журнал биомеханики. – 2003. – Т. 7, № 3. – С. 44–51.

3. Колесников Г.Н. Биомеханическая модель скелетно-мышечной системы, построенная без субъективных критериев оптимальности // Российский журнал биомеханики. – 2004. – Т. 8, № 3. – С. 19–29.

4. Akulich Yu.V., Denisov A.S., Nyashin Yu.I., Podgaets R.M., Akulich A.Yu. The influence of the scheme of loading variations on the recovering of the bone tissue elastic modulus // Russian Journal of Biomechanics. -1999. Vol. 3, No 3. -P. 63–72.

УДК 533.924

И.В. Мушников, Е.А. Степанов Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## ОСОБЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ КРОВОТОКА ЛАБОРАТОРНЫХ ЖИВОТНЫХ

Актуальность. По всему миру ежегодно применяется до 100 млн. лабораторных животных с целью проведения фундаментальных исследований, в том числе диагностики сердечно-сосудистой системы и функций мозга; изучения животных с вызванными заболеваниями, соответствующими человеческим (инсульт, болезнь Паркинсона); исследования средств лечения головных болей; токсикологических исследований (наркотических анальгетиков). В связи с этим возникает потребность в разработке и применении медицинских приборов, ориентированных на использование при диагностике и мониторинге состояний лабораторных животных [1–4].

Для измерения скорости кровотока одним из наиболее информативных и простых в методов является ультразвуковая доплерография. В основе применении метола ультразвуковой доплерографии лежит эффект изменения частоты ультразвуковой волны при отражении ее от движущихся частиц в крови. Анализ частоты доплеровского сдвига позволяет получить информацию о скорости кровотока в определенной области сосуда, зависящей от метода измерения доплерограммы и частоты ультразвукового излучения. Преимущества УЗ-доплерографии очевидны для медицинской диагностики: она позволяет проводить наблюдения в режиме реального времени, является неинвазивным и безопасным методом исследования параметров циркуляции крови и состояния сосудов, при этом, отсутствуют побочные эффекты для пациента, нет лучевой нагрузки и практически нет прямых противопоказаний, можно применять и у детей. УЗ-доплерография позволяет определять: анатомию сосуда; его деформации; состояние стенки сосуда; характер кровотока: ламинарный, турбулентный; наличие тромба или бляшки внутри сосуда; степень проходимости сосуда.

К настоящему времени на базе ультразвуковой доплерографии разработаны современные медицинские приборы, ориентированные для диагностики состояния здоровья человека, а именно для обследования сосудов головы и шеи, артерий и вен нижних и верхних конечностей и др. Учитывая малые размеры животных и высокую частоту сердечных сокращений (минутный объем сонной артерии крысы весом 200 г равен 122 мл, скорость кровотока в аорте в момент систолы достигает 255 мм/с; частота сердечных сокращений 286÷500 в минуту; частота сердцебиения мыши 520÷780 ударов в минуту), необходима разработка специальных модификаций приборов для доплерографии с рабочей частотой ультразвука 10 МГц или 20 МГц, а также изменение классических методов обработки и фильтрации входных данных.

Цели и задачи работы. Целью данной работы является разработка адаптированного алгоритма фильтрации сигналов применительно к ультразвуковой доплерографии крыс, т.е. рассчитанного на высокую частоту сердечных сокращений. Для выполнения цели необходимо было решить следующие задачи: изучение особенностей работы сердечнососудистой системы крыс; анализ научных публикаций по теме разработки; обзор коммерчески выпускаемых электронных компонентов для разрабатываемого устройства; выбор и обучение применению необходимых программных средств.

*Результаты.* Для иследования особенностей системы кровоснабжения крыс (рис. 1) был выполнен анализ кривой скорости кровотока (рис. 2), включая качественную и количественную оценки. Количественный анализ доплеровских кривых основан на оценке ряда характеристик: максимальной величины скорости кровотока в систолу, величины диастолической скорости кровотока, значении кривой средней скорости кровотока в систоле, средней за сердечный цикл скорости кровотока и расчетов диагностических индексов:

- индекса периферического сопротивления (резистентности, индекса Пурсело),
- систоло-диастолического индекса (индекса Стюарта),
- индекса пульсации (индекса Гослинга)
- индекса степени стеноза артерии (индекса Арбелли)

Традиционно алгоритм обработки сигналов заключается в фильтрации помех [5, 6], в основном, являющихся фоновыми помехами, наложениями венозных шумов и др. В силу того, что частота сердечных сокращений велика, встает проблема быстрой и качественной обработки данных, основывающейся на определении систолических максимумов на доплерограмме, относительно которых идет вычисление диагностических индексов. Обычно для этой задачи применяется быстрое преобразование Фурье, на вход которого подается массив из 512 дискретных точек для обработки. Для сохранения целостности информации при обработке сигнала, полученного при исследовании крыс, входной массив был уменьшен до 256 точек. Также был модифицирован алгоритм нахождения систолических пиков доплерограммы и снято ограничение максимального пульса 220 ударов, что соответствует предельной возможной измеряемой скорости сердечного ритма при исследовании людей.



Рис. 1. Подготовленная для проведения ультразвукового исследования сосудов головного мозга крыса



Рис. 2. Доплерограмма крысы

Выводы. Проведена оптимизация алгоритмов цифровой обработки сигналов, обеспечившая точность расчетов спектральных и скоростных характеристик кровотока и высокую помехоустойчивость применительно к ультразвуковой доплерографии мелких животных. Доплеровский спектроанализатор протестирован на лабораторных крысах на кафедре фармакологии в Первом Санкт-Петербургском государственном медицинском университете им. акад. И.П. Павлова.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Мурашев А.Н. Оценка адекватности модели артериальной гипертонии на крысах для изучения гипотензивных лекарственных средств. Токсикологический вестник, 2010, № 5(104), с. 36-41.

2. C.D. Adams, L.E. Evans, Ultrasound as a Diagnostic Tool in Equine and Small Animal Medicine. 1989, Iowa State University Veterinarian, Vol. 51, No.1, 6 c.

3. Biomedical technology and devices handbook / edited by James Moore and George Zouridakis. 2004, by CRC Press LLC, 776 c.

4. C.J. Hartley, A.K. Reddy, S. Madala, M.L. Entman, L.H. Michael, G.E. Taffet Doppler velocity measurements from large and small arteries of mice. Am J Physiol Heart Circ Physiol 301: H269–H278, 2011.

5. Яровой Н.И. Адаптивная медианная фильтрация. [Электронный ресурс] http://www.controlstyle.ru/articles/science/text/amf

6. Уолт Кестер Проектирование систем цифровой и смешанной обработки сигналов. 2010. Техносфера. 328с.

УДК 532.542

Я.Ф. Радченко, Я.А. Гатаулин Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# ИССЛЕДОВАНИЕ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В МОДЕЛИ СПИРАЛЬНОГО ГРАФТА УЛЬТРАЗВУКОВЫМ ДОПЛЕРОВСКИМ МЕТОДОМ

Большая часть кровеносных сосудов в организме являются извитыми: как капилляры, так и крупные артерии и вены. Извитости приводят к формированию закрученного течения крови, которое оказывает благотворное действие на сосудистую стенку [1]. Положительное влияние закрученного потока применяется для разработки протезов сосудов (графтов), разработчики которых утверждают, что спиральные графты превосходят стандартные протезы сосудов [2]. Показано, что в спиральных графтах уменьшается образование тромбов и гиперплазии интимы [3]. *Цель работы* – провести исследование с помощью ультразвукового доплеровского метода пространственного изменения закрученного течения в модели спирального графта при пульсирующем расходе.

Задачи работы:

1) собрать установку для исследования ультразвуковым доплеровским методом пульсирующего закрученного течения в модели спирального графта;

2) провести измерение максимальных осевой и окружной скоростей, получить распределение параметра закрутки вдоль модели спирального графта;

3) сравнить полученные данные с расчетными.

# Описание экспериментальной установки

Собрана установка (рис. 1), состоящая из: замкнутой системы трубок (1), по которым течет кровеимитирующая жидкость, приводимая в движение насосом (4); акустической ванночки с исследуемой моделью графта (2); ультразвукового сканера (3) и электромагнитного расходомера (5). В ванночке находится пластиковая форма, имеющая спиральный вырез круглого сечения (9 мм), в который вставляется силиконовая трубка (модель графта) и за счет этого принимает извитую форму (рис. 2).





Рис.1. Схема экспериментальной установки

Рис. 2. Модель спирального графта

Модель графта имеет следующие геометрические параметры:  $R_c = 6 \text{ мм} - \text{радиус}$  кривизны спирали, H = 40 мм - шаг спирали,  $R_0 = 3 \text{ мм} - \text{внутренний радиус трубки}$ .

Измерения проводились на водном растворе глицерина (36%), имеющем динамическую вязкость 0.004 Па·с и плотность 1000 кг/м<sup>3</sup>, близкие к характеристикам крови.

Насос работал в режиме пульсирующего расхода. Кривая среднерасходной скорости (рис. 3) близка к физиологической кривой общей сонной артерии [4].

## Методика измерений

Измерения максимальных осевой и окружной скорости проводились в момент максимального

расхода (t = 0.2 c) ультразвуковым допплеровским методом с помощью ультразвукового сканера LogicScan 64 в режиме цветного допплеровского картирования и импульсно-волновом режиме. Расход жидкости измерялся с помощью электромагнитного расходомера Nihon Kohden.



Рис. 3. Сравнение экспериментальной кривой среднерасходной скорости с физиологической кривой общей сонной артерии [4]

Измерения проводились вдоль модели спирального графта с шагом 1 см по оси модели в 9 сечениях.

Для измерения максимальной осевой скорости  $V_{z max}$  ультразвуковой датчик устанавливался под углом 60° к оси спирального графта, в программе сканера задавался доплеровский угол (угол между осью датчика и вектором измеряемой компоненты скорости) 60°, измерительный объем устанавливался вручную в место максимального значения скорости (светлая область на рисунке 4a). Далее строилась верхняя огибающая спектра скорости и записывалось максимальное значение осевой скорости.

Для измерения максимальной окружной скорости  $V_{\varphi max}$  ультразвуковой датчик устанавливался перпендикулярно к оси спирального графта, в программе сканера задавался доплеровский угол 0°, измерительный объем поочередно устанавливался в область отрицательных и положительных скоростей по направлению к датчику (рис.4б). Затем путем обработки верхней огибающей спектра положительных скоростей и нижней огибающей спектра отрицательных скоростей считывались значения скорости, и максимальная окружная скорость вычислялась как полусумма модулей положительной и отрицательной скоростей.

#### Результаты

На рисунке 4 представлены измеренные поля осевой скорости и проекции поперечной скорости на ось ультразвукового датчика. Заметно смещение к стенке модели графта максимума осевой скорости и центра вихря закрученного течения.



Рис. 4. Поля осевой скорости (а) и проекции поперечной скорости на ось датчика (б) в сечении l = 7 см

На основе измерений максимальных осевой и окружной скоростей в момент максимального расхода вдоль модели спирального графта построена зависимость параметра закрутки  $V_{\varphi max}/V_{z max}$  от координаты z/L, где z – координата вдоль оси спирального графта, L – длина витка спирали (рис. 5). Также было проведено сравнение полученных данных с расчетными. Расчет проведен в программном пакете ANSYS для таких же геометрических и физических условий, как в эксперименте, для двух входных профилей: параболического и плоского.

В модели спирального графта можно выделить два участка: начальный и основной. На начальном участке течение еще не установилось и имеется влияние входного профиля. На основном участке влияние входного профиля отсутствует, а параметр закрутки выходит на постоянный уровень примерно 0.25-0.3, что совпадает с интенсивностью физиологической закрутки [5]. Результаты измерений на основном участке хорошо согласуются с расчетами.

## Выводы

Результаты исследований пульсирующего течения в модели спирального графта показали, что при выбранных геометрических параметрах модели графта формируется закрученное течение, близкое к физиологическому.



Рис. 5. Сравнение измеренного и рассчитанного параметров закрутки вдоль модели спирального графта

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Ha H., Hwang D. et al. Fluid-Dynamic Optimal Design of Helical Vascular Graft for Stenotic Disturbed Flow // PLOS ONE, Vol. 9(10), 2014, P.16.

2. Caro et al. Intimal hyperplasia following implantation of helical-centreline and straight-centreline stents in common carotid arteries in healthy pigs: influence of intraluminal flow // Journal of the Royal Society Interface, Vol. 10, no.89, 2013, P.8.

3. Sun A.Q., Fan Y.B., Deng X.Y. Numerical Comparative Study on theь Hemodynamic Performance of a New Helical Graft With Noncircular Cross Section and SwirlGraft // Artif Organs, Vol. 34, 2010, P.22-27.

4. Hoi Y., Wasserman B.A., Xie Y.J. et. al. Characterization of volumetric flow rate waveforms at the carotid bifurcations of older adults // Physiol. Meas. Vol. 31. 2010. Pp. 291–302.

5. Кирсанов Р.И., Куликов В. П. Винтовое (вращательно-поступательное) движение крови в сердечно-сосудистой системе // Успехи физиологических наук, том 44, № 2, 2013, с. 62–78.

УДК 531/534: [57+61]

Д.В. Хорошев, О.Р. Ильялов Пермский Национальный Исследовательский Политехнический Университет

# ПОСТРОЕНИЕ ПОРОУПРУГОЙ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ МЕЖПОЗВОНОЧНОГО ДИСКА В ПОЯСНИЧНОМ ОТДЕЛЕ

Актуальность. Боль в спине – самый распространенный болевой синдром, не зависящий от возраста человека, который может возникнуть только однажды и исчезнуть без следа, а может возвращаться снова и снова. Как показывает врачебная практика, более половины населения периодически испытывают боли в спине и около 80% из них приходятся на поясничный отдел. Почти в половине случаев боль в поясничном отделе связана с грыжей межпозвоночного диска L4-L5.

Грыжа может образоваться при абсолютно разных условиях воздействия на межпозвоночный диск. Образование грыжи происходит поэтапно и рассматривается со стороны спинномозгового канала. Начальный этап – пролапс, едва заметное выбухание диска 2-3 мм. Далее происходит протрузия, при которой оно составляет 4-12 мм, и появляются корешковые боли. Предпоследний этап – экструзия, когда ядро уже порвало

кольца, и образовалась трещина, через которую вышла небольшая часть ядра. При этом возникает стойкий болевой синдром с атрофией мышц в иннервированной зоне. Завершающий этап – секвестрация, вытекание ядра в спинномозговой канал.

*Цель работы* – смоделировать поведение грыжи межпозвоночного диска L4-L5 на различных этапах её образования.

В работе рассматривается построение пороупругой конечно-элементной модели межпозвоночного диска в поясничном отделе в сагиттальной плоскости. Материал считается изотропным. Задача решается как пороупругая задача [1] теории Био. Физические характеристики модели взяты из литературного источника [2, с. 1983].

На рисунке 1 представлена расчетная схема модели. Рассматривается напряженно деформированное состояние межпозвоночного диска L4-L5. Предполагается, что верхняя поверхность замыкательной пластинки на позвонке L5 лежит горизонтально. Угол наклона горизонтали не учитывается. всего сегмента относительно Влияние связок на межпозвоночный диск учитывается с помощью внутридискового давления. Оно представлено распределенной нагрузкой, которая составляет Р1=16 кН/м [3, с. 33] и действует на границе пульпозного ядра. Позвонок L5 зафиксирован и его перемещения равны нулю. На верхнюю часть позвонка L4 действует распределенная нагрузка Р2=227 кН/м, что соответствует нагрузке в 500 кг.



Рис. 1. Расчетная схема

Приведено решение поставленной задачи с использованием программного пакета Ansys. Получены распределения перемещений, напряжений и деформаций. Представлено сравнение полученных перемещений с известными фактическими данными [4].



Рис. 2. Перемещения в м

*Результаты*. Результаты существенно расходятся с результатами моделирования, полученными авторами [4], из-за высокой жесткости модели. Перемещения на рисунке 2 показывают, что при осевой нагрузке наиболее подвижной является передняя часть фиброзного кольца, а наименее подвижной задняя. Осевое перемещение верхней средней точки позвонка L4 при осевой нагрузке в 5000 Н составляет 0.2 мм, что не вписывается в диапазон 3-5 мм данных [4]. Так же сравнение с известными экспериментальными данными [4] показывает существенное расхождение. Данный факт можно объяснить сильным упрощением модели межпозвоночного диска по отношению к реально существующему прототипу.

Из анализа данных на рисунке 3 следует, что наиболее деформируемые участки фиброзного кольца находятся в местах его прикрепления.



Рис. 3. Упругие деформации по Мизесу

Результаты, представленные на рисунке 4, показывают, что наибольшим напряжениям подвергается позвонок L4. Причём на краях позвонка они больше, чем в центре. Так же можно заметить, что в месте соединения позвонка L5 и передней продольной связки наблюдаются напряжения. Это, возможно, связано с углом наклона одного позвонка относительно другого.



Рис. 4. Напряжения по Мизесу в Па

Выводы. Построена конечно-элементная модель межпозвоночного диска L4-L5 в поясничном отделе. На основе анализа литературных источников задача моделирования межпозвоночного диска поставлена как пороупругая задача теории Био. Рассчитано НДС

межпозвоночного диска, найдены поля перемещений, деформаций и напряжений. Проведены сравнения результатов с экспериментальными данными. Дальнейшее моделирование процесса грыжеобразования требует использования трехмерного моделирования при помощи данных спирального МРТ, а также ввести учет накопления повреждаемости и поставить задачу как задачу вязкоупругопластичности.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Тверье В.М., Миленин А.С. Биомеханика моделирования диска височно-нижнечелюстного сустава как пороупругого тела//Российский журнал биомеханики. 2014. Т. 18. С. 294-310.

2. Jamie R. W., Raghu N. N., Gunnar B. J. Inclusion of regional poroelastic material properties better predicts biomechanical behavior of lumbar discs subjected to dynamic loading// Journal of Biomechanics. 2007. Vol. 40. P. 1981–1987.

3. Жарнов А.М., Жарнова О.А. Биомеханические процессы в межпозвонковом диске шейного отдела позвоночника при его движении//Российский журнал биомеханики. 2013. Т. 17. С. 32-40.

4. YL Zhou, QH Zhang and EC Teo. Effect of disc height and wedge angle on lumbar spine under axial compressive force//WACBE 2007 World Congress on Bioengineering, Bangkok, Thailand, 9-11 July 2007.

## СЕКЦИЯ «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

A. Avramenko<sup>1</sup>, O. Agafonova<sup>1</sup>, J. Sorvari<sup>1</sup>, H. Haario<sup>1</sup> <sup>1</sup>Lappeenranta University of Technology, Finland

# FLOW SIMULATION OVER A WIND TURBINE USING A FAST METHOD BASED ON DEPTH-AVERAGED EQUATIONS

*Introduction.* Wind energy is one of the most promising renewable energy sources and wind turbines are the most commonly used technology for extracting energy from the wind. During the last years, advanced CFD models have been developed, solving the full 3D Navier-Stokes equations to simulate the wind flow over the turbine [3, 6]. However, there normally exist many difficulties in simulating such flow like a complex geometry, the size of the domain and different length scales. Thus, it is very difficult to have a fine mesh for a boundary layers to achieve a sufficient resolution. Therefore, simplifications are needed in order to make modelling faster for a real optimization process. This can be accomplished by using depth-averaged equations for flow modelling.

Depth-averaged flow equations are mostly used to simulate shallow water flows. In this kind of flows the vertical characteristic length is much smaller that the horizontal one. Shallow water equations have been used for high Reynolds number turbulent water flows and mostly for open channels like in the modelling of a tidal flow in complex estuaries and for water flows in a lake or in a sea. Depth-averaged equations have been validated for flows in a closed channel, such as in a headbox of a paper machine [2]. In addition, this method was firstly used for optimization of Chevron-type plate heat exchangers by Lyytikainen [4] and it presents the general flow behavior with good accuracy.

The general idea of the current research is to use the depth-averaged equations for the modelling of the wind turbine. Even though some of the 3D flow characteristics are lost, this approach should describe the phenomena in the wind farm with relatively good accuracy so that it can be used in real time optimization work. In addition, the pre-processing, i.e., generating geometry and mesh, is a very complicated and time consuming part of the whole development process. With this approach, only one 2D mesh should be generated and the depth of the channel can be presented in every horizontal position with the source terms in governing equations. Thus, geometry pre-processing work can be skipped. In addition, modelling is much faster with a 2D mesh than with a 3D mesh.

*Methodology*. Simulations in this work have been performed with ANSYS Fluent. Depthaveraged conservation laws need to be derived in the same form as standard 2D-equations in ANSYS Fluent, such that all extra terms are included in the source terms [1]:

 $\nabla \cdot (\rho \vec{u}) = -\frac{\rho}{p} \vec{u} \cdot \nabla D = S_m$  - mass conservation law,

 $\nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla \mathbf{p} + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{u} S_m - \frac{32\mu \vec{u}}{D^2}$  - momentum conservation law,

where  $\mu$  is the dynamic viscosity, p is the pressure, D is the channel's depth,  $\rho$  is the density,  $\vec{u}$  is the depth-averaged velocity vector,  $\bar{\tau}$  is the stress tensor.

Often it is not possible to resolve the flow around the turbine exactly at an acceptable computational cost. An alternative to resolving the flow around the turbine exactly is to define an actuator disk region at the location of the turbine. In this way, the turbine is not modelled exactly, but the momentum transfered from the turbine to the fluid is predicted and added to the fluid within the actuator disk region. The momentum may be added as a volume source or it may be added by defining a boundary condition at the location of the actuator disk and prescribing a pressure jump. Porous Media Model in ANSYS Fluent was used to implement the actuator disc model for 3D simulation.

A new approach was developed especially for wind turbine modelling in 2D case. The main idea of this method is that the depth-averaged velocity obtained from 3D simulation should coincide with the results of 2D modelling. The turbine is presented as a rectangle where its length is the thickness of the turbine and the width - the diameter. Porous Zone Model is also applied to this region using UDF:

 $S_i = -\frac{\mu}{\alpha}u_i - C_2 \frac{1}{2}\rho u_i |\vec{u}|$ , where  $S_i$  is the source term for *i*-th (x,y,z) momentum equation,  $\vec{u}$ 

is the velocity vector. The coefficient of  $\frac{1}{\alpha}$  is also 0, but inertial resistance factor for this model differs from the same coefficient for 3D modelling. C2 is found numerically by comparing 3D and 2D simulations and it equals 0.11.

Results. The present study focuses on the numerical investigation of the wake development in a Nordtank NTK 500/41 wind turbine with LM 19.1 m blades described in Mikkelsen's thesis [5]. The modelling method developed in this work was used to compare average velocity for varius terrain designs and positions of wind turbines. The overall accuracy of the model is essential, but detailed point-wise velocities, pressures or turbulence quantities are not in main focus.  $\kappa - \varepsilon$  RANS simulation were performed using Ansys FLUENT. In this case, simulations used to compute the wind fields of the Nordtank NTK 500/41 wind turbine on the hill, described by the next equation:

 $z = He^{-\frac{(x-500)^2 + (y-400)^2}{3000}}$ , where H = 60 m is the height of the hill.

RANS simulation was performed in 2000 m × 800 m horizontal and 400 m vertical domain, in which x is streamwise direction and z the vertical one. The Ansys ICEM was used to build an hexahedral mesh of approximately 20 million volumes. Around the actuator disc, the grid was Hshaped and it was optimized to achieve sufficient resolution. Also, the mesh has been refined along the hill to model the boundary layer with the help of wall functions.

Figure 1 shows boundary conditions and the computational domain, including the swept disk of fluid to model the effect of the turbine via body forces, highlighted in green color.



Fig. 1. Computational domain and boundary conditions for flow simulation of the wind turbine

The computational domain for 2D simulation was 2000 m long (X-axis) by 800 m wide (Yaxis). The mesh consisted approximately 150 000 quad elements. The boundary conditions were uniform streamwise velocity at the inlet, outflow boundary condition at the outlet and the lateral walls of the domain was modeled as periodical. Figure 2 shows the velocity-vector field across the centre-plane of the hill in 3D modelling and the velocity distribution in 2D wind simulation.



Fig.2. Velocity-vector field across the centre-plane of the hill in 3D modelling and the velocity distribution in 2D wind simulation

Table 1 presents results of comparison between 3D and 2D depth-averaged velocity components for wind turbine simulations on the hill. In the light of validations discussed in these sections, the depth-averaged model is sufficiently accurate for the velocity calculations, but one should be cautious about using the depth-averaged model for detailed predictions of point-wise velocity components, pressure and other variables.

for which through simulations of the fifth									
Х	Y	$U_x_{3D}$	$U_x_2D$	Error (%)					
200	400	9.9421	9.98324	0.412					
500	400	10.2889	10.3415	0.5086					
700	400	9.5	9.12865	3.91					
1500	400	9.6181	9.72692	1.12					
500	200	10.0624	10.107	0.4412					
500	380	10.4728	10.4108	0.592					

Table 1. Comparison between 3D and 2D depth-averaged velocity components for wind turbine simulations on the hill

*Conclusion.* The investigation of the wind flow around turbine is the key issue in the product development of wind farms. CFD is a very promising tool to study wind behavior, but still one major challenge is the complex geometry of the wind farm. Modelling the detailed geometry and generating a high quality mesh, is extremely time consuming. Therefore, the development of faster modelling methods is of utmost importance in order to produce tools for real optimization work.

Replacing the full 3D flow by the depth-averaged equations makes it possible to save both human and CPU time. Using the depth-averaged approach the complex 3D geometry need not be modelled or discretized: instead, the geometry of the terrain is only described with source terms in the depth-averaged equations, which are then solved in a very simple and fixed 2D domain. The method is also very fast from the point of view of a computational time. Even though the depth-averaged equations lose some 3D flow characteristics, they are capable of presenting the general flow behavior with surprisingly good accuracy. Further, they speed up the optimization process and help in finding the best position of the wind turbines in the wind farm, which can be then examined with 3D modelling in more detail. The method introduced in this paper gives a good basis for the further development of the fast and efficient modelling of the wind farm. The present study focuses on the numerical investigation

#### **REFERENCES:**

1. Avramenko A., Agafonova O., Sorvari J., Heikki H., Numerical modeling of flow around a wind turbine using a fast method based on depth-averaged equations, 2015, Vol. 11 (6): P. 5057-5073, Global Journal of Pure and Applied Mathematics.

2. Hamalainen J., Tiihonen T., Modelling and simulation of fluid flows in a paper machine headbox, 1995, Issue 4: Applied sciences, P. 62-66, ICIAM 95.

3. Larsen G. C, Madsen H. A, Tompsen K, Larsen T. J., Wake meandering: a pragmatic approach, 2008, Vol. 11: P. 377-395, Wind Energy.

4. Lyytikainen M., Modelling and Optimising of Chevron-type Plate Heat Exchangers, 2009, PhD thesis, University of Kuopio, Finland.

5. Mikkelsen R., Actuator Disc Methods Applied to Wind Turbines, 2003, Dissertation, Technical University of Denmark, ISBN 87-7475-296-0.

6. Sanderse B., Pijl S. P., Koren B., Review of computational fluid dynamics for wind turbine wake aerodynamics, 2011, Vol. 14: P. 799819, Wind Energy.

## Н.И. Зайцева, С.В. Березин Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ГАУССОВСКОГО СЛУЧАЙНОГО ПОЛЯ ПО ВЫБОРКЕ МАЛОГО ОБЪЕМА, НАБЛЮДАЕМОЙ НА ДИСКРЕТНОМ МНОЖЕСТВЕ

Введение. Модель случайного гауссовского поля часто встречается на практике в связи с изучением свойств поверхностей, форма которых подвержена флуктуациям, вызванным влиянием большого количества разнообразных факторов [1]. При таком моделировании естественным образом возникает задача *оценки параметров* указанного поля по экспериментальным данным.

В настоящей работе в качестве простейшей модели рассматривается гауссовское случайное поле  $\xi(\vec{x})$  на плоскости, обладающее свойствами однородности и изотропности, причём считается, что его нормированная корреляционная функция имеет заданный параметрический вид  $\rho(r; \alpha)$ . Такое поле полностью определяется тремя скалярными параметрами – средним  $\mu$ , дисперсией  $\sigma^2$ , а также параметром корреляционной функции  $\alpha$ . Однако, на практике приходится оценивать не только указанные параметры поля, но и вычисленные на их основе вероятности каких-либо событий. В частности, далее мы будем интересоваться вероятностью  $p(\alpha, b)$  того, что ордината случайного поля в заданной точке плоскости находится в некотором интервале значений от а до b.

Особенностью рассматриваемой нами задачи является то, что из эксперимента считаются известными всего лишь несколько реализаций поля  $\xi(\vec{x})$ , причем все они заданы только в некотором дискретном наборе точек. Такая ситуация характерна при работе с уникальными дорогостоящими объектами, натурные замеры характеристик которых производятся в ручном режиме и представляют из себя крайне трудоёмкий процесс (например замеры формы крыла самолёта).

В указанной ситуации говорят о *малых выборках* и для таких выборок методы классической статистики оказываются не совсем адекватными, поэтому приходится прибегать к использованию специальных методов *статистики малых выборок* [2,3,4].

Постановка задачи. Имеется несколько реализаций случайного поля  $\xi_1(\vec{x}),...,\xi_N(\vec{x})$ , заданных в дискретном наборе точек  $\{\vec{x}_i\}_{i=1}^n$ ; эти реализации мы сгруппируем в выборку из гауссовских случайных векторов  $\{\vec{\xi}^{(k)}\}_{k=1}^N$ , где  $\vec{\xi}^{(k)} = (\xi_k(\vec{x}_1), ..., \xi_k(\vec{x}_n))^T$ . Для простоты считаем, что задан вид нормированной корреляционной функции  $\rho(r; \alpha) = e^{-\alpha^2 r^2/2}$ . Из свойств однородности и изотропности исходного поля  $\xi(\vec{x})$  следует, что все компоненты случайного вектора  $\vec{\xi}^{(k)}$  имеют распределение  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  с одними и теми же параметрами, однако являются зависимыми случайными величинами. Корреляционная матрица имеет вид  $\Re(\alpha) = \{\Re_{i,j}(\alpha)\}_{i,j=1}^n$ , где  $\Re_{i,j}(\alpha) = e^{-\alpha^2||\vec{x}_i - \vec{x}_j||^2/2}$ . По указанной выше выборке необходимо оценить параметры  $\mu, \sigma^2, \alpha$  и p(a, b).

*Метод решения*. В классической статистике параметры  $\mu$  и  $\sigma^2$  оценивают с помощью, соответственно, выборочного среднего  $\hat{\mu}$  и дисперсии  $\hat{\sigma}^2$ , а вероятность p(a, b) по параметрической формуле

$$\hat{p}(a,b) = (2\pi\hat{\sigma}^2)^{-1/2} \int_a^b \exp\left(-\frac{(x-\hat{\mu})^2}{2\hat{\sigma}^2}\right) dx.$$
(1)

В данной работе указанные оценки предлагается модифицировать с целью повышения их точности в условиях малой выборки.

Если зафиксировать *i*-ю компоненту вектора  $\vec{\xi}^{(k)}$ , тогда для неё мы получим одномерную выборку из независимых случайных величин. Используя классические выборочные оценки, мы можем оценить математическое ожидание  $\hat{\mu}_i$  и дисперсию  $\hat{\sigma}_i^2$  для этой компоненты вектора. Поскольку все компоненты одинаково распределены, для улучшения финальных оценок можно применить метод наименьших квадратов, который в данном случае сводится к формулам  $\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} \hat{\mu}_i$  и  $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} \hat{\sigma}_i^2$ . Кроме того, для дисперсии предлагается использовать модифицированную оценку из [3,4]:  $\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{N+1} \sum_{k=1}^{N} (\xi_i^{(k)} - \hat{\mu}_i)^2$ . Эта оценка в случае малой выборки дает большую точность, поскольку основана на минимизации относительного среднеквадратического отклонения (ОСКО).

При построении оценки параметра  $\alpha$  предлагается сначала воспользоваться методом максимального правдоподобия для пары фиксированных компонент вектора  $\vec{\xi}^{(k)}$ , и из минимизации соответствующей функции правдоподобия найти оценку  $\hat{\alpha}_{i,j}$ , а затем по методу наименьших квадратов найти оценку  $\hat{\alpha}$ .

Оценку вероятности  $\hat{p}(a, b)$  предлагается находить через оценку плотности распределения  $\hat{f}(x)$  компонент вектора  $\vec{\xi}^{(k)}$  по формуле

$$\hat{p}(a,b) = \int_{a}^{b} \hat{f}(x) \, dx. \tag{2}$$

В свою очередь в качестве  $\hat{f}(x)$  предлагается брать ядерную оценку: в показано [2], что в случае малых выборок такой метод являются более точным, чем традиционные методы, основанные на группировке наблюдений (гистограммы). Мы используем ядерную оценку вида

$$\hat{f}_{h}(x) = (nNh)^{-1} \sum_{k=1}^{N} \sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - \xi_{i}^{(k)}}{h}\right),$$
(3)

где K(x) — ядерная функция, а h — параметр сглаживания [5].

Погрешность оценки  $\hat{f}_h$  функции f определяют через относительное интегральное среднеквадратическое отклонение (ОИСКО)  $\delta^2(\hat{f}_h, f) = \|f\|^{-2}\mathbb{E}\|\hat{f}_h - f\|^2$ (см. [6]). Таким образом, задача нахождения оценки  $\hat{f}_h(x)$  сводится к подбору параметра сглаживания h и вида ядерной функции K(x) из условия минимизации указанного отклонения [7].

В настоящей работе предлагается рассмотреть две ситуации. В первом случае считается, что ядерная функция является плотностью стандартного нормального закона  $K(x) = (2\pi)^{-1/2} e^{-x^2/2}$ , а минимум ОИСКО ищется по параметру *h*. Можно показать, что ОИСКО имеет вид

$$\delta^{2}(\hat{f}_{h},f) = \delta^{2}(\eta,\alpha) = 1 + \frac{1-1/N}{\sqrt{1+\eta^{2}}} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2+\eta^{2}}} + \frac{1}{n^{2}N} \sum_{l_{1},l_{2}=1}^{n} (1 - \Re_{l_{1},l_{2}}(\alpha) + \eta^{2})^{-1}, \quad (4)$$

где  $\eta = h/\sigma$ . Оптимальная оценка параметра h находится с привлечением идей минимаксного подхода [8], в котором вместо задачи  $\min_{\eta} \delta^2(\hat{f}_h, f)$  решают более простую задачу  $\min_{\eta} \max_{\alpha} \delta^2(\eta, \alpha)$ . Оценку оптимального значения параметра  $\hat{h}_{opt}$  тогда можно вычислять по формуле  $\hat{h}_{opt} = \eta_{opt} \hat{\sigma}$ , где  $\eta_{opt}$  является решением указанной минимаксной задачи.

Во втором случае предлагается искать оптимальную форму ядерной функции, причём не рассматривается зависимость этой функции от параметра сглаживания (он уже включён в вид ядра K(x)). Ядерную оценку тогда можно записывать в виде

$$\hat{f}_{K}(x) = (nN)^{-1} \sum_{k=1}^{N} \sum_{i=1}^{n} K(x - \xi_{i}^{(k)}).$$
(5)

Оптимальная форма ядра может быть найдена аналитически. Она имеет вид

$$K_{opt}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{n^2 N} \sum_{l_1, l_2 = 1}^{n} e^{\sigma^2 \mathscr{R}_{l_1, l_2}(\alpha) z^2} + 1 - \frac{1}{N} \right)^{-1} e^{-izx} dz.$$
(6)

Таким образом, можно получить две ядерные оценки для плотности распределения, и, следовательно, две оценки для  $\hat{p}(a, b)$ .



*Результаты.* В данной работе были построены оценки параметров  $\mu, \sigma^2, \alpha$  и p(a, b). Все указанные оценки были исследованы с помощью вычислительного эксперимента. Для параметра  $\sigma^2$  предлагается оценка, которая дает большую точность для выборки малого объема, чем классическая. На рисунке 1 можно увидеть сравнение ОСКО стандартной статистической оценки и построенной в данной работе.

Для параметра p(a,b) в данной работе были получены две оценки: основанная на оптимизации по параметру сглаживания h и основанная на подборе оптимальной формы ядерной функции K(x). Сравнение погрешностей этих оценок и погрешности стандартной параметрической оценки (1) приведено на рисунке 2. Таким образом, для малого объема выборки полученные оценки дают большую точность, чем параметрическая оценка.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Хусу А.П., Витенберг Ю.Р., Пальмов В.А. Шероховатость поверхностей (теоретико-вероятностный подход). М.: Наука. 1975.

2. Гаскаров Д.В., Шаповалов В.И. Малая выборка. М.:Статистика. 1978.

3. Заяц И.О., Череменский В.Г. О применении методов статистики малой выборки к решению задач надежности причальных сооружений // Научно-технические проблемы надежности морских портовых сооружений. М.: Транспорт. 1988. С. 66-75.

4. Заяц О.И., Адамович С.С., Адамович Е.Ю. Сравнительный анализ точности ядерных и классических оценок плотности в условиях малой выборки. Л.: ЛГТУ, 1991. С. 1–53.

5. Rosenblatt M. Remarks on some nonparametric estimates of a density function // Annals of Mathematical Statistics. 1956. Vol. 27, no. 3. P. 832-837.

6. Davis K.B. Mean integrated square error properties of density estimates // Annals of Mathematical Statistics. 1977. Vol. 5, no. 3. P. 530-535.

7. Епанечников В.А. Непараметрическая оценка многомерной плотности вероятности // Теория вероятностей и ее применения. 1969. № 1. С. 156-161.

8. Бенткус Р., Казбарас А. Оптимальные статистические оценки плотности распределения в присутствии априорной информации // Литовский математический сборник. 1981. Т. 22 № 3. С. 29-39.

УДК 004.93'11

# Д.А. Савчук, И.В. Штурц, С.Ю. Беляев Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# УПРАВЛЕНИЕ ОБЪЕМНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИЕЙ ТОМОГРАФИЧЕСКИХ ДАННЫХ С ПОМОЩЬЮ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ

Актуальность. В современной медицине, в частности хирургии, часто используются методы диагностики, основанные на данных компьютерных и магнито-резонансных томографов (КТ и МРТ). В традиционной форме это изображения сечений (2D проекций) тела человека в различных плоскостях. Врач, исследуя набор этих изображений, должен определить ту или иную патологию организма или спланировать операцию. Для этих целей гораздо большую наглядность имеет объемное изображение, восстановленное по сечениям.

Программа визуализации объемных изображений должна иметь инструмент управления процессом визуализации с удобным интерфейсом пользователя. Управление заключается в выделении тканей и органов, регулировке цвета и прозрачности вокселов (объемных элементов), и т.п. Как пример, уметь показывать кости черепа сквозь визуализированный с прозрачностью кожный покров.

Существующие подходы. Одним из механизмов управления визуализацией, а также фильтрации исходных данных является передаточная функция. Передаточная функция – это отображение значений плотности вокселов в множество RGBA {цвет, прозрачность}.

Кинделман [1, 2] определил передаточную функцию как функцию, зависящую от плотности и производных в точках трехмерного объекта. Он также предложил полуавтоматический алгоритм генерации самой функции, однако его метод недостаточно гибок для управления визуализацией. Удобным способом представления передаточной функции (в силу ее дискретности в нашем случае) являются LH гистограммы [3]. Данный подход позволяет нормировать производные, вычисленные в тех же точках объекта, что и в предыдущем методе.

Цель и задачи работы. Целью работы является улучшение качества визуализации объемных КТ и МРТ данных используя функцию передачи. Работа посвящена разработке алгоритма и программы визуализации с удобным интерфейсом пользователя. Основным достоинством предлагаемой реализации является автоматическая генерация передаточной функции, а также разделение области применения передаточной функции на локальные области исходного объема. Предлагаемый подход является новым и позволяет добиться лучших результатов визуализации.

Передаточная функция к-й размерности в общем случае определяется [1] как:

$$TF: Z^{k+1} \to RGBA, m. u. \forall x, y, z \in Z, g_i = D^i_{\overrightarrow{v_f}} f(x, y, z) \land$$
$$TF(g, g_1, \dots, g_k) \to (rgb, a),$$
(1)

где  $(\nabla)^i f - i$  я производная по направлению градиента плотности в точке объекта. ТГ - передаточная функция, x,y,z – задают целочисленные координаты вокселов.

Построение гистограммы исходных объемных данных. Гистограмма задает соответствие некоторых свойств количеству повторения этих свойств в исходных данных. В нашем случае для объемных данных таким свойством является первая или вторая производная плотности в каждом вокселе. На рисунке 1 представлен пример гистограммы первой (а) и второй (в) производной по плотности для объемных КТ данных, результат визуализации которых представлен на рисунке 1(б).

Для возможности управления визуализацией необходимо задать способ интерактивного задания параметров в интерфейсе пользователя. Мы выбрали способ визуализация функции передачи в виде редактируемых геометрических примитивов, отображаемых поверх гистограммы первых и вторых производных плотности вокселов объема, как на рисунке 2 (a,б).

Построение отображения. Для достижения наилучшего результата визуализации было решено строить локальную функцию передачи для каждой определенной области исходных данных независимо. При этом для сглаживания границы между областями производится интерполяция значений на границе областей применения различных передаточных функций. На рисунке 2(г) показан результат работы алгоритма, использующего несколько передаточных функций, действующих на разных частях кости черепа. Такой подход позволил избавиться от множества шумов в области челюсти и висков, которые видны на рисунке 1(б).



Рис. 1. (а) гистограмма первой производной с линией средних значений, (б) визуализация объекта с некоторой передаточной функцией, (в) гистограмма второй производной с линией средних значений. f – значение плотности **V**<sup>*i*</sup>-производная по направлению градиента

Автоматическая генерация передаточной функции. Основная идея метода заключается в нахождении характеристической функции гистограммы, определенной по Формуле (2), при помощи которой легко найти области на гистограмме, отвечающие границам различных тканей; эти области выделены кружками на рисунке 2 (в, д). Результатом работы алгоритма является множество геометрических фигур, покрывающих области на гистограмме, соответствующие однородным областям на исходных объемных данных (т.е. не границам). Далее при помощи интерфейса взаимодействия с функцией передачи легко управлять прозрачностью и цветом той или иной ткани при визуализации

$$g(v) = AVG(H(v,f')), h(v) = AVG(H(v,f''))$$

$$a(v) = f''/f' \Leftrightarrow a(v) = h(v)/g(v) + o(v^2),$$
(2)

где a(v) – характеристичекая функция.

Результаты. По результатам реализации нескольких подходов к использованию передаточной функции был проведен анализ качества визуализации предлагаемым методом по сравнению с существующими реализациями. В качестве метрики для сравнения был выбран показатель зашумленности результирующего изображения, как Q - отношение количества вокселов, верно отображающих выбранный вид ткани (кожа, кости, мягкие ткани) к общему числу отображенных вокселов (при условии, что все вокселы, соответствующие выбранной ткани, присутствуют в изображении).



Рис. 2. (а) передаточная функция для верхней части, (б) передаточная функция для нижней части, (в) голубая линия отвечает средней первой производной, красная средней второй, зеленая - характеристическая функция, (г) результирующая визуализация, (д) гистограмма первых производных, фиолетовыми кружками отмечены нули характеристической функции.

В таблице 1 приведены результаты сравнения по этой метрике трех вариантов предлагаемого подхода и двух существующих решений. Видно, что передаточная функция второго порядка позволяет получать изображение практически без шумов.

Табл. 1. Численные результаты сравнения качества визуализации различными методами для трех КТ снимков головы

Источник	Q для кости, %	Q для кожи, %	
Предлагаемый метод, передаточная функция первого порядка	84.8	65.7	
Предлагаемый метод, передаточная функция второго порядка	88.9	84.3	
Предлагаемый метод, передаточная функция второго порядка с			
локальным разделением и автоматической генерацией	95.6	97.3	
Slicer3D [4]	86.9	72.7	
Enhanced Isosurface Rendering [5]	89.7	95.3	

На рисунке 3 (а, б) приведены изображения результатов визуализации с помощью популярного продукта [5] и нашим методом. Видно, что на первом присутствуют артефакты - "усы" (отражения рентгеновских лучей от металлических имплантов зубов пациента) и множество шумов.



Рис. 3. Результаты визуализации: (а) из источника [5], (б) предлагаемый метод

*Выводы.* Таким образом, разработанный нами алгоритм позволил избавиться от артефактов и шумов и добиться достоверной и гладкой поверхности черепа при визуализации.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Gordon Kindlmann, James W. Durkin, Semi-automatic generation of transfer functions for direct volume rendering, p.79-86, October 19-20, 1998, Research Triangle Park, North Carolina, USA ISBN: 0-8186-9180-8.

2. Joe Kniss, Gordon Kindlmann, Charles Hansen "Multidimensional Transfer Functions for Interactive Volume Rendering", IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics Volume 8 Issue 3, July 2002 Page 270-285.

3. Petr Šereda, Anna Vilanova, Frans A. Gerritsen «Automating Transfer Function Design for Volume Rendering Using Hierarchical Clustering of Material Boundaries», Switzerland ©2006, p.243-250- ISBN:3-905673-31-2.

4. URL <u>https://www.slicer.org/</u> - официальный сайт продукта Slicer3D.

5. "Efficient and Effective Volume Visualization with Enhanced Isosurface Rendering", arXiv:1202.5360v1 [cs.GR] 24 Feb 2012.

УДК 575.17

А.А. Черткова<sup>1</sup>, Дж. Шиффман<sup>2</sup>, В.В. Гурский<sup>1,3</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого; <sup>2</sup>Университет Южной Калифорнии, США; <sup>3</sup>Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ РЕГУЛЯТОРНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ДНК

Актуальность. Ключевым элементом математических моделей эволюции является реалистичное описание связи между генотипом и фенотипом, в частности, учитывающее регуляторные взаимодействия внутри генных сетей. Подход, основанный исключительно на анализе изменчивости геномной последовательности, очевидно, не позволяет отследить явления, вызванные системными взаимодействиями. К примеру, исследования показали, что аффинность сайтов связывания транскрипционных факторов может слабо коррелировать с их фенотипической значимостью, что противоречит естественному предположению об аффинности как факторе естественного отбора [1, 2, 3, 4]. В представленной работе исследована вычислительная модель эволюции в рамках модели генной сети, связывающей регуляторные районы генов («генотип») с их экспрессией («молекулярный фенотип») и основанной на комбинации термодинамического подхода и уравнений реакции-диффузии [2].

Цель и задачи работы. Целью работы является исследование эволюционной динамики регуляторных последовательностей четырех генов из класса "gap" (гены hunchback, Kruppel, giant и knirps), контролирующих сегментацию эмбриона Drosophila melanogaster, для популяции, находящейся в условиях отрицательного естественного отбора при высокой вероятности точечных мутаций. С помощью вычислительной модели изучены закономерности изменчивости распределений для энергии связывания сайтов восьми транскрипционных факторов (белки Hunchback, Kruppel, Giant, Knirps, Bicoid, Caudal, Tailless и Huckebein), регулирующих транскрипцию генов "gap".

Методы исследования. Регуляторные последовательности каждого поколения были получены с помощью случайных мутаций и рекомбинаций соответствующих последовательностей предыдущего поколения, и паттерны экспрессии были вычислены для каждой последовательности с использованием модели экспрессии генов. Результатом работы этой модели являются концентрации продуктов экспрессии (мРНК и белков). Для определения вероятности дать потомство паттерны экспрессии для каждого гена сравнивались с таковыми для дикого типа: чем ближе значения концентраций продуктов к исходным, тем более жизнеспособен получившийся организм. Степень близости к дикому типу определялась следующей величиной:  $F = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{p,a,i,t} (u^p(a,i,t) - U^p(a,i,t))^2}$ , где N – общее число слагаемых в сумме,  $u^p(a,i,t)$  – концентрация продукта p (p = мРНК или белок) для мутированной регуляторной последовательности,  $U^p(a,i,t)$  – то же для дикого типа, для всех генов a, ядер i в эмбрионе и времён t. Суммирование производилось по всем значениям индексов, для которых были доступны экспериментальные данные по дикому типу.

Эволюционные траектории сайтов присоединения транскрипционных факторов по организмам каждого поколения вычислялись с помощью отслеживания координат начала сайтов. В ходе вычисления траекторий для всех восьми транскрипционных факторов, участвующих в регуляции транскрипции исследуемых генов, были выделены сайты, которые существуют во всех поколениях и не меняют своей позиции на ДНК («основные сайты»).

*Результаты.* Эволюция последовательностей, подвергающихся довольно большому количеству мутаций, привела к упрощению состава регуляторных районов, что выражалось в значительном сокращении числа сайтов присоединения с течением эволюции (рис. 1).

Многие сайты дикого типа исчезали практически сразу, однако были и те, которые оставались до последнего поколения (основные сайты). Распределение времен жизни сайтов представлено на рисунке 2А. Аффинность основных сайтов практически не менялась с течением эволюции: на рисунке 2Б представлены распределения их энергий присоединения для поколений 1, 500 и 3350; однако в целом с течением эволюции наблюдалась тенденция сохранения сайтов с более высокой энергией присоединения. Функциональная значимость основных сайтов (степень их влияния на экспрессию в генной сети), вычисляемая с помощью модели, существенно отличалась от функциональной значимости остальных типов сайтов (рис. 2В).

Исследование сайтов в окрестности основных сайтов показало важность эффектов кооперативности: сайты, находящиеся вблизи основных, демонстрировали повышенную функциональную значимость (рис. 2В), а также более продолжительное время жизни: на Рис. 2Г синим показано распределение времен жизни всех сайтов, кроме основных, а красным – всех соседствующих с основными сайтами.



Рис. 1. Динамика относительного числа сайтов различных транскрипционных факторов с течением эволюции



Рис. 2. Статистика для основных сайтов и сайтов из их окрестности

Выводы. Эволюция регуляторных последовательностей генов "gap" в условиях высокой скорости мутаций приводит к существенному упрощению этих последовательностей в терминах сайтов связывания транскрипционных факторов. Это свидетельствует о том, что в системе происходит существенное перераспределение регуляторных ролей между сайтами. Наиболее функционально значимые (основные) сайты демонстрируют устойчивость как в положении на ДНК, так и в энергии связывания (аффинности). Окрестность основных сайтов также демонстрирует эволюционную устойчивость, связанную с влиянием кооперативного связывания и пересечения между сайтами.

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-01-00648-а.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Kozlov, K.N., Gursky, V.V., Kulakovskiy, I., Samsonova, M.G.: Sequence-based model of gap gene regulatory network. BMC genomics 15(Suppl 12), 6 (2014).

2. Kozlov, K.N., Gursky, V.V., Kulakovskiy, I.V., Dymova, A., Samsonova, M.G.: Analysis of functional importance of binding sites in the Drosophila gap gene network model. BMC genomics 16(Suppl 13), 7 (2015).

3. Parker, D.S., White, M.A., Ramos, A.I., Cohen, B.A., Barolo, S.: The cis-regulatory logic of Hedgehog gradient responses: key roles for gli binding affinity, competition, and cooperativity. Science signaling 4(176), 38-38(2011).

4. Ramos, A.I., Barolo, S.: Low-affinity transcription factor binding sites shape morphogen responses and enhancer evolution. Philosophical transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological sciences 368(1632), 20130018-20130018 (2013).

А.В. Дмитренко<sup>1</sup>, М.Г. Самсонова<sup>1</sup>, В.В. Гурский<sup>1, 2</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого; <sup>2</sup>Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе

# СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МОЛЕКУЛЯРНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ РЕГУЛЯТОРНЫХ РАЙОНОВ ДНК В ЭУКАРИОТИЧЕСКИХ КЛЕТКАХ

Введение. Транскрипционные факторы (ТФ) регулируют активность генов посредством связывания с ДНК в участках генома, называемых энхансерами или регуляторными районами. Различные комбинации сайтов связывания ТФ на ДНК, занятых белком или свободных, формируют молекулярные конфигурации энхансеров, определяющие скорость транскрипции генов-мишеней. В этом исследовании проводится стохастическое моделирование формирования таких конфигураций в регуляторном районе гена giant (ген сегментации из класса "gap", участвующий в контроле сегментации эмбриона Drosophila melanogaster) для восьми транскрипционных факторов, регулирующих транскрипцию giant.

*Цель работы*. Основной целью работы является исследование особенностей взаимодействия молекул ТФ между собой и с ДНК в динамическом процессе поиска белкомрегулятором своего специфичного сайта связывания.

Результаты. На основе ранее предложенных моделей [1,2,3] нами разработана новая модель формирования конфигураций регуляторных районов, реализующая подход агентного моделирования. Процесс поиска транскрипционным фактором своего целевого сайта связывания является комбинацией трехмерной диффузии молекул ТФ внутри клеточного ядра, движения в окрестности ДНК и одномерного скольжения вдоль ДНК. Молекулы ТФ представляются объектами, которые способны совершать различные типы передвижений в окрестности и на ДНК. Процесс поиска разделяется на несколько стохастических реакций, связанных с присоединением свободной молекулы ТФ к неспецифичным сайтам на ДНК. отсоединением от ДНК, скольжением молекулы ТФ вдоль ДНК, а также с различными видами скачков в окрестности сайтов связывания [4,5] (рис. 1). Модели этого процесса были исходно разработаны и исследованы на примере прокариотических систем. В представленной работе эти модели распространены на эукариотические клетки с учетом особенностей ТФ, регулирующих рассматриваемую систему генов. В модели учитывается механизм короткодействующей репрессии для ТФ-репрессоров [2], области недоступности ДНК, связанные с различными конформационными изменениями, а также характерное распределение коэффициентов диффузии ТФ, установленное экспериментально в исследовании процесса поиска ТФ сайтов связывания в клетках млекопитающих [6].

Была проведена серия вычислительных экспериментов, каждый из которых состоял из 50 тысяч стохастических симуляций некоторого промежутка биологического времени. В основе модели лежит алгоритм Гиллеспи, оптимизированный по методу первой реакции. Общее число молекул ТФ каждого вида было выбрано соответствующим распределению этих ТФ в середине центральной (А-Р) оси эмбриона (табл. 1).

Табл. 1. Общее число молекул в вычислениях для белков Kruppel (Kr), Hunchback (Hb), Giant (Gt), Bicoid (Bcd), Knirps (Kni), Caudal (Cad), Tailless (Tll) и Huckebein (Hkb), регулирующих транскрипционную активность гена *giant*.

ΤΦ	Kr	Hb	Gt	Bcd	Kni	Cad	T11	Hkb
Число молекул	5730	5730	127	782	1	1530	68	225

Первые результаты новой модели описывают динамику отдельных процессов, связанных с формированием молекулярных конфигураций регуляторных районов. Эти процессы включают в себя различные взаимодействия белков с ДНК и между собой в открытых участках ДНК (рис. 1). Стохастические симуляции описывают динамику молекул в энхансере гена *giant* на протяжении 1 минуты биологического времени с шагом в 10 секунд.



Рис. 1. Динамика молекул ТФ в окрестности и на ДНК. Зеленым цветом обозначены доступные для присоединения районы ДНК; серым обозначены позиции на ДНК, которые занимает белок при реакции связывания; красным обозначены регионы закрытого хроматина; синим на молекуле ТФ обозначен связывающий домен. Стрелками указаны возможные передвижения молекул с последующей реакцией связывания. Красный крест означает, что в данной позиции связывание невозможно. В этом случае белок продолжает искать позицию для присоединения или возвращается в состояние 3D диффузии



Рис. 2. Распределение числа столкновений между молекулами ТФ на одну позицию в ДНК, произошедших за 10, 30 и 60 секунд биологического времени. Показан результат усреднения по 50 тыс. стохастических симуляций для каждого времени

Динамическое изменение состояний системы с течением времени иллюстрирует распределение частот столкновений между молекулами ТФ в каждой позиции ДНК. При этом учитываются случайные столкновения между ТФ в процессе 3D диффузии и ТФ на ДНК, между ТФ на ДНК в результате реакции слайдинга, а также при прыжках молекул с одной позиции на ДНК на другую (рис. 2).

Наиболее важным результатом является анализ занятости сайтов специфичного связывания ТФ. В рамках термодинамического подхода можно ожидать, что вероятность занятости будет подчиняться распределению Больцмана [7], в котором вероятность экспоненциально зависит от энергии связывания сайта. Однако эмпирическое распределение, построенное по данным вычислительных экспериментов, имеет три моды, разделяя совокупность целевых сайтов на три кластера (рис. 3). Полученное распределение свидетельствует о том, что вероятность связывания сайта зависит не только от энергии связывания, но и от доступности этого сайта в процессе поиска ТФ.



Рис. 3. Распределение времени занятости целевых сайтов восьми ТФ в регуляторном районе гена *giant* в результате 50 тысяч стохастических симуляций для 1 минуты биологического времени

Выводы. Описанная стохастическая модель генов "gap" в дрозофиле представляет более точную и детализированную картину динамики ТФ в регуляторном районе. Результаты вычислений демонстрируют значимое отличие распределения вероятности молекулярных конфигураций энхансеров от ожидаемого в рамках термодинамического подхода.

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-01-00648-а.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. N.R. Zabet, B. Adryan. A comprehensive computational model of facilitated diffusion in prokaryotes. *Bionformatics*. 2012. vol. 28, no: 11, pp. 1523-1528.

2. Г.М. Демидов, М.Г. Самсонова, В.В. Гурский. Стохастическая модель формирования молекулярных конфигураций энхансера. *Биофизика*. 2016. 61 (1): 40-49.

3. N.R. Zabet, B. Adryan. Computational models for large-scale simulations of facilitated diffusion. *Molecular BioSystems*. 2012, 8, 2815–2827.

4. M. Sheinman, O. Benichou, Y. Kafriand R. Voituriez. Classes of fast and specific search mechanisms for proteins on DNA. *Reports on Progress in Physics*. 75(2012) 026601 (33pp).

5. Jiji Chen, Zhengjian Zhang, Li Li, Bi-Chang Chen, Andrey Revyakin, Bassam Hajj, Wesley Legant, Maxime Dahan, Timothe Lionnet, Eric Betzig, Robert Tjian, and Zhe Liu. Single-Molecule Dynamics of Enhanceosome Assembly in Embryonic Stem Cells. *Cell*.2014. 156, 1274–1285.

6. D. Normanno et al. Probing the target search of DNA-binding proteins in mammalian cells using TetR as model searcher. *Nature Communications*. 2015. 6: 7357

7. K.N. Kozlov et al. Sequence-based model of gap gene regulatory network. *BMC Genomics*. 2014. 15 (Suppl. 12): S6.

А.В. Свичкарев, К.Н. Козлов НИЛ «Математическая биологии и биоинформатика» ИПММ; Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## **DEEP: ОПТИМИЗАТОР СО ВСТРОЕННЫМ ИНТЕРПРЕТАТОРОМ**

Введение. Проведение вычислительного эксперимента с помощью математической модели в большинстве случаев обходится значительно дешевле, чем проведение соответствующего эксперимента над реальным биологическим объектом, кроме того некоторые условия невозможно воспроизвести в лаборатории. Параметры для такой математической модели должны быть выбраны таким образом, чтобы получаемые решения адекватно описывали объект в различных режимах. В большинстве случаев параметры модели определяются минимизацией некоторой целевой функции, описывающей отклонение решений от данных, с учетом наложенных ограничений. Задача оценивания параметров для системной биологии является сложной задачей из-за разнообразия молелей в биомедицинских приложений и необходимости работы с большими наборами разнородных данных в специализированных форматах [1]. Таким образом, разработка методов и программ для решения обратной задачи математического моделирования остается актуальной.



Рис. 1

Метол полностью параллельной разностной эволюции (далее ППРЭ, DEEP) [2, 3] является модификацией стохастического метода оптимизации, предложенного в [4] (На рисунке 1 представлена геометрическая интерпретация метода разностной эволюции). DEEP представляет из себя эффективный метод решения обратной задачи математического моделирования, который способен недетерминированно (т.е. с использованием вероятностных  $q_1$  методов) находить глобальный экстремум для многоэкстремальных

целевых функций только с использованием вычисления целевой функции в точках приближения без требования вычисления частных производных функции.

Программа DEEP успешно применялась для объяснения резкого снижения экспрессии в gap генах на ранних стадиях эмбриогенеза дрозофилы, в эмбрионах с нуль-мутацией в гене Kr [5]. Недавнее применение DEEP для нахождения параметров модели регуляторной сети генов gap сделало возможным оценивать вклад каждого сайта связывания транскрипционного фактора в экспрессию гена-мишени [6].

Цели и задачи работы. Целью работы является развитие метода ППРЭ, а именно, разработка механизма асинхронного взаимодействия метода и минимизируемой функции отклонения решения математической модели от данных. За счет единовременной загрузки неизменяемых данных и асинхронной загрузки переменных параметров планируется достигнуть сокращения времени вычисления при использовании интерпретируемых языков, например, для системы статистических расчетов R.

Математические модели в биоинформатике в большинстве случаев создаются в таких компьютерных системах расчётов как R, Python, Octave и др. Нахождение параметров в таких моделях требует многократного вычисления решений, что влечёт большие накладные расходы на запуск того или иного интерпретатора. Однако, интерпретатор может быть встроен в программу ППРЭ, что позволит запускать нужное число копий один раз, и, тем самым сократить время вычислений, для некоторых задач в разы. Эффективное распараллеливание существующих решений является важным для исследований системной биологии.

*Результаты.* Интерпретатор может быть встроен в DEEP. Это позволит использовать процессорное время вычислений более эффективно благодаря улучшению взаимодействия между методом оптимизации и целевой функцией. В работе был спроектирован и реализован подход с использованием асинхронной очереди задач и пула потоков из библиотеки GLib. Преимуществом использования GLib является её кроссплатформенность и принадлежность к свободному программному обеспечению.

В каждом потоке параллельно запускается свой интерпретатор того языка, на котором была реализована математическая модель. В каждый интерпретатор загружаются функции вычисления отклонения решения модели от данных на векторе параметров индивида. Векторы индивидов очередного поколения добавляются в асинхронную очередь задач. Свободный поток интерпретатора из пула выбирает из очереди первую задачу вычисляет целевую функцию на данном векторе.

После вычисления интерпретатор возвращает результат в выходной поток к главному потоку выполнения, задача считается выполненной. Свободный поток выбирает следующую задачу и таким образом всё повторяется, пока в очереди не закончатся задачи. DEEP создаёт новое поколение популяции и весь процесс повторяется, либо до указанного числа итераций или пока не будет достигнута сходимость значений целевой функции.

Используются следующие структуры и алгоритмы Glib [7]:

- Thread Pool пул потоков;
- Asynchronous Queue асинхронная очередь задач;
- IO Channel поток ввода-вывода.



Рис. 2

Для тестирования программы использовалась прикладная задача частиц и трэкинга сегментации траекторий [8]. Исходными данными серии являются снимков биологических макромолекул, а эндосом эпидермального именно роста в клетках HeLa. фактора Главной задачей является выяснить как частицы движутся в клетке, т.е. разбить траекторию на участки, соответствующие либо диффузии, либо направленному движению по микротрубочке.

Для решения задачи использовались скрытые марковские модели, что позволило получить параметры движения и построить вероятностную модель биологического процесса.

Вероятности переходов и параметры движений определяются из экспериментальных данных. Скрипт для построения скрытой марковской модели и использующий максимизацию правдоподобия для определения параметров использует метод ППРЭ и реализован на языке R. Перед вычислением функционала качества таблица траекторий подвергается предобработке.

План тестирования заключался в сравнение времени работы старой и новой реализаций при одинаковых параметрах (рис. 2). Проводились многократные запуски с целью подтверждения или опровержения гипотезы о статистической значимости различий времени работы реализаций. Проводилось по 100 запусков для каждого набора параметров. Проверка существенного статистического влияния новой реализации по сравнению с предыдущей на время работы осуществлялась с помощью критерия достоверно значимой разности Тьюки с уровнем значимости в 95%.

Вывод. Показана эффективность оптимизации в сравнении с прошлой реализацией. Разработанный механизм обеспечивает четырёхкратный прирост производительности на четырёх параллельных потоках с четырьмя интерпретаторами по сравнению со старой реализацией. Реализованная интеграция сохраняет кроссплатформенность DEEP, так как в основе решения использовалась библиотека GLib, портированная на основные операционные системы. Использование интерпретируемого языка для описания математической модели не применения эффективного является препятствием ДЛЯ метода оптимизации И распараллеливания вычислений.

Метод полностью параллельной разностной эволюции является модификацией стохастического метода оптимизации. DEEP представляет из себя эффективный метод решения обратной задачи математического моделирования, а именно модификация глобального стохастического метода [9]. Работа развивает метод DEEP в направлении улучшения интеграции, что ведёт к увеличению количества проверяемых гипотез.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Kozlov Konstantin, Samsonov Alexander. DEEP - Differential Evolution Entirely Parallel Method for Gene Regulatory Networks // Journal of Supercomputing. — 2011. — Vol. 57. — Pp. 172–178.

2. P. Mendes and D. Kell, "Non-linear optimization of biochemical pathways: applications to metabolic engineering and parameter estimation.," Bioinformatics, vol. 14, no. 10, pp. 869-883, 1998.

3. Kozlov Konstantin, Samsonov Alexander M., Samsonova Maria. A software for parameter optimization with Differential Evolution Entirely Parallel method // PeerJ Computer Science. — 2016. — August. — Vol. 2. — P. e74.

4. Storn R. Price K. Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces: Tech. Rep. Technical Report TR-95-012: ICSI, 1995.

5. Modeling of gap gene expression in Drosophila Kruppel mutants / Konstantin Kozlov, Svetlana Surkova, Ekaterina Myasnikova et al. // PLoS Comput Biol. — 2012. — Vol. 8, no. 8. — P. e1002635.

6. Sequence-based model of gap gene regulatory network / Konstantin Kozlov, Vitaly Gursky, Ivan Kulakovskiy, Maria Samsonova // BMC genomics. — 2014. — Vol. 15, no. Suppl 12. — P. S6. 7. GNOME Центр разработки. GLib Reference Manual. — 2016. — [Онлайн; доступ 8-март-2016].

https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=LaTeX&oldid=413720397.

8. Konstantin Kozlov, Vera Kosheverova, Rimma Kamentseva, Marianna Kharchenko, Alena Sokolkova, Elena Kornilova and Maria Samsonova, Quantitative analysis of the heterogeneous population of endocytic vesicles, 2016, Journal of Bioinformatics and Computational Biology, submitted

9. K.N.Kozlov, A.V. Svichkarev, V.V. Gursky, I.V. Kulakovskiv, S.Y. Surkova, and M.G.Samsonova (2016). Two Models Of The Drosophila Gap Gene Network With Variation Of Maternal Input. In Proceedings of BGRS-SB'2016, Novisibirsk, pp.149

М.М. Кореневская, О.И. Заяц, А.С. Ильяшенко Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОГО ВЫТАЛКИВАЮЩЕГО МЕХАНИЗМА В ДВУХПОТОКОВОЙ СИСТЕМЕ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С АБСОЛЮТНЫМ ПРИОРИТЕТОМ ПРИ НАЛИЧИИ ПОВТОРНЫХ ТРЕБОВАНИЙ

Реальные потоки данных в современных компьютерных сетях имеют весьма сложную структуру. Суммарный поток на входе телематического устройства обычно формируется из нескольких потоков, направляемых несколькими независимыми источниками. Стохастический характер процессов функционирования компьютерных сетей и структура формируемых при этом виртуальных соединений дают возможность применять для анализа телематических устройств методы теории массового обслуживания (TMO) [2].

На раннем этапе теоретического анализа сетевых задач использовались простейшие однопотоковые модели систем массового обслуживания (СМО). Однако в настоящее время такие модели уже не отражают должным образом всех особенностей современных компьютерных сетей. В этих условиях весьма актуальным является изучение многопотоковых, прежде всего, приоритетных моделей СМО, в частности, систем с вероятностным выталкивающим механизмом, учитывающих наличие повторных требований.

Общий вид исследуемой системы представлен на рисунке 1. Данная система принадлежит к классу  $\overline{M_2} / M / 1/k / f_2^1$  по стандартной нотации Д. Кендалла [5] в ее модификации, данной Г.П. Башариным [1].



Рис. 1. Схема СМО класса  $\overline{M_2} / M / 1 / k / f_2^1$  с повторными требованиями

Для этой СМО с помощью метода производящих функций найдены значения финальных вероятностей состояния системы, описывающих поведение системы в установившемся режиме.

В системах с ограниченным накопителем при его переполнении возникают потери требований. С практической точки зрения важно количественно оценить эти потери.

Рассмотрим два тестовых режима работы системы, соответствующие слабой и сильной загрузкам системы. Выберем конкретные значения коэффициентов использования системы  $\rho_1$  и  $\rho_2$  для первичных потоков ( $\rho_i = \lambda_i / \mu$ ). Слабой загрузке будут соответствовать  $\rho_1 = 0.2$ 

,  $\rho_2 = 0.9$ , а сильной –  $\rho_1 = 1.2$ ,  $\rho_2 = 0.2$  [6, 7]. Аналогичные результаты для систем с абсолютным и относительным приоритетом, но без учета повторных заявок ранее были приведены в статьях [3, 4, 8, 9]. Для возможности сравнения с ними получим решение при том же самом значении емкости системы k = 31.

На рисунках 2 и 3 представлены зависимости вероятности потери для высокоприоритетных и низкоприоритетных требований, соответственно, в случае слабой загрузки, а на рисунках 4 и 5 – аналогичные зависимости, отвечающие случаю сильной загрузки системы.



Рис. 2. Зависимость вероятности потери высокоприоритетных требований от параметра выталкивания α при различных значениях вероятностей повторного обращения *q*<sub>1</sub> и *q*<sub>2</sub>. Слабая загрузка



Рис. 4. Зависимость вероятности потери высокоприоритетных требований от параметра выталкивания α при различных значениях вероятностей повторного обращения *q*<sub>1</sub> и *q*<sub>2</sub>. Сильная загрузка



Рис. 3. Зависимость вероятности потери низкоприоритетных требований от параметра выталкивания  $\alpha$  при различных значениях вероятностей повторного обращения  $q_1$  и  $q_2$ . Слабая загрузка



Рис. 5. Зависимость вероятности потери низкоприоритетных требований от параметра выталкивания  $\alpha$  при различных значениях вероятностей повторного обращения  $q_1$  и  $q_2$ . Сильная загрузка

Зависимость вероятности потерь от  $\alpha$  при слабой загрузке близка к линейной независимо от типа рассматриваемых требований, причем эти вероятности являются возрастающими функциями как от  $q_1$ , так и от  $q_2$  (отметим, что возрастание по  $q_1$  незначительно).

При переходе к сильной загрузке вероятность потери заметно меняется лишь при сравнительно небольших значениях параметра  $\alpha$ , а при значениях  $\alpha$ , близких к 1, наблюдается так называемый эффект запирания системы, когда накопитель системы заполняется высокоприоритетными требованиями, с обработкой которых система не успевает справиться. Из-за этого у низкоприоритетных требований практически не остается возможности попасть в систему и быть обслуженными. Здесь сам характер зависимости существенно меняется с изменением параметров  $q_1$  и  $q_2$ , причем меняется не только диапазон принимаемых значений, но и выпуклость кривых.

В данной работе приведено сравнение известных результатов исследования приоритетных систем обслуживания с результатами, полученными для аналогичных систем при учете фактора повторных требований. Последние системы представляют собой более точную математическую модель реальных телематических устройств и интересны как с теоретической, так и с практической точки зрения.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Башарин Г.П. Некоторые результаты для систем с приоритетом // Массовое обслуживание в системах передачи информации. - М.: Наука. - 1969. - с.39-53.

2. Вишневский В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. - М.: Техносфера, 2003.

3. Заяц О.И., Заборовский В.С., Мулюха В.А., Вербенко А.С. Управление пакетными коммутациями в телематических устройствах с ограниченным буфером при использовании абсолютного приоритета и вероятностного выталкивающего механизма. Часть 1 // Программная инженерия. - 2012. - №2. - с.22-27.

4. Заяц О.И., Заборовский В.С., Мулюха В.А., Вербенко А.С. Управление пакетными коммутациями в телематических устройствах с ограниченным буфером при использовании абсолютного приоритета и вероятностного выталкивающего механизма. Часть 2 // Программная инженерия. - 2012. - №3. - с.21-29.

5. Кендалл Д. Стохастические процессы, встречающиеся в теории очередей, и их анализ методом вложенных цепей Маркова // Математика. - 1959. - т.3. - №6. - с.97-111.

6. Avrachenkov K.E., Shevlyakov G.L., Vilchevsky N.O. Randomized push-out disciplines in priority queueing // Journal of mathematical sciences. - 2004. - vol.122. - no.4. - p.3336-3342.

7. Avrachenkov K.E., Vilchevsky N.O., Shevlyakov G.L. Priority queueing with finite buffer size and randomized push-out mechanism // Performance evaluation. - 2005. - vol.61. - no.1. - p.1-16.

8. Ilyashenko A., Zayats O., Muliukha V., Laboshin L. Further investigations of the priority queueing system with preemptive priority and randomized push-out mechanism // Lecture notes in computer science. - 2014. - vol.8636. - p.433-443.

9. Muliukha V., Ilyashenko A., Zayats O., Zaborovsky V. Preemptive queueing system with randomized push-out mechanism // Communications in nonlinear sciences and numerical simulation. - 2015. - vol.21. - no.1-3. - p.147-158.

УДК 519.248

М.М. Кореневская, О.И. Заяц, А.С. Ильяшенко Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# ОДНОПОТОКОВАЯ СИСТЕМА МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ПОВТОРНЫМИ ТРЕБОВАНИЯМИ ПРИ НАЛИЧИИ ПРИОРИТЕТА ПЕРВИЧНЫХ ТРЕБОВАНИЙ И ВЕРОЯТНОСТНОГО ВЫТАЛКИВАЮЩЕГО МЕХАНИЗМА

Важной особенностью многих моделей систем массового обслуживания (СМО) является конечная емкость системы, то есть ограниченность ее накопителя, наличие в нем конечного числа мест для ожидания. Только в этом случае можно пытаться оснастить СМО выталкивающим механизмом, позволяющим заменять в переполненном накопителе низкоприоритетные заявки на вновь подошедшие высокоприоритетные требования [2, 3].

В телематике информация, передаваемая через компьютерные сети, разбивается на отдельные фиксированные порции (пакеты). Часть пакетов не попадает в приемное устройство и теряется в сети. В моделях, основанных на методах теории массового обслуживания (ТМО), это соответствует тем требованиям (заявкам), которые не смогли попасть в систему из-за переполнения накопителя (буфера) или были вытеснены за счет действия выталкивающего механизма. На практике имеется возможность

проконтролировать, дошел ли пакет до адресата, и если нет, то направить его повторно. В ТМО разработаны модели, позволяющие учесть наличие подобных требований – модели *систем с повторными требованиями (вызовами)*.

Теория этого класса систем хорошо разработана и успешно развивается в течение нескольких десятилетий. Здесь следует отметить работы С.Н. Степанова и, прежде всего, его известную монографию [5], содержащую детальное изложение соответствующей теории. Довольно полное представление о современном состоянии работ в этой области дают монография [6] и обзор [7].

Ранее [4] авторами была рассмотрена система с повторными вызовами класса  $\overrightarrow{M_2} / M / 1 / k / f_2^1$  (в обозначениях Д. Кендалла [3] и Г.П. Башарина [1]). Изучим ее модификацию, представляющую собой приоритетную СМО с повторными вызовами, на вход которой поступает один поток первичных требований, которые трактуются как высокоприоритетные. Потерянные требования становятся повторными и играют в системе роль низкоприоритетных. Схематично эта система изображена на рисунке 1.



Рис. 1. Схема модифицированной системы с одним входящим потоком

Для этой СМО с помощью метода производящих функций вычислены финальные вероятности состояний системы, описывающие поведение системы в установившемся режиме, а также исследована зависимость вероятностей потери требований обоих типов от различных параметров модели. Интерес здесь представляет только случай сильной загрузки, при котором коэффициент использования системы первичным потоком  $\rho_1 = \lambda_1 / \mu > 1$  достаточно велик.

На рисунках 2 и 3 приведены зависимости вероятности потери высокоприоритетных требований от параметра выталкивания  $\alpha$ , при различных значениях вероятности повторного обращения q (в случаях  $\rho_1 = 1$  и  $\rho_1 = 2.8$ , соответственно). На рисунках 4 и 5 приведена аналогичная зависимость для низкоприоритетных требований. Емкость накопителя k принимается равной 31.



Рис. 2. Зависимость вероятности потерь высокоприоритетных требований от α при различных *q*. Случай *ρ*<sub>1</sub> = 1



Рис. 3. Зависимость вероятности потерь высокоприоритетных требований от  $\alpha$  при различных *q*. Случай  $\rho_1 = 2.8$ 



Рис. 4. Зависимость вероятности потерь низкоприоритетных требований от α при различных *q*. Случай *ρ*<sub>1</sub> = 1



Рис. 5. Зависимость вероятности потерь низкоприоритетных требований от *α* при различных *q*. Случай *ρ*<sub>1</sub> = 2.8

С ростом интенсивности входящего потока на каждом из графиков семейство кривых сжимается, кривые приближаются друг к другу, и весь пучок кривых приподнимается вверх. Значит, с ростом  $\rho_1$  зависимость вероятности потери от q выражена слабее, а сама эта вероятность возрастает. При больших значениях q практически сразу происходит запирание системы. А линейное поведение вероятности потерь здесь возможно лишь при самых малых значениях  $\alpha$ .

Таким образом, исследован важный частный случай СМО с повторными требованиями, когда в роли высокоприоритетных требований выступают первичные, а в роли низкоприоритетных – повторные заявки.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Башарин Г.П. Некоторые результаты для систем с приоритетом // Массовое обслуживание в системах передачи информации. - М.: Наука. - 1969. - с.39-53.

2. Заяц О.И., Заборовский В.С., Мулюха В.А., Вербенко А.С. Управление пакетными коммутациями в телематических устройствах с ограниченным буфером при использовании абсолютного приоритета и вероятностного выталкивающего механизма. Часть 1 // Программная инженерия. - 2012. - №2. - с.22-27.

3. Заяц О.И., Заборовский В.С., Мулюха В.А., Вербенко А.С. Управление пакетными коммутациями в телематических устройствах с ограниченным буфером при использовании абсолютного приоритета и вероятностного выталкивающего механизма. Часть 2 // Программная инженерия. - 2012. - №3. - с.21-29.

4. Кендалл Д. Стохастические процессы, встречающиеся в теории очередей, и их анализ методом вложенных цепей Маркова // Математика. - 1959. - т.3. - №6. - с.97-111.

5. Степанов С.Н. Численные методы расчета систем с повторными вызовами. - М.: Наука, 1983.

6. Falin G.I., Templeton J.G. Retrial queues. London: Chapman and Hall, 1997.

7. Falin G.I. A survey of retrial queue // Queueing systems, 1990, vol.7, p. 127-168.

УДК 532.529.5

А.А. Елисеев, Б.С. Григорьев Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# СМЕСЕВАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ МНОГОФАЗНЫХ ЖИДКОСТЕЙ ПРИ БУРЕНИИ НЕФТЕДОБЫВАЮЩИХ СКВАЖИН

*Введение*. Многие современные промышленные технологии тепловой и атомной энергетики, химические и, в частности, нефтехимические производства, трубопроводный транспорт и др. в большой мере основаны на использовании многофазных сред. При бурении
в скважине одновременно присутствуют как выбуренная порода (шлам), так и буровой раствор, который выносит шлам на поверхность. Течения такого рода называются многофазными дисперсионными. Обычно они содержат непрерывную или несущую фазу (жидкость или газ) и одну или несколько дисперсных фаз (совокупность твердых или жидких частиц).

На практике число частиц достигает нескольких сот тысяч и более, в связи с чем для моделирования подобных течений обычно используется техника осреднения. Известно несколько подходов к построению осредненных уравнений, различающихся по способу осреднения. Так, в работе [1] производится осреднение по времени, а в работе [2] – по объему. Уравнения при этом получаются одинаковыми. В случае осреднения по объему предполагается, что в каждом элементарном объеме жидкости V одновременно находятся все фазы течения. При этом вводится параметр  $\alpha_k$ , характеризующий объемное содержание фазы в объеме V. В результате применения операции осреднения к уравнениям Навье-Стокса, записанным для отдельной фазы, получаются приведенные ниже осредненные уравнения неразрывности и баланса импульса:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_{k}\rho_{k}) + \nabla \cdot (\alpha_{k}\rho_{k}\boldsymbol{u}_{k}) = 0,$$
(1)
$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_{k}\rho_{k}\boldsymbol{u}_{k}) + \nabla \cdot (\alpha_{k}\rho_{k}\boldsymbol{u}_{k}\boldsymbol{u}_{k}) = -\alpha_{k}\nabla p_{k} + \nabla \cdot (\alpha_{k}\boldsymbol{\tau}_{k}) + \alpha_{k}\rho_{k}\boldsymbol{g} + \boldsymbol{M}_{k}.$$
(2)

Здесь введены следующие обозначения: k – номер фазы,  $\rho_k$ ,  $u_k$  – плотность и вектор скорости фазы,  $p_k$  – давление,  $\tau_k$  – тензор вязких напряжений, g – ускорение свободного падения,  $M_k$  – сила, действующая на данную фазу со стороны других фаз. Непрерывная фаза течения всегда описывается данной системой уравнений. Дисперсная фаза может быть рассмотрена как совокупность отдельных частиц (метод Эйлера – Лагранжа) или как сплошная среда (метод Эйлер – Эйлер или двухжидкостная модель). В последнем случае для каждой фазы записывается своя система осредненных уравнений. Учитывая, что, как было указано выше, число частиц на практике очень велико, в такого рода задачах дисперсная фаза чаще всего рассматривается как сплошная среда.

*Цели и задачи работы.* Целью данной работы является построение обоснованной модели течения многофазной жидкости в элементах нефтедобывающей скважины с минимальным количеством допущений. При этом также требуется построить численный метод решения получившейся системы уравнений.

Вследствие того, что в бурильных трубах поперечный размер много меньше продольного, было применено приближение узкого канала, то есть, произведен переход к асимптотической форме уравнений в предположении  $\frac{R}{L} \rightarrow 0$ , где R – характерный поперечный размер, а L – продольный. В этом случае два уравнения баланса импульса сводятся к условиям постоянства давления по сечению скважины, а оставшееся уравнение переноса импульса вдоль осевой координаты упрощается за счет малости вязких напряжений. В итоге получаются уравнения неразрывности и баланса импульса для каждой фазы. Далее они осредняются по сечению трубы [3], что позволяет перейти к одномерному описанию. Для того чтобы сократить число решаемых дифференциальных уравнений, был применен смесевый подход [4], в связи с чем данная модель названа смесевой. Основным в нем является понятие смеси – это отдельная среда, движение которой описывает поведение многофазной жидкости в целом. Уравнения для нее получаются в результате сложения уравнений неразрывности и баланса импульса тожения и баланса импульса и образом система уравнений имеет следующий вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k A) + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_k \rho_k u_k A) = 0, \quad k = 1..n,$$
(3)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m A) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_m u_m A) = 0, \tag{4}$$

$$\rho_m \left( \frac{\partial u_m}{\partial t} + u_m \frac{u_m}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p_m}{\partial z} + F_{fr} + \rho_m g.$$
(5)

Здесь (3) – уравнение неразрывности для отдельной фазы, (4) – уравнение неразрывности для смеси, (5) – уравнение баланса импульса для смеси. Плотность смеси определяется соотношением  $\rho_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k$ , а скорость – как скорость центра масс элементарного объема,

то есть  $u_m = \frac{1}{\rho_m} \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k u_k$ , где n – общее число фаз. Кроме того введены обозначения: A – площадь поперечного сечения скважины,  $F_{fr}$  – сила трения смеси, z – осевая координата, t

- время.

Заметим, что в системе (3) – (6) число уравнений меньше числа неизвестных, которыми являются объемные содержания и скорости всех фаз, поэтому необходимо добавить некоторые замыкающие соотношения. Одним из таких соотношений является уравнение баланса объемного содержания фаз  $\sum_{k=1}^{n} \alpha_{k} = 1$ . Другое связано с выражением для скоростей. Для каждой фазы вводится скорость относительно смеси (скорость диффузии)  $u_{Mk} = u_k - u_m$ и относительно непрерывной фазы (скорость проскальзывания)  $u_{Ck} = u_k - u_c$  (характеристики непрерывной фазы обычно обозначаются индексом с). Можно показать, что  $u_{Mk} = u_{Ck} - \frac{1}{\rho} \sum_{l=1}^{n} \alpha_l \rho_l u_{Cl}$ . В таком случае для вычисления скорости любой фазы достаточно

определить скорости проскальзывания всех фаз относительно непрерывной фазы.

В предположении локального равновесия, состоящем в том, что частицы дисперсной фазы быстро ускоряются окружающей их непрерывной фазой до предельной скорости, было построено алгебраическое соотношение для относительной скорости фаз и<sub>ск</sub>. Для этого были использованы уравнения баланса импульса для смеси и дисперсной фазы. Соотношение имеет вид

$$u_{Ck} = \frac{t_k}{f(u_{Ck})} \frac{\rho_k - \rho_m}{\rho_m} \left( g - u_m \frac{u_m}{\partial z} - \frac{\partial u_m}{\partial t} \right).$$
(6)

Здесь  $t_k$  – время релаксации частиц, а  $f(u_{Ck})$  – функция сопротивления.

Для решения полученной системы уравнений был построен численный метод. В нем уравнение неразрывности для отдельной фазы решалось по явной схеме с использованием направленных против потока разностей. Для совместного решения уравнений неразрывности и баланса импульса для смеси применялся итерационный алгоритм SIMPLE [5]. Для определения относительной скорости фаз решалось нелинейное уравнение (6).

В качестве примера была рассмотрена задача осаждения частиц шлама в буровом растворе после прекращения его циркуляции. Для специального случая, когда плотности фаз почти одинаковые, уравнение неразрывности для дисперсной фазы было сведено к уравнению Бюргерса. Для случая начального распределения частиц, в котором они находятся только в верхней половине скважины, была решена соответствующая задача Коши с использованием метода характеристик. Решение получено до того момента времени, когда частицы начинают появляться на дне скважины. На рисунке 1 штрихпунктирной линией показано численное решение для объемного содержания частиц, полученное на равномерной сетке, имеющей 100 узлов, пунктирной линией – численное решение на равномерной сетке из 1000 узлов, а сплошной линией – аналитическое решение. Все решения получены в момент времени через час после начала процесса осаждения.



Рис. 1. Сравнение численных решений с аналитическим

Нетрудно видеть, что с увеличением числа узлов численное решение приближается к аналитическому. Вблизи угловых точек численное решение сглаживается, что характерно для используемой схемы первого порядка точности.

*Результаты.* Построена смесевая модель течения многофазной жидкости в нефтедобывающей скважине. Предложен численный метод решения полученной системы уравнений. В специальном случае получено аналитическое решение задачи осаждения и подтверждена корректность построенной модели. Полученные результаты позволяют в будущем использовать данную модель для решения практических задач.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Ishii M., Hibiki T. Thermo-fluid Dynamics of Two-phase Flow. Second Edition. Springer, 2011. 537 p.

2. Crowe C. T., Schwarzkopf J. D., Sommerfeld M., Tsuji. Y. Multiphase flow with droplets and particles. CRC press, 2011. 505 p.

3. Ishii M. One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two-phase regimes. Argonne National Laboratory, 1977. 61 p.

4. Manninen M., et al. On the mixture model for multiphase flow. Espoo, 1996. 67 p.

5. Patankar S. V. Numerical heat transfer and fluid flow. CRC press, 1980. 205 p.

УДК 519.246.04

А.О. Гаврилов, А.А. Иванков Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# ПРОГНОЗ ОБМЕННОГО КУРСА ЦБ РФ КАК РЕШЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ЛИУВИЛЛЯ

Введение. Среди различных направлений исследования нестационарных временных рядов (н.в.р.) нас заинтересовала методология т.н. кинетического подхода [1,2]. В монографии [1] приведены впечатляющие результаты, касающиеся эволюции обменного

курса доллар/рубль ЦБ РФ. Однако руководствуясь тем, что изложено в книге [1], нам не удалось идентифицировать участок в.р., на котором ее авторы построили свои оценки.

Цель работы: Для изучения прикладной значимости прогноза первой, второй моментных функций вышеупомянутого н.в.р. и для всесторонней верификации самого алгоритма построения прогноза на основе решения эмпирического уравнения Лиувилля, предложенного в [1,2], мы провели анализ с помощью нашей собственной программной реализации. В качестве исходных данных мы, как и авторы [1,2], выбрали обменный курс доллар/рубль ЦБ России за период с 2005 по 2016 год [3]. Все наши результаты были получены либо для исходного в.р., либо для ряда первых разностей. Кроме того, в ходе работы анализировали как абсолютные, так и относительные приращения исходного в.р.

Метод прогнозирования в.р. в рамках кинетического подхода основан на использовании кинетических уравнений для моделирования эволюции выборочной (эмпирической) плотности функции распределения (ВПФР). Далее мы постараемся изложить самые общие сведения о методике построения системы зацепленных уравнений, за деталями отсылая читателя к [1]. На основе исходных данных  $\{x(t)\}$  сначала выполняется построения оценок ВПФР  $f_T(x,t)$ , где T- длина участка в.р., на котором эта оценка будет построена. Затем переходят к ее прогнозированию. Эмпирические изменения таких оценок ВПФР за один шаг имеют вид:  $\frac{\partial f_T(x,t-k)}{\partial t} = f_T(x,t-k+1) - f_T(x,t-k), k = 1,2,....$  Вводя в рассуждения т.н. эмпирическую лиувиллеву скоростью (скорость изменения ВПФР)  $u_T(x,t)$ , предыдущее уравнение записывают в виде:  $\frac{\partial f_T(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial u_T(x,t)f_T(x,t)}{\partial x} = 0.$  (1) Скорость  $u_T(x,t)$  определяют для каждой дискретизации области значений x(t). При этом полагают, что на границах этой области ВПФР равна нулю:  $u(i+1,t) = \frac{u(i,t)f(i,t)+f(i,t)-f(i,t+1)}{f(i+1,t)}$ .

Уравнение (1) не является замкнутым. Для замыкания уравнений относительно одномерной ВПФР надо, во-первых, задать среднее ускорение, т. е. интеграл от трехмерной ВПФР, и, во-вторых, расцепить систему уравнений для моментов двумерной ВПФР. В качестве естественных условий замыкания на квазистационарных участках выбирают равенство 0 ускорения:  $w(x, \dot{x}, t) = 0$  или более сильное - равенство 0 скорости u(x, t) = 0. Построение прогноза для ВПФР f(x,t)и  $f(x, \dot{x}, t)$  предваряется выбором оптимальных объемов выборки. За неимением места для изложения алгоритма решения этой самостоятельной задачи мы лишь укажем, что оптимальные оценки T мы получали на основе оценок первой, второй моментной функции анализируемого в.р.

На основе :

$$u(x,t) = \frac{\sum_{\dot{x}} \dot{x} f(x,\dot{x},t)}{f(x,t)}, \quad e(x,t) = \frac{\sum_{\dot{x}} \dot{x}^2 f(x,\dot{x},t)}{f(x,t)}, \quad e_3(x,t) = \frac{\sum_{\dot{x}} \dot{x}^3 f(x,\dot{x},t)}{f(x,t)}$$
для момента времени

t+T-1, строим прогнозные значения для  $u,e,e_3$  на один шаг (для момента t+T). Затем переходим к построению прогнозного значения f(x,t) на один шаг (для момента t+T+1) на основании следующих конечно-разностных соотношений:

$$f:f(x,t+1) = f(x,t) + f(x,t)u(x,t) - f(x+1,t)u(x+1,t)$$
  

$$u:(u(x,t) - u(x,t-1))f(x,t-1) =$$
  

$$= u(x+1,t-1)(u(x+1,t-1)f(x+1,t-1) - u(x,t-1)f(x,t-1)) +$$
  

$$+ e(x,t)f(x,t-1) - e(x+1,t)f(x+1,t-1)$$
(2)

$$e:(e(x,t)-e(x,t-1))f(x,t-1) =$$
  
=  $e(x,t-1)(u(x+1,t-1)f(x+1,t-1)-u(x,t-1)f(x,t-1))+$   
+  $e_3(x,t-1)f(x,t-1)-e_3(x+1,t-1)f(x+1,t-1)$ 

Ниже на рисунке 1 мы приводим оценки, которые были получены на основе (2).

Результаты. В ходе работы изучались различные участки в.р. Т выбирали равным 100 и 200 рабочим дням. Метки справа от кривых соответствуют значениям Т, для которых они были получены. Легенды поясняют, на какой горизонт прогноза были построены оценки соответствующих функционалов (15, 30 и 45 рабочих дней соответственно). Алгоритм построения прогноза реализован таким образом, что только для первой точки на заданном горизонте оценка ВПФР будет получена по исходной выборке. Все последующие оценки ВПФР в пределах этого горизонта построены последовательным исключением элементов исходной выборки с привлечением новых, прогнозных значений.



Рис. 1. Пример для квазистационарного участка. Динамика ошибки прогноза среднего (а) и прогноза дисперсии (б) абсолютного приращения курса USD/RUB ЦБ РФ на участке с 08.03.2006 по 13.05.2006

*Вывод.* Условие замыкание в форме  $w(x, \dot{x}, t) = 0$ , которое предложено в [1], - основная причина систематического роста ошибки первых двух функционалов от ВПФР на горизонте прогноза, когда выборка содержит участок монотонного изменения обменного курса (рост или убывание в смысле оценки среднего), а на горизонте прогноза тенденция изменения обменного курса меняется в обратную. Включая в выборку участок, на котором происходит смена тренда обменного курса, можно скорректировать, уменьшить ошибку прогноза. Использование эмпирической функции плотности распределения вместо ее ядерной оценки по нашему мнению является одной из причин роста дисперсии прогноза. Это одна из причин размывания вероятностной меры на горизонте прогноза. Отдельного внимания и дальнейшего рассмотрения заслуживает и вычислительная схема, которая используется для численного решения системы зацепленных уравнений.

Часть результатов, касающихся прогнозирования абсолютных и относительных приращений обменного курса USD/RUB ЦБ РФ, представлена нами в [4].

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Орлов Ю.Н., Осминин К.П. Нестационарные временные ряды: методы прогнозирования с примерами анализа финансовых и сырьевых рынков. –М.: Эдиториал УРСС, 2011. – 384 с.

2. Босов А.Д., Орлов Ю.Н. Моделирование нестационарных временных рядов с помощью эмпирического уравнения Лиувилля и уравнений эволюции моментов // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2011. № 52. 28 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2011-52

3. http://www.cbr.ru/currency\_base/dynamics.aspx

4. Иванков, А.А., Гаврилов, А.О. Прикладная значимость прогнозов обменных курсов, полученных как решение эмпирического уравнения Лиувилля////Технологическая перспектива в рамках Евразийского пространства: новые рынки и точки экономического роста. Материалы 2-ой Международной научной конференции /20-22 октября 2016.-- СПб: Издательство "Астерион", 2016. - стр. 245-249.

# УДК 61:577.3; 004.415.2.031.43

А.В. Кутузов, А.А. Иванков Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# О ПРОГНОСТИЧЕСКОЙ ЗНАЧИМОСТИ ФРАКТАЛЬНЫХ РАЗМЕРНОСТЕЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ОСНОВНОЙ ГАРМОНИКИ ПУЛЬСОВОЙ ВОЛНЫ

Введение. Оценка состояния системы регуляции внутримозгового кровообращения на основе данных, полученных методом транскраниальной ультразвуковой допплерографии (ТКДГ), представляет несомненный интерес как для физиологов, изучающих системы регуляции живого организма, так и для врачей-клиницистов. Однако получение таких оценок сопряжено с большими трудностям в силу нестационарности данных ТКДГ [1]. В этой связи нами был разработан алгоритм оценивания фрактальной размерности [2] реализаций траекторий таких нестационарных случайных процессов.

Цель работы: Рассмотреть поведение оценок фрактальной размерности спектральной плотности гармоники, вносящей наибольший вклад в спектральную мощность регистрируемых сигналов, в зависимости от физиологического состояния обследуемого. Здесь, за неимением места, мы не можем изложить алгоритм выделения таких гармоник из регистрируемого сигнала, отсылаем читателя к нашей работе [3], которая будет опубликована в конце этого года.

Для построения оценки корреляционной размерности используют следующее определение [4]:

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\ln C(\varepsilon)}{\ln \varepsilon},$$
(1)

где  $C(\varepsilon)$  – корреляционный интеграл:

$$C(\varepsilon) = \frac{\sum_{i,j=1}^{N_{\varepsilon}} H(\varepsilon - ||x_i - x_j||)}{N_{\varepsilon}^2},$$
(2)

 $\{x_i\}, \forall i \in \{1, ..., N_{\varepsilon}\}$  – т.н. реконструированный или восстановленный аттрактор где динамической системы;  $N_{\varepsilon}$  – мощность множества  $\{x_i\}$ , параметр алгоритма оценивания размерности аттрактора. На основе оценок спектральной плотности гармоники строим восстановленный аттрактор как множество m-мерных векторов  $\{x_i\}$ . Элементы каждого вектора x<sub>i</sub> получены как подмножество из m равноотстоящих оценок спектральной плотности выбранной гармоники. Расстояние между ними, т.н. время задержки,  $\tau$ , это еще один параметр алгоритма оценивания размерности аттрактора. Не существует единого критерия выбора параметров  $\varepsilon$ ,  $N_{\varepsilon}$ ,  $m, \tau$ . Apriori можно указать лишь домен,  $K \subset \mathbb{R}^4$ , возможных значений этих параметров. Оценки D<sub>2</sub> согласно (1)-(2) могут быть затем получены как решение задачи нахождения локального оптимума на этом компакте К из четырехмерного евклидова пространства. Наибольшие сложности при построении границ компакта К возникают при определении инфимума домена допустимых значений  $\varepsilon_b \le \varepsilon \le \varepsilon_e$ . Именно он определяет дисперсию оценки  $D_2$ . Если провести рассуждение, привлекая язык геометрии, то при слишком малых значениях инфимума  $\varepsilon_b$  мы получаем большое количество равных нулю ординат оценки  $C(\varepsilon)$  согласно (2). Причина состоит в том, что при малом количестве ординат (малом количестве участков на которых выполнялось оценивание) числитель оценки из (1),  $\sum_{i,j=1}^{N_{\varepsilon}} H(\varepsilon - \|x_i - x_j\|)$ , обращается в нуль для

большого множества значений  $\varepsilon$ . Как следствие, для таких значений  $\varepsilon$  мы не можем получить оценку  $C(\varepsilon)$ . Чтобы преодолеть эти ограничения, мы были вынуждены преобразовать исходные реализации случайных процессов. Множество их ординат увеличили, интерполируя исходные реализации. Отдавая себе отчет в том, что по итогам подобного преобразования оценки фрактальной размерности  $D_2$  могут быть смещены в окрестность 1, мы принимаем это обстоятельство в расчет при анализе графиков Раппа. Графики Раппа позволяют получить финальную оценку  $\hat{D}_2$  посредством осреднения  $D_2(\varepsilon)$ при каждом фиксированном *m* на участке  $\varepsilon_b \le \varepsilon \le \varepsilon_e$ . Оценки среднего значения  $\hat{D}_2(m,\varepsilon_b,\varepsilon_e)$ :

$$\hat{D}_{2}(m,\varepsilon_{b},\varepsilon_{e}) = \frac{\sum_{\varepsilon_{k}=\varepsilon_{b}}^{\varepsilon_{e}}\hat{C}(m,\varepsilon_{k})}{\sum_{\varepsilon_{k}=\varepsilon_{b}}^{\varepsilon_{e}}\ln\frac{\varepsilon_{k}}{\varepsilon_{k-1}}}, \quad \hat{C}(m,\varepsilon_{k}) = \ln\sqrt{\varepsilon_{k}\varepsilon_{k-1}}\frac{\ln\frac{C(m,\varepsilon_{k})}{C(m,\varepsilon_{k-1})}}{\ln\frac{\varepsilon_{k}}{\varepsilon_{k-1}}}.$$
(3)

Оценки  $\hat{D}_2$  согласно (3) становятся неустойчивыми в окрестности  $\varepsilon_b$  по мере увеличения во в.р. доли тех элементов, которые прибавлены в него интерполированием. Поэтому мы реализовали альтернативный алгоритм получения оценок  $D_2$ , т.н. MF-DFA алгоритм.

*Результаты*. В работе двумя различными алгоритмами получены конкретные оценки фрактальных размерностей для сигналов, зарегистрированных в двух физиологически отличных состояниях обследуемых: в состоянии полного покоя и при прохождении теста на гипокапнию.

*Вывод.* Основные трудности при построении оценок фрактальной размерности для сигналов, зарегистрированных методами ТКДГ, обусловлены ограничениями аппаратного обеспечения. Здесь мы столкнулись с фундаментальной проблемой, когда при огромных объемах входных данных (количество зарегистрированных ординат сигнала ~ 10<sup>5</sup> - 10<sup>6</sup>), тем не менее, не можем располагать достаточным количеством информации для проведения исследования. Ограниченный динамический диапазон сигнала – основная причина неустойчивости оценок фрактальной размерности. Именно это обстоятельство не позволяет в настоящее время однозначно судить об их прогностической значимости.

После интерполирования исходных сигналов устойчивость оценок  $D_2$  наблюдается в достаточно широком домене значений  $\varepsilon_b \leq \varepsilon \leq \varepsilon_e$ . Это, в свою очередь, позволяет сделать вывод о том, что различия в оценках  $D_2$  для физиологически отличных состояний обследуемых – не артефакт и могут быть интерпретируемы физиологами. Вместе с тем, мы подчеркиваем, что интерполирование регистрируемых сигналов – вынужденная мера, для которой мы пока можем предложить лишь единственную разумную альтернативу – оценки с помощью MF-DFA алгоритма.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Ivankov, A.A., Samarin, A.D. On Stationarity of Transcranial Blood Flow Velocity Registered with Doppler Sonography Methods /A.A. Ivankov//Университетский научный журнал. Физикоматематические, технические и биологические науки, 2015, №13, с. 31-41.

2. Кутузов, А.В., Иванков, А.А. Алгоритм построения оценки размерности аттракторов динамических систем//Неделя науки СПбПУ : материалы научного форума с международным участием. Институт прикладной математики и механики.- СПб.: СПбПУ, 2015.- с.42-45.

3. Иванков, А.А., Кутузов, А.В., Криворучко, Л.А. Алгоритм и оценки размерности аттракторов детерминированных слагаемых аддитивной модели сигналов, регистрируемых в транскраниальной ультразвуковой допплерографии// Научно - технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки, 2016

4. Rényi, A. On measures of information and entropy. Proceedings of the 4th Berkeley Symposium on Mathematics, Statistics and Probability, 1960, 1961, pp. 547–561.

## СЕКЦИЯ «МЕХАНИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ»

УДК 531.1

Ю.С. Барышников Научно-исследовательский институт электрофизической аппаратуры им. Д.В. Ефремова

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ОРБИТЫ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ ПУТЕМ ВЫБРОСА РЕАКТИВНОЙ МАССЫ С ПОМОЩЬЮ ЦЕНТРОБЕЖНОЙ СИЛЫ

Введение. Коррекция орбиты спутника является одной из востребованных и распространенных задач современной космонавтики. Под влиянием гравитационных, атмосферных и иных возмущений орбита космического аппарата изменяется во времени. Требуется периодическая корректировка орбиты космического аппарата и смещение орбиты спутника. На данный момент, коррекция орбиты производится электрореактивными двигателями (ЭРД). Среди технических решений ЭРД, конкурируют две тенденции развития: «в сторону увеличения мощности (СПД - ТСД - VX-200) и в сторону увеличения энергетической экономичности двигателей (СПД – ПИД-РИД)» [1]. Основными недостатками ЭРД представляется малая энергоэффективность, медленное осуществление коррекции орбиты, большая масса и проблема затруднение работы измерительных оптических систем спутника из-за высокотемпературной реактивной струи. Представляемый в данной статье способ предлагает использование тросовой системы для коррекции орбиты спутника. Обширное описание развития тросовых систем представлено в статье [2], в основном такие разработки включали в себя тросы от нескольких десятков метров до километров. В некоторых экспериментах происходили трудности связанными с размоткой тросовой системы длиной более 100 м и прочности троса при выработке электроэнергии, трос вследствие этого нагревался и обрывался.

*Цель работы.* Получить теоретическое основание коррекция орбиты спутника более энергоемким, быстрым, технологичным, менее массивным способом чем ЭРД, за счет выброса реактивной массы (рабочего тела) с помощью центробежной силы (маломощного электродвигателя) и тросовой системы, при длине троса не более нескольких метров.

Описание способа. На околоземной космической орбите, спутник с тросовой системой (длиной до около 3 м) вращает с помощью электропривода трос. Из-за центробежных сил



Рис. 1

разматывается. трос В нужный момент, нить троса обрывается, и раскрученный трос приобретает прямолинейную скорость (рис.1, 1), этого спутник из-за c электроприводом (рис.1, 2), который раскручивал трос, тоже приобретает скорость И меняет В нужном направлении (в противоположную вектору скорости летящего троса) траекторию орбиты, со скоростью согласно формуле Циолковского, изменяя тем самым траекторию орбиты спутника. Эксперимент

может повторяться множество раз, в зависимости от запасов троса.

Опишем технические параметры предлагаемого решения, при которой спутник массой 10 кг получает скорость 0.016 м/с при отрыве раскрученного троса и сравним с техническими характеристиками с ЭРД.

Пусть R = 3 – длина троса, м; b=0.001 – сечение диаметра троса, м; q=1500 – плотность углеволокна, кг/м<sup>3</sup>; V =  $\frac{\pi b^2 R}{4}$  = 2.356 · 10<sup>-6</sup> – объем троса, м<sup>3</sup>;  $m_t$  = q·V = 0.003534 – масса троса, кг;  $m_1=10$  – масса космического аппарата (КА), кг;  $m_2 = m_1 - m_t = 9,996466$  – масса КА после отрыва груза, кг; t = 1 – время разгона, с;  $O_s = 150$  – частота вращения электродвигателя, об/мин;  $V_s = \frac{2\pi O_s R}{60} = 47.12$  – линейная скорость троса при отрыве его от электродвигателя, м/с;  $\omega = \frac{2\pi O_s}{60} = 15.7$  – частота вращения электродвигателя, рад/с;  $V_1 = V_s$  ·  $ln \frac{m_1}{m_2} = 0.0166 - скорость КА после отрыва троса, м/с; F = \frac{V_s m_t}{t} = 0.165 - тяга, H; \varepsilon = \omega/t = 15.7$ – угловое ускорение вращающейся тросовой системы, рад/ $c^2$ ; J= $m_t R^2 = 0.0318$  – момент инерции вращающейся тросовой системы, кг· м<sup>2</sup>; М = J ·  $\varepsilon$  = 0.4996 – момент электродвигателя для вращающейся тросовой системы,  $H \cdot M$ ;  $P = M \cdot \omega = 7.8482 - мощность$ электродвигателя способного раскрутить до нужных оборотов трос за 1 секунду, Вт.

В данном способе, назовем его движение КА с помощью центробежно-реактивного двигателя (ЦРД), тягу двигателя (и соответственно, скорость КА) можно увеличивать путем увеличения массы или длины, или частоты вращения троса перед отрывом троса. Наиболее оптимальным представляется увеличение частоты вращения, то что данный способ относительно мало потребляет электроэнергию, а также это уменьшит массу спутника из-за уменьшения массы «топлива» (троса) для ЦРД. К примеру, увеличение скорости вращения троса в 10 раз (и мощности двигателя), равнозначно в 10 раз увеличит тягу ЦРД.

Сравним табличные параметры ЭРД представленные в [3], и теоретически рассчитанные параметры ЦРД (табл.1).

1401111					
Параметры		ЦРД			
	Электро-термический	Электро-	Электро-		
		магнитный	статический		
Тяга, Н	0,1-1	0,0001-1	0,001-1	0,001-20	
Напряжение	единицы-десятки	Десятки-сотни	Десятки тысяч	Единицы-десятки-	
питающего				сотни	
тока, В					
Сила	Сотни-тысячи	Сотни-тысячи	Доли единиц	Доли единиц-	
питающего				единицы-десятки	
тока, А					
Цена тяги,	1-10	100	10-40	0,05-0,1	
кВт/Н					
Электрическая	Десятки-тысячи	Единицы-	Десятки-сотни	Единицы-тысячи	
мощность, Вт		тысячи			

Табл 1

Конкретно сравним параметры используемого ЭРД – СПД-100 [4], с теоретическими параметрами ЦРД. У СПД-100, тяга 8 гс, мощность 1350 Вт, запас рабочего тела 64,5 кг, масса двигателя 3,5 кг, общая масса устройства коррекции орбиты в заправленном состоянии 114 кг. Для ЦРД, чтобы тяга была равна около 1 кгс (то есть почти в 100 раз больше чем у СПД-100) достаточно 470 Вт (при условии достижении нужных оборотов за одну секунду), двигатели такого типа существуют с весом несколькими 100 грамм, кроме того, для рабочего тела (троса) не нужен будет специальный массивный бак, как для ЭРД. Если запас рабочего тела будет 100 кг, то при расходе его, 0,0035 кг/с рабочего тела хватит на 475 минут. Это

меньше чем суммарное время коррекции поддержания СПД-100 (878 часов), но сравним, для СПД-100, например, «каждая коррекция по поднятию высоты орбиты космического аппарата Д33 на 8-10 км, проводимая с периодичностью примерно раз в месяц, осуществляется непрерывной работой двух электрореактивных двигателей на 4-5 смежных витка. Двигатель же с тягой в 1 кгс решит эту задачу двумя его включениями по 10 минут на одном витке» [5, 311 с.]. Причем тяга 1 кгс – это не предел, увеличение тяги (в выигрыше по более меньшей мощности ЦРД перед ЭРД) сократит расход рабочего тела для ЦРД.

*Выводы*. Теоретически получен способ составляющий конкуренцию ЭРД, как более энергоэффективное, быстрое по осуществлению коррекции орбиты, и сравнимое по массе с ЭРД, решена проблема затруднения работы измерительных оптических систем спутника изза высокотемпературной реактивной струи, которая в предлагаемом способе (ЦРД) за счет выброса реактивной массы с помощью центробежной силы не используется.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Cartmell, M.P. Are view of space tether research. Progress in Aerospace Science. 2008. Vol.44. - P 1-21 2. A.Ю. Купреева, С.А. Хартов, И.И. Куркин. Более эффективное решение аэрокосмических задач, экспериментальные перспективы конкурирующих ЭРД. XL Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых – пионеров освоения космического пространства: сборник тезисов / Российская академия наук, Государственная корпорация по космической деятельности «РОСКОСМОС», Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана. – М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2015. – 504 с. : ил.3.

3. В.П. Глушко, В.П. Бармин, К.Д. Бушуев и др. Космонавтика: Энциклопедия. – М.: Сов. Энциклопедия, 1985. – 528 с., ил., 29 л. ил.

4. Ходненко В. П., Колосова М. В. Корректирующие двигательные установки для малого космического аппарата. Вопросы Электромеханики труды ВНИИЭМ Т. 109. – М.: Научно-производственная корпорация "Космические системы мониторинга, информационно-управляющие и электромеханические комплексы" имени А.Г. Иосифьяна. 2009. – 53 с.

5. Меньшиков В.А., Дедков В.К. Тайны тяготения — М. НИИ КС. 2007. – 332 с.

УДК 54.03

П.Ю. Булдаков<sup>1</sup>, О.С. Лобода<sup>1</sup>, Н.В. Васильев<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, <sup>2</sup> Бостонская Детская Больница, Медицинская Школа Гарварда, Бостон Массачусетс, США

# ФУНКЦИОНАЛЬНО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СПЛАВА С ЭФФЕКТОМ ПАМЯТИ ФОРМЫ КАК МАТЕРИАЛА ДЛЯ ВЖИВЛЯЕМОГО УСТРОЙСТВА, УСТРАНЯЮЩЕГО ПРОЛАПС МИТРАЛЬНОГО КЛАПАНА

Пролапс митрального клапана (ПМК) – это провисание створок митрального клапана в полость левого предсердия во время систолы, что приводит к обратному току крови через клапан и может вызвать такие осложнения, как эндокардит, разрыв хорд и тромбоэмболия. Распространенность ПМК оценивается в 2-3 % населения [1]. В редких случаях величина обратного потока крови велика и требуется коррекция порока, вплоть до хирургического вмешательства, что чревато остановкой сердца и большим риском для жизни. LPC (Leaflet Plication Clip) [2] был разработан в Бостонской детской больнице и представляет из себя специально изогнутую проволоку. Установка LPC является альтернативой хирургическому методу лечения пролапса митрального клапана и может быть выполнена без остановки сердца. В качестве материала для создания LPC был выбран сплав никелида титана NiTi

марки TH-1, так как он обладает подходящими характеристиками: биосовместимостью, стойкостью к коррозии и псевдоупругостью [3]. Псевдоупругость — это способность материала с эффектом памяти формы (ЭПФ) пластически деформироваться при определенных условиях и восстанавливать деформацию при снятии внешней деформирующей нагрузки.

Цель работы состоит в том, чтобы экспериментально исследовать функциональномеханические свойства образцов из сплава никелида титана марки TH-1 при различных режимах термообработки в качестве кандидатов для изготовления LPC. А также выполнить аналитический расчет поведения деформации проволоки при линейном растяжении с использованием математической модели Мовчана [4].

Для исследования функциональных свойств сплава NiTi использовали следующую методику. Образцы проволоки диаметром 0,5 и 0,7 мм подвергли различным режимам термообработки: 1 час отжига при 500°C, 2 часа отжига при 500°C и закалка 10 минут при 800°C с последующим отжигом при 500°C в течении 2 часов. Затем измерили температуру фазовых переходов с помощью дифференциального сканирующего калориметра (METTLER TOLEDO 822e) и подвергли нагрузке в разрывной машине (LLOYD 30k Plus) при комнатной температуре 22°C, температуре человеческого тела ~37°C и при температуре 42°C с шагом в 100 МПа с периодической разгрузкой до 0.

*Результаты.* Проведя эксперименты, имеем базу данных, опираясь на которую можем сделать вывод, какой из образцов лучше подходит для изготовления LPC, а так же провести аналитический расчет по модели А.А. Мовчана. Микромеханический подход Мовчана заключается в рассмотрении зарождения и развития кристаллов мартенсита, которые дают определенный вклад в скорость изменения фазовой деформации в сплаве с ЭПФ. Предполагается, что скорость роста кристаллов мартенсита пропорциональна накопленной фазовой деформации и уровню напряжений. В модели учитываются различные упругие свойства аустенита и мартенсита. Расчет проводился для проволоки никелида титана Ti - 50.84 ат. % Ni отожженной при температуре 500 °C в течении 1 часов, имеющей следующие параметры: Ms = - 18 °C, Mf = -34 °C, As = 17 °C, Af = 26 °C – температуры начала и окончания переходов в аустенитную и мартенситную фазу; Em = 23100 МПа, Ea = 40000 МПа – модули Юнга измеренные в аустенитной и мартенситной фазе; T = 37 °C – температура эксперимента (рис. 1).



Рис. 1. Псевдоупругие петли: (а) аналитический расчет; (b) экспериментальные данные

На рисунке 1 видно, что аналитический расчет удовлетворительно сходится с экспериментальными данными, различие может быть связано с тем что, в данном расчете не учитывалась R-фаза.

Вывод. Поведение псевдоупругости в никель-обогащенном никелиде титане подверженном различным режимам термообработки был изучен экспериментально и аналитически. Полученные результаты демонстрируют наличие у образца Ті - 50.84 ат. % Ni (0.5 мм в диаметре) псевдоупругости при 350 МПа с деформацией 6-8 % и остаточной менее 1 %. В Ті - 50.81 ат. % Ni (0.7 мм в диаметре) мартенситное превращение начинается при 600-650 МПа с деформацией до 11 % и остаточной 1-6 %. Данные приведены при эксперимента компьютерного температуре 37 °C. Результаты моделирования с использованием математической модели A.A. Мовчана качественно сходятся с экспериментальными данными. Данную модель планируется использовать для прогнозирования деформационного поведения LPC. Опираясь на экспериментальные данные, сделан вывод, что наиболее подходящим для создания LPC является образец Ti -50.84 at. % Ni диаметром 0.5 мм отожженный при температуре 500 °C в течении 1 часа. Он проявляет наилучшие функциональные свойства: хорошую восстанавливаемую деформацию при наименьшей нагрузке.

# ЛИТЕРАТУРА:

1. E. Hayek, C.N. Gring, B.P. Griffin. Lancet. 365 (2005) 507-518.

2. E.N. Feins, H. Yamauchi, G.R. Marx, F.P. Freudenthal, H. Liu, P.J. del Nido, N.V. Vasilyev. J Thorac Cardiovasc Surg. 147 (2014) 783-791.

3. В.Э. Гюнтер, В.Н. Ходоренко, Ю.Ф. Ясенчук, Т.Л. Чекалкин, В.В. Овчаренко, А.А. Клопотов. Никелид титана. Медицинский материал нового поколения. / Томск: Изд-во МИЦ, 2006. – 296 с.

4. А.А. Мовчан. Микромеханические определяющие уравнения для сплавов с памятью формы/ Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1994. – № 6. – С. 47–53.

## УДК 519.21

Р.Р. Булякулов, Д.Д. Поляков, В.Г. Меликян, К.П. Щёголева, Н.А. Нестеров Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

# СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕПРЕРЫВНОГО РАДИОСИГНАЛА, ОТРАЖЕННОГО ОТ СТАТИСТИЧЕСКИ НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Введение. В решении различного рода задач обнаружения и определения угломестных координат воздушных целей требуется моделирование подстилающей поверхности для селекции вторично излученного от цели зондирующего сигнала. Для этого требуется вывести закономерность, связывающую угол места цели с радиолокационным портретом, получаемым от подстилающей поверхности. В общем случае поиск функциональной связи функции высот подстилающей поверхности z = f(x, y, t), и интенсивности волнового поля, рассеянного на ней представляет собой решение задачи дифракции, на данный момент решаемой только в частных случаях, в основном численными методами и с использованием больших вычислительных мощностей [1],[2].

В качестве модели подстилающей поверхности в радиолокации обычно используется совокупность элементарных участков (фацетов), составляющих ее поверхности. В таком виде эта модель охватывает и поверхности, покрытые растительностью, поскольку элементы последней можно также представить в виде элементарных отражателей.

Физическим обоснованием модели как совокупности множества элементарных отражателей является принцип Гюйгенса-Кирхгофа, по которому каждая точка пространства,

в которую приходит электромагнитная волна, может рассматриваться как источник вторичной сферической волны.

На свойства элементарных отражателей накладываются следующие ограничения:

Во-первых, предполагается, что сигнал, полученный от одного элементарного отражателя, не зависит от сигналов, приходящих от других отражателей. Иногда накладываются условия, определяющие взаимное влияние элементарных отражателей, однако это не дает ощутимых результатов, при существенном усложнении модели. Сделанное предположение позволяет обойти основную трудность решения методами электродинамики – учет взаимного влияния элементов поверхности.

Вторым допущением является то, что количество элементов, образующих поверхность, должно быть велико, а отражающие свойства этих элементов приблизительно одинаковы. Предполагается, что элементы, дающие отраженный сигнал, величина которого может быть близка к суммарному сигналу, отсутствуют. Это допущение вполне обосновано, особенно для поверхностей с однородными элементами. Форма и вид элементарных отражателей могут выбираться практически произвольно, что позволяет привести в соответствие характеристики модели и данные экспериментального исследования. В качестве элементарных отражателей используются уголковые отражатели, диполи, диски, шары, и т.п. Их размеры, форма определяют диаграмму рассеяния энергии облучения, падающей на данный отражатель.

Изменения во времени неконтролируемых условий, приводящих к различиям отдельных экземпляров поверхности из ансамбля, называют статической флюктуацией формы поверхности.

Каждую поверхность из ансамбля удобно рассматривать как одну из реализаций некоторой случайной функции или случайной (статистической) поверхности. С точки зрения теории вероятностей случайная поверхность f(x, y, t) представляет собой трёхмерную непрерывную функцию случайных величин – высот точек поверхности f с координатами x, y в момент времени t.

*Цель работы* – моделирование статистически неровной поверхности для расчета среднего отклонения интенсивности поля, получаемого при отражении от неё непрерывного радиосигнала.

Метод моделирования поверхности.

Рассмотрим поверхность с цилиндрической шероховатостью, т.е. z = f(x,t). Моделирование поверхности такого рода требует меньших вычислительных мощностей, чем поверхности с независимыми точками высот по всем трём координатам. Тем не менее, результаты моделирования таких поверхностей наглядны, повторяемы и имеют прикладное применение.

Каждую точку такой поверхности можно представить как случайную величину:

$$\zeta(\mathbf{x}) \in N(M(x), S(x)^2 * e^{-x^2/l^2}),$$

где N – нормальное распределение с параметрами математического ожидания, и корреляционной функцией, описываемой средним квадратичным отклонением высот S и параметром радиуса корреляции l, величина которого зависит от характера неровностей подстилающей поверхности.

Методы моделирования случайных величин такого рода известны и описаны во множестве источников, таких как [3] и [4]. В данной работе при моделировании статистически неровной поверхности применялось свойство центрально предельной теоремы теории вероятностей и теорема Виннера-Хинчина о связи спектральной плотности мощности стационарного случайного процесса через преобразование Фурье [3].

На рисунке 1 проиллюстрирована смоделированная поверхность в среде Matlab.



### Метод моделирования отраженного поля.

Модель построена для точечного приёмника радиосигнала, находящегося на высоте 5 метров и точечного передатчика, находящегося на высоте 100 метров при удалении от приёмника на 5000 метров. Учитывается только поле, отраженное от подстилающей поверхности. Диаграммы направленности приёмной и излучающей антенны - круговые. Длинна волны излучаемого сигнала 10 сантиметров.

При моделировании поля, отраженного от подстилающей шероховатой поверхности, был применен метод Кирхгофа, также известный, как метод касательной плоскости. Суть метода заключается в разбиении поверхности на участки. Каждый участок можно представить как элементарный отражатель, а во втором приближении и как элементарный излучатель, интенсивность поля, отраженного от которого в точке приёма равна:

$$|\dot{E}_0(x)| = e^{-ik(R_1(x) + R_2(x))},$$

где  $k = \omega/c$  – волновое число,  $R_1$  и  $R_2$  - длинны радиус-векторов от источника до точки поверхности с координатами (x,  $\zeta(x)$ ) и от этой точки до точки приёма [1].



*Результаты.* Помимо интенсивности принимаемого сигнала, также в роли информативных параметров могут выступать его статистические характеристики. Так, в результате моделирования были получены зависимости значений дисперсии и интенсивности отраженного поля от подстилающей поверхности принятого непрерывного радиосигнала, от параметров шероховатости поверхности. Таких как СКО высот (рис. 2) или радиус корреляции (рис. 3).

*Выводы.* Полученные результаты окажутся полезными при синтезе различных алгоритмов определения угломестных координат, в частности в ситуациях, когда в диаграмму направленности приёмной антенны попадает подстилающая поверхность.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. Москва: Наука, 1972.

2. Смирнов Ю.Г. Решение задачи дифракции электромагнитной волны на экранах сложной формы /Ю.Г. Смирнов, М.Ю. Медведик, М.А. Максимова // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. №4(24), 2012 59 с.

3. А.А. Монаков, Основы математического моделирования радиотехнических сис тем: учеб. пособие / А. А. Монаков; ГУАП. СПб., 2005. 100 с.

4. Соболь, И.М. Численные методы Монте-Карло /И. М. Соболь. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1973.-312 с.

5. Калиник, А.И. Распространение радиоволн и работа радиолиний// учеб. Пособие / А.И. Калинин, Е.Л. Черенкова. – М.: Связьиздат, 1971. -439 с.

#### УДК 625.855.3

Л.А. Давлетбакова<sup>1</sup>, А.Я. Давлетбаев<sup>2</sup>, <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого <sup>2</sup>ООО «РН - УфаНИПИнефть»

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕТОДОМ ГИДРОПРОСЛУШИВАНИЯ МЕЖДУ СКВАЖИНАМИ С ТЕХНОГЕННОЙ ТРЕЩИНОЙ

В настоящее время разработка низкопроницаемых коллекторов осуществляется с применением гидравлического разрыва пласта. Кроме того, в нагнетательных скважинах имеет место рост трещин самопроизвольного развития вследствие превышения давления закачки над давлением разрушения породы [1,2].

В работе рассматривается система с двумя скважинами (возмущающая и реагирующая скважины), которые соединены вертикальной техногенной трещиной гидроразрыва пласта. Выполнено моделирование этапов эксплуатации скважин с постоянными давлениями и этапа гидродинамического исследования со сменой давления закачки в возмущающей нагнетательной скважине. При этом в реагирующей добывающей скважине отмечается изменения величины притока жидкости в скважину.

Проницаемость трещины между возмущающей и реагирующей скважинами существенно превышают проницаемость пласта. Предполагается, что продуктивный пласт изотропный ( $k_{mx}=k_{my}=k_m$ ). Кровля и подошва пласта непроницаемы. Распределение давления в трещинах, которое меняется по их длине и постоянно в каждом вертикальном сечении, описывается одномерным уравнением пьезопроводности:

$$\phi_f c_{ft} \frac{\partial P_f}{\partial t} = \frac{k_f}{\mu} \frac{\partial^2 P_f}{\partial x^2} + \frac{q}{w_f h}.$$
(1)

Распределение давления в пласте описывается двухмерным уравнением пьезопроводности:

$$\phi_m c_{mt} \frac{\partial P_m}{\partial t} = \frac{k_m}{\mu} \frac{\partial^2 P_m}{\partial x^2} + \frac{k_m}{\mu} \frac{\partial^2 P_m}{\partial y^2}.$$
 (2)

Система уравнения с краевыми условиями решалась методом конечных разностей по итерационной схеме Ньютона на неравномерной прямоугольной разностной сетке [3, 4].



Рис. 1. Распределение давления вдоль трещины автоГРП при  $k_f$ =100·10<sup>-12</sup> м<sup>2</sup>,  $k_m$ =1·10<sup>-15</sup> м<sup>2</sup> и в различные моменты времени: 1 – t=0.01 сут; 2 – t=0.1 сут; 3 – t=1 сут; 4 – t=5 сут; 5 – 25сут

Моделирование данной задачи можно условно разделить на два этапа: первый этап - моделирование закачки с постоянными давлениями закачки и добычи (длительность этапа составляет 100 *сут*), второй этап – моделирование исследования методом установившихся режимов закачки (с длительностью на каждом режиме 5, 10, 50 *сут* и общим количеством режимов – 8).

Путем моделирования системы «скважины-трещина-пласт» и решения прямой задачи было получено профили давления вдоль трещины (рис. 1). Установлено, что чем больше проницаемость трещины, тем меньше разница давления между возмущающей скважиной и торцом трещины. Показано, что с увеличением проницаемости продуктивного пласта уменьшается разница между давлениями на торце трещины и в скважине.

Путем моделирования исследования методом установившихся закачек были получены динамики изменения давлений, величины расхода и притока жидкости в скважинах (рис. 2), построены индикаторные диаграмма для различных проницаемостей техногенной трещины и продуктивного пласта (рис. 3).



Рис. 2. Динамика изменения давления (а) и расхода жидкости (б) в возмущающей нагнетательной скважине и притока в реагирующей добывающей скважине (в) при  $k_f = 1000 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$ ,  $k_m = 1 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$ ,  $\Delta t = 5 \text{ сут}$ 



Рис. 3. Индикаторные диаграммы в возмущающей нагнетательной скважине (а) и реагирующей добывающей скважины (б) при  $k_f = 1000 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$ ,  $k_m = 1 \cdot 10^{-15} \text{ M}^2$ ,  $\Delta t = 5 \text{ сут.}$ 

Получено, что увеличение коэффициентов приемистости/продуктивности скважин по результатам моделирования исследования на установившихся режимах закачки согласуются с величинами проницаемостей трещины автоГРП и продуктивного пласта.

Результаты моделирования показали, что при проведении исследований методом установившихся закачек в возмущающей нагнетательной скважине в реагирующей добывающей скважине, в которую пришла трещина автоГРП, будут иметь мгновенные отклики по величине притока. Данная технология исследования может быть использована для выявления направления развития трещин автоГРП и выявления источников высокого обводнения/высокого давления добывающих скважин.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Главнов Н.Г., Квеско Б.Б. Анализ развития трещин на нагнетательных скважинах Крапивинского месторождения //Известия Томского политехнического университета. - 2011. Т. 319. - №1. – С. 162 – 166.

2. Давлетбаев А.Я. Фильтрация жидкости в пористой среде со скважиными с вертикальной трещиной гидроразрыва пласта //Инженерно-физический журнал. - 2012. – Т. 85. - №5. - С. 919-924.

3. Cinco-Ley Heber, Samaniego-V Fernando. Transient Pressure Analysis for Fractured Wells // Journal of Petroleum Technology. - 1981. – P. 1749 – 1766.

4. Hoek P. J., Volchkov D., Burgos G., Masfry R. Application of New Fall-Off Test Interpretation Methodology to Fracture Water Injection Wells Offshore Sakhalin // SPE-102304. - 2006.

УДК 537.212+537.291

А.В. Кудряшов, Г.А. Мещеряков Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

# СОЗДАНИЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Актуальность. Любой студент на младших курсах изучает электрическое взаимодействие, в частности - электростатику. Для более глубокого понимания вопроса, люди чаще всего представляют некий образ, создают модель. В электростатике, чтобы охарактеризовать взаимодействие, удобно ввести такое понятие, как силовые линии электрического поля. По данной теме существует множество учебной литературы, однако зачастую в ней разобрано мало конкретных примеров конфигураций силовых линий. Тем более, частных примеров существует бесчисленное множество, а также довольно неудобно изображать трёхмерные картинки на страницах книг. В этом случае отлично поможет 3Dсимулятор. Стоит отметить, что на просторах Интернета нами не было найдено программ похожего типа.

*Цель работы*. Целью данной работы является создание компьютерной программы, с помощью которой любой желающий человек сможет визуализировать электрическое поле системы неподвижных точечных зарядов, а также смоделировать движение заряженной частицы в электрическом поле.

Задачи работы. Были поставлены следующие задачи:

1) Определиться с возможностями программы.

2) Пренебречь некоторыми величинами, которые дают малый вклад в данных условиях.

3) Разработать алгоритмы работы программы.

4) Описать движение заряженной частицы в заданном поле.

5) Написать код программы.

Так как программа в основном предназначается для студентов первого курса, то был выбран следующий функционал: изображение силовых линий системы неподвижных точечных зарядов, указание направления напряжённости в любой точке пространства, изображение эквипотенциальных поверхностей/линий, демонстрация численного значения напряжённости и потенциала в любой точке пространства, визуализация движения заряженной частицы. Программу также могут использовать преподаватели при чтении лекций, поэтому была реализована возможность сохранять/загружать построенные распределения заряженных частиц.

При описании движения заряженной частицы используется классический импульс, а не релятивистский, поэтому было введено ограничение по максимальной начальной скорости в 10% от скорости света. Тогда начальная погрешность не будет превосходить величины  $\delta \sim \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\nu^2}{c^2}}} - 1$  (1), где v – скорость частицы, с – скорость света. Если в процессе движение

скорость не увеличивается, то максимальная погрешность останется порядка 0,5%, иначе будет возрастать. Но таких случаев практически не встречается.

В программе реализована следующая модель столкновений неподвижной и подвижной частиц: неподвижный точечный заряд считается жёстко закреплённым, поэтому при столкновении происходит образование одной неподвижной частицы, причём координата остаётся такой же, как и у неподвижного заряда, а массы и заряды складываются алгебраически. При описании столкновения двух подвижных частиц (неупругом) используется закон сохранения импульса.

В случае, если в системе присутствуют несколько подвижных заряженных частиц, то пренебрегается магнитным взаимодействием. Учитывая релятивистский характер магнитного взаимодействия, можно заключить, что погрешность, связанная с магнитными силами, в этом случае можно рассчитать по формуле (1).

Условно, программу можно разбить на 4 части: расчёт напряжённости и потенциала, визуализация эквипотенциальных поверхностей/линий, визуализация силовых линий, симуляция движения заряженной частицы. Рассмотрим каждую из них.

У нас имеется система точечных зарядов. По принципу суперпозиции [1, с.19; с.23] суммарный потенциал и напряжённость будут равны, соответственно:  $\varphi(\vec{r}) = k \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}|}$  (2)

и 
$$\vec{E}(\vec{r}) = k \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r_i}|^3} (\vec{r} - \vec{r_i}).$$

Если в формулу (2) подставить определённое значение потенциала, которое определяется в месте клика мышкой, то получим уравнение эквипотенциальной поверхности. При построении эквипотенциальных кривых и поверхностей используются

совершенно разные подходы. Так, при построении кривой, сначала строится небольшой квадрат с центром в изначально выбранной точке, в каждой вершине которого вычисляется функция  $f(\vec{r}) = \varphi(\vec{r}) - \varphi(\vec{r_0})$ , где  $\vec{r_0}$  – радиус-вектор начальной точки. Понятно, что функция будет давать значения либо положительные, если  $f(\vec{r})$  проходит над интересующим нас графиком функции  $\varphi(\vec{r}) = \varphi(\vec{r_0})$ , либо отрицательные, если  $f(\vec{r})$  проходит под ним. Если на одной стороне квадрата значения  $f(\vec{r})$  имеют разные знаки, то тогда, согласно теореме о существовании нуля знакопеременной функции, на промежутке между этими вершинами существует корень функции  $f(\vec{r})$ , т.е.  $f(\vec{r}) = 0 = \varphi(\vec{r}) - \varphi(\vec{r_0}) \Rightarrow \varphi(\vec{r}) = \varphi(\vec{r_0})$ . Чтобы найти координаты этой точки, используется метод секущих [4, с. 217]. В случае, если искомая кривая пересекает квадрат через несколько его сторон, то программа уменьшает размер квадрата. Полученная точка соединяется с  $r_0$ , после чего вся процедура повторяется уже для неё, однако важно исключать обратный ход и запретить передвижение в обратном направлении. Процесс должен повторяться вплоть до замыкания кривой. Стоит отметить, что такой метод оказывается куда более стойким к большим скачкам производной функции, не заходит в тупик и не обрезает резкие изгибы кривой, в отличие от некоторых распространённых алгоритмов, таких как «marching squares» или связки нахождения секущей и метода Ньютона.

В случае с поверхностями применяется метод «marching cubes» [3, с.39], однако данный алгоритм сам по себе имеет сложность  $O(n^3)$ , где  $n^3$  – некоторый изначально заданный объём, в котором должна находится искомая поверхность. Так получается из-за того, что мы вынуждены пытаться полигонизировать каждую клетку в заданном объёме. Разумеется, подобная асимптотика данного процесса является недопустимой в программе, работающей в режиме реального времени, и потому была использована модификация этого алгоритма, суть которой заключается в том, чтобы выбрать некоторую начальную клетку, которую гарантированно пересекает поверхность, и подвергать полиголинизации только соприкасающиеся клетки. У каждой клетки, через которую проходит поверхность, проверяются соседние, за исключением уже полигонизированных. Это продолжается, пока клетки не закончатся [3, c.84]. Сложность заметно сократилась – теперь это O(n), где n – число клеток, которые пересекаются поверхностью. Недостатком этого метода является потребность в дополнительной памяти: так, при размере клетки в один юнит и построения поверхности, лежащей в кубе объёмом в 600 юнитов, требуется  $\frac{600^3}{1024^2} \approx 206$  Мбайт памяти. Однако, использование битовых полей позволяет сократить это в 8 раз, до 25.75 Мбайт, что уже не является критичным.

Из [1, с.27] известно, что силовые линии электрического поля перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям. По известной формуле [2, с.384] вектор нормали к поверхности равен:  $\vec{N} = \frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{k}$  (3) В качестве начальной точки берётся точка на



Рис. 1

заряде. Получаем вектор нормали по формуле (3). Далее этот вектор нормируется, умножается на малый шаг, определяется уравнение эквипотенциальной поверхности в следующей точке и строится новый вектор нормали. Схематично данный процесс изображён на рис.1. Но кроме того, необходимо учитывать специфику арифметики

чисел с плавающей точкой и численных методов. Это накладывает требование учитывать в алгоритме некоторые дополнительные условия, такие как величина нормы градиента  $\varphi(\vec{r})$ .

Для описания движения заряженной частицы с массой M, зарядом Q и координатой R используется 2-ой закон Ньютона:  $kQ \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{|\vec{k} - \vec{r_i}|^3} (\vec{R} - \vec{r_i}) = M\vec{r}$ . Решение находится методом Рунге-Кутта четвёртого порядка [4, с. 548].

*Результаты*. В результате была получена программа, интерфейс которой представлен на рисунке 2.



Рис. 2

*Выводы*. Таким образом, разработана компьютерная программа, которая полностью удовлетворяет поставленным целям и задачам. В ближайшее время программа будет выложена в открытом доступе на сайте http://physics.spbstu.ru

#### ЛИТЕРАТУРА

1. И.В. Савельев «Курс общей физики». Том 2. Издательство «Лань», 2011г.

2. В.И. Смирнов «Курс высшей математики». Том 1. Издательство «Наука», 1971г.

3. Charles D. Hansen, Chris R. Johnson «Visualization Handbook». Academic Press, 2011 г.

4. В.М. Вержбицкий «Основы численных методов». Издательство «Высшая Школа», 2002 г.

УДК 553.981.2

Г.С. Курдюкова Российский Государственный Университет Нефти и Газа (НИУ) им. И.М. Губкина

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ВОДЯНОГО КОНУСА

*Актуальность*. Рациональная разработка практически всех месторождений, а также полное извлечение из них углеводородов невозможно без знания закономерностей обводнения нефтяных и газовых скважин. Образование водяного конуса – это явление, зависящее от многих факторов, основными из которых являются скорость течения флюида и соотношение горизонтальной и вертикальной проницаемостей пласта.

При наличии в газовой залежи подошвенной воды возникает опасность продвижения фронта газоводяного контакта непосредственно к скважине, поэтому при проектировании разработки газовых месторождений следует определить величины предельного безводного дебита и предельной депрессии и изменение их во времени в процессе разработки, для чего необходимы данные гидродинамических исследований скважин, в особенности КВД [4]. При проведении гидродинамических расчетов показателей разработки залежей углеводородов необходимо наиболее полно учитывать характер и степень анизотропии пласта. В работе рассматривается модель газового месторождения, где поверхность газоводяного контакта имеет первоначальное положение, удаленное от скважины. Задачей гидродинамического исследования является расчет времени предположительного начала изменения положения газоводяного контакта с учетом параметров разработки и режима работы скважины.

Предвидение такого негативного явления как подъем ГВК и обводнение добывающих скважин может повысить качество их эксплуатации и эффективность разработки залежи в целом.

Цель работы. В процессе разработки газовых месторождений с различной степенью интенсивности продвигается вода из водоносного бассейна. Поэтому решение задачи о двухфазной фильтрации представляет большой практический интерес. Отличительная особенность этой задачи от однофазной фильтрации заключается в необходимости учета следующих факторов: капиллярных сил, растворимости компонентов в фазах, сжимаемости флюидов и пород, фазовых проницаемостей в зависимости от насыщенности пор фазами. Однако степень насыщенности пор фазами при решении для каждого элементарного слоя (пропластка) принимается равномерной, не зависящей от размеров и форм каналов в пределах данного пропластка [1].

$$\begin{split} m \frac{\partial s}{\partial t} + div(\vec{w}_{e}) &= 0\\ div(\rho_{e}\vec{w}_{e} + \rho_{z}\vec{w}_{z}) &= 0\\ k_{z}(s) &= \begin{cases} 0, & npu \ 0.1 \le s \le 1\\ [(0.9 - s)/0.9]^{3.5}(1 - 3s) & npu \ 0 \le s \le 0.1 \end{cases}\\ k_{e}(s) &= \begin{cases} [(s + 0.2)/0.8]^{3.5}(1 - 3s) & npu \ 0.2 \le s \le 1\\ 0 & npu \ 0 \le s \le 0.2 \end{cases}\\ \vec{w}_{i} &= -k \frac{k_{i}}{\mu_{i}}(grad \ p - \rho \vec{g})\\ \rho &= \frac{\rho_{am} z(p_{am}) p}{p_{am} z(p)} \end{split}$$

Рис. 1. Математическая модель процесса

Задача работы в том, чтобы проследить за влиянием анизотропии пласта газового месторождения на скорость подъема газоводяного контакта.

Метод исследования. Главными характеристиками многофазного течения служат насыщенность s<sub>i</sub> и скорость фильтрации w<sub>i</sub> каждой фазы. Закон движения каждой из фаз формулируется как обобщенный закон Дарси (рис. 1).

Если рассчитывается движение в очень большой области, то влияние капиллярных сил на

распределение давления незначительно и их действия сказываются через локальные процессы

перераспределения фаз. Взаимное торможение фаз, благодаря которому относительные фазовые проницаемости не равны соответствующим насыщенностям, обусловлено, прежде всего, капиллярными эффектами. В тех случаях, когда можно пренебречь капиллярным скачком p<sub>к</sub>(s), капиллярность косвенно учитывается самим видом опытных кривых относительных фазовых проницаемостей k<sub>i</sub>(s) [3]. В гидродинамических расчетах удобно пользоваться эмпирическими зависимостями значений относительной фазовой проницаемости от насыщенности, полученными из экспериментальных данных. Используем эмпирические формулы, полученные Чень-Чжун-Сяном, которые можно применять при оценочных расчетах [2].

*Результаты*. В результате вычислений получаем визуальное представление движения газоводяного контакта с течением времени (рис. 2).



Рис. 1. Положение ГВК относительно скважины через год её работы



Рис. 2. Вектор скорости фильтрации

Продвижение газоводяного контакта происходит достаточно медленно. Конус не образовывается непосредственно под скважиной, граница ГВК продвигается равномерно. При этом на самом контакте значение водонасыщенности равно 0,4-0,6, что говорит о том, что при достижении ГВК забоя скважины добыча газа продолжится, но потребуется дополнительное оборудование для сепарации добываемой продукции. Помимо подъема газоводяного контакта с течением времени, мы можем проследить за вектором скорости фильтрации фаз

*Выводы*. При разработке газовых месторождений происходит подъем газоводяного контакта также, как и при разработке нефтяных скважин. Но из-за особенностей свойств газа прогнозирование данного явления требует особого внимания и более тщательной детализации параметров газа и подошвенной воды.

Визуализация продвижения границы ГВК позволяет сравнивать особенности этого явления при различных режимах работы скважины, а именно депрессии на пласт, а также рассчитать время безводной добычи газа. Помимо этого, знание особенностей продвижения ГВК позволит рационально создать проект разработки газового месторождения, учитывая необходимость в специальном скважинном и наземном оборудовании.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Алиев З.С., Бондаренко В.В. – Руководство по проектированию газовых и газонефтяных месторождений. – 1998.

2. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. – Подземная гидромеханика. – 1993.

3. Кравченко М.Н. – Механика многофазных сред. – 1999.

4. Armenta M. – Severity of water coning in gas well. – SPE 75720 – 2002.

УДК 57.023

# С.Ф. Лебедев, Д.В. Цветков Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСНОВНЫХ ПРИНЦИПОВ БИОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Введение. Понятно, что неожиданное возникновение свойства сложной системы является результатом причинно - следственных взаимодействий простых и комплексных частей. Биологические системы проявляют многочисленные важные примеры становления свойств в сложном взаимодействии компонентов. Традиционное изучение биологических систем предусматривает восстановительные методы, в которых данные собраны в категории, определяемые задачами исследования. Компьютеры имеют решающее значение для анализа и моделирования этих данных, ведь правильно созданная модель сможет помочь найти ответы на вопросы исследователя намного быстрее, чем натурные эксперименты. Помимо экономии времени, так же из экспериментов исключается человеческий фактор. Однако, данный подход к изучению биологических систем пока не получил большого распространения, из-за невероятно большого количества различных параметров, взаимосвязь которых носит настолько фундаментальный характер, что придумать, как упросить систему, оставив только самые важные компоненты, становится совсем не тривиальной задачей. В связи с этим, в ходе обсуждения с Кривцовым Антоном Мирославовичем (заведующим кафедры Теоретической механики) и Евгением Кролем (ассистентом профессора университета Монтаны) было решено на основе клеточных автоматов [2] начать реализовать простейшую, из применяемых на практике, биологических систем – организмы в питательной среде, выделяющие ферменты, которые переваривают трупы умерших организмов. Требовалось не только создать модель, поведение которой хотя бы отдалённо напоминало поведение реально биологической системы, но и проследить, как изменяется генофонд приспособления окружающей В ходе к среде. Другими словами, данную работу можно разделить на две большие части: создание математической модели, поведение которой приближенно схоже с поведением «простейшей» биологической системы и исследование той самой системы на предмет нахождения зависимостей изменений генофонда под действием внешней среды. На данный момент реализована первая часть и имеется план второй части.

Описание системы. Метод клеточных автоматов выбран был неспроста: он позволяет очень просто не только алгоритмизировать процесс жизнедеятельности организмов, но и так же визуализировать процесс «жизни» системы, что является ключевым фактором к быстрому пониманию, в правильном ли направлении движется разработка. Получившаяся модель описывает взаимодействие трёх различных слоёв:

- 1. Слой организмов (живые и мертвые);
- 2. Слой поля глюкозы;
- 3. Слой поля фермента;

Как видно из названия последние два слоя очень похожи и как-то должны соотноситься с понятием «поля». Это получается из-за того, что рассматривать отдельные молекулы

глюкозы и ферментов не имеет смысла в связи их малых размеров и общей незначительности. Так же, если перейти на макроуровень, то описание системы станет непомерно громоздким, в сравнении с описанием на микроуровне. Намного легче взять за единицу пространства размер одного организма, а глюкозу и ферменты задавать распределением по концентрации на каждой такой элементарной площади. Благодаря такому подходу сформулировать взаимодействие всех трех слоёв оказалось довольно простой задачей:

•По всему полю модели распределены организмы, своей жизнедеятельностью они понижают концентрацию глюкозы в месте, где находятся.

•Глюкоза, начинает «перетекать» в эту область, как это требует от нее уравнение диффузии. Таким образом происходит перераспределение глюкозы.

• Результатом жизнедеятельности организмов является фермент, необходимый для переваривания трупов организмов, которые погибают не из-за истощения массы, а из-за истощения «жизненного ресурса» (старости). Перераспределение его концентраций так же соответствует уравнению диффузии, только потребителем фермента являются мертвые организмы.

•Источниками фермента являются организмы, которые испускают его с определенным (для каждого организма особым) периодом. Источником глюкозы являются мертвые животные, которые поглощают ферменты.

Отдельного рассмотрения заслуживает вопрос появления новых организмов. Реалистичность созданной модели добавляет естественно формирующийся процесс эволюции. Это происходит, потому что животные наследуют массу, жизненный потенциал и период испускания ферментов так, как это происходит в реальных биологических системах – значения параметров у родительских организмов есть математическое ожидание нормального распределения [1] этих параметров у дочерних организмов. Благодаря этому остаются те эволюционные ветки, которые наиболее приспособились к выживанию.

Собственно тут и случается переход ко второй части работы – к исследованию модели. Напомню, что основной целью является уточнение процессов генной модификации в процессе приспособления к окружающей среде. Для этого нужно найти «устойчивое» положение системы, то есть такие начальные параметры, чтобы благодаря эволюционным процессам и процессам саморегуляции, смерть и рождение организмов пришли в динамическое равновесие. После этого нужно будет перевести входные данные, которые являются просто коэффициентами в числа «настоящего» мира, то есть уже в особей, моли веществ и так далее. Если это сделать удалось, то исследование по сути прошло успешно. Для увеличения скорости процесса и получения более полной картины, сейчас уже написана автоматическая программа, которая перебирает параметры и ищет из них «устойчивые» положения. Необходимость такого подхода так же обусловлена тем, о чем я говорил выше – в хорошей модели биологической системы много параметров (в нашем случае теперь уже 7, хоть начиналось все с 17, в чем помогли [3],[4]), которые связаны друг с другом настолько сложно, что убрать ни один из них пока не представляется возможным.

*Результаты.* Создана подробная модель биологической системы, подготовлено и начато ее исследование.

*Вывод*. Моделирование биологических систем крайне непростое и небыстрое дело, но невероятно важное, так как биология очень тесно связанна с огромным количеством сфер нашей жизни, поэтому изучение и построение математических моделей, описывающих основные принципы их развития являются кирпичиками в фундаменте важнейших открытий в областях от медицины до строительства.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Donald Knuth «The Art of Computer Programming» Volume 2 *Seminumerical Algorithms*, Third Edition (Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1997) Chapter 3.

2. Астафьев Г.Б., Короновский А.А., Храмов А.Е. Клеточные автоматы: Учебно-методическое пособие. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2003.

3. Свирежев Ю. М., Логофет Д. О. Устойчивость биологических сообществ. — М.: Наука, 1978.

4. Жаботинский А. М. Концентрационные автоколебания. — М.: Наука, 1974.

### УДК 539.3

Р.С. Пальков<sup>1</sup>, А.В. Пояркин<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>Филиал ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина» - «ПО «Корпус» <sup>2</sup>Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГИХ МОДУЛЕЙ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ «ЭФФЕКТИВНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ»

Актуальность. Одной из основных математических задач в современной науке о материалах является задача моделирования свойств композиционных материалов (их обычно называют эффективными, или макроскопическими, свойствами) по свойствам составляющих их компонентов. На границе раздела матрицы и включения образуется межфазный слой в виде дополнительной фазы, которая отличается по своим свойствам от фазы матрицы и фазы включения. Наличие межфазного слоя существенно усложняет применение численных методов для определения эффективных характеристик композитов. Кроме того, параметры самого межфазного слоя, как правило, являются неоднородными по толщине. Упругие свойства межфазного изотропного слоя описываются некоторой функцией, изменяющейся в радиальном направлении. В случае неоднородного межфазного слоя, как правило, требуется решать дифференциальные уравнения для задачи теории упругости с бесконечной матрицей, содержащей одно включение с межфазным слоем [1].

Таким образом, разработка методов определения эффективных механических свойств композиционных материалов при наличии межфазного слоя с переменными по толщине свойствами и программного обеспечения для их определения является актуальной задачей.

Цели и задачи работы. Целью работы является разработка математических моделей, методов и программного обеспечения для численного и аналитико-численного моделирования эффективных механических характеристик композиционных материалов с периодической структурой, с включениями различной формы, окруженных межфазным слоем с переменными по толщине свойствами на основе эффективного включения.

Эффективное включение определяется как однородное включение энергетически эквивалентное структуре «включение - межфазный слой», то есть энергии упругих деформаций этих областей равны для заданных напряжений [2].

Геометрически область эффективного однородного включения по площади равна площади фазы включения и площади межфазного слоя (рис. 1а, б). Отметим, что механические свойства по определению считаются постоянными внутри эффективного включения. Нам известны однородные механические свойства в области включения, отмеченные индексом f, это  $G_f, k_f, E_f, v_f$  и неоднородные механические свойства межфазного слоя  $G_i(r), k_i(r), E_i(r), v_i(r)$ . Таким образом, задача заключается в нахождении эффективных свойств  $G^{ef}, k^{eff} E^{eff}, v^{eff}$  однородного эффективного включения, заменяющего структуру «включение - межфазный слой». Присоединим к области однородной фазы включения (с постоянными механическими свойствами) тонкий слой соответствующий межфазному слою (рис. 1а) малой толщины dr. Предположим, что внутри этого слоя механические свойства постоянны и равны их среднему значению на интервале dr (обозначим их  $G_i$ ,  $k_i$ ,  $E_i$ ,  $v_i$ ). Тогда для эффективных механических свойств области  $(r_0 + dr)$  можно записать известные выражения Хашина-Штрикмана [3].

В частности для поперечного модуля сдвига нижняя оценка *G*<sup>*eff*</sup> задается выражением:

$$G^{eff}(r_0 + dr) = G_i + \frac{\varphi}{\frac{1}{G^{eff}(r_0) - G_i} + \frac{(1 - \varphi)(k_i + 2G_i)}{2G_i(k_i + G_i)}},$$
(1)

где  $\varphi$  – объемная доля включения радиуса  $r_0$  внутри системы радиуса  $r_0 + dr$ .



Рис. 1. Представительный элемент с матрицей включением и межфазным слоем (a), представительный элемент с эффективным включением (б)

Переходя к пределу при dr стремящемся к нулю получаем дифференциальные уравнения для эффективных двумерного объемного модуля  $k^{eff}$  и модуля сдвига в поперечном направлении  $G^{eff}$ :

$$\frac{d}{dr}k^{eff}(r) = -A \cdot \left(k^{eff}(r) - k_i(r)\right) \cdot \left(1 + \alpha \cdot \frac{k^{eff}(r) - k_i(r)}{k_i(r)}\right),\tag{2}$$

$$\frac{d}{dr}G^{eff}(r) = -A \cdot \left(G^{eff}(r) - G_i(r)\right) \cdot \left(1 + \beta \cdot \frac{G^{eff}(r) - G_i(r)}{G_i(r)}\right),\tag{3}$$

где

$$\alpha = \frac{1 + v_i}{3(1 - v_i)}, \ \beta = \frac{3 - 4v_i}{4 \cdot (1 - v_i)},$$
(4)

с начальными условиями  $k^{eff}(r_0) = k_f$ ,  $G^{eff}(r_0) = G_f(k_f, G_f - двумерные объемный модуль и модуль сдвига включения соответственно, <math>v_i - коэффициент$  Пуассона межфазного слоя, значение которого являются постоянным по толщине межфазного слоя и принимается равным среднему значению). Уравнения позволяют учитывать различные формы включений за счет введения нового коэффициента A.

Зная упругие модули эффективного включения ( $G^{eff}$  и  $k^{eff}$ ) можно определить модуль упругости  $E^{eff}$  и коэффициент Пуассона  $v^{eff}$ . После чего воспользоваться стандартной

процедурой для определения свойств всего композиционного материала по свойствам представительного элемента, где межфазный слой уже учтен в модулях эффективного включения.

Результаты. Для численной реализации рассматриваемых в работе математических моделей был разработан единый программный комплекс на базе метода граничных элементов для решения двумерных краевых задач теории упругости, возникающих в численных экспериментах при определении эффективных свойств волокнистых композитов. Программа предназначена для определения эффективных упругих характеристик композиционных материалов с учетом межфазного слоя. Программа представляет собой исполняемый .exe файл. Расчет реализован с использованием эффективного включения. В программе предусмотрена возможность предварительного просмотра результатов в графическом и численном виде [4].

Для верификации алгоритма и программного комплекса было проведено сравнение полученных результатов с уже известными. Для композита с включениями из двух различных материалов (основной материал композита – эпоксидная смола, материал включений – глина и резина) было проведено сравнение эффективного модуля упругости со значениями, полученными Yasser M [5]. Зависимости эффективного модуля упругости от объемной доли включения глины при фиксированной объемной доли резины, полученные по алгоритму, описанному выше и приведенные Yasser M. представлены на рисунке 2. Отличия не превышают 3%.



Рис. 2. Зависимость модуля Юнга от объемной доли резины

Выводы. Нами были разработаны математическая модель для эффективного включения, алгоритм для определения его упругих свойств. На основе данного алгоритма разработан единый программный комплекс для вычисления эффективных механических свойств композиционных материалов. Разработанные математические модели, алгоритмы и программы для вычисления эффективных характеристик композитов могут быть использованы в инженерных расчетах, методических рекомендациях, что в свою очередь позволит снизить количество дорогостоящих экспериментальных исследований путем замены части из них расчетами. По результатам исследований получено свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2016616949.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Микромеханическое моделирование эффектов усиления однонаправленно-армированного композиционного материала с учетом межфаз-ного слоя / А.Б. Перегудов, А.В. Пояркин, Р.С. Пальков, С.П. Павлов // Труды ФГУП «НПЦАП», М., 2014. № 2. С. 54-67. ISSN 1991-5950.

2. Замена структуры «включение-межфазный слой» на эф-фективное включение для нанокомпозиционных материалов / А.В. Пояркин, Р.С. Пальков // XLII Неделя науки СПбГПУ: материалы науч.-практ. конф. с ме-ждунар. участием. СПб., 2013. С. 153-155.

3. Hashin Z., Shtrikman S.A., A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials. J. Mech. Phys. Solids, 1963, v. 11, № 2, p. 128-140.

4. Программа для определения эффективных упругих модулей композиционных материалов с учетом межфазного слоя: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2016616949 Рос. Федерация / Р.С. Пальков, А.В. Пояркин; правообладатель СГТУ имени Гагарина Ю.А. №2016614306; заявл. 27.04.16; опубл. 20.07.16.

5. Yasser M. Shabana, Gong-TaoWang/Thermomechanical modeling of polymer nanocomposites by the asymptotic homogenization method /Acta Mech 224, 1213–1224 (2013).

УДК 533.924

М.М. Петров<sup>1</sup>, А.С. Скичко<sup>2</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого <sup>2</sup>Российский химико – технологический университет имени Д.И. Менделеева

# МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ ПРОЦЕССА МИКРОБИОЛОГИЧЕСКОГО ДЕХЛОРИРОВАНИЯ ТРИХЛОРЭТИЛЕНА

*Актуальность*. Трихлорэтилен (ТХЭ) в больших количествах применяется в промышленности и в тоже время является сильным ядом [1]. В России отработанный ТХЭ не перерабатывают, а отправляют на свалки токсичных отходов, откуда это вещество может просачиваться в глубь земли и отравлять грунтовые воды [2,4].

Цели и задачи работы. Целью данной работы является разработка математической модели процесса микробиологического дехлорирования трихлорэтилена. Для этого необходимо определить как сами уравнения биокинетики, так и входящие в них константы. Решение данной задачи осуществлялось с помощью численных методов, которые были реализованы в программном модуле, созданном с помощью языка программирования С#.

В работе [3] описаны экспериментальные исследования по микробиологическому восстановительному дехлорированию трихлорэтилена. Конечным продуктом процесса микробиологического дехлорирования является этилен, однако в указанной работе изучалась только одна стадия дехлорирования с целью определения возможности её интенсификации при искусственном увеличении в системе концентрации донора электронов – водорода. Кратко «химизм» процесса можно представить в виде двух реакций:

$$\begin{cases} Cl_2C = CHCl + H_2 \rightarrow CIHC = CHCl + HCl \\ CO_2 + 4H_2 \rightarrow CH_4 + 2H_2O \end{cases}$$

Первая реакция – основная в изучаемом процессе: замена атома хлора в молекуле ТХЭ на атом водорода в процессе метаболической активности дехлорирующих бактерий. Вторая реакция – образование метана, сопутствующее дехлорированию. Таким образом, модель должна описывать изменение концентраций ТХЭ, ДХЭ, метана и водорода:

$$\frac{\mathrm{d}C_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{W}_{\mathrm{g}},\tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}C_{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{W}_{\mathrm{g}},\tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}C_{\mathrm{H}_2}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{W}_{\mathrm{b}} - \mathrm{W}_{\mathrm{g}} - 4\mathrm{W}_{\mathrm{m}},\tag{3}$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{C}_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{W}_{\mathrm{m}}.\tag{4}$$

В уравнениях (1)–(4) использованы следующие обозначения:  $C_t$ ,  $C_d$ ,  $C_{H2}$ ,  $C_m$  – концентрации ТХЭ, ДХЭ, водорода и метана, мкмоль/л;  $W_g$  и  $W_m$  – скорости дехлорирования и метаногенеза, мкмоль/(л·ч);  $W_b$  – суммарная скорость процессов, определяющих производство водорода дехлорирующим сообществом.

Для описания скорости метаногенеза в начальном приближении допустимо использовать уравнение Моно:

$$W_m = \frac{K_m C_{H_2}}{K_{sm} + C_{H_2}}.$$
 (5)

Для реализации математической модели была разработана программа на языке C# 6.0, использующая метод конфигурации для поиска кинетических констант. Дифференциальные уравнения были записаны в виде явной разностной схемы.

*Результаты.* В ходе проведения численного эксперимента было установлено, что однозначно определить значения констант математической модели невозможно в силу их взаимозависимости, т.е. количество решений стремится к бесконечности. Была определена формула зависимости скорости дехлорирования W<sub>g</sub>:

$$W_{g} = \frac{K_{g}C_{t}C_{H_{2}}}{(K_{si} + C_{t} + C_{t}^{2}K_{i})(K_{h} + C_{H_{2}})}.$$
 (6)

А также установлены следующие инвариантные соотношения для констант биокинетики:

$$\mathbf{K}_{g}^{"} = \frac{\mathbf{K}_{g}\mathbf{C}_{t}}{(\mathbf{K}_{si} + \mathbf{C}_{t} + \mathbf{C}_{t}^{2}\mathbf{K}_{i})(\mathbf{K}_{h} + \mathbf{C}_{H_{2}})} \approx 150 \pm 20, \qquad \mathbf{K}_{m}^{"} = \frac{\mathbf{K}_{m}}{\mathbf{K}_{sm} + \mathbf{C}_{H_{2}}} \approx 11 \pm 1.$$
(7)

На основании полученных выражений были получены расчетные данные, которые были сравнены с экспериментальными (рис. 1 – 3).



Рис. 1. Изменение концентрации ТХЭ, мкмоль/л



Рис. 2. Изменение концентрации ДХЭ, мкмоль/л



Рис. 3. Изменение концентрации метана, мкмоль/л

*Выводы*. В результате проведённой работы было установлено, что при малых значениях концентрации субстрата допустимо упрощение биокинетической модели до линейных соотношений.

Однако использование упрощённых соотношений (7) с целью математического исследования путей интенсификации изучаемого процесса вызывает большие сомнения, поскольку при увеличении концентрации водорода его влияние на скорости дехлорирования и метаногенеза будет ослабевать, а влияние других факторов (например, концентрации ТХЭ) – возрастать. Т.е. при больших концентрациях водорода инвариантные соотношения (7) скорее всего уже не будут константами. Таким образом, данное исследование показывает, что без предварительного экспериментального изучения процесса в условиях высоких концентраций водорода математическая модель процесса не будет обладать хоть скольколибо адекватными прогнозирующими способностями.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Королев В.А. Очистка грунтов от загрязнений. М.: МАИК "Наука/Интерпериодика", 2001. 365 с.

2. Василенко В. А. Экология и экономика: проблемы и поиски путей устойчивого развития. Новосибирск: СО РАН, 1995. — 123 с.

3. Aulenta F., Reale P., Catervi A., Panero S., Majone M. Kinetics of trichloroethene dechlorination and methane formation by a mixed anaerobic culture in a bio-electrochemical system // Electrochimica Acta. 2008. V. 53. P. 5300–5305.

4. Варфоломеев С. Д., Гуревич К. Г. Биокинетика: практический курс //М.: Фаир-пресс. – 1999. – Т. 720. – С. 18.

УДК 681.3.06

А.В. Пояркин<sup>1,2</sup>, В.В. Алешкин<sup>2</sup>, Р.С. Пальков<sup>1</sup> <sup>1</sup>Филиал ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина» - «ПО «Корпус»; <sup>2</sup>Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ БЛОКА ТРЕХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ДУС С АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ КОМПЕНСАЦИЕЙ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Актуальность. Для управления движением объекта (КА, самолета, ракеты, и т.д.) необходима первичная информация о параметрах его вращательного движения. Угловые скорости вращения объекта измеряются блоком датчиков угловых скоростей (БДУС).

Именно поэтому гироскопические приборы являются важнейшими компонентами в системе управления летательных аппаратов [1].

Цель и задачи работы. Целью работы является разработка БДУС с алгоритмической компенсацией погрешностей, обусловленных движением объекта и чувствительных элементов самого БДУС, что позволит повысить точность измерения угловой скорости в динамических режимах [2].

Алгоритмический способ компенсации погрешностей может быть реализован как с помощью бортового цифрового вычислительного устройства в составе БДУС, так и с помощью аналоговых схем компенсации.

Для БДУС целесообразно применение алгоритмов компенсации погрешностей перекрестных связей, нелинейностей масштабных коэффициентов и динамических. Для данных приборов эти погрешности могут достигать 85% общей погрешности измерения угловых скоростей при заданном движении объекта.

С помощью известных уравнений движения ДУС [3] и с учетом ортогональной ориентации осей ДУС в блоке получены выражения (1), являющиеся алгоритмом формирования компенсационных добавок к основным сигналам ДУС, учитывающих перечисленные выше погрешности.

$$\Delta i_{k} = (-H_{k}\omega_{z}\beta_{k} - K_{\partial}^{k}\beta_{k} - A_{k}\beta_{k} - A_{k}\dot{\omega}_{y})/K_{\partial M}^{k}$$

$$\Delta i_{m} = (H_{m}\omega_{z}\beta_{m} - K_{\partial}^{m}\dot{\beta}_{m} - A_{m}\ddot{\beta}_{m} - A_{m}\dot{\omega}_{x})/K_{\partial M}^{m}$$

$$\Delta i_{p} = (H_{p}\omega_{y}\beta_{p} - K_{\partial}^{p}\dot{\beta}_{p} - A_{p}\ddot{\beta}_{p} - A_{p}\dot{\omega}_{x})/K_{\partial M}^{p}$$
(1)

Функциональная схема БДУС и реализации алгоритма (1) приведена на рисунке 1, считая, что погрешности от угловых ускорений отсутствуют. Обозначения:  $1^{g}$  – чувствительный элемент  $\mathcal{G}$  –го ДУС;  $2^{g}$  – датчик угла;  $3^{g}$  – фазочувствительный усилитель;  $4^{g}$  – корректирующий контур;  $5^{g}$  – блок электроники;  $6^{g}$  – датчик момента;  $7^{g}$  – дифференцирующий фильтр;  $8^{g}$  – множительное устройство;  $f_{g}$  – возмущающий момент, действующий на чувствительный элемент;  $U_{\beta}^{g}$  – сигнал, пропорциональный углу отклонения ЧЭ относительно корпуса;  $U_{i}^{g}$  – сигналы, пропорциональные току в обмотке датчика момента;  $U_{ox}U_{oy}U_{ox}$  – сигналы, пропорциональные угловым скоростям объекта, полученные с учётом компенсации методических погрешностей [4].



Рис. 1. Схема компенсации погрешностей

Схема формирования компенсационного сигнала в каждом приборе содержит дифференцирующий фильтр 7<sup>*s*</sup> и множительное устройство 8<sup>*s*</sup>. Рассмотрим формирование

компенсационного сигнала на примере канала крена  $\Delta i_k$ . С выхода фазочувствительного усилителя снимается сигнал  $U^k_\beta$ , пропорциональный углу поворота ЧЭ БДУС относительно его корпуса, который поступает на вход аналогового вычислительного устройства (дифференцирующего фильтра).

На выходе дифференцирующего фильтра формируется сигнал, пропорциональный величине  $(K_{\partial}^{k}\dot{\beta}_{k} + A_{k}\ddot{\beta}_{k})/K_{\partial M}^{k}$ . С выхода множительного устройства снимается сигнал, пропорциональный величине  $(-\frac{H_{k}K_{\partial M}^{p}}{K_{\partial M}^{k}}h_{p}^{k})$ . Далее в сумматоре происходит сложение сигнала  $U_{i}^{k}$  и сигнала, пропорционального  $\Delta i_{k}$ . С выхода сумматора снимается сигнал, пропорциональный угловой скорости объекта  $\omega_{x}$ .

Аналогичным образом работают и схемы формирования сигналов компенсации погрешностей каналов тангажа и рысканья.

Моделирование работы БДУС со схемой, изображенной на рисунке 1, для двух вариантов постоянной времени  $T_5 = 5*10^{-3}c$  и  $T_5 = 5*10^{-4}c$  аналогового дифференцирующего фильтра проводилось в программе Simulink [5]. Результаты сведены в таблицу 1.

Параметры	Полоса	Показатель	Время	Перерегулир	f = 2.5 гц	
	пропуска	колебательн	переходного	ование	$\underline{Ai(\omega) \cdot Ai(0)}_{100\%}$	$\varphi_i$ град
	ния, 1 ц	ости по току	$t_{\pi}$ , c.	0,	Ai(0)	
б/к	34	1,4	0,053	30,2	4,81	1,74
$T_5 = 5 * 10^{-3} c c$	61	1,71	0,046	48,1	0,28	0,21
$T_5 = 5 * 10^{-4} c$	400	1,75	0,0018	5,12	0,012	0,021

Табл. 1. Результаты моделирования

По результатам моделирования можно сделать следующие выводы: применение схемы компенсации позволяет уменьшить время переходного процесса в 30 раз, а величину перерегулирования - в 6 раз при выбранных постоянных времени; амплитудные искажения в рабочем диапазоне частот (до 2,5Гц) снижаются приблизительно в 400 раз, а фазовые искажения – приблизительно в 83 раза; при технической реализации схемы необходимо обеспечить выполнение условия  $T_5 \leq 5*10^{-3}c$ . в аналоговом дифференцирующем фильтре.

Аналоговый дифференцирующий фильтр 7 может быть реализован на основе операционных усилителей с интегральной обратной связью, либо в виде аналоговой схемы наблюдающего устройства идентификации (НУИ). В последнем случае появляется возможность компенсации погрешностей ДУС от переносных угловых ускорений вокруг выходных осей. Вычислив их в НУИ канала крена можно компенсировать соответствующие погрешности в каналах тангажа и рысканья, а оценку НУИ канала рысканья использовать в схеме канала тангажа.

## Выводы.

1. С помощью моделирования работы блока ДУС произведена оценка их методических погрешностей и возможной точности компенсации этих погрешностей алгоритмическим способом. Показано, что методические погрешности ДУС при измерении угловых скоростей

 $6 \frac{\circ}{c}$  составляют 1,93%. Время переходных процессов в ДУС достигает 0,06с, перерегулирование -43%. При измерении угловой скорости, изменяющейся по гармоническому закону с частотой 2,5Гц, приведенная относительная погрешность определения ее мгновенных значений достигает 3,35%. При точном задании параметров блока гироскопов, точном съеме их выходных сигналов и вычислении производных углов относительных движений, применение полного алгоритма позволяет снизить погрешности определения мгновенных значений переменной угловой скорости, меняющейся с частотой 2,5Гц, до 0,58 · 10<sup>-4</sup>%.

2. Экспериментальные результаты по компенсации погрешностей блока ДУС показывают, что с помощью предложенного алгоритма можно снизить погрешности определения среднего значения компонентов вектора угловой скорости примерно на порядок по множеству реализаций. При этом дисперсии вычисленных значений  $V_j$  по отношению к дисперсиям показаний ДУС практически не возрастают. При определении мгновенных значений трех компонентов вектора угловой скорости платформы, являющихся реализациями стационарных случайных процессов с математическими ожиданиями  $1-6 \frac{\circ}{c}$ ,

случайными составляющими с амплитудой до  $0.8 \ c$  и частотой до 15 Гц, суммарные погрешности блока ДУС были снижены в 1,3-4,2 раза.

3. Для датчиков, исследованных в данной работе, целесообразно применение алгоритмов компенсации погрешностей перекрестных связей и нелинейности масштабных коэффициентов. Для данных приборов эти погрешности составляют до 85% общей погрешности измерения постоянных составляющих угловых скоростей. Применение этих алгоритмов позволяет снизить общие погрешности измерения мгновенных значений угловой скорости на 30...80%.

4. Реализация указанных алгоритмов возможна как с помощью цифрового процессора в составе ИИБ, так и с помощью аналоговых схем компенсации. В работе приведены варианты аналоговых схем компенсации погрешностей блоков.

## ЛИТЕРАТУРА:

1. Каргу Л.И. Гироскопические приборы и системы. – Л.: Судостроение, 1988. – 240 с.

2. Алешкин В.В. Оптимизация ориентации гиротахометров в блоке при алгоритмической компенсации их погрешностей / В. В. Алешкин // Вестник ТГТУ.- 2011. - Том 17. №2.- С. 333-341.

3. Пельпор Д.С., Осокин Ю.А., Рахтеенко Е.Р. Гироскопические приборы систем ориентации и стабилизации. – М.: Машиностроение, 1977. – 208 с.

4. Никитин Е.А., Шестов С.А., Матвеев В.А. "Гироскопические системы. Элементы гироскопических приборов", М.: Высшая школа, 1988, 432 с.

5. В.П. Дьяконов. Matlab 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6 в математике и моделировании. М.: СОЛОН-Пресс, 2005. - 576с.

УДК 622.276

А.А. Салимгараев, Р.Я. Кучумов РГУ нефти и газа им И.М. Губкина

# КЛАССИФИКАЦИЯ И ДИАГНОСТИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО РАЗРЫВА ПЛАСТА В УСЛОВИЯХ ЗАПАДНОЙ СИБИРИ

На современном этапе большинство нефтяных месторождений Западной Сибири находятся на поздней стадии разработки. Более 60% разрабатываемых нефтяных месторождений относятся к трудноизвлекаемым запасам (ТИЗ). В этих условиях для

повышения эффективности разработки нефтяных месторождений требуется в каждом конкретном случае применять эффективные методы воздействия. К числу таких методов относится гидравлический разрыв пласта (ГРП). Несмотря на повышенный интерес к методу, он является недостаточно изученным.

В данной работе исследовано повышение эффективности геолого-технологических мероприятий (ГТМ) для конкретных месторождений Западной Сибири в осложнённых условиях. Объектом исследования является Когалымская группа месторождений, которые находятся на поздней стадии разработки.

Для решения поставленной задачи использован метод потенциальных функций и метод последовательной диагностической процедуры Вальда, которая обеспечивает высокую эффективность результатов прогнозирования эффективности метода ГРП по небольшой выборке скважин. Оценили информативность факторов по критерию Манна-Уитни и по более сильному методу Кульбака. Применение этих методов позволило исключить не значимые факторы такие как: глубина искусственного забоя, длина НКТ и т.д. [1].

Одним из методов распознавания образов является последовательная диагностическая процедура. В основе ее лежит метод последовательного анализа, разработанный Вальдом. Последовательная диагностическая процедура имеет ряд существенных преимуществ. Она как непараметрические критерии, может быть использована при разных распределениях признаков в сопоставляемых объектах. Этот метод позволяет оценить информативность параметров процесса и выработать основные направления увеличения эффективности процесса.

Метод основан на рассмотрении упорядоченных рядов признаков в сравниваемых группах наблюдений. Последовательность расчета при данном методе следующая:

1. Выбираются признаки, которые влияют на процесс, и определяется информативность этих признаков;

2. Составляется диагностическая таблица, по которой производится прогноз (распознавание).

Рассмотрим алгоритм процедуры Вальда. Пусть имеется две группы объектов А и В и общий для них какой-либо признак. Если в дифференцируемых состояниях объектов А и В этот признак отличается для каждой группы объектов, то значит он информативен, то есть по этому признаку можно отличить группу А от группы В. Если же признак не информативен, то отличие по этому признаку сделать не удается.

Предварительный отбор информативных признаков производится с помощью критерия Вилкоксона-Манна-Уитни. Анализ по этому критерию заключается в подсчете нарушений расположения чисел по сравнению с реальным. Одним нарушением (инверсией) считается такое расположение, когда перед некоторым числом первого столбца стоит одно число второго столбца, если же стоят два числа, то это две инверсии и т.д. После этого максимальное число инверсий (расчетное) сравнивается с табличным. Если фактическое число инверсий больше табличного, то признак считается информативным, то есть различия между группами наблюдений можно считать значительными.

Эффективность метода ГРП исследуется с применением следующих параметров: коэффициент вскрытия пласта, коэффициент пористости, коэффициент проницаемости, дебит скважины по жидкости до ГРП, дебит по нефти до ГРП, обводненость скважин до ГРП, отношение геланта к активатору, объем подушки, объем закачки жидкости с пропантом, объем жидкости продавки, количество пропанта в пласте, давление ISIP ,давление разрыва, потери давления при ГРП, среднее давление при ГРП [2].

В результате проведенных расчётов построены графики средневзвешенных частот параметров, по которым производится оценка о возможности отнесения скважин, подвергавшихся к ГРП, в класс А или В. Вместе с тем построена потенциальная функция,

которая применяется для оценки информативности параметров и для подбора скважин кандидатов для формирования новой выборки [3].

Для подбора скважин под ГРП вначале обрабатываем исходные данные методом потенциальных функций, далее путем диагностирования параметров, определяющих эффективность ГРП относим в классы «А» и «В». Для оценки ожидаемого эффекта от ГРП применяем метод последовательного анализа Вальда для ранней диагностики результатов обработки скважин. По результатам которой скважины распределили по классам.

Данная процедура реализована в программном продукте Microsoft Office Excel для месторождений Западной Сибири. Применение программного продукта обеспечивает 85% распознавание. Оставшиеся 15% скважин подвергнуты воздействию с целью перевода их из неопределенной области в класс «А» [4].

Применение данных методов отдельно дает низкий процент распознавания, но в тандеме они дают хороший результат.

# ЛИТЕРАТУРА:

1. А. Мирзаджанзаде, Степанова г., Математическая теория эксперимента в разработке нефтяных и газовых месторождений. – М.: Недра, 1977.

2. Галлямов М. С., Компьютерных моделирование в добыче нефти. – М.:Недра, 1982.

3. Кучумов Р. Р., Кучумов Р. Математические методы обработки статистической информации. – Тюмень: ТюмГНГУ, 1995.

4. Кучумов Р., Занкиев Я., Кучумов р. Моделирование эффективности технологии ГРП в Западной Сибири.

УДК 536.21

А.А. Соколов<sup>1</sup>, А.М. Кривцов<sup>1</sup>, В. Мюллер<sup>2</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, <sup>2</sup>Берлинский технический университет

# ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ ТЕПЛОВЫХ ИМПУЛЬСОВ ДЛЯ НЕКЛАССИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Введение. В настоящее время исследование нелинейных термомеханических процессов в низкоразмерных структурах вызывает особенный интерес в связи с развитием материалов с микроструктурой и разработкой устройств на их основе. Развитие нанотехнологий позволяет экспериментально подтвердить теоретические предположения о волновой природе распространения тепловых возмущений И построить универсальную теорию теплопроводности, применимую как на микро- так и на макро-масштабах. Повышенный интерес вызывает описание процессов в кристаллических структурах, в частности одномерных гармонических кристаллах, где наблюдаются сильные отклонения OT классической теплопроводности Фурье [2,3]. Исследование подобных моделей и процессов, в частности распространения локализованных тепловых импульсов в гармоническом одномерном кристалле позволит понять природу таких фундаментальных процессов как переход механической энергии в тепловую, обратимость тепловых процессов, причины тепловой диссипации.

На макроскопическом уровне закон Фурье для теплопроводности успешно применяется для описания процессов теплопередачи. Однако, на микроскопическом уровне наблюдаются существенные отличия от закона Фурье. В частности, уравнение Фурье описывает передачу тепловых возмущений с бесконечной скоростью. Объяснение парадокса состоит в том, что уравнение теплопроводности не вполне точно описывает реальный
физический процесс распространения тепла. На макроуровне уравнение Фурье дает достаточно хорошее приближение, на микроуровне необходимо учитывать конечную скорость распространения возмущения. Исследование уравнений движения атомов в кристаллической решетки позволяет создать замкнутую систему уравнений для нелокальных статистических характеристик кристалла и получения континуальных уравнений, описывающих нестационарные тепловые процессы [1]. Задачей проекта является исследование свойств полученного в работе [1] уравнения. Полученные результаты оважны для описания процессов, возникающих при воздействии ультракоротких локализованных тепловых импульсов (например воздействие лазера)

Цель работы: В рамках данного проекта планируется получение аналитических решений неклассического уравнения теплопроводности для ряда начальных задач и исследование их свойств. В работе [1] было получено континуальное уравнения, описывающее распространение тепла в одномерном гармоническом кристалле, вызванное ультракоротким тепловым импульсом:

$$\ddot{T} + \frac{1}{t}\dot{T} = c^2 T'' \,. \tag{1}$$

С начальными условиями вида:

$$\dot{T}|_{t=0} = 0 T|_{t=0} = T_0(x).$$
 (2)

Такие начальные условия могут быть получены, например в результате воздействия ультракороткого лазерного импульса [4]. Решение уравнения (1) с начальными условиями (2) может быть получено в следующей форме [1]:

$$T(x,t) = \frac{1}{\pi} \int_{-t}^{t} \frac{T_0(x-c\tau)}{\sqrt{t^2-\tau^2}} d\tau.$$
 (3)

Используя интегральное представление решения (3) могут быть найдены точные аналитические решения. В данной работе исследуются локализованные начальные возмущения вида:

$$T_0(x) = \begin{cases} 0, & x < -a \\ \Phi(x), & -a \le x < a. \\ 0, & x \ge a \end{cases}$$
(4)

В результате работы получены аналитические решения уравнения (1) для начального возмущения в виде прямоугольного импульса, проведено сравнение с решением для уравнения Фурье аналогичной задачи (рис. 1). В случае произволного локализованного импульса получено что затухание локализованного импульса пропорционально 1/t вблизи x=0 и  $1/\sqrt{t}$  вблизи фронта волны для больших значений t. Проведено сравнение с результатами полученными для частного случая прямоугольного импульса и решением для уравнения Фурье.



Рис. 1. Временная эволюция решения уравнения (1) (слева) и уравнения Фурье (справа) для прямоугольного импульса

В общем случае показано что при больших t решение уравнения (1) на масштабах соизмеримых с длиной пробега тепловой волны стремится по форме к решению аналогичной задачи для начального возмущения, заданного дельта функцией по координате.

*Результаты:* В результате работы получены аналитические решения для уравнения (1) и исследованы их свойства такие как асимптотическое поведение, законы затухания в зависимости от пространственной координаты, форма волнового фронта.

*Вывод:* Тепловые процессы на микроуровне качественно отличаются от процессов, описываемых законом Фурье. Наблюдается распространение тепловых волн, волновой фронт при больших t имеет постоянную ширину. Эти результаты важны для понимания тепловых процессов на микроуровне и могут быть обнаружены экспериментально.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. A.M. Krivtsov. On unsteady heat conduction in a harmonic crystal. ArXiv:1509.02506 [cond-mat.stat-mech], 2015.

2. F. Bonetto, J. L. Lebowitz, and J. Lukkarinen, J. Stat. Phys. 116, 783 (2004).

3. F. Bonetto, J. L. Lebowitz, and L. Rey-Bellet, in Mathematical Physics 2000, edited by A. Fokas et al. (Imperial College Press, London, 2000), p. 128.

4. Shang J. Poletkin K. V., Gurzadyan G. G. and Kulish V. Ultrafast heat transfer on nanoscale in thin gold films. Applied Physics B 107, pages 137–143, (2012).

УДК 681.515+62-83

Н.А. Сухенко, А.Б. Бекин Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ОБЪЕКТОВ С УПРУГИМИ МЕХАНИЧЕСКИМИ ПЕРЕДАЧАМИ

Введение. Одним из способов исследования систем перемещения объектов (СПО) тренажерных комплексов для подготовки космонавтов к действиям в условиях невесомости и пониженной гравитации является математическое моделирование. Математические модели СПО должны отражать физические свойства объектов, существенные для решения конкретных задач проектирования и исследования. При этом математическая модель физических объектов должна быть как можно проще, обеспечивая адекватное описание анализируемого процесса [1, 2, 3].

С целью получения математической модели для решения задач анализа и синтеза электромеханической системы (ЭМС) необходимо идеализировать реальные элементы СПО и упростить исходный объект управления (ОУ) для представления его в виде расчетной схемы, которая определяет сложность модели и достоверность моделирования свойств системы в области существенных частот.

Таким образом, для исследования системы управления электроприводами систем вертикального и горизонтального перемещения космонавтов в рабочем пространстве тренажерных комплексов, с использованием методов математического моделирования, необходимо решить следующие задачи:

– определить рациональный подход к получению математического описания электромеханической СПО;

- выбрать форму представления математического описания;

– выбрать допущения, которые позволяют учитывать факторы и явления, существенные для решения конкретной задачи;

– выполнить идентификацию трудно определяемых расчетных параметров математической модели;

– выбрать критерии для определения достоверности математической модели и полученных результатов;

- экспериментально доказать адекватность полученной математической модели;

– оценить влияние основных допущений и упрощений, принятых при разработке математической модели.

*Цель работы* – получение обобщенного математического описания механической части ЭМС тренажерных комплексов для подготовки космонавтов.

В настоящее время для исследования динамических свойств ЭМС при различных внешних воздействиях широко применяется метод имитационного моделирования с применением программных продуктов для ПК. Одним из таких продуктов является графическая среда Simulink программного пакета MATLAB, которая позволяет строить динамические модели, как непрерывные, так и дискретные, имеющих математическое описание в виде структурных схем или ориентированных (направленных) графов.



Рис. 1

Так как реальные механизмы и машины представляют собой совокупность элементов, описываемых сложной системой дифференциальных уравнений, то при исследовании динамики сложных систем были следующие допущения: приняты при обобщенной составлении математической модели механической части СПО: волновым движением деформации в упругих звеньях можно пренебречь, так как время переходного процесса во много раз больше времени распространения волны упругой деформации; деформация упругих звеньев линейна и подчиняется закону Гука, т. е. не выходит за пределы упругости; дискретные массы не подвержены деформации, т. е. принимаются

абсолютно жесткими; силы или моменты, действующие в расчетной системе, приложены в месте сосредоточенных масс.

Для описания поступательных перемещений космонавта в пространстве СПО, реализованной с использованием прямоугольной мостовой конструкции, целесообразно использовать Декартову систему координат (рис. 1). В качестве исходного положения обезвешиваемого объекта принимается такое его положение, при котором расстояние между тележкой (мостом) и ведущей шестерней привода системы горизонтальных перемещений тележки (моста)  $s_T = 0$  м ( $s_M = 0$  м), а длина канатного подвеса на участке с полиспастом  $l_{\rm K} = 0$  м.

Анализ показал, что наиболее значительными в СПО являются массы космонавта в скафандре m0, тележки mт, моста mм, а также моменты инерции соответствующих электромеханических модулей Jz, Jx, Jy.

В ЭМС перспективного тренажерного комплекса действуют следующие силы и моменты:

1) моменты, развиваемые электродвигателями СПО;

2) сила, прикладываемая космонавтом для совершения перемещений;

3) сила тяжести, действующая на космонавта в скафандре;

4) силы трения в механизмах СПО и внутреннего вязкого трения упругих элементов.

Предварительно определив число степеней свободы ЭМС перспективного тренажерного комплекса, его кинетическую и потенциальную энергии, а также все действующие в системе силы, с помощью уравнений Лагранжа второго рода, можно получить систему уравнения движения механической части СПО упругими механическими передачами.

Для решения задач синтеза структуры и параметров управляющего устройства целесообразно упростить математическую модель СПО и представить её с применением относительных единиц, что позволит обобщить результаты исследования, абстрагироваться от частных параметров модели и сократить число коэффициентов.

Выполненные исследования [4] по влиянию сил трения на процессы в ЭМС показали, что наличие сил статического трения (трения покоя) существенным образом влияет на энергетические показатели работы системы, но при этом оказывает малое влияние на качественные показатели переходных процессов в ЭМС. Поэтому на начальных этапах при выполнении исследований динамики СПО трение можно не учитывать.

Таким образом, механическую часть моста, тележки и системы вертикальных перемещений можно представить в виде линеаризованной математической модели (рис. 2). На схеме обозначено: М`,  $\omega$ ` – моменты и скорости электродвигателей;  $\alpha$ ` и  $\beta$ ` – углы отклонения каната; Тi, Td, Tc – механическая постоянная времени i-ой массы, постоянные времени, учитывающая диссипативные и упругие свойства;



Рис. 2

Анализ показал, что при совершении космонавтом вертикальных перемещений длина канатного подвеса на участке с полиспастом изменяется, что приводит к изменению коэффициентов жесткости сто, смо и сьо. В свою очередь при совершении космонавтом горизонтальных перемещений изменяется положение тележки и моста, что является причиной изменения коэффициентов жесткости ременных передач приводов тележки и моста сдт и сдм. Поэтому постоянные времени Тс и Td, учитывающие упругие и диссипативные свойства канатной и ременной передач, будут переменными.

*Результаты.* В работе получены линеаризованная модель механической части СПО, позволяющую учитывать механические свойства ЭМС.

*Вывод*. Полученная математическая позволяет оценить взаимодействия элементов механической части моста, тележки и системы горизонтальных перемещений перспективного тренажерного комплекса и учесть их влияние при синтезе системы управления ЭМС.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Зарубин В. С. Математическое моделирование в технике / В. С. Зарубин. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. 496 с.

2. Тарасик В. П. Математическое моделирование технических систем: учебник / В. П. Тарасик. – Минск: Дизайн ПРО, 1997. – 640 с.

3. Мышкис А. Д., Элементы теории математических моделей. – 3-е изд., испр. – М.: КомКнига, 2007. – 192 с. ISBN 978-5-484-00953-4.

4. Кравченко, О.А. Создание систем оптимального управления усилиями в упругих передачах электромеханических комплексов / О.А. Кравченко, Г.Я. Пятибратов; Новочерк. гос. техн. ун-т. – Новочеркасск, 1999. – 107 с. – Деп. в ВИНИТИ 03.03.99, № 637– В99. – Аннот. в БУ Деп. науч. раб. / ВИНИТИ. – 1999. – № 5. – б/о 240.

УДК 621.039

В.В. Грунин<sup>2</sup>, В.С. Модестов<sup>1</sup>, А.В. Лукин<sup>1</sup>, А.Б. Смирнов<sup>1</sup>, Д.А. Юрченко<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого <sup>2</sup>Акционерное общество «Конструкторское бюро специального машиностроения»

### ПРИМЕНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ БЕТОНА ДЛЯ ОЦЕНКИ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ КОНСТРУКЦИИ КОРПУСА БЛОКА РЕАКТОРНОГО ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР

При анализе прочности конструкции корпуса блока реакторного (БР) реакторной установки (РУ) работающей под воздействием высоких температур возникает необходимость учета нелинейных механических свойств бетонных компонент конструкции: нелинейность диаграммы деформирования материала; явление образования трещин и разрушений, вызванных действием как растягивающих, так и сжимающих напряжений; ползучесть и усадка; воздействие радиации; нелинейный закон сцепления бетона с арматурой, а также зависимость указанных свойств и явлений от температуры.

Для анализа трещинообразования и описания неупругого поведения бетона использовалась связанная упруго-поврежденно-пластическая модель материала Concrete Damage Plasticity, реализованная в программном комплексе Abaqus [2]. При низком уровне нагрузок модель демонстрирует линейно-упругий отклик. При достижении нагрузкой

пороговых значений начинается накопление повреждений в соответствии с двумя различными механизмами – трещинообразование при растяжении и раскрашивание (разрушение структуры) при сжатии. Неупругое поведение бетона с учетом деградации упругих свойств описывается путем введения скалярной меры повреждаемости и тензора остаточных (пластических) деформаций, закон эволюции для которого вводится по аналогии с теорией пластичности и позволяет описать на макроуровне эффекты в процесс распространения микротрещин в бетоне.

Определяющее уравнение упруго-поврежденно-пластического материала со скалярной мерой D ( $0 \le D \le 1$ ) имеет вид  $\sigma = (1 - D) \cdot C_0^{e} \cdot (\varepsilon - \varepsilon^p) = C_0^{e} \cdot (\varepsilon - \varepsilon^p)$  [3], где  $\sigma$  – тензор напряжений,  $\varepsilon$  – тензор деформаций,  $\varepsilon^p$  – тензор пластических деформаций,  $C_0^{e}$  – тензор начальных модулей упругости (неповрежденного материала),  ${}^{4}C^{e} \cdot \cdot (\varepsilon - \varepsilon^{p})$  - тензор упругих модулей поврежденной среды. При отсутствии повреждений (D=0) тензор эффективных напряжений (реально действующих в материале) σ̄ равен напряжению Коши σ. Тензор закона пластических деформаций определяется на основе неассоциированного течения, где функция нагружения вводится для описания пластического начала пластического течения и определяется в виде обобщенного критерия Друккера-Прагера.

Для вычисления повреждаемости используется соотношение  $D = D(\overline{\sigma}, \tilde{\epsilon}^p)$ , которое определяется на основе диаграммы деформирования материала по наклонам модуля упругости при разгрузке для различных уровней напряжений (деформаций). Неповрежденному состоянию соответствует значение D=0. При достижении значения D=D<sub>c</sub> (обычно D<sub>c</sub>=1) постулируется, что происходит полное разрушение материала (образование макротрещины). Предполагается, что при растяжении и при сжатии механизмы накопления повреждений бетона различны (микрорастрескивание и потеря несущей способности (раскрашивание) соответственно).

Параметры, необходымые для построения данных диаграмм деформирования, были получены в результате проведённых экспериментов. Один из них это натурные испытания образцов (кубиков) бетона, которые выполнены согласно требованиям ГОСТ 10180-2012 «Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам» [4]. Определение прочности бетона состоит в измерении минимальных усилий, разрушающих специально изготовленные контрольные образцы бетона при их статическом нагружении с постоянной скоростью нарастания нагрузки, и последующем вычислении напряжений при этих усилиях. Испытания проводились для образцов бетона при комнатной температуре 20 °C, а также нагретых до 200°C и 600 °C. В процессе нагружения бетонных образцов фиксировались текущие значения силы, действующей на образец, и перемещений верхнего сечения образца.



Рис. 1. Зависимость параметра повреждаемости от деформаций

С помощью фото- и видео-съемки испытаний фиксировался качественный характер образования трещин в образце и его разрушение. В ходе испытаний учитывались требования ГОСТ [4] в части критериев удовлетворительности характера разрушения. С целью идентификации параметров нелинейной модели бетона "Concrete Damaged Plasticity" на основе проведенных натурных испытаний была выполнена серия численных расчетов, воспроизводящих процесс испытания бетонных образцов (кубиков) на сжатие и растяжение при раскалывании. На рисунке 1 представлена диаграмма зависимости параметра повреждаемости от деформаций для одного из составов бетона, использованных в конструкции корпуса БР.

В конструкции корпуса БР действуют напряжения, вызванные неравномерным нагревом, различиями коэффициентов линейного температурного расширения сталей и бетонов, температурной усадкой бетонов и их возможным радиационным распуханием. Эти напряжения могут привести к появлению в металлоконструкциях корпуса БР пластических деформаций, а в бетонах – к раскрытию трещин. Появление пластических деформаций в металлоконструкциях корпуса БР допустимо при условии не нарушения герметичности центрального и периферийного корпусов, отсутствия недопустимых деформаций в местах сопряжения с оборудованием [1]. Корпус БР сохраняет свою работоспособность, и не происходит нарушение функционирования корпуса, если сохраняется целостность и устойчивость металлоконструкций оболочек, промежуточной обечайки с опорной плитой и ограждающей конструкции, а перемещения конструкции в местах крепления оборудования и в проходках не влияют на циркуляцию теплоносителя и работу оборудования [6].

Решение задачи было проведено методом конечных элементов с помощью программной системы конечно-элементного (КЭ) анализа Abaqus. В представленной полной КЭ модели корпуса блока реакторного с достаточной степенью подробности учитывается наличие арматурной сетки. В программной системе Abaqus, как правило, применяются методики встроенного и распределенного армирования. Встроенное армирование реализовано с помощью технологии "embedded elements" [2], которая автоматически формирует уравнения связи между степенями свободы в узлах объемной сетки для бетона и в узлах стержневых элементов арматуры.



Рис. 2. Распределение поврежденности бетона в корпусе БР

При анализе прочности корпуса БР были рассмотрены расчётные случаи установки оборудования на металлоконструкцию оболочек и разогрева корпуса, до заливки в него теплоносителя. Весовые нагрузки от внутрикорпусных устройств моделировались путем

добавления массы оборудования к соответствующим полостям и оболочкам корпуса БР в местах установки оборудования.

В расчетах использовалось распределение температур в корпусе БР, вычисленное по разработанной в АО «КБСМ» методике теплового расчета корпуса БР [5], позволяющей производить детальный расчет температурных полей в конструкции, особенно в областях с большими градиентами. Разработанная методика реализована как комплекс программ, нацеленный на решение сопряжённой задачи теплообмена в корпусе БР с одновременным расчётом гидравлической задачи течения в трубах систем разогрева и охлаждения.

Результаты проведенных расчетов показали, что корпус БР в целом сохраняет общую прочность. На рисунке 2 приведенно распределение повреждённости бетона в корпусе БР. На последующих этапах работы необходимо провести дополнительный анализ прочности корпуса БР с учетом более подробного моделирования зон образования концентрации напряжений в металлоконструкции корпуса и областей наибольшего трещинообразования в бетоне. При действии одновременно тепловых и силовых нагрузок в металлоконструкции корпуса БР при разогреве возникают пластические деформации, зона распространения которых носит локальный характер. При действии только силовых нагрузок элементы металлоконструкции корпуса БР работают упруго.

На основании полученных результатов можно сделать вывод, что данная модель бетона позволяет с достаточной точностью учитывать нелинейные свойства бетона. После верификации расчётной модели бетона, в планах работ выпуск более детального расчёта прочности корпуса БР.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. ПНАЭ Г-7-002-86 / Госатомэнергонадзор СССР. М.: Энергоатомиздат, 1989.

2. Abaqus 6.14 Theory Guide [Tekct] – Dassault Systems. – 2014.

3. Бенин А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Мельников Б.Е. Конечно-элементное моделирование процессов разрушения и оценка ресурса элементов автодорожного моста с учетом коррозионных повреждений. Инженерно-строительный журнал, №7 2012г.

4. ГОСТ 10180-2012 Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам.

5. Разработка технического проекта корпуса реактор БРЕСТ и его экспериментальное обоснование. Этап 2015 г. Тепловой расчет корпуса БР. СМ-881.676-15. АО «КБСМ», 2015.

6. Свод Правил и Руководств «Обеспечения целостности удерживающих давление элементов энергетических ядерных установок со свинцовым теплоносителем». АО «НИКИЭТ», 2015.

### СОДЕРЖАНИЕ

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ	Стр. 3
Пленарный доклад	
Полянский В.А. Механика материалов и водород	3
Секция «Облачные технологии управления мобильными роботами»	
Попов М.В., Попов С.Г. Исследование методов повышения точности	
навигационных определений	8
Мулюха В.А. Разработка системы супервизорного сетецентрического	
управления группой киберфизических объектов	10
Коротеева А.Н. Алгоритмы машинного перекрестного обучения роботов при	
групповом взаимодействии	14
Панченко В.А., Востров А.В. Идентификация объектов по видеоизображению с	
телекамеры мобильного робота	16
Домрачев Д.А., Лукашин А.А. Разработка распределённой системы управления	
роботами	18
Моторин Д.Е., Попов С.Г. Функции системы распределенного управления	
группой гетерогенных роботов в условиях динамической среды	20
Мазур А.А., Большаков А.А. Исследование промышленного манипулятора с	
вращательными сочленениями для выявления влияния трения на энергетические	
затраты	23
Куреев Д.С., Андреева Т.А., Курочкин М.А. Алгоритм построения траектории	
движения робота по пересеченной местности	26
Полищук Б.С., Курочкин М.А. Модель пересеченной местности для движения	
автономного робота	29
Романюк И.С., Лукаши А.А. Модели и методы управления роботами с помощью	
естественнго языка с использованием облачных вычислений	32
Прохоров М.В., Скобцов Ю.А. Многокритериальный генетический алгоритм	
построения пути робота в сложной среде	34
Чернышев А.С., Курочкин Л.М. Многопоточный алгоритм задачи численного	
моделирования пузырьковых сред	36
Коротеев Д.М., Уткин Л.В. Анализ аномального поведения роботов при	
помощи сиамской нейронной сети	39
Балуев Д.В., Новопашенный А.Г. Разработка транслятора политик контроля	
доступа для межсетевых экранов	41
Секция «Механика и процессы управления»	
Байдина Т.А., Шагниев О.Б. Бурдаков С.Ф.Контактное взаимолействие робота	
с поверхностью неопределенного профиля при активном креплении силового	
сенсова	44
Беляев М.О. Бенин А.В. Семёнов С.Г. Семёнов А.С. Молепирование	
popyunating analytically a foreness of the entropy alterating analytically a foreness of the entropy alterating	

никелевых шариков на основе решения термо-электро-механической задачи <i>Грищенко А.И., Семёнов А.С., Гецов Л.Б.</i> Анализ эволюции напряженно-	50
деформированного состояния цилиндрического образца при термоусталостных испытаниях	53
зависимостей между акустической анизотропией и мерами напряженно- леформируемого состояния для пластины с отверстием при одноосном растяжении	56
Долгов И.А., Новожилов Ю.В., Юнгмейстер Д.А. Конечно-элементное моделирование ударно-волновых процессов при соударении трех стержней	
различной массы	59
объектами с запаздыванием Ермоленко H A Немов A С Параметрическая оптимизация сетчатых	62
композитных конструкций	65
нагружении	68
микромеханического гироскопа на возникающий электростатический момент	71
Керестень И.А., Боровков А.И., Жмайло М.А., Коваленко А.Н., Билык С.С. Конечно-элементное моделирование и исследование напряженно-деформированного состояния компонентов тазобедренного сустава для двухопорного стояния	74
<i>Кудрявцев А.А., Модестов В.С., Лукин А.В.</i> Конечно-элементное моделирование и исследование динамического нагружения железобетонной балки	77
<i>Лавров К.И., Семёнов А.С., Бенин А.В.</i> Моделирование нелинейного многоосного деформирования бетона на основе ортотропной гиперупругой модели	80
Лаврова В.А., Модестов В.С. Конечно-элементное моделирование и исследование коэффициента интенсивности напряжений и J-интеграла поверхностных и подповерхностных эффектов	83
Леонтьев А.Н., Степанов А.В., Алешин М.В. Разработка методики проектирования кабин и навесных элементов кузова специальной техники с	
использованием подходов мультидисциплинарного кросс-отраслевого компьютерного инжиниринга	86
поведения бессвинцовых сегнетопьезоактивных материалов с различным содержанием ромбоэдрической и тетрагональной фаз	89
поперечной звуковой волны, инициированной пьезодатчиком	92
оценка напряженно-деформированного состояния парогенератора ПГВ-1000 МКП	05
Пуделева О.А., Семёнов А.С. Моделирование процессов насыщения	95
поликристаллической сегнетопьезокерамики Савиковский А.В., Семёнов А.С. Моделирование напряженно-	98
деформированного состояния электроакустического преобразователя	101

моделирование и исследования процесса взаимодействия пробойника с	
армированной плитой 1	04
Смирнов А.С., Смольников Б.А. Управление процессом раскачивания качелей 1	06
Третьяков Д.А., Мансырев Д.Э., Модестов В.С., Штукин Л.В.	
Экспериментальное исследование акустической анизотропии при одноосном	
упругопластическом нагружении 1	10
Третьяков Д.А., Лобачев А.М., Модестов В.С., Штукин Л.В.	
Экспериментальное исследование акустической анизотропии при циклическом	
нагружении 1	13
Федоренко Р.В., Лобачев А.М. Определение эффективных свойств дискретной	
среды с учетом возможности внутреннего переизлучения тепла 1	15
Шевчук Р.Э., Гаев А.В. Разработка и обоснование модели материала изоляции	
шин статора турбогенератора 1	18
Щербина В.А., Штукин Л.В. Макромодель нановесов 1	21
Секция «Физика прочности и пластичности материалов»	
Матвиенко А.Н., Филиппов С.А., Золоторевский Н.Ю. Количественный анализ	
малоуглового пика в распределении разориентировок между элементами структуры	
сильно деформированного железа 1	25
Сизова В.С., Золоторевский Н.Ю. Эволюция разориентировок на межзеренных	
границах в пластически деформированном материале 1	28
Мордасова Е.А., Гуткин М.Ю., Колесникова А.Л., Романов А.Е. Напряженное	
состояния упругого цилиндра с аксиально симметричной круговой петлей	
радиальной дисклинации (дислокации Сомилианы) 1	31
Михеев Д.С., Гуткин М.Ю, Колесникова А.Л., Романов А.Е. Круговая петля	
радиальной дислокации Сомилианы в упругом шаре 1	34
Ржавиев Е.А., Гуткин М.Ю. Моделирование пластической деформации	
металлов и сплавов методом дискретной дислокационной динамики 1	36
Коломоеи Л.Р., Красницкий С.А., Смирнов А.М., Гуткин М.Ю. Поля напряжений	
в пилинлре с асимметричным включением в виле ллинного параллелепипела с	
олноосной поперечной собственной лилатацией	40
Кравченко М.Ю., Красницкий С.А., Гуткин М.Ю., Колесникова А.Л.	
Романов А Е Репаксация напряжений в лэкаэлрической частице путем	
формирования круговой призматической дислокационной петли	43
Секиия «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен»	
Засимова М.А., Иванов Н.Г., Шур Н.А. Теплоперелача в глалкотрубных пучках	
глубоководных теплообменных аппаратов: влияние направления движения	

теплоносителя	146
Зимин А.Р., Пашкевич Д.С. Термодинамический анализ восстановления	
гексафторида урана в пламени водородсодержащего топлива и	
кислородсодержащего окислителя	149
Капустин В.В., Пашкевич Д.С., Талалов В.А. Термодинамика равновесия	
веществ в системе элементов C-O-H-F	152
Коковина Е.С., Кузнецов Е.А., Снегирёв А.Ю. Моделирование распространения	
пламени по поверхности горючих материалов	155
Кузнецов Е.А., Коковина Е.С., Снегирёв А.Ю. Опыт совместного использования	
пакета ANSYS FLUENT и кода PYROPOLIS с целью расчета воспламенения и	
горения конденсированных топлив	157

Колесник Е.В., Смирнов Е.М. Анализ работоспособности квазиодномерных
ограничителей в схемах повышенного порядка, пригодных для расчета
газодинамических течений на неструктурированных сетках 159
Коробейников А.В., Есин Е.В., Стахив В.И. Анализ и моделирование работы
блока теплообмена секции гидроочистки установки каталитического риформинга 162
Кунаева А.И., Иванов Н.Г. Численное моделирование конвективной
неустойчивости в вертикальных полостях с разнонагретыми стенками 165
Мелешкин А.В., Мезенцев И.В., Елистратов Д.С.Экспериментальное
исследование гидратобразования путем взрывного вскипания сжиженного фреона
134А в объеме воды при декомпрессии
Потехин И.В., Чумаков Ю.С. Экспериментальное исследование теплообмена в
условиях свободноконвективного течения над горизонтальным нагретым диском 171
Ракицкий М.А., Русских М.А., Сулимов Т.В., Устинов И.О.,
Чабан И.А.Оптимизация крылового профиля для беспилотных летательных
аппаратов самолетного типа
Ракицкий М.А., Русских М.А., Сулимов Т.В., Устинов И.О., Чабан И.А.
Экспериментальное исследование силовых характеристик двигателя квадрокоптера в
режиме горизонтального полета
Ферафонтьева Е.Ю., Булович С.В. Численное моделирование течения газа в
ударной трубес быстродействующим клапаном в виде запорного элемента 178
Храпунов Е.Ф., Чумаков Ю.С. Экспериментальное и численное исследование
автоколебаний свободноконвективного факела 181
Ярославцева Н.А., Иванов Н.Г. Развитие свободноконвективного течения в
клиновидной полости 184
Антипов Б.Н., Горбунов А.О., Евстегнеев Н.О. Измерительное устройство для
контроля содержания воды в нефтеводяной смеси 187
Уразов Р.Р. Моделирование налипания полиэтилена на поверхности газового
холодильника возвратного этилена
Медовник А.К., Булович С.В. Математическое моделирование резонансных
колебаний газав трубе с открытым концом 192
Башкатов А.В., Сероштанов В.В., Дымкин А.Н., Митяков В.Ю. Исследование
аэродинамических сил крылового профиля 195
Секция «Биомеханика»
Башарова Г.Т. Исследование влияния геометрических параметров бляшки
внутренней сонной артерии на характер потока крови 199
Боденкова Е.О., Бауэр С.М. Исследование поведения эластокривой при
аппланационной тонометрии глаза 202
Воронова Н.О., Шмурак М.И. Биомеханическая модель течения крови в
деформируемом сосуде
Гороженинова Т.Н., Киченко А.А. Моделирование поведения трабекулярной
костной ткани под нагрузкой в пакете ANSYS 208
Ибрагимова О.Р., Бауэр С.М. Деформация склеральной оболочки глаза при

интрасклеральных инъекциях	211
Журавлева Д.И., Воронова Е.Б. Применение методов глобального анализа	
чувствительности к задачам биомеханики глаза	213
Иевлева Е.А. Исследование скорости потока в септальной артерии во время	
сердечного цикла	215

Маслов Н.М., Акулич Ю.В. Применение метода перемещений для определения

усилий мышц нижней конечности человека при движении в реабилитационном
тренажере
Мушников И.В., Степанов Е.А. Особенности измерения кровотока
лабораторных животных
Радченко Я.Ф., Гатаулин Я.А. Исследование пульсирующего закрученного
течения жидкости в модели спирального графта ультразвуковым доплеровским
методом
Хорошев Д.В., Ильялов О.Р. Построение пороупругой конечно-элементной
модели межпозвоночного диска в поясничном отделе
Секция «Приклаоная математика» Антатанка А. Асабанона О. Somari I. Идатіс II. Flow, simulation over a wind
Avramenko A., Agajonova O., Sorvari J., Haario H. Flow simulation over a wind
Зайцева Н.И., Березин С.В. Оценка параметров гауссовского случайного поля
по выборке малого объема, наблюдаемой на дискретном множестве
Савчук Д.А., Штурц И.В., Беляев С.Ю. Управление объемной визуализацией
томографических данных с помощью передаточной функции
регуляторных последовательностей ДНК
Дмитренко А.В., Самсонова М.Г., Гурский В.В. Стохастическое моделирование
молекулярных конфигураций регуляторных районов ДНК в эукариотических клетках
Свичкарев А.В., Козлов К.Н. DEEP: оптимизатор со встроенным
интерпретатором
Кореневская М.М., Заяц О.И., Ильяшенко А.С. Исследование вероятностного
выталкивающего механизма в двухпотоковой системе массового обслуживания с
абсолютным приоритетом при наличии повторных требований
Кореневская М.М., Заяц О.И., Ильяшенко А.С. Однопотоковая система
массового оослуживания с повторными треоованиями при наличии приоритета
первичных треоовании и вероятностного выталкивающего механизма
Елисеев А.А., Григорьев Б.С. Смесевая модель течения многофазных жидкостей
при оурении нефтедооывающих скважин
Гаврилов А.О., Иванков А.А. Прогноз обменного курса ЦЬ РФ как решение
эмпирического уравнения Лиувилля
Кутузов А.В., Иванков А.А. О прогностической значимости фрактальных
размерностей спектральной плотности основной гармоники пульсовой волны
Секция «Механика и математическое моделипосание»
Барышников ЮС Использование тросовой системы иля коррекции орбиты
космических аппаратов путем выброса реактивной массы с помощью центробежной
сипы
$F_{VII)}$ Булдаков ПЮ Лобода ОС Васильев НВ Функционально-меузнические
свойства сплава с эффектом памяти формы как материала иля рукириземого
четройства устраняющего продале митрального кладача
устронства, устраплющего пролане митрального кланана Билакилов Р.Р. Полаков П.П. Маликан $R \Gamma$ Шёзолева К.П. Настаров И $\Lambda$
<i>Буллкулов 1.1., Поллков Д.Д., исликан Б.1., Щесолеви К.П., Пестеров П.А.</i>
статистически наровной поверуности
статистически неровной поверхности

Давлетбакова Л.А., Давлетбаев А.Я. Моделирование исследования методом гидропрослушивания между скважинами с техногенной трещиной ..... 268 Кудряшов А.В., Мещеряков Г.А. Создание компьютерной программы для

301

# НЕДЕЛЯ НАУКИ СПбПУ

### Материалы научной конференции с международным участием

## 14-19 ноября 2016 года

# ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93, т. 2; 95 3004 — научная и производственная литература

> Подписано в печать 06.12.2016. Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 19,0. Тираж 80. Заказ 15012b.

Отпечатано с готового оригинал-макета, предоставленного редколлегией Института прикладной математики и механики, в Издательско-полиграфическом центре Политехнического университета. 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29. Тел.: (812) 552-77-17; 550-40-14.