



Физико-механический
институт



ПОЛИТЕХ
Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого



ПОЛИТЕХ-ПРЕСС

НЕДЕЛЯ НАУКИ ФИЗМЕХ

Сборник статей
Всероссийской научной конференции

4–9 апреля 2022 года



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО

Физико-механический институт

НЕДЕЛЯ НАУКИ ФИЗМЕХ

Сборник статей
Всероссийской научной конференции

4–9 апреля 2022 года



ПОЛИТЕХ-ПРЕСС

Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого

Санкт-Петербург

2022

УДК 51;53
ББК 22
Н42

Неделя науки ФизМех : сборник статей Всероссийской научной конференции, 4–9 апреля 2022 г. – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2022. – 355 с.

В сборник включены статьи студентов, аспирантов, молодых ученых и сотрудников СПбПУ, университетов, научных организаций и предприятий Санкт-Петербурга, России, зарубежных стран, принятых на секционные заседания конференции «Неделя науки ФизМех». Статьи отражают современный уровень научно-исследовательской работы участников конференции в области прикладной математики, физики и механики.

Представляет интерес для специалистов в различных областях знаний, учащихся и работников системы высшего образования и Российской академии наук.

Редакционная коллегия
Физико-механического института СПбПУ:
М. Е. Фролов (директор института),
Я. А. Гатаулин (ответственный редактор сборника),
Е. М. Смирнов, Н. Г. Иванов, Е. Е. Журкин, С. А. Щербак, И. А. Шаров,
Н. Ю. Золоторевский, А. Н. Баженов, А. С. Немов,
А. С. Семенов, С. А. Галаев, А. С. Мурачев

Печатается по решению
Совета по издательской деятельности Ученого совета
Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

ISBN 978-5-7422-7904-4

© Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого, 2022

УДК 539.12

Е.В. Банников, Ю.М. Митранков, Я.А. Бердников
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

АЗИМУТАЛЬНАЯ АНИЗОТРОПИЯ РОЖДЕНИЯ π^0 МЕЗОНОВ В АСИММЕТРИЧНОЙ СИСТЕМЕ СТОЛКНОВЕНИЙ Cu+Au

Введение. В ядерной физике высоких энергий одной из ключевых задач является изучение свойств и характеристик кварк-глюонной плазмы (КГП) – состояния материи, при котором кварки и глюоны находятся в состоянии деконфайнмента [1]. В результате нецентральных ультрарелятивистских столкновений тяжелых ионов может образовываться область перекрытия ядер в форме эллипса, в которой распределение частиц по азимутальному углу относительно плоскости реакции анизотропно. Начальная пространственная анизотропия распределения частиц переходит в импульсную анизотропию частиц в конечном состоянии. Это происходит благодаря создаваемому по законам гидродинамики градиенту давления, возникающему в результате сильного взаимодействия частиц [2]. Такая азимутальная анизотропия распределения частиц является одной из основных наблюдаемых, характеризующих свойства КГП. Азимутальную анизотропию исследуют с помощью измерения анизотропных потоков. Для этого определяются коэффициенты разложения в ряд Фурье функции азимутального распределения выхода частиц относительно угла плоскости реакции (v_n). Одной из основных количественных характеристик азимутальной анизотропии частиц в импульсном пространстве является эллиптический поток (v_2) [3]. Эллиптический поток определяется с помощью измерения второй гармоники азимутального распределения частиц по поперечному импульсу (p_T), разложенного в ряд Фурье. Нейтральные π^0 мезоны рождаются в ядро-ядерных столкновениях в большом количестве, и их выходы хорошо измеримы при высоких значениях поперечного импульса, так как они состоят из кварков (u, d) и антикварков (\bar{u}, \bar{d}) первого поколения [4].

Цели и задачи работы. Целью данной работы является изучение свойств КГП, образующейся в асимметричной системе столкновений Cu+Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Задача работы заключается в исследовании возможности измерения эллиптического потока для π^0 мезонов.

Методика измерения. Измерение эллиптических потоков для π^0 мезонов в системе столкновений Cu+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ выполнялось с помощью метода «инвариантной массы» [5]. Измерения проводились в шести диапазонах по центральности (0-10%, 10-20%, 20-30%, 30-40%, 40-50%, 50-60%) и в 13 диапазонах по поперечному импульсу в интервале 1.0 – 10.0 ГэВ/с.

В каждом диапазоне по центральности и по поперечному импульсу были построены спектры по инвариантной массе ($M_{инв}$) для пар γ -квантов ($N_{пар}(M_{инв})$) (рис. 1 а). Как видно из рисунка, спектр содержит полезный сигнал π^0 мезонов (пик в области 135 МэВ) и комбинаторный фон. Таким образом, распределение $N_{пар}(M_{инв})$ состояло из числа пар фотонов комбинаторного фона ($N_{фон}$), и числа пар фотонов, составляющих полезный сигнал ($N_{сигнал}$).

^(*) Е.В. Банников, bannikov.ev.21@gmail.com

$$N_{\text{пар}}(M_{\text{инв}}) = N_{\text{фон}}(M_{\text{инв}}) + N_{\text{сигнал}}(M_{\text{инв}}) \quad (1)$$

Распределение $N_{\text{сигнал}}(M_{\text{инв}})$ получалось в результате вычитания фона из общего числа пар фотонов в каждом диапазоне по инвариантной массе (рис. 1 б). Для остаточного фона применялась аппроксимация полиномом первой степени, а для полезного сигнала – функцией Гаусса.

Доля полезного сигнала от общего числа пар фотонов (R) определялась как:

$$R = \frac{N_{\text{сигнал}}}{N_{\text{сигнал}} + N_{\text{фон}}} \quad (2)$$

На рис. 1 (в) представлено распределение $R(M_{\text{инв}})$, аппроксимированное функцией Гаусса. Далее строилось распределение среднего косинуса двойного угла относительно плоскости реакции ($\langle \cos 2(\varphi - \Psi_{\text{пр}}) \rangle (M_{\text{инв}})$) (рис. 1 г). Извлечение значений эллиптических потоков может быть проведено с помощью деления полученного среднего значения косинуса двойного азимутального угла на разрешение плоскости реакции [6].

Величина эллиптического потока всех пар фотонов ($v_{c,2}^{\text{пар}}$) содержит две составляющие, пропорциональные соответственному числу пар фотонов: составляющая полезного сигнала ($v_{c,2}^{\text{сигнал}}$), пропорциональная $N_{\text{сигнал}}$, и составляющая фона ($v_{c,2}^{\text{фон}}$), пропорциональная $N_{\text{фон}}$:

$$N_{\text{пар}}(M_{\text{инв}})v_{c,2}^{\text{пар}}(M_{\text{инв}}) = N_{\text{фон}}(M_{\text{инв}})v_{c,2}^{\text{фон}}(M_{\text{инв}}) + N_{\text{сигнал}}(M_{\text{инв}})v_{c,2}^{\text{сигнал}}(M_{\text{инв}}) \quad (3)$$

Отсюда получается выражение, используемое для определения эллиптического потока полезного сигнала:

$$v_{c,2}^{\text{сигнал}}(M_{\text{инв}}) = \frac{v_{c,2}^{\text{пар}}(M_{\text{инв}}) - v_{c,2}^{\text{фон}}(M_{\text{инв}})[1 - R(M_{\text{инв}})]}{R(M_{\text{инв}})} \quad (4)$$

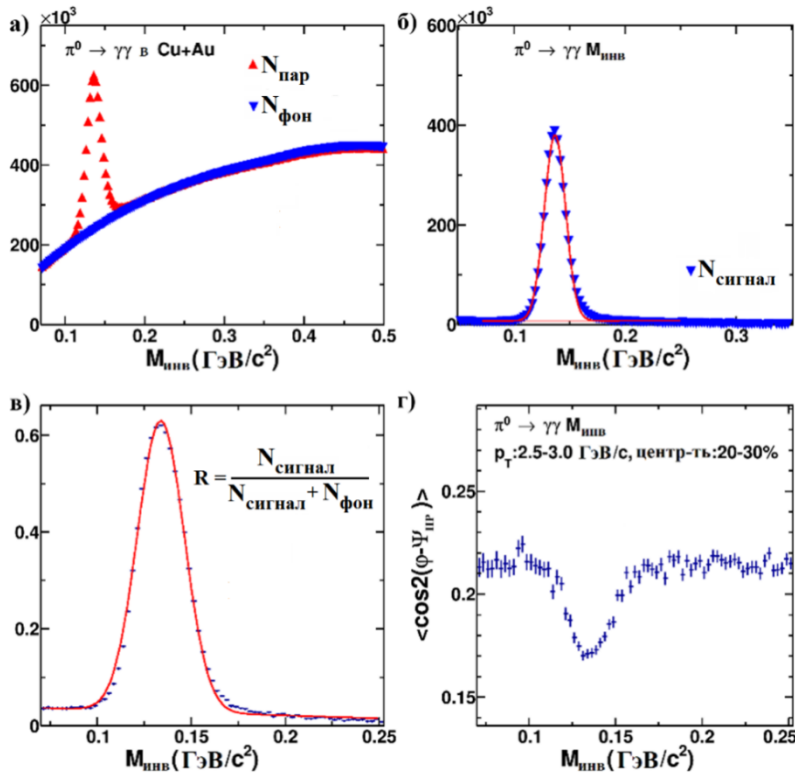


Рис. 1. Распределения $N_{\text{пар}}(M_{\text{инв}})$ (а), $N_{\text{сигнал}}(M_{\text{инв}})$ (б), $R(M_{\text{инв}})$ (в) и $\langle \cos 2(\varphi - \Psi_{\text{пр}}) \rangle (M_{\text{инв}})$ (г) пар γ -квантов в области 20-30% по центральности и в диапазоне по $p_T = 2.5 - 3.0$ GeV/c в системе столкновений Cu+Au

С помощью функции (4) в дальнейшем будет получено значение эллиптического потока для π^0 мезонов в системе столкновений Cu+Au.

Пример полученных распределений в диапазоне 20-30% по центральности и в диапазоне по поперечному импульсу 2.5 – 3.0 ГэВ/с в Cu+Au столкновениях представлен на рис. 1.

Результаты. На рис. 1 (г) наблюдается участок вогнутой формы в диапазоне сигнала π^0 мезона. Минимум этого участка находится в области 135 МэВ. С помощью аппроксимации этого сигнала функцией (4) может быть получено значение эллиптического потока для π^0 мезонов.

Аналогичные распределения строились в шести диапазонах по центральности и по 13 диапазонам по поперечному импульсу в интервале 1.0 – 10.0 ГэВ/с в системе столкновений Cu+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. В дальнейшем из них будут извлечены значения эллиптических потоков нейтральных пионов.

Выводы. Предложенная методика измерения позволяет определить эллиптические потоки для π^0 мезонов в асимметричной системе столкновений Cu+Au при энергиях $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в области p_T от 1 до 10 ГэВ/с.

Работа частично поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» (Договор 075-15-2021-1333 от 30.09.2021).

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Buesching et al. (PHENIX Collaboration), J.Phys. G31 (2005) S473-S480;
2. Л.Н. Смирнова, “Эксперимент ATLAS Большого адронного коллайдера: учебное пособие,” - М.: Университетская книга, 2014. - 248 с;
3. P. Sorensen. (2010). Elliptic Flow: A Study of Space-Momentum Correlations in Relativistic Nuclear Collisions. Quark-gluon plasma 4 (pp. 323-374);
4. K.A. Olive et al. (Particle Data Group), Chin.Phys.C, 38, 090001 (2014);
5. N. Borghini, J.-Y. Ollitrault, Phys.Rev. C70 (2004) 064905;
6. A. M. Poskanzer, S. A. Voloshin, Phys.Rev.C58:1671-1678,1998.

УДК 539.12

С.М. Анцупов, А.Я. Бердников

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ОСОБЕННОСТИ ВЫДЕЛЕНИЯ $\Lambda(1520)$ В СТОЛКНОВЕНИЯХ AU+AU ПРИ ЭНЕРГИИ $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГЭВ

Введение. В работе представлен метод, позволяющий выделить значимый сигнал $\Lambda(1520)$ [1] в системе столкновения Au+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Кварк-глюонная плазма (КГП) [2] – состояние вещества, при котором кварки и глюоны находятся в состоянии деконфайнмента, т. е. не связаны внутри адронов. Один из способов изучения КГП – измерение увеличенного выхода частиц, содержащих странные кварки [3]. $\Lambda(1520)$ – барион, содержащий в своём составе странный кварк, поэтому исследование его особенностей рождения может помочь исследованию свойств КГП.

Цели и задачи работы. Разработка и применение алгоритма, позволяющего выделить сигнал $\Lambda(1520)$ и $\bar{\Lambda}(1520)$ в каналах распадов (PK^-) и ($\bar{P}K^+$). Данные, на которых был применен алгоритм, получены с детектора PHENIX [4] коллайдера RHIC [5].

^(*) С.М. Анцупов, antsupov.sm@edu.spbstu.ru

Методика исследования. Сигналы, соответствующие $\Lambda(1520)$ и $\bar{\Lambda}(1520)$, выделялись из анализа распределений по инвариантной массе m пар (PK^-) и $(\bar{P}K^+)$. Выделение сигнала проводилось в шести разных классах центральности: 0-20, 20-40, 40-60, 60-80, 80-93, 0-93%. В каждом из классов рассматривался диапазон поперечных импульсов от 0 до 8 ГэВ. С помощью традиционно используемой методики, используемой для обработки данных в эксперименте PHENIX не удается выделить сигнал, соответствующий $\Lambda(1520)$ и $\bar{\Lambda}(1520)$. В данной работе был применён критерий отбора пар дочерних частиц в зависимости от положения этих частиц в дрейфовой камере (ДК). В связи с наличием магнитного поля, отрицательно заряженная частица имеет больший азимутальный угол, определяемый ДК, чем положительно заряженная. Это обстоятельство было учтено в данной работе. Анализ статистики проводился при помощи фреймворка ROOT [6]. Пример спектра (центральность 20-40%) по m , включающего полезный сигнал и комбинаторный фон, приведен на рис.1(а). Видно, что полезный сигнал не проявляется на уровне фона. Для выделения нужного сигнала был вычтен комбинаторный фон методом смешанных событий. Пример полученного спектра приведён на рис. 1(б), где проявляется полезный сигнал. Аналогичная процедура была проделана для всех остальных классов по центральности и промежутков по поперечному импульсу. Примеры полученных результатов приведены на рис. 2. Для всех представленных спектров с вычтенным комбинаторным фоном в левом нижнем углу отображены рассчитанные величины: выход $\Lambda(1520)$ – количество частиц, зарегистрированных детектором на 10^6 столкновений ядер, и неопределённость измерения, выраженная в процентах, а в правом верхнем углу – параметры аппроксимации: Γ, M – ширина пика и центр пика в распределении Брейта – Вигнера соответственно.

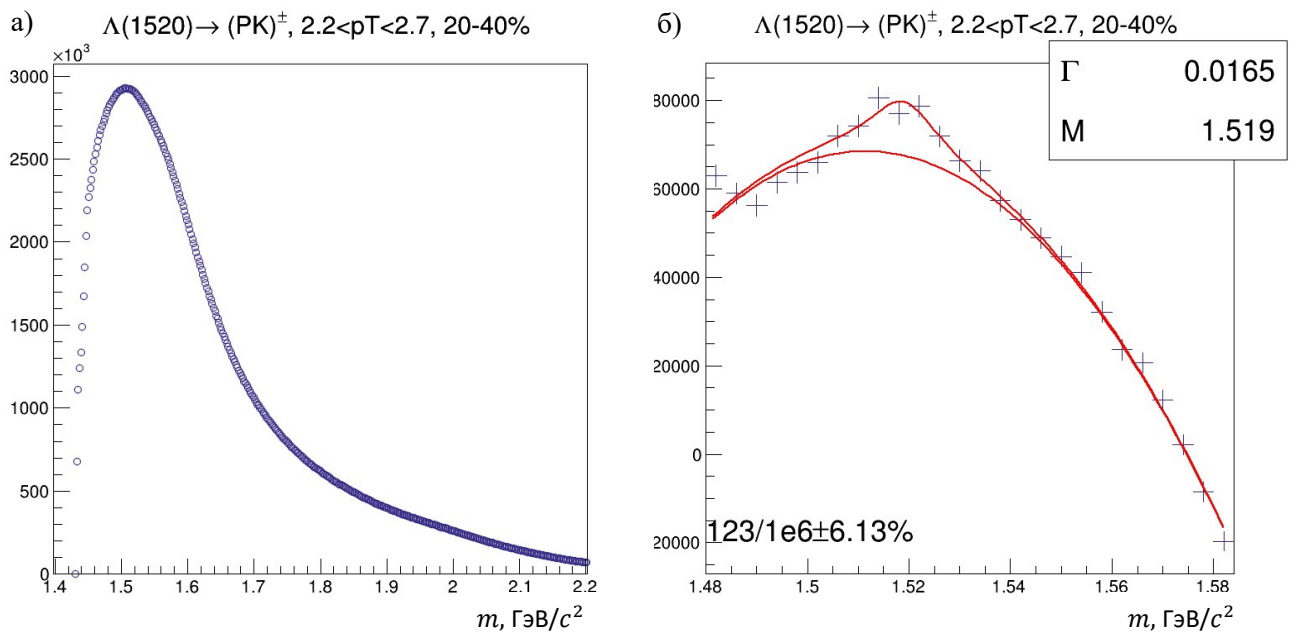


Рис. 1. а) Пример спектра инвариантной массы пар $(PK)^\pm$, зарегистрированных в электромагнитном калориметре и во времяпролётной камере для диапазона по поперечному импульсу 2.2-2.7 ГэВ и для класса центральности 20-40%; б) Пример спектра инвариантной массы пар $(PK)^\pm$, зарегистрированных и в электромагнитном калориметре, и во времяпролётной камере с вычтенным комбинаторным фоном для диапазона по поперечному импульсу 2.2-2.7 ГэВ и для класса центральности 20-40%.

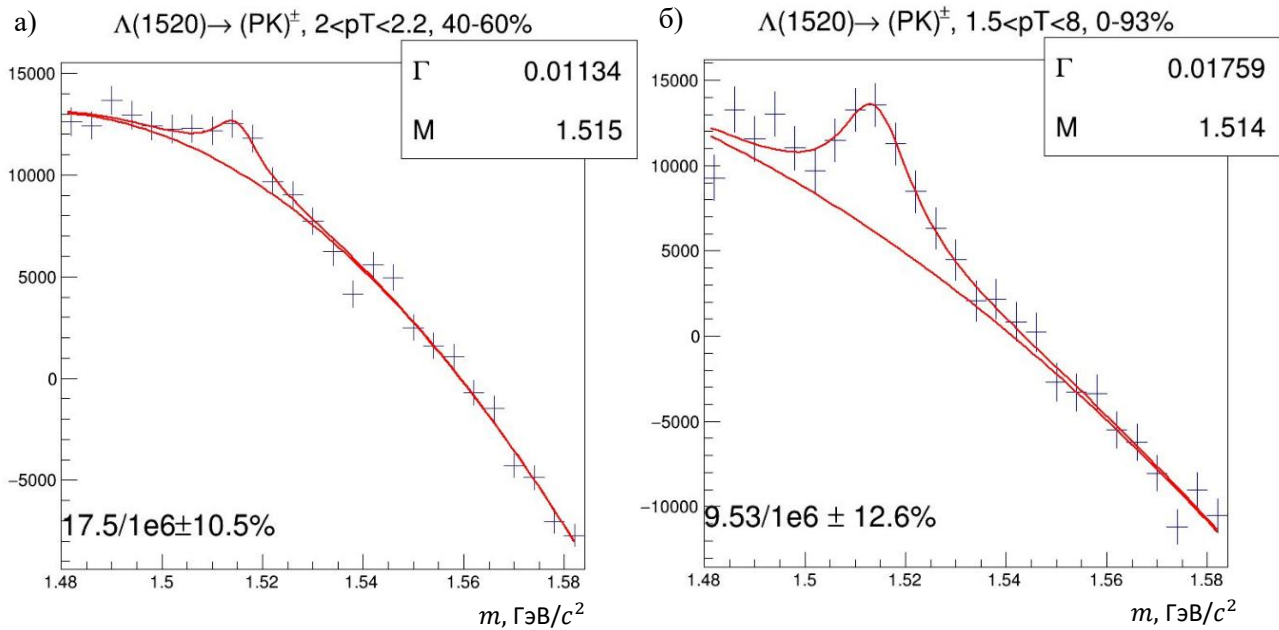


Рис. 2. а) Пример спектра инвариантной массы пар $(PK)^\pm$, зарегистрированных в электромагнитном калориметре для диапазона по поперечному импульсу 2-2.2 ГэВ и для класса центральности 40-60%; б) Пример спектра инвариантной массы пар $(PK)^\pm$, зарегистрированные во времяпролётной камере с вычтенным комбинаторным фоном для диапазона по поперечному импульсу 1.5-8 ГэВ и для класса центральности 0-93%

Красными линиями обозначены аппроксимация суммы функции Брейта – Вигнера и полинома 2-й степени (верхняя линия, содержащая пик) и отображение полинома 2-й степени из аппроксимации.

Выводы. Разработан алгоритм для выделения значимого сигнала $\Lambda(1520)$ в системе столкновения Au+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Из полученных данных, которые продемонстрированы на рис. 1 и 2, видно, что сигнал удастся выделить с помощью разработанного алгоритма.

Работа частично поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» (Договор 075-15-2021-1333 от 30.09.2021).

ЛИТЕРАТУРА

1. Zyla P.A. et al. (Particle Data Group). Reviews of Particle Physics // Progress of Theoretical and Experimental Physics. – 2020. – Vol. 2020. – I. 8. – № 083C01
2. Van Hove, Léon Charles Prudent. Theoretical prediction of a new state of matter, the "quark-gluon plasma" (also called "quark matter") // 17th International Symposium on Multiparticle Dynamics. – 1987. – P. 801 – 818.
3. Spyridon Margetis, Karel Safarik, Orlando Villalobos Baillie. Strangeness Production in Heavy-Ion Collisions // Annual Review of Nuclear and Particle Science. – 2000. – Vol. 50. – P. 301
4. Релятивистский коллайдер тяжёлых ионов (RHIC). - <https://www.bnl.gov/rhic/>
5. Детектор PHENIX. - <https://www.phenix.bnl.gov/>
6. Программный пакет ROOT. - <https://root.cern/>

ВОЗМОЖНОСТИ ПОИСКА ТЕМНОГО ФОТОНА В ЭКСПЕРИМЕНТЕ FLAP НА УСКОРИТЕЛЕ ЛИНАК-200 (ОИЯИ, ДУБНА)

Введение. Стандартная модель (СМ) – теория, объединяющая три из четырех фундаментальных взаимодействий и описывающая динамику и свойства всех известных элементарных частиц. В основе СМ лежат квантовая хромодинамика (описывающая кварки и взаимодействия между ними посредством переносчиков – глюонов) и теория электрослабого взаимодействия (описывающая кварки и лептоны, взаимодействующие посредством обмена W- и Z-бозонами и фотонами). Также, в рамках СМ имеется квант вакуумного поля, бозон Хиггса, отвечающий за массы элементарных частиц.

Несмотря на значительный успех СМ, описывающей все измеряемые величины с высокой точностью в громадном диапазоне масштабов, она, не включающая единым образом гравитацию и содержащая более двадцати параметров, не является окончательной теорией. Например, в СМ нельзя объяснить следующие космологические наблюдения: существование Тёмной материи и Тёмной энергии во Вселенной, которые могут составлять до 95% ее массы, а также барион-антибарионную асимметрию вещества во Вселенной. Эти факты также указывают на существование неких физических законов, лежащих за пределами Стандартной Модели [2].

Поэтому, в настоящий момент, с одной стороны, идет разработка новых теоретических подходов, расширяющих и обобщающих СМ, а с другой стороны, идет интенсивный экспериментальный поиск эффектов новой физики (например, NA64) [3] и планируются новые эксперименты в этом направлении (например, SHiP) [4].

Многие рассматриваемые в настоящее время теоретических моделей вещества Тёмной материи и ее взаимодействий содержат так называемый Тёмный фотон, гипотетический аналог фотона СМ, который имеет ненулевую массу [4-5].

В рамках данной работы дается оценка возможностей прямого поиска Тёмного фотона в эксперименте FLAP на недавно запущенном ускорителе электронов LINAC-200 (ОИЯИ Дубна) с планируемым диапазоном энергий 26-1000 МэВ [6]. Такие Тёмные фотоны могут рождаться вместо обычных фотонов в процессе торможения релятивистского электрона в электромагнитном поле тяжелого ядра мишени. В настоящий момент верхнее значение параметра смешивания, определяющего отношение констант взаимодействия обычных и Тёмных фотонов с частицами СМ, оценивается как $\epsilon = 10^{-3} - 10^{-5}$ [5]. Взаимодействие обычных и Тёмных фотонов определяется формулой (1):

$$L_{int} = -\frac{1}{2} \cdot \epsilon F_{\mu\nu} A^{\mu\nu}, \quad (1)$$

здесь $F_{\mu\nu}$ и $A^{\mu\nu}$ – тензоры полей обычного и Темного фотонов, соответственно, параметр ϵ – параметр смешивания Темного и обычного фотонов [1].

Методика исследования и результаты. В данной работе, в рамках постановки эксперимента FLAP (ОИЯИ) [6], с помощью пакета GEANT4 проведено моделирование прохождения пучка электронов ускорителя ЛИНАК-200 через цилиндрическую beam-dump мишень длиной 10 см и диаметром 10 см для 9 случаев: для трех различных материалов мишени (Pb, W, Fe) и трех энергий пучка налетающих электронов (20 МэВ, 40 МэВ и

^(*) С.А. Буланова, bulanova.sa@edu.spbstu.ru

200 МэВ). Вдоль оси мишени со стороны налетающего пучка сделана выемка глубиной 2 см и диаметром 1 см. В результате моделирования получены распределения числа фоновых электрон-позитронных пар в зависимости от их инвариантной массы. При вычислениях предполагаемого числа сигнальных событий использовано приближение Вайцеккера-Вильямса для расчета тормозного излучения обычных фотонов, где параметрами являются масса Тёмного фотона и константа нового взаимодействия с электронами.

Чувствительность эксперимента к обнаружению Тёмных фотонов оценивалась из учета светимости в эксперименте на неподвижной мишени, сечений рождения фоновых событий и теоретической оценки событий рождения Тёмных фотонов. Светимость L связана с количеством событий N через соотношение $L = \frac{N}{\sigma}$, а сама светимость определяется из характеристик ускорителя и мишени и оценивается как $L = J \cdot n \cdot d$, где J – поток ускоренных частиц, n и d – концентрация ядер мишени и её толщина соответственно. Учитывая, что на ускорителе ЛИНАК-200 средний ток пучка может составлять 10 мкА, светимость на свинцовой мишени можно оценить как $L = 2 \cdot 10^{37} \text{ c}^{-1} \text{ см}^{-2}$ [6].

Теоретическое сечение оценивается из приближения Вайцеккера-Вильямса:

$$\frac{d\sigma}{dx} = \frac{8Z^2\alpha^3\epsilon^2x}{M_A^2} \left(1 + \frac{x^2}{3(1-x)}\right) \cdot \Lambda, \quad (2)$$

здесь Z – заряд ядра мишени, α – постоянная тонкой структуры, ϵ – параметр величины смешивания взаимодействия, $x = \frac{E_A}{E_0}$ – отношение энергии рожденного нового Тёмного фотона к энергии электрона из пучка, $\Lambda \approx 5$ – параметр, отражающий кинематику и ядерные эффекты. Данное приближение предполагает, что энергия электрона, испустившего Тёмный фотон, много больше, чем масса Тёмного фотона: $m_e \ll M_A \ll E_0$ [1], [7].

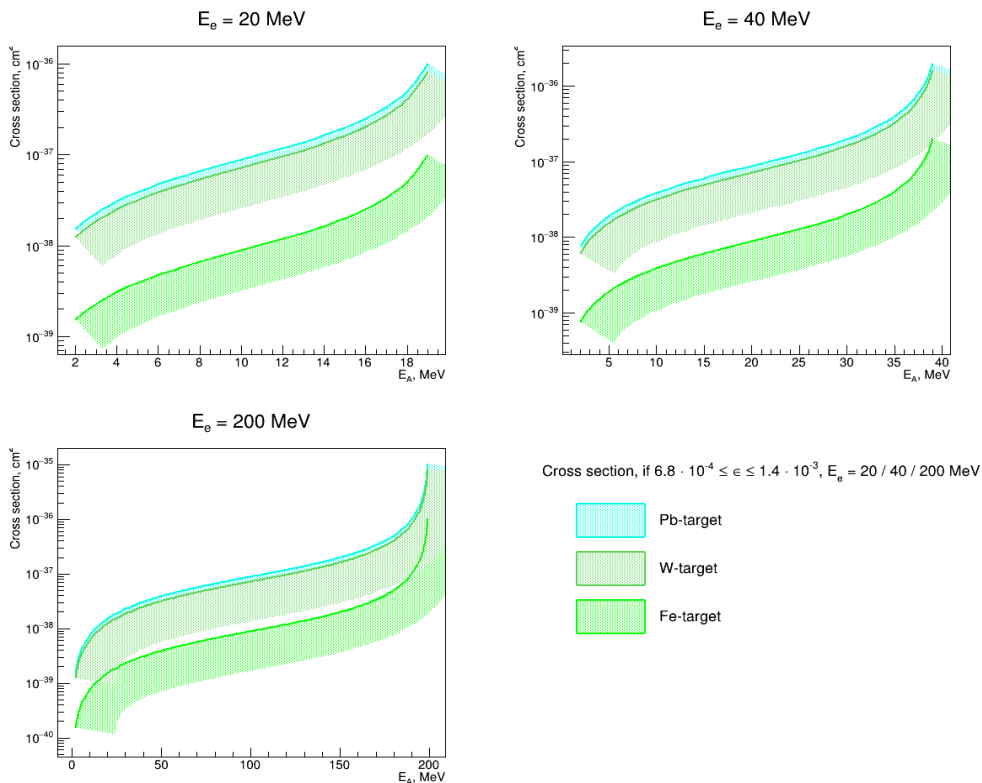


Рис. 1. Теоретическая оценка сечения рождения Тёмных фотонов при условии $m_e \ll M_A \ll E_0$. Заштрихованные области соответствуют значениям коэффициента смешивания в диапазоне $6.8 \cdot 10^{-4} \leq \epsilon \leq 1.4 \cdot 10^{-3}$

Далее, количество N Тёмных фотонов, рожденных в эксперименте, оценивается как

$$N = \frac{N_e C \epsilon^2 m_e^2}{M_A^2}, \quad (3)$$

здесь N_e – интенсивность электронов в пучке, C – параметр, зависящий от свойств мишени: $C \approx 10$. На рис. 2 приведены области значений ϵ и M_A , доступных в эксперименте FLAP. Например, характерное значение коэффициента смешивания для частицы с массой $M_A = 17$ МэВ и временем жизни 10^{-10} секунды оценивается в $\epsilon = 7 \cdot 10^{-4}$.

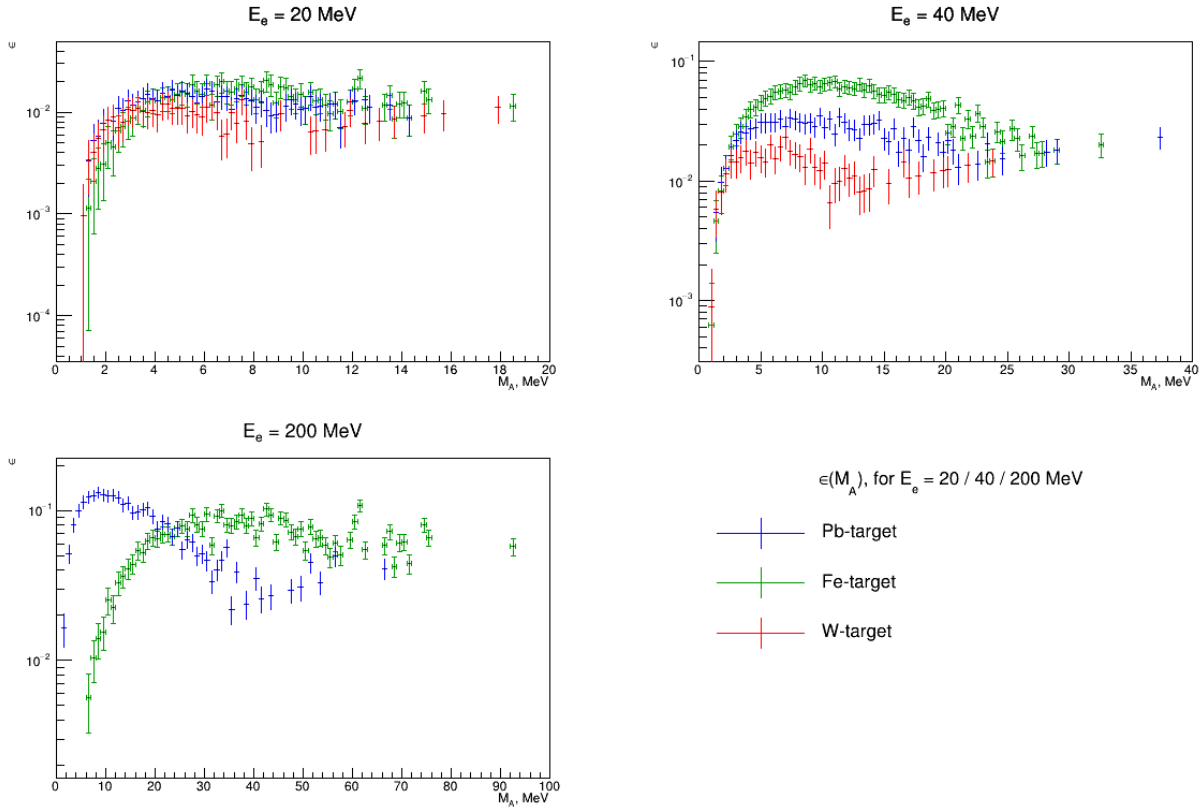


Рис. 2. Области значений ϵ и M_A , достижимые в эксперименте FLAP, для пучка электронов с энергиями 20, 40 и 200 МэВ и для трех материалов мишени (Pb, Fe, W)

Заключение. В результате применения условия преобладания сигнальных событий над фоновыми, получена оценка чувствительности к величине коэффициента смешивания гипотетического Тёмного фотона в зависимости от его массы в рамках эксперимента FLAP.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yu-Sheng Liu. Possible Beyond the Standard Model Physics Motivated by Muonic Puzzles // PhD Thesis, University of Washington — 2017. — 90 pp.
2. Banerjee, V.E. Burtsev, A.G. Chumakov et al. Search for a Hypothetical 16.7 MeV Gauge Boson and Dark Photons in the NA64 Experiment at CERN // Physical Review Letters. — 2018, V. 120. — P. 231802-1 — 231802-6.
3. S. N. Gninenko. Search for MeV dark photons in a light-shining-through-walls experiment at CERN. // Physical Review D — 2014. — V. 89. — P. 075008-1 — 075008-10.
4. James D. Bjorken, Rouven Essig, Philip Schuster, and Natalia Toro. New Fixed-Target Experiments to Search for Dark Gauge Forces. // Physical Review D — 2009. — V. 80. — P. 075018-20.

5. A. Baldin et. al. FLAP collaboration: tasks and perspectives. Study of fundamentals and new applications of controllable generation of electromagnetic radiation by relativistic electrons using functional materials. // Physics of Particles and Nuclei Letters. — 2020. — V. 18. — P. 338–353.
6. Kwang Je Kim and Yung-Su Tsai. Improved Weizsacker-Williams method and its application to lepton and W boson pair production. // Physical Review D — 1973. — V. 8. — P. 3109-3125.

УДК 539.12

А.В. Сергеев^{1,2}, В.Т. Ким²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова

ВОЗМОЖНОСТИ ПОИСКА ЛЁГКИХ СКАЛЯРНЫХ ЧАСТИЦ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ FLAP НА УСКОРИТЕЛЕ ЛИНАК-200 (ОИЯИ, ДУБНА)

Введение. В физике элементарных частиц в настоящий момент нет прямых значимых экспериментальных данных, которые могли бы опровергнуть Стандартную модель, однако есть указания на наличие в ней теоретических ограничений из косвенных наблюдений. Это, например, указания на существование во вселенной Тёмной материи и Тёмной энергии, значение аномального магнитного момента мюона $g_\mu - 2$ и проблема радиуса протона, пики распределений образования электрон-позитронных пар в ядерных переходах (^8Be), которые могут быть связаны с легким скалярным бозоном $X(17)$ [1]. Решение приведённых выше проблем возможно при обнаружении соответствующих новых частиц [2], и именно поэтому их поиск важен для дальнейшего развития науки.

Целью работы является оценка возможностей поиска легких скалярных частиц Новой физики за пределами Стандартной модели на линейном ускорителе электронов ЛИНАК-200 в эксперименте коллаборации FLAP (ОИЯИ, Дубна). Предполагается, что такие частицы могут рождаться в процессе торможения быстрых электронов в поле тяжелых ядер мишени [2, 3]. В таком случае образование частиц происходит аналогично образованию тормозных фотонов, однако интенсивность процесса подавлена за счёт меньшей, по сравнению с элементарным зарядом e , величины константы взаимодействия g новых частиц с электронами. Для удобного сравнения вводится параметр ϵ , называемый также коэффициентом смешивания, равный отношению этих двух величин: $\epsilon = g/e$ [2].

Методика исследования. В ходе работы было проведено моделирование прохождения пучка быстрых электронов через неподвижную толстую мишень цилиндрической формы из тяжёлого металла для 9 конфигураций эксперимента FLAP (3 материала мишени: железо, вольфрам и свинец; 3 энергии пучка налетающих электронов E_0 для каждого из материалов: 20, 40 и 200 МэВ) [3]. Мишень имеет диаметр и длину по 10 см, а также цилиндрическую выемку в центре основания, в которую влетают начальные электроны, с диаметром и глубиной по 1 см. Моделирование выполнялось в рамках пакета GEANT4. В результате были получены распределения числа пар фотонов в зависимости от их инвариантной массы, характеризующие интенсивность фоновых событий. При этом регистрировались все фотоны, вылетающие через заднюю стенку цилиндра мишени, где в эксперименте будет расположен сцинтилляционный детектор.

В силу предполагаемого сходства процессов рождения новой частицы и обычного фотона, для расчета числа новых частиц применялась формула, полученная по аналогии с расчётом тормозного излучения фотонов в приближении Вайцеккера-Вильямса [4]. Параметрами в формуле являлись коэффициент смешивания ϵ гипотетических частиц и их

^(*) А.В. Сергеев, realmite@gmail.com

масса. В рамках работы полагалось, что новая частица может распадаться только на пару фотонов и что все эти пары вылетают через заднюю стенку цилиндрической мишени. При этом масса новой частицы будет определяться инвариантной массой пары фотонов.

Предполагая, что для успешной регистрации количество сигнальных событий должно быть, по крайней мере, равно количеству фоновых, были приравнены распределения числа пар фотонов от распада искомой частицы и числа пар фоновых фотонов. Исходя из этого равенства, была получена оценка чувствительности на коэффициент смешивания новой скалярной частицы в зависимости от ее массы в рамках условий эксперимента FLAP.

Результаты. Зависимости коэффициента смешивания от инвариантной массы искомой частицы для трёх различных материалов мишени представлены на рис. 1–3. Следует отметить, что результаты справедливы при соблюдении условия

$$m_e \ll m_\phi \ll E_0,$$

поскольку оно использовалось при выводе формулы Вайцзеккера-Вильямса, где m_e и m_ϕ - массы электрона и искомой частицы МэВ [4]. В силу того, что для получения зависимостей использовалось условие равенства числа фоновых и сигнальных событий, эти рисунки демонстрируют минимальную величину коэффициента смешивания, которым должна обладать новая частица данной массы, чтобы её можно было зарегистрировать при бомбардировке мишени из соответствующего металла пучком электронов данной энергии. Для всех трёх рисунков видна общая тенденция: чем ниже энергия начальных электронов, тем ниже расположена зависимость ϵ . С такой точки зрения следует искать частицу при наименьшей энергии пучка, поскольку тогда возможно будет зафиксировать частицы с меньшей величиной константы взаимодействия.

С другой стороны, величина энергии начальных электронов ограничивает максимальную массу искомой частицы. Также можно отметить сдвиг зависимости для каждой энергии вниз при переходе от относительно лёгкого (по величине атомной массы) железа к более тяжёлому свинцу и ещё ниже при переходе к вольфраму. Хотя последний несколько легче свинца, но он имеет большую ядерную длину.

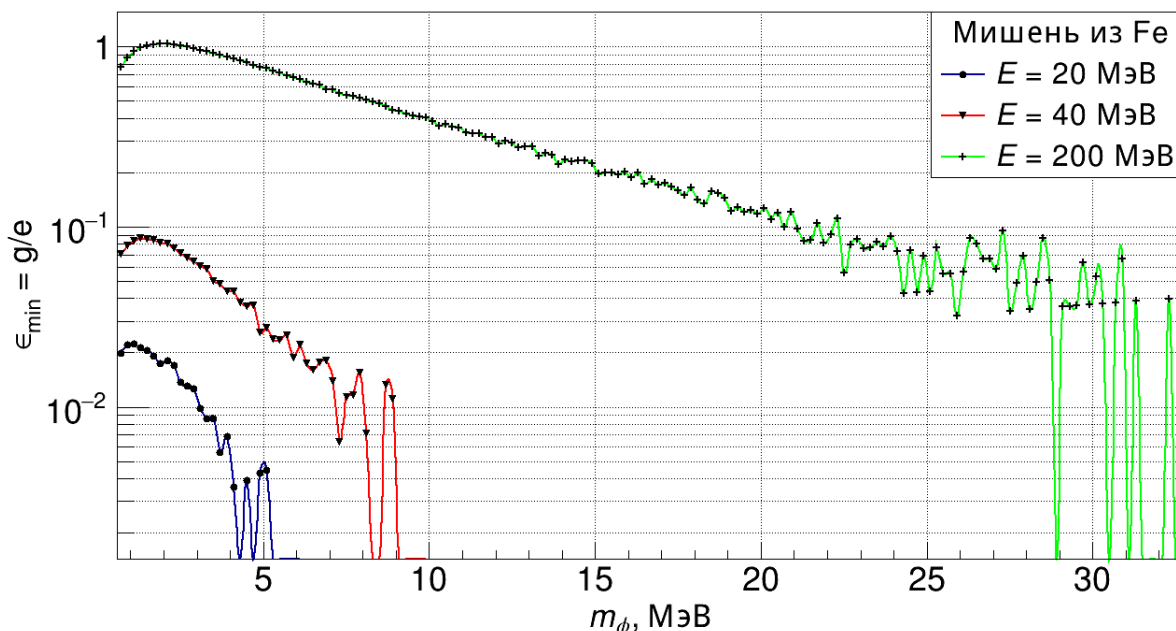


Рис. 1. Зависимость коэффициента смешивания от инвариантной массы частицы для Fe мишени

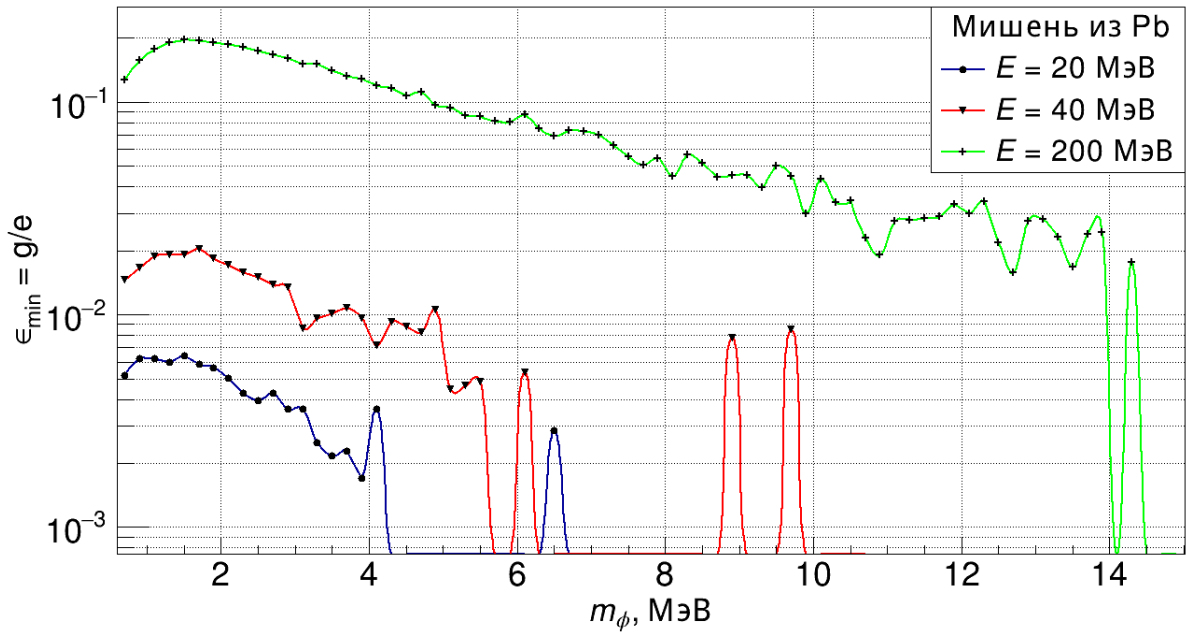


Рис. 2. Зависимость коэффициента смешивания от инвариантной массы частицы для Pb мишени

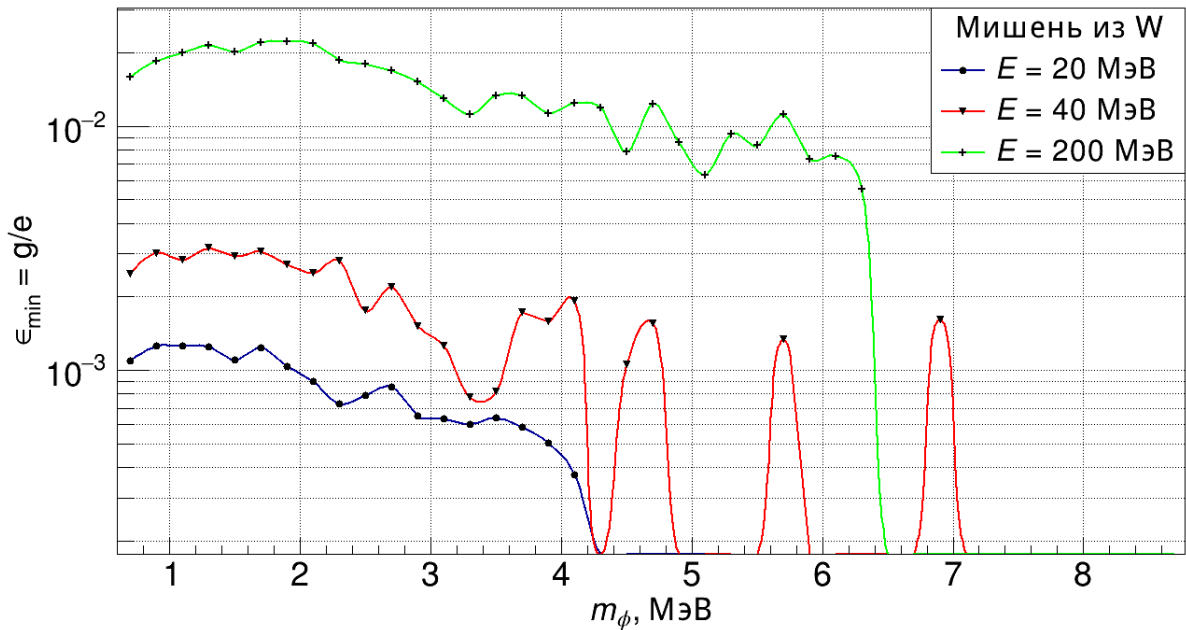


Рис. 3. Зависимость коэффициента смешивания от инвариантной массы частицы для W мишени

Заключение. Получены оценки на константу взаимодействия гипотетической частицы с электронами в зависимости от массы этой частицы. Рис. 1-3 могут быть полезны при проведении реального эксперимента FLAP, поскольку позволяют оценить, при каком материале мишени и энергии электронов может быть исследована наиболее широкая область параметров новой частицы. В частности, доступная величина константы взаимодействия g в эксперименте FLAP в самой оптимальной конфигурации для поиска легкой скалярной частицы (вольфрамовая мишень с энергией электронов начального пучка 20 МэВ, рис. 3) меньше заряда электрона приблизительно в 10^3 раз для скалярной частицы массой около 3 МэВ со временем жизни порядка $(3 \div 8) \cdot 10^{-10}$ с.

ЛИТЕРАТУРА

1. Krasznahorkay A. J. et. al. Observation of Anomalous Internal Pair Creation in ${}^8\text{Be}$: A Possible Indication of a Light, Neutral Boson // *Physical Review Letters*. – 2016. – Vol. 116. - P. 042501.
2. Yu-Sheng Liu. Possible Beyond the Standard Model Physics Motivated by Muonic Puzzles // Ph.D. Thesis. University of Washington. – 2017. – PP. 90.
3. Baldin A. et. al. FLAP Collaboration: Tasks and Perspectives. Study of Fundamentals and New Applications of Controllable Generation of Electromagnetic Radiation by Relativistic Electrons Using Functional Materials. // *Physics of Particles and Nuclei Letters*. – 2021. – Vol. 18. – Pp. 338-353.
4. Bjorken J.D., Essig R., Schuster P., Toro N. New Fixed-Target Experiments to Search for Dark Gauge Forces. // *Physical Review D*. – 2009. – Vol. 80. – P. 075018.

УДК 539.12

В.С. Борисов, М.М. Митранкова
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

$K^*(892)$ МЕЗОНЫ В ЛЕГКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ СИСТЕМАХ

Введение. Квантовая хромодинамика предсказывает существование горячей и плотной сильно взаимодействующей материи – кварк-глюонной плазмы (КГП) [1]. Минимальные условия образования КГП изучаются экспериментально путем измерения рождения частиц в легких системах столкновений, таких как $p+\text{Al}$, $p+\text{Au}$ и ${}^3\text{He}+\text{Au}$ при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в эксперименте PHENIX [2].

Рождение $K^*(892)$ мезона в столкновениях релятивистских ядер чувствительно к проявлению различных эффектов, свидетельствующих об образовании КГП [3]. К таким эффектам относятся увеличенный выход странных частиц [4] и эффект гашения струй [5].

Увеличенный выход странных частиц заключается в избыточном рождении адронов, содержащих (анти)странные кварки, в столкновении релятивистских ядер по сравнению с таковым в элементарных столкновениях протонных пучков. Данный эффект является следствием процесса химического равновесия странных кварков в КГП. Потеря энергии партонами в материи КГП, так называемый эффект гашения струй, приводит к смещению инвариантных спектров рождения адронов в область меньших значений поперечного импульса и, соответственно, подавлению их выходов в области больших значений поперечного импульса ($p_T > 5$ ГэВ/с), по сравнению с выходами в элементарных $p + p$ столкновениях.

Цели и задачи работы. Целью настоящей работы является изучение особенностей рождения $K^*(892)$ мезонов в столкновениях $p+\text{Al}$, $p+\text{Au}$ и ${}^3\text{He}+\text{Au}$ при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в области малых быстрот ($|\eta| < 0.35$) в эксперименте PHENIX. В задачи работы входит измерение факторов ядерной модификации $K^*(892)$ мезонов в столкновениях $p+\text{Al}$, $p+\text{Au}$ и ${}^3\text{He}+\text{Au}$ при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в области малых быстрот ($|\eta| < 0.35$) в эксперименте PHENIX и их физическая интерпретация.

Методика исследования. Экспериментальные наборы данных, используемые в анализах, были получены на детекторе PHENIX в столкновениях $p+\text{Al}$, $p+\text{Au}$ и ${}^3\text{He}+\text{Au}$ при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в области малых быстрот ($|\eta| < 0.35$). Измерение выходов $K^*(892)$ мезонов проводилось по каналу распада $K^* \rightarrow K^+\pi^-$ ($\bar{K}^* \rightarrow K^-\pi^+$) с вероятностью распада по данному каналу $Br = 0.67$ [6].

Для определения кинематических характеристик и идентификации $K^\pm\pi^\mp$ мезонов были использованы дрейфовые и времяпролетная камеры детектора PHENIX [2]. Центральность

^(*) В.С. Борисов, v1v1v2013vlad@gmail.com

столкновения, характеризующая степень перекрытия ядер в столкновении, определялась по величине множественности заряженных частиц, зарегистрированных в пучковых счетчиках.

Для определения выходов $K^{*0}(892)$ мезонов были построены спектры инвариантной массы пар $K^{\pm}\pi^{\mp}$ мезонов. Спектр инвариантной массы для пары $K^{\pm}\pi^{\mp}$ мезонов содержит как полезный сигнал $K^{*0}(892)$ мезонов, так и комбинаторный фоновый вклад. Комбинаторный фоновый вклад имеет две составляющие: коррелированную и некоррелированную. Методика смешных событий [7] позволяет воспроизвести форму некоррелированной части комбинаторного фона. Коррелированная часть комбинаторного фона может быть учтена с использованием аппроксимации полиномом второй степени. Выходы $K^{*0}(892)$ мезонов были получены путем интегрирования распределения по инвариантной массе в интервале ± 100 МэВ/с² вблизи массы $K^{*0}(892)$ мезона (892 МэВ/с²) после вычитания комбинаторного фонового вклада.

Инвариантный спектр рождения $K^{*0}(892)$ мезонов [8] в каждом интервале по поперечному импульсу вычисляется как:

$$\frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2 N}{dp_T dy} = \frac{1}{2\pi p_T} \frac{1}{N_{\text{событий}}} \frac{1}{Br} \frac{1}{\varepsilon_{\text{эфф}}(p_T)} \frac{N(\Delta p_T)}{\Delta p_T \Delta y}$$

где p_T – поперечный импульс мезона; Δp_T – интервал по поперечному импульсу; y – быстрота; $N(\Delta p_T)$ – число мезонов, зарегистрированных экспериментальной установкой (выход мезонов); $N_{\text{событий}}$ – полное число событий в выбранном диапазоне центральности; $\varepsilon_{\text{эфф}}(p_T)$ – эффективность восстановления $K^{*0}(892)$ мезонов, полученная с помощью моделирования распада $K^{*0}(892)$ мезонов, их прохождения через тело детектора и восстановления в экспериментальной установке PHENIX методом Монте-Карло.

Влияние различных эффектов на рождение частиц в столкновениях релятивистских ядер изучается с помощью факторов ядерной модификации (R_{xA}) [8], вычисляемых по формуле:

$$R_{xA} = \frac{1}{\langle N_{\text{столкн}} \rangle} \frac{d^2 N_{xA}/dp_T dy}{d^2 N_{pp}/dp_T dy}$$

где $\langle N_{\text{столкн}} \rangle$ – среднее число парных неупругих нуклон-нуклонных столкновений $d^2 N_{xA}/dp_T dy$ и $d^2 N_{pp}/dp_T dy$ – инвариантные выходы частиц, измеренные во взаимодействии ядер $x + A$ и в столкновениях протонов $p + p$ соответственно.

Результаты. На рисунке 1 представлены факторы ядерной модификации $K^{*0}(892)$ мезонов, измеренные в столкновениях $p+Al$, $p+Au$ и ${}^3\text{He}+Au$ при энергии $\sqrt{s_{NN}}=200$ ГэВ в области малых быстрот ($|\eta| < 0.35$) для четырех классов событий по центральности.

Полученные значения факторов ядерной модификации $K^{*0}(892)$ мезонов равны единице в пределах неопределенностей во всем диапазоне по поперечному импульсу. Таким образом, увеличенный выход странных частиц и эффект гашения струй не наблюдаются с учетом неопределенностей измерений. Размер и плотность энергии ядерной материи, образующейся в легких системах столкновений, могут быть недостаточны для проявления этих эффектов.

Выводы. В ходе работы были измерены факторы ядерной модификации $K^{*0}(892)$ мезонов в столкновениях $p+Al$, $p+Au$ и ${}^3\text{He}+Au$ при энергии $\sqrt{s_{NN}}=200$ ГэВ в области малых быстрот в эксперименте PHENIX. Увеличенный выход странных частиц и эффект гашения струй не наблюдаются с учетом неопределенностей измерений. Размер и плотность энергии ядерной материи, образующейся в легких системах столкновений, могут быть недостаточны для проявления этих эффектов.

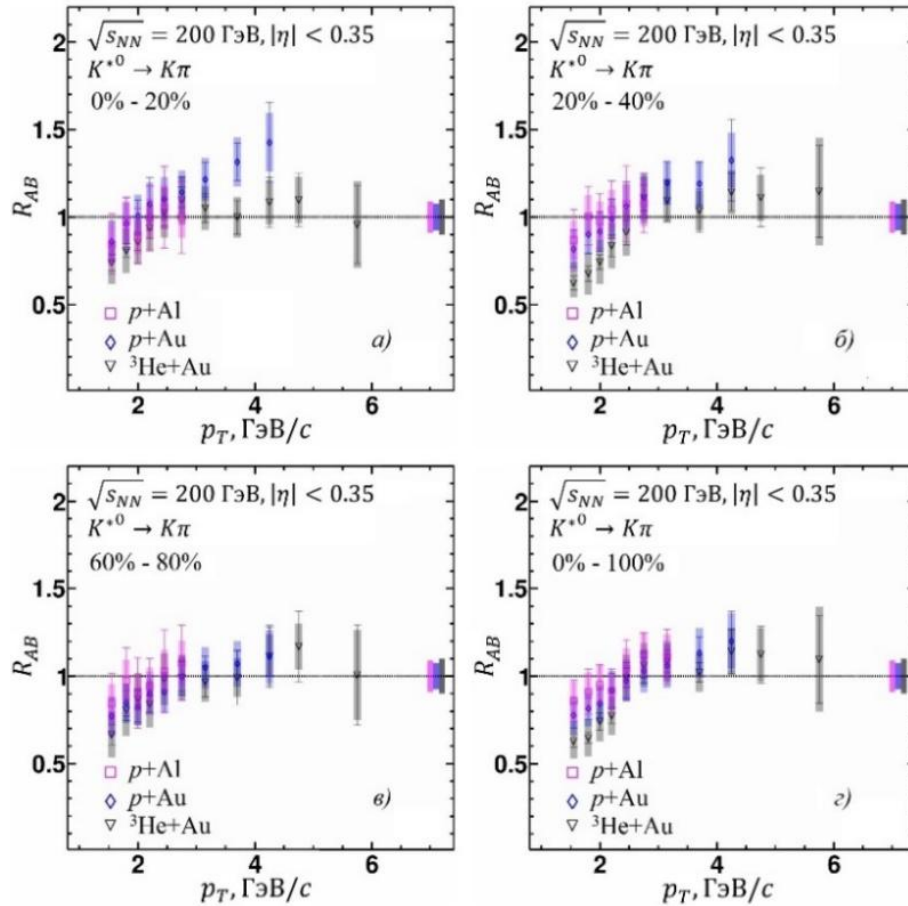


Рис. 1. Факторы ядерной модификации $K^{*0}(892)$ мезонов, измеренные в столкновениях $p+Al$, $p+Au$, and ${}^3He+Au$ при энергии $\sqrt{s_{NN}}=200$ ГэВ в области малых быстрот ($|\eta| < 0.35$) для четырех классов событий по центральности ((а) – наиболее центральные столкновения 0%-20%, (б) – 20%-40%, (в) – наиболее периферийные столкновения 60%-80%, (г) – полный набор данных 0%-100%)

ЛИТЕРАТУРА

1. Adcox K. et al. Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus-nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX Collaboration // Nucl. Phys. A – 2005. – Vol. 757. – P. 184.
2. Adcox K., Adler S.S., Aizama M., et al. (PHENIX Collaboration). PHENIX detector overview // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. – 2003. – Vol. 499. – I. 2-3. – P. 469-479.
3. Ilner A., Cabrera D., Markert C., Bratkovskaya E. K^* vector meson resonances dynamics in heavy-ion collisions // Physical Review C. – 2017. – Vol. 95. – I. 1. – P. 014903
4. Koch P., Müller B., Rafelski J. Strangeness in relativistic heavy ion collisions // Phys. Rep. – 1986. – Vol. 142. – I. 4. – P. 167-262.
5. d'Enterria D. (CERN and MIT, LNS). 6.4. Jet quenching // Springer materials (Germany), Ed. by R. Stock, Landolt-Bornstein – Group I – Elementary Particles, Nuclei and Atoms. 23 (Relativistic Heavy Ion Physics). – 2010. – P. 471-520.
6. Zyla P.A. et al. (Particle Data Group). Reviews of Particle Physics // Progress of Theoretical and Experimental Physics. – 2020. – Vol. 2020. – I. 8. – № 083C01.
7. Kopylov G. Like particle correlations as a tool to study the multiple production mechanism // Phys. Lett. B. – 1974. – Vol. 50. – I. 4. – P. 472-474.
8. Митранкова М.М., Бердников Я.А., Бердников А.Я., Митранков Ю.М., Котов Д.О. Измерение факторов ядерной модификации ϕ -мезона в столкновениях протонных пучков с ядрами алюминия при энергии 200 ГэВ // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – 2020. – Т. 13. – № 2. – С. 152-159.

МОДЕЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССОВ РОЖДЕНИЯ ϕ МЕЗОНОВ В
МАЛЫХ СИСТЕМАХ СТОЛКНОВЕНИЙ

Введение. Состояние вещества, в котором кварки и глюоны не связаны внутри адронов, кварк-глюонная плазма (КГП) [1], было впервые экспериментально обнаружено в столкновениях тяжелых релятивистских ядер—при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ на коллайдере RHIC. Исследование свойств и характеристик КГП является одной из главных задач современной физики высоких энергий. Систематическое изучение процессов рождения частиц в малых системах столкновений ($p+Al$, $p+Au$, $d+Au$ и ^3He+Au) позволяет исследовать эволюцию ядерной материи, образованной в результате столкновения, и минимальных условий, достаточных для формирования КГП [2].

Согласно модели Глаубера [3], при отсутствии коллективных эффектов, взаимодействие релятивистских ядер можно представить в виде суперпозиции элементарных нуклон-нуклонных взаимодействий. Однако различные эффекты как горячей (предполагающей образование КГП), так и холодной (отражающей начальные и конечные условия взаимодействия) ядерной материи могут влиять на эволюцию системы сталкивающихся ядер [2]. Изучение рождения ϕ мезонов, обладающих закрытой странностью, представляет особый интерес, так как оно позволяет наблюдать широкий спектр этих эффектов, таких как увеличенный выход странных частиц [4] и эффект гашения струй [5].

Для физической интерпретации результатов, полученных в эксперименте, проведено их сравнение с предсказаниями различных теоретических моделей.

Цели и задачи работы. Целью настоящей работы является изучение особенностей рождения ϕ мезонов в столкновениях $p+Al$, $p+Au$, $d+Au$ и ^3He+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в области малых быстрот ($|\eta| < 0.35$). В задачи работы входит сравнение факторов ядерной модификации ϕ мезонов, измеренных в эксперименте PHENIX [6], с расчетами, выполненными с помощью программных пакетов PYTHIA/Angantyr [7] и PYTHIA+EPPS16 [8], PYTHIA+nSTEQ15 [9].

Методика исследования. Модель Лунда фрагментации струн широко используется для описания процесса адронизации в протон-протонных взаимодействиях и для выполнения расчетов КХД [8]. В 1997 году на основе этой модели был создан программный пакет PYTHIA, целью которого является моделирование процесса взаимодействия протонов при высокой энергии. Для описания взаимодействий тяжелых (тяжелее протона) релятивистских ядер, на базе PYTHIA была создана новая гибридная модель PYTHIA/Angantyr [7]. В рамках этой модели взаимодействие ядер $A + B$ описывается как суперпозиция элементарных нуклон-нуклонных взаимодействий разного типа (упругое, дифракционное, поглощающее).

Для жесткого протон-протонного взаимодействия формализм пертурбативной КХД описывает инклюзивные спектры адронов при известных функциях распределения партонов (ФРП) в начальном состоянии. Данные функции определяют вероятность партона при каком-либо масштабе квадрата переданного во взаимодействии четырех-импульса обладать определенной долей четырех-импульса. В экспериментах по глубоконеупругому рассеянию было показано, что ФРП нуклонов, находящихся в связанном состоянии внутри ядра, существенно отличаются от ФРП свободного протона. Это наблюдение привело к

^(*) М.М. Митранкова, mashalario@gmail.com

теоретическому определению и экспериментальному изучению ядерных функций распределения партонов (яФРП). В данной работе использованы NNPDF2.3 яФРП, заданная по умолчанию в модели PYTHIA/Angantyr, а также яФРП Eskola-Paakkinen-Paukkunen-Salgado (EPPS16) [6] и Coordinated-Theoretical-Experimental Project on QCD (nCTEQ15) [7].

Экспериментальные наборы данных, используемые в физических анализах, были получены на детекторе PHENIX в столкновениях $p+Al$, $p+Au$ в 2015 году, в столкновениях $d+Au$ в 2008 году и в столкновениях ${}^3He+Au$ в 2014 году при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в области малых быстрот ($|\eta| < 0.35$). Измерения выходов ϕ мезонов проводились по каналу распада на два разнозаряженных K мезона.

Влияние коллективных эффектов на рождение частиц в столкновениях релятивистских ядер изучается с помощью факторов ядерной модификации (R_{xA}) [2], вычисляемых как отношение инвариантных выходов частиц, измеренных в $x + A$ столкновениях, к выходам этих же частиц, измеренных в элементарных столкновениях протонных пучков, нормированное на число неупругих нуклон-нуклонных столкновений.

Результаты. На рисунке 1 а) представлено сравнение факторов ядерной модификации ϕ мезонов в столкновениях $p+Al$, $p+Au$, $d+Au$ и ${}^3He+Au$ при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в области малых быстрот, измеренных в эксперименте PHENIX, с расчетами, выполненными с помощью программного пакета PYTHIA/Angantyr. Расчетные значения R_{xA} в столкновениях $p+Al$ согласуются с R_{xA} , полученными в эксперименте. В столкновениях $p+Au$, $d+Au$ и ${}^3He+Au$ расчетные значения R_{xA} ϕ мезонов близки к измеренным в эксперименте, однако в области промежуточного поперечного импульса ($3 < p_T < 6$ ГэВ/с) выполняется неравенство $R_{pAu} < R_{dAu} < R_{HeAu}$, которое не согласуется с зависимостью величин факторов ядерной модификации ϕ мезонов от размера системы столкновения $R_{HeAu} < R_{dAu} < R_{pAu}$, наблюдаемой в эксперименте.

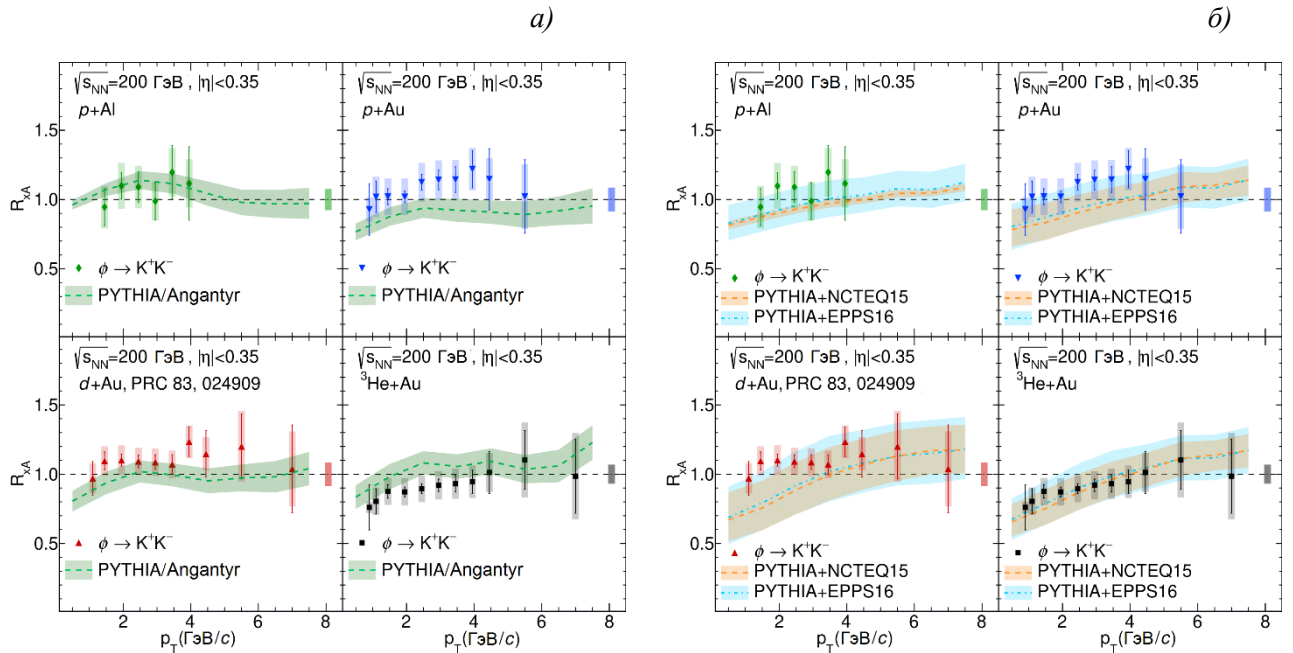


Рис. 1. Сравнение факторов ядерной модификации ϕ мезонов, измеренных в столкновениях $p+Al$, $p+Au$, $d+Au$ и ${}^3He+Au$ при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в области малых быстрот в эксперименте PHENIX, с расчетами, выполненными с помощью программных пакетов а) PYTHIA/Angantyr и б) PYTHIA+EPPS16 и PYTHIA+nCTEQ15

На рис. 1 б) представлено сравнение факторов ядерной модификации ϕ мезонов, измеренных в столкновениях $p+Al$, $p+Au$, $d+Au$ и ${}^3He+Au$ при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в области малых быстрот, в эксперименте PHENIX, с расчетами, выполненными с помощью

программных пакетов PYTHIA+EPPS16 и PYTHIA+nCTEQ15. Расчетные значения факторов ядерной модификации ϕ мезонов находятся в согласии с результатами, полученными в эксперименте во всех рассматриваемых системах столкновений. Тем не менее, модели PYTHIA+EPPS16 и PYTHIA+nCTEQ15 в области промежуточного поперечного импульса ($3 < p_T < 6$ ГэВ/с) в столкновениях $p+Au$, $d+Au$ и ^3He+Au не способны описать зависимость факторов ядерной модификации ϕ мезонов от размера системы столкновения $R_{HeAu} < R_{dAu} < R_{pAu}$, наблюдаемую в эксперименте.

Полученные результаты могут указывать на наличие физического механизма, влияющего на рождение ϕ мезонов, дополнительного к яФРП в столкновениях $p+Au$, $d+Au$ и ^3He+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}}=200$ ГэВ.

Выводы. Выполнены расчеты факторов ядерной модификации ϕ мезонов в столкновениях $p+Al$, $p+Au$, $d+Au$ и ^3He+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}}=200$ ГэВ в области малых быстрот с помощью программных пакетов PYTHIA/Angantyr, PYTHIA+EPPS16, PYTHIA+nCTEQ15 и проведено их сравнение с факторами ядерной модификации, полученными в эксперименте PHENIX. Расчетные значения R_{xA} в рассматриваемых столкновениях согласуются с R_{xA} , полученными в эксперименте, в пределах неопределенностей измерений. В области промежуточного поперечного импульса ($3 < p_T < 6$ ГэВ/с) в столкновениях $p+Au$, $d+Au$ и ^3He+Au , модельные расчеты не способны описать зависимость факторов ядерной модификации ϕ мезонов от размера системы столкновения $R_{HeAu} < R_{dAu} < R_{pAu}$, наблюдаемую в эксперименте. Данное различие может указывать на наличие физического механизма, влияющего на рождение ϕ мезонов, дополнительного к яФРП в столкновениях $p+Au$, $d+Au$ и ^3He+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}}=200$ ГэВ.

Работа в части изучения рождения ϕ мезонов в столкновениях ^3He+Au выполнена в рамках государственного задания на проведение фундаментальных исследований (код темы FSEG-2020-0024).

ЛИТЕРАТУРА

1. Adcox K. et al. Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus-nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX Collaboration // Nucl. Phys. A – 2005. – Vol. 757. – P. 184.
2. Mitrankova M.M., Berdnikov Ya.A., Berdnikov A.Ya., Kotov D.O., Mitrankov Iu.M. Production of light flavor hadrons in small systems measured by PHENIX at RHIC // Physica Scripta. – 2021. – Vol. 96. – I. 8. – № 084010.
3. Miller M., Reyers K., Sanders S., Steinberg P. Glauber modeling in high energy nuclear collisions // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. – 2007. – Vol. 57. – P. 205-243.
4. Koch P., Müller B., Rafelski J. Strangeness in relativistic heavy ion collisions // Phys. Rep. – 1986. – Vol. 142. – I. 4. – P. 167-262.
5. d'Enterria D. (CERN and MIT, LNS). 6.4. Jet quenching // Springer materials (Germany), Ed. by R. Stock, Landolt-Bornstein – Group I – Elementary Particles, Nuclei and Atoms. 23 (Relativistic Heavy Ion Physics). – 2010. – P. 471-520.
6. Adcox K., Adler S.S., Aizama M., et al. (PHENIX Collaboration). PHENIX detector overview // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. – 2003. – Vol. 499. – I. 2-3. – P. 469-479.
7. Bierlich C., Gustafson G., Lönnblad L., Shah H. The Angantyr model for heavy-ion collisions in Pythia8 // Journal of High Energy Physics. – 2018. – Vol. 10. – P. 134.
8. Eskola K.J., Paakkinen P., Paukkunen H., and Salgado C.A. EPPS16: Nuclear parton distributions with LHC data // The European Physical Journal C. – 2017. – Vol. 77. – P. 163.
9. Kovark K., Kusina A., Jezo T., Clark D.B., Keppel C., Lyonnet F., Morfn J.G., Olness F.I., Owens J.F., Schienbein I., Yu J.Y. nCTEQ15: Global analysis of nuclear parton distributions with uncertainties in the CTEQ framework // Physical Review D. – 2016. – Vol. 92. – I. 8. – № 085037.
10. Andersson B., Mohanty S., Soderberg F. Parton fragmentation and string dynamics // Phys. Rep. – 1983. – Vol. 97. – I. 2-3. – P. 31-145.

МЕТОДЫ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕНТРАЛЬНОСТИ В
СТОЛКНОВЕНИЯХ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЯДЕР

Введение. Хорошо известно, что за годы исследования ядро-ядерных взаимодействий энергии столкновений ядер выросли от единиц (десятков) МэВ/нуклон до 13 ТэВ/нуклон. Установлено, что с ростом энергии изменяется механизм взаимодействия ядер [1]. При высоких энергиях и достижении различных пороговых значений значительная часть энергии может тратиться на образование большого числа различных элементарных частиц. Как показывают эксперименты, при энергиях выше 1-2 ГэВ/нуклон могут проявляться кварк-глюонные степени свободы в столкновениях ядер [1].

Можно считать установленным, что при энергиях порядка 100-200 ГэВ/нуклон взаимодействие будет происходить на уровне кварков и глюонов, образующих кварк-глюонную плазму. Таким образом, для разных энергий физика процессов ядро-ядерных взаимодействий существенно различается [2].

Одной из характеристик столкновений ядер является центральность события, отражающая степень перекрытия между двумя сталкивающимися ядрами. Множественность заряженных частиц и число нейтронов, рождающихся во взаимодействии, чувствительны к величине центральности. Однако, степень перекрытия ядер нельзя измерить в эксперименте.

Целью работы является разработка оптимальной модели машинного обучения, которая бы позволила на основе наблюдаемых в эксперименте величин, таких как число заряженных частиц и число нейтронов, рождающихся во взаимодействии, предсказывать ненаблюдаемые величины, характеризующие центральность, а именно число раненых нуклонов, участвующих во взаимодействии, и число бинарных нуклон-нуклонных столкновений.

Актуальность. Существуют теоретические модели, которые позволяют получить аналитические выражения для определения числа раненых нуклонов и числа бинарных нуклон-нуклонных столкновений в событии. Так, модель Глаубера рассматривает ядерные столкновения как набор бинарных, не зависящих друг от друга нуклон-нуклонных столкновений. Согласно этой модели, число бинарных столкновений N_{coll} или число нуклонов-участников N_{part} являются функциями прицельного параметра b , который также принципиально не измерим в эксперименте [2].

В данной работе проводится сравнительный анализ предсказаний N_{coll} и N_{part} на основе наблюдаемых величин для трех моделей машинного обучения. На основе анализа предлагается выбрать оптимальную модель, которая бы позволила с большей точностью определять центральность ядерных столкновений в реальных экспериментах.

Методика анализа. Так как целью работы ставится разработка модели для предсказания ненаблюдаемых в эксперименте величин, экспериментальные данные для обучения моделей не подходят. В данной работе модели обучались с помощью данных, полученных из Монте-Карло генератора высокоэнергетических ядерных столкновений Pythia8/Angantyr [3]. Для каждого столкновения использовались четыре величины – число нуклонов-участников, число бинарных нуклонных столкновений, число нейтронов и число заряженных частиц в области передних и задних быстрот η : для заряженных частиц $3 < |\eta| < 4$, для нейтронов - $5 < |\eta| < 8$.

^(*)Ю.М. Митранков, mitrankovy@gmail.com

Полученные в результате генерации столкновений данные использовались для обучения трех моделей машинного обучения – дерево решений, случайный лес и полиномиальная регрессия [4].

Дерево решений – бинарное дерево, каждая вершина которого представляет определенное условие, по которому разделяются входные данные. Например, если число заряженных частиц в событии меньше 50, алгоритм «спускается» по левому ребру, если же больше или равно 50, то по правому. Листья дерева, то есть вершины, у которых нет потомков, определяют предсказанный ответ – N_{coll} или N_{part} . Условия в вершинах дерева определяются в результате минимизации функции ошибки. В данной работе для всех используемых моделей функцией ошибки является сумма квадратов разницы между предсказанным и реальным значением величины. Основным параметром дерева решений является глубина дерева, которая определяет количество шагов алгоритма получения предсказанного значения.

Случайный лес – комбинация некоторого числа независимых случайных деревьев. Данные для обучения равномерно распределяются для каждого дерева, затем происходит обучение. Результирующее значение определяется на основе предсказания каждого из деревьев. Помимо глубины каждого дерева, также определяется общее число деревьев. Для корректного сравнения с одиночным деревом решений, общее число деревьев в данной работе остается постоянным и равным 100.

Полиномиальная регрессия – модель машинного обучения, которая определяет полиномиальную зависимость между скалярной величиной и вектором параметров. В данной работе в качестве параметров выступали число нейтронов и число заряженных частиц в событии. Коэффициенты полинома определяются в результате минимизации функции ошибок.

2/3 от общей выборки используется для обучения моделей, 1/3 – для тестирования. В качестве оценки точности модели будем использовать функцию:

$$f = 1 - \frac{\sum_i (x_i - x'_i)^2}{\sum_i x_i^2},$$

где x_i – реальное значение, x'_i – предсказанное значение целевого параметра на основе тестовых данных. Чем f ближе к единице, тем точнее работает модель.

В данной работе рассматривается система столкновений $Au + Au$ при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ.

Результаты. В табл. 1 представлены результаты предсказаний трех описанных выше моделей в зависимости от параметров модели.

Табл. 1. Точность моделей машинного обучения в зависимости от настраиваемых параметров (определения перечисленных моделей и их параметров даны в тексте).

Целевой признак	f , решающие деревья	Глубина дерева	f , случайный лес	Глубина деревьев леса	f , полиномиальная регрессия	Степень полинома
N_{coll}	0.9887	10	0.9884	10	0.9904	2
N_{part}	0.9943	12	0.9672	11	0.9957	2

Применение моделей. В качестве примера применения моделей рассмотрим расчет фактора ядерной модификации для столкновений $Au + Au$ при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Фактор ядерной модификации R_{AB} показывает, насколько нормированная на N_{coll} множественность протонов в столкновениях ядер отличается от множественности протонов в протон-протонных столкновениях. На рис. 1 приведен график распределения факторов

ядерной модификации протонов по поперечному импульсу p_T , для разных классов событий по центральности. Данные получены также с помощью генератора Pythia8/Angantyr. Для определения числа раненых нуклонов использована полиномиальная регрессия.

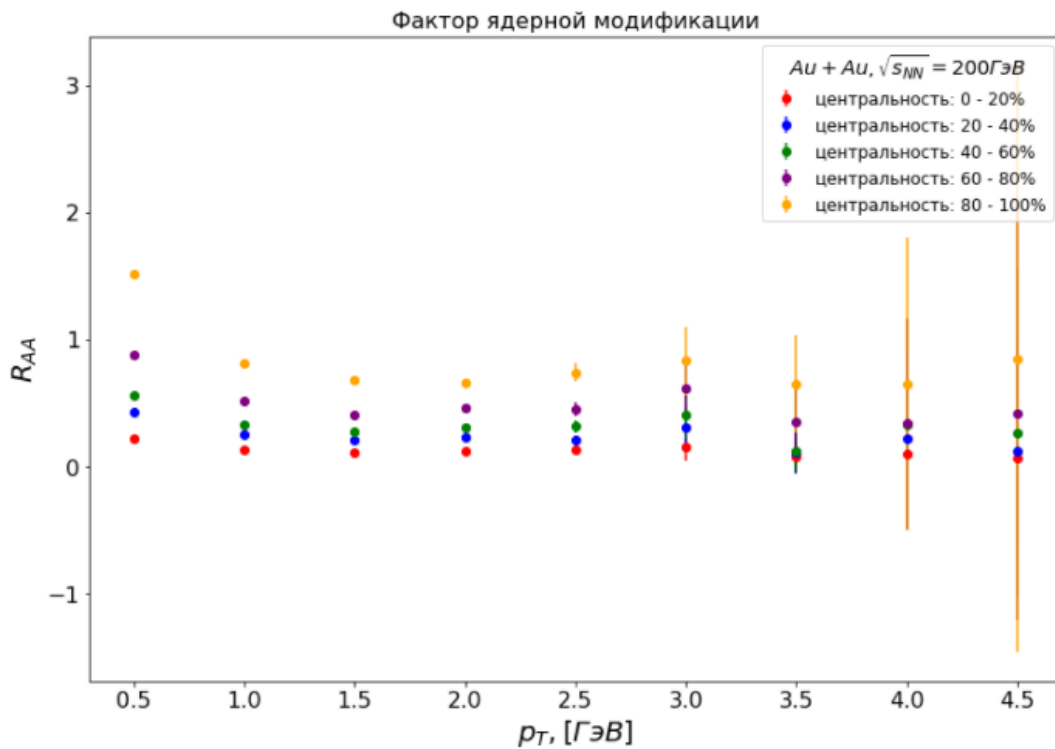


Рис. 1. Распределение факторов ядерной модификации протонов по поперечному импульсу, разделенное по разным диапазонам центральности с использованием числа раненых нуклонов

Выводы. Результаты, представленные в табл. 1, демонстрируют, что наиболее точные предсказания дает полиномиальная регрессия со степенью полинома равной 2. Применение данной модели позволяет на основе наблюдаемых величин, таких как число заряженных частиц и число нейтронов, рождающихся во взаимодействии, предсказывать ненаблюдаемые величины, характеризующие центральность, а именно число раненых нуклонов, участвующих во взаимодействии, и число бинарных нуклон-нуклонных столкновений.

Работа частично поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» (Договор 075-15-2021-1333 от 30.09.2021).

ЛИТЕРАТУРА

1. Adcox K. et al. (PHENIX Collaboration). Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus–nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX Collaboration // Nucl. Phys. A. – 2005. – Vol. 757. – P.184.
2. Ramona Vogt, Ultrarelativistic Heavy-Ion Collisions, Elsevier Science, 2007
3. T. Sjöstrand, S. Mrenna and P. Skands, JHEP05 (2006) 026, Comput. Phys. Comm. 178 (2008) 852, arXiv:hep-ph/0603175, arXiv:0710.3820.
4. Giuseppe Bonaccorso, Machine Learning Algorithms: A reference guide to popular algorithms for data science and machine learning, Packt Publishing, 2017.

ПОИСК ЧАСТИЦ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ В КАНАЛЕ MONO-Z В ЭКСПЕРИМЕНТЕ ATLAS

Введение. Гипотеза о существовании Темной Материи (ТМ) была впервые выдвинута Фрицом Цвикки в 1930-х годах [1], но природа частиц темной материи и их взаимодействие с частицами Стандартной модели (СМ) до сих пор неизвестны. Поиски частиц темной материи проходят в разных экспериментах [2]. В данной работе рассматривается поиск частиц Темной Материи в эксперименте ATLAS [3], основанный на гипотезе, что ТМ состоит из слабо взаимодействующих массивных частиц (Weakly Interacting Massive Particles, WIMP), которые взаимодействуют с веществом только посредством гравитации и некоего слабого взаимодействия [4]. Исходя из своих свойств, WIMP являются многообещающим кандидатом на роль частиц ТМ.

Цели и задачи работы. Целью данной работы является поиск частиц ТМ в эксперименте ATLAS при ассоциативном рождении Z-бозона.

Методика исследования. Так как частицы ТМ не регистрируются в современных детекторах непосредственно, в экспериментах на БАК рождение таких частиц изучается косвенным образом, например в процессах моно-X, где X – это дополнительно регистрируемый Z- или W- бозон, фотон или струя, которые рождаются до аннигиляции кварков [5]. В этом случае признаком образования частиц ТМ будет существование недостающей поперечной энергии E_T^{miss} , которая вычисляется как сумма поперечных импульсов всех заряженных частиц, взятая с обратным знаком [6]. Еще одним каналом рождения частиц темной материи является распад бозона Хиггса СМ.

При рассмотрении процесса моно-Z отбираются события с 2мя лептонами от распада Z-бозона и недостающей поперечной энергией. Ниже на рис. 1 представлены диаграммы 3х моделей конечного состояния [7].

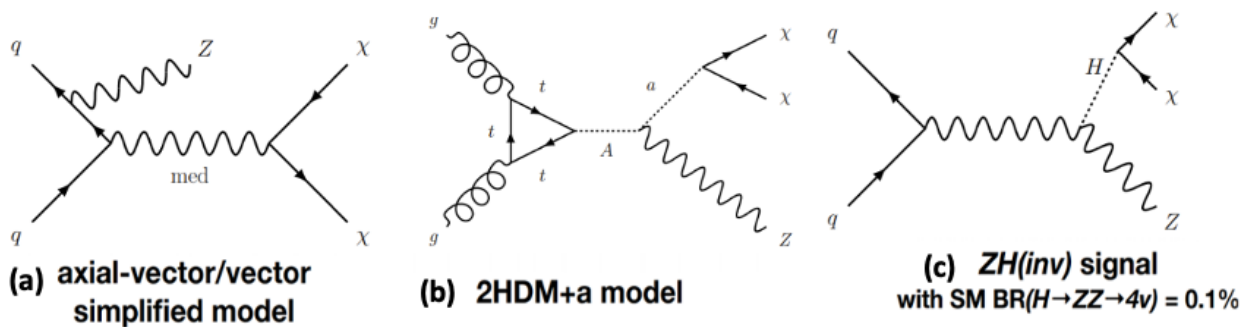


Рис. 1. Диаграмма Фейнмана для рождения частиц темной материи а) в рамках упрощенной модели; б) в рамках ассоциативного рождения Z-бозона при невидимом распаде нейтрального бозона Хиггса; в) в рамках двудублетной модели Хиггса с с дополнительным псевдоскалярным медиатором 2HDM+a

(*) М.В. Покидова, marina.pokidova@cern.ch

В работе были проанализированы данные эксперимента ATLAS, полученные во втором периоде работы БАК (2015-2018 годах) при энергии столкновений протонов в системе центра масс $\sqrt{s}=13$ ТэВ, и соответствующие интегральной светимости 139 фбн^{-1} . В анализе отбирались события с двумя лептонами от распада Z-бозона (электронами или мюонами) и с недостающей поперечной энергией E_T^{miss} ($Z \rightarrow l^+l^- + E_T^{miss}$ ($l = e, \mu$)), которая может быть обусловлена рождением частиц ТМ [4].

Для генерации событий рождения частиц темной материи используется генератор MadGraph. В ходе исследования анализировались события, отобранных для сигнальной области – области, где чувствительность к сигнальным событиям максимальна. В этой же области проводилось сравнение предсказаний СМ с экспериментальными данными. Основными фоновыми процессами являются процессы с рождением пары Z-бозонов (ZZ), одновременным рождением W и Z бозонов (WZ) и процесс с рождением Z-бозона и струй (Z +jets). Для оценки вклада фоновых процессов использовались методы, основанные на Монте-Карло моделировании и т.н. “data-driven” методы (методы оценки фона с использованием экспериментальных данных). При анализе данных спектр по E_T^{miss} и поперечной массе m_T [7]. Для статистического анализа использовалась программа – TReXFitteR, в которой используется Profile Likelihood метод [8].

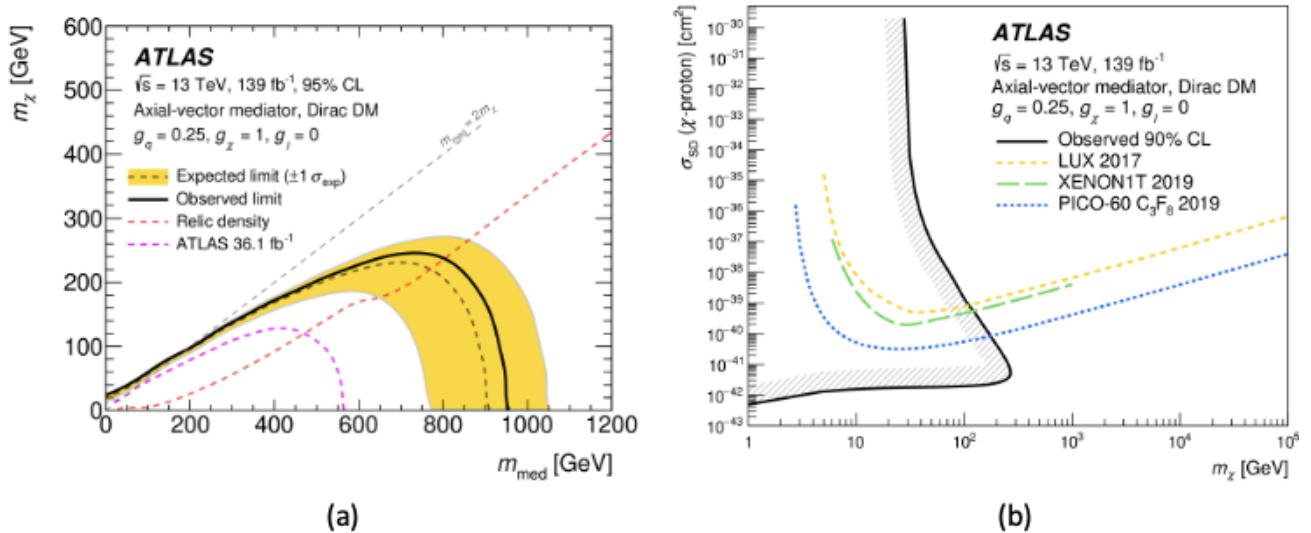


Рис. 2. а) Ограничения на массу частиц ТМ в зависимости от массы медиатора (95% доверительный интервал) при интерпретации в рамках упрощенных моделей с константами взаимодействия $g_\chi = 1.0$, $g_q = 0.25$ и $g_l = 0$ для аксиально-векторного медиатора; б) Сравнение верхних пределов для сечений, полученных в эксперименте ATLAS (90% доверительный интервал) с результатами экспериментов по прямому поиску для спин-зависимого сечения рассеяния WIMP-нуклона в эксперименте ATLAS для аксиально-векторного медиатора

Результаты. Так как по результатам анализа данных отклонений от предсказаний СМ не обнаружено, для аксиально векторного и векторного медиаторов были получены ограничения на массу частиц ТМ в зависимости от массы промежуточной частицы (рисунок 2). Также было проведено сравнение с результатами экспериментов по прямому поиску частиц ТМ (рисунок 3), из которого следует, что ограничения на сечения, полученные в эксперименте ATLAS являются более жесткими для малых значений масс частиц ТМ в сравнении с результатами прямых экспериментов – меньше 300 ГэВ для спин-зависимого

сечения и меньше 2 ГэВ для спин-независимого [7], что позволяет говорить о взаимодополняемости экспериментов.

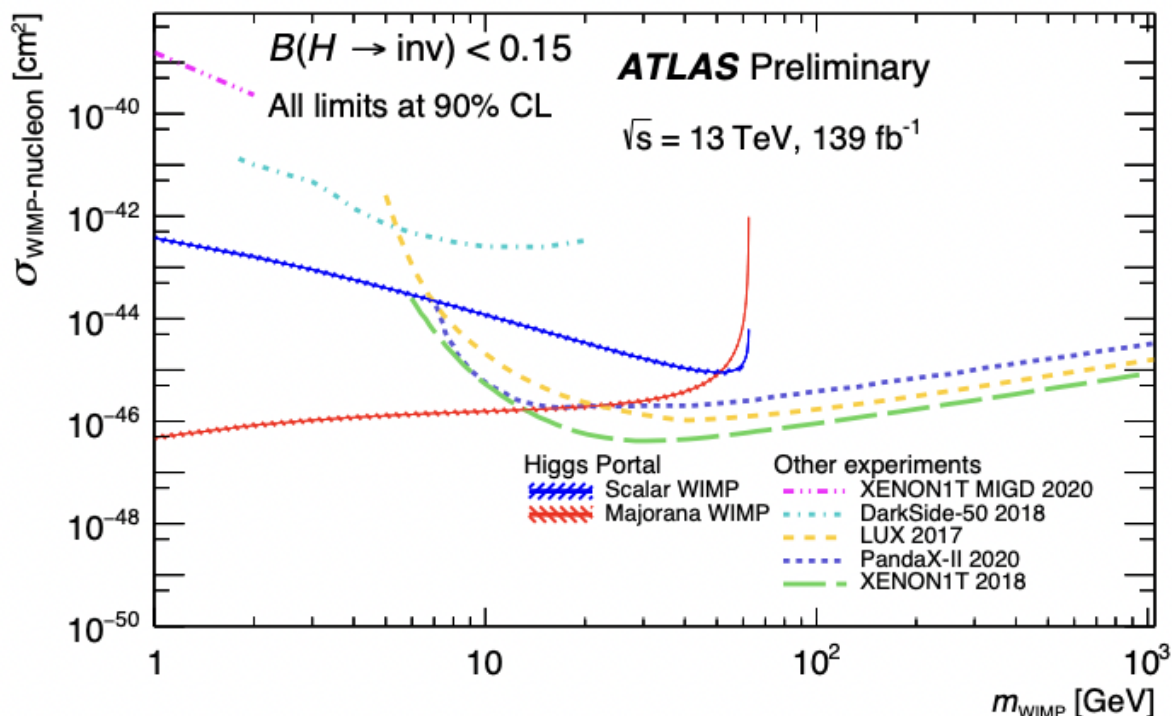


Рис. 3. Сравнение верхних пределов для сечений в зависимости от массы частицы ТМ (90% доверительный интервал) при анализе невидимых каналов распада бозона Хиггса $ZH(inv)$ с результатами полученными в экспериментах по прямому поиску частиц ТМ для спин-независимого сечения рассеяния WIMP на нуклоне

Заключение. В ходе работы отклонений от предсказаний СМ не обнаружено. Произведена оценка экспериментальных и теоретических систематических ошибок. Для аксиально векторного и векторного медиаторов получены ограничения на массу частиц ТМ в зависимости от массы промежуточной частицы, исключены массы значения медиатора до 975 ГэВ. Проведено сравнение с результатами экспериментов по прямому поиску частиц ТМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. Zwicky, On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae, *Astrophys. J.* 86.1937. —217 с.
2. Рябов В.А., Царев В.А., Цховребов А.М. Поиски частиц темной материи // *Успехи физических наук.* 2008. Т. 178. No 11. С. 1129–1164.
3. The ATLAS Collaboration. The ATLAS experiment at the CERN Large Hadron Collider. *J. Inst.* 2008
4. Kamionkowski M. WIMP and axion dark matter.
5. Trevisani, Nicolò. Collider searches for dark matter (ATLAS + CMS)// *Universe.* 4. 131. 2018. — 2 с.
6. Басалаев А.Е., Нарышкин Ю. Г. Поиски частиц темной материи на Большом адронном коллайдере. *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки.* 2018. — 123 с.
7. ATLAS Collaboration, Search for associated production of a Z boson with an invisibly decaying Higgs boson or dark matter candidates at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector, ATLAS-CONF-2021-029, 2021
8. Cole SR, Chu H, Greenland S. Maximum likelihood, profile likelihood, and penalized likelihood: a primer. *Am J Epidemiol.* 2014

МЕТОДИКА НАХОЖДЕНИЯ СПЕКТРОВ ПО ПОПЕРЕЧНОМУ
ИМПУЛЬСУ η -МЕЗОНОВ В СТОЛКНОВЕНИЯХ ГЕЛИЙ-ЗОЛОТО
ПРИ ЭНЕРГИИ $\sqrt{s} = 200$ ГЭВ/НУКЛОН

Введение. Одним из достижений квантовой хромодинамики является обнаружение эффекта конфайнмента – невозможности наблюдения кварков в свободном состоянии. При больших плотностях энергии возможно нарушение конфайнмента – деконфайнмент [1]. Близкорасположенные кварки практически не взаимодействуют друг с другом, становятся асимптотически свободны и переходят в особое «квазибесцветное» состояние вещества, характеризующегося хаотичным движением свободных партонов – кварк-глюонная плазма (КГП) [2]. Необходимые для формирования КГП значения плотностей энергии возможно получить на современных ускорителях тяжелых ионов, например, релятивистский ускоритель тяжелых ионов в (RHIC) в Брукхейвенской национальной лаборатории, США. В 2005 году на этом ускорителе впервые было подтверждено образование КГП [3]. Рождение частиц чувствительно к коллективным эффектам, возникающим при образовании КГП. Один из таких эффектов – эффект гашения адронных струй [4]. Количественная характеристика данного эффекта – факторы ядерной модификации R_{AB}

$$R_{AB} = \frac{d^2 N_{AB}/2 \pi p_T dp_T dy}{N_{coll}^{AB} d^2 N_{pp}/2 \pi p_T dp_T dy},$$

где $d^2 N/2 \pi p_T dp_T dy$ – инвариантные спектры в столкновениях протон-протон (p+p) или в столкновениях ионов A+B, y – псевдобыстрота, N_{coll}^{AB} – среднее число попарных нуклон-нуклонных соударений в столкновениях A+B. В данной работе излагается и апробируется методика нахождения инвариантных спектров по поперечному импульсу (p_T) для η -мезонов в столкновениях ядер гелия и золота ${}^3\text{He}+\text{Au}$ в эксперименте PHENIX для классов событий по центральности 0-88%, 0-20%, 20-40%, 40-60% и 60-88%.

Методика и опыт применения. Основной канал распада η -мезона $\eta \rightarrow \gamma\gamma$. В эксперименте PHENIX фотоны регистрируются системой электромагнитного калориметра [5], которая состоит из подсистем PbSc (6 секторов) и PbGl (2 сектора). С целью отделения электромагнитных ливней, инициируемых фотонами, от адронных ливней, для подсистемы PbSc вводится величина $\chi^2 = \sum_i (E_i - E_i^{\text{ож}})^2 / \sigma_i^2$, где E_i – выделившаяся энергия, $E_i^{\text{ож}}$ – ожидаемый уровень энергии, σ_i^2 – ожидаемый уровень флуктуаций. Отбор ливней с $\chi^2 < 3$ позволяет исключить 70-80% адронных ливней при потере 10% электромагнитных. В подсистеме PbGl адронные ливни отсеиваются ограничением $P_\gamma > 0.02$, где P_γ – вероятность того, что ливень – электромагнитный. Так же из расчетов известно, что основная масса адронных ливней выделяет энергию до 300 МэВ, в связи с этим сделано ограничение на минимальную энергию ливня в 400 МэВ.

Спектры по инвариантной массе находятся вычислением эффективной массы $M_{\gamma\gamma} = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2}$ для каждой пары фотонов в событии для каждого интервала поперечного импульса и в каждом классе центральности [6]. Полученный спектр состоит из суммы сигнала от η -мезона и фонового сигнала. Для увеличения отношения полезного сигнала к фону на пары фотонов наложены следующие условия: фотоны должны быть в

^(*)А.Д. Селезнев, artemseleznev@mail.ru

одном или в соседних секторах электромагнитного калориметра, как следствие, они так же должны быть в одном плече. Асимметрия энергии пары фотонов $\alpha = |E_1 - E_2| / (E_1 + E_2)$ должна быть меньше 0.8. Поскольку возможна ситуация, при которой сигналы от двух близкорасположенных ливней накладываются друг на друга, вводится минимальное расстояние между фотонами в 20 см.

Фоновый сигнал получается техникой смешивания событий, в которой фотоны берутся из разных столкновений ядер. Данный фоновый сигнал нормируется таким образом, чтобы интегралы на промежутке от 0.8 до 3 ГэВ/с² для спектра и фона совпадали, после чего фон вычитается из спектра. Полученный спектр по эффективной массе (рис. 1) состоит из сигнала и остаточного фона. Для получения первичного выхода -мезона сигнал аппроксимируется функцией Гаусса, а остаточный фон – кубическим полиномом. Первичный выход мезонов есть разница между интегралами: - под функцией Гаусса и - полиномом в промежутке от $\langle M_{\gamma\gamma} \rangle - 2\sigma_{\gamma\gamma}$ до $\langle M_{\gamma\gamma} \rangle + 2\sigma_{\gamma\gamma}$, где $\langle M_{\gamma\gamma} \rangle$ и $\sigma_{\gamma\gamma}$, соответственно, среднее значение аппроксимации функции Гаусса и стандартное отклонение

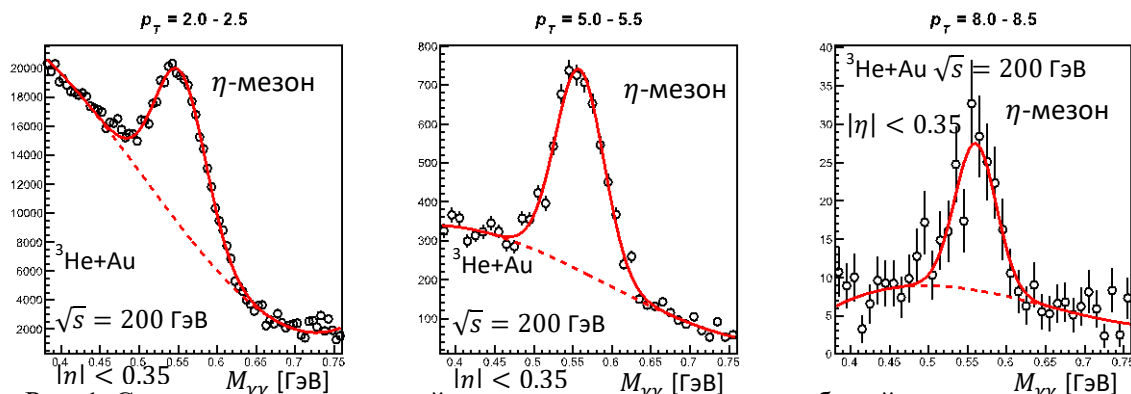


Рис. 1. Спектры по инвариантной массе η -мезона для класса событий по центральности 0-88% в столкновениях $^3\text{He}+\text{Au}$ при энергии $\sqrt{s} = 200$ ГэВ в диапазоне псевдобыстроты $|\eta| < 0.35$

Для получения эффективности регистрации моделируется распад η -мезона и взаимодействие фотонов с веществом электромагнитного калориметра. Коллаборацией PHENIX разработан собственный пакет PISA для моделирования взаимодействия излучения с веществом детектора, основанный на пакете Geant3. Используя аналогичную методику вычисления первичного выхода, получаем эффективность регистрации как отношение первичного выхода η -мезона к количеству смоделированных частиц в выбранных диапазонах по поперечному импульсу (рис. 2).

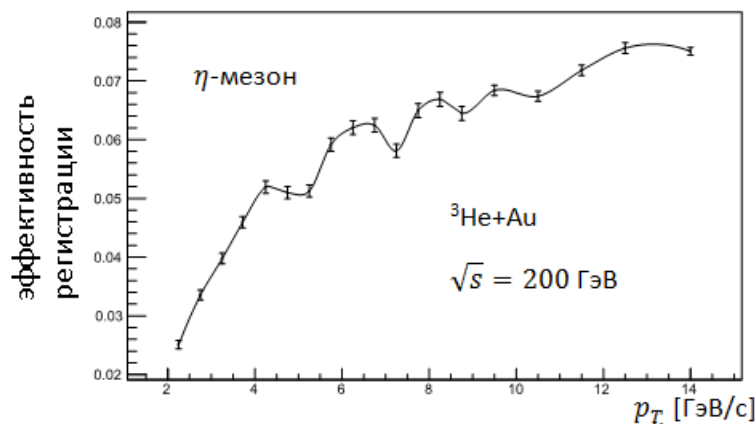


Рис. 2. Эффективность регистрации η -мезона для класса событий по центральности 0-88% в столкновениях $^3\text{He}+\text{Au}$ при энергии $\sqrt{s} = 200$ ГэВ в диапазоне псевдобыстроты $|\eta| < 0.35$

Инвариантный спектр для нейтральных частиц можно найти как

$$\frac{d^2N}{2\pi p_T dp_T dy} = \frac{N_\eta}{2\pi N_{\text{соб}} \varepsilon_{\text{рег}} BR \Delta p_T},$$

где N_η – первичный выход η -мезонов, $N_{\text{соб}}$ – количество рассматриваемых событий, $\varepsilon_{\text{рег}}$ – эффективность регистрации, BR – доля частиц, распадающихся через изучаемый канал, Δp_T – ширина данного интервала поперечного импульса, ГэВ/с. Множитель BR в формуле можно опустить, так как он учитывается в процессе моделирования в пакете PISA.

Заключение. Представлена методика измерения первичного выхода η -мезонов, получена эффективность регистрации η -мезонов по поперечному импульсу для разных классов событий по центральности. Планируется, что методика измерения, представленная в данной работе, будет использована для получения инвариантных спектров η -мезонов по поперечному импульсу в столкновениях гелий-золото при энергии $\sqrt{s} = 200$ ГэВ для разных классов событий по центральности, данные спектры в дальнейшем будут использованы для получения факторов ядерной модификации η -мезона в столкновениях гелий-золото при энергии $\sqrt{s} = 200$ ГэВ с целью изучения влияния коллективных эффектов КГП на рождение η -мезонов в данной системе столкновений.

Работа частично поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» (Договор 075-15-2021-1333 от 30.09.2021).

ЛИТЕРАТУРА

1. Fukushima K., Hatsuda T. The phase diagram of dense QCD // Reports on Progress in Physics. – 2010.
2. Shuryak E. Quantum chromodynamics and the theory of superdense matter // Physics Reports. – 1980.
3. Adams J. et al. Experimental and Theoretical Challenges in the Search for the Quark Gluon Plasma: The STAR Collaboration's Critical Assessment of the Evidence from RHIC Collisions // Nuclear Physics A – 2005.
4. Adcox K et al. Suppression of Hadrons with Large Transverse Momentum in Central Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 130$ GeV // Physical Review Letters – 2002.
5. Adcox K. et al. PHENIX detector overview // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. – 2003.
6. Adler S.S. et al. High Transverse momentum η meson production in p+p, d+Au and Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV // Physical Review Letters – 2007.

УДК 535.36

А.Ю. Арутюнова^{1,2}, Е.М. Маев²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМПТОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ НА ЯДРАХ ВОДОРОДА И ГЕЛИЯ

Введение. Электрическая α и магнитная β поляризуемости являются фундаментальными параметрами нуклона, которые характеризуют реакцию нуклона на действие внешнего электромагнитного поля [1]. Новые экспериментальные возможности позволяют не только уточнить значения поляризуемостей, но и получить данные о новых структурных параметрах, например, о спиновых поляризуемостях.

^(*)А.Д. Арутюнова, arutyunova.ayu@edu.spbstu.ru

В Петербургском институте ядерной физики им. Б.П. Константинова был разработан новый метод для измерения поляризуемостей нуклона [2]. Метод основан на использовании ионизационной камеры, которая является активной мишенью, т.е. является одновременно мишенью и детектором частиц отдачи. В настоящий момент готовятся два эксперимента: на ядрах водорода и гелия.

Цель настоящей работы – исследование возможностей нового метода измерения поляризуемости нуклона, основанного на использовании активной мишени, путем моделирования эксперимента.

Методология и методы исследования: Ионизационная камера - физический прибор, используемый для регистрации и анализа ионизирующих излучений. Работа ионизационной камеры строится на свойстве заряженных частиц отдачи, возникающих в процессе рассеяния в газе налетающих частиц пучка (фотонов), ионизировать газ на своём пути. По мере замедления частица отдачи ионизирует газ в камере, образуя электронно-ионные пары, причем количество ионных пар пропорционально энергии частицы. Электрическое поле заставляет электроны дрейфовать к сетке, проходить через нее и собираться на аноде. Давление газа (~70 атм.) в камере и размеры электродов подобраны таким образом, чтобы пробег частиц отдачи (протоны, ядра гелия) с энергией до 20 МэВ укладывался в чувствительный объем. Полученный электрический сигнал усиливается и оцифровывается с целью последующего анализа.

Преимущества активной мишени:

- регистрация заряженных частиц со 100% эффективностью;
- возможность абсолютного измерения сечений.

Камера позволяет определить энергию, угол частиц отдачи и положение точки взаимодействия, возникающего в объеме между катодом и сеткой. В этом отношении данный метод качественно выделяется в сравнении со всеми другими экспериментальными методами, в которых регистрируются только рассеянные частицы пучка.

Электрическая поляризуемость характеризует результат воздействия на нуклон электрического поля, магнитная – результат воздействия магнитного поля. Их можно определить при измерении зависимостей дифференциальных сечений $\frac{d\sigma(E_\gamma, \theta_\gamma)}{d\Omega}$ комптоновского рассеяния от энергии E_γ и угла рассеяния фотонов θ_γ (рис. 1).

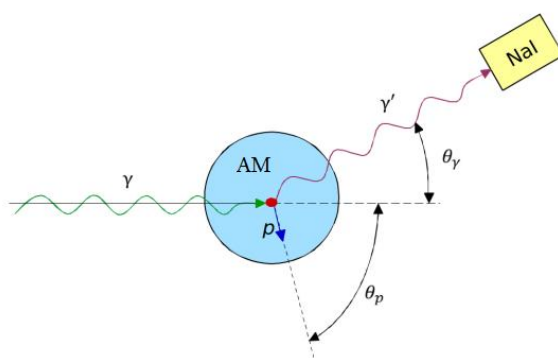


Рис. 1. Схема эксперимента по измерению поляризуемости протона.

АМ – активная мишень, NaI – детектор -квантов

Важной задачей при планировании эксперимента является исследование возможных ошибок измерения. Для исследования систематических и статистических ошибок был использован пакет Wolfram Mathematica. Вычисления проводились путем моделирования эксперимента методом Монте-Карло. Для эксперимента на ядрах водорода в ходе

моделирования была выбрана суммарная статистика в 8×10^6 событий для двух углов – 90° и 130° . На первом этапе моделирования эксперимента вычислялось сечение рассеяния $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{LET}$ на основе наиболее достоверных на данном этапе параметров α и β , отвечающих за электронную и магнитную части поляризуемости соответственно. Вклад этих параметров в сечение рассеяния содержится в величине ρ . Сечение рассеяния вычисляется для энергий E_γ входного пучка γ -квантов с помощью Low Energy Theorem (далее - LET) [3]. LET позволяет точно рассчитать сечения рассеяния для энергий γ -квантов меньше 100 МэВ:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{LET} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Point} - \rho$$

Согласно наиболее точным исследованиям на данный момент значения параметров α и β для протона составляют $(12.0 \pm 0.6) \times 10^{-4} \text{ фм}^3$ и $(1.9 \pm 0.5) \times 10^{-4} \text{ фм}^3$, соответственно. С учетом данных параметров строился вектор-столбец, элементы которого соответствовали теоретическому сечению рассеяния для каждого шага по энергии (рис. 2). Далее с помощью этого вектора-столбца и генератора случайных чисел по нормальному закону с ошибкой σ_i , создавался вектор-столбец, который отвечал возможным экспериментальным сечениям.

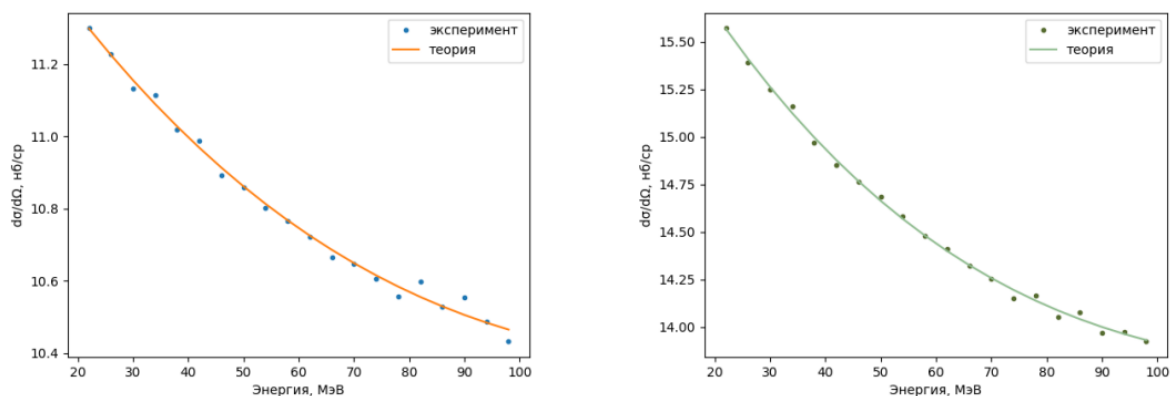


Рис. 2. Теоретические и смоделированные экспериментальные сечения рассеяния при $\theta_\gamma = 90^\circ$ (слева) и $\theta_\gamma = 130^\circ$ (справа) в зависимости от энергии E_γ

Следующий шаг – вычисление параметров α и β с помощью метода Левенберга-Марквардта, который является нелинейным методом наименьших квадратов. В нашем случае задавался вид функции, для которой проводилась аппроксимация посредством поиска подходящих α и β , с использованием смоделированного вектора-столбца значений сечения рассеяния. Эксперимент планируется проводить с учетом нормировочного множителя, так как интенсивность падающего пучка фотонов не измеряется. Тогда при планируемой в данном эксперименте статистике ошибки в определении α и β составят (рис. 3):

1. без нормировки: $\Delta\alpha = \pm 0.04 \times 10^{-4} \text{ фм}^3$ и $\Delta\beta = \pm 0.07 \times 10^{-4} \text{ фм}^3$;
2. с нормировкой: $\Delta\alpha = \pm 0.07 \times 10^{-4} \text{ фм}^3$ и $\Delta\beta = \pm 0.11 \times 10^{-4} \text{ фм}^3$.

При моделировании эксперимента были также рассмотрены возможные систематические ошибки. Например, возникновение погрешности в измерении угла 0.3° приведет с учетом нормировки к следующим ошибкам для α и β : $(0.05$ и $0.11) \times 10^{-4} \text{ фм}^3$ соответственно. При возникновении систематической ошибки в измерении энергии около 2 МэВ, ошибки для α и β составят $0.07 \times 10^{-4} \text{ фм}^3$ для обеих величин. Также была учтена ошибка, связанная с вычитанием фоновых процессов. С учетом ошибки при вычитании фона в 0.3% ошибки для α и β составят: $(0.06$ и $0.09) \times 10^{-4} \text{ фм}^3$.

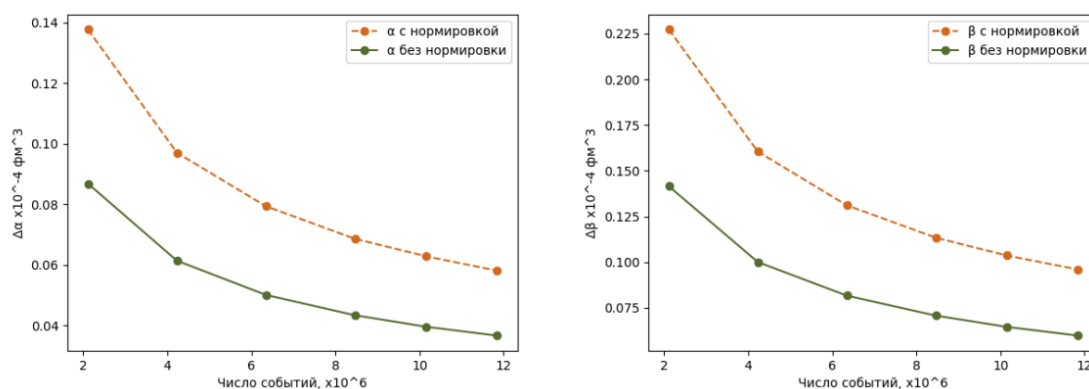


Рис. 3. Зависимость статистических ошибок значений коэффициентов α и β от числа событий

Результаты. С учетом всех рассмотренных ошибок, для данного эксперимента ошибки в определении параметров α и β составят $(0.1 \text{ и } 0.16) \times 10^{-4} \text{ фм}^3$ соответственно. Тогда полные ошибки при измерении α и β соответствуют приблизительно 1% и 10%.

Выводы. Проведенное исследование показывает, что использование активной мишени для определения поляризуемостей нуклонов (протона и нейтрона) позволит в несколько раз ($\sim 2\text{-}3$ раза) повысить точность измерения этих параметров по сравнению с существующими на данный момент данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Schumacher, Prog. Part. Nucl. Phys. 55 (2005) 567.
2. O. Yevetska, S. Watzlawik, J. Ahrens, G.D. Alkhasov, V.P. Chizhov, E.M. Maev et al., Nuclear instruments and methods, A 618, 160-167 (2010) "New experimental method for investigation of the nucleon polarizabilities".
3. V.A. Petrun'kin, Sov. J. Part. Nucl. 12 (1981) 278.

УДК 539.122

П.О. Павздерин, М.М. Митранкова
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

КОНВЕРСИОННЫЙ МЕТОД РЕГИСТРАЦИИ ПРЯМЫХ ФОТОНОВ, РОЖДЕННЫХ В СТОЛКНОВЕНИЯХ ${}^3\text{He}+\text{Au}$ ПРИ ЭНЕРГИИ $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200 \text{ ГЭВ}$

Актуальность. Эксперименты по столкновению релятивистских ионов на коллайдерах позволяют изучать кварк-глюонную плазму (КГП) – состояние вещества, в котором партоны (кварки и глюоны) не связаны в адроны. По современным предположениям ранняя Вселенная могла состоять из КГП. Одним из инструментов по изучению таких характеристик КГП как температура, является спектр прямых фотонов [1]. Фотоны, не являющиеся продуктами распада адронов, называются прямыми и рождаются в КГП и адронном газе. Основными процессами рождения прямых фотонов из КГП являются аннигиляция кварк-антикварковых пар и рассеяние глюонов на кварках [2]. Столкновения ядер ${}^3\text{He}+\text{Au}$ представляют интерес, так как величина множественности рождающихся частиц в данной системе занимает промежуточное положение между такими системами как $p+p$, $p+\text{Au}$ и $\text{Au}+\text{Au}$, в которых уже получены спектры прямых фотонов [3].

^(*) П.О. Павздерин, pavzderin.po@edu.spbstu.ru

Цели и задачи работы. Целью данной работы является измерение первичного выхода инклюзивных фотонов и оценка доли распадных фотонов в столкновениях ${}^3\text{He}+\text{Au}$ при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Для достижения поставленной цели необходимо было решить задачу по применению конверсионного метода регистрации фотонов в рассматриваемых столкновениях.

Методика исследования. Основной проблемой при анализе спектра прямых фотонов является относительно большое число (более 90%) фотонов, рождающихся в процессе распада адронов. Наибольший вклад в такой фон дают π^0 мезоны. При оценке спектра прямых фотонов в области больших поперечных импульсов ($p_T > 5.0$ ГэВ) в качестве детектора частиц используется электромагнитный калориметр. Прямые фотоны в этом случае выделяются путем вычитания из спектра всех фотонов спектра распадных фотонов, полученного с помощью Монте-Карло моделирования [4]. В области малых поперечных импульсов ($p_T < 2.0$ ГэВ) данный способ неприменим в силу ухудшения энергетического разрешения электромагнитного калориметра. В данной работе был применен конверсионный метод $\gamma \rightarrow e^+e^-$ регистрации фотонов в области малых поперечных импульсов. В эксперименте PHENIX в качестве материала конвертора может выступать детектор VTX, который расположен ближе всего к точке взаимодействия ядер. Электрон-позитронная пара регистрируется дрейфовыми камерами, что позволяет определить импульс исходного фотона.

На основании измеренных кинематических характеристик электронов и позитронов, в данной работе были построены распределения по инвариантной массе электронов и позитронов $M_{e^+e^-}$ для десяти интервалов по поперечному импульсу, покрывающих общий диапазон от 0.6 ГэВ/с до 6.0 ГэВ/с. Одно из полученных в данной работе распределений $M_{e^+e^-}$ представлено на рис. 1, а.

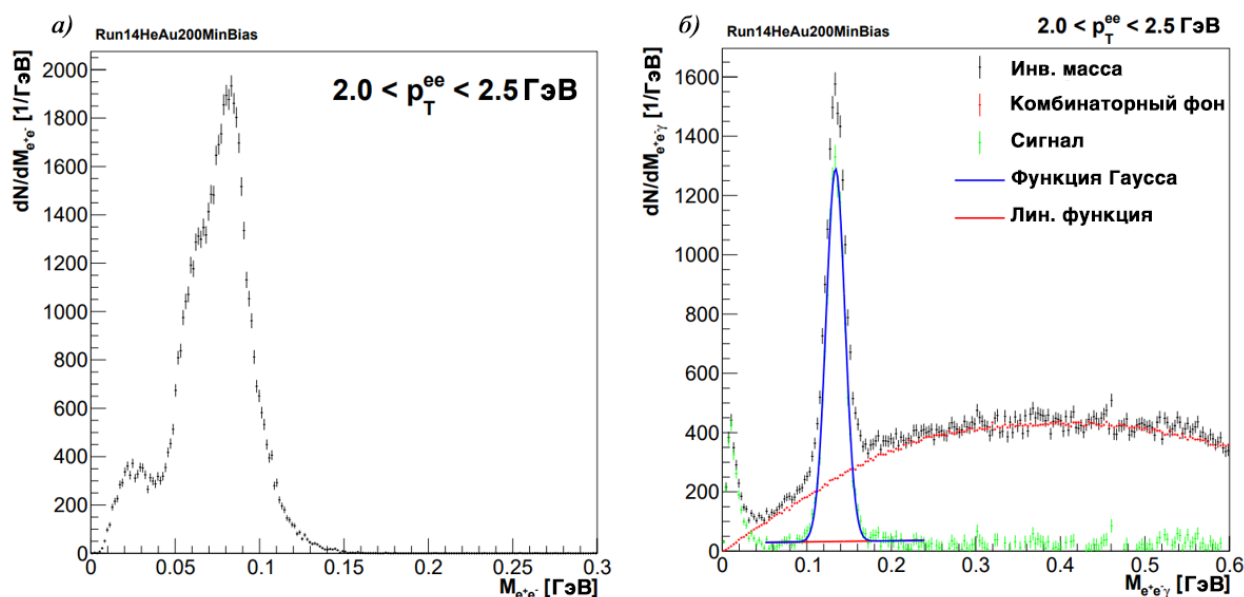


Рис. 1. Распределения по инвариантной массе электронов и позитронов $M_{e^+e^-}$ (а) и электронов, позитронов и гамма-квантов $M_{e^+e^- \gamma}$ (б), зарегистрированных в электромагнитном калориметре

Стандартный алгоритм восстановления треков заряженных частиц в эксперименте PHENIX предполагает, что все частицы рождаются в точке столкновения ядер, однако для описанных выше конверсионных электрон-позитронных пар это предположение неверно — их треки берут свое начало на некотором радиальном расстоянии от вершины столкновения.

За счет этого несоответствия искажаются восстановленные импульсы и конверсионный фотон приобретает «аномальную массу» – в распределении инвариантной массы $M_{e^+e^-}$ появляются ненулевые сигналы в диапазоне $0 \div 0.15$ ГэВ, соответствующие конверсиям на различных слоях детектора VTX. Полное число конверсионных фотонов (первичный выход) N_{incl} в каждом интервале по поперечному импульсу было вычислено путем интегрирования данного распределения в пределах от 0 до 0.15 ГэВ.

Разработанный алгоритм [5] восстановления треков конверсионных электронов и позитронов позволяет найти радиус точки конверсии, полярный и азимутальный углы треков в точке конверсии и вычислить правильный импульс фотона. С помощью него были наложены различные ограничения на пары e^+e^- и таким образом уменьшены фоновые вклады в распределении $M_{e^+e^-}$. В данной работе для системы ${}^3\text{He}+\text{Au}$ были подобраны следующие условия: $1 < r_{conv} < 29$ см, $d\phi_{conv} < 0.0002$ рад, $d\theta_{conv} < 0.02$ рад, $\phi_V > 2.5$ рад, где r_{conv} – радиус точки конверсии, $d\phi_{conv}$ и $d\theta_{conv}$ – разность азимутальных и полярных углов треков электронов и позитронов в точке конверсии, ϕ_V – угол наклона плоскости, в которой лежат импульсы электронов и позитронов относительно плоскости, перпендикулярной оси столкновения ядер.

Из конверсионных электронов, позитронов и гамма-квантов, зарегистрированных в электромагнитном калориметре, для каждого из десяти интервалов по поперечному импульсу было сформировано распределение по инвариантной массе $M_{e^+e^- \gamma}$. Пример распределения по инвариантной массе $M_{e^+e^- \gamma}$ для диапазона по поперечному импульсу $2.0 < p_T < 2.5$ ГэВ представлено на рис. 1, б. В распределении отчетливо выделен сигнал от π^0 мезонов с центром в точке $M_{e^+e^- \gamma} \sim 0.140$ ГэВ.

Полное число π^0 мезонов N_{tag} в каждом интервале по поперечному импульсу было вычислено путем интегрирования распределения $M_{e^+e^- \gamma}$ вокруг значения массы π^0 мезонов (0.135 ГэВ/ c^2) после вычитания фоновых вкладов.

Величиной, указывающей на наличие прямых фотонов в выборке всех фотонов, является избыточное фотонное отношение

$$R_\gamma = \frac{\gamma^{incl}}{\gamma^{decay}} = \frac{\langle \epsilon f \rangle \left(\frac{N_{incl}}{N_{tag}} \right)_{data}}{\left(\frac{N_{all}}{N_{\pi^0}} \right)_{MC}},$$

где γ^{incl} – общее число зарегистрированных фотонов, γ^{decay} – число распадных фотонов. Величины с индексом data относятся к экспериментальным данным (вычислены в данной работе), а MC – к результатам Монте-Карло моделирования. Эффективность методики $\langle \epsilon f \rangle$ определяется как вероятность зарегистрировать фотон, относящийся к распаду π^0 , в электромагнитном калориметре, при условии, что второй фотон зарегистрирован конверсионным методом. Спектр прямых фотонов вычисляется из R_γ : $\gamma^{direct} = \gamma^{incl} (1 - 1/R_\gamma)$.

Результаты. Результатом работы являются измеренные величины первичных выходов инклюзивных фотонов и π^0 -распадных фотонов в столкновениях ${}^3\text{He}+\text{Au}$ при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в десяти интервалах по поперечному импульсу.

Выводы. Полученные в настоящей работе экспериментально величины N_{incl} и N_{tag} свидетельствуют о возможности измерения спектра прямых фотонов в ${}^3\text{He}+\text{Au}$ взаимодействиях при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в области по поперечному импульсу от 0.5 до 6.0 ГэВ/ c .

ЛИТЕРАТУРА

1. Adare A. et al. Enhanced Production of Direct Photons in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV and Implications for the Initial Temperature // Physical Review Letters. – 2010.
2. Gabor D. Direct real photons in relativistic heavy ion collisions // Reports on Progress in Physics. – 2020.
3. Khachatryan V. PHENIX measurements of low momentum direct photon radiation // Nuclear Physics A. – 2019. – P. 763-766.
4. Afanasiev S. et al. Measurement of Direct Photons in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV // Physical Review Letters. – 2012.
5. Fan W. Direct Photon Production and Azimuthal Anisotropy at Low Transverse Momentum measured in PHENIX // Nuclear and Particle Physics Proceedings. – 2017. – P. 153-156.

УДК 539.122

Е.В. Музьяев, Я.А. Бердников, А.Ю. Егоров, Ю.М. Митранков
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

КВАРК-ДИКВАРКОВАЯ НУКЛОННАЯ МОДЕЛЬ В УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ СТОЛКНОВЕНИЯХ ЯДЕР

Введение. Сравнение результатов Монте-Карло (МК) моделирования с экспериментальными данными позволяет интерпретировать процессы, возникающие при столкновении релятивистских нуклонов. Для описания процессов рассеяния нуклонов используется партонная модель. Согласно наивной партонной модели, каждый адрон состоит из точечных частиц — партонов. В рамках партонной модели особый интерес представляет процесс образования дикварков.

Дикварк – это связанное состояние двух валентных кварков. Возможными валентными состояниями дикварка являются: изоскалярно-скалярное, изоскалярно-векторное и векторно-векторное состояния [1]. Так как дикварк не является точечной частицей, то для сечения рассеяния дикварков требуется ввести форм-фактор, который, по аналогии с форм-фактором пиона, представлен в виде [2]:

$$F(Q) = \frac{1}{1 + Q^2/M^2} (1),$$

где M^2 – масштабный форм-фактор, обусловленный силой взаимодействия между двумя кварками.

Дифференциальные сечения рассеяния скалярных дикварков на кварке, глюоне и скалярном дикварке в переменных Мандельштама на партонном уровне выглядят следующим образом [3]:

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}}(dg \rightarrow dg) = \frac{\pi\alpha_s^2}{s^2} \left(\frac{(s-\hat{u})^2}{2\hat{t}^2} - \frac{7}{18} \right) (2)$$

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}}(dq \rightarrow dq) = \frac{\pi\alpha_s^2}{s^2} \left(\frac{-8s\hat{u}}{\hat{t}^2} \right) (3)$$

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}}(dd \rightarrow dd) = \frac{\pi\alpha_s^2}{s^2} \left(\frac{(s-\hat{u})^2}{2\hat{t}^2} + \frac{(s-\hat{t})^2}{2\hat{u}^2} - \frac{2}{3} \left(1 + \frac{2s^2}{\hat{u}\hat{t}} \right) \right) (4).$$

Здесь α_s – константа взаимодействия, s, \hat{u}, \hat{t} – переменные Мандельштама для партонов.

Сечения рассеяния нуклонов при этом [4]:

$$\frac{d\sigma}{dp_T^2} = \sum_{i,j,k} \int dx_1 \int dx_2 \int d\hat{t} f_i(x_1, Q^2) f_j(x_2, Q^2) \frac{d\sigma_{ij}^k}{d\hat{t}} \delta \left(p_T^2 - \frac{\hat{t}\hat{u}}{s} \right) (5)$$

^(*) Е.В. Музьяев, muzyaev.ev@edu.spbstu.ru

Здесь $f_i(x_1, Q^2)$ – партонная функция распределения - описывает плотность вероятности найти партон, несущий x_1, x_2 – долю импульса адрона, которую несёт партон на Q^2 – масштабе взаимодействия.

В работе [5] реализована модель жесткого рассеяния (HardQCD) скалярных дикварков в протон-протонных столкновениях в МК генераторе PYTHIA8. Используются партонные функции распределения дикварков, полученные в работе [6] на основе применения AdS/QCD дуальности. Однако моделирование столкновений ядер в PYTHIA8 основано на применении настроек SoftQCD, которые включают упругое, неупругое-недифракционное и неупругое-дифракционное рассеяние.

Цель исследования. Цель данной работы – подтвердить наличие конфликта между настройками HardQCD в различных вариантах (с учетом дикварков и без) и SoftQCD, используемой в модели ядро-ядерных столкновений в PYTHIA8. Наличие конфликта означает, что в ядро-ядерной модели в МК генераторе PYTHIA8 процессы рассеяния дикварков должны быть реализованы на уровне неупругих-недифракционных процессов, а не на уровне жесткого подпроцесса. Неупругое-недифракционное рассеяние, в свою очередь, опирается на модель многопартонного взаимодействия.

Табл. 1. Настройки модифицированного МК генератора PYTHIA8 [4], использовавшиеся в настоящей работе.

Название настройки	Код	Примечание
Soft	<code>pythia.readString("SoftQCD:inelastic = on");</code>	
Hard+Soft	<code>pythia.readString("HardQCD:all = on"); pythia.readString("SoftQCD:inelastic = on");</code>	Конфликтующая настройка
HardWDI+Soft	<code>pythia.readString("HardQCD:allwdi = on"); pythia.readString("SoftQCD:inelastic = on");</code>	Конфликтующая настройка HardQCD:allwdi = on – только в модифицированной версии PYTHIA8
HardODI+Soft	<code>pythia.readString("HardQCD:onlydi = on"); pythia.readString("SoftQCD:inelastic = on");</code>	Конфликтующая настройка HardQCD: onlydi = on – только в модифицированной версии PYTHIA8

Методика и результаты. Для достижения поставленной цели была использована модифицированная PYTHIA8 с включёнными партонными функциями распределения дикварков и жесткими дикварковыми подпроцессами в HardQCD [5]. Чтобы убедиться, что SoftQCD конфликтует с настройками, реализующими дикварковые рассеяния HardQCD:allwdi (все жесткие процессы квантовой хромодинамики и жесткое рассеяние скалярных дикварков) и HardQCD:onlydi (только жесткое рассеяние скалярных дикварков), использовались следующие настройки генератора PYTHIA8, представленные в табл. 1. Отношение распределений по поперечному импульсу протонов рожденных в протон-протонных столкновениях при энергии 13ТэВ в системе центра масс во всем доступном интервале быстроты для Soft настройки к остальным представлено на рис. 1.

Результаты, представленные на рис. 1, показывают, что настройка Soft (на которой основаны ядро-ядерные столкновения в RUTHIA8) конфликтует с жесткими настройками без учета дикварков и с учетом дикварков. Это видно в отличающемся от 1 отношении выходов протонов в разных моделях.

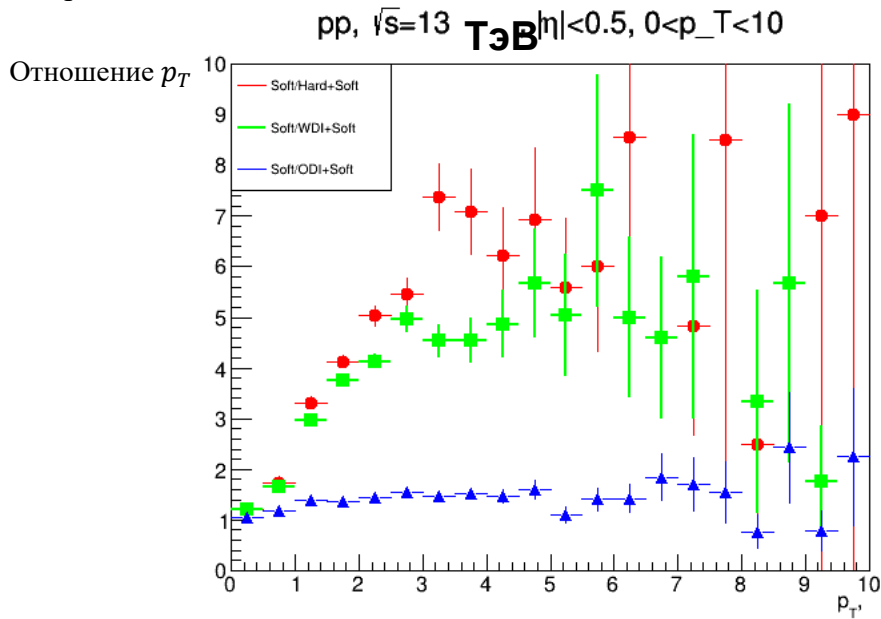


Рис. 1. Сравнение выходов протонов по p_T , произведённое с помощью моделирования протон-протонных столкновений при энергии 13 ТэВ в системе центра масс в RUTHIA8 для различных настроек, приведенных в табл. 1.

Заключение. Подтверждена необходимость правильного учета дикварковых процессов в многопартонных взаимодействиях. Развитием данной работы планируется реализация кварк-дикварковой модели нуклонов в столкновениях ультрарелятивистских ядер на основе МК генератора RUTHIA8, в частности реализация возможности рассеяния p_T кварков в многопартонном взаимодействии нуклонов.

Работа частично поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» (Договор 075-15-2021-1333 от 30.09.2021).

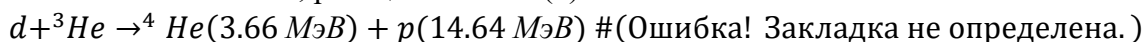
ЛИТЕРАТУРА

1. M. Yu. Varabanov et al. Diquark correlations in hadron physics: Origin, impact and evidence. Prog. Part. Nucl. Phys., 116:103835 - 2021 – P.2
2. A. Breakstone et al. A Diquark Scattering Model for High p_T Proton Production in pp Collisions at the ISR. Z. Phys. C, 28:335, 1985. – P.339
3. A. Breakstone et al. A Diquark Scattering Model for High p_T Proton Production in pp Collisions at the ISR. Z. Phys. C, 28:335, 1985. – P.340
4. T. Sjöstrand and M. van Zijl, Phys. Rev. D36 (1987) – P.2
5. Родригес-Агилар Б., Бердников Я.А. Партонные функции распределения дикварков, основанные на (АдС/КХД)-модели нуклона кварк-дикварк // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2021. Т. 14. № 2. С. 90–103. DOI:10.18721/JPM.14208
6. Tanmay Maji and Dipankar Chakrabarti. Light front quarkdiquark model for the nucleons. Phys. Rev. D, 94(9):094020, 2016 – P.13

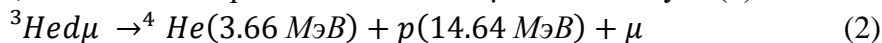
ПОЛУЧЕНИЕ ЧИСТЫХ ИЗОТОПНЫХ ФОРМ ВОДОРОДА И ХРОМАТОГРАФИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ ПО ПОИСКУ $d^3\text{He}$ СИНТЕЗА

Введение. В настоящее время членами лаборатории криогенной и сверхпроводящей техники Петербургского института ядерной физики (г. Гатчина) проводится эксперимент по измерению сечения реакции $d^3\text{He}$ при сверхнизкой энергии (менее 1 кэВ). Это позволит расширить понимание первичного нуклеосинтеза после Большого взрыва, а также определить поведение астрофизического S-фактора при энергиях близких к нулю. В среде нуклеосинтеза Большого взрыва взаимодействие происходило при кинетических энергиях порядка $10^{0\pm 2}$ кэВ. Лабораторные эксперименты с энергиями в данном диапазоне позволяют улучшить понимание процессов, происходящих при первичном нуклеосинтезе. К сожалению, изучение реакций при таких энергиях практически невозможно, потому что влияние кулоновского барьера уменьшает сечение реакций до значений порядка нбар или пбар. Также измерения усложняются подавляющим фоном, что приводит к необходимости экстраполяции до энергий нуклеосинтеза Большого взрыва [1]. Экстраполяция астрофизического $S(E)$ фактора позволяет описывать ядерные реакции при низких энергиях лучше сечения, потому что он имеет практически постоянную зависимость в нерезонансных реакциях. Но экстраполяция не может быть полным решением по причине резонансов, а также не учитывает вклад электронной экранировки при крайне низких энергиях. Кроме этого, экстраполяция может привести к большой ошибке, потому что наличие и эффекты подпороговых резонансов могут быть неизвестны.

Возможность получить дополнительную информацию о поведении при низких энергиях и подтвердить экстраполяцию может предоставить протекание синтеза в мюонном катализе. При мюонном катализе синтез происходит в мюонных молекулах, в которых среднее расстояние между ядрами значительно меньше, чем в обычных молекулах: $a_\mu \sim 2.5 \cdot 10^{-11}$ см. Мюонная молекула является идеальной системой, которая позволяет изучить реакции синтеза при практически нулевой энергии столкновения, благодаря экранировке ядра мюоном. В частности, реакция синтеза (1)



будет изучаться, когда синтез происходит в ${}^3\text{He}\mu$ мезомолекуле (2):



В рамках эксперимента MuSun был предложен эксперимент по изучению реакции (1). Эксперимент будет проводиться на основе криогенной время-проекционной ионизационной камеры заполненной газовой смесью $\text{HD} + 8\% {}^3\text{He}$ при температуре 30 К и давлении 5 бар. Схематичное представление установки эксперимента MuSun представлено на Рис. 1.а.

Реакция (2) имеет крайне низкое сечение, поэтому для подавления всех сторонних процессов выдвигаются высокие требования к химической и изотопической чистоте газовой смеси [2]. Способ получения чистых изотопов водорода методом криогенной фракционной дистилляции, применяемый в экспериментах MuCap/MuSun, также является применимым для получения и очистки HD. Упрощенная схема установки, используемой для получения HD приведена на рис. 1.б.

^(*) Н.С. Буданов, budanov.ns@edu.spbstu.ru

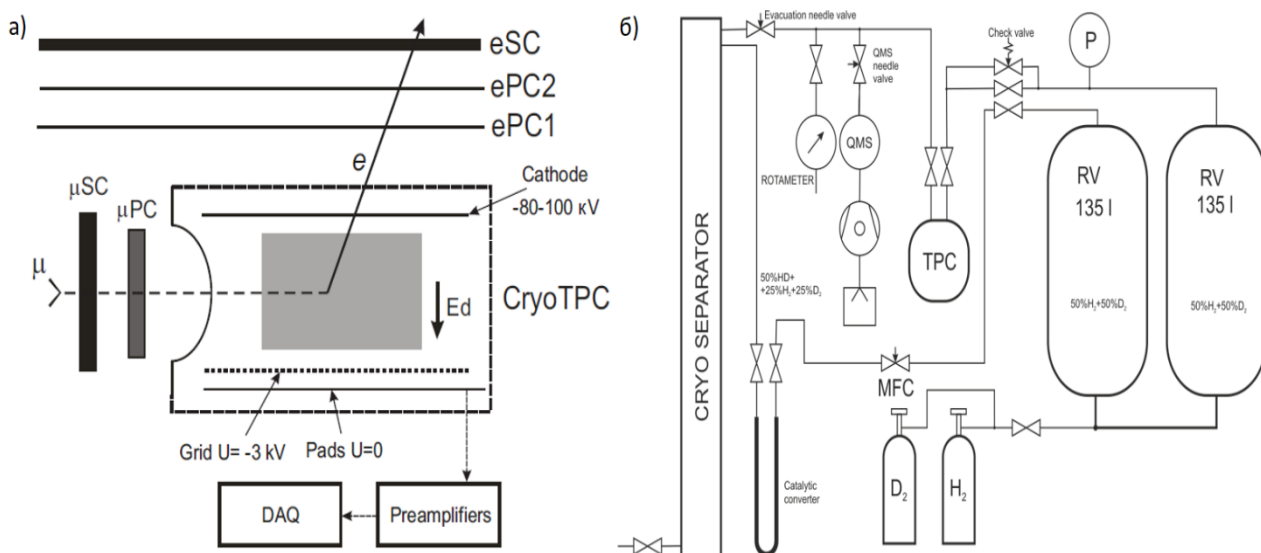


Рис. 1. а) Упрощенная схема детекторной системы эксперимента MuSun;
 б) Схема установки, используемой для получения и очистки изотопов водорода

Цель работы. Целью данной работы является описание методики получения чистых изотопных форм водорода в эксперименте по поиску $d^3\text{He}$ синтеза, а также анализ данных, полученных хроматографическим методом в эксперименте MuSun, с целью проверки работоспособности данной методики.

Методика и ее апробация. Для получения газа HD применяется смесь водорода и дейтерия ($50\% \text{H}_2 + 50\% \text{D}_2$), которая предварительно очищается от атмосферных примесей на угольных и цеолитовых фильтрах. Далее очищенная газовая смесь поступает в каталитический конвертер, после прохождения которого смесь имеет состав $50\% \text{HD}$ и $25\% \text{H}_2 + 25\% \text{D}_2$. Новая смесь поступает в верхнюю часть криогенной разделительной колонны, в которой газ охлаждается и накапливается до определенного объема. После накопления колонна закрывается, а в ее нижнюю часть подается тепловой поток, после этого в колонне устанавливается стационарное распределение температур и давлений, а, следовательно, и концентраций изотопов. Из известных концентраций компонентов можно определить объем газа, который необходимо сбросить. В результате можно получить любой компонент газовой смеси HD, H_2 или D_2 .

Для изотопической чистоты газовой смеси применяется хроматографический метод. В качестве хроматографа в эксперименте MuSun применяется детектор по теплопроводности. Его принцип действия основан на зависимости проводимости проводника от температуры: передача тепла от чувствительного нагретого элемента к более холодному корпусу за счет теплопроводности газового потока; теплопроводность в свою очередь зависит от состава и концентрации газа. Таким образом, напряжение на выходе хроматографа пропорционально концентрациям предварительно разделенных компонентов газовой смеси.

Были получены хроматограммы проб, взятых при различных условиях в эксперименте MuSun, обработка которых производилась с использованием методики, разработанной ранее. Программный пакет методики написан с использованием пакета программы ROOT. Рассматриваемые хроматограммы представляют собой пик или набор пиков. Фон в окрестности пиков рассматривается в виде полиномов первого или второго порядка, для всей хроматограммы фон не строится по причине наличия шумов и резких скачков значений.

Для описания ассиметричных пиков используем функцию Би-Гаусс, поскольку из функций, рассматриваемых в работе [3], функция Би-Гаусс наиболее точно описывает рассматриваемые хроматографические пики. Математически данная функция записывается в

виде (3):

$$y(x) = \begin{cases} A \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_L^2}\right), & x < x_0 \\ A \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_R^2}\right), & x \geq x_0 \end{cases} \quad (3)$$

где A – параметр, отвечающий за амплитуду пика, x_0 – положение максимума, σ_L и σ_R определяют крутизну наклона для левой и правой частей пика соответственно.

На основании полученных концентраций компонентов смеси были построены графики (рис.2) зависимости концентрации от количества газа, которое берется из колонны. Графики подтверждают факт того, что в разделительной колонне устанавливается стационарное распределение каждой из компонент смеси. Пунктирной линией обозначено состояние, в котором концентрация HD составляет 100%, другими словами, получен чистый газ HD. На основании полученных данных можно сделать вывод, что рассматриваемая методика получения различных изотопов водорода, в том числе газа HD, применима.

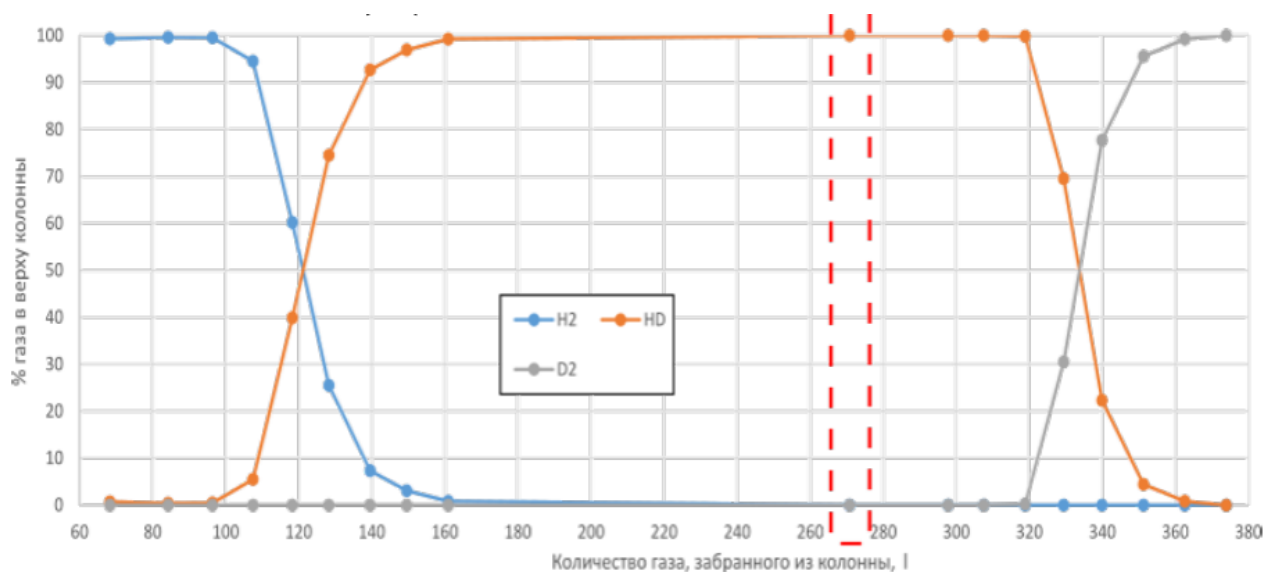


Рис. 2. Зависимости концентрации газа от объема газа, забранного из колонны

Заключение. Изложена методика получения чистых изотропных форм водорода, а также проведен хроматографический анализ газовых смесей, полученных в рамках эксперимента по поиску $d^3\text{He}$ синтеза. Полученные результаты подтверждают работоспособность установки, используемой для получения изотопных форм водорода, и возможность получения с ее помощью чистых H_2 , D_2 и HD.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bogdanova L.N., Filchenkov V.V. Radiative and nonradiative fusion in muonic Molecules// *Hyperfine Interactions*. – 2001. – Vol. 138. – P. 321-330.
2. Fotev V.D., Ganzha V.A., Ivshin K. A., Kravchenko P.V., Kravtsov P.A., Maev E.M., Nadtochy A.V., Solovov A.N., Solovyev I.N., Vasilyev A.A., Vorobyov A.A., Voropaev N.I., Vznuzdaev M. E., Kammel P., Muldoon E. T., Ryan R. A., Salvat D. J., Prindle D., Hildebrandt M., Lauss B., Petitjean C., Gorringer T., Carey R. M., Gray F. E. Search for muon catalyzed $d^3\text{He}$ fusion// eprint arXiv:2001.09927 – 2020.
3. Mindy L. Phillips, Robert L. White, Dependence of Chromatogram Peak Areas Obtained by Curve-Fitting on the Choice of Peak Shape Function// *Journal of Chromatographic Science* – 1997. – Vol 35 (2). – P. 75–81.

ИЗМЕРЕНИЕ СПИНОВЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ В ПРОЦЕССЕ РОЖДЕНИЯ ПАР t-КВАРК-t-АНТИКВАРК В ЭКСПЕРИМЕНТЕ ATLAS

Актуальность. Исследование свойств t -кварка является одной из основных задач эксперимента ATLAS. Одной из особенностей t -кварка является то, что вследствие малого времени жизни (5×10^{-25} с) он распадается до процесса адронизации. При этом продукты распада t -кварка сохраняют информацию о его спине. Это позволяет исследовать корреляции спинов t -кварка и t -антикварка в их парном рождении по угловым распределениям продуктов распада.

Цели и задачи работы. Целью данной работы являлось измерение спиновых корреляций в процессе рождения пар t -кварк- t -антикварк в эксперименте ATLAS [1].

Методика исследования. Исследование основано на данных, накопленных в эксперименте ATLAS на Большом адронном коллайдере в 2015–2016 годах при энергии протон-протонных взаимодействий в системе центра масс 13 ТэВ и соответствующих интегральной светимости $36,1 \text{ fb}^{-1}$. Анализировались события с электрон-мюонными парами противоположных знаков заряда. Наблюдаемыми переменными в данном исследовании являлись: азимутальный угол $\Delta\phi$ между электроном и мюоном и разница их псевдобыстрот $\Delta\eta$, измеренная в лабораторной системе координат. Для учета детекторных искажений использовалась процедура обратной свертки (англ., unfolding). С помощью данной процедуры распределения наблюдаемых переменных восстанавливались на партонном уровне (англ., parton level) [2]. Полученные распределения сравнивались с предсказаниями в Стандартной модели (СМ).

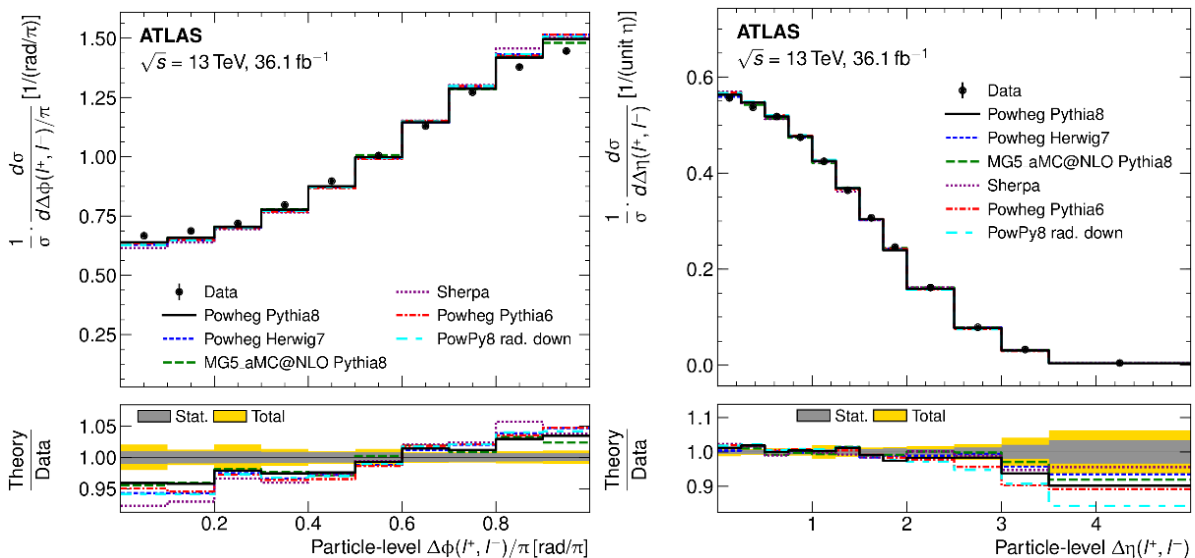


Рис. 1. Нормированные дифференциальные сечения в зависимости от $\Delta\phi$ и $\Delta\eta$ в сравнении с расчетами, выполненными с использованием различных Монте-Карло генераторов

^(*) О.В. Лосева, olesyal160899@gmail.com

Результаты. На рис. 1 представлены экспериментально полученные нормированные дифференциальные сечения в зависимости от $\Delta\phi$ и $\Delta\eta$ в сравнении с расчетами с использованием различных Монте-Карло генераторов (Powheg, MadGraph5_aMC@NLO и Sherpa).

Нормированное сечение по $\Delta\phi$ для данных аппроксимировалось функцией, зависящей от параметра f_{SM} , в i -ом бине:

$$x_i = f_{SM} \cdot x_{spin,i} + (1 - f_{SM}) \cdot x_{nospin,i},$$

где x_{spin} и x_{nospin} – ожидаемые нормированные поперечные сечения в соответствии с гипотезой СМ-подобных спиновых корреляций и с гипотезой отсутствия корреляций соответственно; f_{SM} – доля СМ-подобных спиновых корреляций. В результате аппроксимации получено следующее значение

$$f_{SM} = 1.249 \pm 0.024(\text{стат.}) \pm 0.061(\text{сист.})_{-0.090}^{+0.067}(\text{теор.})$$

На рис. 2 представлено сравнение экспериментального распределения для $\Delta\phi$ с результатами Монте-Карло моделирования в рамках СМ, полученными с использованием различных генераторов.

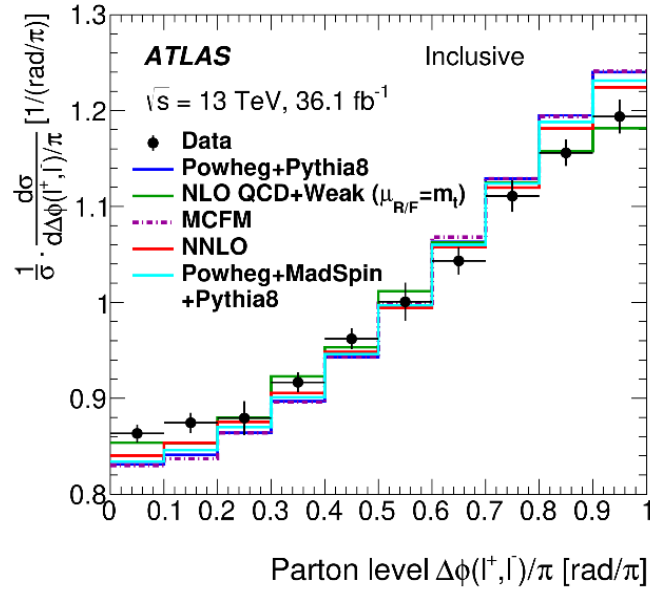


Рис. 2. Сравнение экспериментального распределения для $\Delta\phi$ с результатами Монте-Карло моделирования в рамках СМ, полученными с использованием различных генераторов

Была также проведена интерпретация полученных результатов с целью поиска парного рождения суперсимметричных партнеров t -кварка и t -антикварка ($\tilde{t}\tilde{t}$) в их распадах на t -кварк и нейтралينو ($\tilde{t}_1 \rightarrow t\tilde{\chi}_1^0$) [2]. На рисунке 3 показаны полученные верхние ограничения на сечения рождения $\tilde{t}\tilde{t}$ при распаде $\tilde{t}_1 \rightarrow t\tilde{\chi}_1^0$.

На рис. 4 показаны ограничения на массу нейтралино в зависимости от массы t -кварка. Область значений масс внутри контура исключена.

Выводы. Наблюдаемая корреляция спинов оказалась выше, чем предсказывает СМ на 2.2 стандартных отклонения. Данные согласуются с результатами вычислений в следующем за лидирующим порядке теории возмущений КХД (NLO), но хуже согласуются с результатами вычислений для более высоких порядков (NNLO). Выполнена интерпретация полученных результатов в рамках суперсимметричных моделей с целью поиска рождения $\tilde{t}\tilde{t}$ с последующим распадом $\tilde{t}_1 \rightarrow t\tilde{\chi}_1^0$. В результате были исключены значения масс t -кварков в диапазоне от 170 ГэВ до 230 ГэВ.

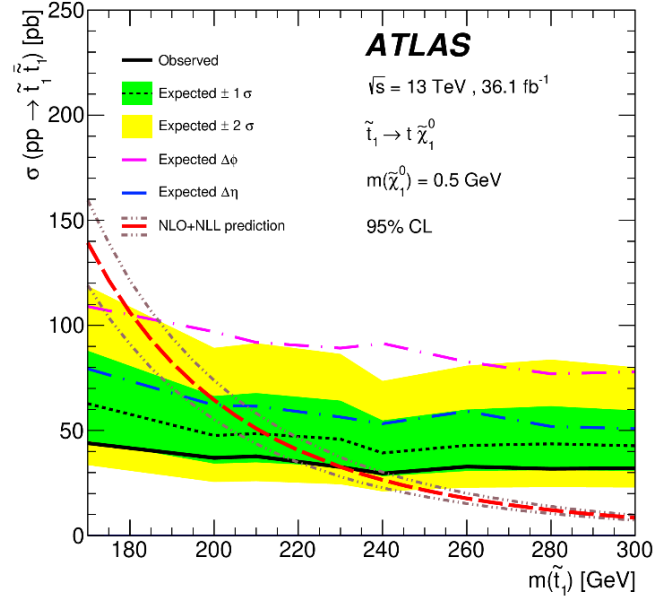


Рис. 3. Верхние ограничения на сечения рождения $\tilde{t}\tilde{t}$ при распаде $\tilde{t}_1 \rightarrow t\tilde{\chi}_1^0$ в зависимости от массы t-скаварка

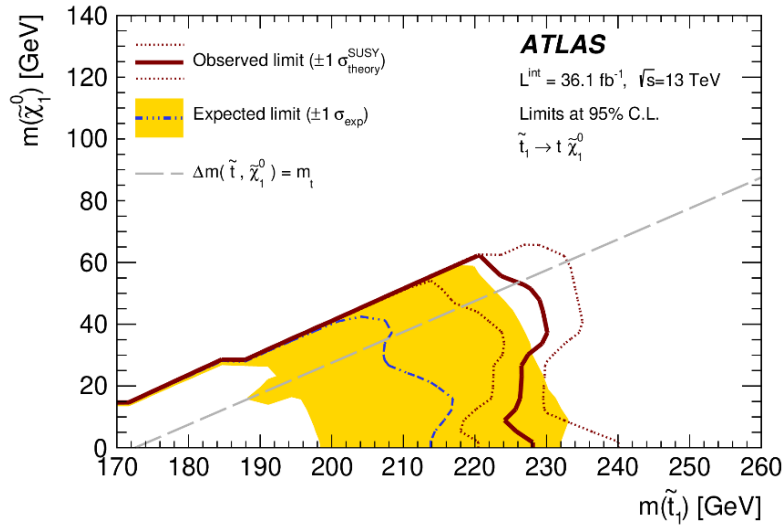


Рис. 4. Ограничения на массу нейтралино в зависимости от массы t-скаварка

ЛИТЕРАТУРА

1. ATLAS Collaboration, The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider, JINST 3, S08003 (2008)
2. Measurements of top-quark pair spin correlations in the $e\mu$ channel at $\sqrt{s} = 13$ TeV using pp collisions in the ATLAS detector, Eur. Phys. J. C 80 (2020) 754, arXiv:1903.07570 [hep-ex]
3. ATLAS Collaboration, Measurement of Spin Correlation in Top-Antitop Quark Events and Search for Top Squark Pair Production in pp Collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV Using the ATLAS Detector. Phys. Rev. Lett. 114, 142001 (2015). arXiv:1412.4742 [hep-ex]

ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ПОТОКИ ϕ МЕЗОНОВ В СТОЛКНОВЕНИЯХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

Актуальность. Основная цель эксперимента ФЕНИКС [1] – экспериментальное исследование кварк-глюонной плазмы (КГП), образующейся в столкновениях релятивистских ядер. КГП — «квазибесцветное» сильновзаимодействующее вещество в состоянии деконфайнмента, представляющее собой идеальную жидкость с партонными степенями свободы [2]. Так как невозможно исследовать непосредственно саму КГП, судить о ее свойствах и характеристиках можно посредством изучения рождения адронов в столкновениях тяжелых релятивистских ядер (таких как Cu+Au и U+U). Поскольку КГП ведет себя как идеальная жидкость, важной наблюдаемой, служащей для ее изучения, является эллиптический поток частиц, образовавшихся в столкновении. Рождение векторного ϕ мезона представляет особый интерес для измерения, так как благодаря свойствам данного адрона, оно чувствительно к образованию КГП.

Цель работы. Целью работы является измерение и физическая интерпретация значений эллиптических потоков для ϕ мезонов во взаимодействиях Cu+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ и во взаимодействиях U+U при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 193$ ГэВ в эксперименте ФЕНИКС [3].

Методика анализа. Плоскость реакции — плоскость, образованная осью коллайдерного пучка и прицельным параметром столкновения ядер. Гидродинамические свойства КГП приводят к тому, что адроны уносят больший по величине импульс вдоль плоскости реакции, чем поперек неё [4]. Мерой данной анизотропии является эллиптический поток v_2 , которые представляет собой средний эксцентриситет в импульсном пространстве [5]:

$$v_2 = \left\langle \frac{p_x^2 - p_y^2}{p_x^2 + p_y^2} \right\rangle$$

Методика измерения v_2 для ϕ мезонов изложена в [6].

Результаты. На рис. 1а представлены эллиптические потоки v_2 , измеренные для ϕ мезонов в зависимости от поперечного импульса p_T , в сравнении с $v_2(p_T)$ для заряженных пионов π^\pm и (анти)протонов $(p + \bar{p})/2$ [5] во взаимодействиях Cu+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Если поделить значения $v_2(p_T)$ на количество валентных кварков в соответствующем адроне n_q и построить график как функцию поперечной кинетической энергии на один кварк KE_T/n_q , то полученные значения эллиптических потоков будут одинаковы для различных адронов (рис. 1б). Нормированные таким образом значения эллиптических потоков $v_2/n_q(KE_T/n_q)$ для ϕ мезонов совпадают со значениями $v_2/n_q(KE_T/n_q)$ для π^\pm мезонов и (анти)протонов, которые участвуют в фазе адронного перерасеяния более интенсивно [5]. Эти наблюдения можно интерпретировать как указание на то, что перерасеяние адронов не ведет к формированию эллиптического потока. Пропорциональность значений $v_2(p_T)$ и n_q может быть объяснена с помощью моделей рекомбинации [6], в которых адронный эллиптический поток является суммой коллективных потоков партонных, из которых формируется вышеупомянутый адрон. Полученный скейлинг с n_q согласуется с предсказаниями моделей, в которых формирование партонных потоков происходит на ранних стадиях столкновения тяжелых ядер в фазе КГП [6].

^(*)Ю.М. Митранков, mitrankovy@gmail.com

На рис. 2а представлены эллиптические потоки для ϕ мезонов в столкновениях U+U при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 193$ ГэВ и в столкновениях Cu+Au и Au+Au энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Частное $v_2(p_T)$ и произведения эксцентриситета второго порядка нуклонов участников (ε_2) и кубического корня из числа нуклонов участников N_{part} показано на рис. 2б. Значения нормированного эллиптического потока $v_2(p_T)$ для ϕ мезонов одинаковы в пределах неопределённостей измерений для всех трех систем взаимодействующих ядер, вне зависимости от центральности столкновения. Таким образом, зависимость значений эллиптического потока для ϕ мезонов от начальной геометрии области перекрытия ядер может быть учтена путем нормирования на эксцентриситет ε_2 , а зависимость от размера области перекрытия ядер – путем нормирования на $N_{part}^{1/3}$. Данный скейлинг в рассмотренных системах столкновений на эксперименте ФЕНИКС наблюдается вне зависимости от геометрии столкновений тяжелых релятивистских ядер и формы области перекрытия.

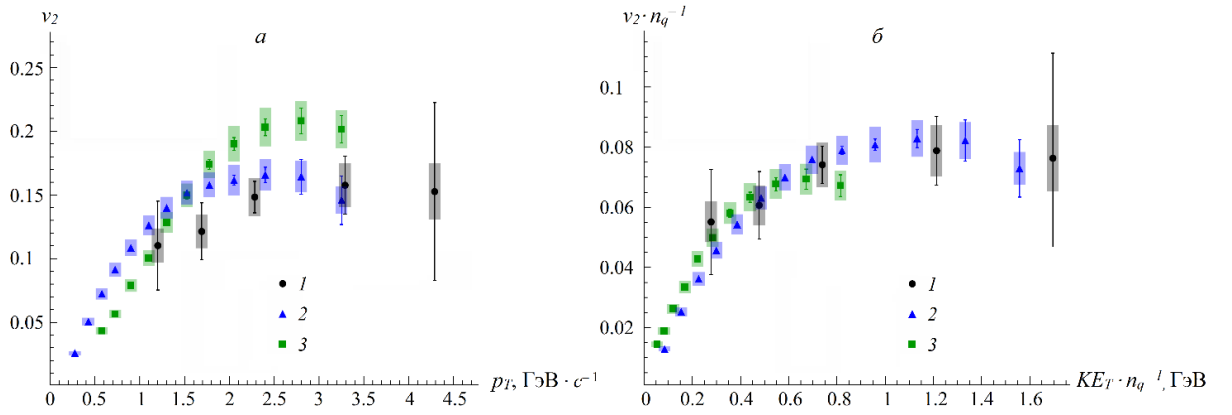


Рис. 1. а) Эллиптический поток v_2 для 1 – ϕ мезонов, 2 – π^\pm мезонов, 3 – $(p + \bar{p})/2$ как функция поперечного импульса p_T и нормированный на количество кварков в соответствующем адроне и б) эллиптический поток v_2/n_q для тех же частиц как функция поперечной кинетической энергии на один кварк KE_T/n_q , измеренные во взаимодействиях Cu + Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ.

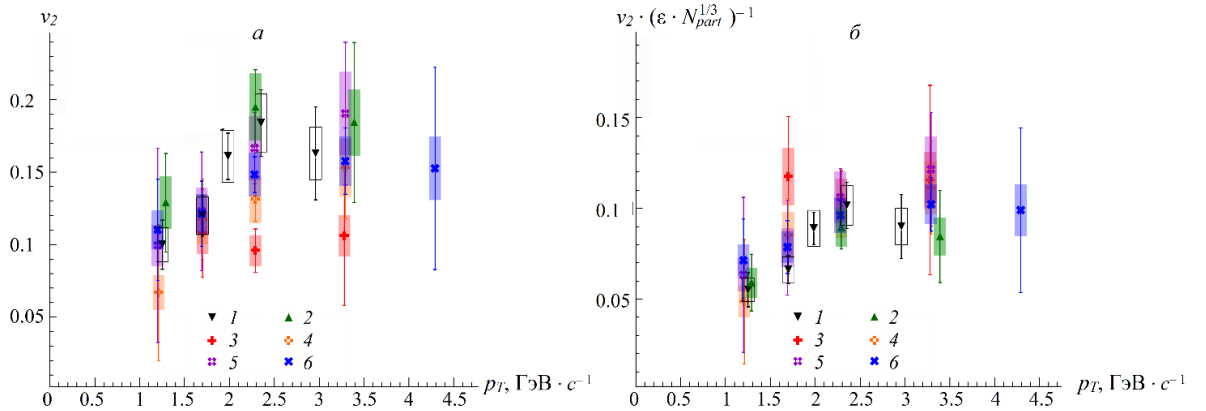


Рис. 2. а) Эллиптический поток v_2 для ϕ мезонов и б) нормированный эллиптический поток $v_2 \cdot (\varepsilon_2 \cdot N_{part}^{1/3})^{-1}$ для ϕ мезонов как функция поперечного импульса p_T , измеренные в столкновениях 1 – 20-60% Au+Au, 2 – 0-50% U+U, 3 – 0-20% Cu+Au, 4 – 20-40% Cu+Au, 5 – 40-60% Cu+Au, 6 – 20-60% Cu+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ.

Выводы. Значения эллиптических потоков, измеренные для ϕ мезонов в столкновениях Cu+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ и в столкновениях U+U при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 193$ ГэВ,

прямо пропорциональны количеству валентных кварков в адроне n_q , эксцентриситету нуклонов участников ε_2 , и кубическому корню числа раненых нуклонов $N_{part}^{1/3}$. Обнаруженные особенности эллиптических потоков для ϕ мезонов наблюдается вне зависимости от геометрии столкновений тяжелых релятивистских ядер и формы области перекрытия. Скейлинг с числом валентных кварков может быть качественно объяснен в рамках модели рекомбинации партонов из КГП.

ЛИТЕРАТУРА

1. Adcox K. et al. (PHENIX Collaboration). Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus–nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX Collaboration // Nucl. Phys. A. – 2005. – Vol. 757. – P.184.
2. Wang X. N., Gyulassy M. Gluon shadowing and jet quenching in A+A collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ A GeV // Phys. Rev. Lett. – 1992. – Vol. 68. – № 10. – P. 1480.
3. Adcox K., Adler S.S., Aizama M., et al. (PHENIX Collaboration). PHENIX detector overview // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. – 2003. – Vol. 499. – I. 2-3. – P. 469-479.
4. Adare A. et al. (PHENIX Collaboration). Measurements of directed, elliptic, and triangular flow in Cu + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV // Phys. Rev. C. – 2016. – Vol. 94. – Art. № 054910.
5. Okubo S. ϕ meson and unitary symmetry model // Phys. Lett. – 1963. – Vol. 5. – № 2. P. 165.
6. Berdnikov A. Elliptic flow for ϕ mesons measured by PHENIX // EPJ Web of Conferences, 259, 11002 (2021)

УДК 539.12

И.И. Шевченко, Д.М. Ларионова
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ^(*)

ОТНОШЕНИЕ ВЫХОДОВ ПРОТОНОВ К ВЫХОДАМ π^+ -МЕЗОНОВ В Cu+Au СТОЛКНОВЕНИЯХ ПРИ ЭНЕРГИИ 200 ГЭВ

Введение. Кварк-глюонная плазма (КГП) – состояние вещества, состоящее из асимптотически свободных кварков и глюонов [1]. Считается, что состояние КГП достигается в столкновениях релятивистских тяжелых ионов, таких как Cu+Au столкновения при энергии 200 ГэВ [1]. Одним из признаков образования КГП является увеличение величины отношения выходов протонов к выходам π^+ -мезонов по сравнению с протон-протонными столкновениями, в которых значение отношения p/π^+ составляет 0.3 [2]. Данный эффект впервые был обнаружен экспериментом PHENIX [3] в 2012 г в столкновениях симметричной системы Au+Au и объяснен в рамках модели рекомбинации [2,4,5], одной из моделей адронизации КГП.

В данной работе представлено сравнение результатов моделирования рождения заряженных адронов с помощью пакета АМРТ [7], включающего процессы рекомбинации, в столкновениях асимметричной системы Cu+Au с данными [6], полученными в эксперименте PHENIX.

Цели и задачи работы. Целью данной работы является изучение процесса адронизации КГП с помощью программного пакета АМРТ путем измерения отношений выходов p/π^+ .

Методика исследования. В работе для получения выходов протонов и π^+ -мезонов была использована модель АМРТ с плавлением струн, в рамках которой основным механизмом адронизации является модель рекомбинации.

Отношение p/π^+ было получено как отношение инвариантного спектра антипротонов ($d^2N_p/(2\pi p_T dp_T dy)$) к инвариантному спектру π^+ -мезонов ($d^2N_{\pi^+}/(2\pi p_T dp_T dy)$):

^(*)Д.М. Ларионова, larionova.dm@edu.spbstu.ru

$$p/\pi^+ = \frac{d^2 N_p / dp_T dy}{d^2 N_{\pi^+} / dp_T dy}$$

Для вычисления инвариантных спектров по поперечному импульсу использовалась следующая формула:

$$\frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2 N}{dp_T dy} = \frac{N_h}{2\pi p_T N_{\text{evt}} \Delta p_T \Delta y}$$

где Δp_T – диапазон поперечных импульсов, Δy – диапазон быстрот, N_h – количество заряженных адронов h ($h = p, \pi^+$), зарегистрированных в диапазонах $\Delta p_T, \Delta y$.

Полученные зависимости величин p/π^+ от поперечного импульса и центральности и их сравнение с экспериментальными данными представлены на рис. 1.

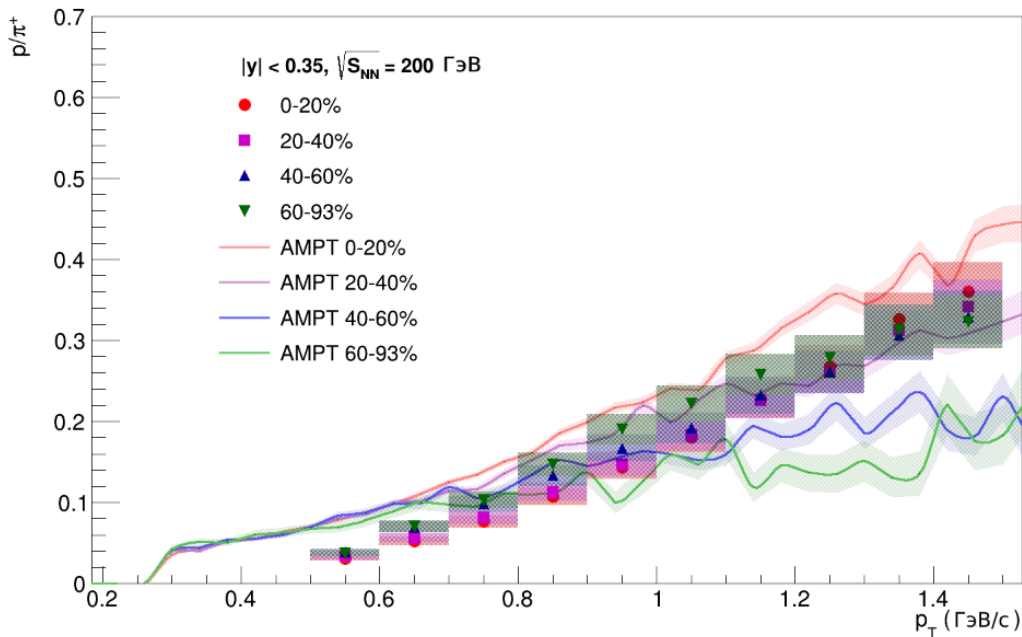


Рис. 1. Сравнение отношений p/π^+ , рассчитанных в столкновениях Cu+Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ с помощью программного пакета AMPT, с экспериментальными данными [6]

Выводы. С применением программного пакета AMPT построены отношения p/π^+ в системе Cu+Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ. Полученные в результате моделирования отношения p/π^+ проявляют зависимость от центральности, наблюдаемую экспериментально в столкновениях релятивистских тяжелых ионов. Таким образом, модель рекомбинации, реализованная в программном пакете AMPT, может быть использована для описания данных, полученных в эксперименте PHENIX.

ЛИТЕРАТУРА

1. Adare S. et al. Spectra and ratios of identified particles in Au+Au and d+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV // Phys. Rev. C. – 2013. – V. 88. – P. 024906
2. Fries R., Greco V., Sorensen P. Coalescence Models For Hadron Formation From Quark Gluon Plasma // Ann.Rev.Nucl.Part.Sci – 2008. – V. 58. – P. 177-205
3. K. Adcox et al. PHENIX detector overview // Nucl. Instrum. Meth. A. – 2003. – V. 499. – P. 469.
4. Greco V., Ko C., Lévai P. Partonic coalescence in relativistic heavy ion collisions // Phys. Rev. C. – 2003. – V. 68. – P. 034904
5. Greco V., Ko C., Lévai P. Parton Coalescence and the Antiproton/Pion Anomaly at RHIC // Phys. Rev. L. – 2003. – V. 90. – N. 20. – P. 202302

6. Ларионова Д.М., Бердников Я.А., Бердников А.Я., Котов Д.О., Митранков М.Ю. Рождение заряженных адронов в Cu+Au взаимодействиях при энергии 200 ГэВ в эксперименте PHENIX // ФЭЧАЯ. – 2022. – Т. 53. – В. 2. – С. 247–253.
7. Zhang B., Ko C., B. Li A., Lin Z. A Multi-Phase Transport Model for Relativistic Heavy Ion Collisions // Phys. Rev. C – 2000. – V. 61. – P. 067901

УДК 539.121

А.А. Лобанов, Ю.М. Митранков, А.Я. Бердников
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ИССЛЕДОВАНИЕ РОЖДЕНИЯ НЕЙТРАЛЬНЫХ π -МЕЗОНОВ В Au+Au СТОЛКНОВЕНИЯХ ПРИ ЭНЕРГИИ $\sqrt{(s_{NN})}=200$ ГэВ В PYTHIA8/Angantyr

Актуальность. Определение центральности ядерных столкновений является важной задачей, однако прямое измерение параметров, которые бы ее характеризовали, в эксперименте невозможно. Для решения этой проблемы могут быть применены методы машинного обучения, которые уже зарекомендовали себя в решении широкого спектра задач, часто с точностью, которая недостижима экспериментально. В данной работе представлена методика восстановления нейтрального π^0 -мезона в столкновениях ядер золота (Au+Au) при энергии $\sqrt{(s_{NN})} = 200$ ГэВ, которая будет использована при разработке алгоритма определения центральности с помощью машинного обучения.

Цели и задачи работы. Цель работы заключается в изучении процесса рождения нейтральных π^0 -мезонов в Au+Au столкновениях при энергии $\sqrt{(s_{NN})} = 200$ ГэВ, полученных путем моделирования в Монте-Карло генераторе PYTHIA8/Angantyr. Задачи работы заключаются в следующем:

1. Смоделировать Au+Au столкновения при $\sqrt{(s_{NN})} = 200$ ГэВ в PYTHIA8/Angantyr.
2. Восстановить нейтральный π^0 -мезон по каналу распада $\gamma\gamma$ из полученных данных.
3. Вычислить инвариантные спектры по p_T и факторы ядерной модификации.

Методика. Инвариантные спектры рождения по поперечному импульсу p_T нейтральных пионов восстанавливались из распределений по инвариантной массе двух гамма-квантов $M_{\gamma\gamma}$. Анализ инвариантных спектров по p_T и факторов ядерной модификации нейтральных пионов проводился в пяти различных классах событий по центральности (0-20, 20-40, 40-60, 60-80, 80-100)%. В каждой центральности рассматривался диапазон поперечных импульсов от 0 до 4 ГэВ/с.

Все расчеты проводились в фреймворке ROOT [2]. Спектр по инвариантной массе $M_{\gamma\gamma}$ представлен на рис. 1 и включает в себя как сигнал самой частицы, так и комбинаторный фон.

Полезный сигнал получается путем вычитания из гистограммы, содержащей сигнал частицы, комбинаторного фона. Далее полученное распределение аппроксимируется функцией Гаусса. Выходы нейтральных пионов были определены путем интегрирования полезного сигнала в интервале двух стандартных отклонений от центрального значения, примерно равного массе π^0 -мезона (134.98 МэВ/с²).

Центральность столкновения определялась по распределению множественности вторичных заряженных частиц в интервале псевдобыстроты $3.1 < |y| < 4$.

Для изучения подавления выходов частиц в столкновениях релятивистских ядер используется фактор ядерной модификации (R_{AuAu}). Этот параметр определяется из следующей формулы

^(*)А.А. Лобанов, lobanov2.aa@edu.spbstu.ru

$$R_{AuAu} = \frac{d^2 N_{AuAu}(p_T)/dydp_T}{N_{coll} d^2 N_{pp}(p_T)/dydp_T},$$

где $d^2 N_{AuAu}(p_T)/dydp_T$ — инвариантный спектр в Au+Au столкновениях; $d^2 N_{pp}(p_T)/dydp_T$ — инвариантный спектр в p+p столкновениях; N_{coll} — число бинарных нуклон-нуклонных столкновений в событии в Au+Au столкновениях [3].

Вычисление инвариантных спектров для каждого интервала по поперечному импульсу и класса центральности производилось по формуле:

$$\frac{1}{2\pi p_T} \cdot \frac{d^2 N}{dp_T dy} = \frac{1}{2\pi p_T} \frac{N(\Delta p_T)}{N_{events} \Delta p_T \Delta y},$$

где p_T — поперечный импульс частицы; Δp_T — интервал по поперечному импульсу; Δy — интервал по псевдобыстроте; $N(\Delta p_T)$ — выход частиц в данном интервале импульсов; N_{events} — полное число событий в данном классе центральности.

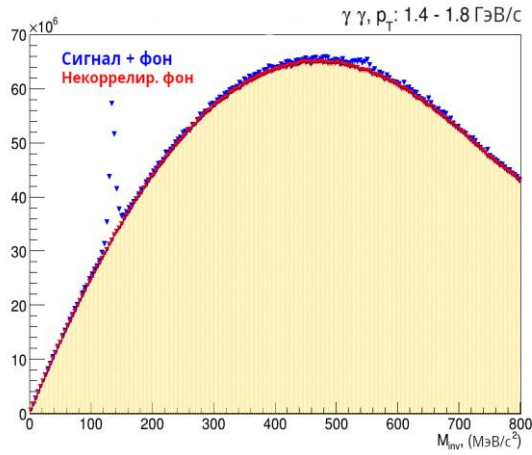


Рис. 1. Спектр инвариантной массы для пар $\gamma\gamma$ в Au+Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в PYTHIA8/Angantyr

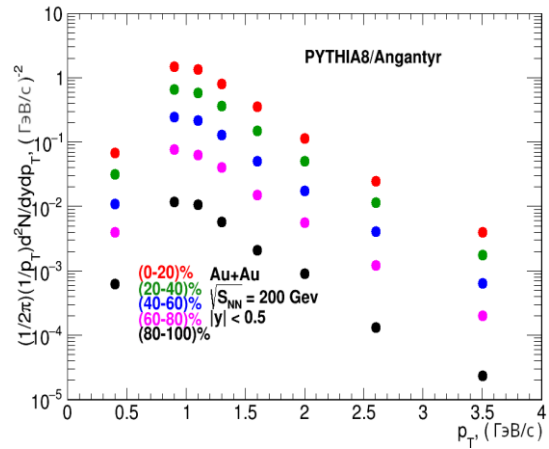


Рис. 2. Инвариантный спектр по p_T π^0 -мезона в Au+Au столкновениях в PYTHIA8/Angantyr

Результаты. На рис. 2 представлены инвариантные спектры по p_T , вычисленные для π^0 -мезонов в Au+Au столкновениях при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в PYTHIA8/Angantyr. Инвариантные p_T -распределения нейтральных π^0 -мезонов были рассчитаны для пяти классов событий по центральности и для интервала по поперечному импульсу 0–4 ГэВ/с. В дальнейшем они использовались при расчетах фактора ядерной модификации.

На рис. 3 представлены факторы ядерной модификации π^0 -мезонов в Au+Au столкновениях при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ в зависимости от значения поперечного импульса, полученные в результате моделирования в PYTHIA8/Angantyr и измеренные в эксперименте ФЕНИКС [3, 4].

Выводы. Смоделированы инвариантные спектры по p_T и факторы ядерной модификации нейтрального π^0 -мезона в Au+Au столкновениях при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ с помощью PYTHIA8/Angantyr.

Полученные в результате моделирования тренды близки к экспериментальным. Подавление выходов π^0 -мезонов наблюдается в центральных Au+Au взаимодействиях и пропадает в периферийных. Так же можно сделать вывод о том, что подавление не зависит от величины поперечного импульса p_T π^0 -мезона в изученном диапазоне.

Факторы ядерной модификации π^0 -мезонов в Au+Au столкновениях при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ, рассчитанные в рамках модели PYTHIA8/Angantyr, совпадают с учетом неопределенностей с экспериментальными значениями факторов ядерной модификации, измеренных на эксперименте ФЕНИКС.

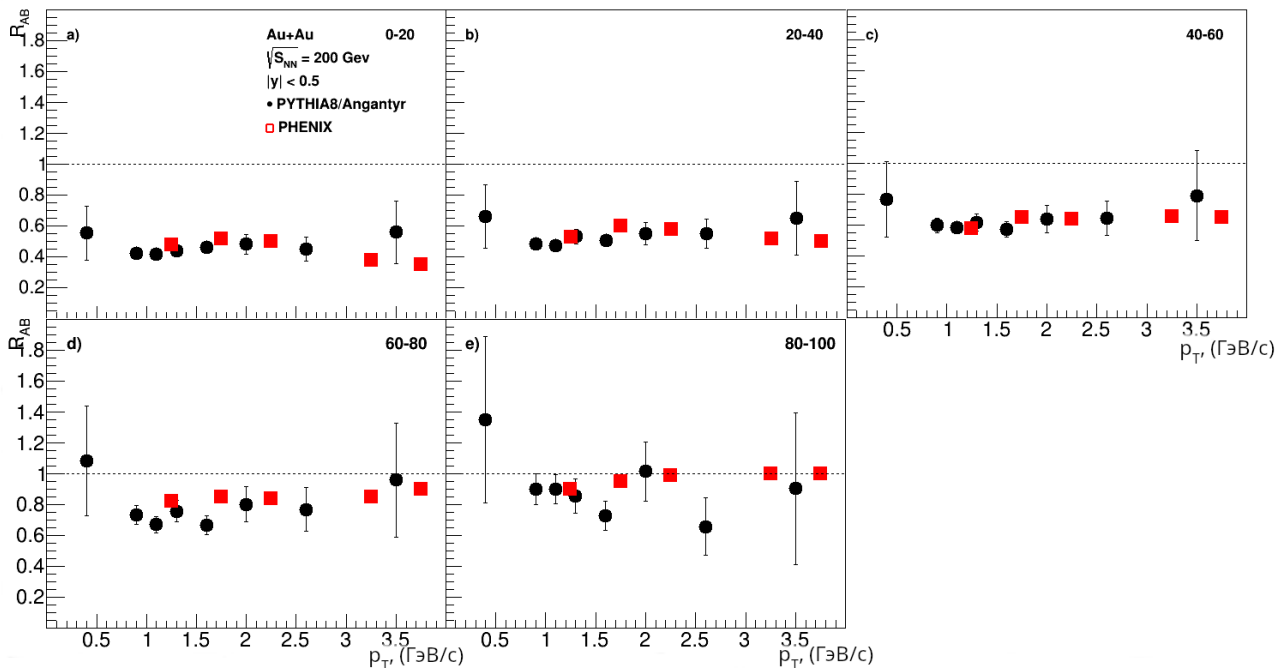


Рис. 3. Распределения факторов ядерной модификации π^0 -мезонов по поперечному импульсу в (Au+Au)-столкновениях при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ, полученные в PYTHIA8/Angantyr и измеренные в эксперименте ФЕНИКС для пяти классов событий по центральности, %: 0–20 (а), 20–40 (б), 40–60 (с), 60–80 (д), 80–100 (е)

Работа частично поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» (Договор 075-15-2021-1333 от 30.09.2021).

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Sjostrand, S. Marenna and P.Z. Skands, Comput. Phys. Commun. 178 (2008) 852 [arXiv:0710.3820[hep-ph]].
2. Программный пакет ROOT. – <https://root.cern.ch/>.
3. Adler S. S. et al. Detailed study of high- p_T neutral pion suppression and azimuthal anisotropy in Au+ Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV //Physical Review C. – 2007. – Т. 76. – №. 3. – С. 034904.
4. Adare A. et al. Evolution of π^0 suppression in Au+ Au collisions from $\sqrt{s_{NN}} = 39$ to 200 GeV //arXiv preprint arXiv:1204.1526. – 2012.

УДК 539.12

Д.М. Ларионова, Д.О. Котов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ДИНАМИКА РОЖДЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ АДРОНОВ: ОТ МАЛЫХ К БОЛЬШИМ СТАЛКИВАЮЩИМСЯ СИСТЕМАМ

Введение. Рождение барионов и мезонов в протон-протонных столкновениях при энергиях 200 ГэВ успешно описывается в рамках термодинамических моделей и модели гидродинамики [1,2]. В таких столкновениях отношение выходов протонов к выходам мезонов (p/π) составляет 0.3 [2]. В 2012 г экспериментом PHENIX [3] было обнаружено, что

^(*)Д.М. Ларионова, larionova.dm@edu.spbstu.ru

в столкновениях Au+Au отношение p/π достигает значения 0.8 [4], причем его величина проявляет сильную зависимость от центральности соударения. Данный эффект был интерпретирован как признак образования кварк-глюонной плазмы (КГП) и описан в рамках модели рекомбинации, являющейся одной из моделей адронизации КГП [2,5,6]. Исследование зависимости величины отношения от геометрии и размера системы столкновения позволит изучить минимальные условия формирования КГП и процесс ее адронизации.

В данной работе представлены зависимости величины отношения p/π^+ от поперечного импульса (p_T) и центральности, измеренные авторами в p+Al, He+Au, Cu+Au столкновениях при энергии 200 ГэВ и в U+U столкновениях при энергии 192 ГэВ в эксперименте PHENIX. Также проведено сравнение с ранее опубликованными [3] значениями отношений p/π^+ , измеренными в d+Au и Au+Au столкновениях при энергии 200 ГэВ.

Методика исследования. Для количественной характеристики различия процессов рождения протонов (p) и π^+ -мезонов в данной работе было использовано отношение значений их инвариантных спектров по поперечному импульсу. Инвариантный спектр по поперечному импульсу характеризует количество адронов h (N_h), зарегистрированных в заданном интервале по поперечному импульсу (Δp_T) в заданном диапазоне быстрот (Δy), нормированное на количество ядро-ядерных столкновений N_{evt} и эффективность регистрации адронов $h(\epsilon_{reg})$:

$$\frac{1}{2\pi p_T} \frac{d^2 N}{dp_T dy} = \frac{N_h}{2\pi p_T N_{evt} \Delta p_T \Delta y \epsilon_{reg}}$$

Таким образом, отношение выходов протонов к выходам π^+ -мезонов (p/π^+) может быть вычислено следующим образом:

$$p/\pi^+ = \frac{d^2 N_p / dp_T dy}{d^2 N_{\pi^+} / dp_T dy}$$

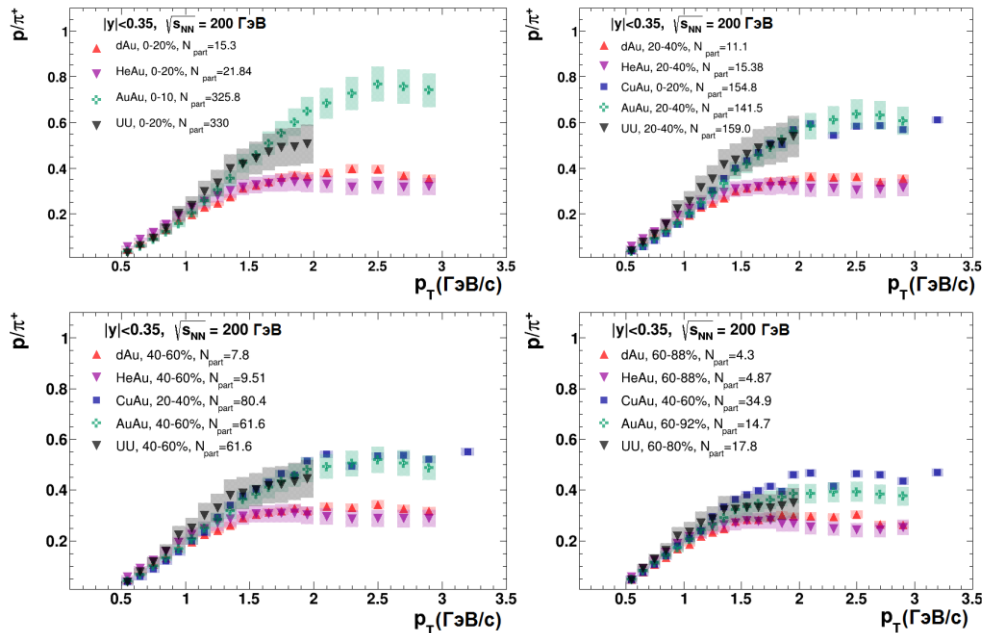


Рис. 1. Зависимости значений отношения p/π^+ от поперечного импульса (p_T), измеренные в p+Al, d+Au, He+Au, Cu+Au, Au+Au столкновениях при энергии 200 ГэВ и в U+U столкновениях при энергии 192 ГэВ

Результаты проведенных авторами измерений отношений p/π^+ в p+Al, He+Au, Cu+Au столкновениях при энергии 200 ГэВ и в U+U столкновениях при энергии 192 ГэВ представлены на рис. 1. Также на рис. 1 представлены ранее опубликованные [3] значения отношений p/π^+ , измеренные в d+Au и Au+Au столкновениях при энергии 200 ГэВ.

Выводы. Значение отношения p/π^+ в больших системах столкновений тяжелых ядер (Cu+Au, U+U) проявляет зависимость от центральности, характерную для ядерных столкновений с образованием КГП, однако в малых системах столкновений с участием легких ядер (p+Al, He+Au) зависимости от центральности не наблюдается. Полученные значения p/π^+ , измеренные авторами в различных системах, совпадают в пределах погрешности при одинаковых значениях количества нуклонов участников (N_{part}). Данный результат может означать, что рождение заряженных адронов зависит от размера области перекрытия сталкивающихся ядер, но не зависит от ее формы.

Работа частично поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» (Договор 075-15-2021-1333 от 30.09.2021).

ЛИТЕРАТУРА

1. Adler S. et al. Nuclear effects on hadron production in d+Au and p+p collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{GeV}$ // Phys. Rev. C. – 2006. – V. 74. – P. 024904
2. Fries R., Greco V., Sorensen P. Coalescence Models For Hadron Formation From Quark Gluon Plasma // Ann.Rev.Nucl.Part.Sci – 2008. – V. 58. – P. 177-205
3. K. Adcox et al. PHENIX detector overview // Nucl. Instrum. Meth. A. – 2003. – V. 499. – P. 469.
4. Adare S. et al. Spectra and ratios of identified particles in Au+Au and d+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200\text{GeV}$ // Phys. Rev. C. – 2013. – V. 88. – P. 024906
5. Greco V., Ko C., Lévai P. Partonic coalescence in relativistic heavy ion collisions // Phys. Rev. C. – 2003. – V. 68. – P. 034904
6. Greco V., Ko C., Lévai P. Parton Coalescence and the Antiproton/Pion Anomaly at RHIC // Phys. Rev. L. – 2003. – V. 90. – N. 20. – P. 202302

УДК 621.039

П.Р. Шаяхметова¹, В.А. Бакаев¹, А.М. Червяков²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²ГБУЗ «Санкт-Петербургский клинический научно-практический центр специализированных видов медицинской помощи (онкологический)»

ОСОБЕННОСТИ ПЛАНИРОВАНИЯ ОБЛУЧЕНИЯ НА МЕДИЦИНСКОМ УСКОРИТЕЛЕ ЭЛЕКТРОНОВ “VARIAN TRUEBEAM”

Введение. Дистанционная фотонная лучевая терапия является одним из основных способов лечения онкологических заболеваний. Благодаря достижениям в области физики и вычислительной техники методы терапии фотонами высоких энергий становятся более точными и эффективными. Одним из таких методов является дистанционное облучение пациентов на медицинском ускорителе Varian TrueBeam с применением системы планирования лучевого лечения Eclipse.

На медицинском ускорителе Varian TrueBeam есть возможность проводить конформную лучевую терапию на полях облучения сложных форм. В создании такого поля используется многолепестковый коллиматор (МЛК). МЛК представляет собой конструкцию

^(*)П.Р. Шаяхметова, poly_a_sh@mail.ru

из нескольких десятков пар узких, тесно упакованных параллельно друг другу пластин из вольфрама, шириной не более 10 мм и толщиной около 7 см, такие пластины называются лепестками [1, 2].

Медицинский физик на планирующей системе должен привести распределение дозы к определённым критериям, которые связаны с недопустимостью превышения толерантных доз для примыкающих к опухоли нормальных тканей и критических органов. Толерантной дозой называется та доза, при которой частота тяжёлых лучевых осложнений при стандартном фракционировании не превышает 5% за пять лет наблюдения [3]. При использовании стандартной лучевой терапии (50 Гр по 2 Гр за фракцию на молочную железу и 46 Гр по 2 Гр за фракцию на лимфоузлы) на молочной железе важно учитывать близкое расположение органов риска к облучаемому объёму: легкое, сердце и спинной мозг, если облучение проводится на лимфоузлах. Исследования показали, что лёгкие толерантны к 30% облучаемого объёма дозой в 20 Гр, сердце к 10% облучаемого объёма дозой меньше, чем 25 Гр, а спинной мозг имеет толерантную дозу меньшую, чем 45 Гр. Планируемый облучаемый объём (PTV, planning target volume) в ходе лучевой терапии для положительного результата необходимо покрыть, исходя из следующих условий: не менее 95% объёма – 95% изодозой, а для уменьшения вероятности стохастических эффектов не более 5% объёма 105% изодозой и не более 2% объёма 107% изодозой [4].

Планирование облучения на ускорителе Varian TrueBeam происходит в системе Eclipse. Она была разработана компанией Varian Medical Systems для планирования лечения пациентов с различными локализациями опухолей. Основными аспектами такого планирования являются создание равномерного дозового поля в области опухоли, выбор оптимального расположения углов гантри и коллиматора, расчёт дозовых полей и анализ распределения доз. Гантри – это подвижная часть линейного ускорителя, используемая для удерживания и нацеливания оборудования на зафиксированного пациента.

Цели и задачи работы. Целью настоящей работы является изучение планирующей системы Eclipse и анализ дозиметрических планов облучения молочной железы на ускорителе Varian TrueBeam. Задача заключается в том, чтобы на PTV молочной железы создать однородное изодозное распределение, избегая облучения органов риска.

Методика исследования. В данной работе использовались ресурсы ГБУЗ «Санкт-Петербургский клинический научно-практический центр специализированных видов медицинской помощи (онкологический)», а именно дозиметрические планы лечения 3D конформной лучевой терапии на молочной железе.

Во время виртуальной симуляции центральный луч направляют на изоцентр, используя расстояния между ним и постоянно имеющейся на коже референтной точкой. В процессе укладки пациента для облучения используются: известное положение изоцентра в трех плоскостях относительно референтной точки на коже и метки на боковых поверхностях тела. При вращении источника излучения по дуге 360° центр пучка излучения будет всегда попадать в центр опухоли.

В стандартном случае форма молочной железы приближена к куполообразной. В случае рубцовой молочной железы для достижения равномерного изодозного распределения накладывается болус. Болус – это гибкая тканеэквивалентная накладка из полимерного материала. При билатеральном облучении одновременно облучают две молочные железы. Углы гантри должны соответствовать таким критериям: критические структуры (в данном случае лёгкие и сердце) наименее открыты для пучков фотонного излучения и 80% изодоза не должна затрагивать здоровую молочную железу. В случае с билатеральным облучением молочных желёз, расстояние между 50% изодозами должно быть не менее 1-1.5 см.

Результаты. На рис. 1 изображены 3 клинических случая облучения молочной железы.

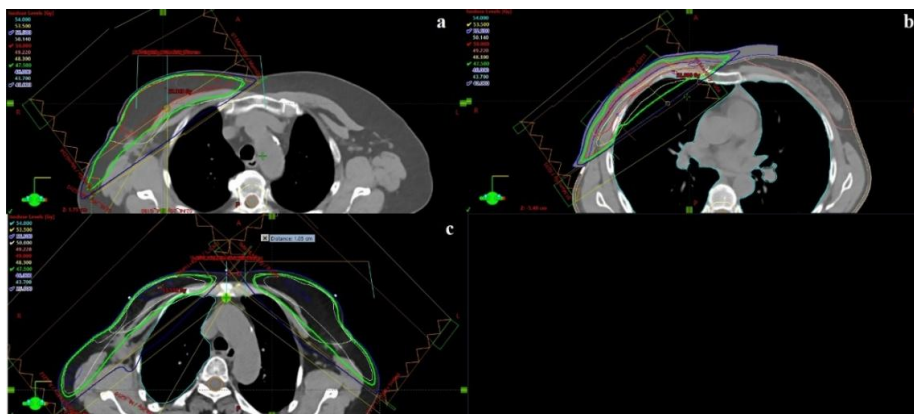


Рис. 1. Аксиальная проекция молочной железы в трех случаях: а – стандартный случай, б – рубец с болюсом, с – билатеральное облучение. Зелёным цветом обозначено покрытие объёма 95% изодозой

Из рис. 1а видно, что куполообразная молочная железа является идеальной мишенью для облучения, так как достичь однородного распределения дозы не представляется трудным. Любые особенности поверхности приводят к неоднородному распределению дозы, и для их компенсации на кожу накладывается болюс (рис. 1б). На рис. 1с показан срез с наименьшим расстоянием между 50% изодозами, которое составляет 1.05 см.

На третьей стадии рака молочной железы происходит распространение поражённых клеток по кровотоку в остальные системы организма человека, в частности, в лимфатические узлы [3]. Для облучения лимфоузлов применяют «коридорный» метод. «Коридорный» метод подразумевает под собой два пучка под углами 0 и 180 градусов, на первый из которых назначается наибольшая доза, а на второй в два и более раз меньшая. При близком расположении узлов к гортани или невозможности прикрыть спинной мозг приходится отходить от идеального «коридорного» метода и смещать углы на 5-10°. Метод облучения молочной железы вместе с лимфоузлами называется «холодной стыковкой» и используется для того, чтобы избежать наложения изодоз от двух разных пучков. Для достижения такого результата нередко требуется прикрывать РТВ шторками или лепестками коллиматора, из-за чего происходит уменьшение облучаемого охвата на 2-3%.

Данные дозиметрического планирования сведены в табл. 1. Все три клинических случая были проведены «холодной стыковкой» и коридорным методом.

Табл. 1. Клинические цели для молочной железы.

Структура	Клиническая цель	Значение клинических параметров облучения		
		Стандартный случай	Рубец с болюсом	Билатеральное облучение
РТВ лимфоузлов	$D_{max} < 50.20$ Гр, Гр	50.35	51.10	51.46
	$V_{43.7Гр} > 95\%$, %	91.46	90.79	90.84
РТВ молочной железы	$V_{53.5Гр} < 2\%$, %	0	0	0.11
	$V_{52.5Гр} < 5\%$, %	1.15	1.43	3.83
	$V_{47.5Гр} > 95\%$, %	95.57	94.16	93.89
Сердце	$D_{10\%} < 20$ Гр, Гр	1.58	3.72	15.91
Левое лёгкое	$D_{mean} < 7$ Гр, Гр	0.28	0.96	5.75
	$V_{20Гр} < 15\%$, %	0	0	9.37
Правое лёгкое	$D_{mean} < 7$ Гр, Гр	10.52	13.48	10.53
	$V_{20Гр} < 15\%$, %	19.08	23.82	20.61
Спинной мозг	$D_{max} < 45$ Гр, Гр	34.44	22.68	32.70

Пояснение к таблице: D_{max} – максимальная доза, $V_{43.7Гр} > 95\%$ – объём 95% изодозы от 46 Гр должен занимать больше 95% PTV на лимфоузлах, $V_{52.5Гр} < 5\%$ – объём 105% изодозы от 50 Гр должен занимать меньше 5% PTV молочной железы, $V_{47.5Гр} > 95\%$ – объём 95% изодозы от 50 Гр должен занимать больше 95% PTV молочной железы. $D_{10\%} < 20$ Гр – изодоза, которая занимает 10% объёма сердца должна быть меньше 20 Гр. $V_{10Гр} < 30\%$ – объём, который занимает изодоза в 10 Гр, должен быть меньше 30%, D_{mean} – средняя доза, $V_{20Гр} < 15\%$ – объём, который занимает изодоза в 20 Гр, должен быть меньше 15%.

Выводы. Определены клинические параметры облучения молочной железы в системе Eclipse на ускорителе Varian TrueBeam. В случае стандартной молочной железы лёгкое облучается намного меньше, чем в случае рубцовой молочной железы. В такой ситуации невозможно остаться в приемлемом диапазоне значений облучения лёгкого, не потеряв при этом охват PTV. Средняя доза на лёгком превышает допустимое значение в 7 Гр, но всё ещё остаётся в приемлемом диапазоне значений, который согласуется с врачом. Максимальные значения доз на лимфоузлах превышают допустимые значения, но они не занимают большой объём, а остаются точечными. Все три дозиметрических плана одобрены радиотерапевтом и применены в клинической практике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Костылев В. А. Медицинская физика // В. А. Костылев, Б. Я. Наркевич. – Москва, 2008.
2. Климанов В. А. Радиобиологическое и дозиметрическое планирование лучевой и радионуклидной терапии Часть 1. Радиобиологические основы лучевой терапии. Радиобиологическое и дозиметрическое планирование дистанционной лучевой терапии пучками тормозного и гамма-излучения и электронами. Учебное пособие // В. А. Климанов. – М.: НИЯУ МИФИ, 2011.
3. Акимов А. А. Оценка биологической эквивалентности различных режимов фракционирования дозы при дистанционной лучевой терапии. Учебное пособие // А. А. Акимов. – Санкт-Петербург, 2008.
4. Quantitative Analyses of Normal Tissue Effects in the Clinic/ International journal of radiation oncology, biology, physics. – 2010 – Volume 76 Issue 3.

УДК 53.072.5

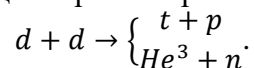
В.Е. Ларионов^{1,2}, П.В. Кравченко²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²НИЦ «Курчатовский институт» – ПИЯФ, Гатчина, Россия

РАЗРАБОТКА И ОПТИМИЗАЦИЯ ИСТОЧНИКА АТОМАРНОГО ПОЛЯРИЗОВАННОГО ПУЧКА В ПРОЕКТЕ ПО ИССЛЕДОВАНИЮ РЕАКЦИИ ЯДЕРНОГО DD-СИНТЕЗА С ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ ИСХОДНЫХ ЧАСТИЦ ПРИ ЭНЕРГИЯХ ДО 100 КЭВ (POLFUSION)

Введение. Эксперимент PolFusion [1], нацелен на исследование ядерного синтеза поляризованных дейтерия и дейтронов при энергиях пучков в лабораторной системе координат до 100 кэВ. Для данного процесса рассматривается два канала реакции:



Изучение этих каналов расширит понимание первичного нуклеосинтеза и эволюции звезд на раннем этапе их формирования.

Для проведения эксперимента было необходимо создать поляризованную газовую мишень. Наиболее подходящим вариантом авторами настоящей работы был выбран

^(*)В.Е. Ларионов, vladlariонов673@gmail.com

источник атомарного поляризованного пучка. В литературе можно встретить три основных типа источников такого пучка: источники, использующие лэмбовский сдвиг (LSS), источники с оптической накачкой (OPPIS), источники на основе аппарата Штерн-Герлах и ячеек сверхтонких переходов (PABS) [2].

Для получения мишени с максимальной поляризацией и интенсивностью в эксперименте PolFusion, авторами данной работы было предложено использовать PABS. Во время работы с PABS авторами была выполнена оптимизация плотности потока дейтерия, а также исследованы зависимости интенсивности атомарного пучка от RF-мощности, потока газа в диссоциатор и температуры сопла диссоциатора.

Принцип работы радиочастотного диссоциатора. При подаче дейтерия в диссоциатор свободные электроны в газе совершают колебательные движения под действием внешнего ВЧ поля. Далее происходит неупругое взаимодействие электронов с молекулами газа, при этом молекулы переходят в возбужденное состояние. В случае, когда переданная энергия больше энергии связи атомов в молекуле, молекула диссоциирует на два атома [3].

Оптимизация параметров диссоциатора. Давление в компрессионной трубке, расположенной после аппарата Штерн-Герлаха, и плотность атомарного потока дейтерия имеют нелинейную монотонную положительную связь. Максимальное значение давления в компрессионной трубке соответствует максимальному значению плотности потока атомарного дейтерия.

Поток дейтерия, поступающего в диссоциатор варьируется в диапазоне от 0.5 до 2 мбар·л/с [4]. Нижняя граница обусловлена необходимой плотностью потока поляризованного атомарного пучка, верхняя обусловлена степенью диссоциации. Так же, если плотность слишком велика, длины свободного пробега будет недостаточно для придания свободным электронам энергии, достаточной для диссоциации. Для получения атомарного пучка максимальной интенсивности диссоциатор оптимизировался по потоку газа. Оптимальное значение потока газа составило (0.583 ± 0.013) мбар·л/с при температуре сопла 80 К и вводимой радиочастотной мощности 200Вт, значение давления в компрессионной трубке составило $(1.227 \pm 0.007) \cdot 10^{-5}$ мбар. График зависимости давления в компрессионной трубке от потока газа, подаваемого в диссоциатор, приведен на рис. 1.

Скорость атомов после вылета из диссоциатора имеет распределение Максвелла, со значением наиболее вероятной скорости:

$$v = \sqrt{\frac{2kT}{m}},$$

где k – константа Больцмана, m – масса частицы, T – температура сопла. Скорость определяет вероятность атома в пучке пролететь систему спин-сепарирующих магнитов. Для получения максимальной пропускной способности механизма Штерн-Герлаха, подбиралась оптимальная температура сопла диссоциатора. Оптимальное значение температуры составило (82.9 ± 1.4) К при потоке газа 0.53 мбар·л/с и вводимой радиочастотной мощности 200 Вт, значение давления в компрессионной трубке составило $(2.220 \pm 0.082) \cdot 10^{-5}$ мбар. График зависимости давления в компрессионной трубке от температуры сопла приведен на рис. 2.

После превышения определенного значения мощности станет возможной диссоциация дейтерия, при достижении необходимой мощности степень диссоциации дойдет до пикового значения и дальнейшее увеличение мощности будет бесполезным. Для получения атомарного пучка с максимальной степенью диссоциации диссоциатор оптимизировался по значению вводимой мощности. Оптимальное значение RF мощности составило (280 ± 2) Вт при потоке газа 0.53 мбар·л/с и температуре сопла 80 К, значение давления в компрессионной трубке составило $(1.522 \pm 0.015) \cdot 10^{-5}$ мбар. График зависимости давления в компрессионной трубке от RF мощности приведен на рис. 3.

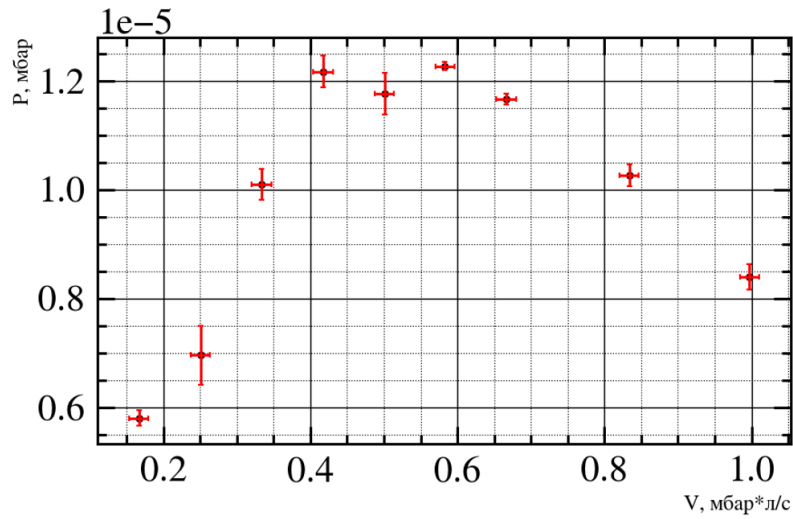


Рис. 1. График зависимости давления в компрессионной трубке от потока газа в диссоциатор, при температуре сопла 80 К и RF - мощности 200 Вт

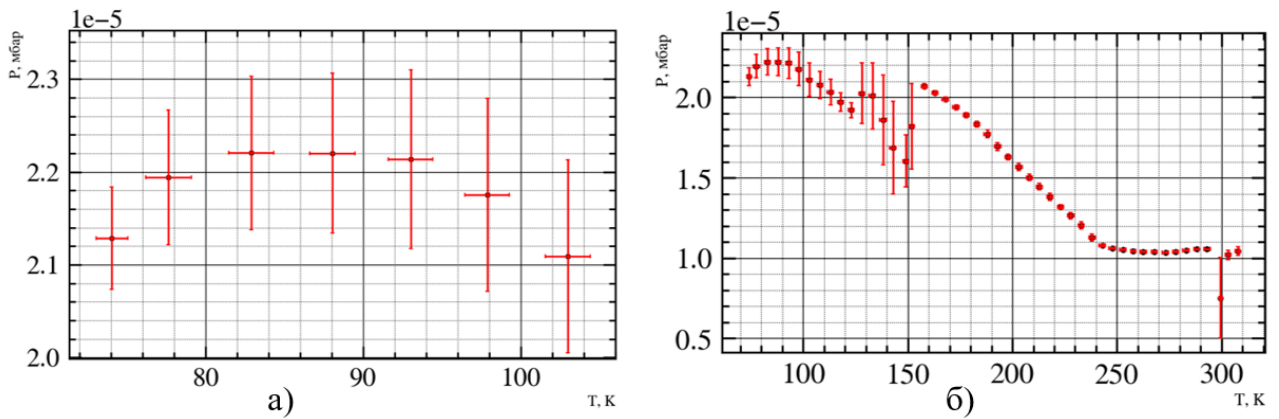


Рис. 2. График зависимости давления в компрессионной трубке от температуры сопла: а - в диапазоне от 70 до 110 К, б - в диапазоне от 0 до 310 К

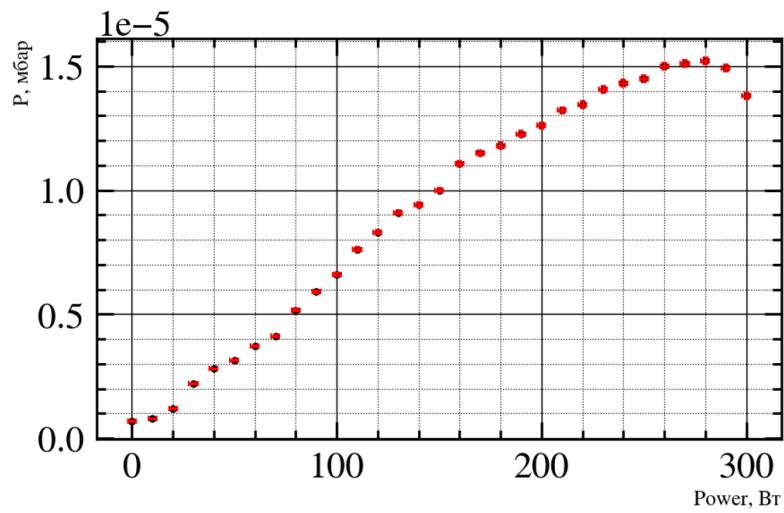


Рис. 3. График зависимости давления в компрессионной трубке от Rf мощности

Заключение. Максимальное значение плотности атомарного пучка было достигнуто при следующих значениях параметров диссоциатора: вводимой Rf – мощности на уровне (280 ± 2) Вт, потоке молекулярного газа на уровне (0.583 ± 0.013) мбар·л/с и температуре сопла на уровне (82.9 ± 1.4) К.

ЛИТЕРАТУРА

1. Solovyev A. Optimization and first tests of the experimental setup to investigate the double-polarized DD-fusion reactions // JINST — 2020. — Vol. 15. № 6 (P0520). — P. 15.
2. Steffens E. et al. Polarized gas targets // Rep. Prog. Phys. 66 (2003) 1887–1935
3. Zelenski. A. Review of Polarized Ion Sources // International Journal of Modern Physics: Conference Series Vol. 40 (2016) 1660100 (10 pages)
4. Микиртычянц М. С., Разработка и исследование источника атомарного водорода и дейтерия с ядерной поляризацией для экспериментов на внутренних пучках ускорителей // Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук - РАН Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова: Гатчина, 2002. – 36 с.

УДК 539.1.074.3

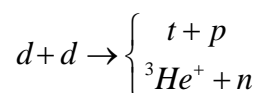
А.Ю. Рождественский^{1,2}, П.В. Кравченко²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²НИЦ «Курчатовский институт» – ПИЯФ, Гатчина, Россия

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ СЦИНТИЛЛЯЦИОННЫХ ДЕТЕКТОРОВ ДЛЯ ПОДАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В РАМКАХ ПРОЕКТА ПО ИССЛЕДОВАНИЮ ЯДЕРНОГО DD-СИНТЕЗА С ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ ИСХОДНЫХ ЧАСТИЦ ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ (POLFUSION)

Введение. Термоядерные реакции с участием двух дейтронов изучаются с момента, когда в 1933 Лоренс, Льюис и Ливингстон [1] впервые обнаружили возможность испускания протонов при взаимодействии двух дейтронов. Реакция ядерного dd – синтеза может протекать по трем возможным каналам и записывается следующим образом:



Интерес к dd – синтезу вызван как со стороны фундаментальных исследований и астрофизики [2], так и прикладной науки, в частности, в области создания термоядерных реакторов [3].

В 1967–1968 годах в Курчатовском институте была предложена идея исследования реакции ядерного dd-синтеза с использованием поляризованных пучков дейтронов [4]. Развитие данной идеи получило продолжение в ядерно-физическом эксперименте PolFusion (Polarized Fusion).

Цель ядерно-физического эксперимента PolFusion – исследование реакции ядерного dd-синтеза с поляризованными исходными компонентами в области низких энергий. В эксперименте будут измерены дифференциальные сечения рассеяния реакций dd-синтеза в конечном состоянии при различной взаимной ориентации спинов сталкивающихся дейтронов в диапазоне энергий 10–100 кэВ.

^(*)А.Ю. Рождественский, anrozd@mail.ru

Основными элементами экспериментальной установки по исследованию ядерного dd – синтеза являются источники поляризованных атомов и ионов, поляриметр на Лэмбовском сдвиге, а также центральная детекторная система и система сбора данных (рис. 1).

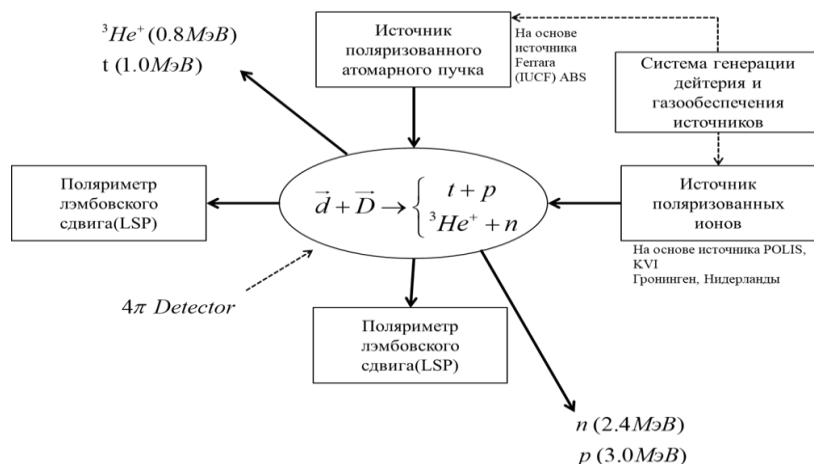


Рис. 1. Принципиальная схема экспериментальной установки

Для проверки работоспособности основных систем были проведены тестовые сеансы в 2015, 2019 [5] и 2020 годах с использованием различных мишеней. В тестовом сеансе 2020 года измерения проводились при энергии неполяризованного пучка дейтронов равной 25 кэВ (рис. 2). Амплитудный спектр данного тестового запуска приведен на рис. 2. Спектры амплитуд, полученные в данном тестовом запуске, приводятся для трех различных значений зенитного угла $\theta = 106, 116, 157$ градусам. Выделение пиков нейтронного канала реакции (пик ${}^3\text{He}$) для угловых направлений равных 106 и 116 градусам, осложнено сильным влиянием космического излучения, что приводит к большой погрешности при обработке экспериментальных данных. Таким образом для подавления фона космического излучения и выделения пиков ${}^3\text{He}$ из результирующего спектра требуется разработать уникальную детекторную систему.

Для создания и оптимальной работы данной системы авторам было необходимо решить ряд технических задач:

- выбор типа детектора для системы подавления фона;
- моделирование системы подавления фона и 4π-детектора в программном пакете GEANT 4;
- разработка конструкции и креплений системы сцинтилляционных детекторов;
- оценка эффективности работы полученного прототипа.

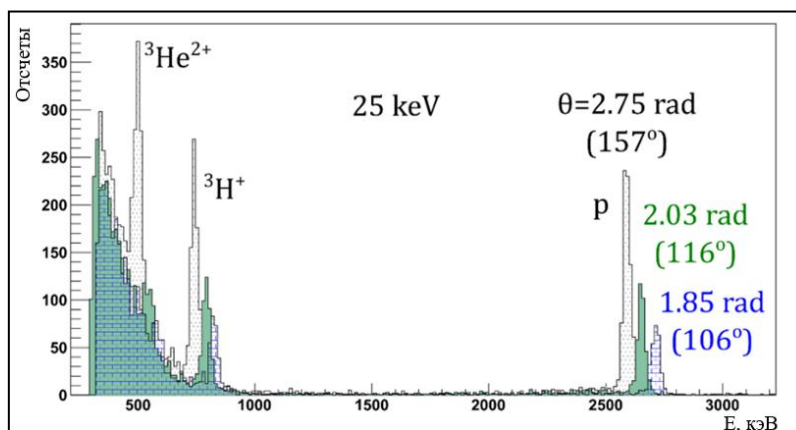


Рис. 2. Энергетический спектр тестового сеанса 2020 года

Прототип системы сцинтилляционных детекторов. При разработке системы детекторов для подавления космического излучения авторами работы было решено два класса задач: задачи, связанные с пространственным размещением разрабатываемого детектора вблизи с главной детекторной системой, и задачи, связанные с повышением эффективной площади регистрации космического излучения. В качестве материала детектора был выбран пластиковый сцинтиллятор BC - 408. Геометрия разработанной системы представлена на рис. 3.

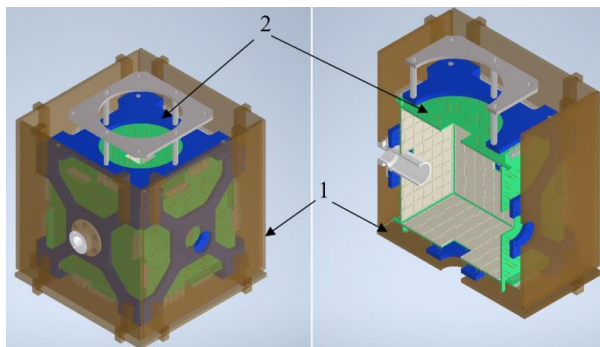


Рис. 3. Модель детекторной системы, смоделированная в программном пакете Autodesk Inventor в полной сборке (слева) и разрезе (справа): 1 – сцинтилляционные панели; 2 – главный детектор

Размещение сцинтилляционной пластины над главной детекторной системой невозможно, ввиду располагающихся в верхней части шлейфов и крейтов электроники для съема данных. Чтобы увеличить количество регистрируемого космического излучения боковые грани были вытянуты вверх, что позволяет регистрировать не менее 83% попадающего космического излучения, исходя из оценки площади перекрытия детектором полного телесного угла.

Монте-Карло моделирование в Geant 4. По разработанному прототипу авторами настоящей работы было произведено моделирование в программном пакете Geant 4. Для отражения физической картины при моделировании учитывалось: зависимость энергии продуктов реакции от зенитного угла, соответствие распределения космического излучения энергетическому распределению мюонов над поверхностью моря [6] и энергетическое разрешение главной детекторной системы. Энергетический спектр, полученный с фоном космического излучения, приведен на рис. 4 и хорошо согласуется с экспериментальными данными, приведенными на рис. 1.

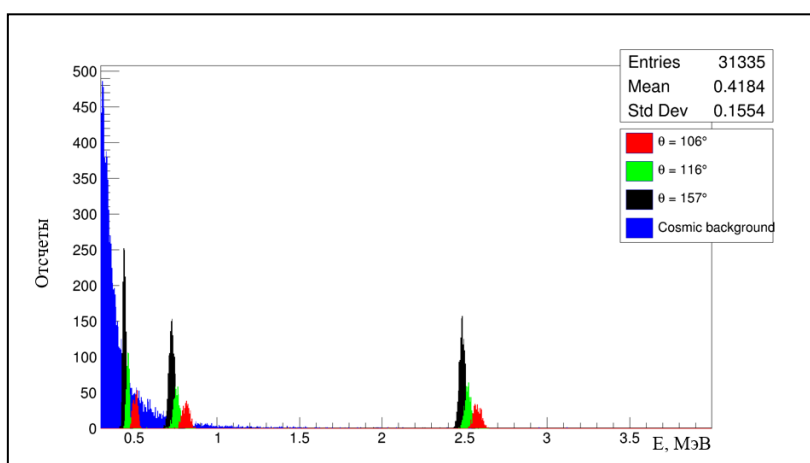


Рис. 4. Энергетический спектр продуктов реакции с учетом фона космического излучения

Заключение. Первые оценки, полученные методом Монте-Карло моделирования, говорят о том, что эффективность подавления космического излучения при использовании системы сцинтилляционных детекторов находится на уровне не менее 80 %, что подтверждает эффективность разработанной системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lawrence E.O., Livingston S.M., Lewis G.N. The Emission of Protons from Various Targets Bombarded by Deutons of High Speed // *Phys. Rev.* — 1933. — 44, 56 L.
2. Бедняков В.А. О происхождении химических элементов // *Физика элементарных частиц и атомного ядра.* — 2002. — Т.33, № 4. — С. 915–690.
3. Casey D. T. et al. Thermonuclear reactions probed at stellar-core conditions with laser-based inertial-confinement fusion // *Nature Phys.* — 2017. — Vol. 13. Is-sue 12. — P. 1227-1231.
4. Adjasevich B., Antonenko V. Measurements of the polarization correlation coefficients in reactions $d(d, p)t$ and $d(d, n)^3\text{He}$ // *Preprint IEA-2704, Moscow.* — 1976.
5. Solovyev A. Optimization and first tests of the experimental setup to investigate the double-polarized DD-fusion reactions // *JINST* — 2020. — Vol. 15. № 6 (P0520). — P. 15.
6. Мурзин В.С. *Астрофизика космических лучей // Учебное пособие для вузов.* - М.: Университетская книга; Логос, 2007.

УДК 538.958

А.И. Веретенников¹, Е.А. Лубянкина^{1,2}, И.В. Редутто³, Е.С. Бабич^{1,2}
¹ Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра Великого^(*)
² Академический университет им. Ж.И. Алфёрова
³ Университет Восточной Финляндии

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ БИРЕЗОНАНСНЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ НАНОСТРУКТУР

Введение. Металлические наночастицы находят широкое применение в оптике, химии, медицине и других областях [1, 2]. Это связано с возможностью оптического возбуждения коллективных электронных колебаний в металлах – так называемого плазмонного резонанса (ПР), что приводит к резкому увеличению электрического поля световой волны вблизи их поверхности. Так как спектральная область, в которой имеет место существенное повышение электрического поля структурами на основе металлических наночастиц, определяется положением и шириной ПР, возбуждение нескольких отдельных резонансов должно привести к дополнительному усилению поля. Таким образом, актуальной задачей является разработка бирезонансных структур.

Наиболее перспективными являются наноструктуры из золота, серебра и меди, так как ПР таких структур отличается высокой добротностью и лежит в видимом спектральном диапазоне. На сегодняшний день представлено несколько методов формирования Au@Ag наноструктур: наносферная литография [3], структурирование многослойных плёнок с помощью мощных наносекундных лазеров [4], литография, совмещенная с быстрым микроволновым нагревом [5], и диффузионный рост [6]. Стоит, однако, отметить, что перечисленные методы требуют применения достаточно сложного оборудования, что влияет на стоимость получаемых образцов.

В данной работе авторы поставили перед собой цель разработать альтернативный метод формирования Au@Ag бирезонансных структур, основанный на менее затратных «снизу-вверх» технологиях.

Методы исследования. Для формирования Au@Ag наноструктур на стеклянной подложке были использованы следующие методы: электростимулированная диффузия металла в стекло; твердотельная диффузия; ионообменная диффузия. Методами электростимулированной и твердотельной диффузии в стекло внедрялось золото, так как серебро при высокой температуре быстро окисляется, методом ионного обмена внедрялось серебро.

Для проведения электростимулированной диффузии на поверхность натрий-кальциевого силикатного стекла была нанесена плёнка золота толщиной 50 нм, которая служила анодом. Образец сначала нагревался до 300°C, после чего на него в течение 30 мин подавалось постоянное напряжение, 1000 В. За счёт термической стимуляции подвижности ионов золота и их дрейфа в электрическом поле происходила диффузия ионов в стекло. Далее охлажденный до комнатной температуры образец отжигался в воздушной атмосфере при температуре 650°C в течение 30 мин. В результате, ионы золота, проникшие в объём стекла в процессе электродиффузии, восстанавливались и кластеризовались в наночастицы [7].

^(*) А.И. Веретенников, veretenn_ai@spbstu.ru

Для проведения твердотельной диффузии на поверхность стекла была нанесена плёнка золота толщиной 5 нм. Образец отжигался на воздухе при температуре 650°C в течение 30 мин. В результате атомы из плёнки золота диффундировали в стекло и кластеризовались.

Для формирования в образце с золотыми наночастицами наночастиц второго металла была проведена ионообменная диффузия серебра в стекло. Стекло погружалось на 20 мин в расплав 5%AgNO₃95%NaNO₃ (в мас.%), нагретый до температуры 325°C, в результате чего ионы натрия в приповерхностном слое стекла были замещены ионами серебра из расплава. Наночастицы серебра формировались в процессе дальнейшего (15 мин) отжига стекла при температуре 250°C.

Полученные образцы были исследованы методом абсорбционной спектроскопии с помощью спектрометра SPECORD-50. Спектры поглощения регистрировались до и после очистки поверхности образца. Таким образом, был определен вклад поверхностных и объемных частиц в поглощение.

Результаты и обсуждение. Спектры поглощения образцов, полученных методами электростимулированной и твердотельной диффузии, демонстрируют наличие резонансных пиков на длинах волн ~517 и ~585 нм, соответственно (рис. 1), что свидетельствует о присутствии золотых наночастиц в обоих образцах [8]. Видно, что резонансный пик в случае образца, полученного с помощью твердотельной диффузии, намного интенсивнее. Это свидетельствует о более эффективной кластеризации атомов золота [9], из-за чего было решено далее использовать именно этот метод формирования золотых частиц в стекле.

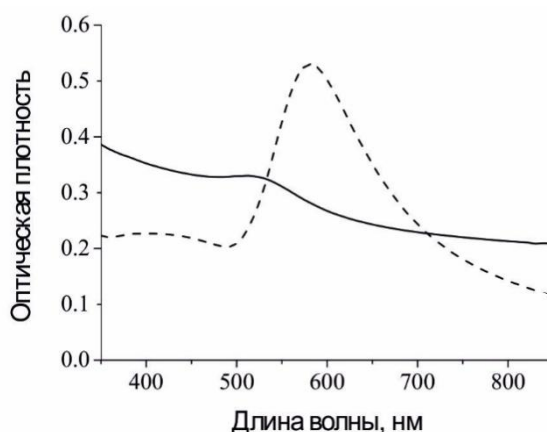


Рис. 1. Спектры поглощения стекла с золотыми наночастицами, сформированными методами электростимулированной (сплошная линия) и твердотельной диффузии (штриховая линия)

Спектр поглощения Au@Ag структуры, сформированной после 15 мин отжига при 250°C стекла, прошедшего процедуры твердотельной диффузии и ионного обмена, представлен на рис. 2А (спектр (1)). Как видно, структура характеризуется двумя отдельными резонансами на длинах волн ~425 нм и ~570 нм. Положения резонансов соответствуют ПР золотых наночастиц, сформированных в стекле после твердотельной диффузии и дополнительного 15 мин отжига при 250°C (спектр (2) на рис. 2А), и ПР серебряных наночастиц, полученных в результате ионного обмена и отжига при 250°C в течение 15 мин (спектр (3), рис. 2А). Отметим, что условия формирования референсных образцов с Au и Ag наночастицами были выбраны так, чтобы максимально приблизить историю их температурной обработки к истории обработки образца с полученной Au@Ag структурой. Таким образом, бirezонансная структура представляет собой ансамбль из золотых и серебряных наночастиц.

Спектры поглощения Au@Ag бirezонансной структуры до и после очистки «лицевой» стороны (где изначально была золотая плёнка) представлены на рис. 2Б, спектры (1) и (2),

соответственно. Как видно, после очистки «серебряный» пик пропадает, а «золотой» пик принимает то же положение, что и в образце сразу после твердотельной диффузии золота (спектр (3), рис. 2Б). Эти результаты говорят о том, что частицы серебра образуются только на поверхности образца, а частицы золота в процессе повторного отжига при 250°C частично выходят на поверхность, а частично остаются в объеме стекла.

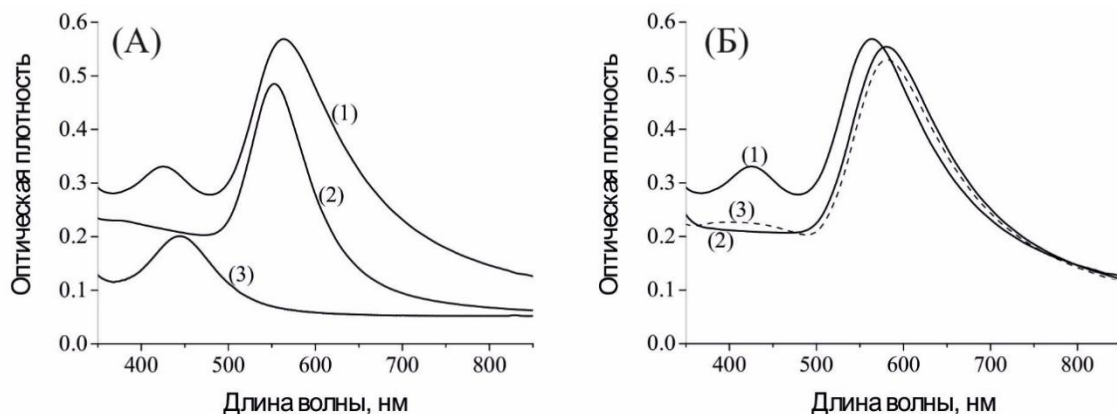


Рис. 3. (А) Спектры поглощения Au@Ag структуры (1), референсных золотых (2) и серебряных (3) наночастиц. (Б) Спектры поглощения Au@Ag структуры до (1) и после (2) очистки поверхности. Спектр (3) - вклад в поглощение объемных наночастиц золота в референсном образце

Выводы. Сочетанием методов твердотельной диффузии золота и ионообменной диффузии серебра в стекло была получена бирезонансная структура, представляющая собой ансамбль золотых и серебряных наночастиц на поверхности стекла. При этом установлено, что твердотельная диффузия золота имеет преимущество по сравнению с электростимулированной диффузией, так как приводит к более эффективной кластеризации золота.

Исследование выполнено за счет гранта РФФИ и Санкт-Петербургского научного фонда № 22-22-20005.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lee J. H. et al. Application of gold nanoparticle to plasmonic biosensors //International journal of molecular sciences. – 2018. – Т. 19. – №. 7. – С. 2021.
2. Starowicz Z. et al. The tuning of the plasmon resonance of the metal nanoparticles in terms of the SERS effect //Colloid and polymer science. – 2018. – Т. 296. – №. 6. – С. 1029-1037.
3. Jiang S. et al. Fabrication of a honeycomb-like bimetallic SERS substrate for the detection of triphenyltin chloride //Analyst. – 2021. – Т. 146. – №. 20. – С. 6170-6177.
4. Oh Y., Lee J., Lee M. Fabrication of Ag-Au bimetallic nanoparticles by laser-induced dewetting of bilayer films //Applied Surface Science. – 2018. – Т. 434. – С. 1293-1299.
5. Liu F. K. et al. Combining optical lithography with rapid microwave heating for the selective growth of Au/Ag bimetallic core/shell structures on patterned silicon wafers //Langmuir. – 2005. – Т. 21. – №. 6. – С. 2519-2525.
6. Liu Y. et al. Au@ Ag core-shell nanocubes: epitaxial growth synthesis and surface-enhanced Raman scattering performance //Physical Chemistry Chemical Physics. – 2015. – Т. 17. – №. 10. – С. 6819-6826.
7. Gonella F. et al. Diffusion behavior of transition metals in field-assisted ion-exchanged glasses //Solid State Ionics. – 2006. – Т. 177. – №. 35-36. – С. 3151-3155.
8. Shafiq A. R., Aziz A. A., Mehrdel B. Nanoparticle optical properties: size dependence of a single gold spherical nanoparticle //Journal of Physics: Conference Series. – 2018. – Т. 1083. – №. 1. – С. 012040.
9. Garg V. et al. Localized surface plasmon resonance on Au nanoparticles: tuning and exploitation for performance enhancement in ultrathin photovoltaics //RSC advances. – 2016. – Т. 6. – №. 31. – С. 26216-26226.

Д.А. Волков^{1,2}, И.А. Горбунова², М.Э. Сасин², О.С. Васютинский²
¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)
²Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНФОРМАЦИИ КОФЕРМЕНТА NADH В РАСТВОРЕ ВОДА-ЭТАНОЛ МЕТОДОМ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ

Введение. Компьютерное моделирование биологических флуоресцентных молекул в настоящее время широко используется в инженерных и научных приложениях для получения информации об их структурной динамике. Одной из таких важных молекул является кофермент восстановленный никотинамид аденин динуклеотид (NADH), участвующий в окислительно-восстановительных реакциях в живых клетках. Известно, что в процессе окислительно-восстановительных реакций происходят значительные конформационные изменения кофермента. Таким образом, возможность экспериментального разделения различных конформационных состояний NADH, а также понимание того, как окружение влияет на геометрическую конфигурацию NADH, представляют большой интерес.

Целью настоящего исследования является изучение конформационной динамики NADH в водных растворах этанола различной концентрации методом молекулярной динамики и сравнение с экспериментально определенным конформационным распределением NADH в растворах метанола [3].

Методика. Моделирование было выполнено с помощью программного пакета Gromacs с использованием силового поля Charmm36-jul2021. Структура NADH была получена из библиотеки молекул charm-gui. Затем с помощью силового поля вычислялись параметры, используемые для расчетов потенциалов для этой структуры. Далее в систему добавлялся заранее параметризованный растворитель (раствор воды и спирта разной концентрации). Энергия такой системы минимизировалась с помощью встроенных алгоритмов и добавлялись ионы для того, чтобы система была нейтральна, что нужно для следующих за этим расчетов электростатических взаимодействий. Для дальнейшего моделирования части системы должны прийти к равновесию относительно температур и давлений, иначе они разлетятся, и расчет не будет иметь физического смысла. Для nvt-уравновешивания (части системы приводятся к одной температуре) использовался v-rescale (Бусси) термостат [1,2,4], для npt-уравновешивания (части системы приводятся к одному давлению) – баростат Берендсена [1]. Фактически, неравновесная система помещается в термостат и баростат на определенное время перед началом физического эксперимента для того, чтобы она пришла в термодинамическое равновесие, а на время его проведения – чтобы посторонние факторы (в случае компьютерного моделирования – ошибки численного интегрирования) не мешали эксперименту.

Моделирование выполнялось при температуре 300 К и давлении 1 атм для траектории 300 нс, с шагом 2 фс, в течении симуляции были использованы алгоритмы v-rescale и Парринела-Рамана для поддержки температуры и давления. При моделировании рассчитывались электростатические взаимодействия периодической системы, и так как эти взаимодействия расходящиеся, то для их корректного вычисления использовалось суммирование по Эвальду с радиусом экранирования 12 Å.

(*) Д.А. Волков, dinvol99@gmail.com

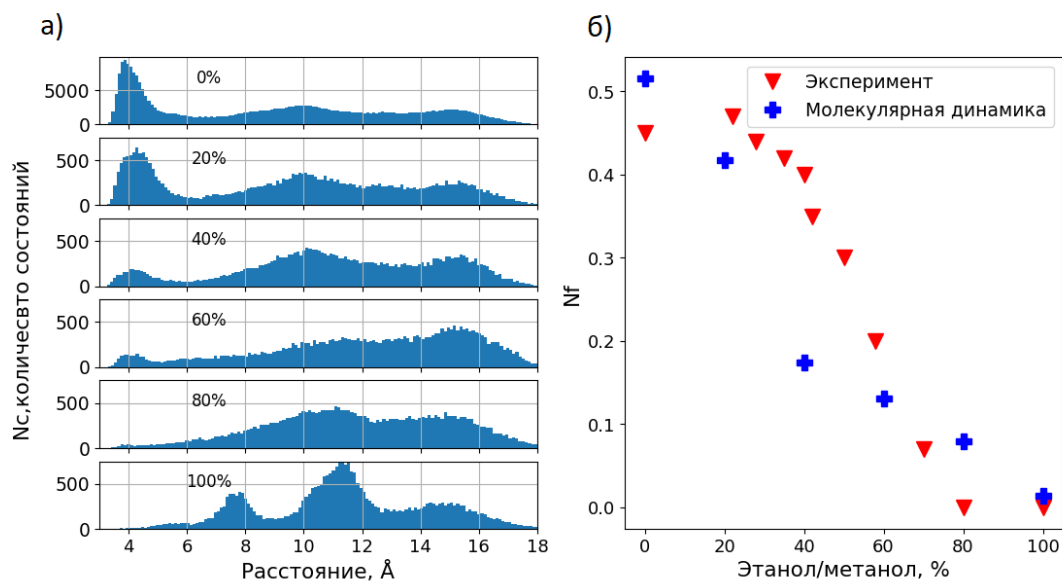


Рис. 1. а) Число состояний (N_s) с определенным расстоянием между центрами масс НА и АД колец для шести концентраций этанола б) Вычисленная относительная концентрация сложных состояний (N_f) как функция концентрации этанола в растворе показаны синими плюсами. Значения N_f , определенные экспериментально для водно-метанольного раствора в работе [3], показаны красными треугольниками

Результаты и обсуждение. В результате молекулярного моделирования был получен набор траекторий молекулы NADH для 6 концентраций этанола в растворе от 0 до 100%. После их обработки были получены расстояния между центрами масс никотинамидного (НА) и аденинового (АД) колец R , которые были преобразованы в гистограммы зависимости числа состояний NADH от R , приведенные на рис. 1(а). Как видно на рис. 1(а) конформации NADH могут быть разделены на три основные группы: сложенные конформации ($R < 5$ Å), развернутые конформации ($R > 12$ Å) и промежуточные конформации (5 Å $< R < 12$ Å). Относительная концентрация сложных состояний, рассчитанная из гистограмм рис. 1(а) показана на рис. 1(б) синими плюсами, в расчетах относительной концентрации учитывались только сложенные и разложенные состояния. Относительная концентрация NADH, определенная экспериментально с помощью техники поляризационного TCSPC, также присутствует на рис.1(б) и отмечена красными треугольниками. Из показанного видно, что сложенные состояния кофермента намного стабильнее в воде, чем в спирте, что согласуется с результатами эксперимента. Как показано на рис. 1(б), NADH примерно 50% своего времени находится в сложенном состоянии, а с увеличением концентрации этанола до 80% это время уменьшается до приблизительно 8%. Различия вычисленной относительной концентрации сложных состояний и экспериментально полученной может быть объяснено использованием разных растворителей, а также различием определения расстояний, на которых молекула считается разложенной. Количество сложных состояний в воде, определенное другими научными группами [5-7], находилось в пределах от 25% до 55%. На основе полученных молекулярных траекторий также были вычислены углы α между плоскостями никотинамида и аденина. Как выяснилось, эти плоскости всегда не параллельны друг к другу в сложенном состоянии: существуют два стабильных состояния с $\alpha = 15-25^\circ$ и $\alpha = 160-170^\circ$, которые связаны с вращением НА кольца вокруг связи рибозы.

Полученные результаты могут быть полезны для экспериментального и теоретического изучения конформационной динамики NADH в растворах и живых клетках, что может

привести к развитию новых способов изучения и анализа важных процессов жизнедеятельности клеток.

ЛИТЕРАТУРА

1. Radoszkowicz L. et al. Sampling the Conformation Space of FAD in Water–Methanol Mixtures through Molecular Dynamics and Fluorescence Measurements // *The Journal of Physical Chemistry A*. – 2010. – Vol. 114. – №. 2. – P. 1017-1022.
2. Formoso E. et al. Aluminum and its effect in the equilibrium between folded/unfolded conformation of NADH // *Journal of Inorganic Biochemistry*. – 2015. – Vol. 152. – P. 139-146.
3. Gorbunova I. A. et al. Two-Photon Excited Fluorescence Dynamics in NADH in Water–Methanol Solutions: The Role of Conformation States // *The Journal of Physical Chemistry B*. – 2020. – Vol. 124. – №. 47. – P. 10682-10697.
4. Bussi G., Donadio D., Parrinello M. Canonical sampling through velocity rescaling // *The Journal of chemical physics*. – 2007. – Vol. 126. – №. 1. – P. 014101.
5. Hull, R. V.; Conger, P. S.; Hoobler, R. J. Conformation of NADH studied by fluorescence excitation transfer spectroscopy // *Biophys. Chem.* – 2001. – Vol. 90. – P. 9–16.
6. Oppenheimer, N. J.; Arnold, L. J.; Kaplan, N. O. A structure of pyridine nucleotides in solution. // *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* – 1971. – Vol. 68. – P. 3200–3205.
7. McDonald, G.; Brown, B.; Hollis, D.; Walter, C. Effects of Environment on the Folding of Nicotinamide-Adenine Dinucleotides in Aqueous Solutions // *Biochemistry*. – 1972. – Vol. 11. – P. 1920–1930.

УДК 535.37

И.А. Градусов^{1,2}, В.П. Белик², Д.М. Бельтюкова², М.К. Данилова², О.С. Васютинский²
¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (•)
²Физико-технический институт имени А. Ф. Иоффе РАН

КИНЕТИКА ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ БИОЛОГИЧЕСКОГО КОЭНЗИМА ФАД В ВОДНЫХ РАСТВОРАХ ПРОПИЛЕНГЛИКОЛЯ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ ПИКОСЕКУНДНЫМИ ЛАЗЕРНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ

Введение. Флаavin-аденин-динуклеотид (ФАД) – внутриклеточный коэнзим, использующийся как естественный флуоресцирующий биомаркер клеточных биохимических процессов [1], что делает актуальным изучение его флуоресценции для биологии и медицины. Молекула ФАД может существовать в сложенной и развернутой конформациях. В случае сложенной конформации между хромофорными группами аденином и изоаллоксазином возникает π - π химическая связь [2], при этом конформации влияют на вид затухания сигнала флуоресценции. Распределение конформаций зависит от свойств раствора, например, от его полярности и рН [2-6].

Затухание флуоресценции ФАД во многих растворах имеет двухэкспоненциальный характер с типичными значениями времен затухания сигнала в воде порядка 4 нс и 2 нс [2-7]. Известно, что при растворении ФАД в спиртах его сольватация увеличивается, что приводит к увеличению числа молекул в развернутой конформации, вместе с тем наблюдается возрастание доли молекул ФАД с большим временем затухания флуоресценции [2-4]. При уменьшении концентрации спиртов в водных растворах сольватация ФАД соответственно уменьшается, что приводит к увеличению числа молекул в сложенной конформации, при этом доля флуоресценции молекул ФАД с меньшим временем затухания возрастает [2-4]. Это дает основания сопоставлять развернутую конформацию с длинным временем

(•) И.А. Градусов, gradusov.ia@edu.spbstu.ru

затухания, а сложенную – с коротким, однако этот вывод требует дальнейших исследований. В данной работе в качестве спирта использовался пропиленгликоль.

В настоящей работе экспериментально исследовались зависимости времен затухания флуоресценции и времени вращательной диффузии молекулы ФАД от концентрации пропиленгликоля в водном растворе. Для детектирования сигналов флуоресценции использовалась техника счета единичных фотонов с временной корреляцией (TCSPC). Схема экспериментальной установки представлена в работах [4, 7]. Использовался раствор ФАД с концентрацией 60 мкМ в смеси дистиллированной воды ($pH = 5.7$) и пропиленгликоля. Исследования проводились для следующих концентраций пропиленгликоля: 0%, 20%, 40%, 60%, 80%, 98%.

Методика эксперимента. Исследуемый раствор помещался в кварцевую кювету и облучался импульсным Nd:YAG лазером с длиной волны излучения 355 нм, которая соответствует первой полосе поглощения хромофорной группы ФАД изоаллоксазина [2]. Длительность лазерных импульсов составляла 400 пс, а частота их следования – 4 кГц. Для предотвращения выгорания ФАД в растворе и предотвращения эффектов насыщения мощность лазерного импульса уменьшалась с помощью оптического клина. Перед кюветой с раствором был установлен поляризационный куб, обеспечивающий вертикальную поляризацию лазерного излучения.

Сигнал флуоресценции собирался с помощью линзы на входную щель монохроматора МДР-12 в направлении перпендикулярном оси возбуждения. В непосредственной близости от входной щели монохроматора был установлен поляризатор, ось пропускания которого попеременно фиксировалась в вертикальном и горизонтальном положении. Монохроматор был настроен на длину волны максимума интенсивности флуоресценции 530 нм. В монохроматоре была установлена дифракционная решетка с плотностью штрихов 1200 шт/мм, а ширина входной и выходной щели монохроматора составляла 0.3 мм, что соответствовало спектральному разрешению 0.72 нм. Излучение флуоресценции детектировалось фотоэлектронным умножителем (ФЭУ) Hamamatsu H10682-01. Для реализации техники TCSPC использовался модуль PicoHarр 300 (PicoQuant).

Результаты и обсуждение. В результате была получена кинетика затухания для вертикальной и горизонтальной компонент поляризации флуоресценции, на основании которой с помощью методики, приведенной в работах [4, 7], были вычислены времена затухания флуоресценции τ_i , анизотропия флуоресценции r_0 и время вращательной диффузии τ_{rot} в зависимости от концентрации пропиленгликоля. Полученные результаты представлены на рис. 1 и в табл. 1.

Как видно из рис. 1а, коэффициент анизотропии r_0 не зависит от концентрации пропиленгликоля в растворе. При этом изменение времени вращательной диффузии τ_{rot} на рис. 1б оказалось прямо пропорционально вязкости раствора в соответствии с уравнением Стокса-Эйнштейна. Кроме того, как видно из рис. 1г, при увеличении концентрации пропиленгликоля возрастает вклад α_i компоненты с большим временем затухания флуоресценции τ_1 . Это может соответствовать возрастанию относительной концентрации развернутой конформации ФАД. При этом вклад компоненты с меньшим временем затухания, предположительно сопоставимый со сложенной конформацией, соответственно, уменьшается. Как видно из рис. 1в, время затухания τ_1 при больших концентрациях пропиленгликоля возрастает, а для τ_2 наблюдалось постоянство значения в пределах погрешности.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ 21-72-10044.

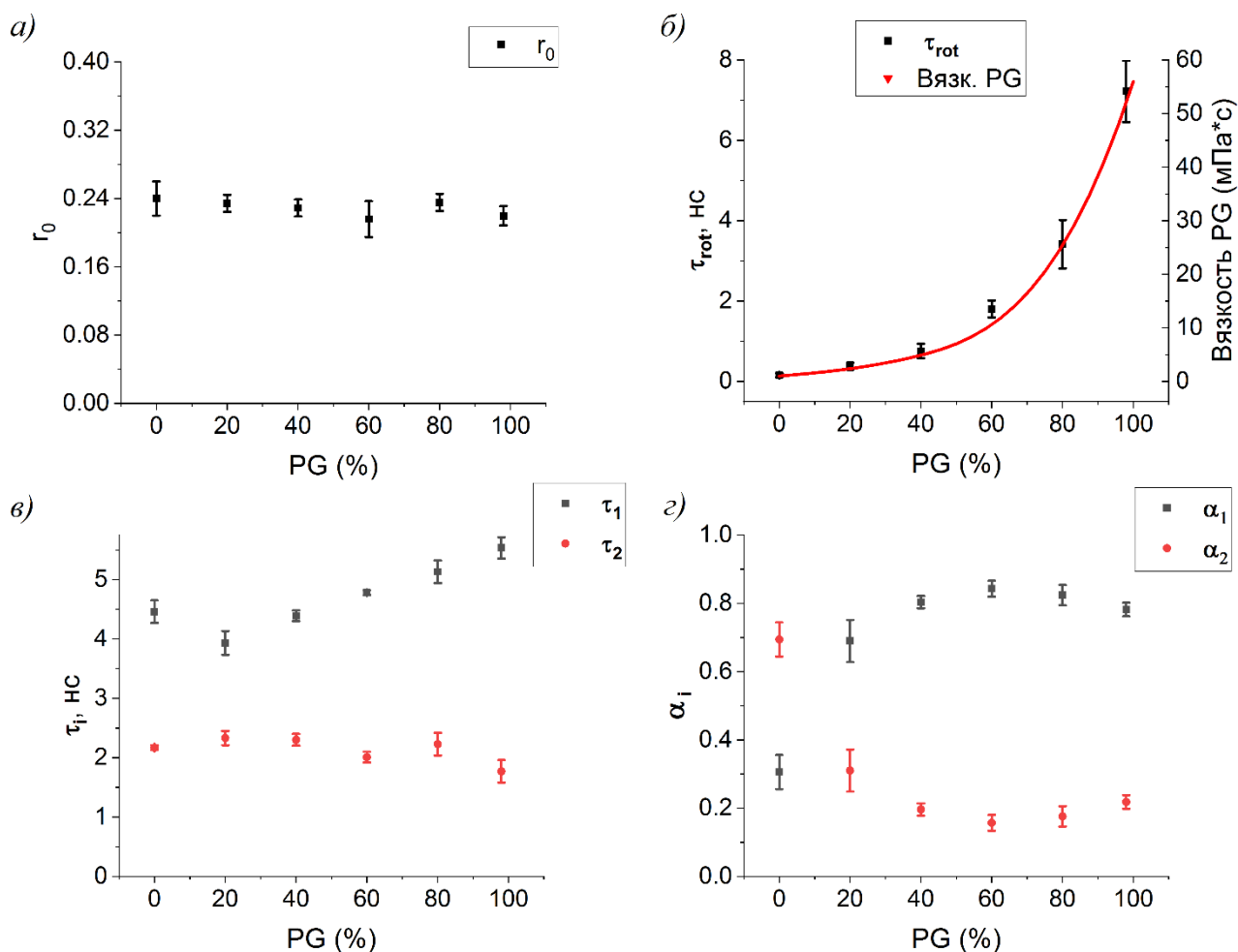


Рис. 1. а) Зависимость коэффициента анизотропии от концентрации пропиленгликоля; б) зависимости вращательного времени диффузии и вязкости водных растворов пропиленгликоля от концентрации пропиленгликоля; в) Зависимость времени затухания флуоресценции для 1-ой и 2-ой экспонент от концентрации пропиленгликоля; г) зависимости вклада 1-ой и 2-ой экспонент в общую интенсивность флуоресценции от концентрации пропиленгликоля

Табл. 1. Параметры кинетики флуоресценции ФАД (в скобках указаны вклады α_i в общую интенсивность флуоресценции для соответствующей i -ой экспоненты)

PG%	τ_1 , нс (α_1)	τ_2 , нс (α_2)	r_0	τ_{rot} , нс
0%	4.46±0.19 (0.30)	2.17±0.04 (0.70)	0.24±0.02	0.15±0.05
20%	3.93±0.20 (0.69)	2.33±0.12 (0.31)	0.23±0.01	0.38±0.09
40%	4.39±0.09 (0.80)	2.30±0.10 (0.20)	0.23±0.01	0.75±0.18
60%	4.78±0.04 (0.84)	2.01±0.09 (0.16)	0.22±0.02	1.80±0.21
80%	5.13±0.19 (0.82)	2.23±0.19 (0.18)	0.24±0.01	3.42±0.60
98%	5.53±0.18 (0.78)	1.77±0.18 (0.22)	0.22±0.01	7.22±0.76

ЛИТЕРАТУРА

1. Galbán, J., Sanz-Vicente, I., Navarro, J., de Marcos, S. The Intrinsic Fluorescence of FAD and its Application in Analytical Chemistry: a Review // *Methods Appl. Fluoresc.* – 2016. – Vol. 4(4) – P. 042005.
2. Nakabayashi, T., Md. Islam, S., Ohta, N. Fluorescence Decay Dynamics of Flavin Adenine Dinucleotide in a Mixture of Alcohol and Water in the Femtosecond and Nanosecond Time Range // *J. Phys. Chem. B* – 2010. – Vol. 114(46) – Pp. 15254– 15260.
3. Sengupta, A., Gavvala, K., Koninti, R. K., Chaudhuri, H., Hazra, P. Folding dynamics of flavin adenine dinucleotide (FAD) inside non-aqueous and aqueous reverse micelles // *Chem. Phys. Let.* – 2013. – Vol. 584 – Pp. 67–73.
4. M. K. Krasnopevtceva, M. E. Sasin, I. A. Gorbunova, D. P. Golyshev, A. G. Smolin, V. P. Belik, O. S. Vasyutinskii. Anisotropic fluorescence decay kinetics in FAD in water-methanol solutions under excitation at 355 and 450 nm // *Proc. SPIE 11900, Optics in Health Care and Biomedical Optics XI, 119003H* (9 October 2021); doi: 10.1117/12.2602467
5. Sengupta, A., Khade, R.V., Hazra, P. pH Dependent Dynamic Behavior of Flavine Mononucleotide (FMN) and Flavine Adenine Dinucleotide (FAD) in Femtosecond of Nanosecond Timescale // *J. Photochem. Photobiol. A*. – 2011. – Vol. 221(1) – Pp. 105–112.
6. J. R. Lakowicz. *Principles of Fluorescence Spectroscopy*. University of Maryland School of Medicine Baltimore, Maryland, USA – 2006
7. М.К. Краснопецева, В. П. Белик, И. В. Семенова, А. Г. Смолин, А. А. Богданов, О.С. Васютинский. Определение времен затухания и анизотропии поляризованной флуоресценции флавинадениндинуклеотида с субнаносекундным разрешением// *Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия*

УДК 535.3

А.А. Иванов^{1,2}, В.В. Чалдышев²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе

ОПТИЧЕСКОЕ ОТРАЖЕНИЕ РЕЗОНАНСНОЙ БРЭГГОВСКОЙ СТРУКТУРОЙ С КВАНТОВЫМИ ЯМАМИ GaN/AlGaN

Введение. Резонансная брэгговская структура (РБС) представляет собой систему квантовых ям (КЯ) с периодом, обеспечивающим выполнение брэгговского резонанса на частоте квазидвумерного экситона. В таких структурах наблюдается когерентное взаимодействие квазидвумерных экситонов со светом, что приводит к формированию одной сверхизлучающей экситон-поляритонной моды, в результате чего уменьшается излучательное время жизни каждого индивидуального экситона пропорционально числу КЯ [1]. Данный коллективный эффект проявляется в усилении оптического отражения и одновременном подавлении поглощения. Благодаря этим свойствам, РБС могут найти применение в качестве быстрых и энергоэффективных оптических модуляторов.

Применение широкозонных материалов семейства GaN с большой энергией связи и параметра радиационного затухания экситона по сравнению с традиционными материалами $A^{III}B^V$ позволяет наблюдать формирование сверхизлучения в широком диапазоне температур, вплоть до комнатной. Так, в работе [2] впервые данный эффект был достигнут при комнатной температуре на системе КЯ InGaN/GaN. Это немедленно открыло перспективы применения концепции РБС для создания новых фотонных устройств и усовершенствования уже имеющихся приборов новыми функциональными возможностями, поскольку экситонные состояния в КЯ чувствительны к приложению электрического поля,

^(*) А.А. Иванов, aleksei98.ivanov@gmail.com

что предоставляет возможность управлять отражением света, управляя параметрами экситонного резонанса в среде. Однако в эпитаксиальной технологии формирования сверхрешеток на системе материалов InGaN-GaN сильно выражен эффект фазовой сепарации, приводящий к образованию In-обогащенных областей [3]. Данный факт приводит к возрастанию неоднородного уширения экситонной резонансной частоты в такой системе материалов. Поэтому можно ожидать, что более привлекательной системой для разработки, например, управляемых брэгговских отражателей окажется РБС с КЯ GaN/AlGaN.

Целью данной работы является экспериментальное исследование возможности создания РБС на основе новой системы материалов GaN/AlGaN.

Методика исследования. В данной работе мы сообщаем о первой экспериментальной реализации периодической системы из 30 КЯ GaN, разделенных туннельно-непрозрачными барьерами $\text{Al}_{0.12}\text{Ga}_{0.88}\text{N}$, так что брэгговский резонанс электромагнитных волн может быть реализован на частоте экситонов в квантовых ямах. Образец был выращен с использованием метода газофазной эпитаксии из паров металлоорганических соединений на подложке из сапфира (0001). Между РБС и активной областью образца был выращен двойной буферный слой $\text{Al}_{0.18}\text{Ga}_{0.82}\text{N}/\text{Al}_{0.12}\text{Ga}_{0.88}\text{N}$. Измерения спектров оптического отражения проводились для различных углов падения и поляризаций света при комнатной температуре. В качестве источника света использовалась дейтериевая лампа, свет от которой фокусировался на образце системой линз из кварцевого стекла. Для получения линейной поляризации падающего света использовалась призма Глана-Тейлора. Для определения параметров экситонов в КЯ мы используем компьютерное моделирование оптических спектров, основанное на использовании метода матриц переноса, которые строятся на основе формул экситонного отражения и пропускания, приведенных в работе [1]. Детали данного метода подробно описаны в [4]. Зависимость показателя преломления AlGaN от состава при комнатной температуре использовалось согласно работе [5].

Результаты и обсуждение. На рис.1 представлены экспериментальный (черная линия) и расчетные спектры отражения света с учетом экситонного вклада (красная пунктирная линия) и без него (синяя точечная линия). Все спектры получены для s-поляризованного света в условиях комнатной температуры. Спектральное положение экситона обозначено оранжевой пунктирной линией. Во всех представленных спектрах наблюдаются осцилляции Фабри-Перо, затухающие при приближении к краю фундаментального поглощения $\text{Al}_{0.12}\text{Ga}_{0.88}\text{N}$ (~337 нм). Так как длина волны брэгговского резонанса зависит от угла падения света, в то время как положение экситонного резонанса остается неизменным (если не учитывать слабый эффект пространственной дисперсии), появляется возможность исследования перестройки двойного резонанса. Так, на рис. 1(а) изображены спектры отражения, когда угол падения света 20° , при этом длина волны брэгговского резонанса составляет 349.3 нм. Поскольку экситонный резонанс довольно широкий по сравнению с брэгговским, даже в этом случае наблюдается усиление амплитуды узкого резонансного пика.

На рис. 1(б) продемонстрированы спектры отражения света, угол падения которого был изменен на 50° . В этом случае длины волн экситонного и брэгговского резонансов совпадают, что приводит к увеличению амплитуды и полуширины резонансной полосы отражения. Сравнение спектров с учетом и без учёта экситонного вклада позволяет сделать вывод о существенности вклада в амплитуду и ширину резонансной полосы отражения при комнатной температуре.

Параметрическая аппроксимация экспериментальных данных, полученных нами в широком диапазоне длин волн для различных углов падения и поляризаций света, расчётными зависимостями [1,4] позволяет определить параметры квазидвумерных

экситонов в нашей структуре. Параметр радиационного затухания определен равным 0.4 ± 0.02 мэВ, а параметр нерадиационного затухания – 40 ± 5 мэВ.

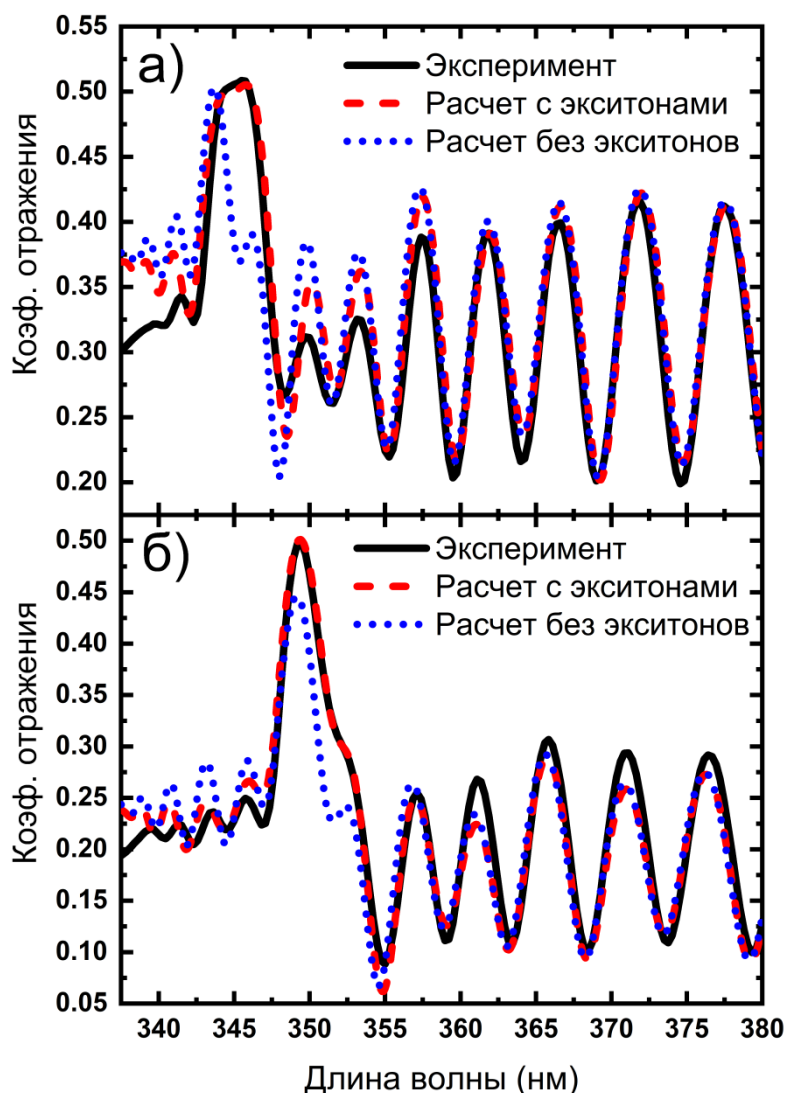


Рис. 1. Экспериментальный и расчетные (с учетом и без экситонов в КЯ) спектры отражения света от РБС с 30 КЯ GaN/AlGaN. Угол падения света 20° (а) и 50° (б), s-поляризация, 300К

Выводы. В данной работе впервые исследована РБС с КЯ GaN/AlGaN. Настраивая брэгговский резонанс, сформированный оптической решеткой экситонов из 30 КЯ GaN/AlGaN, на частоту квази-двумерных экситонов, мы продемонстрировали существенное усиление резонансной полосы отражения при комнатной температуре. Верифицирована модель позволяющая описать экспериментальные данные и найти параметры экситонов в КЯ. Отношение радиационного затухания экситона к нерадиационному в РБС GaN/AlGaN в два раза больше чем в InGaN/GaN [6,7,8]. Данный факт позволяет предполагать, что РБС с КЯ GaN/AlGaN имеют наилучшие параметры для использования в фотонике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ивченко Е.Л., Несвижский А.И., Йорда С. Брэгговское отражение света от структур с квантовыми ямами // Физика твердого тела. – 1994. – Т. 36. – № 7. – С. 2118-2129.
2. Chaldyshev V.V., Bolshakov A.S., Zavarin E.E., Sakharov A.V., Lundin W.V., Tsatsulnikov A.F., Yagovkina M.A., Kim T., and Park Y. Optical lattices of InGaN quantum well excitons // Applied Physics Letters. – 2011. – Vol. 99. – P. 251103.

3. Цацульников А.Ф., Лундин В.В., Заварин Е.Е., Сахаров А.В., Мусихин Ю.Г., Усов С.О., Мизеров М.Н., Черкашин Н.А. Гетероструктуры InGaN/GaN, выращенные методом субмонослойного осаждения // Физика и техника полупроводников. – 2012. – Т. 46. – № 10. – С. 1357-1362.
4. Борн М., Вольф Э. Основы оптики – М.: Наука, 1973. – 720 с.
5. Tisch U., Meyler B., Katz O., Finkman E., and Salzman J. Dependence of the refractive index of $Al_xGa_{1-x}N$ on temperature and composition at elevated temperatures // Journal of Applied Physics. – 2001. – Т. 89. – №. 5. – С. 2676-2685.
6. Bolshakov A.S., Chaldyshev V.V., Zavarin E.E., Sakharov A.V., Lundin W.V., Tsatsulnikov A.F., and Yagovkina M.A. Room temperature exciton-polariton resonant reflection and suppressed absorption in periodic systems of InGaN quantum wells // Journal of Applied Physics. – 2017. – Vol. 121. – P. 133101.
7. Ivanov A.A., Chaldyshev V.V., Zavarin E.E., Sakharov A.V., Lundin W.V. and Tsatsulnikov A.F. Optical reflection spectra of resonant photonic structures based on a system of 100 InGaN quantum wells // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1697. – P. 012153.
8. Иванов А.А., Чалдышев В.В., Заварин Е.Е., Сахаров А.В., Лундин В.В., Цацульников А.Ф. Резонансное отражение света оптической решеткой экситонов, сформированной 100 квантовыми ямами InGaN // Физика и техника полупроводников. – 2021. – Т. 55. – № 9. – С. 733-737.

УДК 538.97

Е.А. Лубянкина^{1,2}, Е.С. Бабич^{1,2}

¹Академический университет им. Ж.И. Алфёрова (•)

²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

АНАЛИЗ ФУНКЦИИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОЩНОСТИ ПРОФИЛЯ ПОВЕРХНОСТИ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ НАНОСТРУКТУРЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЕЁ УСИЛЕНИЯ ГКР

Введение. Спектроскопия гигантского комбинационного рассеяния света (ГКР) является одним из методов идентификации веществ. Как и в случае КР, идентификация проводится по изменению частоты света, рассеиваемого на фонах [1]. В то же время, чувствительность ГКР в несколько раз превосходит КР, что позволяет детектировать сверхмалые концентрации вещества, вплоть до одиночных молекул. Повышение чувствительности ГКР достигается благодаря использованию наноструктурированных металлических подложек, в которых возбуждение плазмонного резонанса приводит к усилению рассеянной световой волны [2]. В ГКР могут использоваться наноструктуры различной формы, материала и размера: металлические наночастицы [3], дендриты [4], островковые пленки [5]; поэтому для выбора структуры, обеспечивающей наибольшее усиление, необходим морфологический критерий. Одним из таких критериев может стать корреляционная длина, L_c , характеризующая латеральное распределение наноструктур по поверхности подложки, которую можно определить из функции спектральной плотности мощности (ФСПМ) профиля поверхности подложки:

$$\text{ФСПМ}(\omega) = \frac{2\pi}{NMh} \sum_{j=0}^{M-1} \left| \frac{h}{2\pi} \sum_{n=0}^{N-1} z_{nj} \exp(-i\omega nh) \right|^2, \quad (1)$$

где N , M – число профилей и точек в профиле, соответственно, h – расстояние между точками в профиле, z_{nj} – высота в n -той точке j -го профиля. Для того чтобы вычислить L_c , ФСПМ (ω) строят в двойной логарифмической шкале, определяют спектральную область, в которой ФСПМ имеет постоянное значение, $\text{ФСПМ}(0)$, и находят точку $\omega_c=1/L_c$, соответствующую $\text{ФСПМ}(0)/2$ [6].

(•) Е.А. Лубянкина, katylubyankina@gmail.com

В данной работе на примере подложек с дендритными структурами сложной морфологии продемонстрирована возможность использования корреляционной длины для прогнозирования ГКР-активности наноструктур.

Методология. Дендриты на поверхности стеклянной подложки были изготовлены путем электролиза стекла, обогащенного ионами серебра, и последующего химического травления. Введение ионов серебра в натрий-кальций-силикатное стекло осуществлялось методом ионного обмена $\text{Na}^+ - \text{Ag}^+$ [7]: стекла помещались на 20 минут в расплав смеси $(\text{AgNO}_3)_{0.05}(\text{NaNO}_3)_{0.95}$ (в вес. %) при температуре 325°C. После ионного обмена на противоположные поверхности стекла были нанесены алюминиевые электроды, на которые подавалось постоянное напряжение 100-600 В при температуре 250°C. В результате, в приповерхностной катодной области стекла происходило восстановление ионов серебра и кластеризация атомов серебра в дендриты, разветвляющиеся в направлении от катода к аноду. Для получения структур различной «ветвистости», прошедший в ходе электролиза, заряд варьировался от 0.08 до 0.59 Кл/мм [8].

Поскольку вклад в спектроскопию ГКР вносят только металлические наноструктуры, расположенные на поверхности подложки, для удаления верхнего слоя стекла образцы после электролиза погружались на 10, 20 и 30 минут в травитель (5 мкл HF : 5 г NH_4F : 40 г H_2O).

Профиль поверхности полученных структур был охарактеризован с помощью атомно-силового микроскопа (АСМ) и оптического профилометра. Эти данные были использованы для вычисления ФСПМ с помощью программы Gwyddion. Корреляционная длина была определена по ФСПМ в соответствии с описанным выше способом.

Структуры были апробированы в ГКР-спектроскопии с использованием красителя ВРЕ (транс-1,2-бис(4-пиридил)этилена). Коэффициент усиления (EF) был рассчитан по формуле:

$$EF = \frac{I_{\text{ГКР}}}{I_{\text{КР}}} \cdot \frac{N_{\text{КР}}}{N_{\text{ГКР}}}, \quad (2)$$

где $I_{\text{КР}}$, $I_{\text{ГКР}}$ – интенсивности пика комбинационного рассеяния вблизи частоты 1200 см^{-1} , зарегистрированные от красителя, адсорбированного на поверхность чистого стекла и ГКР-активной подложки, $N_{\text{КР}}$, $N_{\text{ГКР}}$ – концентрации вещества на стекле и ГКР-активной подложке, соответственно.

Результаты и обсуждение. На рис. 1а и б представлены зависимости коэффициента усиления КР и величины $1/L_c$ от прошедшего в процессе электролиза заряда для образцов после 10-минутного травления. Как видно, увеличение заряда привело к росту коэффициента усиления от 10^3 до 10^5 , за счет формирования более «ветвистых» дендритов (рис. 2), и к уменьшению корреляционной длины от 800 до 500 нм.

Отметим, что среди всех изученных образцов, максимальное значение коэффициента усиления было получено для подложки с дендритами, соответствующей максимальному заряду и 10 минутному травлению. По этой причине для образца с максимальным зарядом отдельно были построены зависимости коэффициента усиления КР и корреляционной длины от времени химического травления, которые представлены на рисунках 1в и г, соответственно. Как видно, увеличение времени травления привело к уменьшению коэффициента усиления от 10^5 до 10^4 и увеличению корреляционной длины от 530 до 1170 нм.

Действительно, на представленных АСМ изображениях образца с зарядом 0.59 Кл/мм, рис. 2, видно, что увеличение времени травления приводит к «сглаживанию» поверхности и уменьшению высоты структур. Представленные результаты наглядно демонстрируют, что структуры, характеризующиеся меньшей корреляционной длиной, обеспечивают большее усиление КР.

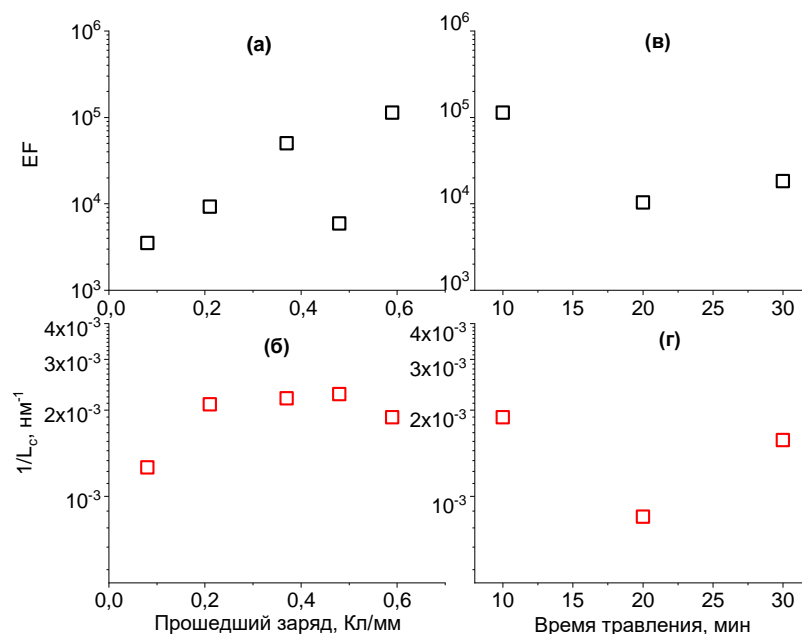


Рис.1. а, б) Зависимость коэффициента усиления и корреляционной длины от прошедшего заряда для образцов после 10-минутного травления; в, г) Зависимость коэффициента усиления и корреляционной длины от времени травления образцов, соответствующих максимальному заряду, прошедшему при электролизе

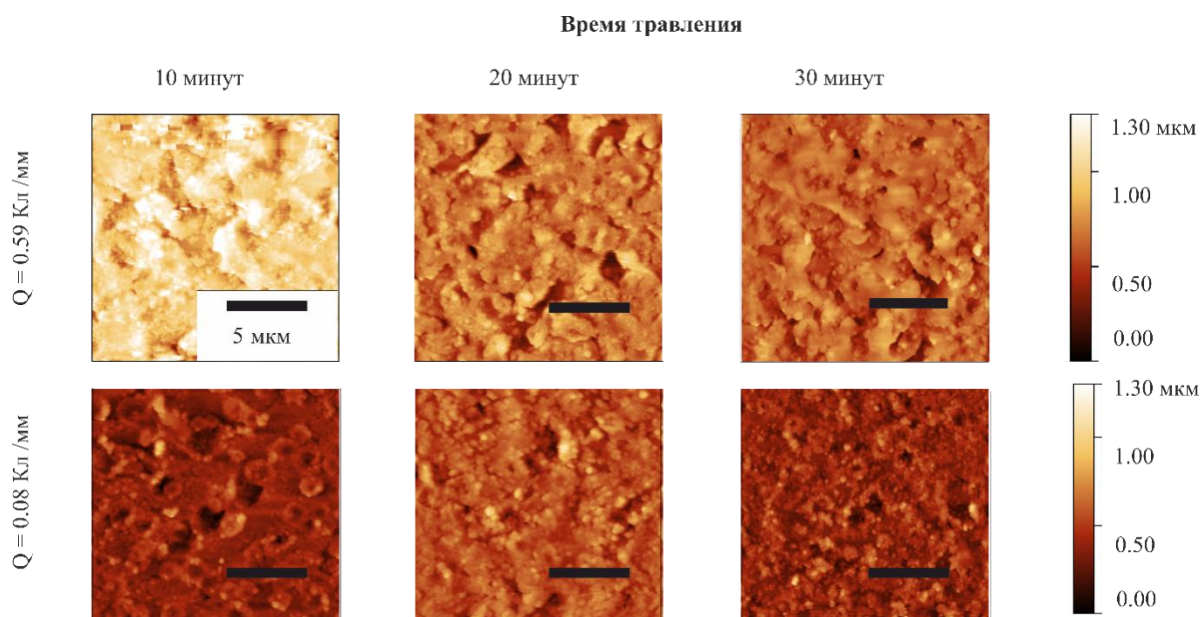


Рис. 2. АСМ изображения образцов, соответствующих заряду 0.59 Кл/мм и 0.08 Кл/мм, после различного времени травления

Выводы. Продемонстрирован подход к оценке и прогнозированию эффективности ГКР-активных подложек по корреляционной длине, определяемой из данных АСМ и/или оптического профилометра. На примере стеклянных подложек с дендритными структурами показано, что уменьшение корреляционной длины соответствует росту коэффициента усиления комбинационного рассеяния.

Работа выполнена в рамках Государственного задания «Исследование структур микро- и нанофотоники, формируемых в аморфных диэлектриках под действием сильных полей» (код темы FSRM -2020-001).

ЛИТЕРАТУРА

1. Tuschel D. Raman spectroscopy and imaging of low-energy phonons // Spectroscopy. – 2015. – Vol. 30(9). – P. 18-31.
2. Mosier-Boss P. A. Review of SERS substrates for chemical sensing // Nanomaterials. – 2017. – Vol. 7(6). – P. 142.
3. Ju, J., Liu, W., Perlaki, C. M., Chen, K., Feng, C., & Liu, Q. Sustained and cost effective silver substrate for surface enhanced Raman spectroscopy based biosensing // Scientific reports. – 2017. – Vol. 7(1). – P. 1-11.
4. Pang S., Labuza T. P., He L. Development of a single aptamer-based surface enhanced Raman scattering method for rapid detection of multiple pesticides // Analyst. – 2014. – Vol. 139(8). – P. 1895-1901.
5. Khlebtsov B. N. et al. Gold nanoisland films as reproducible SERS substrates for highly sensitive detection of fungicides // ACS applied materials & interfaces. – 2015. – Vol. 7(12). – P. 6518-6529.
6. Mack C. A. Reaction-diffusion power spectral density // Journal of Micro/Nanolithography, MEMS, and MOEMS. – 2012. – Vol. 11(4). – C. 043007.
7. Babich E. et al. Dendritic structures by glass electrolysis: Studies and SERS capability // Current Applied Physics. – 2021. – Vol. 24. – P. 54-59.
8. Lubyankina E.A. Control of the morphology of silver dendrites formed by glass electrolysis // J. Phys.: Conf. Ser. – Vol. 2227. – P. 01204.

УДК 538.958

А.Э. Ризаев^{1,2}, В.В. Золотарев¹, С.О. Слипченко¹, Н.А. Пихтин¹

¹Физико-технический институт имени А.Ф.Иоффе

²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ОПТИМИЗАЦИЯ КОНСТРУКЦИИ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ОДНОМОДОВЫХ РБЗ ЛАЗЕРОВ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЛАТЕРАЛЬНОЙ МОДОВОЙ СЕЛЕКЦИИ

Введение. Полупроводниковые лазеры существенно выделяются среди других типов лазеров за счет высокого КПД, малых размеров и возможности применения в интегральных оптических схемах. При этом они обладают широким спектром генерации, что ограничивает их область применения. Возможным решением данной проблемы является конструкция резонатора с поверхностной брэгговской решеткой большого периода [1-3]. Настоящая работа посвящена исследованию спектральных характеристик и оптимизации конструкции одномодовых полупроводниковых лазеров с распределенным брэгговским зеркалом (РБЗ) первого порядка. Объектами исследования являются полупроводниковые лазеры на основе гетероструктур AlGaAs/GaAs/InGaAs, излучающие в диапазоне 1–1.1 мкм, с поверхностным РБЗ, вытравленным в р-эмиттере гетероструктуры. Основываясь на теории связанных мод, проведены численные расчеты, демонстрирующие зависимость спектра отражения РБЗ от различных геометрических параметров дизайна чипа и решетки, позволяющие выбрать оптимальную конструкцию под требуемый спектр отражения. Проанализирована возможность латеральной селекции мод в узких волноводах лазеров мезаполосковой конструкции и установлено, что наличие РБЗ позволяет осуществить селекцию латеральных мод лазера, за счет различного коэффициента отражения для TE₀₀ и TE₀₁ мод, что дает возможность увеличить размер латерального волновода и излучаемую мощность лазера.

^(*) А.Э. Ризаев, rizartem@mail.ru

Методика исследования. Для нахождения спектра отражения РБЗ использовалась теория связанных мод [4,5], примененная в работах по исследованию РБЗ [1,6]. Значимой величиной в ней является коэффициент связи k , определяющий величину обмена энергией между падающей и отраженной от РБЗ волнами. В совокупности с длиной РБЗ коэффициент связи определяет спектр отражения от решетки и зависит от геометрических параметров дизайна чипа и решетки. В ходе работы варьировались следующие величины: ширина мезаполоска, глубина мезаканавок и штрихов решетки. На рис. 1 представлены результаты расчетов, демонстрирующие зависимости коэффициента связи от параметров.

Результаты и обсуждение. Уменьшение глубины РБЗ ведет к уменьшению интеграла перекрытия оптической моды с решеткой, что снижает коэффициент связи. При низком коэффициенте связи спектр отражения РБЗ сужается, однако необходима большая длина РБЗ для достижения высокого коэффициента отражения. Углубление мезаканавки повышает разность показателей преломления в латеральном направлении, локализуя моду в активной области и повышая коэффициент связи. Уширение полоска так же ведет к росту коэффициента связи за счет повышения фактора оптического ограничения, при этом у более широкого полоска менее заметна разница в толщине слоя под мезаканавкой. Высокий коэффициент связи уширяет спектр, но позволяет использовать меньшую длину РБЗ с сохранением высокого коэффициента отражения РБЗ. Ширина спектра определяется областью задач и применений и, исходя из полученных зависимостей, можно установить оптимальные значения глубины мезаканавок и РБЗ для получения коэффициента связи, соответствующего требуемой ширине.

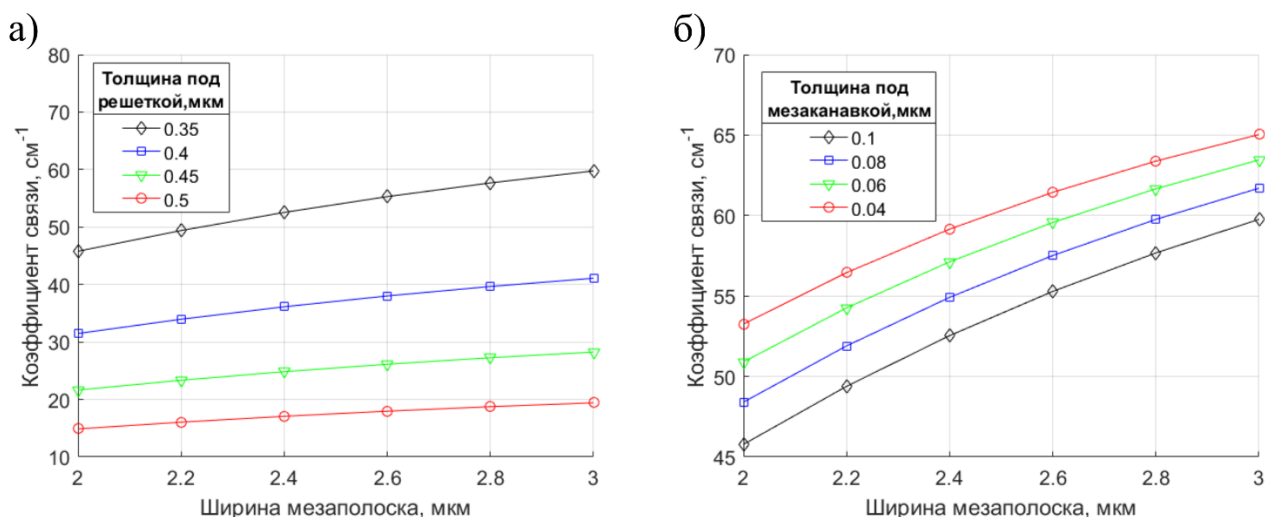


Рис. 1. а) Зависимость коэффициента связи от ширины мезаполоска при различной глубине решетки, остаточная толщина р-эмиттера под мезаканавкой 0.1 мкм; б) зависимость коэффициента связи от ширины мезаполоска при различной глубине мезаканавки, остаточная толщина р-эмиттера под решеткой 0.35 мкм

С целью достижения латеральной модовой селекции проведены расчеты спектров РБЗ при различной ширине полоска, при которых в латеральном направлении существует разное число мод. В табл. 1 для каждого значения ширины латерального волновода приведены наличие латеральных мод, их коэффициент связи, эффективная длина и коэффициент отражения, который достигается на эффективной длине РБЗ для фундаментальной моды TE₀₀. За эффективную длину принимается длина РБЗ, соответствующая коэффициенту отражения для TE₀₀ 95%. Толщина слоя под решеткой и толщина слоя под мезаканавками составляют 0.35 мкм и 0.1 мкм соответственно.

Табл. 1. Поддерживаемые моды различной ширины полосков

Ширина полоска, мкм	Мода	Коэффициент отражения	Коэффициент связи, см ⁻¹	Эффективная длина, мкм
3 мкм	TE00	0.95	60	400
4.5 мкм	TE00	0.95	68	350
	TE01	0.41	23	1700
8 мкм	TE00	0.95	75	310
	TE01	0.92	66	360
	TE02	0.5	30	990

При малой ширине полоска в латеральном волноводе поддерживается единственная фундаментальная мода TE00. С увеличением ширины полоска возникает мода TE01, которая в момент появления слабо локализована в области полоскового контакта, за счет чего имеет низкий коэффициент отражения. При дальнейшем уширении полоска увеличивается фактор оптического ограничения моды с РБЗ, что приводит к возрастанию коэффициента связи. Для последующих мод аналогично. Таким образом, наличие РБЗ обеспечивает латеральную селекцию появляющейся старшей моды, что позволяет увеличить ширину полоска с одномодовым излучением. Увеличение латерального волновода позволяет существенно снизить плотность порогового тока и улучшить теплоотведение, что обеспечит увеличение токов инжекции, при которых будет происходить загиб ВtАХ, что критически важно в непрерывном режиме работы лазера.

Выводы. В ходе работы теоретически исследованы зависимости спектра РБЗ от геометрических параметров конструкции лазерного чипа и РБЗ, позволяющие выбрать оптимальный дизайн чипа под требуемый спектр для различных гетероструктур. Исследование латерального волновода показало, что возможна латеральная селекция появляющейся старшей моды. Для модельной конструкции лазера было продемонстрировано увеличение ширины полоскового контакта на 50% с 3 мкм до 4.5 мкм с разницей в коэффициенте отражения мод TE00 и TE01 более 50%. Данное уширение полоска позволит существенно увеличить мощность РБЗ-лазеров с сохранением одномодового излучения.

Работа выполнена при поддержке РФФ (грант №19-79-30072)

ЛИТЕРАТУРА

1. В.В. Васильева, Д.А. Винокуров, В.В. Золотарев, А.Ю. Лешко, А.Н. Петрунов, Н.А. Пихтин, М.Г. Растегаева, З.Н. Соколова, И.С. Шашкин, И.С. Тарасов. Дифракционные решетки с отражением в высоком порядке для мощных полупроводниковых лазеров. // Физика и техника полупроводников. – 2012. – С. 252–257.
2. В.В. Золотарев, А.Ю. Лешко, А.В. Лютецкий, Д.Н. Николаев, Н.А. Пихтин, А.А. Подоскин, С.О. Слипченко, З.Н. Соколова, В.В. Шамахов, И.Н. Арсентьев, Л.С. Вавилова, К.В. Бахвалов, И.С. Тарасов. Полупроводниковые лазеры с внутренней селекцией излучения. // Физика и техника полупроводников. – 2013. – С. 124–128.
3. J Fricke, W John, A Klehr, P Ressel, L Weixelbaum, H Wenzel and G Erbert. Properties and fabrication of high-order Bragg gratings for wavelength stabilization of diode lasers // Semiconductor Science and Technology. – 2012. – № 5 (27).
4. Kogelnik H., Shank C. V. Stimulated emission in a periodic structure // Applied Physics Letters. – 1971. – № 4 (18). – С. 152–154.
5. Kogelnik H., Shank C. V. Coupled-wave theory of distributed feedback lasers // Journal of Applied Physics. – 1972. – № 5 (43). – С. 2327–2335.
6. В.В.Золотарев, А.Ю.Лешко, Н.А.Пихтин, С.О.Слипченко, З.Н.Соколова, Я.В.Лубянский, Н.В.Воронкова, И.С.Тарасов. Поверхностные интегрированные дифракционные решетки высших порядков для полупроводниковых лазеров. // Квантовая электроника. – 2015. – С. 1091–1097.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ РАЗОГРЕВА АКТИВНОЙ ОБЛАСТИ МОЩНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ЛАЗЕРОВ (1060 НМ) СО СВЕРХШИРОКОЙ ИЗЛУЧАЮЩЕЙ АПЕРТУРОЙ (800 МКМ)

Введение. Мощные полупроводниковые лазеры на сегодняшний день обладают широкой областью практического применения. При этом увеличение уровня оптической мощности лазеров приводит к росту их теплового разогрева, что пагубно сказывается на характеристиках прибора. Так, при нагреве активной области полупроводникового диода наблюдается рост порогового тока, снижение дифференциальной эффективности, что в итоге может привести к критическому разрушению излучающего зеркала лазера [1]. Одним из следствий роста температуры является сужение запрещенной зоны, которое приводит к красному смещению длинноволновой границы спектра [2]. Таким образом, наблюдая напрямую спектральное смещение, мы можем рассчитывать перегрев прибора, однако данный метод исследования не позволяет получить картину временной динамики перегрева активной области. Данная работа нацелена на отработку методики исследования разогрева мощных полупроводниковых лазеров с временной зависимостью в импульсном режиме. Картина разогрева активной области с временным масштабом позволяет оценить поведение работы лазера, выявить особенности, получить статистическую информацию о качестве изготовленного прибора, выбрать оптимальные размеры кристалла и усовершенствовать способы отвода тепла излучающих элементов [3-5].

Методика и измерения. Предлагаемый нами метод исследования разогрева основан на наблюдении оптических сигналов с временной зависимостью при одинаковом уровне накачки на разных длинах волн всего спектрального диапазона излучения, примеры которых приведены на рис. 1. При достижении оптическим сигналом выбранного нами реперного уровня (2мВ) записывается момент времени этого события. Мы обуславливаемся, что данное событие является включением наблюдаемой длины волны в спектр генерации. Повторяя данную процедуру со всеми фотооткликами, мы получаем динамику спектра излучения с временным разрешением. Данную зависимость можно перевести в температурную с помощью соответствующего коэффициента (0.36нм/К).

Коэффициент перевода длин волн в температуру высчитывается по движению длинноволнового края спектра генерации лазера. Прибор нагревается до нескольких уровней температуры стабилизации. В данных режимах записываются спектры, из которых мы получаем зависимость движения длины волны длинноволновой части спектра от роста температуры образца. Наклон данной зависимости и есть необходимый коэффициент перевода длин волн в температуру.

В рамках данной работы рассмотрены разные значения реперного уровня. Сравнение показывает, что форма динамики длинноволновой границы сохраняется, изменяется только точность кривых, описывающих его, что связано с сужением ширины спектрального диапазона, в котором достигается выбранный уровень сигнала. Следовательно, выбранный реперный уровень сигнала при обработке данных не влияет на конечные результаты, поэтому для полноты картины в данной работе был взят уровень, который охватывает больший спектральный диапазон.

(*) А.Д. Рыбкин, rybkin.ad@mail.ioffe.ru

Однако, прежде чем говорить о перегреве, необходимо выбрать точку на спектральной динамике, которая будет означать начало саморазогрева лазера и отсекал рост температуры, вызванный нелинейными процессами и ростом амплитуды тока на переднем фронте импульса накачки.

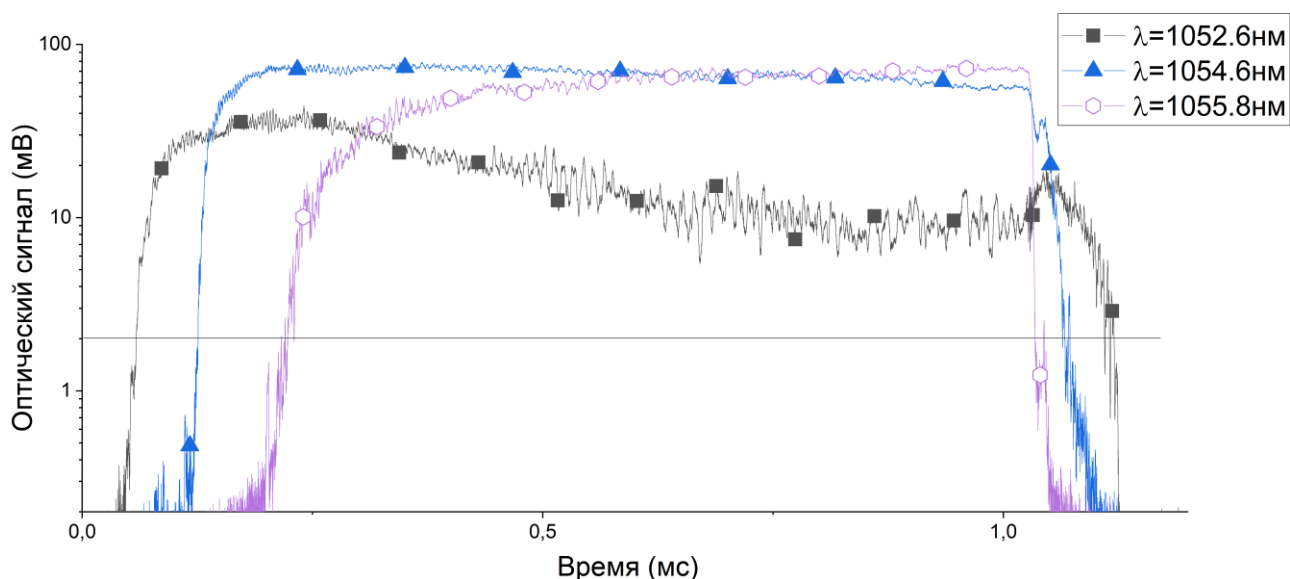


Рис. 1. Оптические сигналы на разных длинах волн

В данный момент на практике используется несколько конструктивных способов увеличения выходной оптической мощности полупроводниковых лазеров. Такими конструкциями являются: лазеры со сверхширокой излучающей апертурой, лазерные микролинейки, матрицы и комбинации данных решений. В нашей работе исследования проводились с лазерами со сверхширокой излучающей апертурой (800 мкм) [6, 7], в основе которых лежала гетероструктура InGaAs/AlGaAs/GaAs. Длина волны излучения диода $\lambda = 1060$ нм, длина резонатора Фабри-Перо составила 2.3 мм, на торцы резонатора нанесены отражающие и просветляющие зеркала.

Исследования проводились на постоянном уровне тока $I = 20$ А, импульсами с длительностью $\tau = 1$ мс и частотой их повторения $\nu = 10$ Гц с температурой стабилизации $T = 20$ °С. Генерируемое излучение проходило через систему небольших фокусирующих линз, которые выставлялись на середину апертуры лазера. Предыдущие исследования показали, что движение по апертуре лазера не дает существенных изменений выходных оптических характеристик лазера. Система линз фокусировала излучение в оптоволокно диаметром 200 мкм, которое направляло сигнал в конденсор. Далее фотоотклик попадал в монохроматор, с помощью которого производилась выборка излучения по длинам волн с шагом 0.2 нм. После этого отфильтрованный в монохроматоре оптический импульс фокусировался системой линз на фотоприемнике, детектирующем сигнал.

Выводы. Результатом данной работы является подробно описанная методика исследования разогрева полупроводниковых мощных лазеров со сверхширокой апертурой, на основе которой проведены измерения экспериментальных образцов на гетероструктуре InGaAs/AlGaAs/GaAs. По полученной картине можно оценить поведение работы лазера и критический для него режим работы.

Исследования выполнены при поддержке РФФ (проект № 19-79-30072).

ЛИТЕРАТУРА

1. Жуков А.Е. Лазеры на основе полупроводниковых наноструктур. – СПб.: Элмор, 2007. – 304 с.

2. Hongyou Z., Yangtao J., Chung-En Z., Xingsheng L. Thermally induced chirp studies on spectral broadening of semiconductor laser diode arrays // Applied optics. – 2018. – Vol. 57 (20). – P. 5599-5603.
3. Nicholas G Usechak, John L Hostetler. Single-Shot, High-Speed, Thermal-Interface Characterization of Semiconductor Laser Arrays // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 2009. – Vol. 45 (5). – P. 531-541.
4. Byun C., Park S., Lee Y., Lee S.-K. Thermal dynamic modeling of laser diode cooling system considering surrounding ambient condition // IEEE 17th EuroSimE. – 2016.
5. Scholz C. Thermal and Mechanical Optimisation of Diode Laser Bar Packaging. – Germany, H.: Books on Demand, 2007. – 132 p.
6. Слипченко С. О., Подоскин А. А., Веселов Д. А., Пихтин Н. А. и др. Вертикальные стеки мощных импульсных (100 нс) полупроводниковых лазеров киловаттного уровня пиковой мощности на основе мезаполосковых волноводов со сверхширокой (800 мкм) апертурой на длине волны 1060 нм // Квантовая электроника. – 2022. – №2. – С. 171-173.
7. Slipchenko S.O., Podoskin A.A., Veselov D.A., Pikhtin N.A. Tunnel-Coupled Laser Diode Microarray as a kW-Level 100-ns Pulsed Optical Power Source ($\lambda = 910$ nm) // IEEE Photonics Technology Letters. – 2021. – Vol. 34. – P. 35-38.

УДК 535.372

Д.В. Яшков^{1,2}, И.А. Горбунова², М.Э. Сасин², А.Д. Ведяйкин¹, О.С. Васютинский²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе

ИССЛЕДОВАНИЕ ФЛУОРЕСЦЕНТНЫХ СВОЙСТВ NADH-ADH В СМЕСИ ЕСТЕСТВЕННЫХ ФЕРМЕНТАТИВНЫХ КОМПЛЕКСОВ МЕТОДОМ ФЛУОРЕСЦЕНТНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ СПЕКТРОСКОПИИ С ВЫСОКИМ ВРЕМЕННЫМ РАЗРЕШЕНИЕМ

Введение. В настоящее время изучение спектральных свойств естественных внутриклеточных флуорофоров в растворах и в живых клетках методом флуоресцентной поляризационной спектроскопии с высоким временным разрешением является одним из приоритетных направлений в области биомедицинских технологий. Восстановленный никотинамид-аденин-динуклеотид (NADH) является важным внутриклеточным флуорофором, который участвует в регулировании окислительно-восстановительных реакций (ОВР) в живых клетках. В ранних работах [1, 2] было показано, что флуоресцентные свойства NADH чувствительны к изменению условий микроокружения. Например, при связывании с ферментами в процессе ОВР, наблюдается сдвиг максимума поглощения и увеличение времен затухания флуоресценции [2 - 4]. Однако, несмотря на большое количество ранних исследований, до сих пор окончательно не решена проблема разделения сигналов флуоресценции NADH в присутствии других естественных флуоресцирующих молекул.

В данной работе представлены результаты исследований поляризованной флуоресценции комплекса NADH-алкогольдегидрогеназа (ADH) в смеси естественных ферментов. Были проведены измерения спектров флуоресценции и кривых затухания флуоресценции раствора ADH при двухфотонном возбуждении на длинах волн 720 нм и 840 нм. В результате анализа сигналов затухания флуоресценции были определены времена затухания τ_i и весовые коэффициенты a_i .

Методика эксперимента. В качестве источника возбуждения использовался Ti:Sapphire лазер (Mai:Taі HP, Spectra Physics), перестраиваемый в диапазоне длин волн 690-1040 нм, с длительностью импульсов 100 фс и частотой повторения 80 МГц. Возбуждение образца

^(*)Д.В. Яшков, yashkovddd@gmail.com

осуществлялось на длинах волн 720 нм и 840 нм. Средняя мощность лазерного излучения, сфокусированного на кювете, составляла около 600 мВт. Излучение флуоресценции собиралось в плоскости перпендикулярной направлению распространения лазерного излучения, проходя через систему фильтров для выделения спектральных диапазонов на длинах волн 436 нм и 470 нм. Сигналы ортогональных компонент поляризованной флуоресценции разделялись при помощи призмы Глана, а затем регистрировались одновременно и независимо двумя лавинными фотодиодами, работающими в режиме счета фотонов. Полученные с фотодиодов электрические импульсы обрабатывались системой счета фотонов с временной корреляцией TCSPC PicoHarp300, с частотой дискретизации 4 пс. Анализ полученных экспериментальных сигналов осуществлялся с помощью программы, написанной на языке Python 3.

Результаты. Спектры флуоресценции реагента АДН, полученные при двухфотонном возбуждении на длинах волн 720 нм и 840 нм, представлены на рис. 1 а).

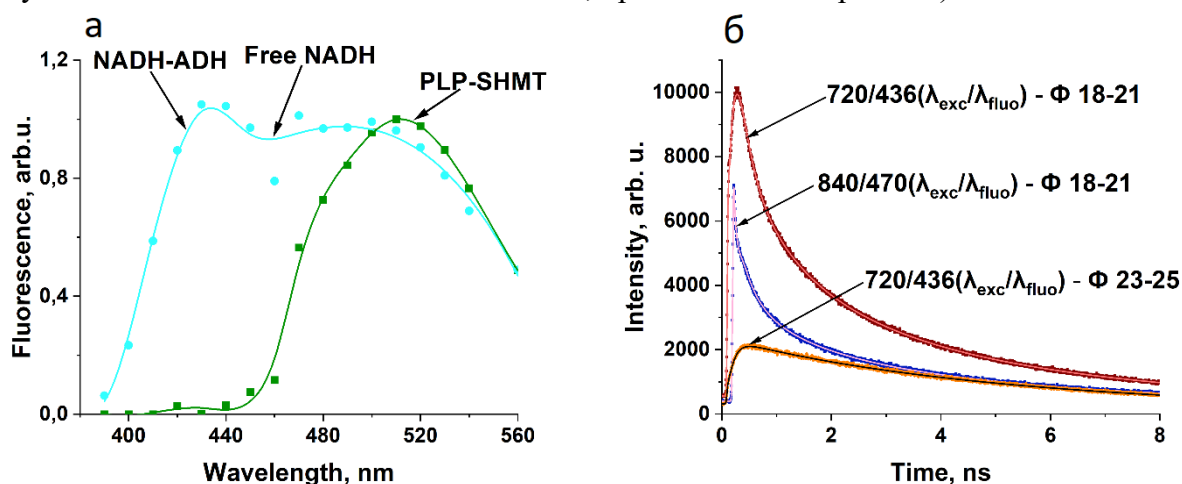


Рис. 1. а) Спектр флуоресценции реагента АДН при двухфотонном возбуждении на длинах волн 720 нм (голубые кружки) и 840 нм (зеленые квадраты). Стрелками указаны предполагаемые максимумы флуоресценции веществ, содержащиеся в реагенте АДН; б) не зависящие от поляризации (изотропные) сигналы затухания флуоресценции фракций $\Phi 1$ и $\Phi 2$ реагента АДН

Как видно из рис. 1 а), при двухфотонном возбуждении раствора АДН на длине волны 720 нм наблюдается два максимума флуоресценции в районе 425 нм и 510 нм, в то время как при возбуждении на длине волны 840 нм наблюдается только один максимум флуоресценции в районе 510 нм. При сравнении спектров флуоресценции с результатами ранних исследований комплекса NADH-ADH в растворах [3, 4] было показано, что максимум флуоресценции на 425 нм совпадает с максимумом флуоресценции комплекса NADH-ADH. Известно [1 - 4], что NADH, как в свободной, так и в связанной с белком формах, не поглощает на длине волны 420 нм и, соответственно, имеет низкое сечение двухфотонного поглощения на длине волны 840 нм. Мы предполагаем, что максимум флуоресценции в районе 510 нм, который наблюдался как при возбуждении на длине волны 720 нм, так и при возбуждении на длине волны 840 нм, соответствует флуоресценции каких-либо сторонних реагентов. Для анализа того, какие ферменты могли присутствовать в реагенте АДН, была проведена очистка АДН на хроматографе, а затем фракции были проанализированы методом масс спектрометрии. В результате было обнаружено, что во фракциях, содержащих АДН с массой 84 kDa, также присутствовали ферменты серин-гидрокси-метил-трансфераза SHMT с массой 92 kDa и изоцитрат-дегидрогеназа ICDH с массой 92 kDa. Известно, что фермент SHMT содержит кофермент PLP, обладающий двумя максимумами поглощения на длинах волн 330 нм и 420 нм и максимумом флуоресценции в

районе 510 нм, а фермент ICDH содержит кофермент NADPH, спектральные свойства которого полностью идентичны NADH. Таким образом, был сделан вывод о том, что при возбуждении на длине волны 720 нм в спектральном диапазоне флуоресценции 436 нм наблюдался сигнал NADH и NADPH, а при возбуждении на длине волны 840 нм в спектральном диапазоне флуоресценции 470 нм наблюдался сигнал кофермента PLP, связанного с ферментом SHMT.

Для оценки возможности спектрального разделения сигналов флуоресценции комплекса NADH-ADH и комплекса PLP-SHMT были проведены исследования сигналов затухания флуоресценции при различных условиях возбуждения и наблюдения флуоресценции для двух основных фракций: Ф1 (ADH, SHMT, ICDH) и Ф2 (ADH). Независимые от поляризации сигналы затухания флуоресценции $I_{iso}(t)$ были определены как линейная комбинация двух ортогонально-поляризованных компонент флуоресценции $I_{\parallel}(t)$ и $I_{\perp}(t)$: $I_{iso}(t) = (I_{\parallel}(t) + 2I_{\perp}(t))/3$. Изотропные сигналы затухания флуоресценции I_{iso} фракций Ф1 и Ф2 представлены на рис. 1 б). Сигналы затухания флуоресценции на рис. 1 б) были представлены в виде функции суммы экспонент с временами затухания τ_i и весовыми коэффициентами a_i . Времена затухания флуоресценции τ_i и соответствующие весовые коэффициенты a_i фракции Ф1 представлены в табл. 1.

Табл. 1. Времена затухания флуоресценции τ_i и весовые коэффициенты a_i (указаны в скобках) фракции Ф1: ADH, SHMT и ICDH

$\lambda_{\text{возб}}/\lambda_{\text{флуо}}$, нм	τ_1 , нс (a_1)	τ_2 , нс (a_2)	τ_3 , нс (a_3)	τ_4 , нс (a_4)	χ^2
720/436	0.08 (0.43)	0.33 (0.19)	1.19 (0.17)	4.26 (0.21)	1.15
840/470	0.02 (0.62)	0.20 (0.18)	1.11 (0.09)	4.84 (0.09)	1.18

Сигналы затухания флуоресценции для фракции Ф1 описываются суммой четырех экспонент, параметры которых приведены в табл. 1, как при возбуждении на длине волны $\lambda_{\text{возб}} = 720$ нм и регистрации флуоресценции на длине волны $\lambda_{\text{флуо}} = 436$ нм, так и при возбуждении на длине волны $\lambda_{\text{возб}} = 840$ нм и регистрации флуоресценции на длине волны $\lambda_{\text{флуо}} = 470$ нм. При этом сигналы затухания флуоресценции для фракции Ф2 при $\lambda_{\text{возб}} = 720$ нм и $\lambda_{\text{возб}} = 436$ нм описывались только одной экспонентой со временем затухания $\tau_1 = 5.14$ нс, а при возбуждении на длине волны $\lambda_{\text{возб}} = 840$ нм флуоресценция не наблюдалась. Как видно из табл. 1, времена затухания флуоресценции τ_1 , τ_3 и τ_4 и их вклады в сигнал значительно отличаются для двух различных условий возбуждения и наблюдения флуоресценции. Мы предполагаем, что различия в наблюдаемых временах затухания в первой и второй строчке табл. 1 обусловлены флуоресценцией различных флуорофоров. Было показано, что время затухания флуоресценции τ_4 в первой строчке табл. 1 совпадает с временем затухания флуоресценции комплекса NADH-ADH, полученного в ранних исследованиях [3, 4]. При этом времена затухания флуоресценции τ_2 и τ_3 в первой строчке табл.1 вероятно описывают флуоресценцию свободного NADH [1, 2], который тоже мог присутствовать в растворе. Времена затухания флуоресценции во второй строчке табл. 1 обусловлены флуоресценцией комплекса PLP-SHMT. Таким образом, нами были выделены сигналы флуоресценции комплекса NADH-ADH, находящего в смеси других флуоресцентных ферментов.

Результаты проведенных исследований могут быть использованы для изучения биохимических процессов, происходящих внутри живых клеток и тканей, что, в свою очередь, способствует решению проблем, связанных с неинвазивной диагностикой онкологических и нейродегенеративных заболеваний флуоресцентными методами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gorbunova I. A., Sasin M. E., Rubayo-Soneira J., Smolin A. G. and Vasyutinskii O. S. Two-Photon Excited Fluorescence Dynamics in NADH in Water–Methanol Solutions: The Role of Conformation States // *J. Phys. Chem. B* – 2020. – Vol. 124 (47). – P. 10682–10697.
2. Blacker T.S., Duchon M.R. Investigating mitochondrial redox state using NADH and NADPH autofluorescence // *Free Radic. Biol. Med.* – 2016. – Vol. 100. – P. 53–65.
3. Konig K., Berns M. W. and Tromberg B. J. Time-resolved and steady-state fluorescence measurements of β -nicotinamide adenine dinucleotide-alcohol dehydrogenase complex during UVA exposure // *J. Photochem. Photobiol. B* – 1997. – Vol. 37 (1-2). – P. 91–95.
4. Gorbunova I. A., Sasin M. E., Golyshev D. P., Semenov A. A., Smolin A. G., Beltukov Y. M. and Vasyutinskii O. S. Two-Photon Excited Fluorescence Dynamics in Enzyme-Bound NADH: the Heterogeneity of Fluorescence Decay Times and Anisotropic Relaxation // *J. Phys. Chem. B* – 2021. – Vol. 125 (34). – P. 9692–9707.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПОТЕНЦИАЛА ПЛАЗМЫ ПРИ РАЗВИТИИ АЛЬФВЕНОВСКИХ СОБСТВЕННЫХ МОД С ПОМОЩЬЮ НІВР-ДИАГНОСТИКИ

Актуальность работы. Исследование альфвеновских колебаний представляет интерес из-за их возможности взаимодействовать с высокоэнергичными частицами, что может приводить к потерям последних. Следствием этого является снижение эффективности нагрева плазмы, а также потенциальная угроза разрушения конструктивных элементов камеры в больших термоядерных установках [1].

Обзор литературы. Альфвеновские колебания – это магнитогиродинамические волны, которые можно разделить на два типа: продольные (магнитозвуковые волны) и поперечные (сдвиговые альфвеновские волны). Магнитозвуковые волны тоже имеют два типа: быстрые и медленные. Альфвеновские колебания распространяются со скоростью:

$$V_A = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 n_i m_i}}, \quad (1)$$

где B_0 – это невозмущенное магнитное поле. Дисперсионное соотношение для альфвеновских волн и быстрого магнитного звука соответственно определяются формулами:

$$\omega_{AW} = k_{\parallel} V_A \quad (2)$$

$$\omega_{FMS}^2 = \frac{k^2}{2} (V_A^2 + c_s^2 + ((V_A^2 + c_s^2)^2 - 4V_A^2 c_s^2 \cos^2 \theta)^{1/2}), \quad (3)$$

где k_{\parallel} – продольное волновое число для альфвеновских волн, а k – волновой вектор быстрого магнитного звука, θ – угол между k и направлением невозмущенного поля, c_s – скорость звука. Быстрый магнитный звук распространяется как вдоль, так и поперек магнитного поля, а также приводит к возмущению плотности, магнитного поля и скорости. Альфвеновские колебания распространяются преимущественно вдоль магнитного поля и приводят к возмущению магнитного поля и скорости [2, 3].

В плазме токамака ТУМАН-3М при омическом нагреве при помощи магнитных зондов были обнаружены альфвеновские колебания. Их возникновение связано с присутствием в плазме убегающих электронов [4]. Альфвеновские колебания в этих исследованиях можно разделить на два типа: длинные и короткие вспышки. В работе [5] было выявлено, что длинными вспышками являются сдвиговые альфвеновские волны, а короткие вспышки – это быстрые магнитозвуковые волны. Косвенными методами было получено, что на токамаке ТУМАН-3М альфвеновские колебания локализованы в центральной части шнура ($r/a < 0,5$) [6], что несвойственно другим токамакам.

Исследования альфвеновских колебаний при помощи диагностики тяжелым пучком ионов (НІВР) были проведены на стеллараторе ТЈ-II [7]. Альфвеновские колебания в этих экспериментах были детектированы на колебаниях потенциала, плотности и полоидального магнитного поля. Исходя из этих исследований, было предложено использовать диагностику НІВР на токамаке ТУМАН-3М. Из-за возможности измерять возмущения таких параметров как потенциал, плотность и полоидальное магнитное поле в центральной части плазменного шнура применение данной диагностики на токамаке ТУМАН-3М может привести к новым результатам, а также подтвердить центральную локализацию альфвеновских колебаний.

^(*) Д.А. Шергин, shergin.da@edu.spbstu.ru

Цель работы. Было необходимо повысить точность диагностики НВР для того, чтобы детектировать малые возмущения плотности, магнитного поля и потенциала. В задачи работы входил расчет оценок возмущений параметров плазмы.

Описание методов исследования. В ходе работы рассматривались только быстрый магнитный звук и сдвиговые альфвеновские волны. Для исследования обоих типов альфвеновских колебаний применяется диагностика НВР. Это метод бесконтактного невозмущенного измерения параметров плазмы: плотности, потенциала и полоидального магнитного поля [8].

На данный момент на токамаке ТУМАН-3М не удалось зарегистрировать альфвеновские колебания с помощью диагностики НВР. Это связано с тем, что отношение возмущений к измеряемым величинам было мало.

Результаты оценки возмущений измеряемых величин. Оценить отношение возмущения потенциала плазмы к измеряемой величине теоретически затруднительно, поэтому был взят результат из работы [7]: $\delta\varphi \sim 10$ В. Измеряемая величина потенциала взята за максимальное значение ускоряющего напряжения инжектируемых частиц и имеет порядок $\varphi \sim 10^5$ В. Следовательно, отношение этих величин равно:

$$\frac{\delta\varphi}{\varphi} \cong 10^{-4} \quad (4)$$

Для оценки возмущения магнитного поля необходимо найти связь амплитуды сигнала, регистрируемого электромагнитной диагностикой, с величиной возмущения магнитного поля. В результате подачи синусоидального сигнала было получено, что коэффициент преобразования равен $K = 13$. Число витков и радиус сечения магнитного зонда равны соответственно: $N = 10, R = 3,5$ мм. Частота альфвеновских колебаний регистрируемых на токамаке ТУМАН-3М равна $f = 1$ МГц. Амплитуда сигнала напряжения с магнитного зонда: $U_p = 25$ мВ. Локализация альфвеновских колебаний была выбрана по условию $r/a = 0,25$, то есть $r = 6,25$ см, что соответствует предыдущим исследованиям. Из-за мультипольности возмущение магнитного поля спадает с расстоянием по следующему закону:

$$\delta B \sim \left(\frac{1}{r}\right)^{2m+1} \quad (5)$$

Окончательно отношение возмущения для моды $m = 1$ к величине магнитного поля ($B = 0,9$ Тл) равно:

$$\frac{\delta B}{B} = \frac{U_p}{2KN\pi^2 R^2 f B} \left(\frac{a}{r}\right)^{2m+1} = 56,6 \cdot 10^{-6} \quad (6)$$

Из уравнения вмороженности и сохранения величины B/n следует, что:

$$\frac{\delta n}{n} = \frac{\delta B}{B} = 56,6 \cdot 10^{-6} \quad (7)$$

Стоит отметить, что данное возмущение плотности происходит только в быстрых магнитозвуковых волнах.

Выводы. Расчетные оценки показали, что для проведения экспериментов по исследованию альфвеновских колебаний необходимо установить операционные усилители с полосой пропускания больше 1 МГц и аналого-цифровые преобразователи с более высокой точностью для детектирования данных возмущений измеряемых величин. При детектировании альфвеновских колебаний при помощи диагностики НВР можно будет сделать вывод об их локализации, а также исследовать их структуру.

ЛИТЕРАТУРА

1. Heidbrink W.W. Basic physics of Alfvén instabilities driven by energetic particles in toroidal confined plasmas // Physics of plasmas. – 2008. – Vol. 15. – P. 055501.
2. Wesson J. Plasma waves // Tokamaks. – 2004. – P. 94-100.

3. Neil F. Cramer. Waves with the MHD Model // The Physics of Alfvén Waves. – 2001. – P. 11-17.
4. Тукачинский А.С., Аскинази Л.Г., Балаченков И.М., Белокуров А.А., Гин Д.Б., Жубр Н.А., Корнев В.А., Лебедев С.В., Хилькевич Е.М., Чугунов И.Н., Шевелев А.Е. Альфвеновские колебания в омических разрядах с убегающими электронами в токамаке ТУМАН-3М // Письма в ЖТФ. – 2016. – Том 42. – Вып. 24. – С. 72-78.
5. Абдуллина Г.И., Аскинази Л.Г., Белокуров А.А., Жубр Н.А., Корнев В.А., Крикунов С.В., Лебедев С.В., Разуменко Д.В., Тукачинский А.С., Шевелев А.Е. Поляризация альфвеновских колебаний в токамаке ТУМАН-3М // Письма в ЖТФ. – 2021. – Том 47. – Вып. 4. – С. 36-40.
6. Абдуллина Г.И., Аскинази Л.Г., Белокуров А.А., Жубр Н.А., Корнев В.А., Крикунов С.В., Лебедев С.В., Разуменко Д.В., Тукачинский А.С. Определение локализации альфвеновских колебаний в плазме токамака ТУМАН-3М // Письма в ЖТФ. – 2018. – Том 44. – Вып. 3. – С. 47-54.
7. Melnikov A.V., Eliseev L.G, R. Jiménez-Gómez, E. Ascasibar, C. Hidalgo, A.A. Chmyga, T. Ido, S.M. Khrebtoy, A. Könies, Komarov A.D., Kozachek A.S., I.A. Krasilnikov, Krupnik L.I., M. Liniers, Lysenko S.E., Mavrin V.A., K. Nagaoka, M. Ochando, J.L. de Pablos, M.A. Pedrosa, Perfilov S.V., A.I. Smolyakov, Yu.I. Tashev, M.V. Ufimtsev, S. Yamamoto, A.I. Zhezhera. Study of Alfvén Eigenmodes in the TJ-II stellarator // Plasma and Fusion Research. – 2010. – V. 5. – P. S2019
8. Jobes F.C., Hickok R.L. A direct measurement of plasma space potential // Nuclear Fusion. – 1970.– V. 10. – P. 195-197.

УДК 533.916

Н.В. Штырхунов, И.Ю. Сениченков, В.А. Рожанский, П.А. Молчанов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИСТЕНОЧНОЙ ПЛАЗМЫ ТОКАМАКА SFETR В РЕЖИМЕ С ИЗЛУЧАЮЩЕЙ X-ТОЧКОЙ

Введение. Снижение тепловых нагрузок является важной задачей для токамаков-реакторов, таких как ITER, SFETR или DEMO. В будущих токамаках-реакторах поток энергии, выходящий из зоны удержания, будет слишком большим, чтобы его можно было достаточно эффективно подавить в диверторной области. В DEMO мощность, проходящая через сепаратрису, может достигать 400 МВт. В то же время по оценкам для DEMO мощность, проходящая через сепаратрису, не должна превышать 160 МВт [1], остальное должно излучиться внутри сепаратрисы. Одним из вариантов решения данной задачи может стать использование криптона или ксенона в качестве излучающей примеси. Они наиболее эффективно излучают при температурах, которые будут существовать в пьедестале DEMO, внутри сепаратрисы, что снижает потоки энергии через сепаратрису.

В качестве альтернативы напуску тяжёлой примеси рассматривается режим с излучающей X-точкой, в котором излучающее пятно формируется внутри сепаратрисы над X-точкой при интенсивном напуске лёгкой излучающей примеси. Экспериментально было доказано существование такого режима на токамаках ASDEX UPGRADE [2, 3] и JET [4]. В данных экспериментах в качестве излучающей примеси использовался азот на ASDEX Upgrade, а на JET – азот или неон. В экспериментах на ASDEX Upgrade наблюдался выраженный режим отрыва на пластинах, сохранялся режим улучшенного удержания, и, кроме того, переставали фиксироваться неустойчивости ELM [3].

Обзор литературы. Моделирование режима с излучающей X-точкой численным кодом SOLPS-ITER было успешно выполнено для токамака ASDEX Upgrade [5]. В моделировании наблюдается сильное падение потоков энергии внутри сепаратрисы за счет излучения. Также наблюдалось изменение радиального электрического поля: оно сильно отличалось от неоклассического и становилось положительным внутри сепаратрисы.

^(*) Н.В. Штырхунов, shtyrhunov_nv@spbstu.ru

Однако моделирование данного режима для больших токамаков-реакторов, таких как DEMO или CFETR, еще не проводилось, и неизвестно, возможно ли получить данный режим на них, и какие особенности в нем будут.

В данной работе производилось моделирование пристеночной плазмы токамака CFETR (Chinese Fusion Engineering Testing Reactor). Планируется, что этот токамак по своим параметрам будет больше ITER и иметь мощность до 2 ГВт. Основные его параметры: поле на оси $B_0 = 6.5$ Тл, большой радиус $R_0 = 7.2$ м, малый радиус $a = 2.2$ м, ток $I_p = 14$ МА [6]. Планируется достигнуть мощность от 1 до 2 ГВт. На примере данного токамака рассматривалось возможное получение режима с излучающей X-точкой на больших токамаках.

Метод исследования. Производилось моделирование пристеночной плазмы с помощью двумерного численного кода SOLPS-ITER. Данный код состоит из кода B2, в котором решаются уравнения Брагинского, для моделирования плазмы, и кода EIRENE, который описывает поведение нейтралей с помощью методов Монте-Карло. В данном коде коэффициенты аномального переноса являются внешними параметрами и задаются вручную.

Результаты. На первом этапе моделирования были выполнены расчеты с большим напуском примеси для получения глубокого режима отрыва, а затем количество частиц в расчетной области фиксировалось для достижения режима с излучающей X-точкой. В качестве излучающей примеси использовался аргон.

Были реализованы стабильные расчеты с высокими напусками аргона от $1 \cdot 10^{21}$ ат/с до $2.5 \cdot 10^{21}$ ат/с. Напуск дейтерия всегда оставался $1.4 \cdot 10^{23}$ ат/с. Вкладываемая мощность во всех расчетах составляла 200 МВт. Согласно выполненным расчетам, при напуске аргона больше $2 \cdot 10^{21}$ ат/с электронная температура на внешней диверторной пластине опускается ниже 5 эВ; также во всех вариантах плотность потока энергии на внешней диверторной пластине значительно меньше 5 МВт/м^2 (рис. 1). Все это свидетельствует о достижении режима отрыва. Однако мощность, проходящая через сепаратрису, практически не падает относительно входящих 200 МВт (рис. 2). Видно, что излучения внутри сепаратрисы практически нет по сравнению с вкладываемой мощностью.

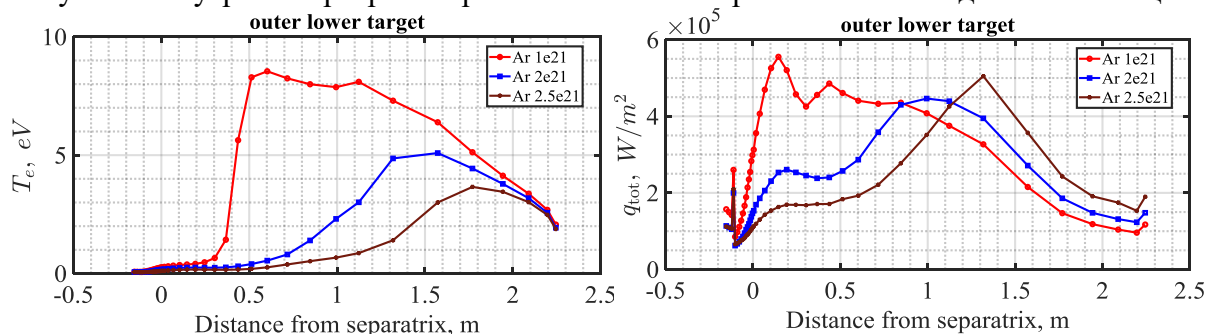


Рис. 1. Электронная температура (слева) и плотность потока энергии на внешнем диверторе (справа)

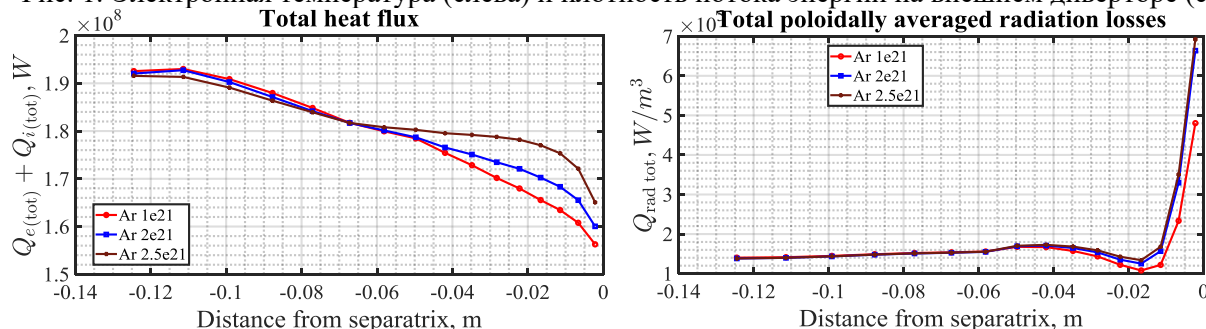


Рис. 2. Радиальный поток энергии (слева) и потери на излучение (справа) внутри сепаратрисы

Следующим этапом моделирования были расчеты с фиксированной концентрацией на внутренней границе расчетной области. Рассмотрим один из расчетов, где концентрация аргона Ar^{18+} на границе расчетной области равна $4.3 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}$, дейтерия D^+ $5.35 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$, гелия He^{2+} $3.4 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$. Температура на той же границе была выбрана следующей $T_e = 4$ кэВ, $T_i = 5$ кэВ.

На графике радиального потока энергии (рис. 3) видно значительное падение с 400 МВт в центре, на границе расчетной области, до 1 МВт на сепаратрисе. Также на двумерном графике электронной температуры (рис. 4) видно значительное охлаждение всей диверторной области и области над X-точкой. На графике излучения аргона (рис. 4) видно, что максимум излучения находится внутри сепаратрисы над X-точкой в области, где $T_e \cong 12$ эВ, что соответствует температуре максимального излучения для аргона.

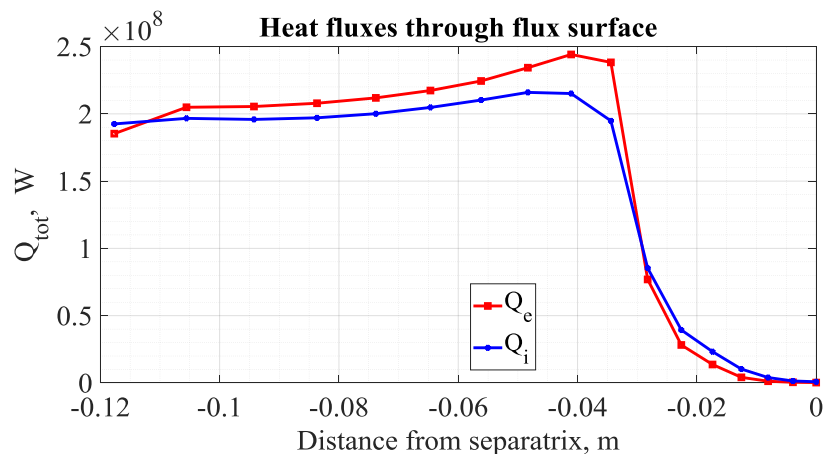


Рис. 3. Радиальные потоки энергии электронов (красный) и ионов (синий) внутри сепаратрисы

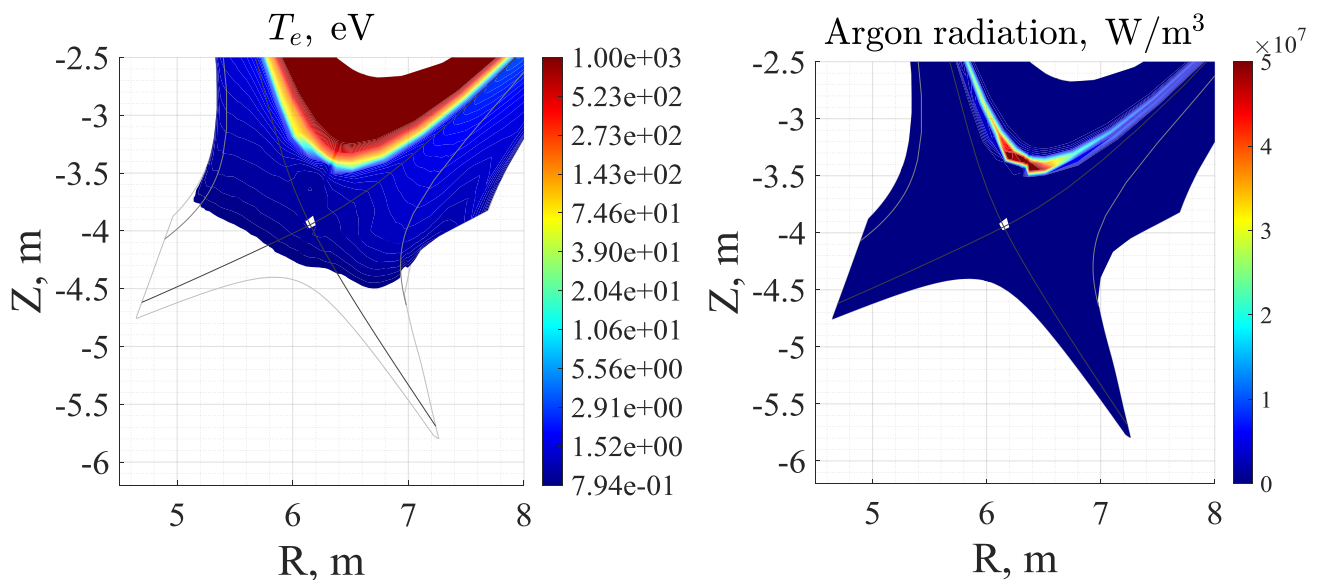


Рис. 4. Двумерные профили электронной температуры (слева) и потери на излучение на аргоне (справа)

В данном расчете на границе расчетной области со стороны зоны удержания $Z_{eff} = 4.4$, что является следствием сильного проникновения примеси в зону удержания.

Выводы. В результате моделирования численным кодом SOLPS-ITER был получен режим с излучающей X-точкой для токамака CFETR при инжекции аргона. В данном режиме

наблюдается полное переизлучение потоков энергии на масштабе 3.5 см (на внешнем обводе). Максимум излучения находится внутри сепаратрисы.

Настоящая работа поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках контракта №0034-2021-0003. Численное моделирование было выполнено в Суперкомпьютерном центре (СКЦ) СПбПУ «Политехнический».

ЛИТЕРАТУРА

1. Federici G. et al. Overview of the DEMO staged design approach in Europe //Nuclear fusion. – 2019. – Т. 59. – №. 6. – С. 066013.
2. Reimold F. Divertor studies in nitrogen induced completely detached H-modes in full tungsten ASDEX Upgrade // Nucl. Fusion – 2015 – 55 033004 – P. 1 – 12
3. Bernert M. et al. X-point radiation, its control and an ELM suppressed radiating regime at the ASDEX Upgrade tokamak //Nuclear Fusion. – 2020. – Т. 61. – №. 2. – С. 024001.
4. Glögler S. et al Characterisation of highly radiating neon seeded plasmas in JET-ILW // Nucl. Fusion – 2019 – 59 126031 – P. 7 – 9
5. Senichenkov I. Y. et al. Approaching the radiating X-point in SOLPS-ITER modeling of ASDEX Upgrade H-mode discharges //Plasma Physics and Controlled Fusion. – 2021. – Т. 63. – №. 5. – С. 055011.
6. Zhuang G. et al. Progress of the CFETR design //Nuclear Fusion. – 2019. – Т. 59. – №. 11. – С. 112010.

УДК 52-782

М.В. Учаев¹, Ю.А. Кропотина^{1,2}

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе РАН

ПЕРЕУСКОРЕНИЕ ПРОТОНОВ И ЭЛЕКТРОНОВ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНЫМИ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

Введение. Бесстолкновительными называются ударные волны, возникающие на масштабах много меньше длины свободного пробега частиц. Например, в солнечном ветре длина свободного пробега протонов и электронов может составлять порядка астрономической единицы, что значительно превышает масштабы головной ударной волны на границе магнитосферы Земли. В настоящее время изучение бесстолкновительных ударных волн, в частности – ускорения частиц (протонов и электронов) на этих ударных волнах, является важным направлением в области астрофизики высоких энергий. Известно, что бесстолкновительные ударные волны с большим числом Маха могут эффективно ускорять частицы до высоких энергий по механизму Ферми I порядка (*DSA*, diffusive shock acceleration). Также важную роль может играть дрейфовое ускорение (*SDA*, shock drift acceleration). Механизм Ферми I порядка для сильных ударных волн дает широкий степенной энергетический спектр с показателем, близким к наблюдаемому показателю спектра космических лучей [1].

Возможность эффективного ускорения частиц слабыми ударными волнами до сих пор является предметом активного исследования. Отдельный интерес представляют ударные волны, возникающие при слиянии скоплений галактик. Как показано, например, в работе [2], они имеют, в основном, небольшие числа Маха (порядка 2-3). В работе [3] методом кинетического моделирования было показано, что ударные волны с числом Маха менее 2.25 практически не ускоряют ионы по механизму Ферми. В то же время, недавние наблюдательные данные показали, что в скоплении Сoma присутствуют сильно надтепловые частицы [4]. Их происхождение теоретически может быть объяснено процессом

^(*) М.В. Учаев, uchaev.maximm@gmail.com

переускорения на слабой ударной волне популяции надтепловых частиц, предускоренных более сильной ударной волной (например, ударной волной, связанной с аккрецией газа на скопление).

В рамках данной работы при помощи кинетического PIC-кода Smilei исследуется эффективность ускорения протонов слабой ударной волной с альвеновским числом Маха $Ma \sim 2.2$ в случае, когда перед фронтом ударной волны присутствует надтепловая популяция с распределением следующего вида:

$$f_{CR(p)} = f_N \left(\frac{p}{p_{inj}} \right)^{-q} \exp \left[- \left(\frac{p}{p_{max}} \right)^2 \right], f_N = \frac{n_2}{\pi^{1.5}} p_{th,p}^{-3} \exp(-Q_i^2), p_{inj} = Q_i p_{th,p}$$

Данная функция распределения взята из статьи [5] и аппроксимирует распределение ускоренных частиц за фронтом ударной волны, на которой происходило предускорение. Здесь p_{inj} – граница тепловой и надтепловой популяции (импульс инжекции), p_{max} – максимальный импульс частиц, n_2 – плотность вещества, $p_{th,p} = \sqrt{2m_p kT}$.

Результаты. Было проведено моделирование ударной волны с надтепловой популяцией перед фронтом с заранее заданным распределением с параметрами: $T_e = T_i = 0.000403$ – начальная температура электронов и протонов, с которой инжектируется сверхзвуковой поток, $\beta = 0.25$ – плазменный параметр, $\theta = 85$ – угол наклона среднего магнитного поля к нормали к фронту, $Q = 3.5$ – параметр инжекции, $r = 3.6$ – степень сжатия.

По фазовому портрету протонов (рис. 1) можно видеть, что ударная волна действительно формируется:

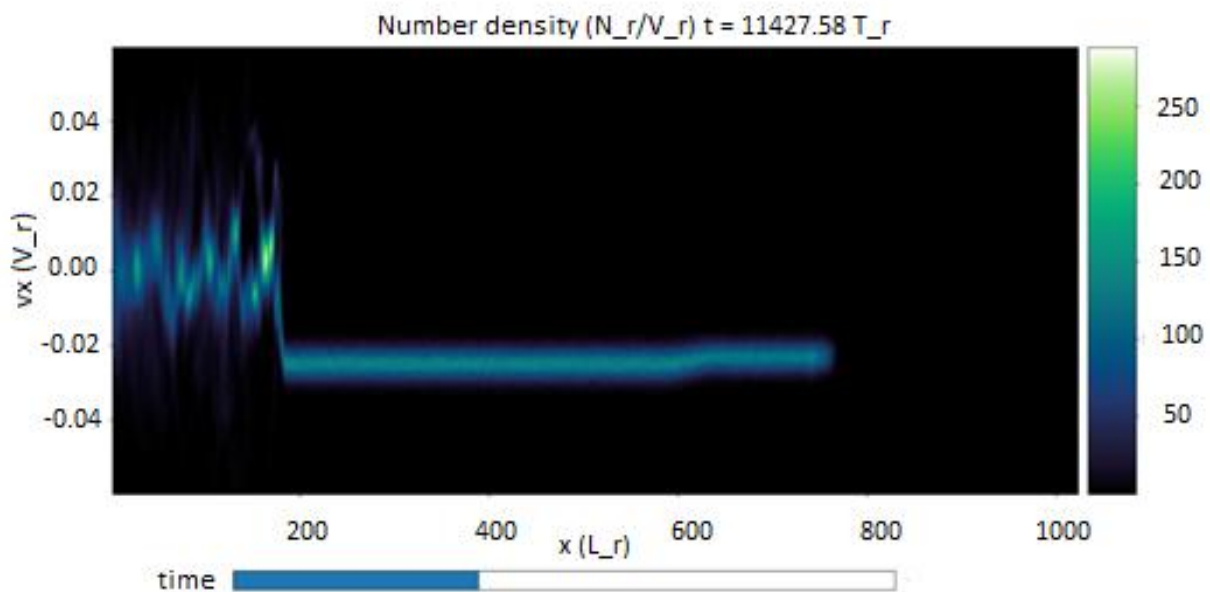


Рис. 1. Фазовый портрет для протонов. Явно виден фронт ударной волны, который движется в сторону правой стенки с течением времени. Цветом показана плотность вещества

Были получены спектры электронов и протонов для запуска без предускоренной популяции (рис. 2) и для запуска с предускоренной популяцией (рис. 3).

Также произведен анализ области за фронтом ударной волны. Из фазового пространства (рис. 1) были получены функции распределения компоненты скорости вдоль оси x протонов и электронов (рис. 4, 5). Видно, что нормировка и протяжённость надтеплого хвоста не меняются при добавлении надтепловых частиц.

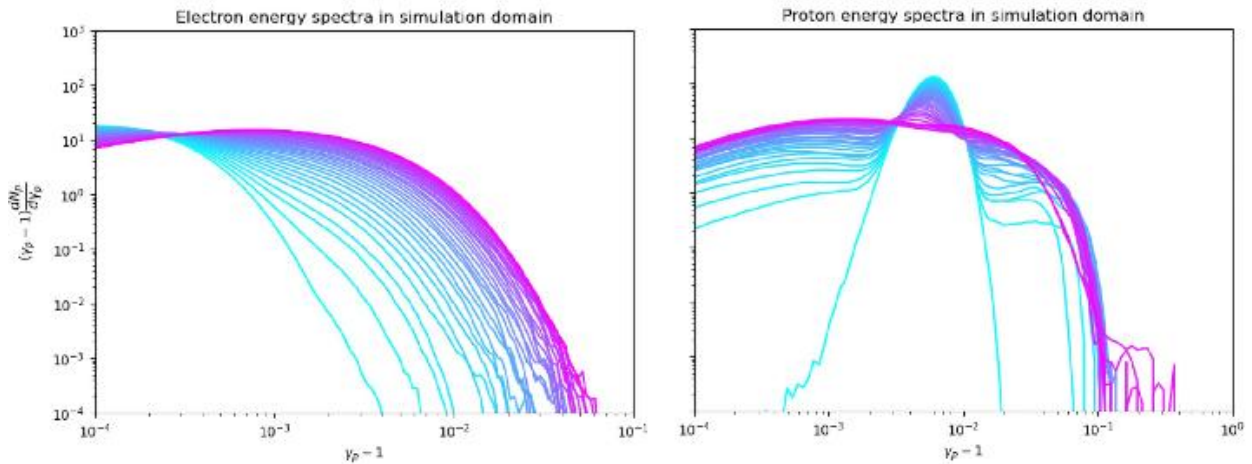


Рис. 2. Энергетический спектр электронов (слева) и протонов (справа), усредненный по всей области моделирования, для запуска без предускоренной популяции. График представлен в двойном логарифмическом масштабе

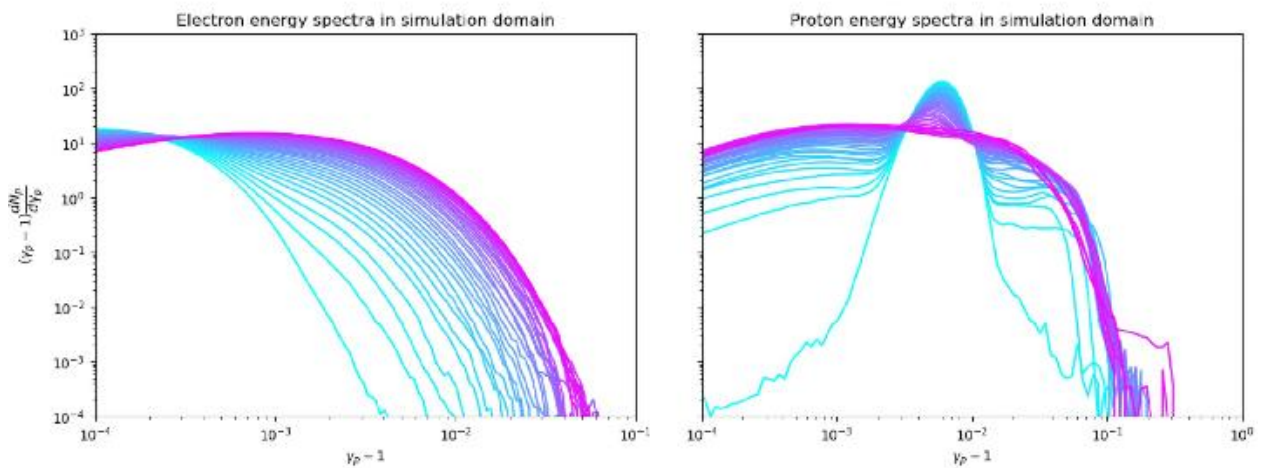


Рис. 3. Энергетический спектр электронов (слева) и протонов (справа), усредненный по всей области моделирования, для запуска с предускоренной популяцией. График представлен в двойном логарифмическом масштабе

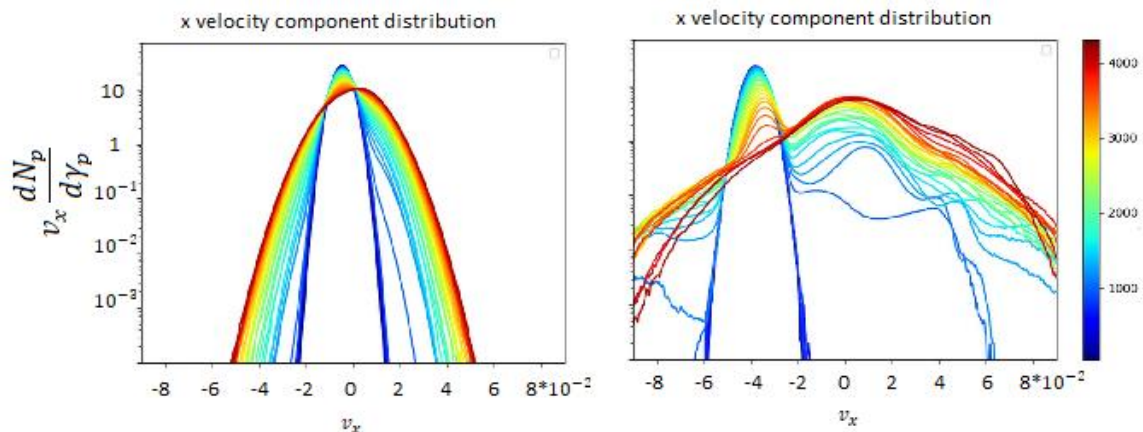


Рис. 4. Функция распределения компоненты скорости электронов(слева) и протонов(справа) в области за фронтом ударной волны. Запуск без предускоренной популяции. Цветом показаны кривые в различные моменты времени

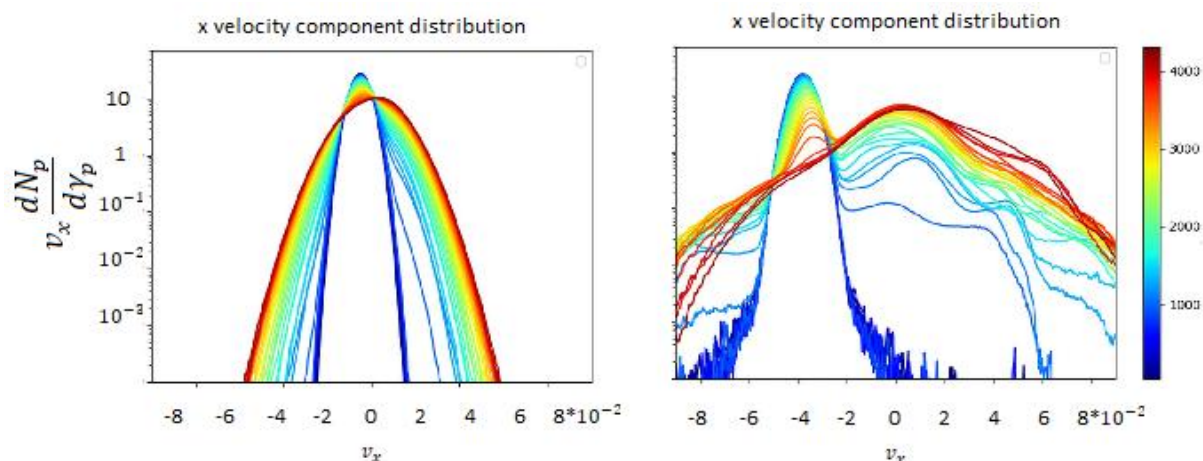


Рис. 5. Функция распределения компоненты скорости электронов (слева) и протонов (справа) в области за фронтом ударной волны. Запуск с предускоренной популяцией. Цветом показаны кривые в различные моменты времени

Вывод. По вышеприведенным графикам можно заключить, что при данных параметрах ускорение частиц слабой ударной волной довольно эффективно, а наличие предускоренной популяции не дает значительного вклада. С целью обнаружить влияние предускоренной популяции перед фронтом ударной волны, в перспективе планируется провести запуски с еще более слабой ударной волной ($Ma \leq 2$), когда сами по себе частицы не ускоряются, но при этом становится значителен вклад от предускоренной популяции.

Часть расчетов была выполнена с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (scc.spbstu.ru).

ЛИТЕРАТУРА

1. Dmitry Chernyshov, Kwong-Sang Cheng, Vladimir Dogiel, and Chung-Ming Ko «Fermi bubbles as sources of cosmic rays above 1 PeV» / EPJ Web of Conferences 145, 04004 (2017)
2. Exploring the spectral properties of radio relics I: Integrated spectral index and Mach number / D. Wittor [et al.] // MNRAS. — 2021.
3. Proton Acceleration in Weak Quasi-parallel Intracluster Shocks: Injection and Early Acceleration / J.-H. Ha [et al.] // ApJ. — 2018. — Vol. 864, no. 2. — P. 105.
4. γ -ray detection toward the Coma cluster with Fermi-LAT: Implications for the cosmic ray content in the hadronic scenario / R. Adam [et al.] // A&A. — 2021. — Vol. 648. — A60.
5. Dongsu Ryu, Hyesung Kang, and Ji-Hoon Ha «A Diffusive Shock Acceleration Model for Protons in Weak Quasi-parallel Intracluster Shocks» // The Astrophysical Journal, Volume 883, Number 1

ВОПРОСЫ ПОЛУЧЕНИЯ УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНЫХ УДАРНЫХ ВОЛНАХ С РАЗЛИЧНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Введение. Беспотолкновительные ударные волны (БУВ) могут возникать в целом ряде астрофизических объектов, где присутствуют сверхзвуковые потоки: в оболочках остатков сверхновых звёзд, на границе магнитосфер звёзд и планет, при слиянии скоплений галактик. Ударные волны связаны с целым рядом явлений в астрофизике, таких как: усиление магнитного поля, ускорение и переускорение частиц, которые мы наблюдаем как космические лучи, и нагрев частиц. Сложность процессов, протекающих в ударных волнах, требует трудоемких аналитических выкладок, поэтому часто прибегают к методу компьютерного моделирования ударных волн. Наиболее точными являются кинетические коды, которые делятся на два класса: PIC-коды, моделирующие электроны из первых принципов, и гибридные коды, моделирующие электроны, используя уравнение состояния. Первые являются более ресурсоемкими, однако для корректной работы вторых важно использовать уравнение состояние электронов, максимально близкое к реальному. Определить уравнение состояния электронов можно, опираясь на результаты PIC-моделирования, в частности – на соотношение температур ионов и электронов за фронтом ударной волны. В то время как в столкновительной ударной волне температуры различных компонент выравниваются практически мгновенно, в отсутствие кулоновских соударений тепловое равновесие может устанавливаться на временах много больше времени формирования фронта. В недавних работах [1, 2] методом PIC-моделирования были найдены отношения температур электронов и ионов за фронтом ударных волн с различными параметрами. В данной работе эти данные систематизируются и сравниваются с теоретическими оценками из работы [3], что позволяет сделать вывод о различии эффективных адиабатических индексов ионов и электронов, а также их зависимости от параметров ударной волны.

Методика. В статье [3] из условий на разрыве (адиабаты Ранкина-Гюгонио) было выведено отношение температур электронов и ионов за фронтом ударной волны. При этом учитывались: адиабатический нагрев электронов, влияние магнитного поля на нагрев электронов, наадиабатический нагрев (коэффициент ξ)

$$\begin{aligned} \frac{T_{e,2}}{T_{i,2}} = & \left(\frac{\mu_e}{\mu_i} \right) \left(2\chi^2 \left(\frac{\mu}{\mu_e} \right) \left\{ \chi^{\gamma-1} + \xi \left[\frac{n_{i,1}}{n_{e,1}} - (2\chi^{\gamma-1} - 1) \right] \right\} \right. \\ & + M_s^2 (\gamma - 1) (\chi^2 - 1) \left\{ 1 + \xi \left[\frac{n_{i,1} \mu_i}{n_{e,1} \mu_e} - 1 \right] \right\} \\ & \left. - \xi \left(\frac{4}{\beta\gamma} \right) \left(1 + \frac{n_{i,1} \mu_i}{n_{e,1} \mu_e} \right) (\gamma - 1) \chi^2 (\chi - 1) \right) \times \end{aligned}$$

^(*) Д.А. Чирков, mityachirkov@gmail.com

$$\times \left(2\chi^2 \left(\frac{\mu}{\mu_i} \right) \left\{ 1 - \frac{n_{e,1}}{n_{i,1}} (\chi^{\gamma-1} - 1) - \xi \left[1 - \left(1 + \frac{n_{e,1} \mu_e}{n_{i,1} \mu_i} \right) (2\chi^{\gamma-1} - 1) \right] \right\} + M_s^2 (\gamma - 1) (\chi^2 - 1) \left\{ 1 - \xi \left[1 - \frac{n_{e,1} \mu_e}{n_{i,1} \mu_i} \right] \right\} - (1 - \xi) \left(\frac{4}{\beta \gamma} \right) \left(1 + \frac{n_{e,1} \mu_e}{n_{i,1} \mu_i} \right) (\gamma - 1) \chi^2 (\chi - 1) \right)^{-1}. \quad (1)$$

Здесь и далее: χ – степень сжатия плазмы, $\mu = \sum_s \frac{m_s}{m_p}$ – средняя масса всех сортов частиц в единицах масс протонов, $\mu_e = \frac{m_e}{m_p}$ и $\mu_i = \frac{m_i}{m_p}$ – массы электронов и ионов в массах протона, β – отношение теплового давления к магнитному, γ_i и γ_e – адиабатические индексы для ионов и электронов, $n_{e,1}$ и $n_{i,1}$ – концентрация ионов и электронов в области до ударной волны, $M_s = \frac{v}{c}$ – звуковое число Маха, ξ – тепловой обменный фактор, определяемый как разность потока энтальпии для электронов и ионов.

На рис. 1 показано рассчитанное по формуле (1) отношение T_e к T_i для различных звуковых чисел Маха, а также параметра ξ . Точками отмечены результаты PIC-моделирования для различных углов θ между нормалью к фронту и начальным магнитным полем:

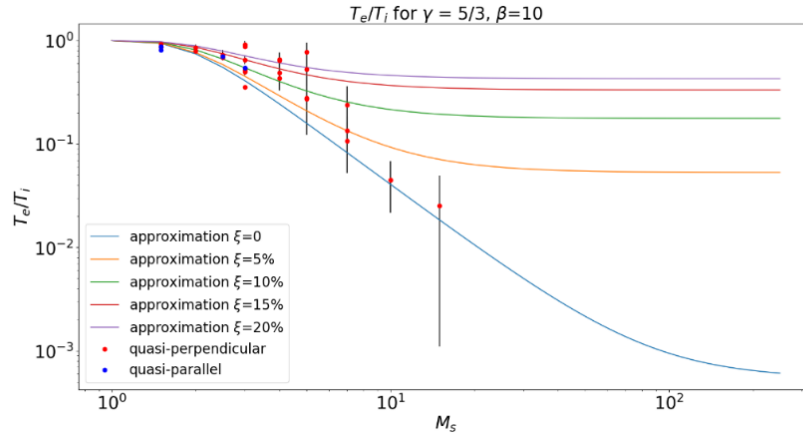


Рис. 1. Кривые отношения температур для различного наадиабатического нагрева, с учетом магнитного поля и параметрами $\gamma=5/3$ и $\beta=10$. Точками отмечены данные, полученные в PIC-моделировании в работах [1,2]

Видно, что теоретические кривые недостаточно хорошо аппроксимируют модельные точки. Исходя из этого, было сделано предположение, что электроны и ионы могут иметь различные адиабатические индексы (γ_i и γ_e соответственно). Поскольку это добавляет дополнительную степень свободы в пространство параметров, мы убрали из рассмотрения параметр наадиабатического нагрева ξ . Также на данном этапе мы пренебрегли влиянием магнитного поля. Полученная система уравнений имеет вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{T_{e,2}}{T_{i,2}} &= \frac{\mu_e}{\mu_i} \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_e} \right) \frac{2 \frac{\mu}{\mu_e} \chi^{\gamma_e+1} + M_s^2 \Gamma (\gamma_e - 1) (\chi^2 - 1)}{2 \left(\frac{\mu}{\mu_i} \right) \chi^2 \left(1 - \left(\frac{n_{e,1}}{n_{i,1}} \right) (\chi^{\gamma_i-1} - 1) \right) + M_s^2 (\gamma_i - 1) (\chi^2 - 1)}. \\ \chi &= \frac{B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

Здесь введены обозначения

$$A = \frac{(\Gamma(\Gamma_i + \Gamma_e) + M_s^2)}{2}, B = \left(\frac{\Gamma_i \Gamma + \Gamma_i M_s^2}{T_e} + \frac{\Gamma_e \Gamma + \Gamma_e M_s^2}{T_i} \right), C = M_s^2 \left(\frac{\Gamma_i}{T_e} + \frac{\Gamma_e}{T_i} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\Gamma_i = \frac{\gamma_i}{\gamma_i - 1}, \Gamma_e = \frac{\gamma_e}{\gamma_e - 1}, \Gamma = \frac{2}{\gamma_i + \gamma_e}$$

Система уравнений (2) решалась численно относительно T_e/T_i и χ с помощью встроенных библиотек `numpy` и `sympy` языка Python. В качестве дополнительного ограничения учитывалось, что при стремлении звукового числа Маха к 1 отношение температур стремится к 1:

$$\frac{T_{e,2}}{T_{i,2}} \xrightarrow{M_s \rightarrow 1} 1$$

Однако, не удалось подобрать такие адиабатические индексы, чтобы для всех чисел Маха хорошо аппроксимировалось отношение T_e к T_i . Отсюда можно сделать вывод, что эффективные адиабатические индексы электронов и протонов различны для разных чисел Маха и углов наклона магнитного поля к нормали. При этом в области далеко перед ударной волной адиабатический индекс одинаков и равен $\Gamma = 5/3$.

Исходя из этих предположений, в частном случае $M_s \geq 2,5$ и $\theta = 90$ удалось подобрать адиабатические индексы электронов и ионов, при которых модельные значения с хорошей точностью ложатся на теоретическую кривую (рис.2). При меньших числах Маха требуется дополнительный анализ данных моделирования, а именно анализ зависимости температуры каждого сорта от плотности.

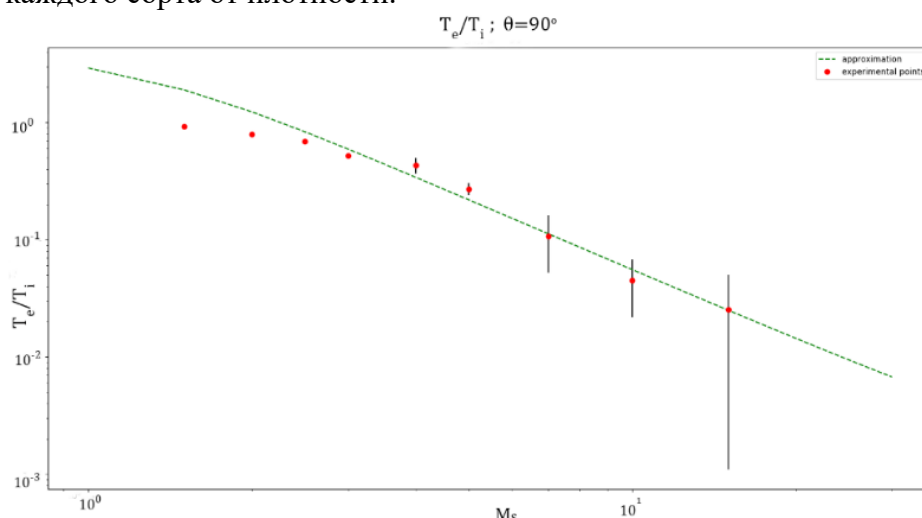


Рис. 2. Отношение температур для угла $\theta = 90$ при подборе адиабатических индексов для каждой точки, полученной в PIC-моделировании

Заключение. Анализ отношений температур ионов и электронов за фронтом бесстолкновительных ударных волн, полученных методом PIC-моделирования, показал, что невозможно аппроксимировать модельные результаты в случае, если адиабатические индексы электронов и ионов совпадают и равны $5/3$. Попытка феноменологически описать отношение температур, вводя разные адиабатические индексы для электронов (γ_e) и ионов (γ_i), показала, что необходимо учитывать зависимость этих индексов от параметров ударной волны. Эта задача не может быть решена на основании имеющейся базы данных отношений T_e/T_i и требует непосредственного анализа данных запусков кода `Smileii` из работы [1]. В этом случае мы можем вычислить адиабатические индексы из выражения:

$$\gamma_e - 1 = \ln(T_{e,2}/T_{e,1})/\ln(\chi)$$

$$\gamma_i - 1 = \ln(T_{i,2}/T_{i,1})/\ln(\chi).$$

Получив аналитическую зависимость, верно описывающую “модельные точки”, мы в дальнейшем сможем использовать ее в гибридных кодах, где ионы моделируются как частицы, а электроны как безмассовая нейтрализующая жидкость с заданным уравнением состояния [4].

Часть расчетов была выполнена с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (scc.spbstu.ru).

ЛИТЕРАТУРА

1. Опарин И.Д. Моделирование нагрева и ускорения нетепловых электронов в космической плазме: Выпускная квалификационная работа, Магистерская диссертация – Санкт-Петербург, СПбПУ, 2021 – Р.57
2. Tran A., Sironi L. Electron Heating in Perpendicular Low-Beta Shocks // *ApJL*. — 2020. — Sept. — Vol. 900, no. 2. — P. L36. — DOI: 10.3847/2041-8213/abb19c.
3. Vink J. [et al.]. On the Electron-Ion Temperature Ratio Established by Collisionless Shocks // *A&A*. — 2015. — July. — Vol. 579. — A13. — DOI: 10.1051/0004-6361/201424612. — arXiv: 1407.4499.
4. J.A. Kropotina, A.M. Bykov [etc.] Maximus: a Hybrid Particle-in-Cell Code for Microscopic Modeling of Collisionless Plasmas // *Communications in Computer and Information Science* – 2019 – Vol. 965, DOI: 10.1007/978-3-030-05807-4_21

УДК 530.22

С.П. Рошупкин, В.Д. Серов, В.В. Дубов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

РЕЗОНАНСНЫЙ ЭФФЕКТ РОЖДЕНИЯ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПАРЫ ДВУМЯ ГАММА-КВАНТАМИ В СИЛЬНОМ МОНОХРОМАТИЧЕСКОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Введение. В работе теоретически изучен процесс рождения ультрарелятивистских электрон-позитронных пар двумя жесткими гамма-квантами в сильном электромагнитном поле (процесс Брейта-Уиллера, модифицированный внешним электромагнитным полем). Подобные процессы могут протекать резонансно [1,2].

Изучены резонансы Олейника, когда промежуточная виртуальная частица (электрон или позитрон) в поле волны выходит на массовую оболочку и становится реальной, а исходный процесс второго порядка по постоянной тонкой структуры эффективно распадается на два последовательных процесса первого порядка [1-5]. Основным параметром в изучаемом процессе является классический релятивистски-инвариантный параметр

$$\eta = \frac{eF\tilde{\lambda}}{mc^2} \gtrsim 1, \quad (1)$$

численно равный отношению работы поля над электроном на длине волны к энергии покоя электрона (e и m заряд и масса электрона, F и $\tilde{\lambda} = c/\omega$ напряжённость поля и длина волны, ω - частота). В работе используется релятивистская система единиц $\hbar = c = 1$

Кинематика процесса. В сильном электромагнитном поле промежуточный электрон (или позитрон) может стать реальным, и тогда процесс второго порядка по постоянной тонкой структуры преобразуется в последовательность двух процессов первого порядка – стимулированный внешним полем Комптон-эффект и стимулированный внешним полем процесс Брейта-Уиллера (рис. 1).

^(*) В.Д. Серов, vitalii_serov@inbox.ru

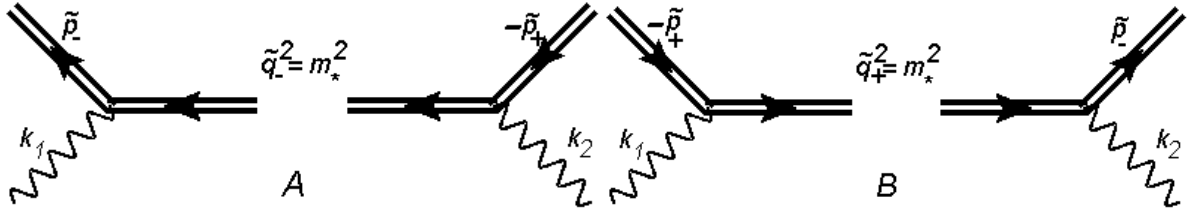


Рис. 1. Диаграммы Фейнмана резонансного процесса рождения электрон-позитронных пар при взаимодействии двух гамма-квантов в поле сильной монохроматической электромагнитной волны, каналы А и В; каналы С и D отличаются перестановкой начальных гамма-квантов

В дальнейшем будем предполагать, что энергии начальных гамма-квантов и конечных частиц (электронов и позитронов) должны быть ультрарелятивистскими: $\omega_{1,2} \gg m_*$, $E_{\pm} \gg m_*$, где m_* – эффективная энергия покоя электрона в поле волны.

Помимо этого, начальные и конечные частицы должны распространяться в узком конусе ($\theta_{j\pm} = \angle(\mathbf{k}_j, \mathbf{p}_{\pm}) \ll 1$, $j=1,2$), а углы между ними и направлением распространения внешней волны должны быть большими ($\theta_j = \angle(\mathbf{k}_j, \mathbf{k}) \sim 1$, $j=1,2$; $\theta_{\pm} = \angle(\mathbf{k}, \mathbf{p}_{\pm}) \sim 1$; $\theta_1 \approx \theta_2 = \theta$). Рассмотрение данного процесса проводится только для канала А, результаты для остальных каналов получаются заменой соответствующих 4-импульсов.

Анализ закона сохранения 4-импульса во второй вершине и условие резонанса позволяет найти зависимость нормированной энергии конечного позитрона от его угла вылета δ_{2+}^2 и квантового параметра $\varepsilon_{2B(r)}$:

$$x_{+(r)} = \frac{\omega_2}{2\omega_i(\varepsilon_{2B(r)} + \delta_{2+}^2)} \left[\varepsilon_{2B(r)} \pm \sqrt{\varepsilon_{2B(r)}(\varepsilon_{2B(r)} - 1) - \delta_{2+}^2} \right], \quad x_{+(r)} = \frac{E_{\pm}}{\omega_i}, \quad (2)$$

где обозначено

$$\varepsilon_{2B(r)} = r\varepsilon_{2B}, \quad \varepsilon_{2B} = \frac{\omega_2}{\omega_B}, \quad \omega_B = \frac{m_*^2}{\omega \sin^2(\theta/2)} = \frac{m^2(1+\eta^2)}{\omega \sin^2(\theta/2)}, \quad (3)$$

$$\omega_i = \omega_1 + \omega_2, \quad \delta_{2+} = \frac{\omega_2}{2m_*} \theta_{2+}. \quad (4)$$

Здесь ω_B – характерная энергия для стимулированного внешним полем процесса Брейта-Уиллера. Данная энергия определяется параметрами экспериментальной установки. Так, для угла $\theta = \pi$ (направление движения начальных гамма-квантов противоположно направлению распространения волны), различных частот и интенсивностей волны, получим:

$$\omega_B = \begin{cases} 523 \text{ GeV, если } \omega = 1 \text{ eV, } I = 1.861 \cdot 10^{18} \text{ Wcm}^{-2}, & \eta=1 \\ 5.23 \text{ GeV, если } \omega = 0.1 \text{ keV, } I = 1.861 \cdot 10^{22} \text{ Wcm}^{-2}, & \eta=1 \\ 1.3097 \text{ GeV, если } \omega = 1 \text{ keV, } I = 7.444 \cdot 10^{24} \text{ Wcm}^{-2}, & \eta=2 \end{cases} \quad (5)$$

Отметим, что углы вылета позитрона ограничены сверху соотношением:

$$0 \leq \delta_{2+}^2 \leq \varepsilon_{2B(r)}(\varepsilon_{2B(r)} - 1) \quad (6)$$

Важно подчеркнуть, что из соотношений (2), (6) следует ограничение снизу на число поглощенных фотонов волны для стимулированного внешним полем процесса Брейта-Уиллера:

$$\varepsilon_{2B(r)} = r\varepsilon_{2B} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad r \geq \begin{cases} r_{\min} = \lceil \varepsilon_{2B}^{-1} \rceil, & \text{если } \varepsilon_{2B} < 1 \ (\omega_2 < \omega_B) \\ 1, & \text{если } \varepsilon_{2B} \geq 1 \ (\omega_2 \geq \omega_B) \end{cases} \quad (7)$$

Аналогичный анализ для первой вершины приводит к следующей зависимости нормированной энергии конечного электрона от его угла вылета и числа излучённых фотонов внешней волны:

$$x_{-(s)} = \frac{\omega_1}{2\omega_l(\varepsilon_{1C(s)} - \delta_{1-}^2)} \left[\varepsilon_{1C(s)} + \sqrt{\varepsilon_{1C(s)}^2 + 4(\varepsilon_{1C(s)} - \delta_{1-}^2)} \right], \quad \delta_{1-} = \frac{\omega_1}{m_*} \theta_{1-}, \quad x_{-(s)} = \frac{E_-}{\omega_l}, \quad (8)$$

где введены обозначения

$$\varepsilon_{1C(s)} = s\varepsilon_{1C}, \quad \varepsilon_{1C} = \frac{\omega_1}{\omega_C}, \quad \omega_C = \frac{m_*^2}{4\omega \sin^2(\theta/2)}, \quad s = 1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

Здесь ω_C – характерная энергия для стимулированного внешним полем Комpton-эффекта. Сравнение соотношений (3) и (9) показывает, что $\omega_B = 4\omega_C$.

Отметим, что для канала А (рис. 1) энергия позитрона имеет два возможных решения с максимальной и минимальной энергиями (смотри знаки \pm перед квадратным корнем в (2)). Однако, как нами показано, только максимальная энергия позитрона имеет наибольшую вероятность. Поэтому для канала А достаточно ограничиться единственным решением для энергии позитрона (знак $+$ в (2)). Учитывая это, а также энергию электрона (8) и общий закон сохранения энергии для всего процесса в целом, можно записать согласование энергий электрона с учетом двух стимулированных внешним полем процесса Брейта-Уиллера и Комpton-эффекта:

$$x_{-(s)} = 1 - x_{+(r)} \quad (10)$$

Важно отметить, что для канала В соотношение (2) будет определять энергию электрона ($x_{+(r)} \rightarrow x_{-(r)}, \delta_{2+}^2 \rightarrow \delta_{2-}^2$). При этом соотношение (8) будет определять энергию позитрона ($x_{-(r)} \rightarrow x_{+(r)}, \delta_{1-}^2 \rightarrow \delta_{1+}^2$).

Резонансное дифференциальное сечение. Стандартным образом после усреднения по поляризациям начальных гамма-квантов и суммирования по поляризациям конечной электрон-позитронной пары получено аналитическое выражение для максимального резонансного дифференциального сечения. Показано, что вероятность резонансного процесса существенно зависит от энергий начальных гамма-квантов и характерных энергий процессов первого порядка. Важно подчеркнуть, что канал А определяет наибольшую энергию позитрона, а канал В – наибольшую энергию электрона. При этом обменные диаграммы процесса можно исключить, выбрав существенно разную энергию гамма-квантов ($\omega_2 \gg \omega_1$).

Заключение. В работе рассмотрен резонансный процесс рождения электрон-позитронных пар двумя ультрарелятивистскими гамма-квантами во внешнем сильном электромагнитном поле с интенсивностями вплоть до 10^{27} Вт/см². Детально изучена резонансная кинематика процесса. Показано, что каждый из процессов первого порядка определяется своей характерной энергией. Найдена зависимость энергий конечных частиц от угла вылета позитрона (для канала А) или электрона (для канала В). Получено и исследовано резонансное дифференциальное сечение процесса. Показано, что максимальное резонансное дифференциальное сечение во внешнем поле может существенно превышать соответствующее сечение в его отсутствии. Полученные результаты могут быть проверены в международных лазерных лабораториях (ELI, PHELIX).

ЛИТЕРАТУРА

1. Рошупкин С.П., Лебедь А.А. Эффекты квантовой электродинамики в сильных импульсных лазерных полях. – К.: Наук. Думка, 2013. – 191 с

2. Рощупкин С.П., Ворошило А.И. Резонансные и когерентные эффекты квантовой электродинамики в сильных световых полях. – К.: Наук. Думка, 2008. – 398 с.
3. V. N. Nedoreshta, S. P. Roshchupkin, and A. I. Voroshilo Nonresonant Muon Pair Production in Electron-Positron Annihilation in the Field of Light Wave // Laser Physics, 2009, Vol. 19, No. 3, pp. 531–537.
4. Lebed' A.A., Padusenko E.A., Roshchupkin S.P. Resonant scattering of ultrarelativistic electrons in the strong field of a pulsed laser wave // Laser Phys. IOP Publishing, 2016. Vol. 26, № 2. P. 25302
5. Denisenko, O. I., and S. P. Roshchupkin, Resonant Scattering of an Electron by a Positron in the Field of a Light Wave" Las. Phys., Vol. 9, No. 5, 1108-в1112, 1999.

УДК 533.916

В.В. Корзуева, Е.О. Векшина, В.А. Рожанский, И.Ю. Сениченков, Е.Г. Кавеева
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИСТЕНОЧНОЙ ПЛАЗМЫ ТОКАМАКА ДЕМО КОДОМ SOLPS-ITER

Введение. Токамак – устройство для удержания плазмы магнитным полем с целью получения энергии в результате термоядерного синтеза. Экспериментальный токамак ITER будет крупнейшей из установок своего типа, на нем будут проверены физические модели и работа систем, необходимых для термоядерных электростанций. DEMO – проект коммерческой термоядерной электростанции и является прямым концептуальным наследником ITER [1].

В соответствии с одним из проектных решений мощность синтеза, происходящего в DEMO, должна достигать 2 ГВт [1], что означает 400 МВт мощности поступающей в плазму. Для защиты внутренней стенки в ITER будет установлен полоидальный дивертор. Он позволяет перенаправлять выходящие из плазмы потоки энергии на тугоплавкие пластины, в случае ITER и DEMO, из вольфрама. Для предотвращения повреждения материала и препятствия распыления, плотность потока энергии, приходящая на диверторные пластины, не должна превышать 5 МВт/м², а температура электронов у диверторных пластин не должна превышать 5 эВ [2]. Однако если распыление неизбежно, плотность потока частиц вольфрама не должна превышать $1.5 \cdot 10^{19} \text{ с}^{-1} \text{ м}^{-2}$ [3].

Для уменьшения нагрузок на диверторные пластины может быть использован напуск излучательной примеси [2]. В DEMO для этих целей допустимо использовать аргон или неон. Также охлаждению плазмы у диверторных пластин способствует увеличение нейтрального давления в диверторной области [4]. До настоящего времени моделирование токамака класса DEMO с полным учетом дрейфов и токов в плазме выполнено не было.

Целью работы является нахождение режима токамака DEMO, в котором плотность потока энергии, приходящая на внешнюю диверторную пластину, не превышает 5 МВт/м², а температура электронов у обеих диверторных пластин не превышает 5 эВ.

Методы исследования. В данной работе для исследования плазмы в диверторной области и ведущем к ней обдирочном слое использован код SOLPS-ITER, который сочетает гидродинамическое описание переноса ионов плазмы и кинетическое описание нейтральных частиц, атомов и молекул.

Для моделирования были выбраны разряды DEMO при двух составах плазмы: 1) состоящей из дейтерия, гелия и аргона в качестве излучающей примеси, 2) дейтерия, гелия и неона. Разряды включают одинаковые граничные условия, ключевые из них: поток энергии из области удержания - 200 МВт, концентрация ионов дейтерия на внутренней границе

^(*) В.В. Корзуева, vv.korzueva@gmail.com

расчетной области - $6 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$, поток альфа-частиц на той же внутренней границе $3.5 \cdot 10^{20} \text{ с}^{-1}$ – но различаются величиной напуска излучательной примеси и дейтерия. В одном случае напуск аргона составляет $8 \cdot 10^{19} \text{ с}^{-1}$ и напуск дейтерия $3.0 \cdot 10^{23} \text{ с}^{-1}$, в другом случае напуск неона - $3.5 \cdot 10^{20} \text{ с}^{-1}$, а напуск дейтерия $3.2 \cdot 10^{23} \text{ с}^{-1}$.

Результаты. На рис. 1-2 показаны профили плотности потока энергии и температуры электронов на диверторных пластинах. Необходимая плотность потока энергии достигнута в обоих случаях.

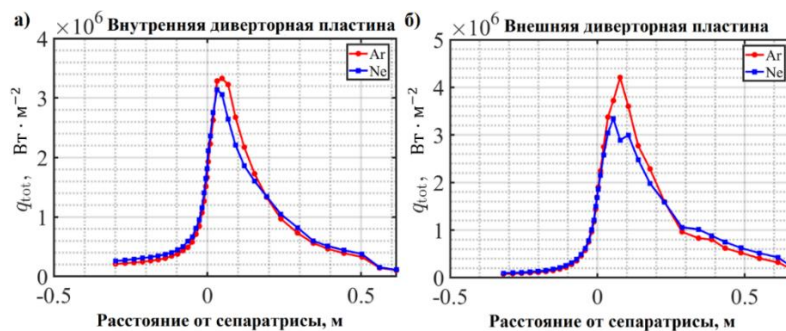


Рис. 1. Плотность потока энергии на а) внутренней и б) внешней диверторной пластине

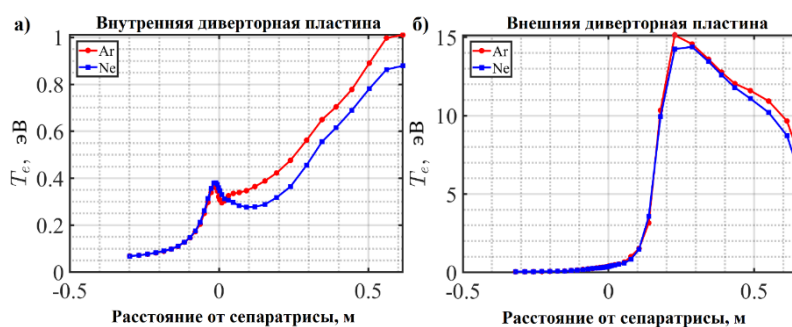


Рис. 2. Температура электронов на а) внутренней и б) внешней диверторной пластине

Из профилей температуры электронов на рис. 2 видно, что ожидаемая температура меньше 5 эВ полностью достигается только на внутренней пластине. На внешней пластине температура меньше 5 эВ получена только в окрестности X-точки. Достижение такой достаточно низкой температуры на диверторных пластинах связано с тем, что в обоих случаях в диверторной области было получено давление нейтрального дейтерия в 20 Па.

На рис. 3 представлена плотность потока вольфрама с внешней диверторной пластины. В области с температурой меньше 5 эВ (до 15 см в положительном направлении от сепаратрисы) плотность потока близка к нулю.

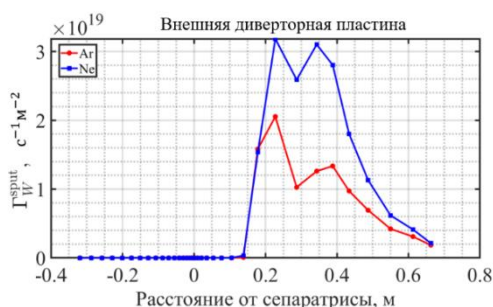


Рис. 3. Плотность потока распыленного вольфрама с внешней диверторной пластины

В случае с аргоном плотность потока вольфрама больше предельного значения $1.5 \cdot 10^{19} \text{ с}^{-1} \text{ м}^{-2}$ только в нескольких точках, что является наилучшим из двух расчетов. В случае

с неоном распыление выше предельного значения вызвано большим потоком этой примеси на диверторную пластину.

На рис. 4 представлено распределение мощности плазмы, потраченной на излучение на излучающей примеси. Аргон больше излучает внутри сепаратрисы и в обдирочном слое, чем неон. Последний, наоборот, больше излучает в диверторной области в отличие от аргона.

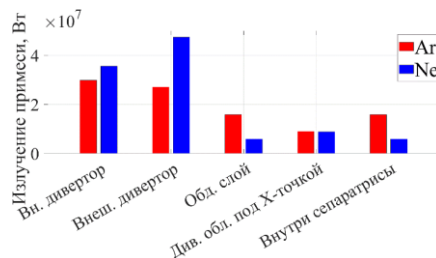


Рис. 4. Абсолютные значения потерь мощности на излучение примеси (тормозное и линейчатое излучение) в различных регионах расчетной области

Это связано с двумя фактами: 1) аргон обладает большим, чем у неона, показателем, излучения [2] в температурном диапазоне, соответствующем области внутри сепаратрисы (рис. 5); 2) в разряде с аргоном температуры внутри сепаратрисы недостаточно для ионизации всех состояний, что ведет к большему линейчатому излучению, чем в случае с неоном – энергия ионизации Ne^{+10} составляет 1.36 кэВ, что означает большее присутствие этого сорта и меньше потерь на линейчатое излучение [5].

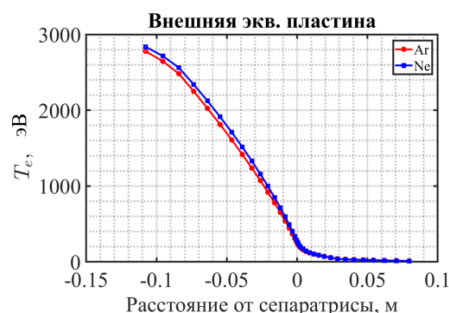


Рис. 5. Профиль температуры электронов в экваториальной плоскости

Выводы. Впервые выполнено моделирование токамака-реактора DEMO с учетом дрейфов и токов в плазме с кинетическим описанием нейтральных частиц в случае запуска аргона и неона. Ограничение на плотность потока энергии на пластину удовлетворено в обоих расчетных вариантах. Удалось получить меньше 5 эВ температуры электронов на внутренней диверторной пластине. На внешней пластине такая температура достижима только в окрестности сепаратрисы. В случае с аргоном получено близкое к предельному распыление вольфрама, в случае с неоном распыление выше предельного. Аргон больше излучает внутри сепаратрисы и в обдирочном слое, а неон – в диверторной области.

Настоящая работа поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках контракта №0034-2021-0003. Численное моделирование было выполнено в Суперкомпьютерном центре (СКЦ) СПбПУ «Политехнический».

ЛИТЕРАТУРА

1. Federici G., et al Overview of the DEMO staged design approach in Europe // Nucl.Fusion – 2019. – 59. N 6. – P. 4–5.
2. Kallenbach A., et al Impurity seeding for tokamak power exhaust: from present devices via ITER to DEMO// Plasma Phys. Control. Fusion – 2013. – 55. N 12. – P. 2–6.

3. Wenninger R., et al DEMO divertor limitations during and in between ELMs // Nuclear Fusion – 2014. – 54. N 11. – P. 6.
4. Pitts R. A., et al Physics for the first ITER tungsten divertor // Nuclear Materials and Energy – 2019. – 20. – P. 13–14.
5. Vekshina E., et al SOLPS-ITER EU-DEMO modeling with drifts and kinetic neutrals// Contrib. Plasma Phys. – 2022.

УДК 530.22, 533.9.01

С.П. Рощупкин¹, А.В. Дубов¹, В.В. Дубов¹, С.С. Стародуб²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Институт прикладной физики НАН Украины

РЕЗОНАНСНЫЙ СПОНТАННЫЙ ТОРМОЗНОЙ ЭФФЕКТ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ НА ЯДРАХ В СИЛЬНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ РЕНТГЕНОВСКОГО ДИАПАЗОНА ЧАСТОТ

Введение. Резонансное спонтанное тормозное излучение (СТИ) ультрарелятивистских электронов ядрами в поле электромагнитной плазмы изучалось в работах [1-5]. В статье [1] этот процесс рассматривался в сильном электромагнитном поле оптических частот. Однако в этих работах не изучался случай протекания процесса в плазме сильных полей рентгеновского диапазона частот, когда испускаются спонтанные гамма-кванты с энергиями, близкими к энергиям начальных электронов. Исследование данного вопроса может объяснить возникновение гамма-квантов высоких энергий вблизи пульсаров и магнетаров. Таким образом, именно этот случай рассмотрен в данной статье.

Целью работы является построение теоретической модели резонансного СТИ электрона на ядре в сильном поле плазмы для рентгеновского диапазона частот, когда вероятность излучения спонтанного фотона с энергией близкой к энергии начальных электронов достаточно велика.

Актуальность. Данная задача является актуальной областью современных исследований в области физики плазмы сильных полей рентгеновского диапазона частот. Резонансное дифференциальное сечение изучаемого процесса значительно превышает (до 19 порядков величины) соответствующее сечение для процесса без внешнего поля.

Существует две диаграммы, описывающие протекание СТИ электрона в поле ядра и плазмы:

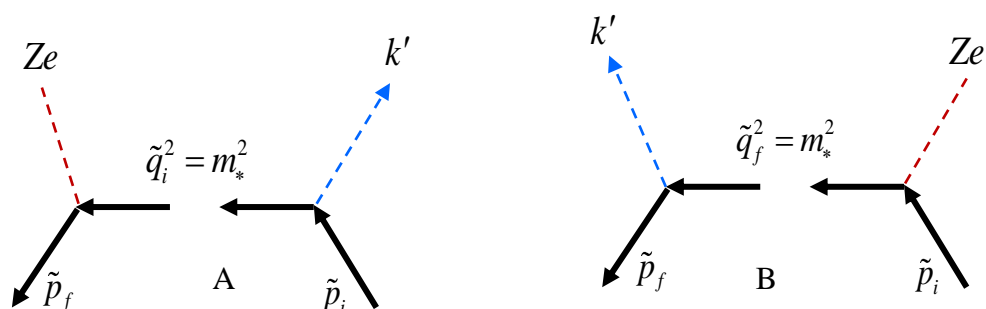


Рис.1. Резонансное спонтанное тормозное излучение электрона в поле ядра и внешней электромагнитной волны

^(*) А.В. Дубов, alexanderpolytech@gmail.com

В работе используются два характеристических параметра. Первый из параметров – основной классический параметр, – удовлетворяет соотношениям:

$$\eta \ll \frac{E_{i,f}}{mc^2}, \quad \eta = \frac{eF\lambda}{mc^2}. \quad (1)$$

Здесь e и m – заряд и масса электрона, F и $\lambda = c/\omega$ – напряженность и длина волны электрического поля, ω – частота волны, E_i и E_f – энергия начального и конечного электронов.

Второй характеристический параметр – это квантовый параметр:

$$\kappa_{\eta(r)} = \frac{r}{r_\eta}, \quad r_\eta = \frac{(mc^2)^2 (1+\eta^2)}{4(\hbar\omega) E_i \sin^2(\theta_i/2)} \ll 1 \quad (2)$$

Здесь θ_i – угол между импульсом начального электрона и направлением распространения волны. Отметим, что случай, когда квантовый параметр $r_\eta \gtrsim 1$, был детально изучен в работе [1]. Здесь мы рассмотрим противоположный предельный случай, когда $r_\eta \ll 1$ (смотри (2)). В дальнейшем используется релятивистская система единиц: $\hbar = c = 1$.

Резонансы Олейника возникают, когда промежуточный электрон в поле сильных полей выходит на массовую оболочку [1-5]. Из-за этого для каналов А и В получаем условия для резонанса:

$$\tilde{q}_i^2 = m_*^2, \quad \tilde{q}_i = \tilde{p}_i + rk - k', \quad (3)$$

$$\tilde{q}_f^2 = m_*^2, \quad \tilde{q}_f = \tilde{p}_f + k' - rk \quad (4)$$

Здесь \tilde{q}_i и \tilde{q}_f – 4-квазиимпульсы промежуточных электронов для каналов А и В, m_* – эффективная масса электрона в поле плазмы.

$$\tilde{p}_j = p_j + \eta^2 \frac{m^2}{2(kp_j)} k, \quad \tilde{q}_j = q_j + \eta^2 \frac{m^2}{2(kq_j)} k, \quad j = i, f \quad (5)$$

$$\tilde{p}_{i,f}^2 = m_*^2, \quad m_* = m\sqrt{1+\eta^2} \quad (6)$$

В выражениях (3)-(6) $k = (\omega, \mathbf{k})$ и $k' = (\omega', \mathbf{k}')$ – это 4-импульсы фотона внешнего поля и спонтанного гамма-кванта. Резонансное дифференциальное сечение рассеяния процесса СТИ имеет вид:

$$R_{\eta i(r)}^{\max} = \frac{d\sigma_{\eta i(r)}^{\max}}{dx'_{\eta i(r)} d\delta'_{\eta i}{}^2} = (Z^2 \alpha r_e^2) c_{\eta i} \Psi_{\eta i(r)}, \quad R_{\eta f(r)}^{\max} = \frac{d\sigma_{\eta f(r)}^{\max}}{dx'_{\eta f(r)} d\delta'_{\eta f}{}^2} = (Z^2 \alpha r_e^2) c_{\eta f} \Psi_{\eta f(r)}. \quad (7)$$

где

$$x'_{\eta f(r)} \approx 1 - \frac{(1 + \delta'_{\eta f}{}^2)}{\kappa_{\eta(r)}} \approx 1 \quad (\delta'_{\eta f}{}^2 \ll \kappa_{\eta(r)} \gg 1) \quad (8)$$

$$\delta'_{\eta i} = \frac{E_i \theta'_i}{m_*} = \frac{E_i \theta'_i}{m \sqrt{1+\eta^2}}, \quad \delta'_{\eta f} = \frac{E_i \theta'_f}{m_*} = \frac{E_i \theta'_f}{m \sqrt{1+\eta^2}}. \quad (9)$$

Здесь α – постоянная тонкой структуры, Z – заряд ядра, r_e – классический радиус электрона, функции $\Psi_{\eta i(r)}$ и $\Psi_{\eta f(r)}$ определяют спектрально-угловое распределение резонансного сечения процесса СТИ для каналов А и В:

$$\Psi_{\eta_i(r)} \approx \frac{\kappa_{\eta(r)}}{(1+\delta_{\eta_i}^{\prime 2})g_{\eta_i(r)}} K(u_{\eta_i(r)}, \kappa_{\eta(r)}), \Psi_{\eta_f(r)} \approx \frac{(1+\delta_{\eta_f}^{\prime 2})}{\kappa_{\eta(r)}g_{\eta_f(r)}} K(u_{\eta_f(r)}, \kappa_{\eta(r)}), \quad (10)$$

а c_{η_i} – коэффициент, который определяется параметрами лазерной установки

$$c_{\eta_i} = \pi \left(\frac{8\pi^2 E_i}{\alpha m_* K(r_\eta)} \right)^2 \approx 3.67 \cdot 10^8 \frac{E_i^2}{m^2 (1+\eta^2) K^2(r_\eta)} \gg 1 \quad (11)$$

Функции $K(r_\eta)$, $K(u_{\eta_i(r)}, \kappa_{\eta(r)})$ и $K(u_{\eta_f(r)}, \kappa_{\eta(r)})$ определяются полной вероятностью эффекта Комптона, стимулированного электромагнитным полем [1].

Полученные результаты представлены в таблице 1.

Табл. 1. Величины резонансной частоты и угла вылета спонтанного гамма-кванта для максимальной величины резонансного дифференциального сечения (смотри рис.2а, рис.2б). Частота и интенсивность рентгеновской волны: $\omega = 0.2 \text{ keV}$ и $I = 0.746 \cdot 10^{23} \text{ Wcm}^{-2}$. Энергия начальных электронов $E_i = 65 \text{ GeV}$.

r	$\delta_{\eta_i}^{\prime 2}$	$R_{\eta_i(r)}^{\max}$ ($Z^2 \alpha r_e^2$)	$\omega'_{\eta_i(r)}$ (GeV)	$E_{\eta_f(r)}$ (GeV)	$\delta_{\eta_f}^{\prime 2}$	$R_{\eta_f(r)}^{\max}$ ($Z^2 \alpha r_e^2$)	$\omega'_{\eta_f(r)}$ (GeV)	$E_{\eta_f(r)}$ (GeV)
1	0	$1.147 \cdot 10^{19}$	64.35644	0.64356	0	$1.107 \cdot 10^{15}$	64.35	0.65
2	0.003	$2.208 \cdot 10^{15}$	64.67565	0.32435	0.075	$4.159 \cdot 10^{13}$	64.650625	0.349375
3	0.145	$1.749 \cdot 10^{14}$	64.75287	0.24713	0.126	$4.428 \cdot 10^{12}$	64.756055	0.243945
4	0.266	$4.468 \cdot 10^{13}$	64.79493	0.20507	0.205	$8.008 \cdot 10^{11}$	64.804155	0.195845

Выводы. Изучен резонансный процесс спонтанного тормозного излучения ультрарелятивистских электронов на ядрах в сильном рентгеновском поле, когда квантовый параметр $r_\eta \ll 1$ (смотри (2)). В результате исследования показано, что резонансное дифференциальное сечение с одновременной регистрацией частоты и угла вылета спонтанного гамма-кванта может на 19 порядков величины превышать соответствующее дифференциальное сечение СТИ без внешнего поля. При этом канал А реакции является доминирующим.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рошупкин С.П., Дубов А.В., Дубов В.В., Стародуб С.С. Основные физические особенности резонансного спонтанного тормозного излучения ультрарелятивистских электронов на ядрах в сильных лазерных полях // New J. Phys. – 2022. – № 24 – 013020.
2. Рошупкин С.П., Воршило А.И. Резонансные и когерентные эффекты квантовой электродинамики в световом поле // Киев: Наукова Думка, – 2008.
3. Рошупкин С.П., Лебедь А.А. Эффекты квантовой электродинамики в сильных импульсных лазерных полях // Киев: Наукова Думка, – 2013.
4. Рошупкин С.П. Резонансные эффекты при столкновениях релятивистских электронов в поле световой волны // Laser Physics. – 1996. – Vol. 6. – № 5. – P. 837-858, – 1996.
5. Рошупкин С.П., Лебедь А.А., Падушенко Е.А., Воршило А.И. Квантово-электродинамические резонансы в импульсном лазерном поле // Laser Physics. – 2012. – Vol. 22, – P. 1113-1144

ВЛИЯНИЕ СВЕРХНОВЫХ ЗВЁЗД НА РАДИАЦИОННЫЙ ФОН НА ЗЕМЛЕ

Введение. Мощные астрофизические события, такие как взрывы сверхновых звёзд, периодически происходят вблизи солнечной системы. Грубые оценки дают, что в радиусе 50 пк от Солнца каждые 2.5 млн лет взрывается одна сверхновая [1]. Один из таких взрывов произошёл вблизи нас около 2.5 млн лет назад [2]. Это событие совпадает с границей эпох Плейстоцена и Плиоцена на Земле, и появлением человека. Однако вопрос о влиянии сверхновых звёзд на жизнь на Земле до сих пор остается открытым. Действительно ли такие взрывы могли привести к подобным последствиям на Земле?

Радиационное воздействие этих космических событий осуществляется через определённого вида излучение, источником которых являются они, либо их остатки. От сверхновых звёзд до нас доходят космические лучи. Космические лучи (КЛ) – это потоки высокоэнергичных частиц в космическом пространстве. 90% из них — это протоны, около 10% — α -частицы. Энергии этих частиц могут достигать 10^{21} эВ. Космические лучи постоянно бомбардируют планеты Солнечной системы, в том числе и Землю. Попадая в атмосферу, эти частицы вызывают каскады ядерных реакций, которые приводят к образованию различных радиоизотопов (^{14}C , ^{10}Be , ^{36}Cl , ^3H и др.). Образываясь в атмосфере, они перемешиваются в ней, опускаются в её нижние слои, затем в грунт, океан и откладываются в природных архивах (кольца деревьев, горные породы, ледяные керны). Данные изотопы распадаются, и энергия их распада переходит в ионизацию окружающей среды. Это значимо для живых организмов и биосферы в целом, ведь поглощение такой энергии живыми тканями может привести к различным последствиям вплоть до массовых вымираний всех организмов на Земле.

Из всех изотопов по степени влияния на живые организмы наиболее значительным оказывается ^{14}C . На это есть следующие причины. Во-первых, у этого изотопа сечение образования в атмосфере больше, чем у остальных. Во-вторых, его период полураспада самый маленький (5730 лет) из всех образующихся радиоизотопов. В-третьих, ^{14}C может встраиваться в любые молекулы, содержащие ^{12}C , в том числе и органические. Распадаясь внутри организмов, он вызывает внутреннее облучение тканей, которое гораздо сильнее, чем внешнее. К тому же если радиоуглерод попадёт в молекулу ДНК, то своим распадом он разрушит её, что сразу приведёт к смерти всей клетки.

Радиоуглерод распадается по следующему закону: $^{14}\text{C} \rightarrow ^{14}\text{N} + e^- + \bar{\nu}_e$. Этот β -распад происходит с выделением энергии $\mathcal{E} = 156,476$ кэВ. Можно считать, что $2/3$ этой энергии уносятся с антинейтрино. Остальная энергия $\mathcal{E}_{\text{погл}} \approx 52$ кэВ переносится электроном и поглощается организмом.

Постановка задачи. Цель данной работы состоит в следующем: выяснить, могут ли космические лучи, порождённые сверхновыми звездами на каких-либо расстояниях от Земли сгенерировать настолько большое число атомов ^{14}C в атмосфере, что энергия их распада и, соответственно, поглощённая доза сможет привести к массовому вымиранию большинства биологических видов на Земле.

^(*) А.А. Щепкин, tshepkin.aa@edu.spbstu.ru

Методика решения. Одна из важнейших величин, которая нужна в ходе решения задачи – это скорость образования радиоизотопа в атмосфере. Для её определения нужно ввести следующие понятия.

«Спектр космических лучей». Спектром КЛ мы назовём величину $J^{(k)}(E, t)$, которая измеряется в частицах k -го сорта (протон, α -частица) с энергией E , упавших на 1 см^2 поверхности Земли из телесного угла в 1 стерадиан в секунду на 1 МэВ на 1 нуклон:

$$[J^{(k)}(E, t)] = \text{частицы}/(\text{см}^2 * \text{ср} * \text{с} * \text{МэВ}/\text{нуклон}).$$

«Функция выхода». Данная функция определяется как количество атомов определённого вида изотопа, которое генерируется от одной частицы КЛ k -го сорта: $Y^{(k)} = Y^{(k)}(E)$, где E – энергия частицы. Данная функция рассчитывается численно в пакете Geant4 [3, рис.1].

«Геомагнитное обрезание». Функция геомагнитного обрезания отражает влияние магнитного поля Земли на движение частиц КЛ. Эта функция численно равна доли площади поверхности Земли, падая на которую частицы КЛ смогут преодолеть геомагнитную экранировку. В зависимости от магнитной широты λ она находится как $S = 1 - \sin \lambda$. Чтобы охарактеризовать взаимодействие частицы с магнитным полем вводят величину жёсткости $R = \frac{1}{Z} \sqrt{E^2 + 2EE_0}$. Здесь E – кинетическая энергия частицы, E_0 – энергия её покоя, Z – заряд частицы. Размерность жёсткости – вольты. Также существует формула Штёрмера, которая определяет зависимость жёсткости обрезания от λ : $R_\lambda(E) = \mu R_0 \cos^4 \lambda$, где $\mu = M/M_0$ – величина дипольного магнитного момента Земли в единицах современного её магнитного момента, $R_0 = 14,9 \text{ ГВ}$ – величина жёсткости обрезания на экваторе. Тогда

$$S(E) = 1 - \sin \left(\arccos \left(\frac{R}{\mu R_0} \right)^{\frac{1}{4}} \right) = \text{Real} \left(1 - \sqrt{1 - \sqrt{\frac{R}{\mu R_0}}} \right),$$

где Real – действительная часть выражения. Таким образом, чтобы получить скорость образования $Q^{(k)}(t)$ изотопа в атмосфере от воздействия частиц k -го сорта нужно перемножить 3 введённые величины и проинтегрировать по телесному углу и по энергии:

$$Q^{(k)}(t) = \pi \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} J^{(k)}(E, t) Y^{(k)}(E) S(E) dE.$$

Распространение изотопов на Земле. Образуясь в атмосфере, ^{14}C распространяется по Земле и попадает в природные резервуары. Мы будем рассматривать 4 резервуара: атмосфера, биосфера, поверхностный слой (первые 70 м поверхности Земли), глубокий океан. Модель распространения представляет собой систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка следующего вида:

$$\frac{dN_i}{dt} = Q_i(t) - \lambda_d N_i - \sum_{j \neq i} \lambda_{ij} N_i + \sum_{j \neq i} \lambda_{ji} N_j.$$

Здесь N_i – число атомов изотопов в i -том резервуаре, λ_d – вероятность распада изотопа в единицу времени, λ_{ij} – вероятность перехода изотопа из i -го резервуара в j -тый в единицу времени [4, с. 227, рис. 13.5.3.1-1]. $Q_i(t)$ – скорость образования изотопа в i -том резервуаре. Мы будем считать, что изотопы образуются только в атмосфере.

Доза облучения. Поглощённая доза единицей массы резервуара за единицу времени рассчитывается следующим образом: $\lambda_d N_i(t) \mathcal{E}_{\text{погл}}/M_i$, где M_i – полная масса вещества в i -ом резервуаре в граммах [5]. Нас будет интересовать поглощённая биосферой доза.

Результаты расчётов. Были рассмотрены три расстояния от Земли до гипотетической сверхновой. Во всех случаях нам известен спектр $J^{(k)}(E, t)$ на ударной волне (УВ). Также известны зависимость скорости движения УВ от времени и давление КЛ в ударной волне от координаты [6, рис. 1,2,4,6].

С помощью этих данных можно оценить годовую дозу облучения в зависимости от времени при $\mu = 1$ (рис. 1).

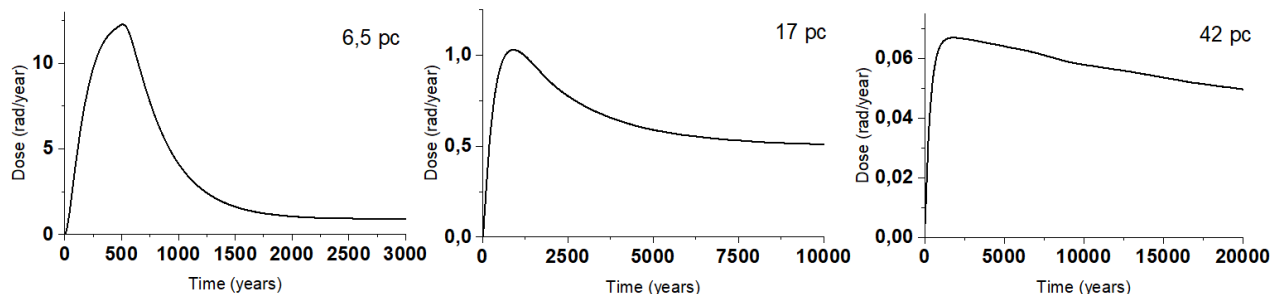


Рис. 1. Оценка зависимости от времени годовой дозы облучения биосферы при расстоянии d , равном 6,5 пк, 17 пк и 42 пк от центра взрыва сверхновой. Начало отсчёта времени идёт с момента достижения ударной волной Земли

При $d = 6.5$ пк максимальная доза достигает $12,5 \text{ рад/год} = 125 \text{ мЗв/год}$. Среднегодовая доза облучения биосферы от местных источников КЛ составляет $0,8 \text{ мЗв/год}$. Отсюда получаем, что в течение примерно 300 лет, как видно из графика, среднегодовая поглощённая доза будет более чем в 100 раз больше, чем в настоящее время, что превышает допустимую дозу облучения персонала АЭС. При $d = 17$ пк максимальная доза достигает $1 \text{ рад/год} = 10 \text{ мЗв/год}$. Она превышает среднегодовую дозу облучения от КЛ в ~ 10 раз и эквивалентна средней дозе, получаемой персоналом на АЭС, работающим с источниками ионизирующих излучений. При $d = 42$ пк поглощённая доза едва достигает уровень среднегодовой дозы облучения от местных источников КЛ, что незначительно поднимет радиационный фон на Земле.

ЛИТЕРАТУРА

1. Whitten R.C., Cuzzi J., Borucki W.J., Wolfe J.H. Effect of nearby supernova explosions on atmospheric ozone // *Nature*. – 1976. – Vol. 263. – P. 398-399.
2. Melott A.L., Marinho F., Paulucci L. Hypothesis: Muon Radiation Dose and Marine Megafaunal Extinction at the End-Pliocene Supernova // *Astrobiology*. – 2019. - Vol. 19. – №6. – P. 825-830.
3. Pavlov A.K., Blinov A.V., Frolov D.A., Konstantinov A.N., Ostryakov V.M., Vasilyev G.I. Spatial distribution of the atmospheric radionuclide production by galactic cosmic rays and its imprint in natural archives // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. – 2017. – Vol. 164. – P. 308-313.
4. Beer J., McCracken K., von Steiger R. *Cosmogenic Radionuclides. Theory and Applications in the Terrestrial and Space Environments* // Springer-Verlag Berlin Heidelberg. – 2012.
5. Добровольский В.В. Основы биогеохимии. // М.: Издательский центр «Академия», 2003. – с. 338.
6. Zirakashvili V.N., Ptuskin V.S. Numerical simulations of diffusive shock acceleration in SNRs // *Astroparticle Physics*. – 2012. – Vol. 39-40. – P. 12-21.

ИССЛЕДОВАНИЕ НИТЕВИДНЫХ СТРУКТУР ВО ВРЕМЯ ПЕРИФЕРИЙНЫХ
ЛОКАЛИЗОВАННЫХ МОД НА ТОКАМАКЕ ГЛОБУС-М2

Периферийные локализованные моды – ELM представляют собой квазипериодические нестабильности, проявляющиеся на периферии плазмы во время экспериментов по магнитному удержанию высокотемпературной плазмы и характеризующиеся резкой потерей частиц и энергии из области удержания. Проведенные исследования показывают неразрывную связь ELM с нитевидными структурами (филаментами) в плазме токамака [1]. Возникновение ELM и соответственно нитевидных структур в основном происходит во время так называемого режима улучшенного удержания плазмы или H-мода [2]. Так как именно этот режим предполагается основным для работы токамака ITER и других термоядерных установок следующего поколения, то исследование ELM и возникающих во время ELM филаментов является важным фактором в составе задачи достижения управляемого термоядерного синтеза.

Исследования филаментов на сферическом токамаке «Глобус-М» широко представлены в различных публикациях [3-4]. Модернизация установки до версии «Глобус-М2» позволила не только количественно повысить такие параметры как тороидальное магнитное поле и ток по плазме, но и добиться качественно новых эффектов и явлений в плазме [5]. Так, до модернизации подавляющее большинство обнаруживаемых ELM были синхронизированы по времени с появлением пилообразных колебаний. Во время экспериментов на улучшенном токамаке «Глобус-М2» впервые для данного токамака были обнаружены ELM, десинхронизированные с пилообразными колебаниями плазмы [6]. Целью данной работы было исследование филаментов, обнаруженных во время десинхронизированных ELM. Для этого необходимо было обнаружить достаточное число филаментов во время десинхронизированных ELM, а затем провести статистический анализ их параметров.

Для обнаружения и исследования филаментов использовалась диагностика доплеровского обратного рассеяния (ДОР). Диагностика, установленная на токамаке «Глобус-М2» состоит из двух рефлектометров. Антенны рефлектометров расположены под углом к нормали магнитной поверхности токамака. Возможно одновременное использование до 10 каналов с частотами от 20 ГГц до 75 ГГц. В области отсечки, зависящей от частоты, испущенное излучение испытывает максимальное рассеяние, при этом часть излучения рассеивается в обратном направлении. С помощью IQ (in phase/quadrature) детектирования из обратно рассеянного излучения формируется комплексный сигнал, обладающий амплитудой и фазой. Если неоднородность плазмы движется в полоидальном направлении и проходит сквозь область отсечки, то производная фазы сигнала равна доплеровскому сдвигу, а его амплитуда в случае линейного рассеяния пропорциональна амплитуде неоднородности [7]. Из доплеровского сдвига можно получить информацию о полоидальной скорости неустойчивости. Используя скорость можно оценить полоидальный размер филамента и расстояния между отдельными филаментами во время ELM. Радиальная координата соответствует области отсечки, используя несколько каналов можно оценить радиальный размер филамента.

(*) К.А. Кукушкин, kukushkin.ka@edu.spbstu.ru

Одновременно с данными диагностики ДОР для исследования филаментов использовались данные зонда, настроенного на измерение температуры, а также диагностики излучения линии D-alpha и диагностики Soft X-ray с длиной волны 50 мкм. Пример данных этих диагностик во время десинхронизованного ELM приведен на рис. 1. На рис. 1а изображен сигнал диагностики D-alpha, в отмеченном серым регионе отлично виден пик, характерный для ELM. Рис. 1б, на котором изображен сигнал диагностики SXR, подтверждает, что данный ELM действительно является десинхронизованным, так как на этом рисунке одновременно с максимумами сигнала на D-alpha (рис.1а) не наблюдается пилообразных колебаний. На рисунках 1в и 1г для интервала времени отмеченного серым на рис.1а,б изображены увеличенные сигнал зонда и амплитуда сигнала ДОР соответственно. Четко видны максимумы температуры на зонде, близкие по времени к максимумам амплитуды диагностики доплеровского обратного рассеяния. Максимальная температура плазмы около зонда, расположенного снаружи от сепаратрисы на радиусе $R=60$ см, составила порядка 33 эВ.

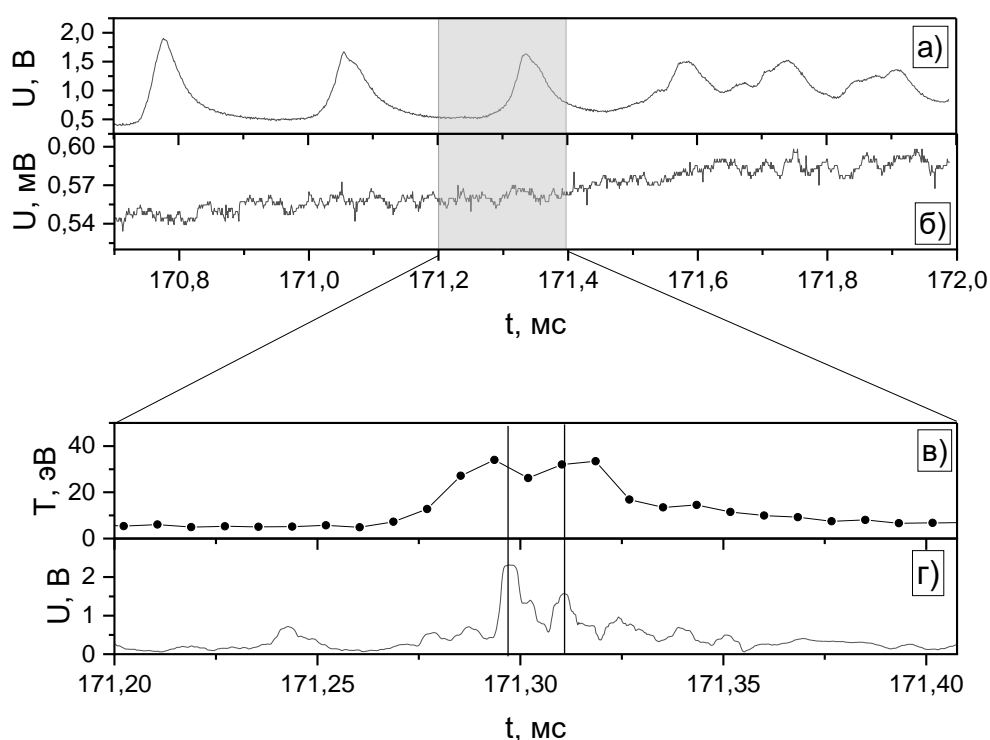


Рис. 1. а) Сигнал диагностики D-alpha; б) Сигнал диагностики SXR 50мкм; в) Сигнал электростатического зонда, настроенного на отображение температуры; г) Амплитуда сигнала ДОР

Всего было обнаружено 50 филаментов во время десинхронизованных ELM в разряде 41226. Филаменты исследовались на канале 39 ГГц, так как его область отсечки находилась всего в 5 см от сепаратрисы вглубь области удержания. Результаты проведенного статистического анализа представлены в таблице 1.

Если филамент также был замечен на каналах 29 ГГц и 20 ГГц, чьи области отсечки находились уже за сепаратрисой, то фиксировался частичный выход филамента из области удержания. Из 50 исследованных филаментов 26 полностью находились в области удержания, 24 частично покинули её на момент обнаружения.

Табл. 1. Данные анализа филаментов во время десинхронизованных ELM.

Характеристика филамента	Среднее значение	Минимальное значение	Максимальное значение	СКО	СКО среднего
Полоидальная скорость, км/с	6,9	2,8	11,0	1,9	0,27
Полоидальный размер, см	5,2	2,8	10,6	1,7	0,24
Расстояние между филаментами во время одного ELM, см	12,1	4,1	23,2	5,3	1,02

По итогам работы было продемонстрировано, что во время десинхронизованных ELM точно так же, как и во время синхронизованных, в плазме токамака «Глобус-М2» формируются нитевидные структуры. Часть из этих структур покидает область удержания и, согласно температурным данным зонда, имеет температуру, превышающую температуру окружающей плазмы. Впервые для данного токамака были исследованы параметры подобного рода филаментов, что позволит в будущем провести их сравнение с параметрами филаментов, возникающих во время синхронизованных ELM.

Данная работа была выполнена в ФГАОУ ВО «СПбПУ» и поддержана в рамках программы стратегического академического лидерства Российской Федерации «Приоритет 2030» по Соглашению № 075-15-2021-1333 от 30.09.2021 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kirk A., Wilson H. R., Counsell G. F., Akers R., Arends E., Cowley S. C., Dowling J., Lloyd B., Price M., Walsh M. Spatial and Temporal Structure of Edge-Localized Modes // Phys. Rev. Lett. – 2004. – Vol. 92. – P. 245002.
2. Kamiya K., Asakura N., Boedo J., Eich T., Federici G., Fenstermacher M., Finken K., Herrmann A., Terry J., Kirk A., Koch B., Loarte A., Maingi R., Maqueda R., Nardon E., Oyama N., Sartori R. Edge localized modes: recent experimental findings and related issues // Plasma Phys. Control. Fusion. – 2007. – Vol. 49. – P. S43-S62.
3. Bulanin V.V., Gusev V.K., Khromov N.A., Kurskiev G.S., Petrov A.V., Petrov Yu.V., Prisyazhnyuk D.V., Sakharov N.V., Tolstyakov S.Yu., Yashin A.Yu. Filament structures in the Globus-M tokamak // 39th EPS Conference & 16th Int. Congress on Plasma Physics – 2012. – P.2.055.
4. Bulanin V.V., Varfolomeev, V. I., Gusev V. K., Ivanov A. E., Krikunov S. V., Kurskiev G. S., Larionov M. M., Minaev V. B., Patrov M. I., Petrov A. V., Petrov Yu. V., Sakharov N. V., Tolstyakov S. Yu., Khromov N. A., Yashin A. Yu. Observation of filaments on the Globus-M tokamak by Doppler reflectometry // Tech. Phys. Lett. – 2011. – Vol. 37. – P.340–343.
5. Kurskiev G. S., Gusev V. K., Sakharov N.V., Balachenkov I.M., Bakharev N.N., Bulanin V.V., Chernyshev F.V., Kavin A.A., Kiselev E.O., Khromov N.A., Minaev V.B., Miroshnikov I.V., Patrov M.I., Petrov A.V., Petrov Yu.V., Shchegolev P.B., Telnova A.Yu., Tokarev V.A., Tolstyakov S.Yu., Tukhmeneva E.A., Varfolomeev V.I., Yashin A.Yu., Zhiltsov N.S. Tenfold increase in the fusion triple product caused by doubling of toroidal magnetic field in the spherical tokamak Globus-M2 // Nucl. Fusion. – 2011. – V.61. – P.064001.
6. Solokha V.V., Kurskiev G.S., Yashin A. Yu., Gusev V.K., Zhiltsov N.S., Kiselev E.O., Minaev V.B., Miroshnikov I.V., Petrov Yu.V., Petrov A.V., Ponomarenko A.M., Sakharov N.V., Tkachenko E.E., Tolstyakov S.Yu., Tukhmeneva E.A. Analysis of peeling-ballooning modes in Globus-M2 tokamak // 49th International Conference on Plasma Physics and CF. – 2022. – P. 71.
7. Yashin A.Y., Bulanin V.V., Gusev V.K., Minaev V.B., Petrov A.V., Petrov Y.V., Ponomarenko A.M., Varfolomeev V.I. Doppler backscattering systems on the Globus-M2 tokamak // JINST. – 2022. – Vol. 17. – P. C01023.

УСТОЙЧИВОСТЬ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДЕР ВО ВНУТРЕННЕЙ КОРЕ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

Внутренняя кора нейтронных звезд простирается по плотности от $\rho_{\text{drip}} \approx 4 \cdot 10^{11} \text{ г см}^{-3}$ до $0.5\rho_{\text{nuc}} \approx 10^{14} \text{ г см}^{-3}$. Она состоит из полностью ионизованных атомных ядер, погруженных в фон квазисвободных нейтронов и вырожденный газ электронов. Из-за высокого химического потенциала электронов атомные ядра являются нейтроноизбыточными. В большей части внутренней коры они имеют сферическую форму, однако в наиболее глубоких слоях более энергетически выгодными могут становиться ядра существенно несферической формы (цилиндры, плоскости и инверсные конфигурации) [1,2].

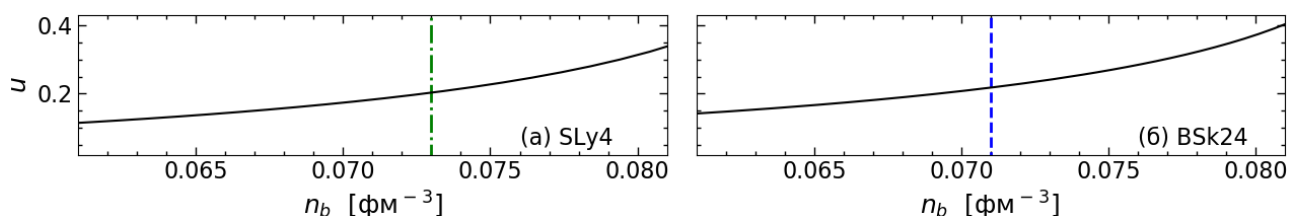


Рис. 1. Фактор заполнения для сферических ядер как функция концентрации нуклонов. Панели (а), (б) построены для ядерных потенциалов типа Скирма SLy4 [3] и BSk24 [4] соответственно. Вертикальная штрихпунктирная линия – граница перехода от сферических ядер внутренней коры к ядру нейтронной звезды (SLy4), вертикальная штриховая – граница переход ядер от сферической формы к цилиндрической (BSk24)

Для объяснения перехода между сферическими и несферическими ядрами (или перехода в ядро нейтронной звезды, состоящее из микроскопически однородной смеси нейтронов, протонов и электронов), в литературе часто применялся критерий неустойчивости сферических ядер к квадрупольным деформациям [1,2,5-7], полученный Бором и Уилером для земных условий [8]. В результате предсказывалось, что сферические ядра должны терять устойчивость, когда отношение объема ядра к объему ячейки Вигнера-Зейтца (фактор заполнения) η достигает величины $1/8$ [7]. Однако проведенные нами ранее расчеты в рамках сжимаемой капельной модели показали, что сферические ядра остаются энергетически более выгодными и при большем факторе заполнения (рис. 1) [9]. Похожая ситуация возникала и в других работах (см., например, работу [6]).

С целью объяснения природы этого противоречия мы рассмотрели устойчивость сферических ядер к деформации в условиях внутренней коры нейтронной звезды. Использована сжимаемая капельная модель [10], в которой ядро окружено квазисвободными нейтронами и находится в сферической ячейке Вигнера-Зейтца, однородно заполненной электронами (согласно требованию квазинейтральности полный заряд ячейки равен нулю).

Следуя работе Бора и Уилера [8], в настоящей работе мы рассмотрели изменение энергии при деформации ядра от сферы к эллипсоиду вращения с полуосями $R(1 + \epsilon)$ и $R/(1 + \epsilon)^{0.5}$, где R – радиус сферического ядра, ϵ – малый параметр деформации. Ячейка Вигнера-Зейтца при деформации остается сферической. Так как объем ядра не изменяется, в

(*) Н.А. Земляков, zemlyakov.na@edu.spbstu.ru

рамках капельной модели данная деформация ядра сказывается только на кулоновской и поверхностной энергиях. При этом изменение энергии ячейки с точностью до второго порядка по ε , вычисляется аналитически

$$\delta E = \left[\frac{2}{5} \sigma S - \left(\frac{1}{5} - \frac{u}{2} \right) E_C \right] \varepsilon^2.$$

Здесь σ – коэффициент поверхностного натяжения, $S = 4\pi R^2$ – площадь поверхности ядра до деформации. Кулоновская энергия ядра, вычисленная в пренебрежении фоном электронов, определяется выражением

$$E_C = \frac{3 Z^2 e^2}{5 R},$$

где Ze и e – заряд ядра и элементарный заряд.

В рамках использованной в работе сжимаемой капельной модели [10] можно показать также, что если состав коры является катализированным (т.е., количество атомных ядер на единицу объема является оптимальным по энергии), то выполняется соотношение

$$4\pi\sigma R^2 = 2E_C \left(1 - \frac{3}{2} u^{1/3} + \frac{1}{2} u \right).$$

В этом случае для любого значения фактора заполнения $u \in (0,1)$ изменение энергии δE остается положительным. Таким образом, ядра катализированной коры, которая, как считается, реализуется в не аккрецирующих нейтронных звездах [1], остаются устойчивыми по отношению к квадрупольным деформациям для всех значений фактора заполнения. Значит, переход к несферическим ядрам (или ядру нейтронной звезды) не может быть связан с неустойчивостью, вопреки часто встречающимся в литературе утверждениям [1,2,5-7].

Отсутствие неустойчивости связано с тем, что атомные ядра во внутренней коре находятся на фоне вырожденных электронов, плотность заряда которых сопоставима с плотностью заряда ядра. Это приводит к появлению электростатического потенциала, поддерживающего сферическую форму ядер (о важности электронов также упомянуто в [11]). Отметим, что в работе [7] со ссылкой на [12] указывается, что поправка к критерию неустойчивости Бора-Уилера для изолированных ядер из-за присутствия других ядер составляет порядка u , что согласуется с нашим расчетом в рамках приближения Вигнера-Зейца. Тем не менее, влияние этой поправки на устойчивость в работе [7] не анализировалось.

В более общем случае, когда количество атомных ядер на единицу объема не является равновесным, можно записать [10]

$$4\pi\sigma R^2 - 2E_C \left(1 - \frac{3}{2} u^{1/3} + \frac{1}{2} u \right) = 3\mu_N,$$

где μ_N – химический потенциал ядра, описывающий изменение энергии при создании одного ядра из уже присутствующих в веществе нуклонов (для катализированной коры $\mu_N = 0$).

В случае аккрецирующих нейтронных звезд в коре наблюдается избыток ядер [10], что приводит к $\mu_N > 0$ и делает сферические ядра еще более устойчивыми. Однако, если $\mu_N < 0$, т.е. когда количество ядер в веществе звезды меньше равновесного, ядра могут становиться неустойчивыми по отношению к делению (рис. 2).

Возникновение этой неустойчивости физически понятно: деление приводит к увеличению количества ядер, что приближает состав в катализированному, т.е. энергетически выгодно. Из расчетов с использованием потенциала SLy4 [3] нами было получено, что для возникновения неустойчивости при $n_b > 0.047 \text{ фм}^{-3}$ концентрация атомных ядер должна быть примерно в 2.2-2.4 раза меньшей равновесной.

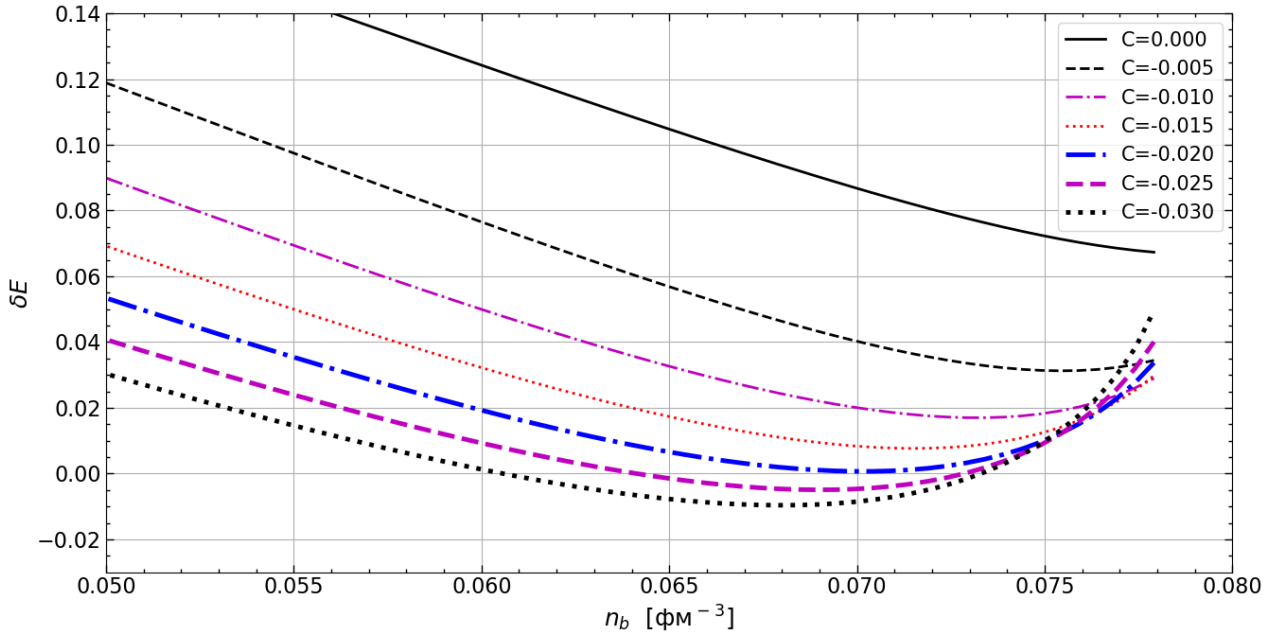


Рис. 2. δE , нормированное на $E_C \varepsilon^2$, как функция концентрации нуклонов для различных значений $C = \mu_N / \mu_n$ — отношения μ_N к химическому потенциалу нейтронов μ_n . Рисунок построен для ядерного потенциала типа Скирма SLy4

В заключение отметим, что схожие результаты были получены в работе [13], о которой нам стало известно, когда данная статья была уже написана. Однако в указанной работе не учитывается адсорбция нейтронов на поверхность ядра и, кроме того, предполагается, что при деформации ядра на поверхности ячейки отсутствует нормальная компонента электрического поля. Последнее представляется нам необоснованным: деформация ядра может приводить к появлению электростатического поля за пределами ячейки. Из-за этого условия результаты работы [13] несколько отличаются от наших количественно, но тоже свидетельствуют об устойчивости катализованной коры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Haensel P., Potekhin A., Yakovlev D. Neutron Stars 1: Equation of State and Structure. — New York: Springer, 2007. — 640 pp.
2. Chamel N., Haensel P. Physics of neutron star crusts // Living Reviews in relativity. — 2008. — V. 11. — P. 1-182.
3. Chabanat E., Bonche P., Haensel P., Meyer J., Schaeffer R. A Skyrme parametrization from subnuclear to neutron star densities. Part II. Nuclei far from stabilities // Nuclear Physics A. — 1998. — V. 635. — P. 231-256.
4. Goriely S., Chamel N., Pearson J. M. Further explorations of Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov mass formulas. XIII. The 2012 atomic mass evaluation and the symmetry coefficient // Physical Review C. — 2013. — V. 88. — P. 024308.
5. Iida K., Watanabe G., Sato K. Formation of Nuclear “Pasta” in Cold Neutron Star Matter // Progress of theoretical physics. — 2001. — V. 106. — P. 551-559.
6. Douchin F., Haensel P. Inner edge of neutron-star crust with SLy effective nucleon-nucleon interactions // Physics Letters B. — 2000. — V. 485. — P. 107–114.
7. Pethick C. J., Ravenhall D. G. Matter at large neutron excess and the physics of neutron-star crusts // Annual Review of Nuclear and Particle Science. — 1995. — V. 45. — P. 429—484.
8. Bohr N., Wheeler J.A. The mechanism of nuclear fission // Physical review. — 1939. — Vol. 56. — P. 426-450.

9. Zemlyakov N. A., Chugunov A. I., Shchepochin N. N. Non-spherical nucleon clusters in the mantle of a neutron star: CLDM based on Skyrme-type forces // Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2021. – V. 2103. – P. 012004.
10. Gusakov M.E., Chugunov A.I. Thermodynamically consistent equation of state for an accreted neutron star crust // Physical Review Letters. – 2020. – V. 124. – P. 191101.
11. Watanabe G. Simulating Pasta Phases by Molecular Dynamics and Cold Atoms: Formation in Supernovae and Superfluid Neutrons in Neutron Stars // Progress of Theoretical Physics Supplement. – 2010. – V. 186. – P. 45-50.
12. Brandt S. Kernstoff under nuklear tæthed. Master's thesis. – Copenhagen: Copenhagen University, Niels Bohr Institute and Nordita, 1985. – 139 pp.
13. Kubis S., Wojcik W. The role of the electric Bond number in the stability of pasta phases // arXiv:2102.06675. – 2021 – URL: <https://arxiv.org/abs/2102.06675>. – (дата обращения: 10.03.2022).

УДК 533.9.01

А.Г. Полетаева, Е.Г. Кавеева, В.А. Рожанский, И.Ю. Веселова
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

МОДЕЛЬ ДЛЯ РАДИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ЭЛЕКТРОНОВ В ОБДИРОЧНОМ СЛОЕ ТОКАМАКА, ОСНОВАННАЯ НА ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ КОДОМ SOLPS-ITER

В данной работе рассматривается модель для оценки радиальной зависимости профиля электронной температуры на внешнем обводе в обдирочном слое (SOL) токамака. Данную зависимость принято считать экспоненциальной [1]. Однако с увеличением радиальной координаты от сепаратрисы, электронная температура спадает значительно медленнее по сравнению с экспонентой, что наблюдается как в экспериментальных профилях, полученных посредством диагностики Томсоновского рассеяния [2],[3], так и в результатах численного моделирования. Подобное поведение электронной температуры в дальнем SOL принято связывать с турбулентным переносом, а именно с увеличением коэффициентов аномального переноса с радиальной координатой.

В данной работе демонстрируется, что профиль электронный температуры в экваториальной плоскости на внешнем обводе (OMP) в SOL может быть выражен в виде степенной функции от радиальной координаты из уравнения баланса энергии. Коэффициенты аномального переноса в данной модели предполагаются постоянными, при этом аналитическое степенное решение соответствует более медленному радиальному спаду по сравнению с экспонентой.

Рассмотрим основные допущения предлагаемой модели. Предполагается, что радиальный поток тепла, поступающий в SOL, описывается только аномальным переносом с постоянным коэффициентом теплопроводности $q_{\perp} = -n\chi_{\perp}^{AN}\nabla_{\perp}T_e$, $\chi_{\perp}^{AN} = const$ и сосредоточен на внешнем обводе выше X-точки. В модели пренебрегается радиальной зависимостью электронной концентрации $n(y)$, считая её характерный масштаб спада много больше по сравнению с радиальным масштабом спада электронной температуры. Продольный поток тепла определяется только классической Спитцеровской теплопроводностью в режиме «high-recycling» [4]: $q_{\parallel} = -k_{oe}T_e^{5/2}\frac{dT_e}{dl_{\parallel}} \approx \frac{2}{7}\frac{k_{oe}T_e^{7/2}}{L_{\parallel}}$, где T – электронная температура на внешнем обводе в экваториальной плоскости, L_{\parallel} – характерный продольный масштаб. Тогда

^(*) А.Г. Полетаева, a.g.poletaeva@gmail.com

простейший баланс энергии $\nabla \vec{q}_\perp + \nabla \vec{q}_\parallel = 0$ позволяет определить зависимость электронной температуры от радиальной координаты в виде степенной функции:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{2}{7} \frac{k_{oe} T^{7/2}}{n \chi_{\perp}^{AN} L_{\parallel}^2} \rightarrow T(y) = \left(\frac{y + c T|_{sep}^{-5/4}}{c} \right)^{-5/4}, c = \frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \frac{4}{5} \sqrt{\frac{n \chi_{\perp}^{AN} L_{\parallel}^2}{k_{oe}}}, L_{\parallel} \sim \alpha q R, \alpha \sim 2 \div 3 \quad (1)$$

Предлагаемая модель проверяется сравнением с результатами численного моделирования кодом SOLPS-ITER [5]. В работе использовались расчёты для токамаков ASDEX-Upgrade (AUG), JET, ITER с неоном в качестве излучающей примеси, приведенные в работе [6]. Также, аналитическое степенное решение сопоставляется с экспериментальными профилями для электронной температуры для токамаков AUG (разряд, опубликованный в работе [7]) и JET (разряд, опубликованный в работе [8]).

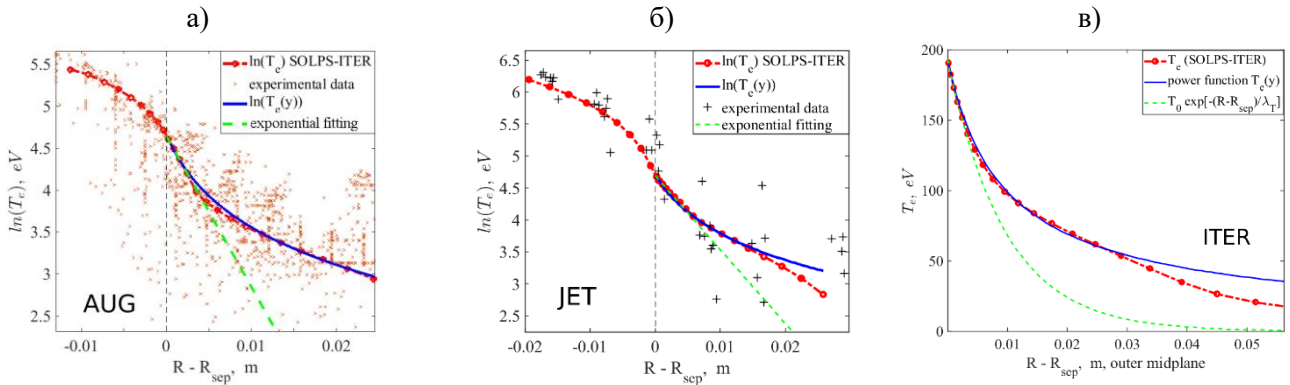


Рис.1. Сравнение степенного решения с экспериментальными данными, результатами моделирования и экспоненциальной аппроксимацией для токамаков AUG (а) и JET (б), с результатами моделирования и экспоненциальной аппроксимацией для токамака ITER (в).

На примере токамака ITER показано, что основные предположения простой модели согласуются с результатами численного моделирования (рис. 2).

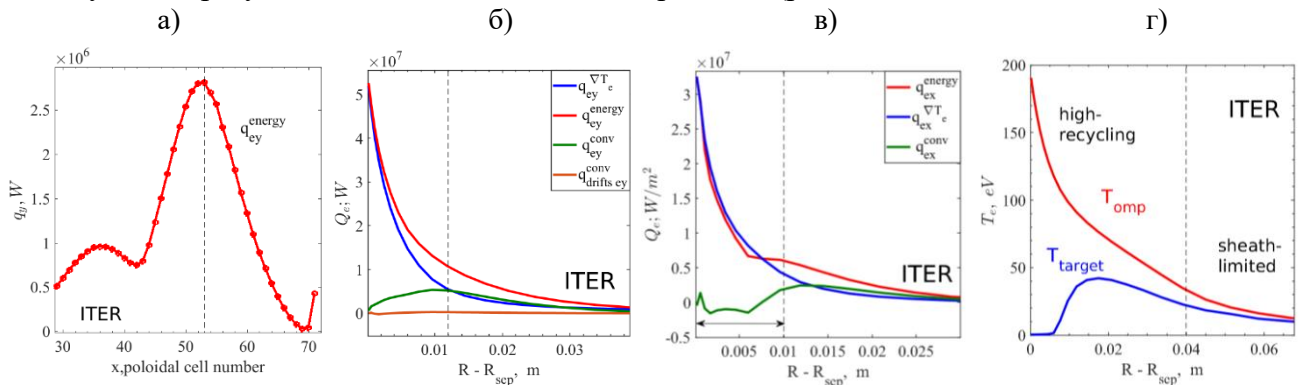


Рис. 2. Полоидальное распределение радиального потока энергии (а), компоненты радиального потока энергии на внешнем обводе (б), компоненты плотности полоидального потока энергии на уровне X-точки (в), сравнение электронной температуры в экваториальной плоскости на внешнем обводе и на пластине дивертора (г)

На рис. 1 (а), (б) приведено сравнение полученного степенного решения $T(y) \sim y^{-4/5}$ с результатами моделирования кодом SOLPS-ITER и экспериментальными данными для токамаков AUG и JET, а также с экспоненциальной аппроксимацией. Данные рисунки представлены в логарифмическом масштабе. На рис. 1 (в) представлено сравнение степенного решения, результатов моделирования и экспоненциальной аппроксимации для

токамака ITER. Видно, что во всех случаях полученное аналитическое решение хорошо согласуется как с экспериментальными данными, так и с результатами моделирования и лучше описывает распределение температуры электронов в SOL по сравнению с экспоненциальной аппроксимацией.

На рис. 2 (а) представлено полоидальное распределение радиального потока энергии. Видно, что он имеет максимум в ОМП (пунктирная линия на рис. 2, а) и значительно падает с полоидальным расстоянием по направлению к X-точке. Для характерных масштабов спада

$L_A \approx \left| \frac{A}{\nabla A} \right|$ для $n\chi^{AN}_{\perp}$ и T в ближнем SOL выполняется соотношение $L_{n\chi^{AN}_{\perp}} \sim 10L_T$, что

позволяет пренебречь радиальной зависимостью $n\chi^{AN}_{\perp}$ в условиях простой модели.

Радиальный и полоидальный потоки энергии в ближнем SOL являются преимущественно теплопроводными, как и предполагалось в простой модели (рис. 2 б, в). На масштабе до

4 см выполняется условие режима «high-recycling»: $T_u^{7/2} \gg T_i^{7/2}$ (рис. 2 г). Также, в работе

рассмотрено влияние на полученное решение факторов, связанных с механизмами переноса энергии, неучтенными в простой модели. На рис.2 (б), (в) показано, что на масштабах порядка сантиметра конвективные потоки энергии вносят такой же вклад, как и теплопроводные. В области за пунктирной линией на рис. 2 (г) реализуется режим «sheath-limited», где нельзя пренебречь температурой электронов на пластине дивертора в

продольном потоке тепла: $T_u^{7/2} = T_i^{7/2} + \frac{7 q_{\parallel} L}{2 k_{oe}}$. Следовательно, в данной области необходимо

другое решение для функции электронной температуры. Также, в работе рассмотрена роль источников в уравнении баланса энергии и показано, что теплообмен с ионами может быть одного порядка с дивергенциями потоков энергии. Качественно влияние теплообмена с ионами можно описать следующим образом. Ионы переносят энергию в радиальном направлении и передают ее электронам, повышая их температуру в дальнем SOL, что обеспечивает более медленное радиальное снижение температуры электронов. Считая поток энергии ионов теплопроводным и предполагая равенство электронной и ионной температур и коэффициентов аномальной теплопроводности, можно получить уравнение, отличающееся от уравнения (1) только коэффициентом.

В заключение можно сказать, что предложенная в работе модель позволяет оценить профиль электронной температуры на внешнем обводе в виде радиальной степенной функции в случае постоянных коэффициентов переноса. Показано, что аналитическое решение хорошо согласуется с экспериментальными профилями электронной температуры и с результатами численного моделирования. Анализ, основанный на численном моделировании кодом SOLPS-ITER, показывает, что учет более сложных эффектов, таких как теплообмен с ионами, конвективный перенос энергии и т. д., может дать поправки к полученному решению порядка единицы, но качественно не изменит степенной характер спада электронной температуры.

Данная работа была выполнена в ФГАОУ ВО «СПбПУ» и поддержана в рамках программы стратегического академического лидерства Российской Федерации «Приоритет 2030» по Соглашению № 075-15-2021-1333 от 30.09.2021 г. Численное моделирование было выполнено в Суперкомпьютерном центре (СКЦ) СПбПУ «Политехнический».

ЛИТЕРАТУРА

1. Eich T et al 2011 Phys. Rev. Lett. 107 215001
2. H J Sun et al 2015 Plasma Phys. Control. Fusion 57 125011
3. Eich T et al 2020 Nucl. Fusion 60 056016

4. Stangeby P C 2000 The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices (Bristol: Institute of Physics Publishing)
5. X. Bonnin, et al 2016 Plasma Fusion Res. 11 1403102
6. V Rozhansky et al 2021 Nucl. Fusion 61 126073
7. V Rozhansky et al 2021 Plasma Phys. Control. Fusion 63 015012
8. E Kaveeva et al 2021 Nuclear Materials and Energy 28 101030

УДК 533.9.01

И.В. Барановский, В.А. Рожанский, А.А. Кобелев
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ПЕРЕНОС В РЕЖИМАХ С ВЫСОКОЙ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОСТЬЮ В ПРИСТЕНОЧНОЙ ПЛАЗМЕ

В будущих токамаках-реакторах концентрация нейтральных частиц в диверторной области может достигать высоких значений, вплоть до 10^{21} м^{-3} . При таких высоких концентрациях частота ион-нейтральных столкновений ν_{iN} может оказаться сравнимой с ионной циклотронной частотой ω_{ci} . В этом случае трение ионов о нейтральную компоненту может играть значительную роль в формировании профилей параметров плазмы.

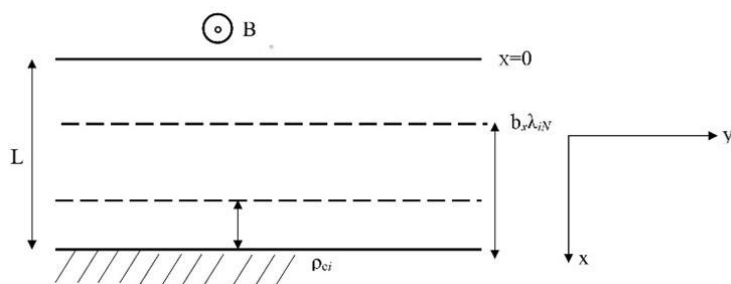


Рис. 1. Геометрия модельной задачи

Рассмотрим одномерную модельную задачу, рис. 1. Ось x соответствует полоидальному, ось y – радиальному, а ось z – тороидальному направлениям. Тороидальное магнитное поле направлено вдоль оси z , а полоидальное вдоль оси x , $b_x = B_x/B \ll 1$. Все величины зависят только от x . При $x = 0$ имеем поток частиц Γ по направлению к диверторной пластине. Пластина расположена на расстоянии L . Температуры постоянны: $T_{e,i} = const$. Концентрация нейтральных частиц n_N и их скорость u_N полагаются постоянными. Так же полагаем подвижность электронов достаточно высокой, что приводит к выражению для потенциала, соответствующему Больцмановскому распределению: $\phi = (T_e/e) \ln n + const$.

Скорость нейтральных частиц и полоидальный $[\mathbf{E} \times \mathbf{B}]$ дрейф положим равными нулю. Исходные уравнения – это суммарный продольный баланс сил для электронов и ионов, а также уравнение неразрывности для ионов:

$$\frac{\partial}{\partial x} m_i n u_x u_{\parallel} = -b_x \frac{\partial p}{\partial x} - n m_i \nu_{iN} (u_{\parallel} - u_{N \parallel}), \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} n u_x = 0, \quad (2)$$

^(*) И.В. Барановский, ilja.baranovsky@yandex.ru

где $u_x = b_x u_{\parallel}$, $p = n(T_i + T_e)$. Решая совместно эти уравнения с граничным условием $u_x(x = L) = b_x c_s$ и характерным масштабом $\lambda_x = b_x \lambda_{iN} = b_x c_s / v_{iN} \ll L$, где $c_s = ((T_e + T_i)/m_i)^{1/2}$ – скорость звука, можно получить точное решение для безразмерной скорости $u = u_x / b_x c_s$. Профиль концентрации можно найти из закона сохранения потока частиц. На расстоянии $L - x \gg \lambda_x$ от стенки можно упростить выражения, разложив по малому параметру λ_x/L , и получить линейные профили

$$u = \frac{\lambda_x}{L - x} = \frac{b_x c_s}{(L - x) v_{iN}}, \quad n = \frac{\Gamma(L - x) v_{iN}}{(b_x c_s)^2}. \quad (3)$$

Профиль плотности вдали от стенки приблизительно линейный, и только на расстоянии λ_x от нее отклоняется от линейного. Обозначим концентрацию на расстоянии λ_x от стенки как n_s . Перепад концентрации между источником ионизации $x = 0$ и пластиной оказывается достаточно большим $n(0)/n_s = L/\lambda_x \gg 1$.

Аналогичные результаты можно получить, рассматривая амбиполярную диффузию в частично ионизованной плазме [1]. Введем обозначение $D_x = b_x^2 D_{a\parallel}$, где $D_{a\parallel} = \frac{T_e + T_i}{m_i v_{iN}}$ – коэффициент амбиполярной диффузии. Профиль концентрации определяется уравнением диффузии

$$D_x \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = 0 \quad (4)$$

с граничными условиями

$$-D_x \left. \frac{\partial n}{\partial x} \right|_{x=0} = \Gamma, \quad n|_{x=L} = 0. \quad (5)$$

Из этих уравнений получаются линейные профили концентрации и скорости ионов, совпадающие с полученными из уравнений моментов.

Используя полученное выражение для концентрации, можно найти приближенное выражение для полоидального электрического поля.

$$E_x = -\frac{T_e}{en} \frac{\partial n}{\partial x} = \frac{T_e}{e(L - x)}. \quad (6)$$

Тогда можно оценить перепад поля между источником ионизации $x = 0$ и местом на расстоянии λ_x от стенки: $E_x(x = 0)/E_x(x = L - \lambda_x) = \lambda_x/L \ll 1$. Видно, что возле пластины полоидальное поле сильно возрастает, а значит, имеет место сильный $[\mathbf{E} \times \mathbf{B}]$ дрейф.

В сильно замагниченной плазме коэффициент поперечной диффузии ионов в $(v_{iN}/\omega_{ci})^2 \ll 1$ раз меньше коэффициента продольной [1].

Однако при малых углах между магнитным полем и стенкой параметр b_x может быть мал настолько, что эффективный коэффициент продольной диффузии $b_x^2 D_{a\parallel}$ оказывается немного больше или даже сравним с эффективным коэффициентом поперечной диффузии $D_{\perp}(1 - b_x^2)$. Рассматривая полный тензор диффузии ионов, можно получить выражение для эффективного полоидального коэффициента диффузии

$$D_x = (1 + T_e/T_i)(b_x^2 D_{i\parallel} + (1 - b_x^2) D_{i\perp}), \quad (7)$$

где $D_{i\parallel} = \frac{T_i}{m_i v_{iN}}$, $D_{i\perp} = \frac{v_{iN}^2}{(v_{iN}^2 + \omega_{ci}^2)} D_{i\parallel}$. Профили концентрации и скорости примут вид

$$n = \Gamma(L - x)/D_x, \quad u_x = \Gamma/n \quad (8)$$

Учет постоянной ненулевой скорости нейтральных частиц u_N от стенки приводит к возникновению эффективного электрического поля, пропорционального $[\mathbf{u}_N \times \mathbf{B}]$. Тогда закон сохранения потока для ионов в проекции на ось x примет вид

$$\Gamma = -D_x \frac{\partial n}{\partial x} - b_{i\lambda} n B u_{Nx} + n u_{Nx}, \quad (9)$$

где $b_{i\lambda} = \frac{\omega_{ci}^2}{B(v_{iN}^2 + \omega_{ci}^2)}$. В сильно замагниченной плазме $b_{i\lambda} \approx \left\langle \frac{v_{iN}}{\omega_{ci}} \ll 1 \right\rangle \approx \frac{1}{B}$, и два последних члена в правой части компенсируют друг друга. Для конечных же величин v_{iN}/ω_{ci} вклад этих членов следует принимать во внимание.

Было проведено сравнение с результатами расчетов аналогичной кинетической задачи кодом Particle-In-Cell Monte-Carlo Collisions (PIC MCC) для замагниченной плазмы при различных наборах параметров плазмы, выбор которых основывался на результатах моделирования токамака-реактора ИТЭР кодом SOLPS ITER [2]. Первый набор параметров: $B = 5T, T_e = 12.6\text{эВ}, T_i = 8.3\text{эВ}, b_x = 0.035, n_N = 10^{19}\text{м}^{-3}, L = 0.45\text{см}$ (рис. 2). В этом случае плазма сильно замагничена: $\omega_{ci}/v_{iN} = 958$. Второй набор параметров: $B = 5T, T_e = 1\text{эВ}, T_i = 1\text{эВ}, b_x = 0.035, n_N = 1.7 \times 10^{21}\text{м}^{-3}$ (рис. 3). Ионы все еще замагничены: $\omega_{ci}/v_{iN} = 24$, однако отношение уже гораздо ближе к единице. В обоих случаях наблюдается совпадение аналитических и полученных в результате численного моделирования профилей в центральной части рассматриваемой области. Различия видны вблизи стенки, так как в этой области перестает работать гидродинамическое приближение, в котором получены аналитические выражения. Различия наблюдаются так же в области вблизи источника ионизации, это связано с проблемой задания граничных условий в кинетическом коде и не имеет физического значения.

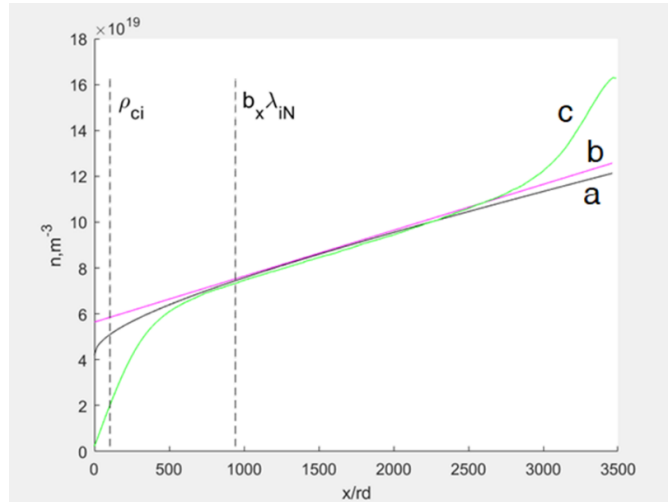


Рис. 2. Профиль концентрации плазмы: черный (a) - точное решение, фиолетовый (b) - уравнение (3), зеленый (c) - PIC моделирование

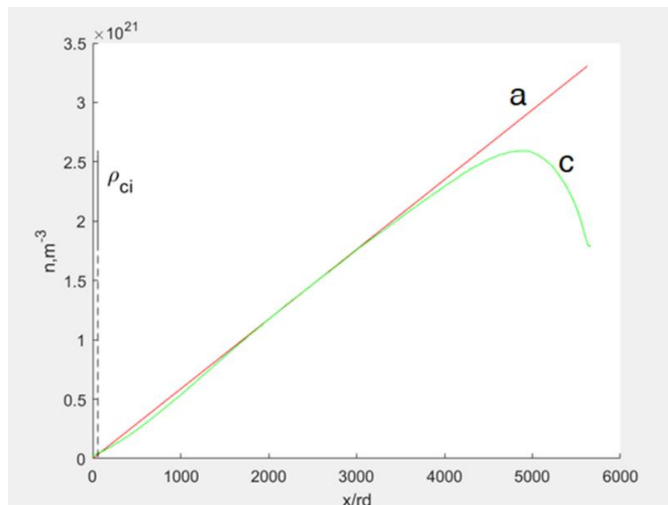


Рис. 3. Профиль концентрации плазмы в сильно столкновительном случае: красный (a) - уравнение (8), зеленый (c) - PIC моделирование

ЛИТЕРАТУРА

1. V Rozhansky, L Tsandin. Transport phenomena in partially ionized plasma. Taylor & Francis, London & N.Y. 2001.
2. E. Kaveeva, V. Rozhansky, I. Senichenkov, E. Sytova, I. Veselova, S. Voskoboynikov, X. Bonnin, R.A. Pitts, A.S. Kukushkin, S. Wiesen, D. Coster. SOLPS-ITER modelling of ITER edge plasma with drifts and currents. Nucl. Fusion 2020 60 046019

УДК 533.9.01

К.В. Долгова, Е.О. Векшина, В.А. Рожанский
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ОБНАРУЖЕНИЕ РЕЖИМА «HIGH FIELD SIDE HIGH DENSITY» НА ТОКАМАКЕ ГЛОБУС-М2

Данная работа посвящена сравнению и анализу расчетов с различной плотностью плазмы для токамака Глобус-М2, выполненных с помощью кода SOLPS-ITER для разрядов в режиме улучшенного удержания. В расчетах наблюдается формирование области с повышенной электронной плотностью со стороны сильного магнитного поля (HFS) вблизи нижнего дивертора. Аналогичная область HFSHD (High Field Side High Density) наблюдалась в экспериментах на токамаке ASDEX-Upgrade [1] и в соответствующем моделировании [2]. Для сферического же токамака механизм возникновения HFSHD проанализирован впервые.

В режиме HFSHD поток заряженных частиц на внутреннюю вертикальную стенку камеры превосходит поток на диверторную пластину. Одна из составляющих потока на стенку – $E \times B$ дрейф: $\Gamma = n \frac{[E \times B]}{B^2}$. Для оценки влияния величины дрейфа сравним отдельно электрическое поле и плотности частиц в рассматриваемой области для расчетов со стандартной (Вариант 1) и повышенной плотностью (Вариант 2).

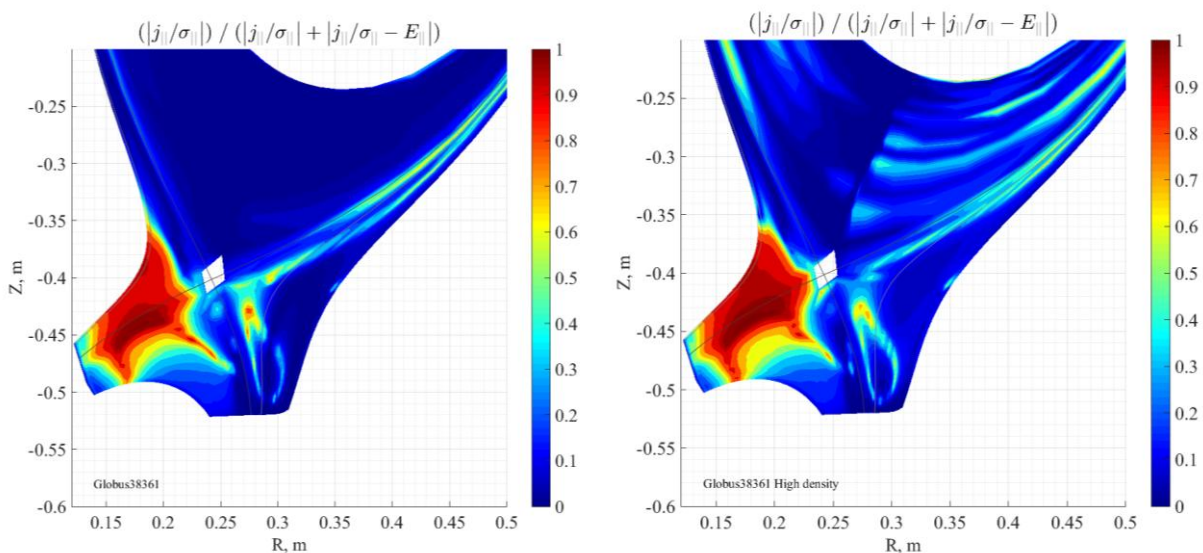


Рис. 1. Двумерное распределение параметра, характеризующего продольную проводимость плазмы. Значения параметра близкие к единице соответствуют низкой проводимости плазмы, близкие к нулю – высокой проводимости

^(*) К.В. Долгова, mamamiaksenmaria@gmail.com

Как можно видеть, величины продольного электрического поля претерпевают некоторые изменения. Во втором случае можно наблюдать то, что в большей области слагаемым $\frac{j_{\parallel}}{\sigma_{\parallel}}$ в выражении баланса сил для электронов, $j_{\parallel} = \sigma_{\parallel} \left(E_{\parallel} + \frac{\nabla_{\parallel} p_e}{en} + 0.71 \frac{\nabla_{\parallel} T_e}{e} \right)$, пренебречь нельзя (рис.1). Возрастание величины тока может быть напрямую связано с ростом концентрации заряженных частиц, а значит, концентрация электронов и ионов в разряде может не только напрямую, но и опосредованно, через напряженность электрического поля, влиять на величину дрейфа в области HFSHD.

Сравним теперь электронные плотности. При общем увеличении плотности во втором варианте мы можем говорить об увеличении в HFSHD в частности (рис.2).

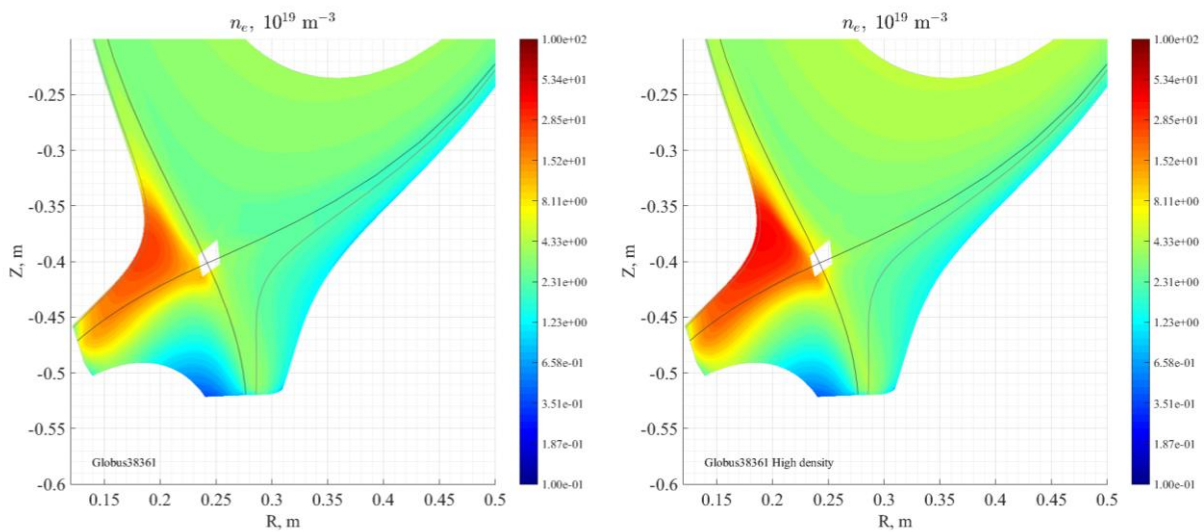


Рис. 2. Двумерное распределение концентрации в диверторной области

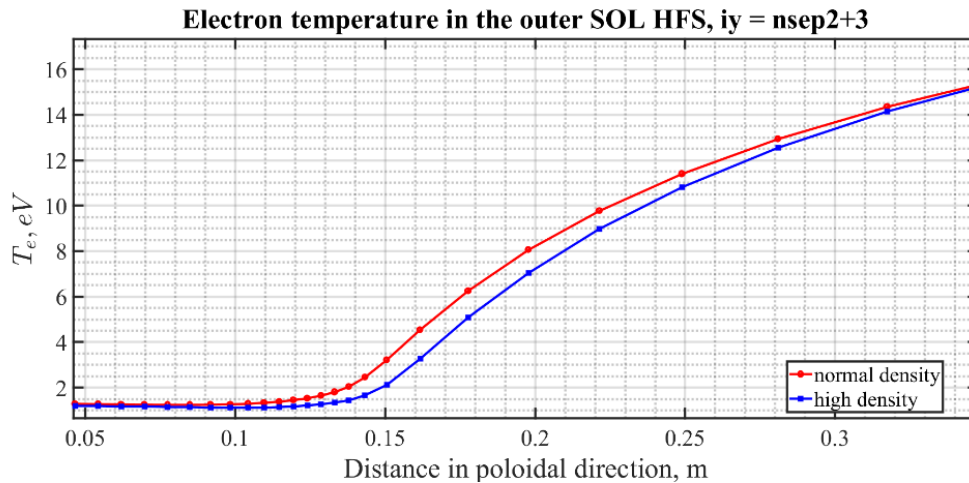


Рис. 3. Распределение электронной температуры в полоидальном направлении от нижней внутренней диверторной пластины до экваториальной плоскости

Рассмотрим распределение температуры в области HFSHD за второй сепаратрисой (рис. 3). Область делится на две различные с точки зрения поведения температуры области - с большим градиентом температуры и с близким к нулевому.

Рассмотрим область с малым градиентом температуры. Из баланса сил здесь можно оставить $j_{\parallel} = \sigma_{\parallel} \left(E_{\parallel} + \frac{\nabla_{\parallel} p_e}{en} \right)$. Наблюдается увеличение в 1.33 раза аномального потока из-за

соотношения плотностей, и в 1.5 раза для $E \times B$ дрейфа вследствие увеличения плотности и увеличения электрического поля в 1.15 раза. Превалирующим радиальным дрейфом при повышении плотности в данной области является $E \times B$ дрейф.

Табл. 1. Поток на внутреннюю стенку в области малого градиента температуры

	Вариант 1, $\text{см}^{-2}\text{с}^{-1}$	Вариант 2, $\text{см}^{-2}\text{с}^{-1}$	Изменение, %
Полный поток	$1,58 * 10^{21}$	$2,33 * 10^{21}$	47
$E \times B$	$1,23 * 10^{21}$	$1,85 * 10^{21}$	50
Аномальный	$0,48 * 10^{21}$	$0,64 * 10^{21}$	33

Для области с большим градиентом температуры получаем совсем иную картину. Здесь можно напротив пренебречь слагаемым, связанным с током, $E_{\parallel} + \frac{\nabla_{\parallel} p_e}{en} + 0.71 \frac{\nabla_{\parallel} T_e}{e} = 0$. Аномальный поток возрастает так же, как и для диверторной области, что объясняется таким же влиянием увеличения концентрации, однако $E \times B$ дрейф увеличивается гораздо меньше, несмотря на рост концентрации, что связано с соответствующим изменением электрического поля.

Табл. 2. Поток на внутреннюю стенку в области большого градиента температуры

	Вариант 1, $\text{см}^{-2}\text{с}^{-1}$	Вариант 2, $\text{см}^{-2}\text{с}^{-1}$	Изменение, %
Полный поток	$3,96 * 10^{21}$	$4,68 * 10^{21}$	18
$E \times B$	$2,11 * 10^{21}$	$2,21 * 10^{21}$	4.7
Аномальный	$1,65 * 10^{21}$	$2,21 * 10^{21}$	33

Далее рассмотрим рециклинг на материальных поверхностях со стороны HFS с последующей ионизацией, который для дейтерия задан единицей на материальных поверхностях, таким образом, ионы, достигающие материальных поверхностей, возвращаются обратно в плазму уже в виде нейтралей. Замечено, что поток на внутренний столб возрастает на 47%. Поток на нижнюю внутреннюю пластину возрастает незначительно. Ионизация нейтральных атомов происходит в основном при столкновении с электронами. Источник же определяется формулой $S_i = n_e n_a \langle v s_{ea}^i(v) \rangle$. Источник возрастает при увеличении плотности в разряде из-за роста концентрации электронов и нейтралей, идущих с материальных поверхностей, что подтверждается данными моделирования. Рассмотренные нами решения являются стационарными. Запишем уравнение непрерывности для ионов:

$$\text{div} \Gamma_i = n_e n_a \langle v s_{ea}^i(v) \rangle$$

Также возрастает ионный поток на стенку, увеличивая поток нейтралей со стенки. Повышение потока нейтралей приводит к увеличению содержания электронов вследствие ионизации.

По результатам работы можно сделать вывод, что основными механизмами формирования области HFSD в режиме улучшенного удержания является радиальный дрейф поперек электрического и магнитного полей в направлении HFS и рециклинг на поверхностях HFS выше диверторных пластин с последующей ионизацией.

Настоящая работа поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания в сфере науки по проекту №0784–2020–0020. Авторы благодарят Суперкомпьютерный центр (СКЦ) СПбПУ "Политехнический" за возможность тестирования кода SOLPS-ITER, использованного в данной работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Potzel, M. Wischmeier, M. Bernert, R. Dux, F. Reimold, A. Scarabosio, S. Brezinsek, M. Clever, A. Huber, A. Meigs, M. Stamp, the ASDEX Upgrade Team, JET-EFDA Contributors Formation of the high density front in the inner far SOL at ASDEX Upgrade and JET// Journal of Nuclear Materials- August 2015- V. 463, Pages 541-545
2. F. Reimold, M. Wischmeier, S. Potzel, L. Guimarais, D. Reiter, M. Bernert, M. Dunne, T. Lunt, the ASDEX Upgrade team, the EUROfusion MST1 team The high field side high density region in SOLPS-modelling of nitrogen-seeded H-modes in ASDEX Upgrade// Nuclear materials and energy- Aug 1, 2017

УДК 533.9.082.74

В.Э. Хавин^{1,2}, Г.А. Трошин^{1,2}, Н.В. Теплова^{1,2}, Е.З. Гусаков², С.И. Лашкул²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НИЖНЕГИБРИДНОГО ТОКА УВЛЕЧЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ДИНАМИЧЕСКОГО КОДА FRTC И КОДА ASTRA

В данной работе приведены результаты моделирования нижнегибридного (НГ) тока с использованием транспортного кода ASTRA [1] в связке с кодом FRTC [2, 3], который рассчитывает трассировку лучей. Для расчета спектра продольного показателя преломления НГ волны была использована программа Grill3D [4]. Моделирование производилось для параметров разрядов в токамаках ФТ-2 и Глобус-М2 с использованием метода Ченга-Купера [5] для неявной дискретизации второго порядка по пространству и первого порядка по времени с добавлением специальных весовых коэффициентов, которые не допускают возникновения отрицательных значений функции распределения. Приведены сравнения с данными, полученными с помощью обычной разностной неявной схемой второго порядка.

Электроны взаимодействуют с НГ волной посредством механизма Ландау, поглощая энергию волны. За счет столкновений в плазме эта энергия равномерно распределяется, формируя плато функции распределения электронов. Данную динамику хорошо описывает одномерное уравнение Фоккера-Планка [3]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\text{div}\vec{F} = \tilde{E} \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{\partial}{\partial v} \left(D(v) \frac{\partial f}{\partial v} \right) + \beta(Z_{eff}) \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{v^3} \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{f}{v^2} \right)$$

где $\tilde{E} = E/(4\pi e^3 n_e \Lambda / T_e)$ – электрическое поле, формируемое за счет изменения тока во времени, $D(v)$ - квазилинейный коэффициент диффузии, $v = V_{||}/\sqrt{T_e/m_e}$, $\beta = (5 + Z_{eff})/5$, $\tau = t4\pi e^3 n_e \Lambda / m_e^2 V_{te}^3$. Численное решение подобного класса задач обычно производится методом конечных разностей путем использования стандартной неявной разностной схемы в консервативной форме. У данных схем существует проблема возникновения отрицательных значений искомой функции. Для того, чтобы непосредственно продемонстрировать данный эффект обратимся к уравнению Фоккера-Планка. В равновесии (или квазиравновесии) производная функции распределения по времени, как и поток в пространстве скоростей, обнуляется:

$$-\text{div}\vec{F} = \frac{\partial}{\partial v} \left(\left(E + \frac{\beta}{v^2} \right) f + \left(D(v) + \frac{\beta}{v^3} \right) \frac{\partial f}{\partial v} \right) = \frac{\partial}{\partial v} \left(Bf + C \frac{\partial f}{\partial v} \right) = 0.$$

Используя стандартное усреднение для промежуточных значений $u_{j+0.5}^{n+1} = 0.5 \cdot (u_{j+1}^{n+1} + u_j^{n+1})$, получим:

^(*) В.Э. Хавин, havin.ve@edu.spbstu.ru

$$\begin{aligned}\tilde{F}_{j+0.5} &= [0.5 \cdot B_{j+0.5}^n + C_{j+0.5}^n/\Delta x]u_{j+1}^{n+1} - (C_{j+0.5}^n/\Delta x - 0.5 \cdot B_{j+0.5}^n)u_j^{n+1} = 0 \\ u_{j+1}^{n+1}/u_j^{n+1} &= (C_{j+0.5}^n/\Delta x - 0.5 \cdot B_{j+0.5}^n)/(0.5 \cdot B_{j+0.5}^n + C_{j+0.5}^n/\Delta x).\end{aligned}$$

Из последнего выражения видно, что для сохранения положительности искомой функции на следующем шаге необходимо удовлетворить условию $\Delta x < 0.5 \cdot C_{j+0.5}^n/B_{j+0.5}^n$, что само по себе невыполнимо, поскольку в ходе расчета коэффициент $B_{j+0.5}^n$ может менять знак за счет уменьшения столкновительного члена $1/v^2$ на фоне отрицательного электрического поля.

Чтобы такого не происходило, Ченг и Купер [5] предложили ввести весовой коэффициент для вычисления функции распределения на промежуточных точках $u_{j+0.5}^{n+1} = (1 - \delta_j)u_{j+1}^{n+1} + \delta_j u_j^{n+1}$, $0 \leq \delta_j \leq 1$. Тогда при достижении стационарного состояния

$$u_{j+1}^{n+1}/u_j^{n+1} = (C_{j+0.5}^n/\Delta x - \delta_j B_{j+0.5}^n)/((1 - \delta_j)B_{j+0.5}^n + C_{j+0.5}^n/\Delta x).$$

И если сравнить данный результат с точным решением

$$u_{j+1}^{n+1}/u_j^{n+1} = \exp\left(-\int_{j\Delta x}^{(j+1)\Delta x} \frac{B^n(y)}{C^n(y)} dy\right) \approx \exp(-B_{j+0.5}^n \Delta x / C_{j+0.5}^n),$$

то получим, что δ должна иметь следующий вид $\delta_j = 1/w_j - 1/(\exp(w_j) - 1)$, $w_j = \Delta x B_{j+0.5}^n / C_{j+0.5}^n$.

Такая схема (далее позиционируемая как «новая») сохраняет второй порядок точности по скорости [6]. Для достижения той же точности, что и у обычной («старой») неявной разностной схемы, размер ячеек ($h, \Delta t$) может быть увеличен [5]. Это повлечёт за собой уменьшение расчетного времени.

Было проведено сравнение результатов моделирования для токамаков ФТ-2 и Глобус-М2 с использованием обеих численных схем.

Моделирование для токамака ФТ-2 проводилось со следующими параметрами: плотность электронов в центре составляла $n_e = 1.9 \div 2.6 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, температура $T_e = 0.52 \div 0.69 \text{ keV}$, длительность импульса клистрона $\Delta t_{RF} = 5 \text{ ms}$ при мощности $P = 60 \text{ kW}$. Параметры дискретизации были одинаковыми для двух методов.

На рис. 1 видно, что с новой схемой максимальное значение полного тока в случае ФТ-2 составило 15 kA . Т.о., наблюдаемый прирост тока $\approx 5 \text{ kA}$. На рис. 2 можно наблюдать, что профили тока стали более крутыми. Также прослеживается локализация поглощения волны на $r \approx 6 \text{ cm}$ и увеличение тока частиц, ускоряемых электрическим полем в области отрицательных скоростей. Таким образом, повышение точности метода привело к существенным изменениям результатов моделирования.

В результате моделирования для токамака Глобус-М2, где плотность электронов в центре составляла $n_e = 2.5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, а температура в центре $T_e = 600 \text{ keV}$, также получено увеличение НГ тока при применении новой схемы. Длительность импульса клистрона $\Delta t_{RF} = 20 \text{ ms}$ при мощности $P = 150 \text{ kW}$.

На рис. 3 видно, что в расчете с новой схемой для установки Глобус-М2 средний прирост тока на этапе выхода на стационарное состояние составил $\approx 10 \text{ kA}$. На фоне большого тока $\approx 150 \text{ kA}$ такое изменение кажется несущественным, однако это еще раз отражает повышение точности расчета. На рис. 4 же видно, что наибольшие изменения в связи с увеличением точности расчета наблюдаются в области пристеночной плазмы. Основное поглощение происходит на $r \approx 3 \text{ cm}$.

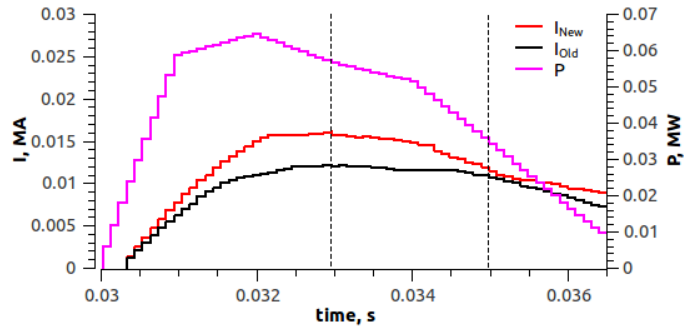


Рис. 1. ФТ-2: ток увлечения, рассчитанный по новой (красн.) и старой (черн.) схемам, вводимая мощность (мадж.)

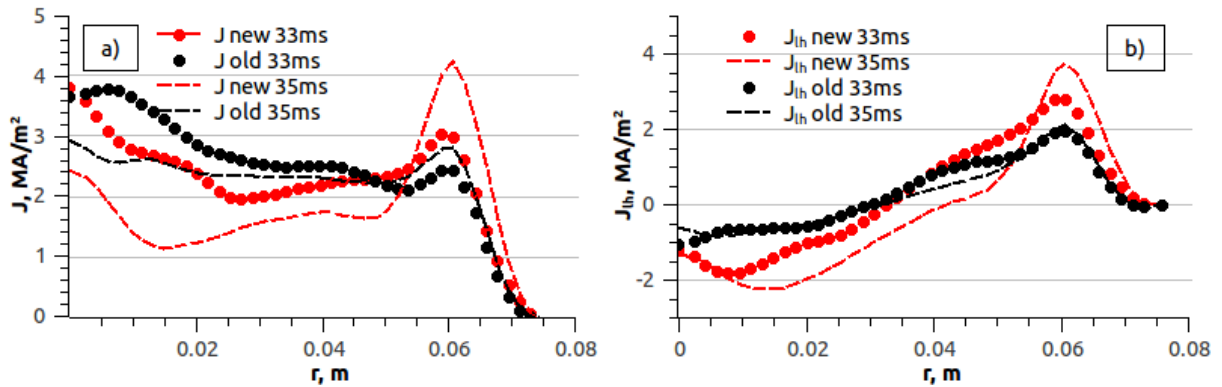


Рис. 2. ФТ-2: а) Профили плотности полного тока, рассчитанные по новой (красн.) и старой (черн.) схемам; б) профили плотности нижнегибридного тока, рассчитанные по новой (красн.) и старой (черн.) схемам

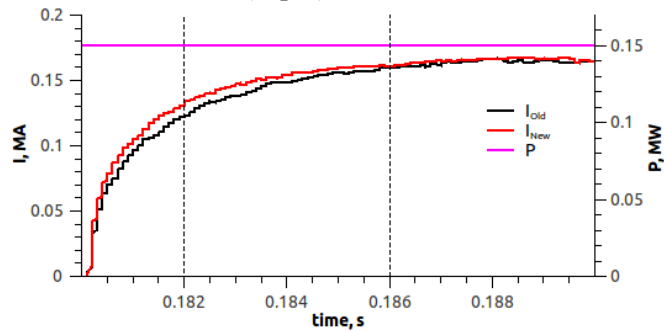


Рис. 3. Глобус-М2: а) ток увлечения с новой (красн.) и старой (черн.) схемами, вводимая мощность (мадж.)

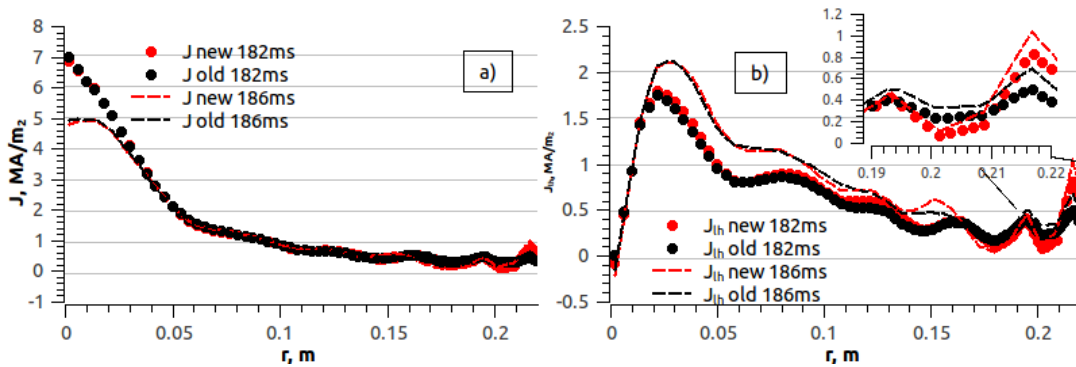


Рис. 4. Глобус-М2: а) Профили плотности полного тока, рассчитанные по новой (красн.) и старой (черн.) схемам; б) профили плотности нижнегибридного тока, рассчитанные по новой (красн.) и старой (черн.) схемам

Вывод. С помощью одномерного уравнения Фоккера-Планка можно демонстрировать качественные результаты взаимодействия волна-плазма. В данной работе применение метода Ченга-Купера позволило увеличить точность расчета функции распределения в уравнении Фоккера-Планка. Это помогло аккуратнее рассчитать профили плотности тока, интегрирование которых, в свою очередь, привело к увеличению полного тока для обоих токамаков, что соответствует наблюдениям в экспериментах.

ЛИТЕРАТУРА

1. G.V.Pereverzev and P.N. Yushmanov, Automated System for TRansport Analysis IPP-Report IPP 5/98, (2002).
2. A.R. Esterkin and A.D. Piliya 1996 Nucl. Fusion 36 1501
3. A.N. Saveliev, EPJ Web of Conferences 157, 03045 (2017).
4. M. A. Irzak and O. N. Shcherbinin, Nucl. Fusion 35, 1341 (1995)
5. S. Chang, G. Cooper. A practical difference scheme for Fokker–Planck equations. Journal of Computational Physics, 6(1): 1–16, 1970.
6. Mohammadi, Masoumeh & Borzi, Alfio. (2015). Analysis of the Chang–Cooper discretization scheme for a class of Fokker–Planck equations. Journal of Numerical Mathematics.

УДК 533.9.01

В.А. Шандин, С.П. Воскобойников, Е.Г. Кавеева, В.А. Рожанский
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПЛАЗМЕ ТОКАМАКА КОДОМ SOLPS-ITER

Введение. Все более актуальными становятся задачи, посвященные динамическому моделированию плазмы. Интерес к исследованию таких проблем оправдан, поскольку контроль за состоянием дивертора, в особенности в токамаках-реакторах, где приходиться на пластины мощность находится в около критическом диапазоне, необходим на протяжении всего разряда, в том числе в период динамической фазы. Контроль за состоянием дивертора осуществляется за счет систем обратной связи, моделирование которых невозможно без правильного динамического описания плазмы.

Обзор литературы. При динамическом моделировании поведения плазмы в пристеночной области токамака ASDEX Upgrade обнаружилось, что при некотором подборе входных параметров (конфигурация дивертора и тип напускаемой примеси) решение не сходится к стационарному. В ходе более детального анализа выяснилось, что эволюция параметров во времени носит периодический характер. Подобные колебания наблюдались в экспериментах на токамаках JET[1] и ASDEX Upgrade [2] и имеют свое специфическое название – Self-sustained divertor oscillations (SSDOs).

Первое теоретическое описание причины возникновения SSDOs было проведено в работе [3]. Предложенная авторами модель не претендует на излишнюю аккуратность и точность. Тем не менее, результаты, полученные с ее помощью, находятся в согласии с численным моделированием, проделанным авторами той же публикации, а так же в работе [4]. Суть работы сводится к обнаружению того факта, что зависимость полного числа частиц в объеме дивертора от температуры вблизи пластины $N_a(T_d)$, при некотором наборе сторонних параметров, становится N-образной и допускает многозначные решения (рис. 1).

^(*) В.А. Шандин, v.shandin2012@yandex.ru

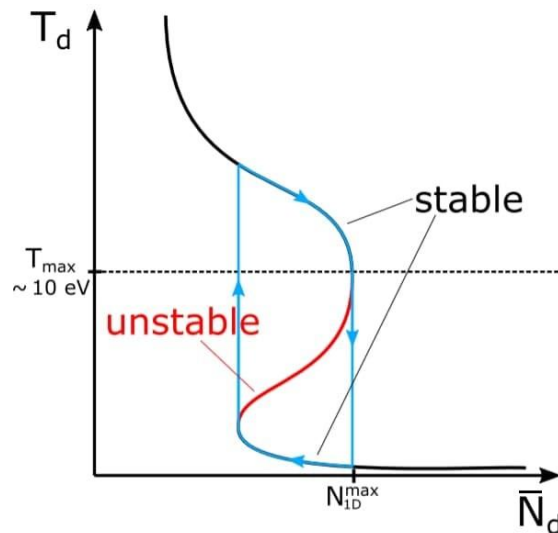


Рис. 1. График зависимости $T_d(N_d)$. Красным помечена нестабильная ветвь, голубым – устойчивая. Значения T_{max} и N_{1D}^{max} отвечают критической точке $d\bar{N}_d/dT_d = 0$.

На высокотемпературной части графика потоки тепла, приходящие в SOL и уходящие в область дивертора устремляются прямо на пластину и греют ее. В свою очередь, на низкотемпературной ветви, большая часть приходящего потока тепла диссипирует на нейтралах в зоне рециклинга. Осцилляции являются следствием бифуркационных скачков решения между высокотемпературной и низкотемпературной ветвями.

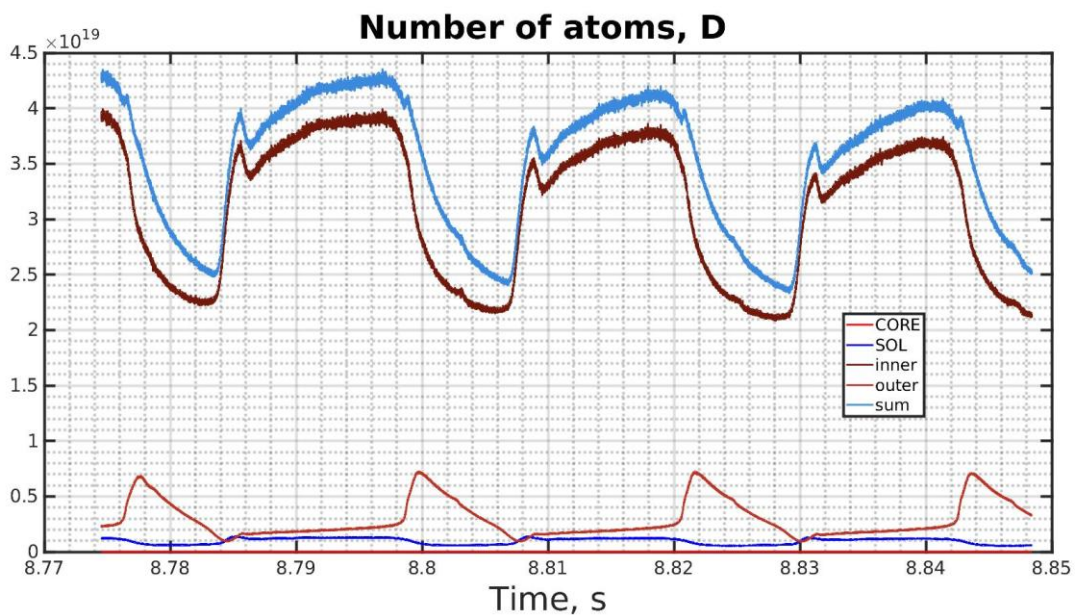


Рис. 2. Полное число частиц в различных зонах токамака Asdex Upgrade в зависимости от времени. CORE – центральная область, SOL – обдирочный слой, inner – регион вблизи внутренней пластины дивертора, outer – регион вблизи внешней пластины дивертора, sum – полное число нейтралей во всем объеме.

Описание методов исследования. Моделирование проводилось кодом SOLPS-ITER в геометрии токамака Asdex Upgrade. В данном коде численно решается система гидродинамических уравнений для плазмы, в которую статистическими методами Монте-Карло на каждом шаге по времени встраивается распределение фоновых нейтралей.

SOLPS-ITER – флагман среди численных кодов, моделирующих пристеночную плазму токамака. Однако изначально он применялся только при рассмотрении стационарных процессов. В нем реализованы разнообразные численные схемы, обеспечивающие сходимость расчетов. Подобные численные коррекции дают неверный результат при моделировании динамических режимов [5], хотя и обеспечивают физически правильные стационарные решения.

Полученные результаты. Была проведена адаптация численной схемы кода с целью обеспечения корректности динамических расчетов. Удалось добиться сходимости численной схемы, отвечающей гидродинамическим уравнениям Брагинского, описывающим поведение ионов и электронов с учетом электрических дрейфов и токов в обдирочном слое токамака. В данной работе получены первые результаты динамических расчётов на примере самоподдерживающихся колебаний – специфического режима работы дивертора в геометрии токамака ASDEX Upgrade.

Полное число нейтралей в различных регионах токамака (рис. 2) – один из наилучших способов продемонстрировать, насколько сильно в ходе колебаний изменяются параметры плазмы.

Настоящая работа поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках контракта №0034-2021-0003. Численное моделирование было выполнено в Суперкомпьютерном центре (СКЦ) СПбПУ «Политехнический».

ЛИТЕРАТУРА

1. Loarte A. et al. Self-sustained divertor plasma oscillations in the jet tokamak // Phys. Rev. Lett. American Physical Society, 1999. Vol. 83, № 18. P. 3657–3660.
2. Heinrich P. et al. Self-sustained divertor oscillations in ASDEX Upgrade // Nuclear Fusion. 2020. Vol. 60, № 7.
3. Krasheninnikov S.I. et al. Self-sustained oscillations in the divertor plasma // Nucl. Fusion. 1987. Vol. 27, № 11. P. 1805–1816.
4. Kukushkin A.S., Krasheninnikov S.I. Bifurcations and oscillations in divertor plasma // Plasma Phys. Control. Fusion. Institute of Physics Publishing, 2019. Vol. 61, № 7.
5. Шандин В.А., Моделирование динамических режимов токамака кодом SOLPS-ITER. // СПбПУ. ИФНиТ – 2021 - Выпускная квалификационная работа бакалавра.

УДК 523.64

Д.В. Белоусов¹, А.К. Павлов², Д.А. Цурков¹, В.Н. Ломасов¹

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Физико-технический Институт имени А.Ф.Иоффе РАН

РАДИАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ВО ЛЬДУ: ВОЗМОЖНЫЙ ИСТОЧНИК ВСПЫШЕК КОМЕТ НА БОЛЬШИХ РАССТОЯНИЯХ ОТ СОЛНЦА

Введение. Кометы – это объекты в наименьшей мере подверженные изменениям после образования Солнечной системы. Неудивительно, что изучение данных объектов является целью многих космических миссий и научных групп. В этой работе мы подробно рассматриваем природу активности комет на больших расстояниях от Солнца. В фазе активности комета увеличивает свою яркость за счет выброса газовых частиц и пыли в гало. Первоначально считалось, что основным источником вспышек комет является сублимация водяного льда вблизи Солнца. Однако было обнаружено большое число кометных вспышек

^(*) Д.В. Белоусов, dom.999.bel@gmail.com

на гелиоцентрических расстояниях, где процесс сублимация водяного льда неэффективен. Для объяснения наблюдаемой активности было предложено несколько механизмов: столкновение кометы с другим малым телом, экзотермический переход аморфного льда в кристаллический и сублимация газов CO и CO₂ [1]. Два последних процесса использовались во многих моделях кометных вспышек. Нужно учесть, что переход аморфной формы льда в кристаллическую не эффективен при температуре ниже 120 К, которая соответствует ≈15 а.е. Гипотеза, что комета состоит из аморфного льда, не доказана прямыми наблюдениями. Одним из ярких примеров активности комет на расстояниях, где переход аморфного льда не эффективен, является долгопериодическая комета C/2017 K2 (PANSTARRS), для которой наблюдается гало уже на расстоянии 35 а.е. Сублимация замороженных CO и CO₂ может быть источником такой активности, как показано в [2].

Для понимания природы активности кометных ядер необходимо учитывать влияние высокоэнергетических частиц в составе галактических космических лучей (ГКЛ) и солнечных космических лучей (СКЛ) на поверхностный слой комет. Кометные ядра подвержены бомбардировке космическими лучами при длительном нахождении в поясе Койпера и облаке Оорта, известных источниках комет. Облучение в основном протонами приводит к изменению состава и структуры льда [3]. Мы рассматриваем эффект накопления радикалов при облучении льда высокоэнергетическими протонами при низких температурах и последующего выделения энергии при нагреве облученного льда. Так как радикалы могут оставаться неподвижными во льду длительное время при низкой температуре, облучаемый лед может накапливать большую концентрацию радикалов. Выброс накопленной энергии при рекомбинации радикалов может быть вызван внешним нагревом или происходить спонтанно при накоплении критической концентрации. Мы представляем результаты экспериментов по облучению 15 МэВ протонами водяного льда при температуре 80 К [4].

Эксперимент. На рис.1 изображена схема вакуумной камеры для облучения образцов льда протонным пучком. Камера подключена к баку с жидким азотом для поддержания низкой температуры во время всего эксперимента. Давление и температура внутри камеры во время облучения 0.01 мбар и 80–85 К соответственно. Для измерения выделяющейся энергии был разработан термодатчик с медно-константановыми термопарами, располагающимися внутри льда. Термодатчик записывает температуру каждую секунду с разрешением 0.1 К.

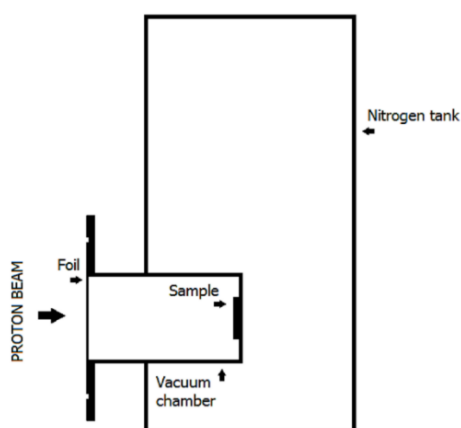


Рис. 1. Схема вакуумной камеры для облучения образцов льда протонами при низких температурах

После того как образец льда (цилиндр высотой 3 мм и диаметром 35 мм) достиг равновесной температуры (80 К), начинается облучение протонным пучком с энергией 15 МэВ и током 100 нА. После достижения дозы ≈ 1.3 эВ молекула⁻¹ ускоритель прекращает

свою работу и начинается медленный нагрев облученного образца. Процесс нагрева происходит за счет уменьшения уровня жидкого азота в баке. Был проведен калибровочный эксперимент нагрева необлученного образца. В результате из сравнения кривых нагрева облученного и калибровочного образцов можно определить эффект выделения энергии.

Результаты. На рис. 2 представлен график роста температуры облученного образца. Два основных пика роста температуры, при сравнении с калибровочным, происходили при температурах 84 и 106 К. Для анализа полученных данных использовалось уравнение теплопроводности льда с учетом энергии, выделяющейся при рекомбинации радикалов. Скорость рекомбинации имеет форму Аррениуса $K = K_0 e^{-U_{act}/k_b T}$, где U_{act} – потенциал активации рекомбинации. В первом пике (84 К) мы смогли определить только общую выделенную энергию 10 ± 4 Дж г⁻¹, по причине высокой скорости нагрева камеры (1.8 К мин⁻¹). Во втором пике (106 К) отчетливо видно дополнительное выделение энергии в облученном образце. Общая энергия равна 10 Дж г⁻¹. В результате фитирования пика при температуре 106 К получены параметры $U_{act} = 0.25 \pm 0.04$ эВ и время рекомбинации $\tau = (2.1 \pm 0.3) \times 10^3$ с, определяемой как $\tau = 1/K(T_{st})N_0$, где T_{st} – температура начала пика и N_0 – начальная концентрация радикалов.

Обсуждение результатов. При нагреве образца льда, облученного протонами, было обнаружено два пика роста температуры связанных с рекомбинацией захваченных радикалов. Наши результаты нужно экстраполировать в область более низких температур близких к поясу Койпера (30–60 К) или облаку Оорта (5–6 К). Несколькими научными группами были проведены эксперименты по облучению водяного льда и твердого метана высокоэнергичными нейтронами при температурах 10–50 К [5-6]. Как и в нашем эксперименте, было обнаружено выделение энергии при нагреве образца, также в некоторых случаях происходил спонтанный разогрев образца во время облучения. Максимальная выделенная энергия составляла 150 Дж г⁻¹.

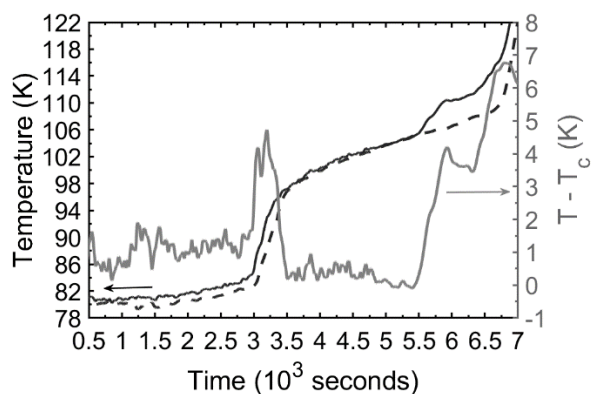


Рис. 2. Выделение энергии во льду после протонного облучения. Сплошная черная и штрихованная черная кривые – температура облученного и необлученного образцов, серая кривая – разница температур облученного и необлученного образцов.

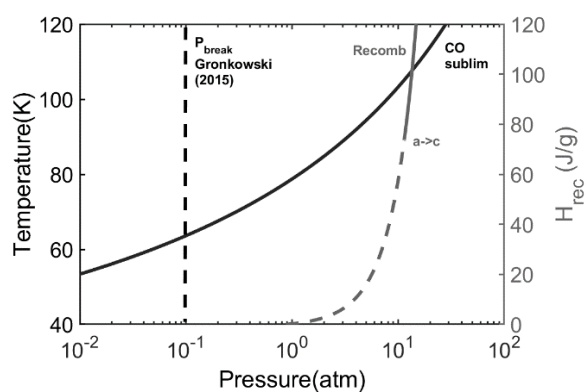


Рис. 3. Давление CO как функция температуры для реакции сублимации (черная кривая) и как функция аккумулированной энергии для реакции рекомбинации (серая кривая). Пунктирная черная прямая — это оценка прочности коры из работы [7].

Процесс накопления и быстрой рекомбинации захваченных радикалов может происходить в приповерхностном слое льда комет (верхний 10-метровый слой), который эффективно бомбардируют ГКЛ и СКЛ. Рекомбинация может привести к локальному разогреву льда, к сублимации газов и выбросу пыли, что вызовет резкий рост светимости кометы. Площадь кометного ядра толщиной 10 м, в которой происходит рекомбинация

радикалов, должна быть $0.6-4.5 \text{ км}^2$ для объяснения наблюдаемых вспышек комет с энергией $10^{14\pm 2}$ Дж. Можно вызвать процесс перехода аморфного льда в кристаллический в результате нагрева льда во время рекомбинации радикалов. Помимо дополнительного нагрева за счет реакции перехода происходит выброс газа CO, захваченного в аморфном льду. На рис.3 представлен рост давления CO за счет сублимации и за счет рекомбинации и последующего перехода льда из аморфного в кристаллический. Видно, что при условии наличия прочной коры у кометы, давления сублимации недостаточно при температуре меньше 60 К. Рекомбинация может происходить спонтанно и при более низких температурах и вызывать рост давления достаточного для прорыва коры.

Выводы. Были проведены эксперименты по облучения льда протонами при низкой температуре с целью аккумуляции энергии. Схожий процесс может происходить в кометных ядрах. Показано, что быстрая реакция рекомбинация накопленных радикалов может быть триггером кометных вспышек на больших расстояниях от Солнца.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 20-02-00470).

ЛИТЕРАТУРА

1. Gronkowski P. The search for a cometary outbursts mechanism: a comparison of various theories // *Astronomische Nachrichten*. – 2007. – Vol. 328. – P. 126-136.
2. Bouziani N., Jewitt D. Cometary activity beyond the planets // *The Astrophysical Journal*. – 2022. – Vol. 924. – P. 37
3. Maggiolo R., et al. The Effect of Cosmic Rays on Cometary Nuclei. II. Impact on Ice Composition and Structure // *The Astrophysical Journal*. – 2020. – Vol. 901. – P.136
4. Pavlov A., Belousov D., Tsurkov D., Lomasov V. Cosmic ray irradiation of comet nuclei: a possible source of cometary outbursts at large heliocentric distances // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2022. – Vol. 511. – P. 5909–5914.
5. Shabalin E., Kulagin E., Kulikov S., Melikhov V. Experimental study of spontaneous release of accumulated energy in irradiated ices // *Radiation Physics and Chemistry*. – 2003. – Vol. 67. – P. 315-319
6. Carpenter J. Thermally activated release of stored chemical energy in cryogenic media // *Nature*. – 1987. – Vol. 330. – P. 358–360
7. Gronkowski P., Wesolowski M. A model of cometary outbursts: a new simple approach to the classical question // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2015. – Vol. 451. – P. 3068–3077.

УДК 530.22

С.П. Рощупкин, Д.В. Дорошенко, В.В. Дубов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

РЕЗОНАНСНОЕ РОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ С ПОЗИТРОНАМИ В СИЛЬНОМ МОНОХРОМАТИЧЕСКОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Введение. В работе изучен один из процессов квантовой электродинамики (КЭД) - процесс резонансного рождения электрон-позитронных пар при взаимодействии электрон-позитронных пар в сильном монохроматическом электромагнитном поле или же аннигиляционный канал резонансного рассеяния электрона на позитроне. Такие процессы имеют свойство резонансного протекания [1,2].

В случае резонанса (резонанса Олейника) промежуточная виртуальная частица может выйти на массовую оболочку и стать реальной, а исходный процесс второго порядка по

^(*) Д.В. Дорошенко, luckoo@yandex.ru

постоянной тонкой структуры эффективно распасться на два последовательных процесса первого порядка [1-5]. Основным параметром в изучаемом процессе является классический релятивистски-инвариантный параметр

$$\eta = \frac{eF\lambda}{mc^2}, \quad (1)$$

численно равный отношению работы поля над электроном на длине волны к энергии покоя электрона (e и m заряд и масса электрона, F и $\lambda = c/\omega$ напряжённость поля и длина волны, ω частота). Случай $\eta \gtrsim 1$, рассматриваемый здесь, определяет сильное поле. В работе будет использована релятивистская система единиц $\hbar = c = 1$

Кинематика процесса. В сильном электромагнитном поле промежуточный фотон может стать реальным, и тогда одиночный процесс второго порядка по постоянной тонкой структуры преобразуется в последовательность двух процессов – обратного стимулированного лазерным полем процесса Брейта-Уиллера (первая вершина), а затем прямого стимулированного лазерным полем процесса Брейта-Уиллера (вторая вершина) (рис. 1).

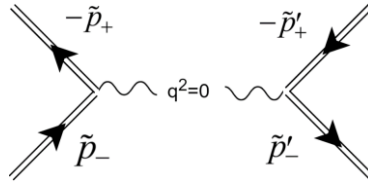


Рис. 1. Диаграмма Фейнмана резонансного процесса рождения электрон-позитронных пар при взаимодействии электрон-позитронных пар в поле сильной монохроматической электромагнитной волны

Для резонанса необходимо, чтобы число излучённых фотонов в первой вершине ($r \geq 1$) и поглощённых фотонов во второй ($s \geq 1$) было больше единицы. Во-вторых, энергии всех участвующих в процессе частиц (электронов и позитронов) должны быть ультрарелятивистскими: $\tilde{E}_{\pm} \gg m_*$, $\tilde{E}'_{\pm} \gg m_*$, где m_* – эффективная энергия покоя электрона в поле волны. Помимо этого, начальные электрон и позитрон, как и конечные, должны распространяться в узком конусе ($\theta_i = \sphericalangle(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) \ll 1$, $\theta_f = \sphericalangle(\mathbf{p}'_+, \mathbf{p}'_-) \ll 1$), а углы между этими частицами и направлением распространения внешней волны должны быть большими ($\theta_{\pm} = \sphericalangle(\mathbf{p}_{\pm}, \mathbf{k}) \sim 1$, $\theta'_{\pm} = \sphericalangle(\mathbf{p}'_{\pm}, \mathbf{k}) \sim 1$). Анализируя резонансное условие для первой вершины, мы получаем условие

$$\delta_{\eta c}^2 = [\varepsilon_{\eta c(r)} - 1] \geq 0, \quad (2)$$

где обозначено

$$\delta_{\eta c} = \frac{E_c \theta_i}{m\sqrt{1+\eta^2}}, \quad \varepsilon_{\eta c(r)} = r\varepsilon_{\eta c}, \quad \varepsilon_{\eta c} = \frac{E_c}{E_{\eta c}}, \quad (3)$$

$$E_{\eta c} = \frac{m^2(1+\eta^2)}{4\omega \sin^2(\theta_+/2)}, \quad E_i = E_+ + E_-, \quad E_c = \frac{E_+ E_-}{E_i}.$$

Здесь $E_{\eta c}$ – характеристическая энергия процесса для начальных частиц, E_c – комбинационная энергия начальных частиц. Параметр $\varepsilon_{\eta c(r)}$ позволяет из (3) получить ограничение на минимальное число испущенных фотонов, которое зависит от энергий начальных частиц, а также частоты внешнего электромагнитного поля:

$$r \geq r_{\min} = [\varepsilon_{\eta c}^{-1}]. \quad (4)$$

Вводя $x'_+ = E'_+/E_i$ – нормированную энергию позитрона, находим зависимость её от угла вылета конечного позитрона относительно направления суммарного импульса \mathbf{p}_i , а также числа поглощённых фотонов во второй вершине s :

$$x'_+ = \frac{1}{2(\varepsilon_{\eta i(s)} + \delta_+^{\prime 2})} \left[\varepsilon_{\eta i(s)} \pm \sqrt{\varepsilon_{\eta i(s)}(\varepsilon_{\eta i(s)} - 1) - \delta_+^{\prime 2}} \right], \quad \varepsilon_{\eta i(s)} = s\varepsilon_{\eta i} \geq 1, \quad \varepsilon_{\eta i} = \frac{E_i}{E_{\eta i}}, \quad (5)$$

$$E_{\eta i} = \frac{m^2(1+\eta^2)}{\omega \sin^2(\theta_+/2)}, \quad \delta_+^{\prime 2} = \frac{E_i^2 \theta_+^{\prime 2}}{4m_*^2} = \frac{E_i^2 \theta_+^{\prime 2}}{4m^2(1+\eta^2)}, \quad \theta_+^{\prime} = \angle(\mathbf{p}'_+, \mathbf{p}_i), \quad \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_+ + \mathbf{p}_-. \quad (6)$$

Резонансное дифференциальное сечение. Стандартным образом после усреднения по поляризациям начальной электрон-позитронной пары и суммирования по поляризациям конечной электрон-позитронной пары получим аналитическое выражение для максимального резонансного дифференциального сечения:

$$R_{\eta(r,s)}^{\max} = \frac{d\sigma_{\eta(r,s)}^{\max}}{d\delta_+^{\prime 2}} = r_e^2 D_{\eta i} F_{+(r,s)}, \quad D_{\eta i} = \frac{\pi(4\pi)^4}{\alpha^2 B^2(\varepsilon_{\eta c})} \left(\frac{E_c}{E_i} \right) \left(\frac{m}{E_i} \right)^2, \quad (7)$$

$$F_{+(r,s)} = \frac{x'_{+(s)}}{(1-x'_{+(s)})} \frac{P(u, u_r) \cdot P'(u', u'_s)}{\varepsilon_{\eta c(r)} \sqrt{1-4E_c/(\varepsilon_{\eta c(r)} E_i)}}, \quad B(\varepsilon_{\eta c}) = \sum_{r=r_{\min}}^{\infty} \int_1^{r\varepsilon_{\eta c}} \frac{dv}{v\sqrt{v(v-1)}} P(v, u_r).$$

Функция $P(u, u_r)$ определяет вероятность стимулированного лазерным полем обратного процесса Брейта-Уиллера, а $P'(u', u'_s)$ – вероятность стимулированного лазерным полем процесса Брейта-Уиллера.

$$P(u, u_r) = J_r^2(\gamma_{\eta c(r)}) + \eta^2(2u-1) \left[\left(\frac{r^2}{\gamma_{\eta c(r)}^2} - 1 \right) J_r^2 + J_r^{\prime 2} \right], \quad (8)$$

При этом, её аргументы равны

$$\gamma_{\eta c(r)} = 2r \frac{\eta}{\sqrt{1+\eta^2}} \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{\eta c(r)}} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_{\eta c(r)}} \right)}, \quad (9)$$

$$u = \frac{E_i}{4E_c}, \quad u_r = \varepsilon_{\eta c(r)} \frac{E_i}{4E_c} \quad (10)$$

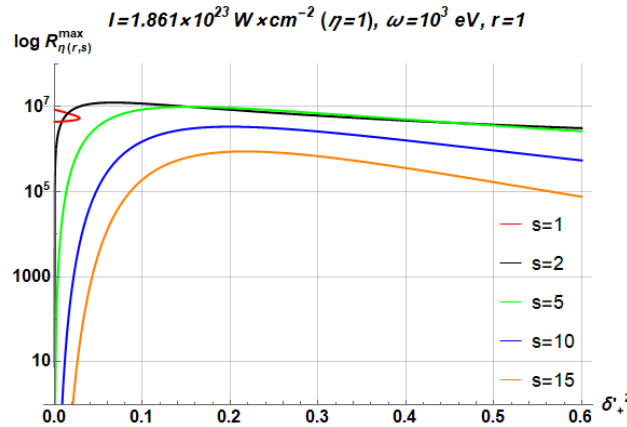


Рис. 2. Зависимость $R_{\eta(r,s)}^{\max}$ от $\delta_+^{\prime 2}$ для $r=1, E_i = 536,55$ МэВ, $\varepsilon_{\eta c}^{-1} = 0,9733$

Анализ выражений (7) показывает, что максимальное резонансное дифференциальное сечение существенно превышает сечение исходного процесса в отсутствие поля. Из рис.2 видно, что резонансное дифференциальное сечение может на семь порядков величины превышать соответствующее сечение без внешнего поля.

Заключение. В работе рассмотрен резонансный процесс рождения электрон-позитронных пар при аннигиляции электронных пар во внешнем сильном электромагнитном поле с интенсивностями вплоть до 10^{25} Вм/см². Детально изучена резонансная кинематика процесса. Показано, что число испущенных (поглощённых) фотонов волны должно превышать характерный параметр, зависящий от частоты поля, энергии начальных частиц и угла между начальными частицами и направлением распространения лазерной волны. Найдена зависимость энергий конечных частиц от угла вылета позитрона. Получено и исследовано резонансное дифференциальное сечение процесса. Показано, что максимальное резонансное дифференциальное сечение во внешнем поле может превышать соответствующее сечение в его отсутствие до семи порядков величины. Полученные результаты могут быть проверены в международных лазерных лабораториях (ELI, PHELIX).

ЛИТЕРАТУРА

1. Рошупкин С. П., Лебедь А. А. Эффекты квантовой электродинамики в сильных импульсных лазерных полях. – К.: Наук. Думка, 2013. – 191 с.
2. Рошупкин С. П., Ворошило А. И. Резонансные и когерентные эффекты квантовой электродинамики в сильных световых полях. – К.: Наук. Думка, 2008. – 398 с.
3. V. N. Nedoreshta, S. P. Roshchupkin, and A. I. Voroshilo Nonresonant Muon Pair Production in Electron-Positron Annihilation in the Field of Light Wave // Laser Physics, 2009, Vol. 19, No. 3, pp. 531–537.
4. Lebed' A.A., Padusenko E.A., Roshchupkin S.P. Resonant scattering of ultrarelativistic electrons in the strong field of a pulsed laser wave // Laser Phys. IOP Publishing, 2016. Vol. 26, № 2. P. 25302
5. Denisenko, O. I., and S. P. Roshchupkin, Resonant Scattering of an Electron by a Positron in the Field of a Light Wave" Las. Phys., Vol. 9, No. 5, 1108-1112, 1999.

УДК 533.9.08

Д.Н. Ткаченко¹, В.Ю. Горяинов^{1,2}, А.В. Воронин²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ ФИЛЬТРОВЫМ СПЕКТРОМЕТРОМ

Диагностические методы для измерения интенсивности и спектра рентгеновского излучения довольно давно и широко используются для исследования плазмы. Методы рентгеновской спектроскопии играют важную роль в исследовании и диагностики плазмы магнитных ловушек. В сочетании с другими методами исследования рентгеновская диагностика позволяет изучать различные переходные процессы плазмы токамака во время разряда. Для всех рентгеновских устройств характерны небольшие габариты, простота использования, невысокая цена, а также пассивность (отсутствие вмешательства в ход изучаемого процесса).

Как известно, спектр рентгеновского излучения состоит как из отдельных линий, так и из сплошного спектра. Сплошной спектр мягкого рентгеновского излучения состоит как из тормозного, так и из рекомбинационного излучений электронов. Согласно [1], в свободной от

^(*) Д.Н. Ткаченко tkachenko.dn@edu.spbstu.ru

примеси водородной плазме тормозное излучение преобладает над рекомбинационным излучением. Так обстоит дело только в свободной от примеси водородной плазме, однако если же появляется примесь, то рекомбинационное излучение резко возрастает за счёт множителя Z_{eff}^4 . Даже малое количество примеси существенно отражается на наблюдаемом спектре. Помимо тормозного и рекомбинационного излучений в плазме также присутствует и линейчатое излучение, обусловленное внутренними переходами, измеряя которое можно получать данные о примесях в плазме.

В настоящей работе представлены методы исследования плазмы токамака с помощью диагностики мягкого рентгеновского излучения [1]. Такая диагностика может быть применена для измерения электронной температуры плазмы [2], для изучения внутренних МГД колебаний плазмы [3,4], и определение расположения магнитных поверхностей [4], оценки потери электронов за счет электронно-циклотронной эмиссии ECE [5] и убегающих электронов [6], возможности отслеживания ELM событий [3, 7, 8].

На токамаке Глобус-М2 для измерения электронной температуры плазмы установлена диагностика томсоновского рассеяния, которая собирает данные в 10 пространственных областях плазменного шнура от 5 до 20 раз в течение разряда токамака. Высокая стоимость и ограниченный срок работы лазера не позволяли постоянно использовать эту диагностику. Фильтровая спектрометрия обеспечивала непрерывное измерение температуры в течение всего импульса тока и могла применяться в качестве мониторинга в течение всей экспериментальной кампании (рис. 1).

Спектрометр состоит из четырех фотодетекторов, бериллиевых фильтров, коллиматоров и стабилизированного источника питания. Главная особенность фотодетекторов состоит в их высокой чувствительности и временном разрешении $\sim 1 \mu\text{s}$, позволяющем регистрировать быстрые процессы в плазме токамака. Бериллиевые фильтры обладают повышенными значениями прочности и однородности. Толщины фольг, установленных на четырех фотодетекторах, составляли 15, 27, 50 и 80 μm . В настоящей работе представлен метод расчёта температуры от времени по измеренным сигналам фильтрового спектрометра.

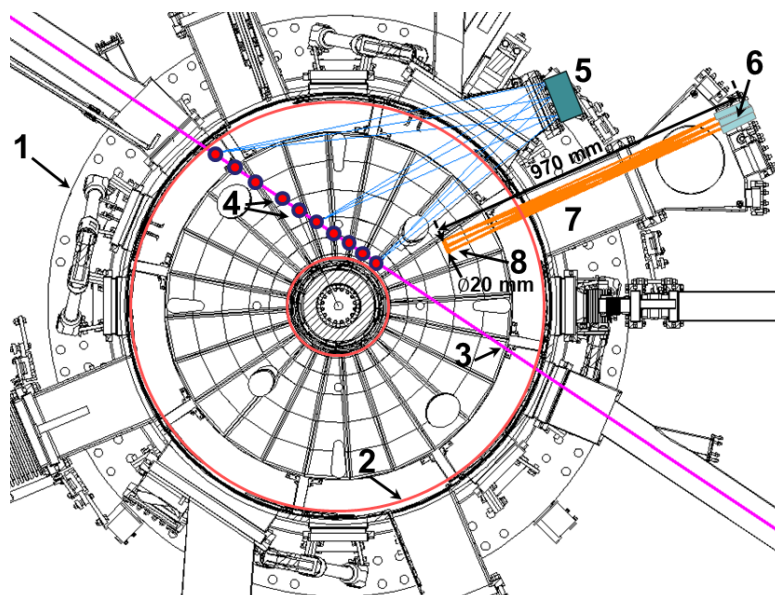


Рис. 1. Схема расположения диагностик на токамаке Глобус-М2: фильтрового спектрометра и томсоновского рассеяния. 1 – сечение камеры в экваториальной плоскости, 2 – внешняя граница плазмы, 3 – зондирующий лазерный луч, 4 – точки измерения, 5 – объектив, 6 – коллиматоры, 7,8 – область сбора излучения.

Результаты, полученные с помощью диагностики SXR, сравнивались с результатами диагностики томсоновского рассеяния, также установленной на токамаке. Значения температуры, полученные различными методами, согласуются между собой (рис. 2).

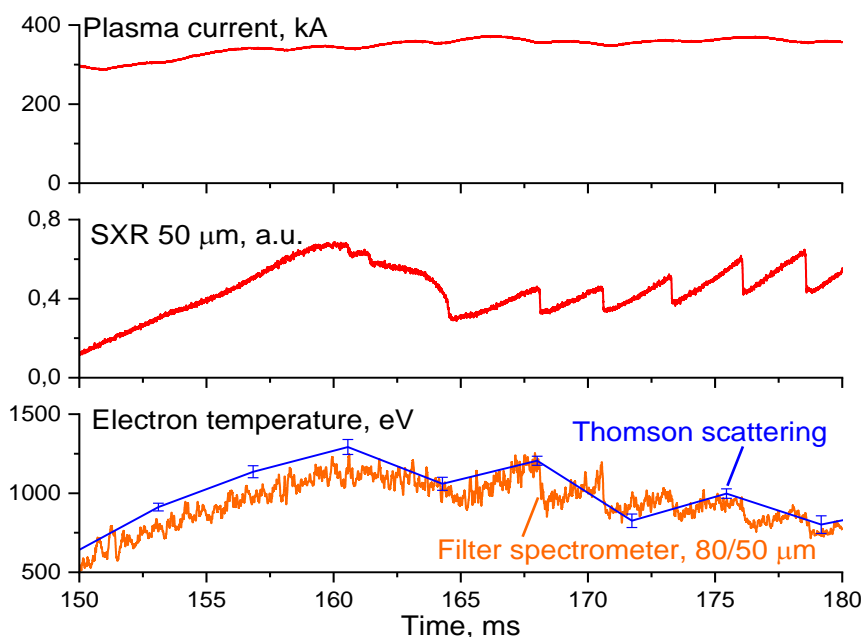


Рис. 2. Экспериментальные параметры плазменного разряда с пилообразными колебаниями в токамаке Глобус-М2

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Ю. Лукьянов “Горячая плазма и управляемый ядерный синтез” изд-во “Наука”, 1975.
2. Воронин, А. В., В. Ю. Горяинов, В. В. Забродский, Е. В. Шерстнев, В. А. Корнев, П. Н. Аруев, Г. С. Курскиев, Н. А. Жубр, А. С. Тукачинский. "Измерение электронной температуры плазмы фольговым рентгеновским спектрометром, установленным на токамаках ТУМАН-3М и Глобус-М2." *Журнал технической физики*, 91(12), 1922–1929. DOI: 10.21883/JTF.2021.12.51758.188-21
3. H. Lan, G. Xu, K. Tritz, N. Yan, T. Shi, Y. Li, T. Wang, L. Wang, J. Chen, Y. Duan, Y. Yuan, Y. Sun, S. Gu, Q. Zang, R. Chen, L. Chen, X. Zheng, S. Chen, H. Liu, Y. Ye, H. Wang, and B. Wan, *Plasma Sci. Technol.* 19(12), 125101 (2017). DOI: 10.1088/2058-6272/aa8cbf
4. S. Mirnov. *Physical Processes in Tokamak Plasma* (Atomizdat, Moscow, 1983), p. 116.
5. Lu, H., Luo, J., Zhong, F. et al. Suppression of MHD activity with limiter biasing in the HT-7 tokamak. *Eur. Phys. J. D* 66, 213 (2012). DOI: 10.1140/epjd/e2012-30283-1
6. Tukachinsky, A. S., Askinazi, L. G., Balachenkov, I. M., Belokurov, A. A., Gin, D. B., Zhubr, N. A., Shevelev, A. E. (2016). Alfvén oscillations in ohmic discharges with runaway electrons in the TUMAN-3M tokamak. *Technical Physics Letters*, 42(12), 1167–1169. DOI: 10.1134/s1063785016120233
7. Chen, K., Xu L., Hu L., Duan Y., Li X., Yuan Y., Zhao, J. (2016). 2-D soft x-ray arrays in the EAST. *Review of Scientific Instruments*, 87(6), 063504. DOI: 10.1063/1.4953837
8. Lan, H., Chen, R., Xu G. S., Yan N., Chen, L., Zhang, H. (2019). Experimental observation of coexisting electromagnetic fluctuations correlating with the inter-ELM pedestal evolution on EAST. *Physics of Plasmas*, 26(12), 122505. DOI: 10.1063/1.5123734

О.Д. Боровская^{1,2}, Э.А. Ушанова^{1,2}, С.Н. Петров
¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
²НИЦ "Курчатовский институт" - ЦНИИ КМ "Прометей"
им. И.В. Горынина^(*)

**ВЫЯВЛЕНИЕ ГРАНИЦ ИСХОДНОГО АУСТЕНИТНОГО ЗЕРНА
В ВЫСОКОПРОЧНЫХ СТАЛЯХ МЕТОДОМ EBSD-АНАЛИЗА**

Введение. Определение свойств мартенситно-бейнитных сталей тесно связано с выявлением границ исходного аустенитного зерна, так как характеристики превращенной структуры зависят от структуры высокотемпературной фазы перед её превращением.

Существует несколько методик выявления границ бывшего аустенитного зерна. Широко применяется химическое травление образца в реактиве на основе пикриновой кислоты [1]. Однако данный метод имеет недостаток – наравне с границами аустенитного зерна могут быть выявлены структура мартенсита и другие химические неоднородности. Также применяется метод вакуумного травления [2]. Сложность данного метода заключается в возможном изменении размеров аустенитных зерен во время нагрева и последующей изотермической выдержки, проводимых при вакуумном травлении.

В последние годы исследуются возможности применения метода дифракции обратно рассеянных электронов (EBSD – Electron Backscatter Diffraction). Определение локальной ориентировки кристаллитов, используемое в данном методе, позволяет делать предположение о структуре аустенита по данным превращенной структуры. Это возможно благодаря ориентационным соотношениям при $\gamma \rightarrow \alpha$ – превращении. Как правило, используется соотношение Курдюмова-Закса [3]. В работе [4] был разработан экспресс-метод выявления границ исходного аустенитного зерна на основе EBSD-данных. Выявление границ аустенитного зерна основывается на том факте, что в пределах одного бывшего аустенитного зерна после $\gamma \rightarrow \alpha$ -превращения будут наблюдаться только кристаллографически обусловленные границы, то есть границы в диапазонах от $5,1^\circ$ до $17,6^\circ$ и от $51,1^\circ$ до $60,3^\circ$.

Материал и методика проведения исследований. Для проведения исследования высокопрочной стали марки 09ХН2МД были подготовлены шлифы стандартного металлографического качества. Для устранения наклепа с поверхности образца была проведена электрополировка при помощи установки «LectroPol-5» с использованием электролита марки А2.

Картирование осуществлялось с помощью двулучевого сканирующего электронного микроскопа “TESCAN LYRA3”. Для определения локальных ориентировок по дифракционным данным использовалось программное обеспечение «Aztec». Построение карт производилось с помощью MTEX – приложения к Matlab, предназначенного для анализа и моделирования кристаллографических структур на основе EBSD-данных.

Чтобы обеспечить точность исследования и сравнения полученных результатов с результатами вакуумного травления на поверхность шлифа с помощью сфокусированного ионного пучка были нанесены метки для прецизионного исследования конкретного участка. Вакуумное травление проводилось с помощью дилатометра DIL 805. Образцы стали 09ХН2МД в вакуумной камере дилатометра нагревались со скоростью $5^\circ\text{C}/\text{с}$ в среде вакуума

^(*) О.Д. Боровская, borovskayaod44@mail.ru

до температуры 1020 °С, выдерживались при этой температуре в течение 600 с (образец №1) и 1000 с (образец №2), после чего охлаждались до температуры 300 °С со скоростью 50 °С/с .

Для снятия окисной пленки, образовавшейся в процессе травления, использовалась ионная полировка «SEMPrep2» широким ионным пучком аргона в течение 30 минут.

Результаты экспериментов и их обсуждение. Для подтверждения эффективности метода был исследован образец стали мартенситного класса 09ХН4МДФ. Карты, построенные на основе полученных EBSD-данных, приведены на рис. 1а), б).

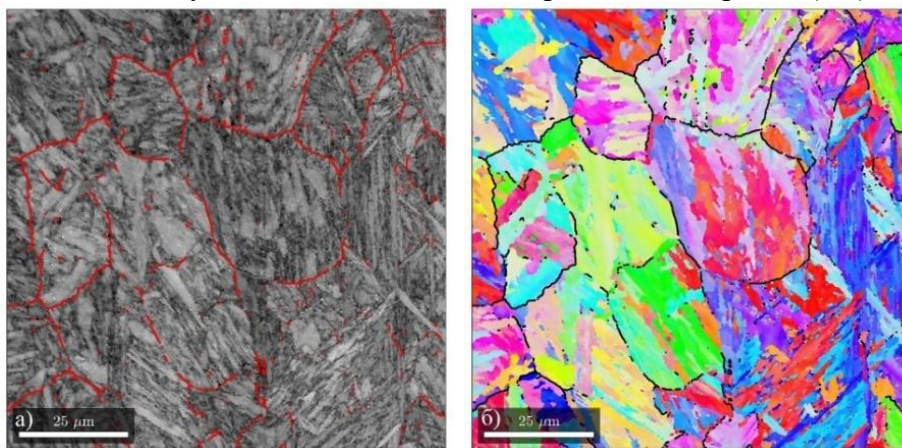


Рис.1. Восстановленные границы бывшего аустенитного зерна в образце 09ХН4МДФ, наложенные на: а) карту качества; б) карту IPF

Данные EBSD, снятые с образца №1 стали 09ХН2МД до и после травления, показали незначительное увеличение среднего размера бывшего аустенитного зерна (с 15,6 мкм до 16,2 мкм). На рис. 2а), б) показано наложение границ в диапазоне от 18° до 51° на карту IPF.

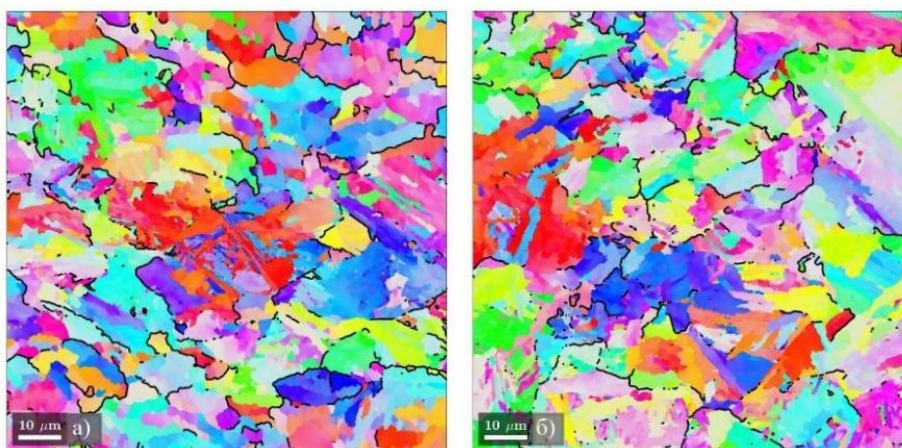


Рис.2. Образец №1: а) восстановленные границы, наложенные на карту IPF до вакуумного травления; б) границы, наложенные на карту IPF после вакуумного травления

Снимок образца №1, полученный сразу после вакуумного травления, демонстрирует схожую по морфологии структуры и размерам зерен картину, представленную на рис. 3.

Для образца №2 были построены карты границ до и после травления, они приведены на рис. 4а), б). Их исследование также показало увеличение среднего размера бывшего аустенитного зерна с 13 мкм до 20 мкм. Оба образца сохранили неоднородную субструктуру, но соответствия в микроструктуре до и после травления не обнаружено.

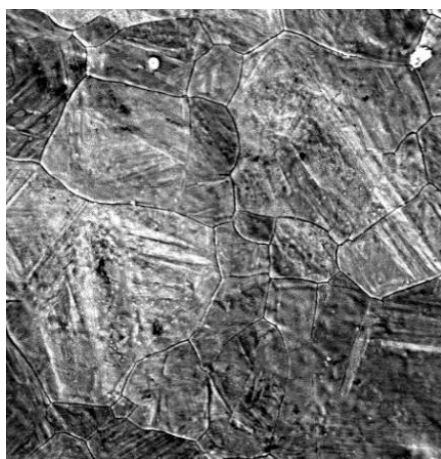


Рис. 3. Микроструктура образца №1 после вакуумного травления

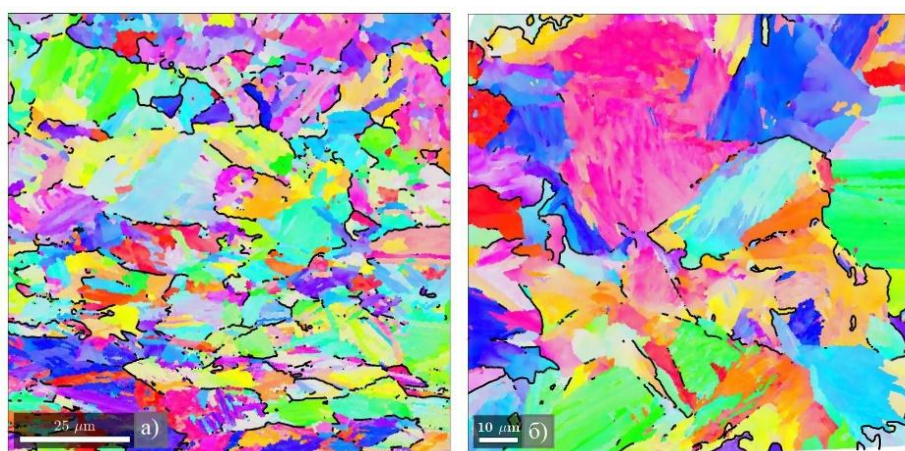


Рис. 4. Образец №2: а) восстановленные границы, наложенные на карту IPF до вакуумного травления; б) границы, наложенные на карту IPF после вакуумного травления

Заключение. Результаты, полученные в данной работе, показывают эффективность EBSD-метода для выявления границ бывшего аустенитного зерна. Карты границ бывшего аустенитного зерна исследованных образцов мартенситно-бейнитной стали марки 09ХН2МД, построенные на основе данных EBSD, показали увеличение размеров зерен после вакуумного травления. Установлено, что морфология структуры, выявленной с помощью вакуумного травления, аналогична полученной EBSD-методом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фердиан Д., Ариати М., Норман А. Метод выявления аустенитного зерна в низкоуглеродистой стали после горячей деформации// *Металловедение и термическая обработка металлов.* - 2013 г. - 5(695)- С. 54-58.
2. Зисман А.А., Сошина Т.В., Хлусова Е.И. Выявление бывших аустенитных зерен и анализ кинетики метадинамической рекристаллизации аустенита низкоуглеродистой стали в условиях горячей прокатки// *Письма о материалах.* - 2012 г.- 2(1) –С. 3-8.
3. *Phase transformations in steels. V. 2: Diffusionless transformations, high strength steels, modeling and advanced analytical techniques*// Edited by E. Pereloma and D.V. Edmonds. Philadelphia, USA: Woodhead Publishing Limited. - 2012. - 648 p.
4. Петров С.Н., Пташник А.В. Экспресс-метод определения границ бывшего аустенитного зерна в сталях бейнитно-мартенситного класса по локальным ориентировкам превращенной структуры// *Металловедение и термическая обработка металлов.* - 2019 г. – 5 – С. 15-21.

УРАВНЕНИЕ ДИФФУЗИИ ВОДОРОДА ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ УПРУГОМ ТЕЛЕ, НАХОДЯЩЕМСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Введение. Содержание водорода в металлах и сплавах приводит к снижению прочностных свойств материала. Данная проблема присутствует во множестве машин и механизмов, к ним относятся и подшипники качения. В частности, причиной преждевременных отказов подшипников редукторов ветряных энергоустановок являются белые трещины травления, возникающие из-за совместного воздействия водорода и напряжений [1]. Из литературы известно, что водород распределяется неравномерно в объеме металла, наибольшие концентрации наблюдаются в приповерхностном слое и распределяются в соответствии с полями напряжений в материале [2]. В связи с этим исследование характера распределения концентрации водорода, накапливаемого в процессе эксплуатации металлических конструкций, является актуальной задачей механики.

В настоящей работе решается задача вывода уравнения диффузии водорода во вращающемся цилиндрическом упругом теле, подверженном сжатию распределенными силами. Данная постановка моделирует диффузию водорода в телах качения роликовых подшипников в процессе их эксплуатации.

Аналитическое решение задачи. В предположении о вращении цилиндрического тела с постоянной угловой скоростью ω выполняется переход во вращающуюся систему координат с целью получения стационарного уравнения диффузии водорода в поле упругих напряжений [3], которое принимает вид:

$$\Delta C - \frac{V_H}{RT} \left[\frac{\partial C}{\partial r} \frac{\partial \sigma}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial C}{\partial \varphi} \frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} \right] - \frac{\omega}{D} \frac{\partial C}{\partial \varphi} - \frac{V_H}{RT} C \Delta \sigma = 0, \quad (1)$$

где C – концентрация, D – коэффициент диффузии, V_H – парциальный молярный объем, R – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура, σ – среднее нормальное напряжение.

В уравнение диффузии (1) входит гидростатическая компонента поля напряжений, которые возникают в цилиндрическом упругом теле под действием сжимающих нагрузок, приложенных в двух диаметрально противоположных областях цилиндрической поверхности. В качестве таких напряжений в данном случае целесообразно рассматривать контактные напряжения, возникающие при сжатии двух цилиндров, определяемые из задачи Герца. Полное решение задачи Герца о сжатии двух цилиндров, касающихся вдоль образующей, приведено в сборнике трудов Н.М. Беляева [4]. В данном решении компоненты тензора напряжений в соприкасающихся телах выражены через эллиптические координаты α и β , введенные следующим образом:

$$\begin{cases} y = bch\alpha\cos\beta, \\ z = bsh\alpha\sin\beta. \end{cases} \quad (2)$$

В свою очередь, начало отсчета декартовых координат связано с точкой первоначального соприкосновения двух цилиндров, при этом ось x направлена вдоль осей цилиндров, положительное направление оси z для каждого цилиндра направлено внутрь рассматриваемого цилиндра. В выражениях (2) величина b – полуширина полоски давления, которая определяется следующим образом:

^(*) А.Р. Галяутдинова, aliyagalyautdinova@gmail.com

$$b = \sqrt{\frac{4p(\vartheta_1 + \vartheta_2)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}, \quad (3)$$

где p – распределенная по длине цилиндра сжимающая нагрузка, R_1 и R_2 – радиусы цилиндров, $\vartheta_i = \frac{1-\nu_i^2}{\pi E_i}$ – параметры материалов двух цилиндров, ν – коэффициент Пуассона, E – модуль Юнга.

Во введенных эллиптических координатах напряжения по площадкам, перпендикулярным к декартовым координатным осям, в соприкасающихся телах имеют вид:

$$\begin{cases} \sigma_x = -\frac{2p}{\pi b} \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-\alpha} \sin\beta; \\ \sigma_y = -\frac{2p}{\pi b} e^{-\alpha} \sin\beta + \frac{2p}{\pi b} \sin\beta \operatorname{sh}\alpha \left(1 - \frac{\operatorname{sh}2\alpha}{\operatorname{ch}2\alpha - \cos2\beta}\right); \\ \sigma_z = -\frac{2p}{\pi b} e^{-\alpha} \sin\beta - \frac{2p}{\pi b} \sin\beta \operatorname{sh}\alpha \left(1 - \frac{\operatorname{sh}2\alpha}{\operatorname{ch}2\alpha - \cos2\beta}\right); \\ \tau_{yz} = -\frac{2p}{\pi b} \sin\beta \operatorname{sh}\alpha \frac{\sin2\beta}{\operatorname{ch}2\alpha - \cos2\beta}; \\ \tau_{xy} = \tau_{zx} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Данная запись напряжений в эллиптических координатах (4) затрудняет их использование в уравнении диффузии (1), так как на данный момент не было найдено аналитических формул перевода декартовых или полярных координат в эллиптические.

В таком случае, для получения аналитического выражения среднего нормального напряжения в полярных координатах r и φ было решено искать функцию в виде произведения $\sigma = -\frac{2p}{\pi b} f(r)g(\varphi)$, где функции $f(r)$ и $g(\varphi)$ будут подбираться в виде аппроксимирующих функций для распределений (4), построенных графически в полярных координатах с помощью пакета прикладных программ Matlab [5]. На основе компонент тензора напряжений (4) было построено двумерное среднее нормальное напряжение:

$$\sigma = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2} = \frac{\sigma_r + \sigma_\varphi}{2} = -\frac{2p}{\pi b} e^{-\alpha} \sin\beta. \quad (5)$$

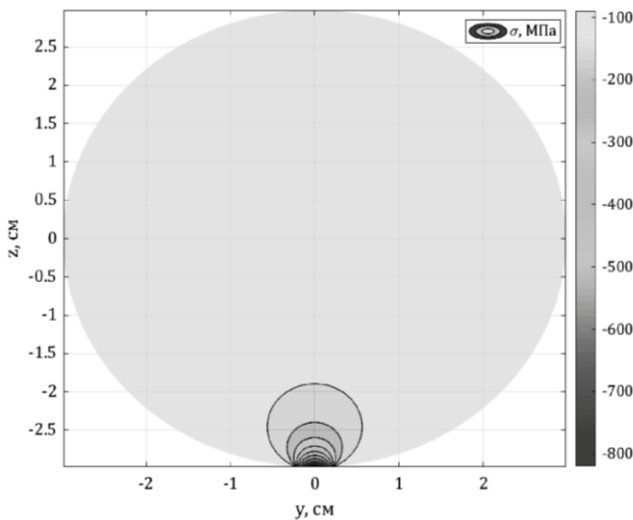


Рис. 1. Поле среднего нормального напряжения σ

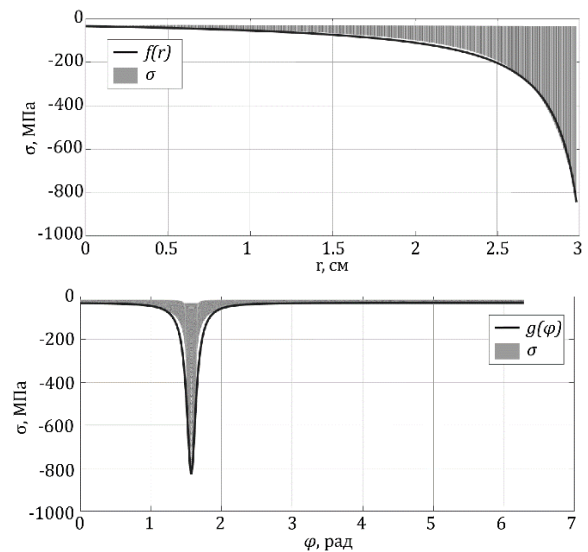


Рис. 2. Зависимости σ и функций $f(r)$ и $g(\varphi)$ от полярных координат r и φ

На рис. 1 изображено поле распределения среднего нормального напряжения (5), перестроенное в декартовых координатах, связанных с центром цилиндрического тела. На рис. 2 представлены зависимости гидростатической компоненты контактных напряжений от полярных координат r и φ , а также функции $f(r)$ и $g(\varphi)$, аппроксимирующие данные зависимости с достаточной точностью. В результате аппроксимационного алгоритма, были определены зависимости $f(r)$ и $g(\varphi)$, с помощью которых может быть представлено теоретическое выражение среднего нормального напряжения в контактной задаче о сжатии двух цилиндров. С учетом этих зависимостей оказывается возможным получить аналитическую запись среднего нормального напряжения в цилиндрическом теле, сжатом двумя симметричными распределенными нагрузками, приложенными в двух диаметрально противоположных точках цилиндрической поверхности в горизонтальной плоскости:

$$\sigma(r, \varphi) = -\frac{2p}{\pi b} \frac{q}{\sqrt{1 + \frac{(R_1 - r)^2}{b^2}}} \left(\frac{s}{\varphi^2 + s^2} + \frac{s}{(\varphi - \pi)^2 + s^2} + \frac{s}{(\varphi - 2\pi)^2 + s^2} \right), \quad (6)$$

где q и s – параметры аппроксимации. Подставляя полученное выражение (6) в уравнение (2), описывающее диффузию водорода в поле упругих напряжений во вращающейся системе координат, получим уравнение вида:

$$\Delta C + \frac{2p V_H}{\pi b RT} \left[\frac{qb(R_1 - r)}{(b^2 + (R_1 - r)^2)^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{s}{\varphi^2 + s^2} + \frac{s}{(\varphi - \pi)^2 + s^2} + \frac{s}{(\varphi - 2\pi)^2 + s^2} \right) \frac{\partial C}{\partial r} - \right. \\ \left. - \frac{2sq}{r^2 \sqrt{1 + \frac{(R_1 - r)^2}{b^2}}} \left(\frac{\varphi}{(\varphi^2 + s^2)^2} + \frac{\varphi - \pi}{(\varphi^2 + s^2)^2} + \frac{\varphi - 2\pi}{(\varphi^2 + s^2)^2} \right) \frac{\partial C}{\partial \varphi} \right] - \frac{\omega}{D} \frac{\partial C}{\partial \varphi} = 0. \quad (7)$$

Дифференциальное уравнение диффузии водорода (7) имеет сложную структуру, точное аналитическое решение данного уравнения не может быть найдено. Для нахождения его решения необходимо использовать приближенные аналитические или численные методы.

Заключение. В настоящей работе было получено уравнение диффузии водорода во вращающемся цилиндрическом упругом теле, подверженном сжатию двумя распределенными нагрузками. В данное уравнение входит гидростатическая компонента напряжений, полученная с помощью аппроксимации решения контактной задачи Герца, выраженного в эллиптических координатах. Дальнейшей целью нашего исследования является решение полученного уравнения диффузии водорода с помощью приближенных аналитических или численных методов. Определение характера распределения концентрации водорода в металле имеет практическую значимость для разработки методов выявления и предотвращения отказов эксплуатируемых конструкций по причине снижения их прочностных свойств под воздействием явления водородного охрупчивания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 18-19-00160).

ЛИТЕРАТУРА

1. Vegter, R.H., Slycke, J.T. The Role of Hydrogen on Rolling Contact Fatigue Response of Rolling Element Bearings // Journal of Astm International. – 2010. – №. 7.
2. Belyaev A.K., Polyanskiy V.A., Yakovlev Y.A., Mansyrev D.E., Polyanskiy A.M. Surface effect of the waves of plastic deformation and hydrogen distribution in metals // Days on Diffraction. – 2017. – P. 45-50.
3. Колачев Б.А. Водородная хрупкость металлов. – М: Металлургия. – 1985. – 217 с.
4. Беляев Н.М. Труды по теории упругости и пластичности. – М.: Гостехиздат, 1957. – 632 с.
5. Sun Ch. Explicit Equations to Transform from Cartesian to Elliptic Coordinates // Mathematical Modelling and Applications. – 2017. – Vol. 2 (4). – P. 43-46.

КРАЕВАЯ ДИСЛОКАЦИЯ В УПРУГОМ ШАРЕ

Рассматривается задача об упругих полях прямолинейной краевой дислокации, проходящей через центр линейно-упругого изотропного шара (рис. 1). В литературе имеется ряд статей, посвященных исследованию упругих полей, вызванных наличием линейных дефектов, пересекающих поверхность шара как сплошного, так и полого. Имеются решения для винтовой дислокации [1-3] и клиновой дисклинации [4,5]. Решение, представленное в настоящей работе, дополняет существующие результаты [1-5] и открывает широкие возможности для изучения диффузии точечных дефектов в наночастицах с дислокациями, а также для анализа релаксации напряжений несоответствия в сферических наноконструкциях.

Для построения решения был применен следующий подход. Искомое поле перемещений дислокации \mathbf{u}^+ представлялось в виде суммы ее поля перемещений в бесконечной среде \mathbf{u}^∞ и добавочного поля перемещений \mathbf{u} , обеспечивающего выполнение граничных условий: $\mathbf{u}^+ = \mathbf{u}^\infty + \mathbf{u}$. Аналогично для тензора напряжений: $\boldsymbol{\sigma}^+ = \boldsymbol{\sigma}^\infty + \boldsymbol{\sigma}$. В настоящей работе использовались хорошо известные результаты для \mathbf{u}^∞ и $\boldsymbol{\sigma}^\infty$ [6]. Для нахождения \mathbf{u} , как и в [1,4], был применен метод, описанный Лурье [7], когда вектор перемещения ищется в форме, предложенной Треффцем: $\mathbf{u} = \mathbf{U} + (R^2 - R_0^2)\nabla\Psi$, где $\Delta\mathbf{U} = \mathbf{0}$ и $\Delta\Psi = 0$, R – расстояние от центра шара, R_0 – радиус шара. В результате функции \mathbf{U} и Ψ были найдены в виде бесконечных рядов по сферическим функциям [8]:

$$\Psi = -\frac{1}{2R_0} \sin \varphi \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{R_0}\right)^{n-1} \frac{(n+1)(A_n(n+2) + B_n)}{n^2 - (1-2\nu)n + 1 - \nu} P_{n-1}^1(q) \quad (1)$$

$$U_x = \sin 2\varphi \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{R_0}\right)^n C_n P_n^2(q); U_y = \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{R_0}\right)^n (D_n P_n(q) - \cos 2\varphi C_n P_n^2(q)) \quad (2)$$

$$U_z = \sin \varphi \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{R_0}\right)^n E_n P_n^1(q) \quad (3)$$

$$A_n = -\frac{D}{G} \frac{((-1)^n + 1)}{2} \frac{(2n+1)}{(n-1)n(n+1)(n+2)}; B_n = \frac{\nu D}{G} \frac{(1 + (-1)^n)}{2} \frac{2n+1}{n(n+1)} \quad (4)$$

$$C_n = \frac{A_n}{2} \frac{2(2-\nu)n + 1 + \nu}{n^2 - (1-2\nu)n + 1 - \nu} + \frac{B_n}{2} \frac{(1-2\nu)n - 2 + \nu}{(n-1)(n^2 - (1-2\nu)n + 1 - \nu)} \quad (5)$$

$$D_n = \frac{(n+1)}{2} \left(\frac{A_n(n+2)(1 + \nu(2n-1))}{n^2 - (1-2\nu)n + 1 - \nu} + \frac{B_n(n^2(2\nu-3) + n(4-5\nu) - 2(1-\nu))}{(n-1)(n^2 - (1-2\nu)n + 1 - \nu)} \right) \quad (6)$$

$$E_n = A_n(n+2) \frac{(1-2\nu)n - 2 + \nu}{n^2 - (1-2\nu)n + 1 - \nu} + B_n \frac{n^2(2-2\nu) + n(5\nu-4) + 3 - 2\nu}{(n-1)(n^2 - (1-2\nu)n + 1 - \nu)} \quad (7)$$

где $D = Gb/[2\pi(1-\nu)]$, G – модуль сдвига, ν – коэффициент Пуассона, b – модуль вектора Бюргерса, $q = \cos \theta$, $P_n(q)$ – полиномы Лежандра, $P_n^m(q) = (-1)^m (1-q^2)^{m/2} \frac{d^m P_n(q)}{dq^m}$ – присоединенные полиномы Лежандра [11].

(*) Д.А. Петров, petrov3.da@edu.spbstu.ru

По вектору перемещений \mathbf{u}^\dagger был построен тензор напряжений σ^\dagger . На рисунках 2-4 представлены соответственно карты компонент $\sigma_{R\theta}^\dagger$, σ_{RR}^\dagger и $\sigma_{R\varphi}^\dagger$ в единицах D/R_0 в сечениях $z = 0$ и $z = 0.866R_0$, которые демонстрируют выполнение граничных условий.

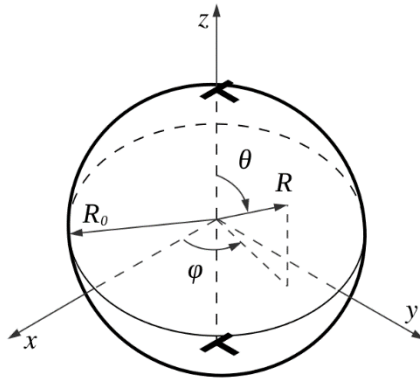


Рис. 1. Краевая дислокация в шаре

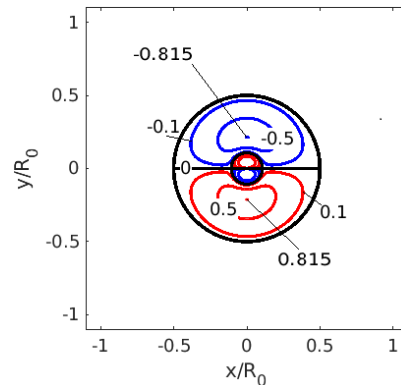


Рис. 2. Карта $\sigma_{R\theta}^\dagger$ в сечении $z = 0.866R_0$

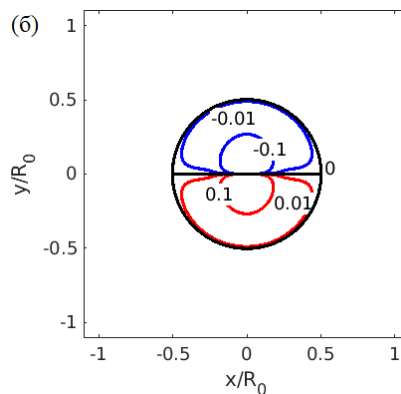
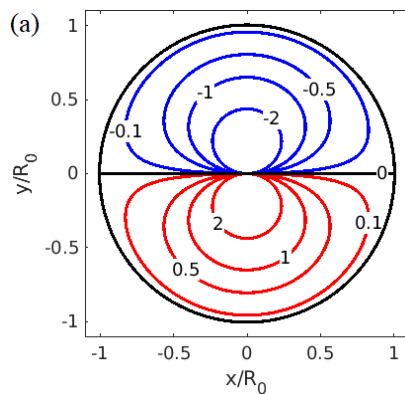


Рис. 3. Карты σ_{RR}^\dagger в сечениях (а) $z = 0$ и (б) $z = 0.866R_0$

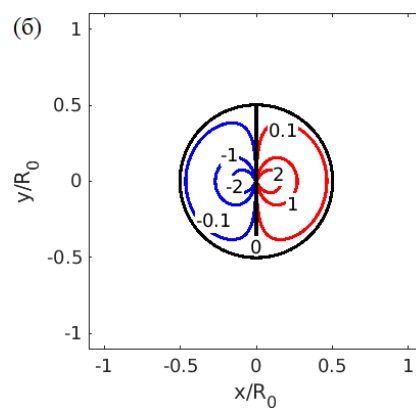
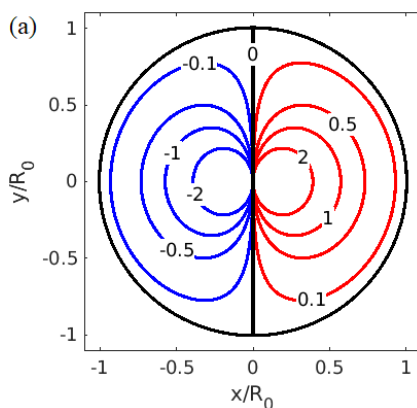


Рис. 4. Карты $\sigma_{R\varphi}^\dagger$ в сечениях (а) $z = 0$ и (б) $z = 0.866R_0$

Качественным отличием от случая бесконечной среды является появление сдвиговых компонент σ_{xz}^\dagger и σ_{yz}^\dagger . На рис. 5 представлены карты этих компонент в сечении $z = 0.866R_0$ в единицах D/R_0 .

При диффузионных процессах большую роль играет гидростатическая (средняя нормальная) компонента тензора напряжений σ и ее градиент. На рис. 6 представлены карты этой компоненты в единицах D/R_0 . По сравнению со случаем бесконечной среды она меняет

знак при движении от линии дислокации. Из этих карт также видно, что в сечениях, близких к полюсам, величина градиента гидростатической компоненты выше, чем у экватора.

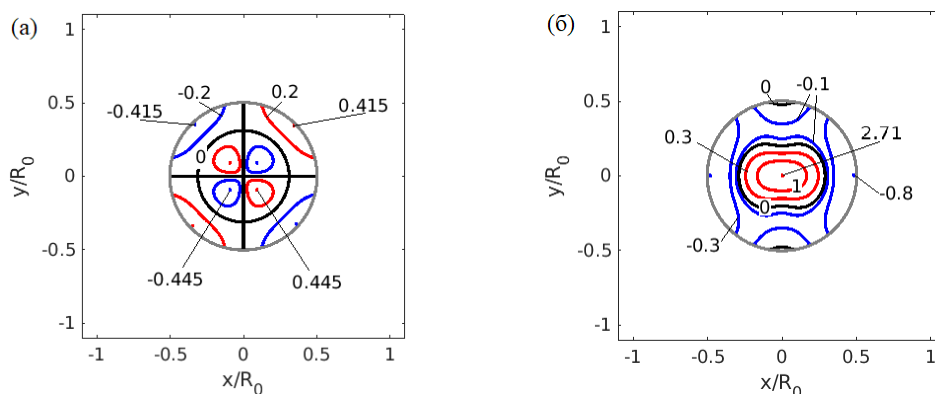


Рис. 5. Карты (а) σ_{xx} и (б) σ_{yz} в сечении $z = 0.866R_0$

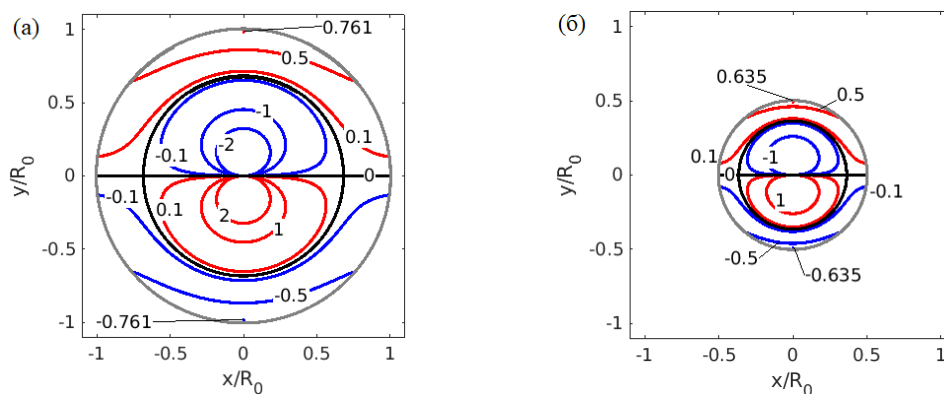


Рис. 6. Карты σ в сечениях (а) $z = 0$ и (б) $z = 0.866R_0$

Полученное решение может быть использовано в разнообразных теоретических моделях, описывающих дефектную структуру и деформацию малых сферических частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Polonsky I.A., Romanov A.E., Gryaznov V.G., Kaprelov A.M. Screw dislocation in spherical particle // Czechoslovak Journal of Physics – 1991. – Vol. 41 (12). – P. 1249-1255.
2. Kolesnikova A.L., Romanov A.E. Representation of elastic fields of circular dislocation and disclination loops in terms of spherical harmonics and their application to various problems of the theory of defects // International Journal of Solids and Structures – 2010. - Vol. 47 (1). – P. 58–70.
3. Kolesnikova A.L., Gutkin M.Yu., Romanov A.E. Threading Screw Dislocations in a Two-Phase Plate and A Two-Phase Sphere // Reviews on Advanced Materials Science – 2018. - Vol. 55. – P. 102-116.
4. Polonsky I.A., Romanov A.E., Gryaznov V.G., Kaprelov A.M. Disclination in an elastic sphere // Philosophical Magazine A – 1991.- Vol. 64 (2). – P. 281–287.
5. Kolesnikova A.L., Gutkin M.Yu., Proskura A.V., Morozov N.F., Romanov A.E. Elastic fields of straight wedge disclinations axially piercing bodies with spherical free surfaces // International Journal of Solids and Structures – 2016. - Vol. 99. – P. 82–96.
6. Де Вит Р. Континуальная теория дисклинаций – М.: Мир, 1977. – 208 с.
7. Лурье А.И. Теория упругости. – М.: Наука, 1970. – 940 с.
8. Гобсон Е.В. Теория сферических и эллипсоидальных функций. – М.: Издательство иностранной литературы, 1952. – 476 с.

КИНЕТИКА ЭВОЛЮЦИИ ВНУТРЕННЕЙ ПОЛОСТИ
В ИКОСАЭДРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦАХ

Введение. Малые полые частицы могут быть использованы для доставки лекарственных средств, хранения водорода, или при конструировании солнечных батарей [1; 2]. С термодинамической точки зрения полость в таких частицах имеет тенденцию к стягиванию, что было продемонстрировано теоретически для наносферических полых частиц в работе [3]. В работе [3] было найдено аналитическое решение граничной задачи теории диффузии для сферической полых частицы, кинетика эволюции радиуса поры анализирована численно. В работе [4] методом замены переменной удалось разрешить аналитически уравнения эволюции радиуса поры для полых частиц. В данной работе предложена теоретическая модель, описывающая кинетику эволюции внутренней полости в поле остаточных напряжений малых икосаэдрических частиц (ИЧ).

Описание модели и результаты расчетов. ИЧ имеют шесть осей симметрии пятого порядка, запрещенных законами кристаллографии. Эти оси симметрии совпадают с осями частичных краевых дисклинаций, вызывающих неоднородные упругие напряжения и деформации в ИЧ. В частности, внутренняя область ИЧ испытывает сжатие, наружная область – растяжение. Такое напряженное состояние способствует зарождению вакансий на наружной поверхности ИЧ и их последующей миграции в центральную область [5]. При некоторых условиях в центральной области может возникнуть перенасыщение вакансиями, что в свою очередь может привести к зарождению полости.

Сначала получим аналитическое решение граничной задачи теории диффузии для сферической оболочки в поле остаточных напряжений ИЧ в квазистационарном приближении ($\partial C_V / \partial t \approx 0$). Взаимодействие вакансий с полем остаточных напряжений икосаэдрической частицы задается вторым уравнением Фика с учетом дрейфового слагаемого [6]:

$$\Delta C_V + \frac{\delta v' \nabla \cdot (C_V \nabla p)}{k_B T} = 0, \quad (1)$$

где D_V – коэффициент диффузии вакансий, C_V – концентрация вакансий, $\delta v'$ – релаксационный объем вакансии, p – гидростатическое напряжение, действующее на вакансию. В качестве модели напряжений ИЧ используется модель стерео-дисклинации Маркса-Иоффе мощностью $\chi = 0.0613$ [7]:

$$\sigma_{RR}^\chi = \frac{4G(1+\nu)\chi}{3(1-\nu)} \left\{ \ln \frac{R}{a} + \frac{a_p^3}{a^3 - a_p^3} \left[\frac{a^3}{R^3} - 1 \right] \ln \frac{a}{a_p} \right\} \quad (2)$$

$$\sigma_{\theta\theta}^\chi = \sigma_{\phi\phi}^\chi = \frac{2G(1+\nu)\chi}{3(1-\nu)} \left\{ 1 + 2 \ln \frac{R}{a} - \frac{a_p^3}{a^3 - a_p^3} \left[\frac{a^3}{R^3} + 2 \right] \ln \frac{a}{a_p} \right\} \quad (3)$$

Гидростатическое напряжение p находится как первый инвариант тензора напряжений. Окончательно получим следующее уравнение:

$$\Delta C_V - \frac{\Psi}{R^2} \left(\frac{\partial C_V}{\partial R} R + C_V \right) = 0 \quad (4)$$

где $\Psi = \frac{4G(1+\nu)\chi\delta v'}{3(1-\nu)k_B T}$.

В случае сферической частицы распределение вакансий на граничных поверхностях ИЧ может быть определено из линеаризованных условий Гиббса-Томсона:

^(*) А.С. Храмов, andrey.khramov@gmail.com

$$C_V(r_i) = C_V^{eq} \left(1 + \frac{\beta}{r_i}\right) \quad (5)$$

$$C_V(r_e) = C_V^{eq} \left(1 - \frac{\beta}{r_e}\right) \quad (6)$$

где C_V^{eq} – равновесная концентрация вакансий, r_i и r_e – внутренний и внешний радиусы соответственно, $\beta = 2\gamma\Omega/kT$, $\beta/r \ll 1$, Ω – атомный объем, γ – поверхностная энергия на единицу площади.

Распределение концентрации вакансий, удовлетворяющее уравнению (4) с учетом граничных условий (5)-(6):

$$C_V(r) = C_V^{eq} \frac{(r_i + \beta)(r_e^{\psi+1} - r^{\psi+1}) + (r_e - \beta)(r^{\psi+1} - r_i^{\psi+1})}{r(r_e^{\psi+1} - r_i^{\psi+1})} \quad (7)$$

Перейдем к безразмерным переменным $\rho = \frac{r}{r_e}$, $\delta = \frac{r_i}{r_e}$, $\beta_e = \frac{\beta}{r_e}$:

$$\frac{C_V}{C_V^{eq}} = \frac{(\delta + \beta_e)(1 - \rho^{\psi+1}) + (1 - \beta_e)(\rho^{\psi+1} - \delta^{\psi+1})}{\rho(1 - \delta^{\psi+1})} \quad (8)$$

Профили концентрации для $\delta = 0.1$ и $\beta_e = \frac{1}{3}$ при различных параметрах материала ($\psi = 15$, $\psi = -15$, $\psi = 0$) представлены на рис. 1, а). При $\psi \rightarrow 0$ вклад напряжений пренебрежимо мал, происходит переход к случаю, описанному в статье [4]. При $\psi \rightarrow -\infty$ пренебрежимо мал вклад градиента концентрации диффузии. Из рис. 1, а) видно, что концентрация вакансий больше для случая $\psi = -15$.

Для нахождения кинетики радиуса поры воспользуемся первым законом Фика:

$$\frac{dr_i}{dt} = -\Omega J_V(r_i) = D \frac{\partial C_V}{\partial r} \Big|_{r=r_i} \quad (9)$$

При подстановке C_V из формулы (7) и заменах $\varepsilon = \frac{r_i}{r_e}$, $r_i = \frac{\varepsilon r_f}{(1 - \varepsilon^3)^{1/3}}$, $r_e = \frac{r_f}{(1 - \varepsilon^3)^{1/3}}$,

$\tau = \frac{6D_V C_V^{eq} t \beta}{r_f^3}$ получается следующее уравнение:

$$\frac{d\varepsilon}{d\tau} = \frac{[-\beta + \beta(-2\psi - 1)\varepsilon^{\psi+1}](1 - \varepsilon^3)^2 + r_f(-\varepsilon + (\psi + 1)\varepsilon^{\psi+1} - \psi\varepsilon^{\psi+2})(1 - \varepsilon^3)^{5/3}}{6\beta\varepsilon^2(1 - \varepsilon^{\psi+1})} \quad (10)$$

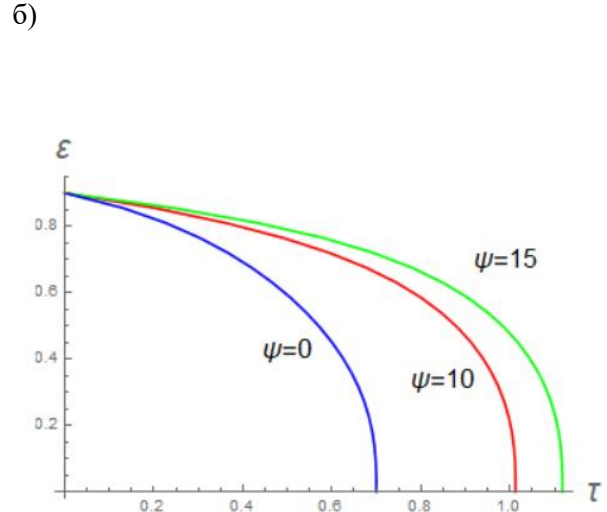
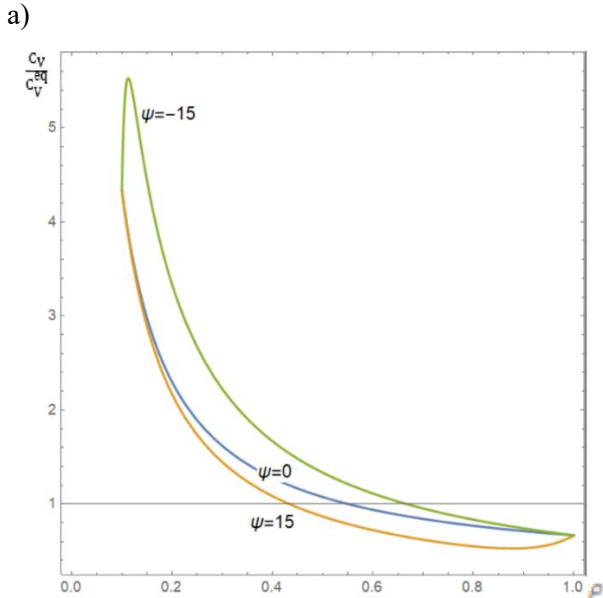


Рис. 1. а) Зависимости равновесной концентрации вакансий внутри частицы. б) Зависимости изменения радиуса полости от времени

Решением этого уравнения являются зависимости изменения радиуса полости от времени, приведенные на рис. 1, б) с условиями $\varepsilon_0 = \frac{r_{i0}}{r_{e0}} = 0.9$, $\frac{\beta}{r_f} = \frac{1}{3}$. Из графиков видно, что частицы имеют тенденцию к стягиванию. Но в случае $\psi = 15$ они стягиваются медленнее, чем в случае сферической частицы в отсутствие напряжений.

Заключение. Предложена теоретическая модель, описывающая кинетику эволюции внутренней полости в ИЧ в поле остаточных напряжений в рамках модели стереодисклиниции Маркса-Иоффе. Найдено распределение концентрации вакансий через второе уравнение Фика, построены графики при различных параметрах материала. Полученная равновесная концентрация вакансий используется для решения уравнения эволюции радиуса внутренней поры. Построены зависимости изменения радиуса полости от времени при заданных начальных условиях. Показано, что полости в икосаэдрических частицах являются неустойчивыми и имеют тенденцию к стягиванию, но они стягиваются медленнее, чем в случае сферической частицы в отсутствие напряжений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 22-11-00087).

ЛИТЕРАТУРА

1. Hollow metal nanostructures for enhanced plasmonics: Synthesis, local plasmonic properties and applications / Genç A., Patarroyo J, Sancho-Parramon J et. al. // Nanophotonics. — 2017. — Vol. 6. — No. 1. — P. 193-213.
2. Thermal Stability of Hollow Porous Gold Nanoparticles: A Molecular Dynamics Study / Valencia F. J., Ramírez M., Varas A. et. al // Journal of Chemical Information and Modeling. — 2020. — Vol. 60. — No. 12. — P. 6204-6210.
3. Kinetic analysis of the instability of hollow nanoparticles / Gusak A. M., Zaporozhets T. V., Tu K. N., Gösele U. // Philosophical Magazine. — 2005. — Vol. 85. — No. 36. — P. 4445-4464.
4. Shrinking kinetics by vacancy diffusion of a pure element hollow nanosphere / Evteev A. V., Levchenko E. V., Belova I. V., Murch G. E. // Philosophical Magazine. — 2007. — Vol. 87. — No. 25. — P. 3787-3796.
5. Gutkin M.Yu. Fracture of hollow multiply-twinned particles under chemical etching / Gutkin M.Yu., Kolesnikova A.L., Yasnikov I.S., et al. // European Journal of Mechanics - A/Solids. — 2018. — Vol. 68. — P. 133-139.
6. Гуткин М. Ю. Введение в теорию дефектов. Часть 1. Точечные дефекты / Гуткин М. Ю. — Санкт-Петербург: Издательство Политехнического университета, 2010.
7. Howie A. Elastic strains and the energy balance for multiply twinned particles / Howie A., Marks L. D. // Philosophical Magazine A. — 1984. — Vol. 49. — No. 1. — P. 95-109.

КЛАССИФИКАЦИЯ ИЗОМЕРОВ ФУЛЛЕРЕНА

Введение. Периодическая система фуллеренов предсказывает их симметрию, а также существование изомеров с различной симметрией [1, 2]. Изомеры могут быть получены с помощью разных механизмов. В работе [3] были классифицированы естественные механизмы получения новых фуллеренов, а именно: встраивание углеродного димера в исходный фуллерен, слияние углеродных куполов, имеющих одинаковую симметрию, и слияние фуллеренов, имеющих совместимую симметрию. Согласно периодической системе фуллеренов, существует два основных типа фуллеренов: совершенные основные и несовершенные промежуточные. Совершенные основные фуллерены имеют идеальную структуру и обычную симметрию. Несовершенные промежуточные фуллерены имеют дополнительные димеры углерода. По аналогии с кристаллами было предположено [1], что эти экстра-димеры играют роль дефектов, нарушающих симметрию и создающих локальные несовершенства. Однако для дефектных кристаллов экспериментально наблюдается дальний порядок. Чтобы подчеркнуть эту особенность, такой дальний порядок называют топологическим дальним [4]. Используя аналогичную терминологию, несовершенные фуллерены, сохраняющие главную ось симметрии, были определены как обладающие топологической симметрией. В данной работе рассмотрены изомеры фуллеренов C₄₀, C₄₂ и C₄₄, полученные упомянутыми способами, их структура и энергия.

Изомеры фуллерена C₄₀. Обычная симметрия. Согласно периодической системе фуллеренов [1, 2], существуют три совершенных основных фуллерена C₄₀ различной обычной симметрии, а именно симметрии четвертого порядка, симметрии пятого порядка и тетраэдрической симметрии. Все они могут быть получены по механизму, известному как «слияние фуллеренов или фуллереновых куполов, имеющих совместимую симметрию» [3].

Рассмотрим фуллерен C₄₀ симметрии 4 порядка. Такой фуллерен получен путем слияния двух куполов C₁₆ и C₂₄ в работе [5]; энергия рассчитана в работах [5, 6]. Этот фуллерен показан на рис.1. Он состоит из 2 четырехугольников, 8 попарно смежных пятиугольников и 12 шестиугольников. На рисунках атомы окрашены в серо-голубой цвет; атомы, демонстрирующие основную симметрию, окрашены в зеленый цвет; межатомные связи окрашены в синий цвет. На графах четырехугольники окрашены в серый цвет, пятиугольники – в золотистый, шестиугольники – в желтый.

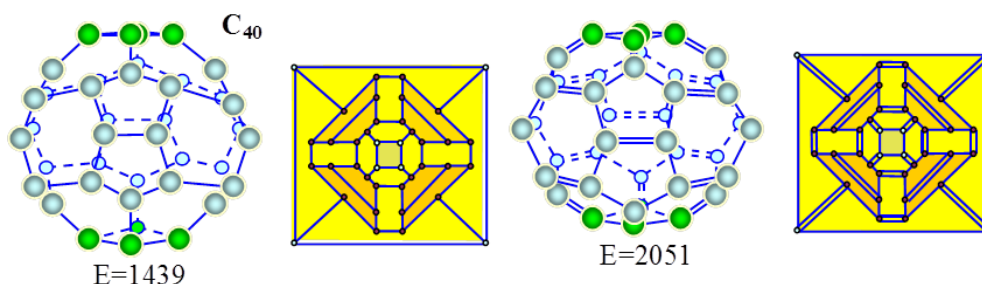


Рис. 1. Фуллерен C₄₀, полученный слиянием двух куполов C₁₆ и C₂₄ симметрии 4 порядка: структура, графы и энергия в кДж/моль

Рассмотрим фуллерен C₄₀ симметрии 5 порядка. Существует два способа соединения куполов C₂₀: зеркально-симметричный и вращательно-отражательный. Обе структуры были

^(*) А.Н. Матвиенко, matvienko_an@spbstu.ru

разработаны в работе [7]. В первом случае фуллерен состоит из 5 четырехугольников, 2 пятиугольников и 15 шестиугольников, имеет 22 грани (рис. 2). Во втором случае один купол является поворотным отражением другого (рис. 3). Полученный фуллерен содержит 12 пятиугольников и 10 шестиугольников при одинаковом числе граней.

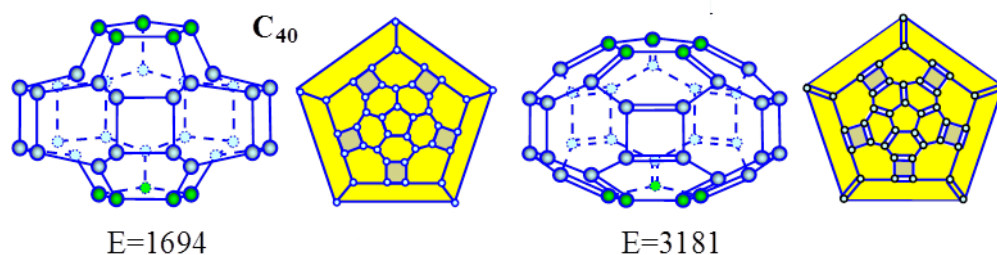


Рис. 2. Фуллерен C_{40} , полученный зеркально-симметричным сплавлением двух куполов C_{20} симметрии 5 порядка: структура, графы и энергия в кДж/моль

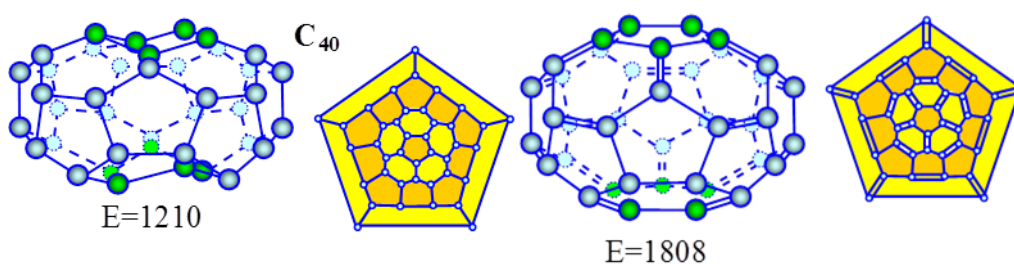


Рис. 3. Фуллерен C_{40} , полученный слиянием двух куполов C_{20} симметрии 5 порядка с вращательно-отражательной симметрией: структура, графы и энергия в кДж/моль

Изомеры фуллерена C_{40} . Топологическая симметрия. Согласно периодической системе фуллеренов, может быть три изомера C_{40} топологической симметрии [1]. Они обладают S -симметрией третьего порядка, T -симметрией третьего порядка и симметрией шестого порядка. Все они могут быть получены путем встраивания димера в ближайший идеальный фуллерен, относящийся к одному и тому же столбцу.

Изомеры фуллерена C_{42} . Обычная симметрия. Имеется только один изомер C_{42} , обладающий обычной T -симметрией третьего порядка [1]. Он был получен путем зеркально-симметричного слияния двух куполов C_{18} и C_{24} (рис. 4).

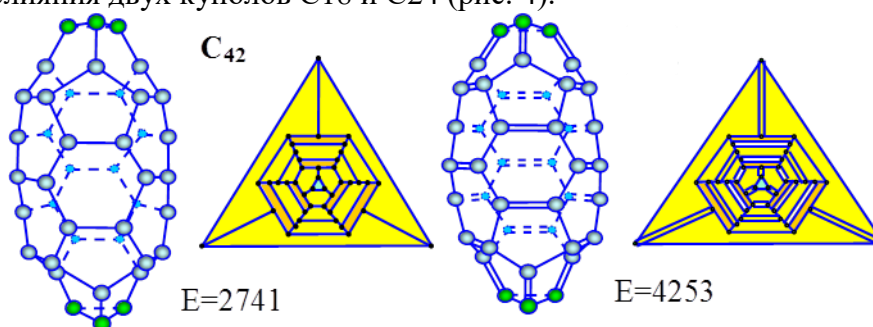


Рис. 4. Совершенный фуллерен C_{42} T -симметрии третьего порядка: структура, графы и энергия в кДж/моль

Изомеры фуллерена C_{42} . Топологическая симметрия. Существует пять изомеров C_{42} топологической симметрии [1]: S -симметрия третьего порядка, симметрия четвертого порядка, симметрия пятого-шестого порядка и тетраэдрическая симметрия. Все они могут быть получены по одному и тому же механизму – встраиванием димера в предшествующий ближайший фуллерен той же колонки. Совершенный или несовершенный фуллерен, не имеет значения.

Изомеры фуллерена C44. Обычная симметрия. Согласно периодической системе фуллеренов [1] существует только один изомер C44, обладающий обычной S-симметрией третьего порядка [1]. Он может быть получен по механизму, известному, как слияние фуллеренов или фуллереновых куполов с совместимой симметрией [3]. Фуллерен был разработан путем слияния двух куполов C22 в работе [8] и показан на рис. 5. Он содержит две группы по 6 смежных пятиугольников сверху и снизу и 12 шестиугольников.

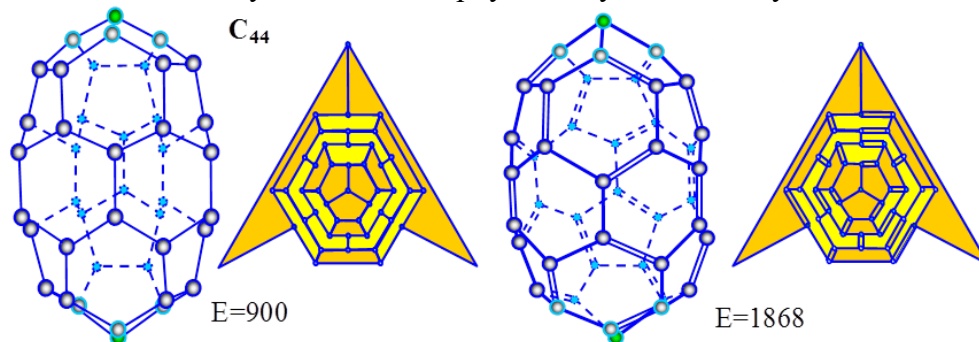


Рис. 5. Основные совершенные фуллерены C44: структура, графы и энергия в кДж/моль

Изомеры фуллерена C44. Топологическая симметрия. Согласно периодической системе фуллеренов существует пять изомеров C44, обладающих топологической симметрией [1, 9], а именно: T-симметрией третьего порядка, симметриями четвертого и пятого порядков, симметрией шестого порядка и тетраэдрической симметрией. Все они могут быть получены встраиванием димера в идеального ближайшего соседа фуллерена, который предшествует ему в том же столбце.

Заключение. Разработаны возможные структуры изомеров мидифуллеренов, а именно C40, C42, C44, при помощи одного из трех наиболее естественных механизмов образования. Энергии фуллеренов рассчитаны с использованием пакета молекулярной механики «Авогадро» и представлены вместе с их графами. Установлено, что в большинстве случаев фуллерены с минимальной энергией имеют тетраэдрическую симметрию. Фуллерены с максимальной энергией относятся к T-симметрии третьего порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Melker A. I., Krupina M. A. Modeling growth of midi-fullerenes from C48 to C72 //Materials Physics and Mechanics. – 2017. – Т. 34. – №. 1. – С. 29-36.
2. Sánchez-Bernabe F. J. Towards a periodic pattern in classical and nonclassical fullerenes with tetrahedral structure //Materials Physics and Mechanics. – 2020. – Т. 45. – №. 1. – С. 79-86.
3. Melker A. I., Matvienko A. N. Periodic system of fullerenes: isomers from C20 to C28 //Proc. 18 th Int. Workshop: Nano-Design, Technology, Computer Simulations. – 2019. – С. 72-78.
4. Kosevich A. M. Physical mechanics of real crystals. – 1981. – С. 328.
5. Melker A. I., Krupina M. A., Zarafutdinov R. M. Fullerenes of the $\Delta n= 10$ series //Materials Physics and Mechanics. – 2017. – Т. 34. – №. 1. – С. 37-45.
6. Melker A. I., Matvienko A. N., Krupina M. A. Natural isomers of fullerenes from C 30 to C 40 //Materials Physics and Mechanics. – 2020. – Т. 45. – №. 1. – С. 60-78.
7. Stone A. J., Wales D. J. Theoretical studies of icosahedral C60 and some related species //Chemical Physics Letters. – 1986. – Т. 128. – №. 5-6. – С. 501-503.
8. Melker A. I., Krupina M. A., Zarafutdinov R. M. Periodic System of Fullerenes: the Column of Three-Fold Symmetry //Nonlinear Phenomena in Complex Systems. – 2019. – Т. 22. – №. 4. – С. 383-394.
9. Endo M., Kroto H. W. Formation of carbon nanofibers //The Journal of Physical Chemistry. – 1992. – Т. 96. – №. 17. – С. 6941-6944.

Д.С. Михеев¹, М.Ю. Гуткин^{1,2,3}, А.Л. Колесникова^{2,3}, А.Е. Романов³
¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)
²Институт проблем машиноведения РАН
³Университет ИТМО

КРУГОВЫЕ ПРИЗМАТИЧЕСКИЕ ПЕТЛИ ДИСЛОКАЦИЙ НЕСООТВЕТСТВИЯ В СФЕРИЧЕСКОЙ КОМПОЗИТНОЙ НАНОЧАСТИЦЕ С ЯДРОМ В ФОРМЕ УСЕЧЕННОГО ШАРА

Разработка, исследование и применение композитных наночастиц образуют обширные области на переднем крае развития современных нанотехнологий. В частности, особый интерес представляют композитные наночастицы типа «ядро-оболочка» [1-3]. Неоднородность фазового состава таких частиц приводит к появлению остаточных упругих деформаций и напряжений, вызванных несоответствием решетки и разными коэффициентами теплового расширения компонентов. Механизмы релаксации напряжений несоответствия включают образование дислокаций несоответствия вокруг ядра, призматических и скользящих петель дислокаций в оболочке, трещин в ядре или в оболочке, отслоение ядра от оболочки и смещение ядра из центра частицы [4, 5]. Приближенные расчеты [5] показали, что образование на границе раздела ядра и оболочки круговой призматической дислокационной петли энергетически более выгодно, чем другие способы релаксации напряжений. В последние годы был предложен ряд теоретических моделей для расчета критических условий возникновения таких петель [5-8]. Однако все эти расчеты были выполнены для сферических частиц с центрированными сферическими ядрами, хотя на практике частицы «ядро-оболочка» могут принимать и другие формы [1-3].

В работе [9] была решена граничная задача теории упругости для усеченного сферического включения, находящегося в осесимметричном положении в упругом шаре с теми же изотропными упругими постоянными (рис. 1). Релаксация остаточных напряжений происходила за счет образования призматической петли на границе ядра и оболочки.

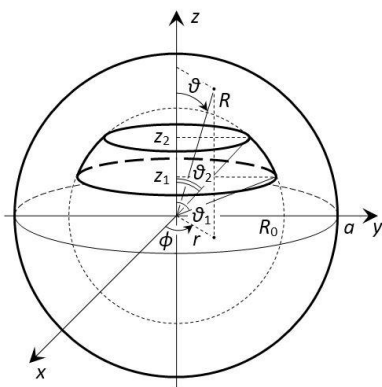


Рис. 1. Схема частицы ядро-оболочка в форме усеченного шара, находящейся внутри шара большего размера

В настоящей работе исследована возможность (энергетическая выгодность) образования нескольких взаимодействующих друг с другом дислокационных петель. Все

^(*) Д.С. Михеев, ds.mikheev@mail.ru

расчеты проводились для полусферического ядра. Условием образования таких петель выбран принцип минимума энергии, то есть изменение энергии системы должно быть отрицательно. Полученные результаты показывают, что с ростом несоответствия энергетически выгодно образование все большего количества петель. При этом наиболее неустойчивыми к образованию петель дислокаций несоответствия оказываются наночастицы, в которых радиус ядра составляет 0.75 от внешнего радиуса наночастицы (рис. 2).

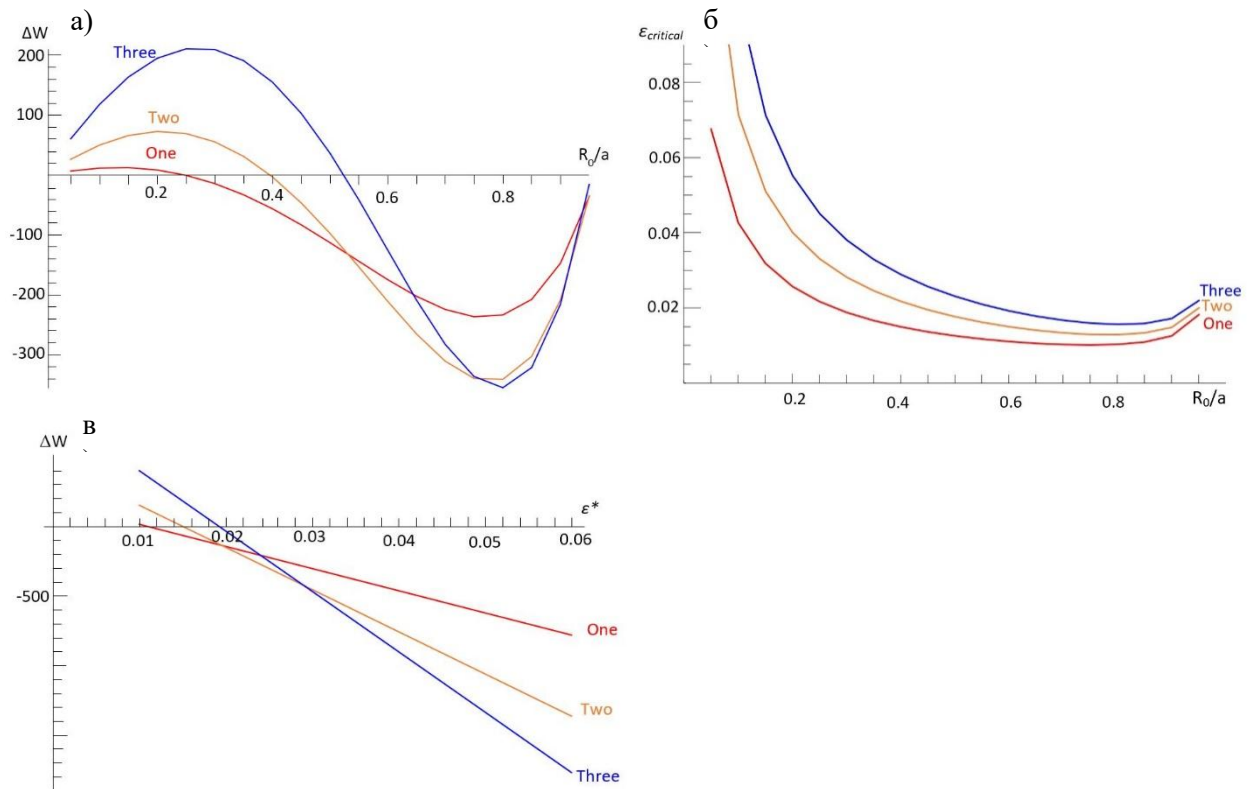


Рис. 2. Результаты расчетов для случая зарождения одной, двух или трех дислокационных петель: а) зависимость изменения энергии системы от соотношения радиусов ядра и оболочки для $\epsilon = 0.022$; б) зависимость значения критического несоответствия от соотношения радиусов ядра и оболочки; в) зависимость изменения энергии системы от значения несоответствия для $R_0 = 0.5a$

ЛИТЕРАТУРА

1. De Mello Donega C., *Chem. Soc. Rev.* 40, pp. 1512-1546 (2020).
2. Zhang N., Liu S., Xu Y.J., *Nanoscale* 4, pp. 2227-2238 (2012).
3. Liu X., Iocozzia J., Wang Y., *Energy Environ. Sci.* 10, pp. 402-434 (2017).
4. Trusov L.I., Tanakov M.Yu., Gryaznov V. G., et al., *J. Cryst. Growth* 114, pp. 133-140 (1991).
5. Gutkin M.Yu., *Int. J. Eng. Sci.* 61 pp. 59-74 (2012).
6. Gutkin M.Yu., Kolesnikova A.L., Krasnitckii S.A., et al., *Phys. Solid State* 56 pp. 723-730 (2014).
7. Gutkin M.Yu., Smirnov M.A., *Phys. Solid State* 58 pp.1611-1621 (2016).
8. Gutkin M.Yu., Krasnitckii S.A., Smirnov M.A., et al., *Phys. Solid State* 57 pp.1177-1182 (2015).
9. Gutkin M.Yu., Kolesnikova A.L., Mikheev D.S., et al., *Eur J Mech A Solids* 85 a.103967 (2020).

РАЗРАБОТКА СЕРВИСА ДЛЯ АНАЛИЗА И ВИЗУАЛИЗАЦИИ ДАННЫХ ПО
РОССИЙСКОМУ СЕГМЕНТУ РЫНКА ТРУДА В СФЕРЕ ИТ

Введение. Предметным фоном для описанного в работе исследования служит широко распространенная проблема поиска места трудоустройства выпускниками вузов. Работа посвящена созданию специализированного сервиса для помощи с поиском вакансии на ранке труда в сфере ИТ. Обычно широкополосные сервисы, такие как hh.ru, не имеют достаточной гибкости и четкой предметной направленности. В работе будет рассмотрен выбор базовых структур хранения и инструментального окружения проекта, сбор базы реальных данных с вакансиями, особенности обработки и хранения этих данных, а также визуализация получаемых результатов с возможностью для пользователя выбирать свои параметры отображаемой статистики. Авторы выражают благодарность коллегам Г.К. Сергееву и Н.Д. Грицаенко за весомый вклад в данную работу на её первом этапе.

Сбор данных. API hh.ru [1] предоставляет возможность получить данные о вакансии по ее идентификационному номеру (id). Для этого используется GET запрос по адресу <https://api.hh.ru/vacancies/{id}>. Данные предоставляются в формате JSON, который содержит информацию о специальности, месте работы, работодателе, типе занятости, опыте работы и полное описание вакансии.

Для пополнения базы данных актуальными вакансиями использовалась другая возможность API hh.ru – в строке запроса можно указать параметры *date_from*, *date_to* и *specialisation*. Используя эти параметры, можно пополнять базу данных вакансиями за последний месяц (в силу ограничений сервиса). Возвращаемые данные также приходят в формате JSON, однако лишь как краткое описание вакансии. Поскольку это поле является наиболее важным для исследования, необходимо совершать дополнительный запрос по id вакансии для того, чтобы получить полное описание. В данной работе рассматриваются вакансии с кодом специализации 1.221 (*Программирование и разработка*).

Чтобы собрать актуальную базу данных на момент начала 2022 года, использовалась выгрузка вакансий по всем возможным id вакансий на ресурсе hh.ru. Было установлено, что идентификаторы вакансий на этом ресурсе выдаются последовательно. Также установлено, что по состоянию на март 2022 года id вакансий ограничены значением 54 млн. По этим соображениям совершалось по одному запросу на каждую вакансию по id, начиная от 0 и заканчивая 54 млн. Для ускорения выгрузки использовался ThreadPoolExecutor в модуле concurrent.futures. Каждый поток выполнял задачу выгрузки для своего диапазона идентификаторов.

В результате выгрузки было получено 1.04 млн (15.6 Gb) JSON-файлов ИТ вакансий hh.ru.

Разработка приложения. Схема работы приложения представлена на рис. 1. Приложение состоит из нескольких модулей.

Новые вакансии могут быть получены с помощью модуля выгрузки, написанного на языке Python. В этом же модуле производится предобработка данных. Она нужна потому, что в возвращаемых JSON-файлах вакансий нет интересных полей, таких как язык

^(*) А.К. Жуков, boezaga@gmail.com

программирования, уровень владения английским языком и пр. Информация для заполнения таких полей извлекается из полей *name* (заголовков вакансии) и *description* (подробное описание вакансии).

Полученные вакансии попадают в базу Elasticsearch [2] через модуль представления данных, написанный на языке Java с помощью фреймворка Spring Boot. Данные визуализируются с помощью инструмента Kibana [3].

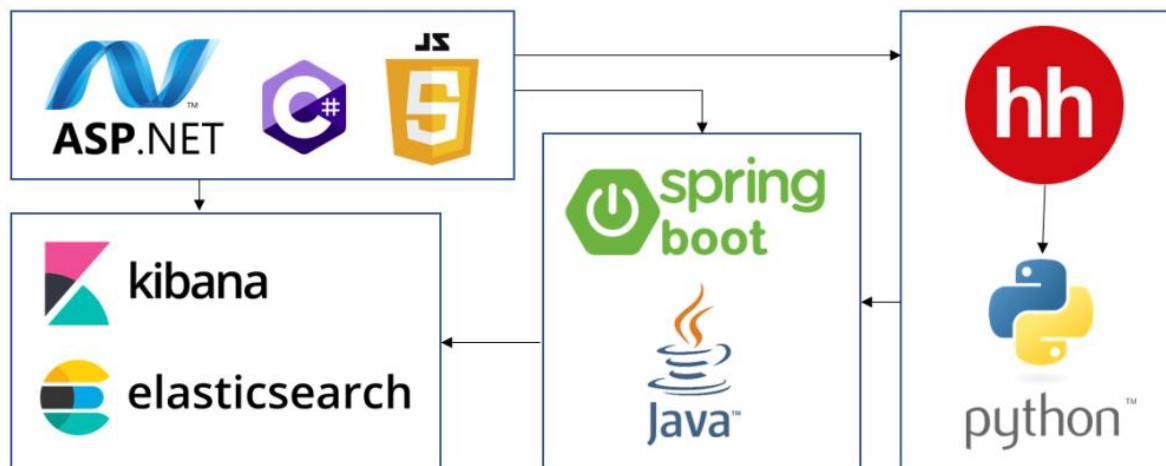


Рис. 1. Схема работы приложения

Для удобства использования было разработано Web-приложение на языке C# при помощи Razor Pages в ASP.NET Core [4], которое автоматически запускает Elasticsearch и Kibana, а также позволяет пополнить базу данных актуальными вакансиями.

Приложение выводит визуализированные данные в интерактивном формате. У пользователя есть возможность добавить фильтры к уже имеющимся визуализациям, например, вывести вакансии за определенный период.

Анализ данных. Сравним результаты (рис. 2), приведенные в статье [5] за 2016-2018 гг., и соответствующие им результаты данной работы за 2019-2022 гг.

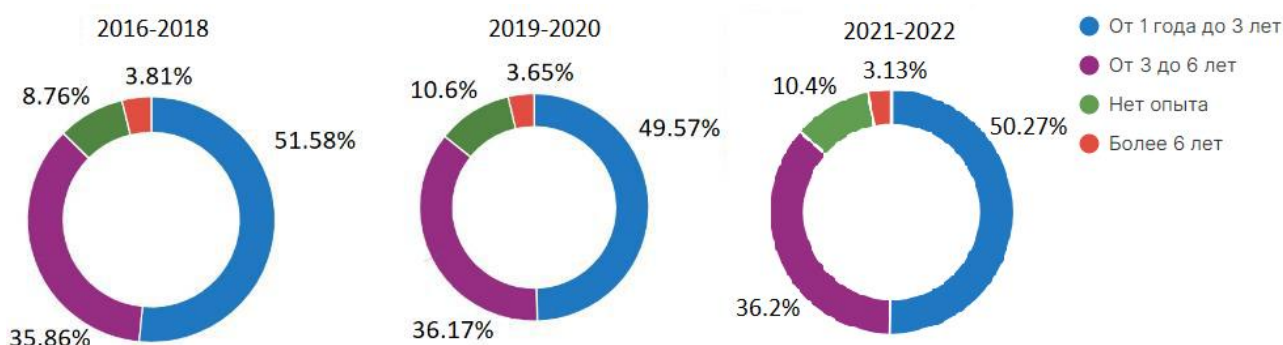


Рис. 2. Распределение вакансий по опыту работы

По сравнению с предыдущим периодом увеличилась на 2% доля вакансий для начинающих специалистов, и постепенно снижается доля специалистов с опытом более 6 лет.

Рассмотрим медианную зарплату IT-специалистов за период 2021-2022 гг. (рис. 3). Она рассчитана по вакансиям, в которых зарплата указана в рублях.

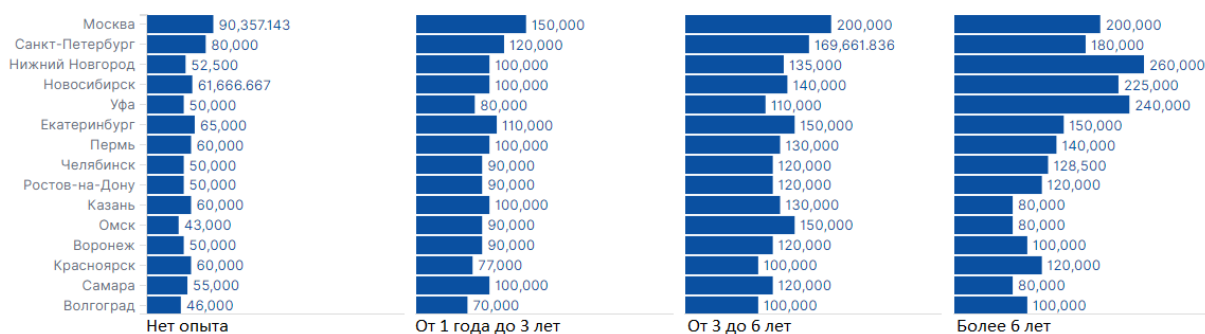


Рис. 3. Медианная зарплата по городам и опыту работы за 2021-22 гг.

Медианная зарплата с 2016-2018 гг. наиболее опытных специалистов (более 6 лет опыта работы) возросла примерно на 30%; для опыта 3-6 лет – на 25%; для опыта 1-3 лет на 40%; без опыта средний рост составляет 50%, а в некоторых города доходит и до 100%.

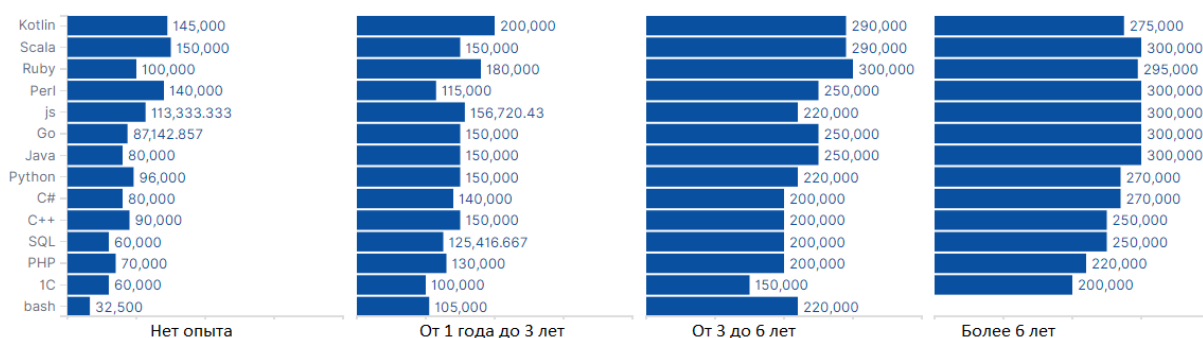


Рис. 4. Медианная зарплата по языкам программирования и опыту работы за 2021-22 гг.

Самый большой спрос на IT-специалистов наблюдается в Москве, Санкт-Петербурге, Екатеринбурге и Новосибирске. Также уровень заработной платы в этих городах наиболее высок (рис. 4).

Рассмотрим диаграмму популярности языков программирования в России (рис. 5). Наиболее популярным языком является Java. На втором месте располагается 1C, что является спецификой рынка труда в IT в России.

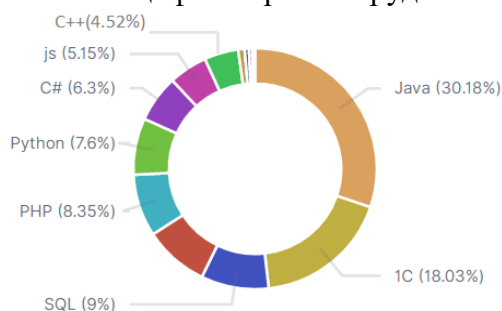


Рис. 5. Популярность языков программирования

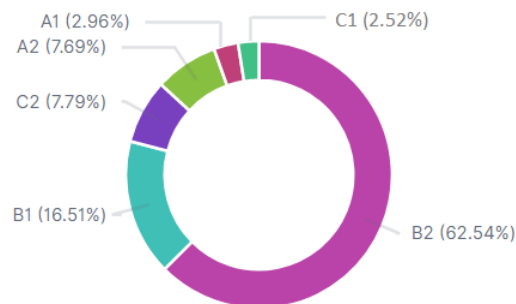


Рис. 6. Требуемый уровень знания английского языка

В основном работодатели ищут специалистов со знанием английского языка (Рис. 6) выше среднего (B2). Среди вакансий, где требуемый уровень владения английским языком указан, доля таких вакансий составляет 62.54%. Кроме того, соискатель с уровнем английского языка B2 подходит по этому требованию в 89.5% случаев, поскольку уровень английского C1 и выше требуется лишь в 10.5% вакансиях.

Заключение. В результате проделанной работы была собрана актуальная база данных вакансий IT-сферы на конец марта 2022 года. Проведено исследование IT-вакансий за 2021 – 2022 гг., и результаты сопоставлены с результатами [5] за 2016 – 2018 гг. Разработан сервис, предоставляющий возможность пополнять базу данных актуальными вакансиями и рассматривать результаты исследования в интерактивном режиме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Документация hh.ru API. Режим доступа: <https://github.com/hhru/api>. Дата обращения: 29.03.2022.
2. Документация Elasticsearch. Режим доступа: <https://www.elastic.co/guide/index.html>. Дата обращения: 29.03.2022.
3. Документация Kibana. Режим доступа: <https://www.elastic.co/guide/en/kibana/index.html>. Дата обращения: 29.03.2022.
4. Документация ASP.NET Core. Режим доступа: <https://docs.microsoft.com/ru-ru/aspnet/core/?view=aspnetcore-3.1>. Дата обращения: 29.03.2022.
5. Исследование от HeadHunter и Яндекс.Практикум IT: «Обзор рынка вакансий и топ-15 специальностей». Режим доступа: <https://spb.hh.ru/article/24562>. Дата обращения: 29.03.2022.

УДК 519.61

Д.А. Курносов¹, А.Н. Баженов^{1,2}

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе РАН

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ В ЗАДАЧЕ ПОСТРОЕНИЯ РЕГРЕССИИ ПО ДАННЫМ С ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ

Рассматривается задача построения линейной регрессии для данных, обладающих интервальной неопределённостью.

Модель данных. Измерения или оценки величин всегда обладают неточностью. Обычно эту неточность принимают как некоторое отклонение от истинного значения - погрешность. Предполагая, что погрешность является ограниченной, мы можем представить такие измерения в виде конечных интервалов, содержащих истинное значение измерения или оценки. Таким образом, выборка данных с погрешностью может быть представлена в виде интервальной выборки.

Свойство накрытия. Одним из главных свойств интервальных выборок является совместность, характеризующая согласование её данных между собой. Строго говоря, выборка $\{x_k\}_{k=1}^n$ называется *накрывающей (совместной)*, если пересечение всех составляющих её измерений непусто. В противном случае выборка называется *ненакрывающей (несовместной)* [2]. Одной из причин несовместности выборки является неверно выбранная погрешность измерений, которая занижена относительно действительной. Существуют методы вариации неопределенности, которые позволяют сделать выборку совместной. Рассмотрим их в рамках решения задачи поиска функциональной зависимости.

Исходные данные. Настоящая работа выполнена с данными, описывающими работу шаговых двигателей. Шаговые двигатели широко используются в промышленности и экспериментальной работе [3]. В связи с этим представляет интерес изучить их особенности,

(*) Д.А. Курносов, dima2202888@yandex.ru

которые не представлены в документах, сопровождающих поставку этих устройств. Рассматривая полный шаг такого двигателя как процесс, обладающий свойством гистерезиса, мы хотим построить модель, описывающую этот процесс при дробных шагах. Интерес построения модели для такого процесса мотивирован желанием прогнозирования состояния двигателя в точках неполного шага, что важно при тонкой юстировке устройств.

Табл. 1. Исходные данные

Номер измерения	Код управления	Положение вала
1	64	30
2	128	26
3	192	24
4	256	17
5	320	11
6	384	7
7	448	0

Особенность задачи. Стандартный подход при построении модели регрессии такого процесса предполагает наличие погрешности зависимой переменной, в то время как независимые переменные считаются точными. Ввиду того, что исходные данные обладают свойством несовместности, важной частью построения модели является варьирование неопределенности зависимой переменной для достижения совместности выборки. В таком случае происходит работа с так называемыми воротами – одномерными вертикальными отрезками. Так как основной интерес построения моделей такого типа связан с прогнозированием значений вне точек имеющихся измерений, очевидно, что варьирование неопределенности зависимой переменной приведёт к увеличению интервальных прогнозов.

Методы восстановления зависимостей с неопределенностями по входной переменной изучены слабо. В общей постановке их решение требует применения аппарата квадратичного или нелинейного программирования. В связи с этим, было принято решение рассматривать обратную зависимость данных при построении модели с предположением наличия неопределенности независимых переменных. Неопределенность зависимой переменной при этом остаётся. Такие данные будем называть *существенно интервальными*, а измерения – *брусами*, которые являются прямым декартовым произведением интервалов неопределенности независимых переменных и зависимой переменной.

Одно из важных отличий работы с брусами заключается в том, что нам необходимо определиться как трактовать прохождение графика зависимости через них. Функциональная зависимость в случае, когда график проходит через каждый брус неопределённости измерений хотя бы для одного значения аргумента, называется *слабой функциональной зависимостью*. Если же график проходит через каждый брус неопределённости измерений для любого значения аргумента из интервалов неопределённости входных переменных, то функциональная зависимость является *сильной*. В рамках данной работы построение регрессионной модели выполняется в условиях сильной функциональной зависимости.

Математический аппарат. В качестве метода варьирования переменной используется аппарат линейного программирования. При работе с воротами нам необходимо решить следующую оптимизационную задачу [1]:

$$midx_k - w_k \cdot radx_k \leq (Y\beta)_k \leq midx_k + w_k \cdot radx_k,$$

$$\sum_{k=1}^m w_k \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$w_k \geq 0, \quad k = 1, \dots, m.$$

Здесь w – вектор весов, отражающий величину изменения погрешности каждого из измерений для получения совместной выборки.

При работе с брусами в условиях сильной функциональной зависимости мы фокусируем своё внимание на варьировании неопределенности независимых переменных. Таким образом, мы можем рассматривать две грани каждого бруса, отражающие неопределенность независимой переменной как два отдельных измерения, связанных условием равенства их весового коэффициента. Основываясь на подходе (1) и дополняя его нашими рассуждениями, мы получаем оптимизационную задачу следующего вида:

$$\begin{aligned} midx_k - w_k \cdot radx_k &\leq (\bar{Y}\beta)_k \leq midx_k + w_k \cdot radx_k, \\ midx_k - w_k \cdot radx_k &\leq (\underline{Y}\beta)_k \leq midx_k + w_k \cdot radx_k, \\ \sum_{k=1}^m w_k &\rightarrow \min, \\ w_k &\geq 0, \quad k = 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (2)$$

Решив данную задачу, мы получаем модель регрессионной функции и преобразованные данные. Точечные и интервальные оценки параметров β для построенной модели:

$$\beta_1 = 51.2, \quad \beta_1 = [45.091, 60.308]; \quad \beta_2 = 12.8, \quad \beta_2 = [12.308, 13.143]$$

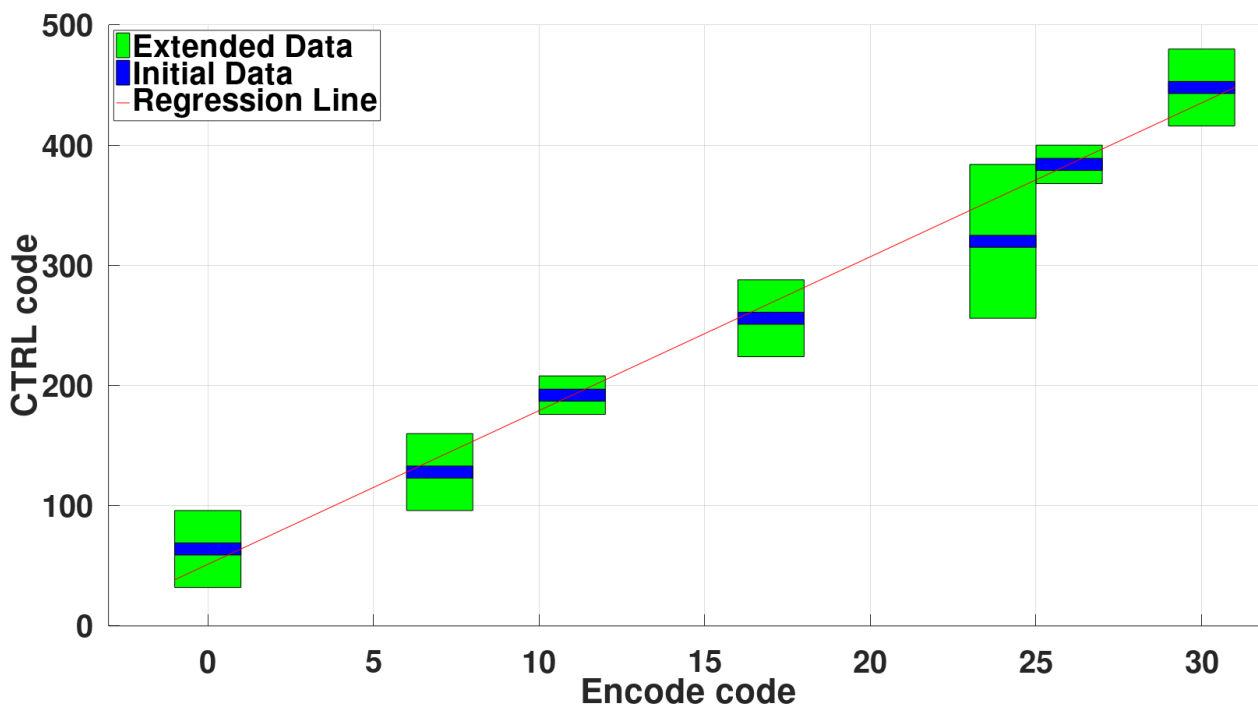


Рис. 1. Результат варьирования неопределенности входной переменной

Построив модель, мы можем построить *коридор совместных зависимостей* – множество всех функций, совместных с интервальными данными задачи восстановления зависимости, а также построить интервальные оценки входных параметров для точно заданных значений выходной переменной. Результаты для данных двух этапов изображены на соответствующих графиках.

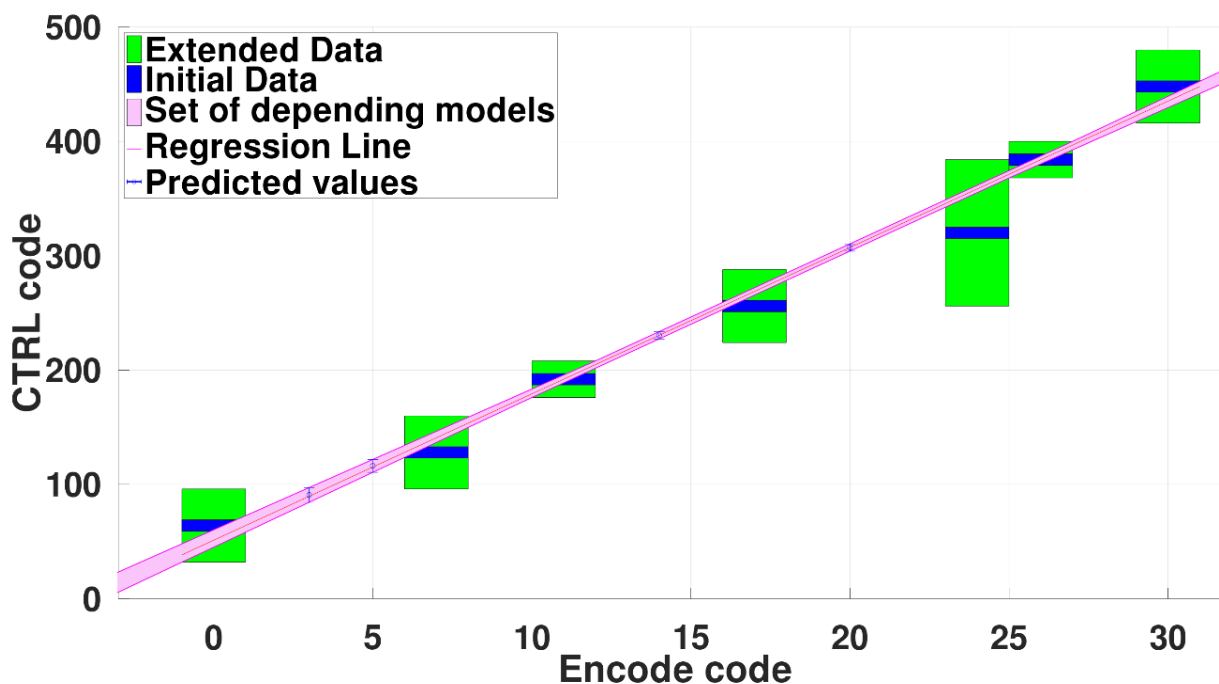


Рис. 2. Коридор совместных зависимостей

ЛИТЕРАТУРА

1. Вошинин А.П., Сотиров Г.Р. Оптимизация в условиях неопределенности. М.: Изд-во МЭИ; София: Техника, 1989. – 224 с.
2. Баженов А.Н., Жилин С.И., Кумков С.И., Шарый С.П. Обработка и анализ данных с интервальной неопределенностью. РХД. Ижевск. 2022. – 227 с.
3. Ермаков Н.В., Баженов А.Н., Смирнов А.Н., Толстяков С.Ю. Стенд для испытаний шаговых двигателей. Приборы и техника эксперимента. 2021. – №1. – С. 151-152.

УДК 51–76

А.Н. Курова¹, В.В. Гурский^{1,2}, С.Ю. Суркова¹, М.Г. Самсонова¹
¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)
²ФТИ им А. Ф. Иоффе

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ПАТТЕРНА ГЛАЗНОГО ДИСКА ДРОЗОФИЛЫ

В работе исследована модель дифференцировки клеток глаза дрозофилы на двумерной решётке клеток и изучено влияния шума на этот процесс.

Для того, чтобы глазной диск дрозофилы формировался правильно, во время развития должен появиться определённый периодический паттерн дифференцированных клеток. Глаз дрозофилы состоит примерно из 750 омматидий, основанных фоторецепторами R8, и их порядок устанавливается во время дифференцирования глазного диска на стадии личинки. Клетки R8 задают дальнейшее развитие глаза дрозофилы. Упорядоченное расположение фоторецепторов R8 инициируется так называемой морфогенетической бороздой, которая проходит от постериорной (Р) к антериорной (А) части глазного диска. Распространение этой

^(*) А.Н. Курова, a.kurova19@gmail.com

борозды зависит от экспрессии транскрипционного фактора Hedgehog. После того, как волна Hedgehog прошла по сетке глазного диска, должен образоваться регулярный паттерн, состоящий из одиночно стоящих клеток R8, окруженных недифференцированными клетками в некотором радиусе. Именно такой паттерн должен получаться на выходе математической модели [1, 2].

В модели реализован механизм формирования паттерна клеток R8 под названием "переключатель и шаблон". В основе этого механизма лежит бистабильный автономный переключатель, который принимает одно состояние в тех клетках, которые образуют R8, и другое состояние во всех остальных недифференцированных клетках. Станет ли клетка дифференцироваться, зависит от активирующих и репрессирующих сигналов; прямое ингибирование между соседними клетками предотвращает появление лишних клеток R8 после того, как паттерн уже образовался. Главным маркером дифференцировки является белок Atonal. В выбранных клетках R8 производится диффузионный ингибитор, который подавляет производство Atonal в соседних клетках (не менее 20), так как эти недифференцированные клетки необходимы для формирования омматидии.

До сих пор неизвестны все детали регуляторных взаимодействий при образовании глазного диска дрозофилы. Предполагаемая схема взаимодействий между генами, участвующими в дифференцировке, представлена на рис. 1 и включает в себя механизм ингибирования активатора Atonal под названием Notch-Delta. Notch – это рецептор клеточной мембраны, который передаёт сигналы ближнего действия, взаимодействуя с трансмембранными лигандами, в нашем случае с Delta. Notch является прямым ингибитором, а Delta непрямым ингибитором Atonal, так как с увеличением экспрессии Delta увеличивается уровень Notch. С помощью такого механизма ингибирования в локальном кластере дифференцирующихся клеток остаётся только одна дифференцированная клетка, обычно расположенная ближе к постериорной части глазного диска дрозофилы.

Были реализованы две математические модели в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений, которые воспроизводят процесс образования регулярного паттерна клеток R8 в глазном диске дрозофилы. Первая (базовая) модель учитывает упрощённую версию схемы из рис. 1 (без механизма Notch-Delta). Вторая модель (модель "Notch-Delta") построена на полной схеме из рис. 1. В обеих моделях свободные параметры были подобраны так, чтобы получался необходимый для развития глазного диска паттерн клеток R8.

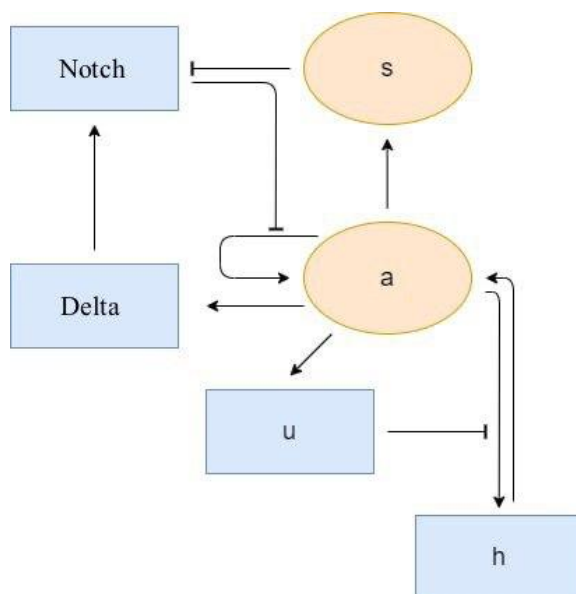


Рис. 1. Схема регуляторных взаимодействий между генами, участвующими в процессе формирования паттерна клеток R8

Результаты численного решения уравнений базовой модели и модели “Notch-Delta” представлены на рис. 2.

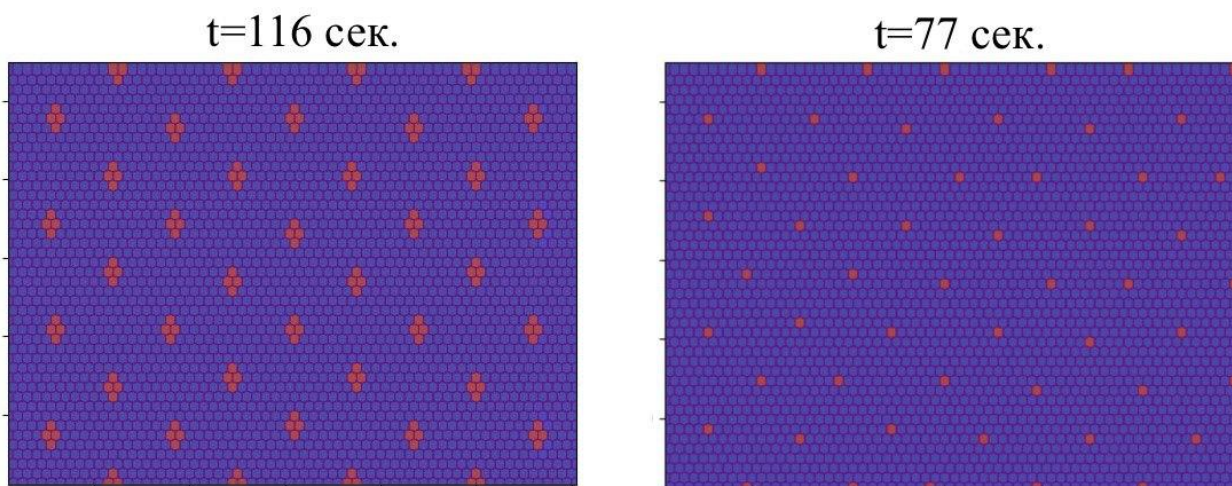


Рис. 2. Экспрессия маркера дифференцировки Atonal в двумерной решётке клеток на поздней стадии в базовой модели (слева) и в модели “Notch-Delta” (справа). Красным отмечены клетки с высоким уровнем экспрессии

Для изучения влияния шума на образование паттерна параметры модели варьировались, и численное решение для модифицированных значений параметров сравнивалось с решением без шума. Параметры варьировались с помощью выбора значений из нормального распределения.

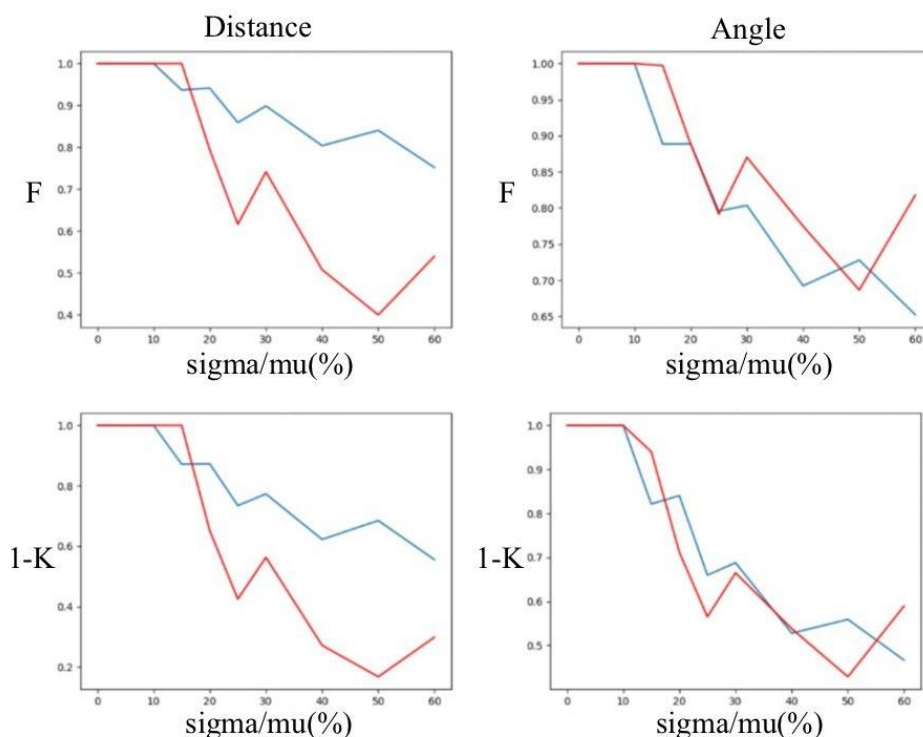


Рис. 3. Меры порядка (F – Fidelity, 1-K – расстояние Колмогорова) для углов и расстояний до ближайших соседей клетки R8 в базовой модели (синие кривые) и в модели “Notch-Delta” (красные кривые), в зависимости от уровня шума σ/μ , где σ и μ — стандартное отклонение и среднее в нормальном распределении значений возмущённых параметров

Чтобы сравнивать паттерны между собой, была введена количественная характеристика. Были рассмотрены расстояния между ближайшими клетками R8 и углы между ними. Для сравнения количественных характеристик были использованы меры порядка: точность (Fidelity) и расстояние Колмогорова [3]. Расстояние Колмогорова и Fidelity характеризуют близость возмущённого распределения расстояний и углов от невозмущённого распределения. Меры порядка были посчитаны для разного уровня шума, результаты вычислений представлены на рис. 3.

Меры порядка для расстояний в модели Notch-Delta падают с усилением шума существенно быстрее, чем в базовой модели, при этом меры порядка для углов примерно одинаковы. Это означает, что модель “Notch-Delta” менее устойчива к внесению шума. Из этого можно сделать вывод, что механизм ингибирования с помощью Notch и Delta, предложенный в этой модели локализации клеток R8, должен быть модифицирован для достижения более устойчивых паттернов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 20-04-01047-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Gavish A., Shwartz A., Weizman A., Schejter E., Shilo B.-Z., Barkai N. Periodic patterning of the *Drosophila* eye is stabilized by the diffusible activator Scabrous // *Nature Communications*. – 2016. – Vol. 7. – 10461.
2. Lubensky D.K., Pennington M.W., Shraiman B.I., Baker N.E. A dynamical model of ommatidial crystal formation // *The Proceedings of the National Academy of Sciences*. – 2011. – Vol. 108. – P. 11145-11150.
3. Courcoubetis G., Ali S., Nuzhdin S.V., Marjoram P., Haas S. Threshold response to stochasticity in morphogenesis // *PLoS ONE*. – 2019. – Vol. 14. – e0210088.

УДК 51.3054

А.Н. Баженов^{1,2}, Ли Жуйци¹

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН

РЕАЛИЗАЦИЯ МОДУЛЯ РАБОТЫ С ТВИННОЙ АРИФМЕТИКОЙ ПО НЕСТЕРОВУ

Введение. На вход вычислительных алгоритмов подаются входные данные, которые по существу являются целыми или действительными числами. Однако практически все алгоритмы на выходе выдают не точные решения задачи, а значения, в том или ином смысле близкие к искомым. Если мы оцениваем полученное решение с помощью известных нам методов, то зачастую затраченные вычислительные ресурсы во много раз превышают те, которые были израсходованы на само получение приближения. Этому может быть множество причин, например, неточность входных данных, невозможность точной реализации алгоритма и т. п.

Для того, чтобы можно было строить вычислительные алгоритмы, которые одновременно с получением результата выдают и гарантированную оценку погрешности, была высказана идея интервальных вычислений. Но и этого тоже бывает недостаточно. Тогда становится актуальным подход двусторонней оценки неизвестных интервалов и на помощь приходит твинная арифметика. В настоящее время не существует реализации твинной арифметики на высокоуровневых языках, например C, C++, Python, Java. Поэтому задача реализации твинной арифметики на современном популярном языке актуальна.

^(*) Ли Жуйци, li995186428@gmail.com

Исходя из этого, сформулируем основную цель работы: исследовать вопросы компьютерной реализации твинных алгоритмов на современном популярном языке.

Арифметика «твинной арифметики». Ведем основные понятия твинной арифметики, следуя [1].

Опр. 2.1. Твины вводятся с целью одновременного получения внешних и внутренних оценок множества значений функции. Твином назовем пару интервалов $T = (X_l, X)$. $X_l \in I(R) \cup \{\emptyset\}, X \in I(R)$. $(X, X) = X$ вырожденный твин. Оценить неизвестный интервал I твином — значит найти такой твин $T = (X_l, X)$ что $X_l \subseteq I \subseteq X$ с «внешней длиной твина» $|T| = |X|$ и «внутренней длиной твина» $|T|_l = |X_l|$.

Основными свойствами, которым должны удовлетворять все операции вводимой арифметики твинов, являются следующие:

$$\begin{aligned} X \subseteq I \rightarrow \diamond X \subseteq \diamond T \\ X \subseteq T_1 \ \& \ Y \subseteq T_2 \rightarrow X \circ Y \subseteq T_1 \circ T_2, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где \circ и \diamond , соответственно, любая унарная и любая бинарная операции.

Опр. 2.2. Если внутренние интервалы твинов T_1 и T_2 непустые, то обозначим

$$\begin{aligned} T_1 &= ([a^-, a^+], [A^-, A^+]), \\ T_2 &= ([b^-, b^+], [B^-, B^+]). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Для таких твинов определим

$$\begin{aligned} p &= \min(a^- + B^+, b^- + A^+); \\ q &= \max(a^+ + B^-, b^+ + A^-); \end{aligned} \quad (2.3)$$

Если мы имеем дело с вырожденным случаем, когда внутренний интервал твина T_1 или внутренний интервал твина T_2 является пустым множеством, то положим, соответственно, $p = b^- + A^+, q = b^+ + A^-$ и $p = a^- + B^+, q = a^+ + B^-$. Если оба твина одновременно являются вырожденными, то считаем p и q неопределенными.

Определим

$$\phi(I_1, I_2) = \begin{cases} \min\{[c^-, c^+]|(c^- \in I_1 \ \& \ c^+ \in I_2) \vee (c^- \in I_2 \ \& \ c^+ \in I_1)\}, & \text{если } I_1 \cap I_2 = Z \\ \emptyset & \end{cases} \quad (2.4)$$

где Z – пустое или одноэлементное множество.

$$\psi(I_1, I_2) \max\{[c^-, c^+]|c^-, c^+ \in I_1 \cup \dots \cup I_n\}.$$

Практическое применение твинной арифметики. Пусть имеются данные полученные с двух термометрических датчиков [3]. Задача: рассмотреть предоставленные данные как твины; выделить область совместности; в области совместности вычислить физическую величину сопротивления.

Мера совместности – показатель, численно характеризующий «надежность» рассматриваемых интервальных данных. В качестве такой меры был использован индекс Жаккара с шириной интервала в качестве меры (обобщение предложено А.Н.Баженовым, 2022). Взятие ширины интервала для операций взятия минимума и максимума по включению (\wedge, \vee) производится в полной арифметике Каухера [2]:

$$J \ K (x, y) = \frac{wid(x \wedge y)}{wid(x \vee y)} = \frac{\min\{\bar{x}, \bar{y}\} - \max\{\underline{x}, \underline{y}\}}{\max\{\bar{x}, \bar{y}\} - \min\{\underline{x}, \underline{y}\}}. \quad (3.1)$$

Вычисляется область $J \ K > 0$: в этой области температура представляется как твин.

Вычисление сопротивления. Если известно номинальное сопротивление $R_1(T_1) = 100$ Ом при $T_1 = 0^\circ\text{C} = 273.15\text{K}$, можно вычислить сопротивление в виде

$$R(T) = \frac{R_1}{T_1}.$$

Соответственно, можно вычислить значения сопротивления при всех данных температурах. Результирующее значение сопротивления, так же как и исходная температура, будет являться твином.

Результат вычислений как твин. На рис. 1 представлен результат вычисления сопротивления для набора из 700 измерений. Для всего диапазона имеем оценки

- Внутреннюю длину твина сопротивления [194.15,194.40];
- Внешнюю длину твина сопротивления [194.07,194.60].

Для двух конкретных измерений получены твины:

$$R1 = [[194.07, 194.55], [194.29, 194.33]].$$

$$R2 = [[194.14, 194.43], [194.18, 194.40]].$$

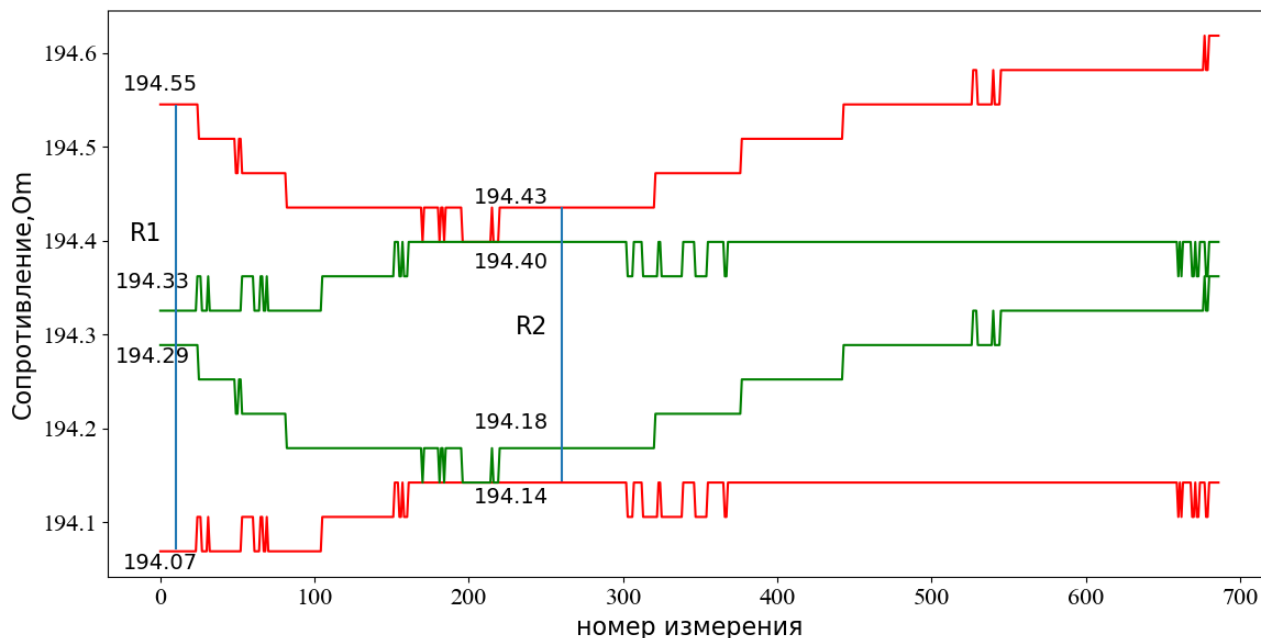


Рис. 1. Значения сопротивления датчика как твин

Заключение. Представленные выше примеры наглядно иллюстрируют практическую ценность твинов для реальных прикладных задач. Математический аппарат твинов позволяет обобщенно работать одновременно с внутренними и внешними оценками. Кроме того, с его помощью можно формализовать работу с несколькими источниками информации для повышения точности (как с двумя датчиками в рассмотренных примерах).

ЛИТЕРАТУРА

1. Нестеров В. М. Твинные арифметики и их применение в методах и алгоритмах двустороннего интервального оценивания [Электронный ресурс] / В. М. Нестеров. – Санкт-Петербург, 1999.
2. Баженов А. Н. Интервальный анализ. Основы теории, практические применения и учебные примеры [Электронный ресурс] / А. Н. Баженов. – Санкт-Петербург, 2020.
3. Н.В. Ермаков, А.Н. Баженов, А.Н. Смирнов, С.Ю. Толстяков. Стенд для испытаний шаговых двигателей. Приборы и техника эксперимента. 2022
4. Ли Жуйци. Библиотека твинной арифметики Twins. <https://github.com/Li-Rui-QI/twins.git>

ПРИМЕНЕНИЕ СВЕРТОЧНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИЧНОСТИ ПО ЭЛЕКТРОКАРДИОГРАММЕ

Введение. В настоящее время появляется все больше новых передовых технологий, облегчающих жизнь огромного числа людей. Например, недавно сильный толчок развития получили биометрические технологии, позволяющие определять личность человека по различным физическим особенностям, таким как: отпечатки пальцев, сетчатка глаза, черты лица. На данный момент наиболее перспективной является технология распознавания человека по электрокардиограмме (ЭКГ).

Распознавание личности по ЭКГ имеет ряд преимуществ. Во-первых, ЭКГ является уникальной для каждого человека, поскольку она зависит от расположения, объема и строения сердца, наличия патологии и т. д. Во-вторых, ее практически невозможно подделать, потому как этот сигнал связан с образованием физических полей в организме [1]. В-третьих, легко осуществить повторную идентификацию, так как форма сигнала меняется незначительно [2].

Каждый нормальный сигнал ЭКГ состоит из комплексов PQRS_T, которые являются уникальными для каждого человека, поэтому их можно использовать, извлекая характерные точки, которые в совокупности дают набор индивидуальных признаков каждого пользователя.

Процесс идентификации личности по кардиограмме затронут во многих работах [3], [4], [5]. Подходов к созданию такой системы большое количество, например в [3] ЭКГ проходит предварительную обработку, а затем генерируются спектрограммы, которые в свою очередь подаются на вход различным по архитектуре нейронным сетям.

Цель данной работы: создание и тестирование биометрической системы на основании нейронной сети, позволяющей определить личность человека с помощью ЭКГ.

Методика и результаты. В данной работе для исследования и разработки была использована открытая база данных с электронного ресурса PhysioNet [6-7]. Также были использованы данные собранные со студентов СПбПУ, которые впоследствии были деперсонализированы. Все сигналы были зашифрованы с помощью ID. Пример необработанных записей представлен на рис. 1.

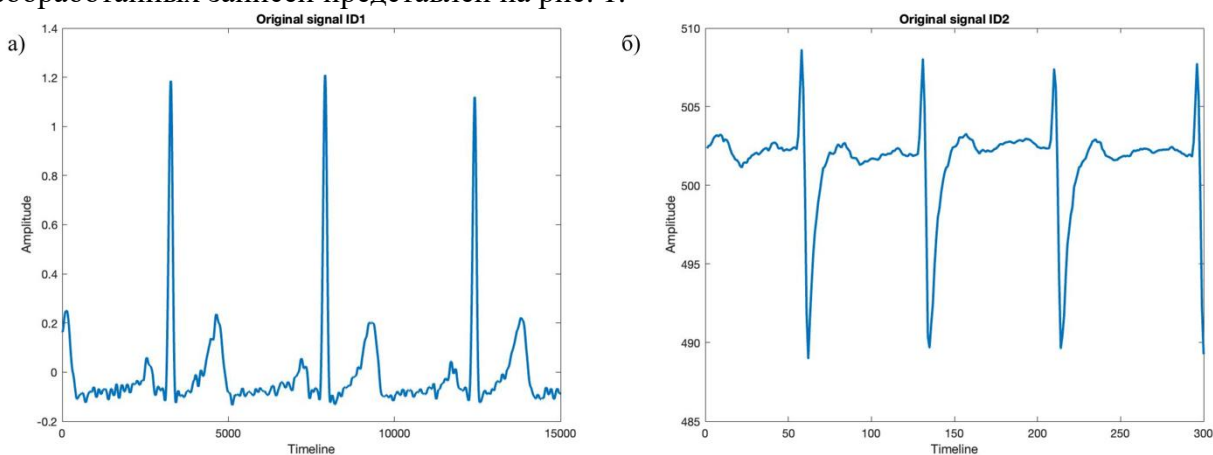


Рис. 1. а) Сигнал p001 (ID 1); б) сигнал, снятый со студента (ID 2)

^(*) В.Н. Малышева, malysheva.vn@edu.spbstu.ru

В данной работе производится предобработка сигнала с помощью сглаживающего фильтра Савицкого-Голея (SG) [8]. Данный фильтр хорошо сохраняет высокочастотные компоненты сигнала, кроме того, он позволяет удалять эффект дыхания из изолинии [9].

После обработки фильтром сигнал нормируется и производится выделение пиков PQRST комплекса при помощи вейвлет преобразований [10]. Выделенные пики далее подаются на вход сверточной нейросети как вектор признаков кардиосигнала.

Разработанная сверточная нейросеть состоит из 5 блоков. Каждый из них содержит свёрточный слой (1×3, 32), слой активации ReLU, слой подвыборки (Max-pooling) и пакетную нормализацию. Схема представлена на рис. 2. На выходе сети располагается полносвязный слой (512) и для классификации используется слой SoftMax.

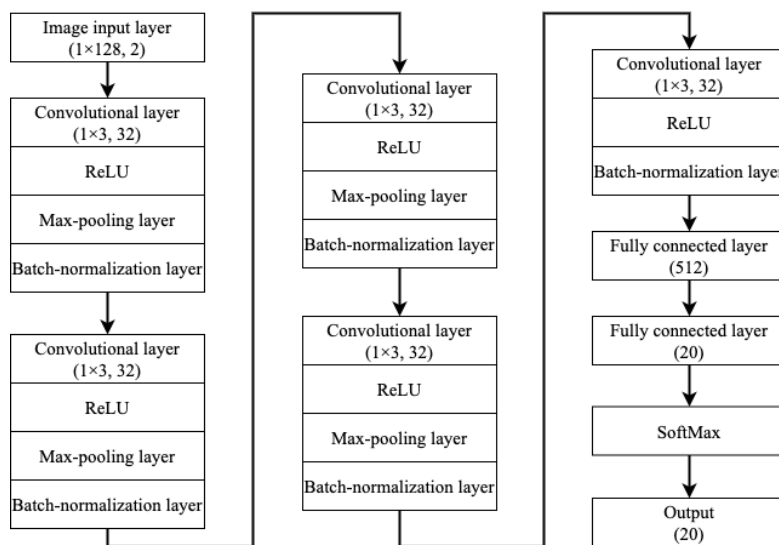


Рис. 2. Структура сверточной нейросети

На рис. 3 представлены результаты работы нейросети. По вертикали расположен реальный ID, а по горизонтали предсказуемый ID человека.

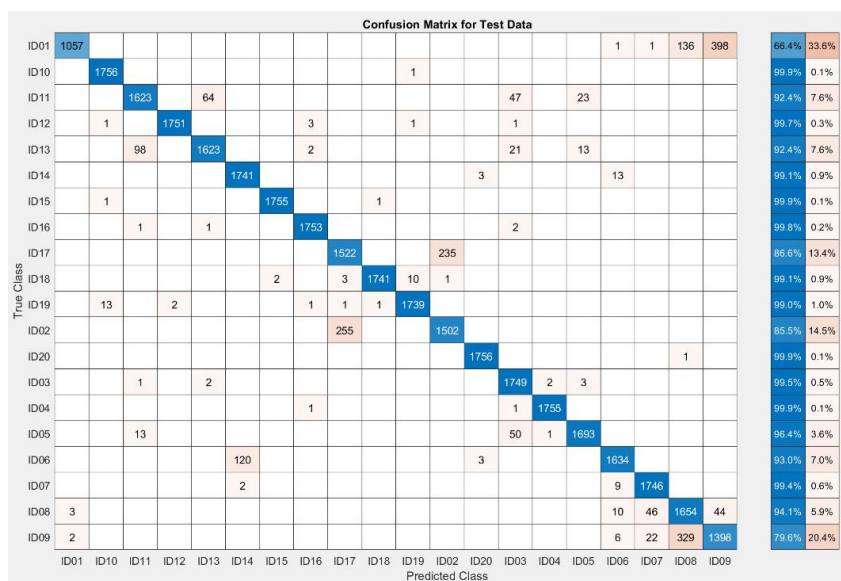


Рис. 3. Матрица результатов

Заключение. В процессе исследования была собрана деперсонализированная база данных пациентов, примененная для обучения и тестирования сверточной нейросети. Создана система на основе нейросети, позволяющая идентифицировать личность с помощью ЭКГ с точностью более 94%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фролов А.В., Дик С.К., Лихачевский Д.В., Давыдов М.В., Чечик Н.М. Цифровая обработка биомедицинских сигналов и изображений. – Минск : БГУИР, 2016. – 64 с.
2. Ogiela M.R., Ogiela L. On using cognitive models in cryptography // in Proceedings of the 30th IEEE International Conference on Advanced Information Networking and Applications, AINA '16, pp. 1055–1058, Crans-Montana, Switzerland, March 2016.
3. Cordoş C., Mihailă L., Faragó P. and Hintea S. ECG signal classification using Convolutional Neural Networks for Biometric Identification // 2021 44th International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP). – 2021. – P. 167-170.
4. Kim BH, Pyun JY. ECG Identification For Personal Authentication Using LSTM-Based Deep Recurrent Neural Networks // Sensors (Basel). – 2020.
5. Wu, J., & Zhang, Y. ECG identification based on neural networks // 11th International Computer Conference on Wavelet Actiev Media Technology and Information Processing (ICCWAMTIP). – 2014. – P. 92-96.
6. García-González, M.A., Argelagós-Palau, A., Fernández-Chimeno, M., & Ramos-Castro, J. A comparison of heartbeat detectors for the seismocardiogram // Computing in Cardiology 2013. – 2013. – P. 461-464.
7. Goldberger, A.L., Amaral, L.A., Glass, L., Hausdorff, J.M., Ivanov, P.C., Mark, R.G., Mietus, J.E., Moody, G.B., Peng, C., & Stanley, H.E. PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: components of a new research resource for complex physiologic signals // Circulation, 101 23, E215-20. –2000.
8. Savitzky A., Golay M.J.E. Smoothing and Differentiation of Data by simplified Least Squares Procedures // Analytical Chemistry. – 1964. – P. 1627-1639
9. Zheng L., Lall C., Chen Y. Low-distortion baseline removal algorithm for electrocardiogram signals. Computing in Cardiology. – 2012. – P. 769-772.
10. Malysheva, V., Zaynullina, D., Stosh, A., Cherepennikov, G. Application of Wavelet Transform for ECG Processing // Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. NEW2AN ruSMART 2021 2021. Lecture Notes in Computer Science(), vol 13158. Springer, Cham. – 2022.

УДК 519.612

М.Л. Смольский¹, А.Н. Баженов^{1,2}

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе РАН

МЕТОД РАСПОЗНАЮЩЕГО ФУНКЦИОНАЛА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ИНТЕРВАЛЬНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ О ДОПУСКАХ КАК ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Введение. Пусть дана интервальная система линейных алгебраических уравнений

$$Ax = b, \quad (1)$$

где $A \in \mathbb{IR}^{m \times n}$ – интервальная $m \times n$ -матрица системы, а $b \in \mathbb{IR}^m$ – интервальный m -мерный вектор правой части.

Допусковым множеством решений системы (1) называется множество E_{tol} , образованное всеми такими вещественными n -мерными векторами $x \in \mathbb{R}^n$, что произведение $A \cdot x$ содержится в векторе правой части b :

$$E_{tol} := \{x \in \mathbb{R}^n \mid A \cdot x \subseteq b\}. \quad (2)$$

^(*) М.Л. Смольский, mithridatus@mail.ru

Интервальная линейная задача о допусках [1] заключается в оценивании допускового множества решений (2). Она имеет множество практических приложений – приведём некоторые актуальные из них, с указанием отдельных работ последних лет:

- спектральный анализ [2];
- малоракурсная реконструкция светимости плазмы для сферического токамака [3];
- интервальная модель межотраслевого баланса [4].

При решении интервальной линейной задачи о допусках важную роль играет исследование её разрешимости – пусто ли допусковое множество решений (2) или нет.

Распознающим функционалом называется функция

$$\text{Tol}(x) := \min_{i=1, \dots, m} \{ \text{rad } \mathbf{b}_i - |\text{mid } \mathbf{b}_i - \sum_{j=1}^n \mathbf{a}_{ij} \cdot x_j| \}, \quad (3)$$

где rad – радиус, mid – середина (центр), а $|\cdot|$ – абсолютная величина (модуль или магнитуа). Он обладает следующими свойствами:

- «распознаёт» знаком своих значений точки из допускового множества решений (2):

$$x \in \mathcal{E}_{\text{tol}} \Leftrightarrow \text{Tol}(x) \geq 0;$$
- является вогнутой функцией;
- достигает конечного максимума на всём пространстве \mathbb{R}^n .

Свойства распознающего функционала (3) позволяют прийти к методу распознающего функционала [1], который полностью исследует разрешимость интервальной линейной задачи о допусках. Решается задача безусловной максимизации распознающего функционала (3):

$$T := \max_{x \in \mathbb{R}^n} \text{Tol}(x), \quad \tau \in \arg \max_{x \in \mathbb{R}^n} \text{Tol}(x). \quad (4)$$

Тогда:

- если $T \geq 0$, то $\tau \in \mathcal{E}_{\text{tol}} \neq \emptyset$ – интервальная линейная задача о допусках совместна и точка τ лежит в допусковом множестве решений (2);
- если $T < 0$, то $\mathcal{E}_{\text{tol}} = \emptyset$ – интервальная линейная задача о допусках несовместна.

В настоящее время для решения задачи (4) используются суперградиентные методы для максимизации вогнутых функций.

Безусловная максимизация распознающего функционала как задача линейного программирования. С помощью теоремы Рона о допусковом множестве решений [5]:

$x \in \mathcal{E}_{\text{tol}}$ тогда и только тогда, когда $x = x_1 - x_2$, где x_1, x_2 – решение системы линейных неравенств

$$\begin{cases} \overline{\mathbf{A}}x_1 - \underline{\mathbf{A}}x_2 \leq \overline{\mathbf{b}} \\ -\underline{\mathbf{A}}x_1 + \overline{\mathbf{A}}x_2 \leq -\underline{\mathbf{b}} \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

где $\underline{\cdot}$ – левый конец, а $\overline{\cdot}$ – правый конец, можно показать, что задача (4) является следующей задачей линейного программирования

$$\begin{aligned} & \max_{x_1, x_2, t} t \\ & \overline{\mathbf{A}}x_1 - \underline{\mathbf{A}}x_2 + t \leq \overline{\mathbf{b}} \\ & -\underline{\mathbf{A}}x_1 + \overline{\mathbf{A}}x_2 + t \leq -\underline{\mathbf{b}} \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Если x_1^*, x_2^*, t^* – решение задачи (5), тогда $T = t^*$, $\tau = x_1^* - x_2^*$ – решение задачи (4).

Как следствие, для решения задачи (4) могут быть применены развитые, хорошо изученные и эффективные методы для решения задач линейного программирования.

Обобщение безусловной максимизации распознающего функционала на случай линейных ограничений. Благодаря линейной зависимости $x = x_1 - x_2$ линейному ограничению на точку x в задаче (4) соответствуют линейные ограничения для точек x_1 и x_2 в задаче (5):

$$\begin{aligned}
c^T x &= d & c^T x_1 - c^T x_2 &= d \\
c^T x &\leq d & \mapsto c^T x_1 - c^T x_2 &\leq d. \\
c^T x &\geq d & c^T x_1 - c^T x_2 &\geq d
\end{aligned}$$

Добавление всего лишь линейных ограничений относительно точек x_1 и x_2 в задачу (5) позволяет естественным образом обобщить задачу (5) на случай линейных ограничений на точку x в задаче (4).

Вычислительный эксперимент. Рассматривались задачи для интервальной модели межотраслевого баланса [4]

$$(E - C)x = y, \quad (6)$$

где E – единичная матрица размерности $n \times n$.

Задачи (6) генерировались следующим способом:

$$c_{ij} := \frac{i+j}{2n}, \quad \underline{y}_i := 1000 \frac{i}{n}, \quad (7)$$

который является частным случаем общей генерации случайным образом согласно [4]:

$$C \in [0, 1]^{n \times n}, \quad \underline{C} := C \pm 0.01C, \quad \underline{y} \in (0, 1000]^n, \quad \bar{y} = 1.2\underline{y}.$$

Вычислительный эксперимент состоял в сравнении работы программы `tolsolvty` [6] для решения задачи (4) с двойственным симплекс-методом (ДСМ) для решения задачи (5) по скорости и точности на задачах (7) разной размерности в среде разработки GNU Octave. Результаты отображены в табл. 1, из которой видно, что двойственный симплекс-метод оказался быстрее и точнее метода, реализованного в программе `tolsolvty`.

Табл. 1. Результаты

	tolsolvty		ДСМ	
	T	Время, с	T	Время, с
$n = 10$	6.23107	0.05	6.23107	0.001
$n = 100$	-0.25944	2.43	-0.25937	0.023
$n = 1000$	-0.52952	23.08	-0.49382	4.628

ЛИТЕРАТУРА

1. Шарый С.П. Решение интервальной линейной задачи о допусках // Автоматика и телемеханика. – 2004. – № 10. – С. 147-162.
2. Баженов А.Н., Затылкин П.А. Применение интервального подхода для спектрального анализа. Исследование разрешимости задачи с использованием распознающего функционала // Измерительная техника. – 2019. – № 2. – С. 6-12.
3. Баженов А.Н., Затылкин П.А. Малоракурсная реконструкция светимости плазмы для сферического токамака // Вычислительные технологии. – 2020. – № 25 (1). – С. 5-38.
4. Воронцова Е.А. Линейная задача о допусках для интервальной модели межотраслевого баланса // Вычислительные технологии. – 2017. – № 22 (2). – С. 67-84.
5. Rohn J. Inner solutions of linear interval systems // Interval Mathematics 1985. – 1986. – P. 157-158.
6. Интервальный анализ и его приложения – URL: <http://www.nsc.ru/interval/>.

ТРЕХМЕРНАЯ РЕКОНСТРУКЦИЯ СВЕТИМОСТИ ПЛАЗМЫ ДЛЯ СФЕРИЧЕСКОГО ТОКАМАКА

Введение. Работа посвящена применению методов вычислительной геометрии и интервального анализа к задачам физики управляемого термоядерного синтеза. Проведена трехмерная реконструкция светимости объема плазмы сферического токамака “Глобус-М2” в интервальной постановке в геометрии одноракурсного наблюдения. Разработан программный комплекс подготовки данных для изучения распределения светимости в объеме токамака (задача Радона) [1].

Работа состоит из двух частей. В первой части рассмотрены геометрические аспекты проблемы, получены проекции различных областей сферического токамака (volume spread functions) на плоскость детектора в геометрии камеры-обскуры. Во второй части рассмотрены алгебраические аспекты задачи. Применен метод разбиения исходной матрицы на набор квадратных матриц. Полученные частные задачи решены с использованием методов интервального анализа в полной интервальной арифметике Каухера. На основе набора частных решений строится полное решение путем взятия минимума по включению. На модельных задачах получено хорошее качество восстановления светимости.

Геометрическая часть. В рамках использованной в работе модели, плазма имеет цилиндрическую форму. При этом распределение светимости в ней является трёхмерным, не предполагается какой-либо симметрии, позволявшей бы свести задачу к двумерной. Для описания геометрии сегментов плазмы будем пользоваться цилиндрическими координатами, обозначим весь объём плазмы за Ω : $\Omega = \{(r, \varphi, z) | r \leq R, Z_1 \leq z \leq Z_2\}$. Объём плазмы разбивается на n сегментов Ω_k , каждому из которых соответствует некоторое значение светимости I_k . Сегменты представляют из себя «прямоугольники» в цилиндрической системе координат:

$$\begin{aligned}\Omega_k &= [r_{k1}, r_{k2}] \times [\varphi_{k1}, \varphi_{k2}] \times [z_{k1}, z_{k2}], \\ 0 &\leq r_{k1} \leq r_{k2} \leq R, \\ \varphi_{k1}, \varphi_{k2} &\in [0, 2\pi), \\ Z_1 &\leq z_{k1} \leq z_{k2} \leq Z_2.\end{aligned}$$

Кроме плазмы в модели также присутствует детектор, который представляет собой плоскую прямоугольную панель (матрицу детектора), на которой расположены m пикселей, и точку, лежащую вне этой панели (апертурную диафрагму). Пиксели детектора регистрируют светимость, попадающую на них через апертуру. Предполагается, что апертура имеет нулевой радиус, тогда показание s -го пикселя можно рассчитать следующим образом:

$$f_s = \sum_{k=1}^n f_{sk}$$

^(*) Н.В. Суханов, nvsukhanov@mail.ru

$$f_{sk} = \Delta l_{sk} I_k$$

Здесь f_{sk} – вклад sk -го сегмента в светимость, зарегистрированную s -м пикселем от k -го сегмента, а Δl_{sk} – суммарная длина, которую луч, выпущенный через апертуру из s -го пикселя, проходит внутри k -го сегмента. Далее будем пользоваться этими соотношениями в матричной форме: $LI = f$. Геометрическая часть работы посвящена разработке алгоритма вычисления длин Δl_{sk} , из которых состоит матрица L (матрица длин хорд).

Алгебраическая часть. Алгебраическая часть работы посвящена решению системы линейных уравнений $LI = f$, с целью восстановления распределения светимостей I . Система состоит из m уравнений (каждое уравнение соответствует пикселю детектора) и содержит n переменных (каждая переменная соответствует светимости сегмента). Система является переопределённой, так как $m > n$. Кроме того, задача осложняется тем, что матрица L является плохо обусловленной, поскольку значительная часть её сингулярных собственных значений близка к нулю.

Для решения системы применялись методы интервального анализа [2]. Правая часть системы полагалась интервальным вектором с ненулевым радиусом (что соответствует действительности, так как на практике измерения пикселей детектора содержат погрешность). К полученной интервальной системе применялся метод квадратных матриц [3]: из системы выбиралось некоторое количество невырожденных квадратных блоков по n уравнений, затем каждая квадратная подсистема решалась описанным ниже методом. После этого решение исходной системы получалось как пересечение интервальных решений для всех подматриц.

Рассмотрим подробнее метод решения квадратных интервальных систем линейных уравнений с точечной матрицей. Пусть \mathbf{b} – n -мерный интервальный вектор в арифметике Каухера. Введём оператор стандартного погружения, ставящий ему в соответствие точечный вектор размерности $2n$:

$$sti(\mathbf{b}) = (-inf \mathbf{b}_1, -inf \mathbf{b}_2, \dots, -inf \mathbf{b}_n, sup \mathbf{b}_1, sup \mathbf{b}_2, \dots, sup \mathbf{b}_n)$$

Пусть A – точечная квадратная матрица размера $n \times n$. Тогда её знаково-блочной матрицей будем называть матрицу:

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} A^+ & A^- \\ A^- & A^+ \end{pmatrix}.$$

Здесь A^+ и A^- – положительная и отрицательная части матрицы A , взятые поэлементно. Для матрицы \tilde{A} верно соотношение $sti(A\mathbf{b}) = \tilde{A} sti(\mathbf{b})$. Таким образом, если матрица \tilde{A} невырождена, то формальное решение интервальной системы $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ можно найти в виде $\mathbf{x} = sti^{-1}(\tilde{A}^{-1}sti(\mathbf{b}))$.

На рис.1 представлен результат работы метода на модельной задаче со следующими геометрическими параметрами. Плазма представлена цилиндром с $R = 1$, $Z_1 = -1$, $Z_2 = 1$. Объём плазмы разбит на 6 сегментов по радиусу и 6 по высоте. Детектор – квадратная панель со стороной 0.6, 16×16 пикселей. Центр панели находится в точке $(-1.5, -1.5, 0)$, а апертура – в точке $(-1.1, -1, 0)$. Детектор ориентирован так, чтобы нормаль из центра панели проходила через апертуру. Матрица строилась кодом [4]. Из полученной матрицы длин хорд для восстановления светимости была выбрана половина уравнений, соответствующая первым 128 пикселям детектора. Также из матрицы были отброшены нулевые столбцы, а из оставшихся выбран блок столбцов с 1-го по 16-й включительно. Таким образом, итоговая задача имела размерности $m = 128$, $n = 16$. Для задачи было задано модельное «градиентное» распределение светимостей (синяя линия на рисунке), затем правая часть получалась домножением матрицы на модельное распределение и последующей интервализацией. Оранжевая и зелёная линии на рисунке – верхняя и нижняя границы решения, полученного с помощью метода квадратных матриц.

Заключение. Работа посвящена решению частного случая задачи Радона. Создан программный комплекс для моделирования трехмерной геометрии одноракурсных наблюдений [4]. Это программное обеспечение свободно доступно, и с 2021 года используется практиками и в учебном процессе. Алгебраическая часть решения задачи получила новый импульс с переходом к полной интервальной арифметике Каухера, в которой можно существенно более гибко создавать вычислительные процессы и ставить различные минимаксные задачи оценивания решений. В работе использована модификация субдифференциального метода Ньютона с разбиением прямоугольной матрицы на набор квадратных подматриц. Для плохообусловленных задач при этом возникают несовместные решения частных подзадач. Здесь новые методы вычисления интервальной моды и обобщения индекса Жаккара на несовместные множества [5] дают возможность получать информативные состоятельные результаты.

Таким образом, построена сквозная технологическая цепочка решения обратных задач методов для одноракурсного единичного наблюдения. Практическая актуальность состоит в разработке методов для одноракурсного единичного наблюдения, что очень важно для работ в области термоядерной энергетике.

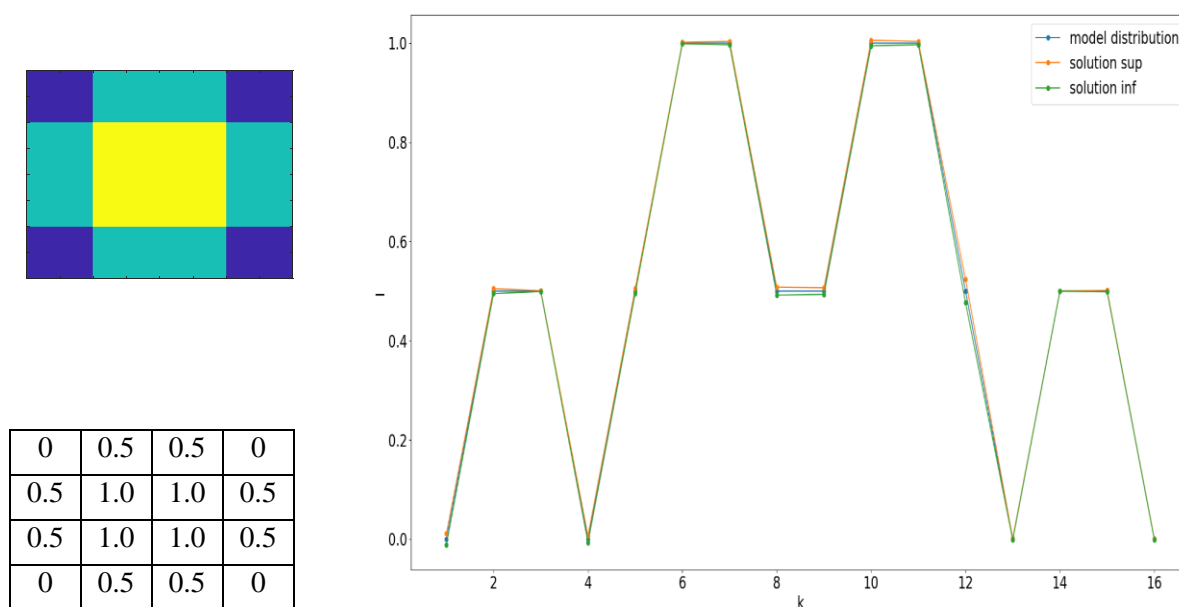


Рис. 1. Восстановление модельного распределения светимости

ЛИТЕРАТУРА

1. Баженов А.Н., Затылкин П.А. Малоракурсная реконструкция светимости плазмы для сферического токамака // Вычислительные технологии. – 2020. – № 25 (1). – С. 5-38.
2. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. – ФИЦ ИВТ: Новосибирск, 2021. Электронная книга, доступная на <http://www.nsc.ru/interval/Library/InteBooks/SharyBook.pdf>
3. Баженов А.Н., Жилин С.И., Кумков С.И., Шарый С.П. «Обработка и анализ данных с интервальной неопределённостью». – Ижевск. РХД. 2022 – с.271.
4. Суханов Н.В. Plasma3D. Cylindrical plasma model with 3-dimensional segmentation. URL:<https://github.com/NikitaSukhanov/Plasma3D>
5. Баженов А.Н. Обобщение мер совместности для анализа данных с интервальной неопределённостью. Санкт-Петербург, 2022 - с.80. URL:<https://elib.spbstu.ru/dl/5/tr/2022/tr22-142.pdf/info>

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ФОРМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ИНТЕРВАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Введение. Применение интервального анализа при решении задач с интервальной неопределённостью [1] требует развития эффективных методов вычислений. Одним из способов достичь высокой эффективности является применение многомерных ньютоновских методов с высокой скоростью сходимости. При этом существуют проблемные ситуации, в которых не наблюдается устойчивого решения [2, 3].

Применение ньютоновских методов важно в области анализа данных при использовании метода квадратных матриц [1]. В этом методе прямоугольная матрица разбивается на множество квадратных, и для частных задач находят частные решения задачи. Таких частных задач может быть большое количество, и необходима высокая скорость решения.

Множества решений в \mathbb{IR} . Интервальная система алгебраических уравнений (ИСЛАУ) имеет вид: $Ax = b$, где $A = (a_{ij})$ – матрица $m \times n$, каждый элемент которой является интервалом, b – m -вектор, элементы которого также являются интервалами.

Множества значений x образуют множества решений, одним из наиболее популярных является допусковое: $E_{tol} = \{x \in \mathbb{R}^n | Ax \in b \text{ для любых } A \in A\}$. Принадлежность к допусковому множеству можно определить, вычислив знак распознающего функционала [3]:

$$Tol(x) = Tol(x; A, b) = \min_{1 \leq i \leq m} \left\{ rad b_i - \left| mid b_i - \sum_{j=1, \dots, n} a_{ij} x_j \right| \right\} \#(1)$$

Принадлежность $x \in E_{tol}$ равносильна $Tol(x; A, b) > 0$.

Формальные решения ИСЛАУ в \mathbb{KR} . В более общей постановке ИСЛАУ можно решать в полной интервальной арифметике Каухера. Эта арифметика получается присоединением неправильных интервалов к множеству обычной интервальной арифметики. Применение неправильных интервалов позволяет строить оригинальные методы решения. Одним из таких является алгебраический или формальный метод решения систем уравнений. В публикации [4] даётся определение алгебраического решения ИСЛАУ: «Интервальный вектор называется алгебраическим решением интервальной системы уравнений, если его подстановка в эту систему и выполнение всех интервальных арифметических операций приводят к верному равенству».

Для численного нахождения алгебраического решения требуется погружение объектов \mathbb{KR}^n в линейное пространство размерности \mathbb{R}^{2n} . В [5] рекомендуется следующая методика: Погружение $sti: \mathbb{KR}^n \rightarrow \mathbb{R}^{2n}$, которое действует по правилу: $(x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (-\underline{x}_1, -\underline{x}_2, \dots, -\underline{x}_n, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$, где \underline{x}_i и \bar{x}_i – нижняя и верхняя границы интервала x_i .

Далее вычисления проводятся в этом пространстве. В случае получения решения, производится обратное преобразование.

Субдифференциальный метод Ньютона. Эффективным инструментом решения ИСЛАУ является субдифференциальный метод Ньютона, теория которого описана в публикациях [2, 4, 5].

(*) Т.О. Яворук, yaworuck@gmail.com

Алгоритм субдифференциального метода Ньютона заключается в следующем:

1. Выберем некоторое начальное приближение $x^{(0)} \in \mathbb{R}^{2n}$.
2. Если $(k - 1)$ -е приближение $x^{(k-1)} \in \mathbb{R}^{2n}$, $k = 1, 2, \dots$, уже найдено, то вычисляем какой-нибудь субградиент $D^{(k-1)}$ отображения $\mathcal{F}(y) = sti(Asti^{-1}(y)) - y + sti(\mathbf{b})$ в точке $x^{(k-1)}$ и полагаем

$$x^{(k)} \leftarrow x^{(k-1)} - \tau(D^{(k-1)})^{-1}\mathcal{F}(x^{(k-1)}),$$

где $\tau \in [0,1]$ – релаксационный параметр.

Конструктивное описание построения субградиента дано в упомянутых публикациях [2, 4, 5]. Достоинством метода являются высокая скорость сходимости и слабая чувствительность к выбору начального приближения.

Пример применения субдифференциального метода Ньютона. Рассмотрим пример с ИСЛАУ 2×2

$$Ax = \mathbf{b} \# (2)$$

из книги [3], где

$$A = \begin{pmatrix} [3,4] & [5,6] \\ [-1,1] & [-3,1] \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} [-3,4] \\ [-1,2] \end{pmatrix}$$

В книге [3] отмечается, что алгоритм SubDiff2 с $\tau = 1$ порождает осциллирующую последовательность:

$$x^{(k)} = \begin{pmatrix} [-0.3333, 1.0] \\ [-0.3333, 0.0] \end{pmatrix}, \quad x^{(k+1)} = \begin{pmatrix} [0.0, 0.5] \\ [-0.5, 0.3333] \end{pmatrix}. \quad \text{Начальное приближение: } x^{(0)} = \begin{pmatrix} [0.0, 1.0] \\ [0.0, 1.0] \end{pmatrix}.$$

Проведём анализ ИСЛАУ. Исследуем её разрешимость. Используем функцию EqnTol2D из пакета IntLinInc2R [6] для построения допускового множества. На рис. 1а) показаны: допусковое множество решений (зелёной заливкой) и полученные осциллирующие брусы (красный и синий прямоугольники).

Исследование разрешимости ИСЛАУ. В первую очередь необходимо исследовать причины возникновения осциллирующей последовательности: неудачный выбор параметров или ИСЛАУ обуславливает специфику, не позволяющую методу получить устойчивое решение.

Было проведено исследование влияния величины релаксационного параметра τ (τ изменялось от 0.01 до 1 с шагом 0.01, максимальное число итераций составляло 1000). Оказалось, что для любого значения параметра метод не даёт устойчивого решения. Однако, если представить решение в виде пересечения или объединения брусков, то для $\tau > 0.34$ решение имеет устойчивый характер. Причём $(x^{(k)} \cap x^{(k-1)}) \subset \mathcal{E}_{tol}$, $(x^{(k)} \cup x^{(k-1)}) \cap \mathcal{E}_{tol} \neq \emptyset$. (рис. 1а.)

Таким образом, с помощью пересечения брусков, получим внутреннюю оценку решения ИСЛАУ (2). Заметим, что она не является формальным решением исходной задачи, но является решением в более слабой постановке: $Ax \subseteq \mathbf{b}$.

Для проверки влияния выбора начального приближения на сходимость были проведены эксперименты со случайным вектором. Оказалось, что итерации всегда выходят на колебательный процесс.

Покажем далее возможность коррекции задачи для достижения разрешимости: коррекция правой части и матрицы при исходной правой части.

Коррекция вектора правой части. Для коррекции вектора правой части использовался следующий метод:

1. Вычисляется середина-вектор правой части $\mathbf{b} - mid \mathbf{b}$.

2. Генерируется 4-мерная сетка для левых и правых радиусов для соответствующих компонент:

$$[0, rad(\mathbf{b}_1)]^2 \times [0, rad(\mathbf{b}_2)]^2 \text{ с шагом дискретизации } 0.1.$$

3. В качестве метрики для оценки расстояния между новыми и исходными данными выбрана:

$$\rho(\mathbf{b}_{new}) = ||dist(\mathbf{b}_{new}, \mathbf{b})||,$$

где $dist(\mathbf{c}, \mathbf{d})$ – покомпонентный максимум из разностей верхних и нижних границ интервалов \mathbf{c}, \mathbf{d} .

Ищется вектор \mathbf{b}_{new} : $\min \rho(\mathbf{b}_{new}) \ \& \ \exists \mathbf{x}_b: \mathbf{A}\mathbf{x}_b = \mathbf{b}_{new}$.

Эксперименты проводились для $\tau = 1$. Полученные результаты: $\mathbf{b}_{opt} = \begin{pmatrix} [-2.5, 3.5] \\ [-1, 1.5] \end{pmatrix}$;

решение: $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} [-0.3333, 1.0] \\ [-0.3333, 0.0] \end{pmatrix}$. Полученное решение и допустимое множество показаны на рис. 1б).

Коррекция матрицы. Производилась вариация радиусов матричных элементов с исходной правой частью, и подбором были получены матрицы, для которых итерационный процесс сходится. В частности, $\mathbf{A}'_{opt} = \begin{pmatrix} [3,4] & [5,6] \\ [-0.6,0.6] & [-3,1] \end{pmatrix}$, для которой достигается

$$\text{решение: } \mathbf{x} = \begin{pmatrix} [0.05, 0.71] \\ [-0.52, 0.19] \end{pmatrix}.$$

Расширением \mathbf{a}_{21} на величины 0.1 влево и 0.4 вправо при дискретности шага 0.01 была найдена новая матрица, более близкая к исходной: $\mathbf{A}_{opt} = \begin{pmatrix} [3,4] & [5,6] \\ [-0.75,1] & [-3,1] \end{pmatrix}$, решение

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} [0.15, 0.8] \\ [-0.4, 0.133] \end{pmatrix}.$$

Полученное решение и допустимое множество показаны на рис. 1в).

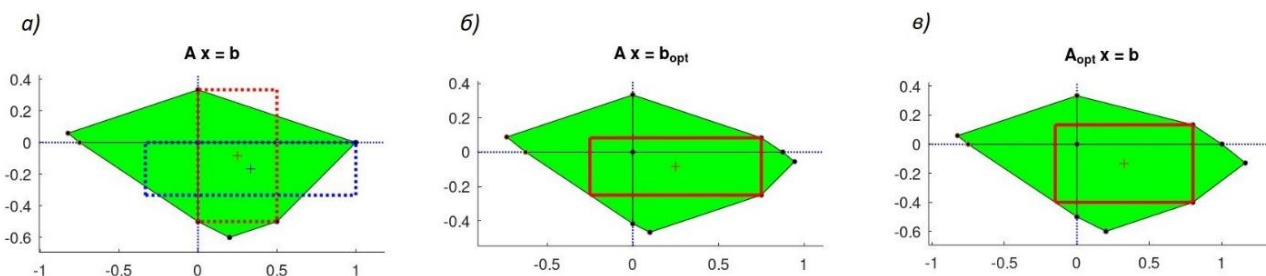


Рис. 1. Зелёным обозначено допустимое множество решений. Прямоугольниками обозначены брусы, полученные субдифференциальным методом, их центры обозначены плюсом

Заключение. В работе рассмотрен известный пример малоразмерной задачи, в которой есть сложности с нахождением устойчивого формального решения ИСЛАУ субдифференциальным методом Ньютона. Приведены способы получения решения: взятие пересечения полученных осциллирующих брусков последовательных итераций, коррекция матрицы или правой части. Исследовано влияние релаксационного параметра метода на сходимость, получена граница значения величины параметра, при которой появляются осцилляции пересечения/объединения брусков.

Полученные результаты находят место в решении обратных задач и задач анализа данных [1]. В них возникают ИСЛАУ с прямоугольными матрицами размера $m \times n$ и, как правило, $m \gg n$. Эффективным методом решения таких задач является *метод квадратных матриц*. В этом методе из прямоугольной матрицы выбирают множество квадратных

матриц, для которых находят решения. На следующем этапе находят пересечение этих решений, которое служит внешней оценкой решения исходной задачи.

Для метода квадратных матриц коррекция ИСЛАУ может оказаться весьма трудоёмким процессом, особенно для больших значений числа уравнений m . В связи с этим, имеет смысл решать задачу $Ax = b$ в ослабленной постановке включения $Ax \subseteq b$ с помощью пересечения. Хотя полученные осциллирующие брусы не являются формальными решениями, их пересечение содержится в допусковом множестве E_{tol} , т.е. удовлетворяет постановке линейной задачи о допусках. Пересечение частных решений квадратных матриц, полученных таким образом, дает оценку решения задач восстановления зависимостей для задач с интервальной неопределённостью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баженов А.Н., Жилин С.И., Кумков С.И., Шарый С.П. «Обработка и анализ данных с интервальной неопределённостью». – 2022.
2. Shary S.P. Algebraic approach to the interval linear static identification, tolerance and control problems, or one more application of Kaucher arithmetic Reliable Computing. – 1996. – Vol. 2, No. 1. – P. 3-33.
3. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. — Новосибирск: XYZ, 2021.
4. Шарый С.П. Алгебраический подход к анализу линейных статических систем с интервальной неопределённостью. Известия РАН. Теория и системы управления. – 1997. – No 3. – С. 51-61.
5. Шарый С.П. Численное нахождение алгебраического решения интервальных линейных систем. Дискретная математика. – Красноярск: КГТУ, 1996. – С. 129-145.
6. Шарая И. IntLinInc2D – пакет программ для визуализации множеств решений интервальных линейных систем с двумя неизвестными. [Электрон. версия] URL: <http://www.nsc.ru/interval/Programing/MCodes/IntLinInc2D.zip>.

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АКТИВНОГО ЭКСОСКЕЛЕТА НИЖНИХ КОНЕЧНОСТЕЙ

Введение. Исследование биоморфных механизмов и систем в настоящее время является весьма актуальной задачей, которая заслуживает самого серьезного внимания. К таким механизмам относятся и экзоскелеты – электромеханические устройства, которые предназначены для помощи человеку в подъеме тяжестей или в движении парализованными конечностями [1-4]. Подобные системы активно применяются при реабилитации людей, в военной и гражданской сферах, в качестве помощи грузчикам на складах и во многих других областях. В настоящей работе рассматривается вопрос о построении математической модели реального объекта – экзоскелета *Hatsune* собственной разработки (рис. 1).

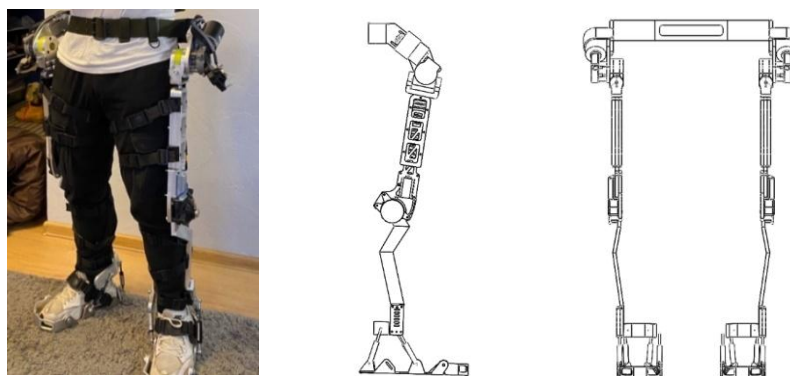


Рис. 1. Конструкция экзоскелета Hatsune и его эскиз в двух проекциях

Построение математической модели. Перейдем к детальному рассмотрению конструкции экзоскелета. Всего в самом устройстве реализованы 14 степеней свободы: по 3 степени на тазобедренных суставах, по 1 степени на коленях и по 3 степени на стопах. Эта схема позволяет оператору выполнять боковые наклоны и выпады в сторону, а также переносить вес тела с ноги на ногу в положении стоя. Поэтому расчетная схема системы (т. е. человека, интегрированного с экзоскелетом) будет иметь вид, представленный на рис. 2.

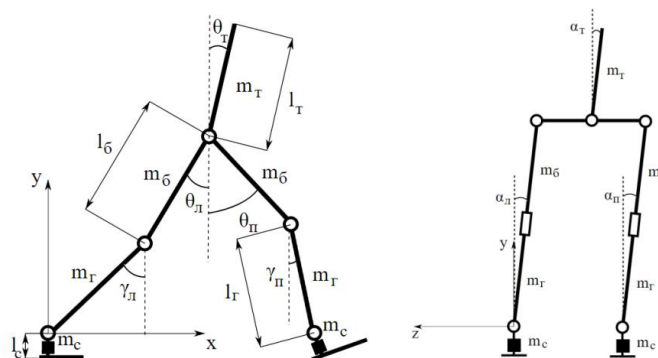


Рис. 2. Расчетная схема системы в боковой и фронтальной плоскостях

^(*) И.С. Барынкин, ivan.barynkin08@gmail.com

Для исследования динамического поведения рассматриваемой системы необходимо осуществить ряд упрощений общей схемы, приведенной на рис. 2, после чего построить математическую модель, обладающую достаточно небольшим числом степеней свободы. Укажем допущения, которые позволят исключить из рассмотрения ряд малозначительных степеней свободы. Предположим для простоты, что фронтальный наклон туловища отсутствует, так что $\theta_T = 0$. По мнению большинства исследователей, боковой наклон туловища практически не влияет на динамику ходьбы, поэтому мы также будем им пренебрегать, считая, что $\alpha_n = \alpha_l = \alpha_T = 0$. Помимо этого, мы не будем рассматривать поворот вокруг продольной оси бедра в сферических бедренных шарнирах, что позволит свести задачу к плоской. В результате модель будет состоять из однородных прямых стержней AB и DE (голени длины l_T и массы m_T), BC и CD (бедра длины l_6 и массы m_6), и горизонтального стержня CT (туловище длины l_T и массы m_T , которое учитывает всю верхнюю часть системы, расположенную выше пояса), причем в точке C фактически расположены два шарнирных сочленения. Подчеркнем, что приведенные инерционные параметры учитывают как массу указанного отдела самого человека, так и массу соответствующей части экзоскелета. Кроме того, все шарниры будем считать идеальными, так что трение в шарнирных сочленениях не учитывается. Будем считать левую ногу опорной, а правую ногу – выносной. Отметим, что необходимо также учитывать биологические ограничения, накладываемые на углы поворота в коленных суставах. Если оператор не страдает их дисплазией, то колено не может выгнуться в обратном направлении, поэтому $\gamma_n \leq \theta_n$, $\gamma_l \geq \theta_l$. Однако если провести наблюдение за ходьбой человека, то можно заметить, что опорная нога практически не сгибается в колене. Исходя из этого, для упрощения можно также принять, что $\gamma_l = \theta_l$. В результате мы приходим к упрощенной расчетной схеме, представленной на рис. 3 и имеющей всего три степени свободы, которым отвечают обобщенные координаты γ_l , θ_n и γ_n .

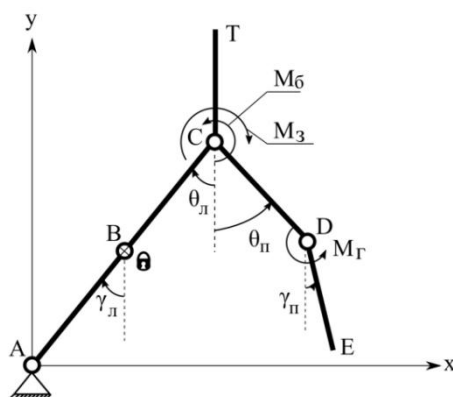


Рис. 3. Упрощенная плоская расчетная схема системы с тремя степенями свободы

Обращаясь к составлению кинетической энергии данной системы, отметим, что для этого целесообразно использовать координатный метод определения скоростей центров масс стержней, а затем применить к ним теорему Кёнига. В результате, после ряда преобразований, можно получить следующее выражение:

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2} \left[\left(m_T \left(\frac{4}{3} l_T^2 + 2l_T l_6 + l_6^2 \right) + m_6 \left(2l_T^2 + 3l_T l_6 + \frac{4}{3} l_6^2 \right) + m_T (l_T + l_6)^2 \right) \dot{\gamma}_l^2 + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{3} (m_6 l_6^2 \dot{\theta}_n^2 + m_T l_T^2 \dot{\gamma}_n^2) + (2m_T + m_6)(l_T + l_6) l_6 \cos(\gamma_l + \theta_n) \dot{\gamma}_l \dot{\theta}_n + \right. \\
 & \left. + m_T \left((l_T + l_6) l_T \cos(\gamma_l + \gamma_n) \dot{\gamma}_l + l_6 l_T \cos(\theta_n - \gamma_n) \dot{\theta}_n \right) \dot{\gamma}_n \right] = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{A}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}},
 \end{aligned} \quad (1)$$

где $\mathbf{q} = [\gamma_l, \theta_n, \gamma_n]^T$ – столбец обобщенных координат, а матрица $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ кинетической энергии является симметричной ($\mathbf{A}^T = \mathbf{A}$) и определяется формулой:

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_r \left(\frac{4}{3} l_r^2 + 2l_r l_6 + l_6^2 \right) + m_6 \left(2l_r^2 + 3l_r l_6 + \frac{4}{3} l_6^2 \right) + m_r (l_r + l_6)^2 & \left(m_r + \frac{m_6}{2} \right) (l_r + l_6) l_6 \cos(\gamma_n + \theta_n) & \frac{m_r}{2} (l_r + l_6) l_r \cos(\gamma_n + \gamma_n) \\ \left(m_r + \frac{m_6}{2} \right) (l_r + l_6) l_6 \cos(\gamma_n + \theta_n) & \frac{m_6}{3} l_6^2 & \frac{m_r}{2} l_6 l_r \cos(\theta_n - \gamma_n) \\ \frac{m_r}{2} (l_r + l_6) l_r \cos(\gamma_n + \gamma_n) & \frac{m_r}{2} l_6 l_r \cos(\theta_n - \gamma_n) & \frac{m_r}{3} l_r^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Потенциальная энергия рассматриваемой системы может быть записана в виде:

$$\Pi = g \left[\left(m_r \left(\frac{3}{2} l_r + l_6 \right) + m_6 \left(2l_r + \frac{3}{2} l_6 \right) + m_r (l_r + l_6) \right) \cos \gamma_n - \left(m_r + \frac{m_6}{2} \right) l_6 \cos \theta_n - \frac{m_r}{2} l_r \cos \gamma_n \right] = \Pi(\mathbf{q}). \quad (3)$$

Кроме того, в шарнирных сочленениях действуют управляющие моменты, а именно: момент M_3 в шарнире, соединяющем заднюю ногу и туловище; момент M_6 в шарнире, соединяющем переднее бедро и туловище; а также момент M_r в шарнире, соединяющем переднее бедро и голень (рис. 3). Поэтому следует также записать выражение для их элементарной работы:

$$\delta'W = M_3 \delta \gamma_n + M_6 \delta \theta_n + M_r \delta (\gamma_n - \theta_n) = M_3 \delta \gamma_n + (M_6 - M_r) \delta \theta_n + M_r \delta \gamma_n = \mathbf{Q}^T \delta \mathbf{q}, \quad (4)$$

где $\mathbf{Q} = [M_3, M_6 - M_r, M_r]^T$ – столбец обобщенных сил, отвечающий столбцу обобщенных координат \mathbf{q} и полностью определяемый принятым законом управления. Подставляя найденные выражения в уравнения Лагранжа второго рода, получим после преобразований уравнения управляемого движения системы, записанные в компактной матричной форме:

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{C}(\mathbf{q}) = \mathbf{Q}, \quad (5)$$

которая удобна для последующего численного интегрирования. Здесь матрица $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ определяется по формуле (2), а столбцы $\mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ и $\mathbf{C}(\mathbf{q})$ имеют следующие представления:

$$\mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} - \left(m_r + \frac{m_6}{2} \right) (l_r + l_6) l_6 \sin(\gamma_n + \theta_n) \dot{\theta}_n^2 - \frac{m_r}{2} (l_r + l_6) l_r \sin(\gamma_n + \gamma_n) \dot{\gamma}_n^2 \\ - \left(m_r + \frac{m_6}{2} \right) (l_r + l_6) l_6 \sin(\gamma_n + \theta_n) \dot{\gamma}_n^2 + \frac{m_r}{2} l_6 l_r \sin(\theta_n - \gamma_n) \dot{\gamma}_n^2 \\ - \frac{m_r}{2} (l_r + l_6) l_r \sin(\gamma_n + \gamma_n) \dot{\gamma}_n^2 - \frac{m_r}{2} l_6 l_r \sin(\theta_n - \gamma_n) \dot{\theta}_n^2 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}) = g \begin{bmatrix} - \left(m_r \left(\frac{3}{2} l_r + l_6 \right) + m_6 \left(2l_r + \frac{3}{2} l_6 \right) + m_r (l_r + l_6) \right) \sin \gamma_n \\ \left(m_r + \frac{m_6}{2} \right) l_6 \sin \theta_n \\ \frac{m_r}{2} l_r \sin \gamma_n \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Заключение. С целью построения достаточно простой и адекватной математической модели экзоскелета был произведен ряд упрощений исходной расчетной схемы на основе наблюдения за движением человека. Вследствие этого задача была сведена к плоской, а количество степеней свободы снижено до трех. Полученные в настоящей работе уравнения движения для трехстепенной модели в удобной матричной форме, с учетом управляющих моментов, создаваемых приводами в шарнирных сочленениях, послужат основой для последующих исследований управляемого движения экзоскелета нижних конечностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лавровский Э.К., Письменная Е.В. О регулярной ходьбе экзоскелетона нижних конечностей при дефиците управляющих воздействий // Российский журнал биомеханики. 2014. Т. 18. № 2. С. 208-225.
2. Верейкин А.А., Ковальчук А.К., Каргинов Л.А. Исследование динамики исполнительного механизма экзоскелета нижних конечностей с учетом реакций опорной поверхности // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. № 12. С. 128-136.
3. Гаврилов С.В., Занг Д.Т., Чан Д.Х. Особенности динамики экзоскелетов с вентиляемыми двигателями с постоянными магнитами // Известия СПбГЭТУ ЛЭТИ. 2017. № 5. С. 28-34.
4. Лавровский Э.К., Письменная Е.В. Алгоритм управления, обеспечивающий задание произвольных траекторий экзоскелета нижних конечностей // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Сборник трудов. В 4-х т. Т. 1. 2019. С. 218-219.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ОСЕВОЙ НАГРУЗКИ РАЗЪЕМНОГО СОЕДИНЕНИЯ ТРУБОПРОВОДОВ С ПЛОСКИМИ ПРИВАРНЫМИ ФЛАНЦАМИ

Введение. Фланцевые соединения получили большое распространение при проектировании технологических систем трубопроводов в атомной и химической промышленности [1,2]. Как правило, фланцевые соединения трубопроводов представляют собой две кольцевые пластины (фланцы) с равномерно распределенными отверстиями для установки крепежных компонентов (болтов или шпилек, гаек, шайб). Крепежные компоненты служат для обжатия прокладки (уплотнения), расположенной между фланцами. К основным преимуществам фланцевых соединений, по сравнению со сварными соединениями, можно отнести возможность многократного использования (монтажа и демонтажа) для проведения ремонтных работ, замены трубопроводной арматуры и фасонных деталей.

Надежная работа фланцевых соединений во многом определяется корректным выбором усилия начального затяга болтов, обеспечивающего герметичность и прочность соединения на протяжении всего срока эксплуатации [3,4]. Под действием внешних нагрузок происходит изменение нагрузки болтов и снижение усилия обжатия прокладки, что в свою очередь может привести к потере герметичности соединения, или даже вызвать разрушение его элементов. В связи с этим контроль усилий в элементах фланцевых соединений в рабочих условиях представляется важной и актуальной задачей, корректное решение которой требует применения современных подходов механики деформируемого твердого тела, а именно – использования метода конечных элементов (КЭ).

Данная работа посвящена анализу распределения внутренних усилий в элементах в разъемных соединениях трубопроводов с плоскими приварными фланцами под действием внешней осевой нагрузки в зависимости от характеристик соединений (геометрических размеров, упругих свойств материалов). В частности, в работе определяется коэффициент осевой нагрузки соединения, показывающий отношение приращения нагрузки болтов к внешней осевой нагрузке, действующей на фланцевое соединение.

Методика исследования. Продемонстрируем процедуру определения коэффициента осевой нагрузки χ на расчетной схеме фланцевого соединения с одним болтом, испытывающим усилие начального затяга Q (см. рис. 1а). Усилие затяга компенсируется силой реакции R . При действии осевой нагрузки P происходит перераспределение усилий в соединении – болты догружаются силой ΔQ , реакция фланца уменьшается ΔR (см. рис. 1б). Коэффициент осевой нагрузки χ может быть определен в виде [5]:

$$\chi = \Delta Q / P, \quad \chi = 1 - \Delta R / P. \quad (1а,б)$$

Рассмотрим соединение с плоскими приварными фланцами DN 400 по ГОСТ 33259 с болтами M20 по ГОСТ 7798–70 (рис. 1б). На рис. 2б показана КЭ модель соединения, выполненная из объемных элементов с учетом симметрии соединения. Между болтом и фланцем, прокладкой и фланцем заданы контактные элементы. Начальный затяг соединения силой Q смоделирован отрицательным зазором между контактными поверхностями болта и фланца.

(*) В.К. Болотова, vika2805@mail.ru

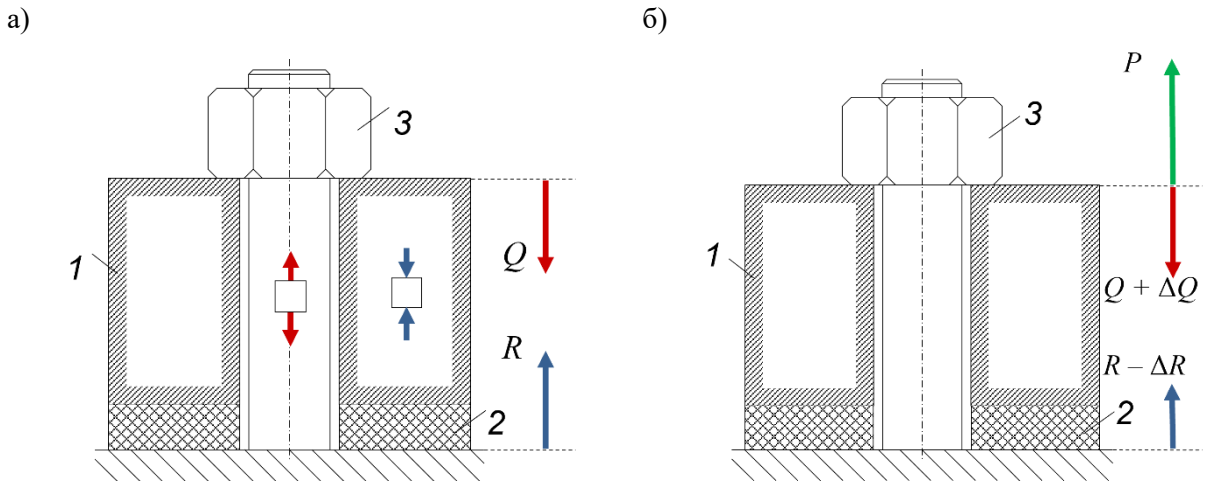


Рис. 1. Расчетная схема фланцевого соединения с одним болтом: а) на соединение действует усилие начального затяга Q ; б) на соединение действует усилие начального затяга Q и внешняя сила P , приложенная к верхнему основанию фланца. 1 – фланец, 2 – прокладка, 3 – болт

Результаты. КЭ решение задачи представлено зависимостями коэффициента осевой нагрузки соединения от модуля нормальной упругости материала прокладки E_{np} (рис. 3а) и толщины фланца H (Рис. 3б). Из рис. 3а видно, что с увеличением E_{np} , коэффициент χ убывает и выходит на постоянное значение -0.42 при $E_{np} > 10^5$ МПа. Кроме этого, для относительно мягких прокладок ($E_{np} < 10^3$ МПа) коэффициент χ принимает положительные значения, в то время как для относительно жестких прокладок ($E_{np} > 10^3$ МПа) – отрицательные значения. Зависимость позволяет выявить пороговое значение модуля Юнга ~ 500 МПа, при котором коэффициент осевой нагрузки χ меняет знак с положительного на отрицательный. Из рис. 3б видно, что при увеличении толщины фланца коэффициент осевой нагрузки возрастает. Показано, что в случае относительно маленьких толщин трубы (~ 4 мм) χ принимает положительные значения, в то время как для относительно больших толщин трубы (~ 12 мм) – отрицательные значения.

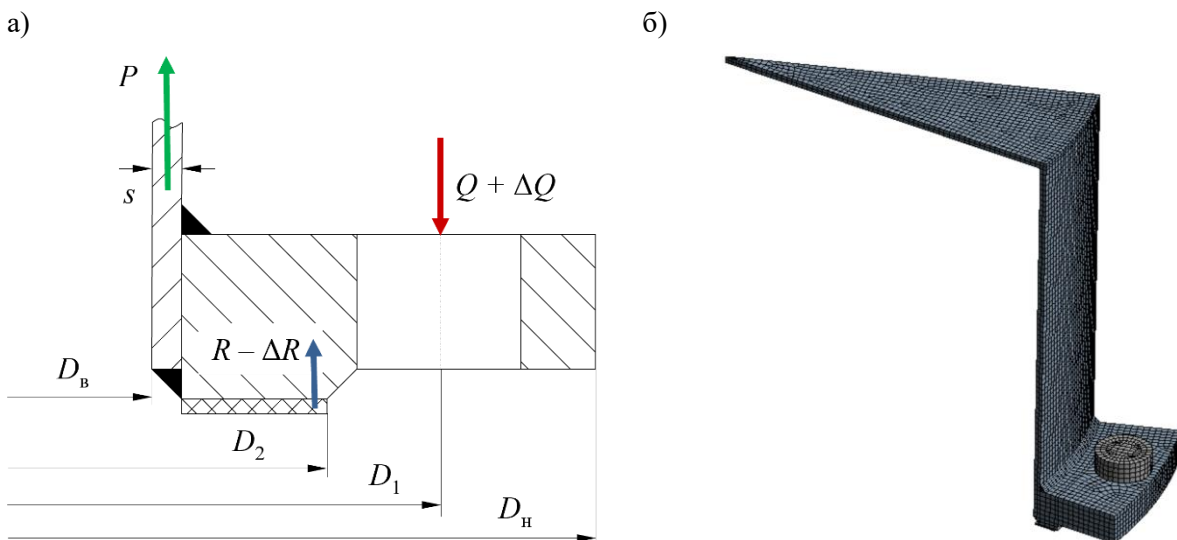


Рис. 2. Соединения с плоскими приварными фланцами DN 400 по ГОСТ 33259: а) расчетная схема соединения; б) КЭ модель соединения

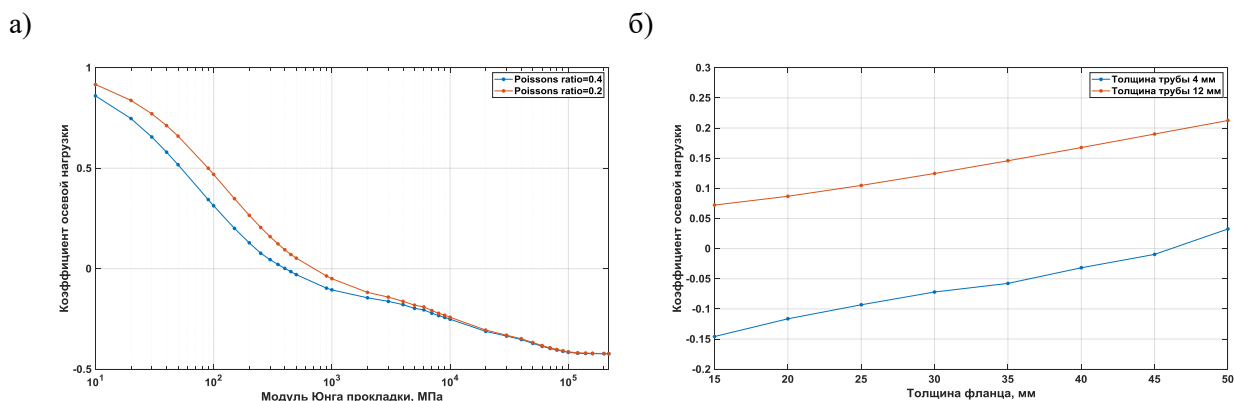


Рис. 3. Зависимости коэффициента осевой нагрузки χ : а) от модуля нормальной упругости прокладки $E_{пр}$, построенные для разных значений коэффициента Пуассона $\nu_{пр} = 0.2$ и 0.4 ; б) от толщины фланца H , построенные для значений толщин присоединяемых труб 4 и 12 мм. В основе КЭ модели приняты размеры соединения с плоскими приварными фланцами DN400 по ГОСТ 33259.

Заключение. Представлено КЭ моделирование предварительно затянутого силой Q фланцевого соединения под действием осевой гидростатической нагрузки P . Построены зависимости коэффициента осевой нагрузки χ от параметров соединения. Полученные результаты могут быть использованы как рекомендации при проектировании фланцевых соединений с положительным коэффициентом осевой нагрузки χ . В таких соединениях эффект снижения реакции прокладки ΔR при действии внешней силы P менее значителен, чем в соединениях с отрицательным коэффициентом. Другими словами, фланцевые соединения с $\chi > 0$ более герметичны по сравнению с соединениями с $\chi < 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Reza M. S. et al. Enhanced seismic performance of non-standard bolted flange joints for petrochemical piping systems //Journal of Loss Prevention in the Process Industries. – 2014. – Т. 30. – С. 124-136.
2. Peng L. C., Peng T. L. Pipe stress engineering. – New York: ASME press, 2009.
3. Abid M. et al. Optimized bolt tightening strategies for gasketed flanged pipe joints of different sizes //International Journal of Pressure Vessels and Piping. – 2016. – Т. 139. – С. 22-27.
4. Букеткин Б. В. и др. Податливость затянутого резьбового соединения //Инженерный журнал: наука и инновации. – 2019. – №. 3 (87). – С. 2.
5. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин. Москва, Машиностроение, 1993, 640 с.

УПРАВЛЕНИЕ ФОРМАМИ КОЛЕБАНИЙ ТРЕХЗВЕННОГО МАЯТНИКА

Введение. Трехзвенный маятник и его разнообразные модификации являются весьма интересными объектами исследования, как в области анализа их устойчивости в различных условиях функционирования [1-3], так и при изучении их управляемых движений [4]. Это связано с их практическими приложениями в робототехнике в качестве манипуляторов и элементов составных конструкций. При этом большое значение представляет вопрос об управлении формами колебаний механических систем [5]. Ясно, что для этой цели необходимо использовать адекватный закон управления, который позволит передавать всю подводимую в систему энергию на возбуждение только одной формы колебаний, не затрачивая ее на остальные формы. Именно такой подход следует признать рациональным, т.к. при разгоне системы сразу по всем формам будет резко снижено качество процессов управляемого движения. Данная работа относится к этому направлению, и в ней на примере трехзвенного маятника представлены процессы его управляемого разгона по каждой из трех его форм колебаний в отдельности, с их плавным переходом из линейной зоны в нелинейную.

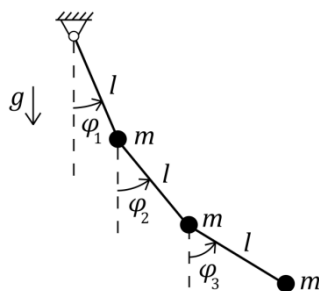


Рис. 1. Трехзвенный математический маятник

Построение и анализ математической модели. Рассмотрим трехзвенный математический маятник, длины всех звеньев которого равны l , а массы всех концевых грузов равны m (рис. 1). Запишем кинетическую и потенциальную энергии этой системы:

$$T = \frac{1}{2} ml^2 [3\dot{\varphi}_1^2 + 2\dot{\varphi}_2^2 + \dot{\varphi}_3^2 + 4 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + 2 \cos(\varphi_3 - \varphi_1) \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_3 + 2 \cos(\varphi_3 - \varphi_2) \dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_3] = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\varphi}}^T \mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}) \dot{\boldsymbol{\varphi}}, \quad \Pi = -mgl(3 \cos \varphi_1 + 2 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_3) = \Pi(\boldsymbol{\varphi}), \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3]^T$ – столбец обобщенных координат, в качестве которых приняты углы отклонения звеньев маятника от вертикали, а матрица $\mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi})$ кинетической энергии есть:

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}) = ml^2 \begin{bmatrix} 3 & 2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) & \cos(\varphi_3 - \varphi_1) \\ 2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) & 2 & \cos(\varphi_3 - \varphi_2) \\ \cos(\varphi_3 - \varphi_1) & \cos(\varphi_3 - \varphi_2) & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

причем она является симметричной: $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}$. Уравнение управляемого движения данной системы может быть представлено в следующей матричной форме:

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}) \ddot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi}) \dot{\boldsymbol{\varphi}}^2 + \mathbf{C} \sin \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{Q}, \quad (3)$$

где сделаны условные обозначения: $\dot{\boldsymbol{\varphi}}^2 = [\dot{\varphi}_1^2, \dot{\varphi}_2^2, \dot{\varphi}_3^2]^T$ – столбец квадратов обобщенных скоростей, $\sin \boldsymbol{\varphi} = [\sin \varphi_1, \sin \varphi_2, \sin \varphi_3]^T$ – столбец синусов обобщенных координат, \mathbf{Q} –

(*) С.А. Булов, bulov.sa@edu.spbstu.ru

столбец обобщенных сил, отвечающий столбцу обобщенных координат $\boldsymbol{\varphi}$ и определяемый принятым законом управления, а матрицы $\mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi})$ и \mathbf{C} определяются соотношениями

$$\mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi}) = ml^2 \begin{bmatrix} 0 & -2\sin(\varphi_2 - \varphi_1) & -\sin(\varphi_3 - \varphi_1) \\ 2\sin(\varphi_2 - \varphi_1) & 0 & \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \\ \sin(\varphi_3 - \varphi_1) & \sin(\varphi_3 - \varphi_2) & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = mgl \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

причем $\mathbf{G}^T = -\mathbf{G}$, $\mathbf{C}^T = \mathbf{C}$, т. е. матрица \mathbf{G} – кососимметричная, а матрица \mathbf{C} – симметричная.

Рассмотрим сначала линейную консервативную модель, отвечающую уравнению (3), т. е. положим в указанном уравнении $\mathbf{Q} = 0$ и линеаризуем его, считая колебания малыми. В результате получим традиционное линейное матричное уравнение:

$$\mathbf{A}_0 \ddot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{C}_0 \boldsymbol{\varphi} = 0, \quad \mathbf{A}_0 = ml^2 \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_0 = mgl \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{C}. \quad (5)$$

Запишем частотное уравнение $\det(\mathbf{C}_0 - k_0^2 \mathbf{A}_0) = 0$, где k_0 – неизвестная частота колебаний. Удобно ввести в рассмотрение безразмерную частоту $p = k_0/k$, где $k = \sqrt{g/l}$ – частота малых колебаний обычного маятника, в результате чего получим бикубическое уравнение:

$$p^6 - 9p^4 + 18p^2 - 6 = 0. \quad (6)$$

Приводя его к канонической форме и используя формулы Кардано, представленные в тригонометрическом виде, нетрудно получить решение в следующей компактной записи:

$$p_s = \sqrt{3 + 2\sqrt{3} \cos \frac{\vartheta + 2\pi s}{3}}, \quad s = 1, 2, 3, \quad \vartheta = \arccos \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (7)$$

Выпишем также и численные значения всех безразмерных частот малых колебаний:

$$p_1 = 0.645, \quad p_2 = 1.515, \quad p_3 = 2.508. \quad (8)$$

Из матричного уравнения $(\mathbf{C}_0 - k_0^2 \mathbf{A}_0)\boldsymbol{\Phi} = 0$ можно определить и формы малых колебаний:

$$\boldsymbol{\Phi}_{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.292 \\ 1.631 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Phi}_{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.353 \\ -2.398 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Phi}_{(3)} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1.645 \\ 0.767 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Перейдем теперь к анализу управляемых движений системы. Будем считать, что управляющие моменты, действующие в шарнирных сочленениях, формируются по принципу обратной связи при помощи датчиков, считывающих значения межзвенных углов и угловых скоростей. Известно, что желаемой цели в виде разгона системы по каждой из ее форм колебаний в отдельности отвечает выбор коллинеарного закона управления, когда управляющие воздействия формируются пропорционально обобщенным импульсам системы [5]. Отметим, что формульная запись этого управления не зависит от выбора обобщенных координат. Поэтому для построения и анализа математической модели не имеет смысла переходить к межзвенным переменным состояниям, а достаточно принять в уравнении (3)

$$\mathbf{Q} = \gamma \frac{\partial T}{\partial \dot{\boldsymbol{\varphi}}} = \gamma \mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}) \dot{\boldsymbol{\varphi}}, \quad (10)$$

где \mathbf{Q} не является столбцом управляющих моментов, но полностью их характеризует. В этом случае уравнения управляемого движения будут иметь намного более простую форму, чем при выборе межзвенных углов в качестве обобщенных координат. Управление (10) не нарушает форм колебаний линейной модели и позволяет плавно переводить их из линейной зоны в нелинейную, где понятие формы колебаний заметно усложняется.

Проведем далее на примере трехзвенного маятника численный эксперимент. Выберем начальные условия так, чтобы отклонение первого звена было равно 1° , а отклонения второго и третьего звеньев отвечали поочередно каждой из форм колебаний (9), после чего проинтегрируем численно уравнение (3) с учетом (10). Примем $k = 1$ рад/с, $\gamma = 0.025k$, а

также отключим управление в момент времени $t = 200$ с для перехода системы в консервативный режим, когда отклонения еще не очень велики. В результате получим зависимости, представленные на рис. 2 и иллюстрирующие последовательно разгон системы по первой, второй и третьей формам колебаний. При этом для наглядности углы φ_1 , φ_2 и φ_3 представлены в градусах.

Ясно, что по мере увеличения отклонений начинают проявляться нелинейные эффекты, приводящие к постепенному дрейфу частоты и формы колебаний. Оценку этого дрейфа

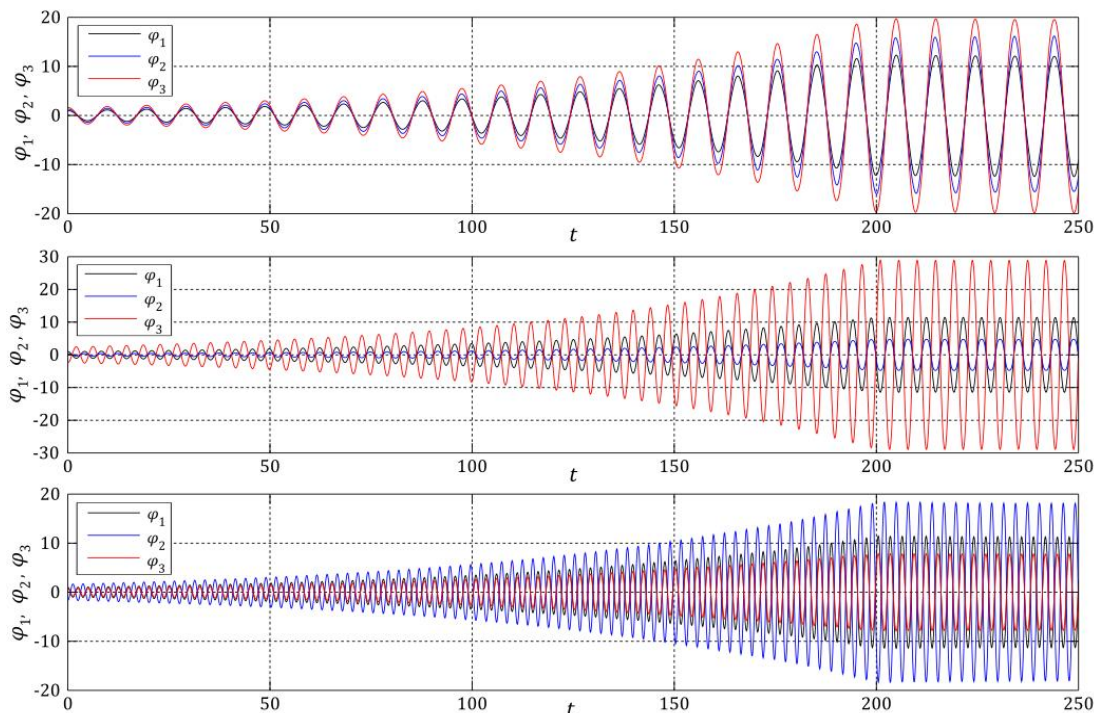


Рис. 2. Разгон трехзвенного маятника по каждой из форм колебаний

можно получить как на основе данного численного исследования, так и путем построения приближенных аналитических решений при помощи асимптотических методов. Наконец, конечный консервативный режим во всех случаях обладает периодичностью и соответствует движению по нелинейной форме, которая уже имеет ощутимые отличия от линейной формы.

Закключение. Подводя итоги проведенного исследования, можно лишний раз заключить, что коллинеарное управление следует рекомендовать и для одночастотного разгона других механических систем, обладающих несколькими колебательными степенями свободы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Евдокименко А.П. Устойчивость и ветвление относительных равновесий трехзвенного маятника в быстровращающейся системе отсчета // Прикладная математика и механика. 2009. Т. 73. № 6. С. 902-920.
2. Иванова А.И. Об устойчивости положения равновесия трехзвенного маятника под действием следящей силы // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Естественные науки». 2004. № 3. С. 19-26.
3. Архипова И.М. О стабилизации тройного перевернутого маятника с помощью вибрации точки опоры с произвольной частотой // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2019. Т. 6 (64). Вып. 2. С. 281-287.
4. Ананьевский И.М. Управление трехзвенным перевернутым маятником в окрестности положения равновесия // Прикладная математика и механика. 2018. Т. 82. № 2. С. 149-155.
5. Смирнов А.С., Смольников Б.А. Управление резонансными колебаниями нелинейных механических систем на основе принципов биодинамики // Машиностроение и инженерное образование. 2017. № 4 (53). С. 11-19.

МНОГОКАНАЛЬНАЯ ДИФФУЗИЯ В МОДЕЛИ МАКНАББА И ФОСТЕРА

Введение. Диффузия водорода в твердом теле представляет собой сложный процесс. Существует множество аналитических и численных моделей, описывающих данный процесс. Целью настоящей работы является объединение двух моделей диффузии водорода: модели МакНабба и Фостера [1] и модели многоканальной диффузии [2]. Модель МакНабба и Фостера предполагает наличие водородных ловушек в материале, имеющих определенные энергии связи и влияющих на процесс диффузии. Модель многоканальной диффузии позволяет рассматривать диффузию водорода по различным каналам, каждый из которых соответствует определенной энергии связи. Каждая из моделей в отдельности имеет свои преимущества, однако некоторые экспериментальные данные смоделировать не в состоянии. Посредством объединения данных моделей появляется возможность с большой точностью описать экспериментальные данные.

Важность данного исследования заключается в негативном влиянии водорода на прочностные свойства материалов. Данный эффект носит название водородная хрупкость [3]. Это может приводить к понижению износостойкости различных частей силовых конструкций и к преждевременным нежелательным разрушениям.

Аналитическое описание процесса диффузии. Рассмотрим твердое тело с бездефектной кристаллической решеткой. Ниже приведен первый и второй закон Фика для диффузии атомов водорода в бездефектной решетке, а так же выражение для параметра D_L :

$$j = -D_L \text{grad}(c_L), \quad D_L = D_0 \exp\left(-\frac{U_L}{kT}\right), \quad (1)$$

$$\Delta c = \frac{1}{D_L} \frac{\partial c}{\partial t},$$

где D_L — коэффициент диффузии водорода в бездефектной структуре, c_L — концентрация атомов водорода в каждой точке, j — поток водорода, D_0 — константа диффузии, U_L — энергия связи атомов водорода с кристаллической решеткой, k — коэффициент Больцмана, T — абсолютная температура.

Параметр D_L в уравнениях (1) расписан согласно закону Аррениуса. Второй закон Фика устанавливает связь между пространственными и временными изменениями концентрации водорода, что позволяет смоделировать процесс диффузии в бездефектной структуре.

Практически любое твердое тело имеет дефекты кристаллической решетки — водородные ловушки, которые могут создавать препятствия, замедляющие или ускоряющие диффузию атомов водорода. МакНабб и Фостер еще в 1963 г. впервые предложили разделить поток водорода по кристаллической решетке и по водородным ловушкам.

Будем рассматривать закрытую систему. Введем следующие параметры: N_L — возможное количество молей расположения водорода в бездефектной кристаллической решетке тела; N_T — количество молей водорода в водородных ловушках; y_L — молярная доля водорода, распределенного по кристаллической решетке; y_T — молярная доля водорода, распределенного по ловушкам. Распишем полную энергию Гиббса через химический потенциал водорода в решетке — μ_L и в ловушках — μ_T :

$$G = N_L y_L \mu_L + N_T y_T \mu_T, \quad (2)$$

(*) Е.А. Варшавчик, baziro2345@gmail.com

Пусть при захвате моля атомов водорода полная энергия системы уменьшается на величину ΔE_k . Тогда перепишем полную энергию Гиббса в виде [4]:

$$G = \mu_0(N_L y_L + N_T y_T) + RT \left([y_L \ln y_L + (1 - y_L) \ln(1 - y_L)] N_L + \left\{ [y_{Tk} \ln y_{Tk} + (1 - y_{Tk}) \ln(1 - y_{Tk})] N_{Tk} - \frac{\Delta E_k}{RT} y_{Tk} N_{Tk} \right\} \right), \quad (3)$$

где R — универсальная газовая постоянная, μ_0 — слагаемое химического потенциала, зависящее только от температуры.

В закрытой системе будет выполняться закон баланса масс:

$$N_L y_L + N_T y_T = \text{constant}. \quad (4)$$

Процесс диффузии будем считать квазистатическим, при котором в каждый момент времени существует локальное термодинамическое равновесие между концентрацией атомов водорода в кристаллической решетке тела и в ловушках. Этому предположению соответствует минимум полной энергии Гиббса, то есть функции (3) по переменным: y_L и y_T с учетом соотношения (4). Это возможно сделать с помощью метода множителей Лагранжа, что приведет к соотношению (5):

$$y_T = \frac{y_L}{K_k + y_L(1 - K_k)}, \quad K_k = \exp\left(-\frac{\Delta E_k}{RT}\right), \quad (5)$$

где K_k — константа равновесия.

Таким образом, получаем соотношение между молярной долей водорода в решетке и ловушках, что позволяет определить связь между концентрацией водорода в решетке и ловушках. Введем переменные V_T и V_L — объемы, соответствующие одному молю водорода в ловушках и в решетке соответственно. Тогда концентрацию водорода в решетке и ловушках можно записать как:

$$c_L = \frac{y_L}{V_L}, \quad c_T = \frac{y_T}{V_T} \quad (6)$$

Воспользовавшись формулами (5) и (6), получим соотношение связи c_T и c_L :

$$c_T = \frac{V_L}{V_T (K_k + V_L c_L (1 - K_k))} c_L. \quad (7)$$

Таким образом, получена связь концентрации водорода в решетке и ловушках в предположении о локальном термодинамическом равновесии.

Многоканальная диффузия. Каждый вид ловушек можно считать новым каналом диффузии водорода с соответствующим коэффициентом диффузии. Примером ловушек могут служить ядра дислокаций. Для ловушек такого типа диффузия водорода будет происходить по дислокационным линиям.

Перепишем первый закон Фика (1) с учетом влияния ловушек, каждый вид которых возможно представить новым каналом диффузии:

$$j = -D_L \text{grad}(c_L) - \sum_{k=1}^m D_{Tk} \text{grad}(c_{Tk}), \quad (8)$$

где j — суммарный диффузионный поток атомов водорода, D_{Tk} — коэффициент диффузии водорода по ловушкам вида k , c_{Tk} — концентрация водорода в ловушках сорта k .

Уравнения (1), (5), (7), (8) позволяют смоделировать многоканальный процесс диффузии водорода.

Эксперимент и результаты численного моделирования. Для эксперимента использовался цилиндрический образец из алюминиевого сплава Д16, диаметром 7 мм и высотой 15 мм. Данный образец помещались в прогретую до температуры 530°C

экстракционную камеру экспериментальной установки, где с помощью метода масс-спектрометрии определялись десорбционные кривые водорода. Затем полученные экспериментальные десорбционные кривые сравнивались с кривыми, полученными по численной модели.

На рис. 1 и рис. 2 представлена экспериментальная и численная десорбционная кривая, соответственно.



Рис. 1. Экспериментальная десорбционная кривая

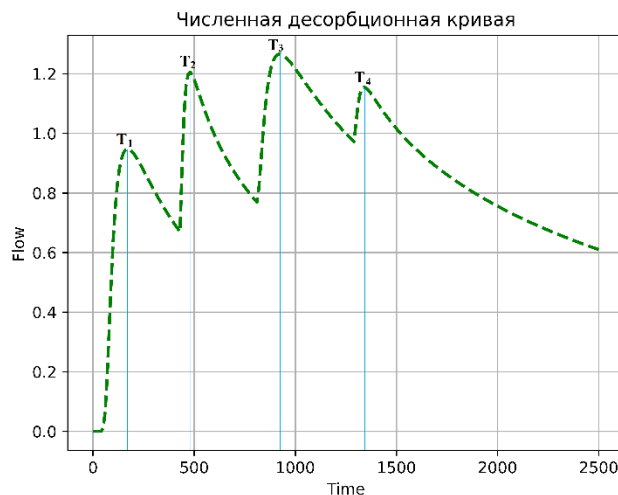


Рис. 2. Численная десорбционная кривая

При проведении численного моделирования рассматривалась равномерная начальная концентрация водорода по образцу, и учитывались 4 канала диффузии. Первый канал соответствовал диффузии водорода по решетке, остальные каналы соответствовали диффузии водорода по ловушкам. Неизвестные параметры системы выбирались по критерию лучшего совпадения эксперимента с моделированием.

При анализе графиков, самым важным является время, соответствующее пикам десорбционной кривой. Для экспериментальной кривой получились следующие времена пиков:

$$T_1 = 171 \text{ с}, \quad T_2 = 500 \text{ с}, \quad T_3 = 950 \text{ с}, \quad T_4 = 1350 \text{ с}. \quad (9)$$

Для численной кривой:

$$T_1 = 168 \text{ с}, \quad T_2 = 469 \text{ с}, \quad T_3 = 913 \text{ с}, \quad T_4 = 1340 \text{ с}. \quad (10)$$

Времена (9) и (10) совпадают с хорошей точностью.

Заключение. Рассмотрена обобщенная численная модель, совмещающая в себе влияние наличия водородных ловушек и идею многоканальной диффузии. Выбором неизвестных свободных параметров удалось добиться хорошего совпадения времен десорбционных пиков экспериментальной и численной кривых. Данную модель можно использовать для исследования диффузии при произвольной начальной концентрации водорода.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 18-19-00160).

ЛИТЕРАТУРА

1. McNabb A., Foster P. K. A new analysis of diffusion of hydrogen in iron and ferritic steels //Transactions of the Metallurgical Society of AIME. – 1963. – Т. 227. – №. 3. – С. 618-&.
2. D. Y. et al. Application of multichannel diffusion model to analysis of hydrogen measurements in solid //International Journal of Hydrogen Energy. – 2017. – Т. 42. – №. 1. – С. 699-710.
3. Колачев Б.А. Водородная хрупкость металлов. – М: Металлургия. – 1985. – 217 с. Andronov
4. Svoboda J., Fischer F. D. Modelling for hydrogen diffusion in metals with traps revisited //Acta materialia. – 2012. – Т. 60. – №. 3. – С. 1211-1220.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ФОРМЫ КОНТУРА ИНТЕГРИРОВАНИЯ НА ХАРАКТЕР ПОВЕДЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ J-ИНТЕГРАЛА НА ПРИМЕРЕ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИ НАГРУЖЁННОГО ТЕЛА С КРАЕВОЙ ТРЕЩИНОЙ

Актуальность. Одним из основных вопросов современной энергетической промышленности является вопрос прогнозирования образования трещин в конструкциях, подвергаемых внешнему воздействию, особый интерес среди которых представляют объекты, подвергаемые комбинированному нагружению, в частности термомеханическому. Так, зачастую, в виду сложности постановки задачи, а также отсутствия аналитического решения для задач с комбинированным нагружением, исследователям приходится прибегать к их численному решению.

В связи с этим, начиная с конца XX века, целью ряда компаний, занимающихся созданием вычислительных программных комплексов, к которым в том числе относится универсальная система конечно-элементного (КЭ) анализа ANSYS, стала автоматизация решения разнообразных задач, в частности задач механики разрушения, путем внедрения в ПО специализированного инструментария. Однако, каждый из подобных методов имеет присущие ему особенности-ограничения, например, в постановке задачи (отсутствие возможности моделирования 3D тел, отсутствие использования условий симметрии и т.п.), в поддерживаемом типе конечного элемента или же в выборе размера или формы соответствующей области исследования.

Возможность выбора области исследования произвольных размеров и формы становится особенно актуальной, когда в качестве характеризующего параметра механики разрушения выступает так называемый интеграл Черепанова-Райса. В этом случае под областью исследования понимается область интегрирования, охватываемая замкнутым контуром, огибающим вершину трещины. Так, например, для элементов конструкций, имеющих включения или состоящих из неоднородных материалов, появляется возможность выбора контуров интегрирования, область внутри которых будет обладать свойством изотропного материала.

Цели и задачи. Целью данной работы является исследование значений J-интеграла в зависимости от формы и размеров контуров интегрирования с помощью пользовательского макроса, разработанного на языке параметрического проектирования программы ANSYS – APDL, что позволит дать рекомендации для решения практических задач.

В качестве альтернативного метода рассматривается широко используемый, встроенный в программный комплекс ANSYS, метод задеирования функции CINT [4]. Сравнение проводится на примере модели конструкции, подвергаемой термомеханическому нагружению.

В качестве объекта исследования рассматривается жесткозакрепленная на торцах пластина, с внедренной равноудаленной от данных торцов краевой трещиной длины a . Ширина пластины – W , длина – L . Нагружением является распределенное по ширине пластины линейное поле температур, от -10 до 10 °C [1]. Учитывая условие симметрии, расчетная модель построена для $\frac{1}{2}$ части пластины (рис. 1а). Для дальнейшего удобства исследования была построена КЭ модель, имеющая 5 подобластей равной ширины и характеризующихся определяющим параметром КЭ сетки N_{parts} – числом разбиений вдоль грани рассматриваемой подобласти (рис. 1б).

^(*) А.Н. Гордеев, gordeevan@gmail.com

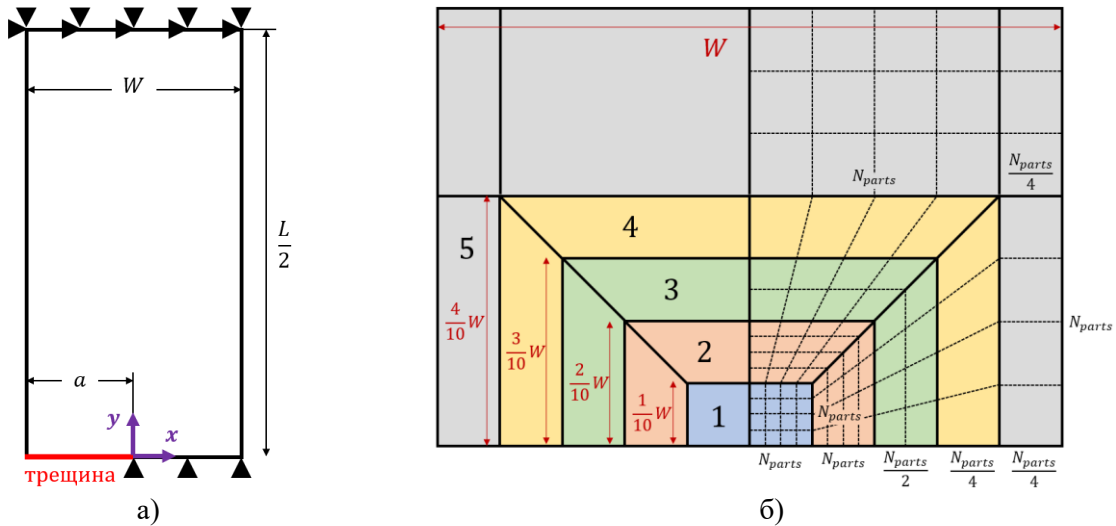


Рис. 1. Расчетная модель пластины с краевой трещиной с учетом условия симметрии

Значения физико-механических свойств материала в данной модели следующие: значение модуля Юнга $E = 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$, коэффициент линейного температурного расширения $\alpha = 10^{-4}$ $1/^\circ\text{C}$.

Согласно представленной постановке, рассматривается нормальное раскрытие трещины.

Формула J интеграла для случая чисто механического нагружения представлена в статье [2]. В случае неизотермического нагружения для сохранения инвариантности J интеграла требуется внесение дополнительного слагаемого [5]:

$$J = J_{mech} + J_{therm} = \int_{\Gamma} \left(W n_x - \sigma_{ij} n_i \frac{\partial u}{\partial x} \right) ds + \int_{A_0} \alpha \sigma_{ij} \delta_{ij} \frac{\partial T}{\partial x} dA$$

Здесь Γ – контур, охватывающий вершину трещины, A_0 – область, охватываемая данным контуром, W – энергия упругих деформаций, $W = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{mn} d\varepsilon_{mn}^{elast}$; ε_{ij}^{elast} – тензор упругих деформаций, ε_{ij} – тензор полных малых деформаций, σ_{ij} – определяется согласно закону Гука для термоупругого материала, δ_{ij} – символ Кронекера, n_j – нормаль к контуру Γ ; ds – элемент длины контура. Начало локальной системы координат располагается в вершине трещины, ось x сонаправлена вектору распространения трещины.

Как упомянуто выше, при вычислении значений J интеграла методами, встроенными в программные комплексы конечно-элементного анализа, отсутствует возможность выбора формы контура интегрирования. Так, например, встроенный в программный комплекс ANSYS метод CINT для вычисления J-интеграла использует контура в форме окружности, с центром, находящимся в вершине трещины. При этом число автоматически построенных и используемых контуров не может превышать числа элементов, расположенных вдоль линии распространения трещины. Вычисление J-интеграла путем использования пользовательского макроса производится по контурам, проходящим по границе конечных элементов. Для исследования зависимости значений интеграла от формы контура рассматриваются контура П-образной и Н-образной формы. В силу условия симметрии и как следствие, рассмотрения $1/2$ модели пластины, контура интегрирования начинаются на линии распространения трещины и заканчиваются на верхнем берегу трещины. На рис. 2 представлены графики зависимости значений J-интеграла ранее описанных методов от радиуса контура интегрирования. В случае Н-образного и П-образного контуров за радиус контура интегрирования принимается расстояние от вершины трещины до точки начала контура, расположенной на линии распространения трещины. В случае радиуса контура для

встроенного метода CINT принимается расстояние от вершины трещины до середины грани элементов, лежащих вдоль линии распространения трещины.

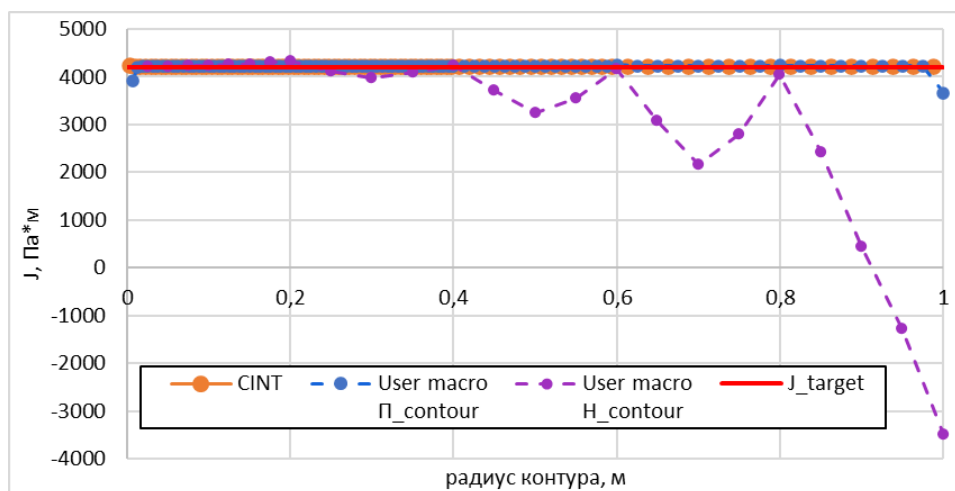


Рис. 2. Расчетная модель пластины с краевой трещиной с учетом условия симметрии

Из представленного графика можно сделать следующие выводы:

- Значения J-интеграла для контуров, имеющих выпуклую форму (П-образный контур пользовательского макроса, круглый контур встроенной функции CINT), не зависят от радиуса контура интегрирования (наблюдается инвариантность значений с точностью до 6 значащей цифры). Наибольшие отклонения наблюдаются на первом и последних контурах интегрирования. Это связано с близостью данных контуров к точке сингулярности напряжений и границе модели, соответственно. Таким образом, подтверждаются ограничения, описанные применительно к т. Остроградского-Гаусса, а также условия построения контуров интегрирования, указанные в статье Райса [2].
- Значения J-интеграла для контура невыпуклой Н-образной формы не обладают свойством инвариантности. Однако стоит отметить, что в областях вблизи вершины трещины, КЭ сетка на которых достаточно мала (1-2 области), наблюдается попадание значений J-интеграла в 5% интервал аналитического решения. Данная особенность объясняется малостью вклада температурного слагаемого в общую интегральную сумму – в отличие от слагаемого J_{mech} из представленной выше формулы, вычисление которого производится по элементарному участку контура интегрирования, слагаемое J_{therm} вычисляется по площади, охватываемой данным контуром. Таким образом, для контуров интегрирования с малым радиусом возможно вычисление J-интеграла для невыпуклого контура.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wilson W.K., Yu I.-W. «The use of the J-integral in thermal stress crack problems», International Journal of Fracture, Vol. 15, No. 4, August 1979.
2. Rice J.R. «A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks», Journal of Applied Mechanics, vol. 35, pp. 379-386, 1968.
3. Nikishkov G.P., Atluri S.N. «An equivalent domain integral method for computing crack-tip integral parameters in non-elastic, thermo-mechanical fracture», Engineering Fracture Mechanics, Vol. 26. No. 6, pp. 851-867, 1987.
4. ANSYS, Inc. 2017 R1 documentation.
5. Антонова О.В., Войнов И.Б., Гаев А.В., Гордеев А.Н., Упоров П.А. «Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг: учебное пособие» / О.В. Антонова и др. – СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС. 2021, 112 с.

ДИНАМИКА КОНЕЧНОМЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ ЦЕПНОГО МАЯТНИКА С УПРУГО-ПОДВИЖНОЙ ТОЧКОЙ ПОДВЕСА

Введение. Известно, что для определения собственных частот и форм колебаний систем с распределенными параметрами (стержней, валов, балок, струн, цепей и т.д.), обладающих бесконечным числом степеней свободы, зачастую прибегают к построению соответствующих им приближенных моделей с сосредоточенными параметрами, которые имеют уже конечное число степеней свободы [1, 2]. Это позволяет значительно упростить анализ и получить при достаточно небольшом числе степеней свободы у таких моделей относительно несложные конечные выражения. Однако в некоторых случаях при исследовании конечномерных моделей могут возникать т. н. «паразитные» частоты, которые не будут адекватно приближать частоты колебаний исходной распределенной системы [3]. В данной работе подробно рассмотрен пример именно такой системы, который демонстрирует необходимость проведения оценки корректности моделей с сосредоточенными параметрами.

Постановка задачи. В качестве исходной модели с распределенными параметрами рассмотрим цепной маятник (ЦМ) длиной L и погонной плотностью ρ с упруго-подвижной точкой подвеса, причем коэффициент жесткости подвеса равен c (рис. 1) [2, 4].

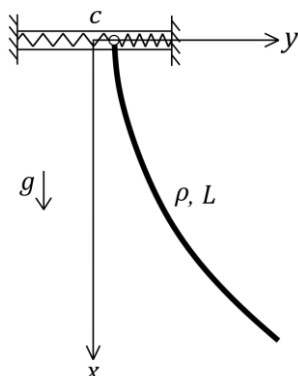


Рис. 1. ЦМ с упруго-подвижной точкой подвеса

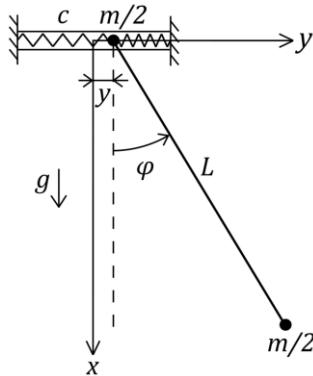


Рис. 2. Одногантельная модель ЦМ с упруго-подвижной точкой подвеса

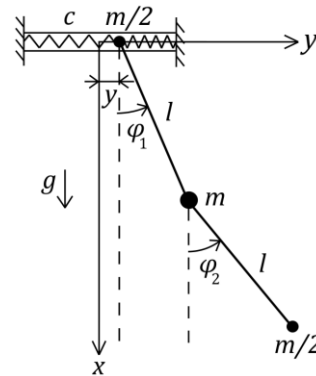


Рис. 3. Двухгантельная модель ЦМ с упруго-подвижной точкой подвеса

Построим отвечающие этой системе две модели с сосредоточенными параметрами, применяя для моделирования цепи схему гантели. Каждая гантель представляет собой безынерционный стержень длиной l с двумя точечными массами $m/2$ на его концах. В результате в местах расположения шарниров, соединяющих соседние гантели, будет располагаться точечная масса m , представляющая сумму двух масс $m/2$ смежных концов гантелей. Кроме того, суммарная длина всех гантелей и суммарная масса всех грузов в конечномерных моделях должны равняться соответственно длине цепи L и ее массе ρL в исходной модели. Построенные таким образом модели с одной и двумя гантелями приведены на рис. 2 и рис. 3. Главной целью данной работы является определение их частот колебаний и последующее сопоставление результатов с собственными частотами исходной распределенной системы.

^(*) Е.А. Дегилевич, degilevichigor@gmail.com

Решение задачи. Запишем сначала частотное уравнение для исходной распределенной модели ЦМ (рис. 1), которое выглядит следующим образом [2]:

$$\gamma\lambda J_1(\lambda) = 2J_0(\lambda), \quad (1)$$

где $\gamma = \rho g/c$ – безразмерный параметр, характеризующий податливость упругого подвеса, а λ – безразмерный параметр, связанный с частотами колебаний. Решая численно уравнение (1), можно найти его корни λ_n и безразмерные частоты колебаний $p_n = \lambda_n/2$. Истинные же частоты колебаний связаны с безразмерными соотношением $k_n = k_0 p_n$, где $k_0 = \sqrt{g/L}$.

Перейдем далее к анализу одногантельной модели ЦМ (рис. 2), где $l = L$, $m = \rho L$. Принимая в качестве обобщенных координат данной системы с двумя степенями свободы смещение точки подвеса y и угол отклонения гантели φ от вертикали, запишем ее кинетическую и потенциальную энергии в квадратичной аппроксимации:

$$T = \frac{1}{2} \frac{m}{2} (2\dot{y}^2 + 2L\dot{y}\dot{\varphi} + L^2\dot{\varphi}^2), \quad \Pi = \frac{1}{2} cy^2 + \frac{1}{4} mgL\varphi^2, \quad (2)$$

на основе которых можно составить матрицы инерционных и квазиупругих коэффициентов:

$$\mathbf{A} = \frac{m}{2} \begin{bmatrix} 2 & L \\ L & L^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2c & 0 \\ 0 & mgL \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Записывая частотное уравнение $\det(\mathbf{C} - k^2\mathbf{A}) = 0$, приведем его к следующему виду:

$$\gamma p^4 - 2(\gamma + 1)p^2 + 2 = 0, \quad \gamma = \frac{mg}{cL} = \frac{\rho g}{c}, \quad p = \frac{k}{k_0}, \quad k_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}, \quad (4)$$

где безразмерные величины p и γ введены так же, как и ранее. Решение уравнения (4) есть

$$p_n = \sqrt{1 + \frac{1}{\gamma} \mp \sqrt{1 + \frac{1}{\gamma^2}}}, \quad n = 1, 2. \quad (5)$$

Наконец, обратимся к двухгантельной модели (рис. 3), которая имеет три степени свободы, где $l = L/2$, $m = \rho L/2$. Принимая в качестве обобщенных координат смещение точки подвеса y и углы отклонения гантелей φ_1 и φ_2 от вертикали, запишем кинетическую и потенциальную энергии рассматриваемой системы в квадратичной аппроксимации:

$$T = \frac{1}{2} \frac{m}{2} (4\dot{y}^2 + 3l^2\dot{\varphi}_1^2 + l^2\dot{\varphi}_2^2 + 6l\dot{y}\dot{\varphi}_1 + 2l\dot{y}\dot{\varphi}_2 + 2l^2\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2), \quad (6)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} cy^2 + \frac{1}{4} mgl(3\varphi_1^2 + \varphi_2^2),$$

а матрицы инерционных и квазиупругих коэффициентов тогда будут иметь вид:

$$\mathbf{A} = \frac{m}{2} \begin{bmatrix} 4 & 3l & l \\ 3l & 3l^2 & l^2 \\ l & l^2 & l^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2c & 0 & 0 \\ 0 & 3mgl & 0 \\ 0 & 0 & mgl \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Записывая характеристическое уравнение, приведем его после ряда преобразований к виду

$$\gamma p^6 - 4p^4(3\gamma + 1) + 24p^2(\gamma + 1) - 24 = 0, \quad \gamma = \frac{mg}{cl} = \frac{\rho g}{c}, \quad p = \frac{k}{k_0}, \quad k_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}. \quad (8)$$

Бикубическое уравнение (8) можно решить при помощи формулы Кардано, записанной в удобной тригонометрической форме:

$$p_n = \sqrt{\frac{2}{3\gamma} \left[2(3\gamma + 1) + 2\sqrt{2(9\gamma^2 + 3\gamma + 2)} \cos \frac{\theta + 2n\pi}{3} \right]}, \quad (9)$$

$$\cos \theta = \frac{108\gamma^3 + 81\gamma^2 + 36\gamma + 16}{4\sqrt{2}(9\gamma^2 + 3\gamma + 2)^{\frac{3}{2}}}, \quad n = 1, 2, 3.$$

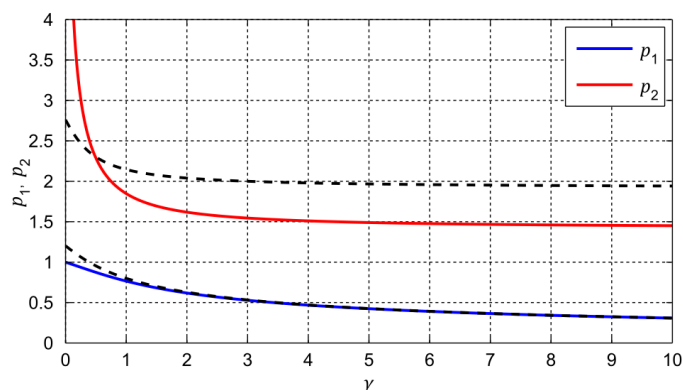


Рис. 4. Одногантельная модель: безразмерные частоты колебаний p_1 и p_2

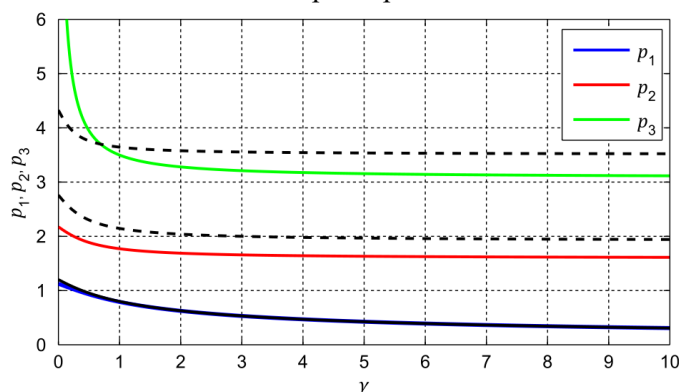


Рис. 5. Двухгантельная модель: безразмерные частоты колебаний p_1 , p_2 и p_3

На рис. 4 и 5 приведены графики зависимости безразмерных частот колебаний p_n от безразмерного параметра γ для одногантельной и двухгантельной моделей соответственно, причем на них также нанесены пунктирными линиями аналогичные зависимости для частот колебаний ЦМ как системы с распределенной массой. Легко видеть, что в каждом случае имеется адекватное качественное соответствие всех частот конечномерных моделей ЦМ с частотами исходной модели, кроме высших. В самом деле, при $\gamma \rightarrow 0$ (когда $c \rightarrow \infty$, и мы фактически имеем предельный случай маятника с неподвижной точкой подвеса, где устраняется степень свободы по y) эти частоты стремятся к бесконечности, тогда как в реальности они, разумеется, должны оставаться конечными. Видно, что порядок уравнений (4) и (8) при $\gamma = 0$ понижается на два, что лишний раз подтверждает обсуждаемую некорректность. И хотя при довольно больших γ конечномерные модели могут давать достаточно приемлемые результаты в отношении высшей частоты, в целом ее в рамках этих моделей следует признать «паразитной». Поэтому для получения адекватной качественной картины поведения n -ной частоты колебаний во всем диапазоне изменения γ необходимо принимать для построения конечномерной модели по меньшей мере n гантелей.

Заключение. Таким образом, можно заключить, что при исследовании конечномерных моделей систем с распределенными параметрами необходимо уделять большое внимание оценке корректности результатов для выявления возможных «паразитных» частот.

ЛИТЕРАТУРА

1. Исполов Ю.Г. Вычислительные методы в теории колебаний. СПб.: изд-во Политехнического университета, 2008. – 124 с.
2. Смирнов А.С., Дегилевич Е.А. Колебания цепных систем. СПб.: Политех-пресс, 2021. – 246 с.
3. Блехман И.И., Мышкис А.Д., Пановко Я.Г. Механика и прикладная математика. Логика и особенности приложений математики. М.: Наука, 1983. – 328 с.
4. Корнев Б.Г. Введение в теорию бесселевых функций. М.: Наука, 1971. – 288 с.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ ПОДАТЛИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПОД ДЕЙСТВИЕМ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ НАГРУЗОК

Введение. При проектировании технологических трубопроводов и оборудования часто приходится определять перемещения и напряжения вблизи мест установки штуцерных соединений и опорных конструкций [1–3]. Во многих практических случаях влияние штуцеров и опор на трубопровод или сосуд может рассматриваться в рамках задачи о прогибе цилиндрической оболочки под действием локальных нагрузок [4–8], аналитическое решение которой известно. В работах [4;5] получено аналитическое решение задачи о действии сосредоточенных нагрузок на длинную цилиндрическую оболочку со свободно опертыми концами. Результаты [4] легли в основу нормативной методики расчета штуцерных соединений трубопроводов в части интенсификации напряжений изгиба [6]. Влияние типа закрепления концов оболочки на величину прогиба продемонстрировано в работе [7]. Действие нагрузок, распределенных в малой области на поверхности цилиндрической оболочки, рассмотрено в работе [8] и с учетом упругого отпора от внутреннего давления – в работе [9].

В данной работе представлен конечно-элементный (КЭ) анализ задачи о прогибе трубы под действием сосредоточенных радиальных сил. В ПК ANSYS Workbench были подготовлены параметризованные КЭ модели труб, нагруженные сосредоточенными силами. Определены податливости таких труб в зависимости от их геометрических размеров. Результаты КЭ решения сравниваются с аналитическими зависимостями [4] в части прогиба и податливости.

Методика исследования и результаты. Вначале рассмотрим длинную трубу под действием двух взаимно уравновешенных радиальных сил. Прогиб такой трубы полностью определяется деформацией оболочки (прогиб осевой линии трубы отсутствует) и может быть рассчитан по формуле [4]:

$$w(\xi, \varphi) = \sum_{n=2,4}^N \frac{n}{(n^2 - 1)^{3/2}} \left(\cos \frac{n\sqrt{n^2 - 1}}{2\kappa} \xi + \sin \frac{n\sqrt{n^2 - 1}}{2\kappa} |\xi| \right) e^{\frac{n\sqrt{n^2 - 1}}{2\kappa}} \cos n\varphi, \quad (11)$$

где F – сила, E и ν – модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала трубы, h – толщина стенки трубы, φ – азимутальный угол, $\kappa = \sqrt[4]{3(1-\nu^2)} \sqrt{R/h}$ – параметр, характеризующий размеры оболочки, R – наружный радиус трубы, $\xi = x/R$, x – координата оси трубы.

На рис. 1(а) представлены зависимости для прогиба такой трубы. Видно, что КЭ решение находится в согласии с аналитическим решением, построенным по формуле (1). Наибольшая погрешность наблюдается в точке приложения силы и не превышает 5% в случае $R/h = 10$.

В случае трубы под действием одной сосредоточенной радиальной силы, податливость трубы может быть определена по теории оболочек [4] как сумма балки:

$$\lambda_{об} = \lambda_{об,1} + \lambda_{об,2}, \quad \lambda_{об,1} = \frac{\rho^3}{12\pi Eh}, \quad \lambda_{об,2} \approx \frac{0.802}{\pi Eh} \left[3(1-\nu^2) \right]^{3/4} \left(\frac{R}{h} \right)^{3/2}, \quad (2a, б, в)$$

где $\rho = l/R$ – безразмерный параметр длины трубы, l – длина оболочки.

(*) А.А. Ильин, ilaxalex@gmail.com

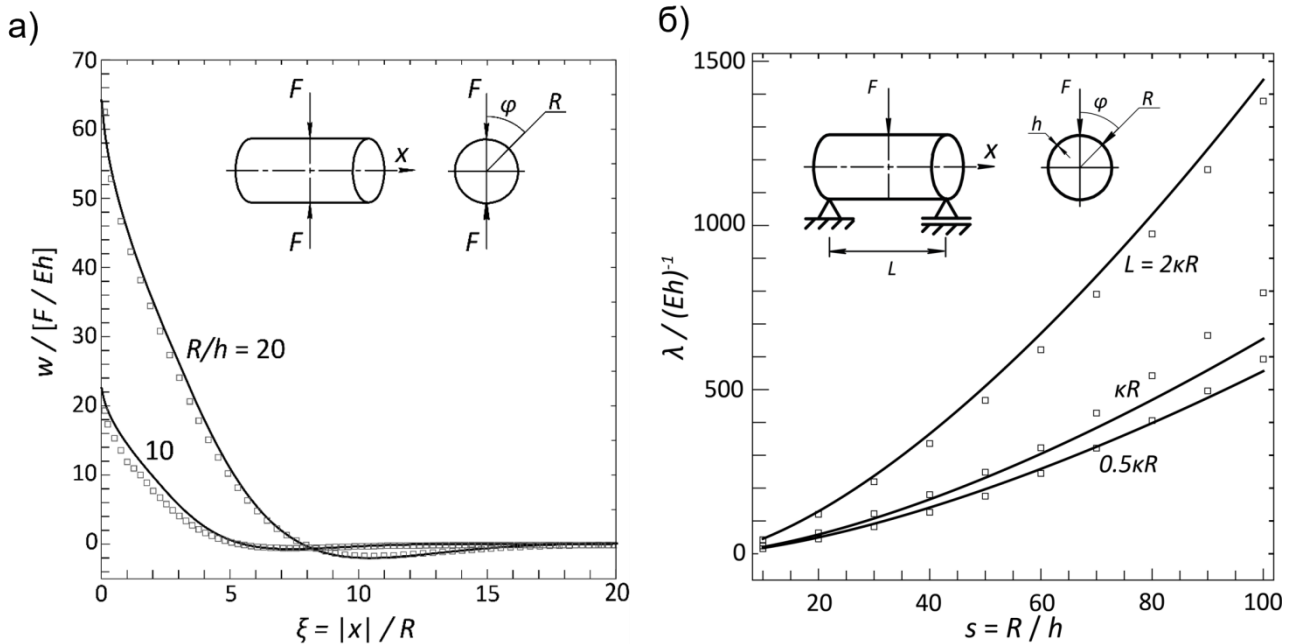


Рис. 1. а) Прогиб длинной оболочки под действием двух взаимно уравновешенных радиальных сил F в зависимости от безразмерной координаты $\xi = |x|/R$ при $\varphi = 0$ для разных отношений наружного радиуса оболочки к ее толщине $R/h = 10, 20$. Прогиб дан в единицах $F/(Eh)$; б) податливость свободно опертой оболочки под действием сосредоточенной радиальной силы в зависимости от отношения R/h , построенная для разных длин оболочки $L = (0.5, 1.0, 2.0) \kappa R$. Податливость дана в единицах $(Eh)^{-1}$. Сплошные кривые – аналитическое решение [4], символами «□» отмечены результаты КЭ моделирования

С другой стороны, податливость трубы может быть рассчитана по формулам сопротивления материалов для изгиба балки сосредоточенной силой:

$$\lambda_0 = \frac{l^3}{48EJ} \quad (12)$$

где J – геометрический момент инерции сечения трубы.

На рис. 1(б) представлены зависимости податливости $\lambda_{об}$ от отношения $s = R/h$ для различных значений длины трубы, определенные теоретически и численно. Видно, что расхождение КЭ и аналитического решений тем больше, чем больше параметр s .

На рис. 2(а) приведены зависимости податливостей трубы, определенные по формуле (2) и численно. Видно, что при относительно малых значениях параметра s податливость трубы, рассчитанная методом КЭ, согласуется с полученной из формулы (3) величиной λ_0 . При относительно больших значениях s податливость трубы, рассчитанная методом КЭ, согласуется с полученной из формулы (2) величины λ . Таким образом, видно, что при заданной длине трубы существует некоторое пороговое значение параметра $s = s^*$ – такое, что податливость трубы при $s < s^*$ определяется прогибом трубы как свободно опертой балки, а при $s > s^*$ определяется прогибом стенок оболочки. Причем пороговое значение параметра s^* возрастает с увеличением длины трубы (см. рис. 2(б)). На рис. 2(б) представлена зависимость величины s^* от безразмерной длины трубы. Данный график позволяет для заданной величины s определить величину $\rho_{кр}$. Если длина трубы $l > \rho_{кр}R$, то податливость такой трубы может быть с достаточной точностью определена по формулам сопротивления материалов (3). Если длина $l < \rho_{кр}R$, то податливость описывается формулами теории оболочек (2). Полученные результаты планируется использовать при исследовании податливости тройниковых соединений трубопроводов.

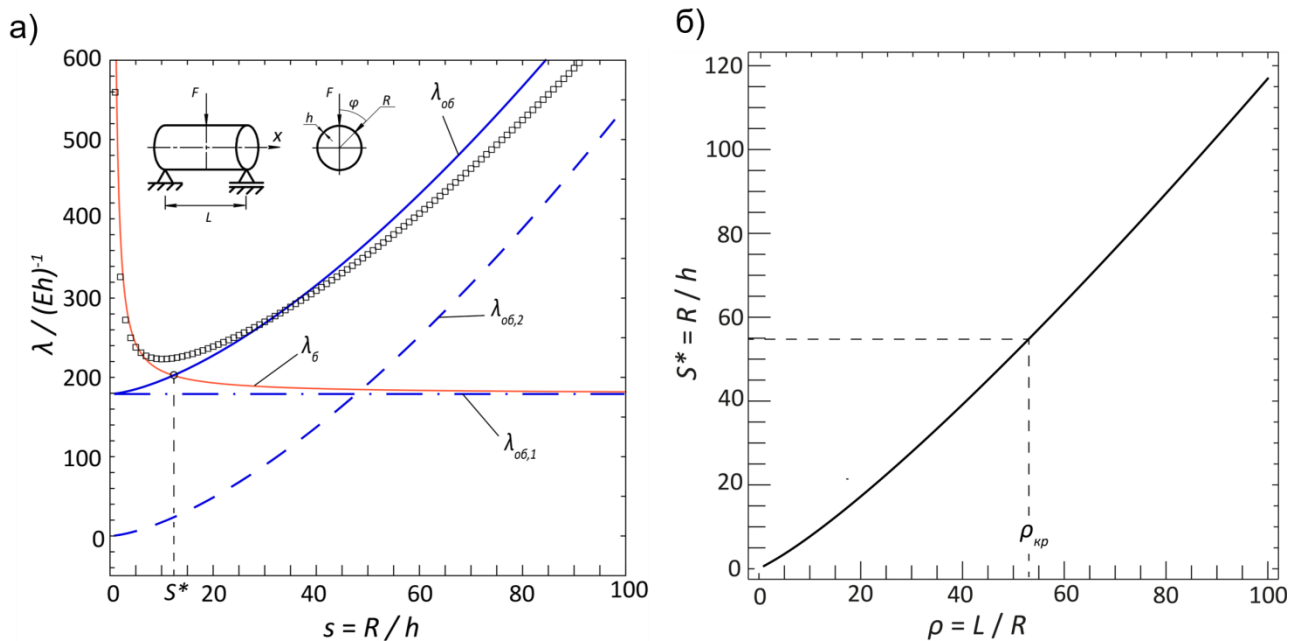


Рис. 2. а) Податливости свободно опертой оболочки под действием сосредоточенной радиальной силы в зависимости от отношения R/h , построенные для фиксированной длины оболочки $L = 30R$. Символами «□» отмечены результаты КЭ Податливость дана в единицах $(Eh)^{-1}$; б) Зависимость параметра s^* от безразмерной длины оболочки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Xue L., Widera G.E.O., Sang Z. Flexibility factors for branch pipe connections subjected to in-plane and out-of-plane moments. *Journal of pressure vessel technology*. 2006. Vol. 128. No. 1. P. 89–94.
2. Peng L. C., Peng T. L. *Pipe stress engineering*. New York: ASME press, 2009.
3. Mair D. Stress intensification factors for fabricated lateral piping connections. *Journal of Pressure Vessel Technology*. 2014. Vol. 136. No. 6. Art. number 061206.
4. Даревский В. М. Определение перемещений и напряжений в цилиндрической оболочке при локальных нагрузках. *Прочность и динамика авиационных двигателей: сборник статей*. 1964. Вып. 1. С. 23–83.
5. Yuan S.W. The cylindrical shells subjected to concentrated loads. *Quarterly off Appl. Math.* – 1946. – Vol. IV. No.12. P. 13–26.
6. Зверьков Б. В. и др. *Расчет и конструирование трубопроводов. Справочное пособие*. СПб.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние. – 1979.
7. Ting L., Yuan S. W. On radial deflection of a cylinder of finite length with various end conditions. *Journal of the Aerospace Sciences*. 1958. Vol. 25. No. 4. P. 230-234.
8. Bijlaard P.P. Stress from radial loads in cylindrical pressure vessels. *Welding journal*. 1954. Vol. 33. No. 12. P. 615–622.
9. Klein B. Effects of Local Loadings on Pressurized Circular Cylindrical Shells: An Analysis of Stresses and Deflexions for Four Types of Loading. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*. 1958. Vol. 30. No. 12. P. 356–361.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЛАКСАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В ЛИНЕЙНОЙ И НЕЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЯХ ВЯЗКОСТИ

Введение. Известно, что некоторые химические реакции, например, окисление или литизация кремния, приводят к изменению реологии: упругий материал превращается в вязкоупругий [1, 2]. В связи с этим в настоящей работе для стандартной модели вязкоупругого материала (материала Пойнтинга–Томпсона [3], рис. 1) проводится сравнительный анализ моделей вязкоупругости с линейной и нелинейной вязкостью, то есть с коэффициентом вязкости, не зависящим и зависящим от напряжений. В случае нелинейной вязкости рассмотрены две зависимости коэффициента вязкости от напряжения. Для этих моделей исследована задача описания релаксации напряжений в условиях одноосного сжатия.

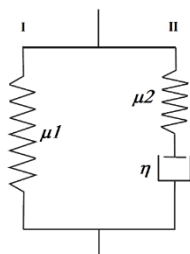


Рис. 1. Стандартная модель вязкоупругого материала

Определяющие соотношения. Так как

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \mathbf{e} + \frac{\vartheta}{3}\mathbf{I}; \quad \mathbf{e} = \mathit{dev}\boldsymbol{\varepsilon}; \quad \vartheta = \mathit{tr}\boldsymbol{\varepsilon}; \\ \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{s} + \sigma\mathbf{I}; \quad \mathbf{s} = \mathit{dev}\boldsymbol{\sigma}; \quad \sigma = \frac{1}{3}\mathit{tr}\boldsymbol{\sigma}; \\ \mathbf{s}_I &= 2\mu_1\mathbf{e}_I; \quad \mathbf{s}_{II} = 2\mu_2\mathbf{e}_2 = \eta\dot{\mathbf{e}}^\eta; \quad \dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{e}}_1 + \dot{\mathbf{e}}_2 + \dot{\mathbf{e}}^\eta; \quad \mathbf{s} = \mathbf{s}_I + \mathbf{s}_{II}; \end{aligned} \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор деформаций, $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений, то определяющее соотношение, связывающее девиаторы деформаций и напряжений, имеет вид:

$$\left(1 + \frac{\mu_1}{\mu_2}\right)\dot{\mathbf{e}} + 2\frac{\mu_1}{\eta}\mathbf{e} = \frac{\dot{\mathbf{s}}}{2\mu_2} + \frac{\mathbf{s}}{\eta}. \quad (2)$$

Объемная деформация ϑ и гидростатическая составляющая тензора напряжений σ связаны законом $\sigma = k\vartheta$.

Релаксация напряжения при одноосном сжатии. В случае одноосного сжатия

$$\boldsymbol{\sigma} = \sigma_0\mathbf{i}_1\mathbf{i}_1; \quad \sigma = \frac{\sigma_0}{3}; \quad \mathbf{s} = \frac{2}{3}\sigma_0\mathbf{i}_1\mathbf{i}_1 - \frac{\sigma_0}{3}(\mathbf{I} - \mathbf{i}_1\mathbf{i}_1) \quad (\sigma_0 < 0). \quad (3)$$

Тогда из уравнения (2) следует дифференциальное уравнение, связывающее осевое напряжение σ_0 и осевую деформацию ε_0 :

$$\left(1 + \frac{\mu_1}{\mu_2}\right)\eta\dot{\varepsilon}_0 + 2\mu_1\varepsilon_0 = \left(\left(1 + \frac{\mu_1}{\mu_2}\right)\frac{1}{3k} + \frac{1}{3\mu_2}\right)\eta\dot{\sigma}_0 + \frac{2}{3}\left(\frac{\mu_1}{k} + 1\right)\sigma_0. \quad (4)$$

Релаксация напряжения исследуется при постоянной деформации

^(*)У.П. Карасева, u.p.karaseva@gmail.com

$$\varepsilon_0 = \text{const} = \varepsilon^0. \quad (5)$$

Разделяя переменные в уравнении (4) и учитывая, что $\eta = \eta(\sigma_0)$, получим:

$$t = -\frac{(\mu_1 + \mu_2 + k)}{2\mu_2(\mu_1 + k)} \int_{\sigma_0(t=0)}^{\sigma_0(t)} \frac{\eta(\sigma'_0) d\sigma'_0}{\sigma'_0 - \frac{3k\mu_1\varepsilon^0}{(\mu_1 + k)}}. \quad (6)$$

Полагаем, что в начальный момент времени деформация демпфера равна нулю. Тогда из (1) и (3) следует:

$$\sigma_0(t=0) = \frac{3k(\mu_1 + \mu_2)}{k + \mu_1 + \mu_2} \varepsilon^0 \quad (7)$$

Согласно первой модели нелинейной вязкости [4]

$$\eta = \tau_0 \sigma^* \left(\frac{\sigma^*}{\sigma_M} \right)^q, \quad (8)$$

где τ_0, σ^* и q – параметры материала, $\sigma_M = \sqrt{\frac{3}{2}} \mathbf{s} : \mathbf{s}$ – напряжение Мизеса.

В случае второй модели [1]

$$\eta = \eta_0 \exp(-\alpha t r \sigma), \quad (9)$$

где η_0 и α – параметры материала.

Согласно первой модели, вязкость растет с уменьшением напряжения Мизеса. Во второй модели при сжатии вязкость падает при релаксации напряжений.

При одноосном нагружении

$$\sigma_M = |\sigma_0|; \quad \eta = \tau_0 \sigma^* \left(\frac{\sigma^*}{|\sigma_0|} \right)^q.$$

Тогда в случае первой модели:

$$t = -\frac{(\mu_1 + \mu_2 + k)}{2\mu_2(\mu_1 + k)} \int_{\sigma_0(t=0)}^{\sigma_0(t)} \frac{\tau_0 \sigma^* \left(\frac{\sigma^*}{|\sigma'_0|} \right)^q d\sigma'_0}{\sigma'_0 - \frac{3k\mu_1\varepsilon^0}{(\mu_1 + k)}}. \quad (10)$$

Таблица 1

σ^* [GPa]	τ_0 [s]	k [GPa]	μ_1 [GPa]	μ_2 [GPa]	q	ε^0
1	1	28.5	15.8	0.5	2	-0.04

Интегрируя при параметрах, данных в таблице 1, получим зависимость $\sigma_0 = \sigma_0(t)$, представленную на рисунке 2а. Зависимости вязкости от релаксирующих напряжений соответствует зависимость вязкости от времени, $\eta = \eta(t)$, которая показана на рисунке 2б.

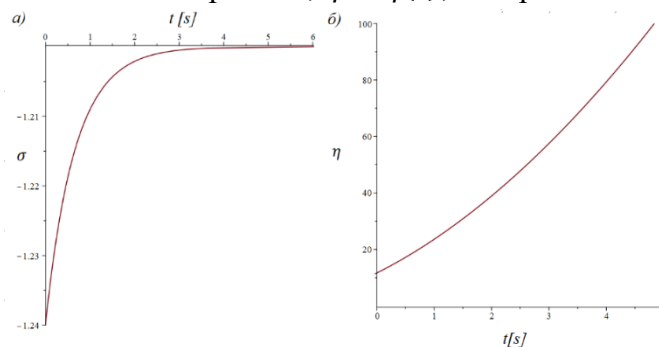


Рис. 2. а) Релаксация напряжений и б) зависимость вязкости от времени в модели 1

Для второй модели вязкости получаем:

$$t = -\frac{\eta_0(\mu_1 + \mu_2 + k)}{2\mu_2(\mu_1 + k)} \int_{\sigma_0(t=0)}^{\sigma_0(t)} \frac{e^{-\alpha\sigma_0} d\sigma_0'}{\sigma_0' - \frac{3k\mu_1\varepsilon^0}{(\mu_1 + k)}}. \quad (11)$$

Соответствующие зависимости напряжения и вязкости от времени при параметрах, приведенных в таблице 2, показаны на рисунке 3.

Таблица 2

α [GPa ⁻¹]	η_0 [GPa · s]	k[GPa]	μ_1 [GPa]	μ_2 [GPa]	ε^0 [%]
1	1	28.5	15.8	0.5	-0.04

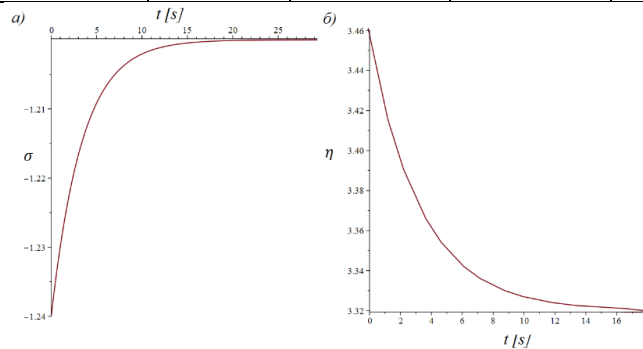


Рис. 3. а) Релаксация сжимающих напряжений и б) зависимость вязкости от времени в модели 2

Релаксация напряжения при постоянной вязкости представлена на рисунке 4.

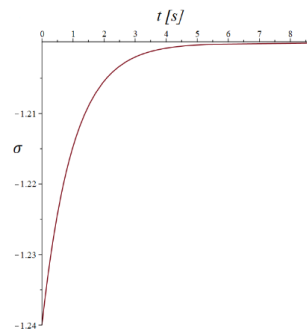


Рис. 4. Релаксация напряжений при постоянной вязкости

Сравнение показывает принципиальную разницу поведения моделей при сжатии. Вязкость возрастает в первой модели и падает во второй, в отличие от случая растяжения. Напряжения релаксируют быстрее в первой модели и медленнее во второй. Скорость релаксации напряжений при постоянной вязкости – промежуточная. Результаты демонстрируют принципиальную разницу влияния на вязкость первого и второго инвариантов тензора напряжений и необходимость одновременного учета влияния обоих инвариантов.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 121112500318-1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Kao D.-B., McVittie J.P., Nix W.D., Saraswat K.C. Two-dimensional thermal oxidation of silicon. II. Modeling stress effects in wet oxides // IEEE Transactions on Electron Devices. – 1988. – Vol. 35. – P. 25-37.
2. McDowell, M. T., Lee, S. W., Nix, W. D., & Cui, Y. (2013). 25th anniversary article: Understanding the lithiation of silicon and other alloying anodes for lithium-ion batteries. *Advanced Materials*, 25(36), 4966–4984.

3. Рейнер М. Реология. М: Наука. 1965. 224 стр.

4. Michael Poluektov, Alexander B. Freidin, Łukasz Figiel. Modelling stress-affected chemical reactions in non-linear viscoelastic solids with application to lithiation reaction in spherical Si particles // International Journal of Engineering Science. – 2018. – Vol. 128. – P. 44-62.

УДК 531.25

И.А. Кравчинский¹, А.С. Смирнов^{1,2}

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

² Институт проблем машиноведения Российской академии наук

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАВАНИЯ СУДНА С СЕЧЕНИЕМ В ФОРМЕ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО СЕГМЕНТА

Введение. Вопросы равновесия и устойчивости плавающих тел еще с древних времен интересовали ученых, что было связано с их практическими аспектами, которые не только не утратили свою значимость в наши дни, а наоборот важность их изучения только возросла. От устойчивости судна (в судоходстве обычно используется термин «остойчивость») напрямую зависит безопасность не только перевозимого груза, но и его экипажа и пассажиров. При этом аналитические исследования в области статики плавающих тел, которые связаны с нахождением возможных равновесных положений и исследованием их устойчивости, зачастую оказываются крайне трудоемкими [1]. В связи с этим интерес представляет изучение поведения плавающих тел с различными поперечными сечениями, которые могут служить приближениями к реальным плавающим средствам, имеющим различное назначение [2].

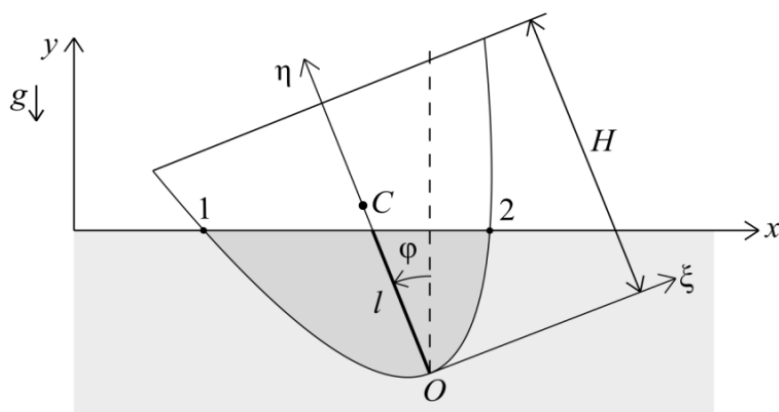


Рис. 1. Плавающее судно с сечением в форме параболического сегмента

Постановка задачи. Рассмотрим в настоящей работе длинное тело (брус) с сечением в форме параболического сегмента высотой H и плотностью ρ_T (поверхностная плотность, т. е. масса на единицу площади сечения), погруженное в жидкость плотностью $\rho_{ж}$ (также на единицу площади). Эта система моделирует удлиненное судно в море (рис. 1). Ясно, что в этой ситуации можно ограничиться рассмотрением лишь плоской задачи, в которой имеется три степени свободы [3]. При этом горизонтальная координата в статической задаче может быть отброшена как не играющая никакой роли, а вертикальная координата исключается путем рассмотрения лишь равнообъемных наклонений бруса [4]. В результате остается лишь одна обобщенная координата – угол наклона φ , и ключевой вопрос о положениях равновесия

^(*) И.А. Кравчинский, kravchinskij.ia@edu.spbstu.ru

и устойчивости плавающего тела решается путем построения и исследования потенциальной энергии $\Pi = P(y_T - y_{\text{ж}})$ [5], где y_T – вертикальная координата центра масс бруса, а $y_{\text{ж}}$ – аналогичная координата центра масс вытесненной жидкости, отсчитываемые от ватерлинии.

Решение задачи. Будем описывать параболический контур бруса в связанных с ним осях уравнением $\eta = \xi^2/a$, где a – параметр, имеющий размерность длины. Определим положение центра масс параболического сегмента. Его площадь дается формулой:

$$S_T = \int_{-\sqrt{aH}}^{\sqrt{aH}} \left(H - \frac{\xi^2}{a} \right) d\xi = \frac{4}{3} H \sqrt{aH}. \quad (1)$$

Ясно, что в силу симметрии $\xi_T = 0$, тогда как координата η_T определяется выражением:

$$\eta_T = \frac{1}{S_T} \int_{S_T} \eta dS = \frac{1}{S_T} \int_{-\sqrt{aH}}^{\sqrt{aH}} d\xi \int_{\xi^2/a}^H \eta d\eta = \frac{3}{5} H. \quad (2)$$

Для вычисления площади $S_{\text{ж}}$ вытесненной жидкости определим точки пересечения ватерлинии и параболы в осях $\xi\eta$, связанных с брусом. Уравнение ватерлинии можно записать в следующем виде: $\eta = -\text{tg } \varphi \xi + l$, где l – пока неизвестная величина. Рассматривая его совместно с уравнением параболы $\eta = \xi^2/a$, приходим к квадратному уравнению, корни которого и определяют координаты точек 1 и 2 по оси ξ (рис. 1):

$$\xi_1 = \frac{-a \text{tg } \varphi - \sqrt{a^2 \text{tg}^2 \varphi + 4al}}{2}, \quad \xi_2 = \frac{-a \text{tg } \varphi + \sqrt{a^2 \text{tg}^2 \varphi + 4al}}{2}. \quad (3)$$

Тогда площадь $S_{\text{ж}}$ будет определяться формулой:

$$S_{\text{ж}} = \int_{\xi_1}^{\xi_2} \left(-\text{tg } \varphi \xi + l - \frac{\xi^2}{a} \right) d\xi = \frac{1}{6a} (a^2 \text{tg}^2 \varphi + 4al)^{3/2}. \quad (4)$$

Записывая теперь условие равнообъемности для данной плоской задачи в виде $S_{\text{ж}} = \rho S_T$, где $\rho = \rho_T / \rho_{\text{ж}}$ – безразмерная плотность (причем из условия плавания вытекает, что $\rho < 1$), а также принимая во внимание соотношения (1) и (4), приходим к выражению для l :

$$l = H \rho^{2/3} - \frac{a \text{tg}^2 \varphi}{4}. \quad (5)$$

Координаты центра масс вытесненной жидкости в осях $\xi\eta$ вычисляются по формулам:

$$\xi_{\text{ж}} = \frac{1}{S_{\text{ж}}} \int_{S_{\text{ж}}} \xi dS = \frac{1}{S_{\text{ж}}} \int_{\xi_1}^{\xi_2} d\xi \int_{\xi^2/a}^{-\text{tg } \varphi \xi + l} \xi d\eta = -\frac{a \text{tg } \varphi}{2}, \quad (6)$$

$$\eta_{\text{ж}} = \frac{1}{S_{\text{ж}}} \int_{S_{\text{ж}}} \eta dS = \frac{1}{S_{\text{ж}}} \int_{\xi_1}^{\xi_2} d\xi \int_{\xi^2/a}^{-\text{tg } \varphi \xi + l} \eta d\eta = \frac{a \text{tg}^2 \varphi}{4} + \frac{3}{5} H \rho^{2/3}.$$

Тогда для вертикальной координаты этой точки, отсчитываемой от ватерлинии, получим:

$$y_{\text{ж}} = (\eta_{\text{ж}} - l) \cos \varphi - \xi_{\text{ж}} \sin \varphi = -\frac{2}{5} \rho^{2/3} H \cos \varphi. \quad (7)$$

Координата же центра масс самого бруса определяется выражением:

$$y_T = \left(\frac{3}{5} H - l \right) \cos \varphi = \left(\frac{3}{5} H - H \rho^{2/3} + \frac{a \text{tg}^2 \varphi}{4} \right) \cos \varphi. \quad (8)$$

Следовательно, потенциальная энергия плавающего тела представится формулой:

$$\Pi = P(y_T - y_{\text{ж}}) = P \left[\frac{3}{5} H (1 - \rho^{2/3}) + \frac{a \text{tg}^2 \varphi}{4} \right] \cos \varphi. \quad (9)$$

Для исследования устойчивости положения равновесия $\varphi = 0$ необходимо записать квадратичную аппроксимацию выражения (9):

$$\Pi = \frac{1}{2}PH \left[\frac{\delta}{2} - \frac{3}{5}(1 - \rho^{2/3}) \right] \varphi^2, \quad (10)$$

где введен безразмерный параметр $\delta = a/H$. Отсюда вытекает условие устойчивости:

$$\delta > \frac{6}{5}(1 - \rho^{2/3}). \quad (11)$$

Ясно, что если в данной задаче осуществить предельный переход $\rho \rightarrow 0$, то фактически мы приходим к задаче о бруске с сечением в форме параболического сегмента на горизонтальной плоскости, для которой условие устойчивости известно и действительно имеет вид $\delta > 6/5$.

Значительным достоинством формулы (9) является то, что она является точной и справедлива для такой конфигурации плавающего бруса, когда обе его вершины находятся над ватерлинией, как это показано на рис. 1. Поэтому она позволяет, помимо исследования устойчивости тривиального положения равновесия $\varphi = 0$, определить и наклонное положение равновесия, расположенное в пределах той же конфигурации и существующее тогда, когда равновесие $\varphi = 0$ оказывается неустойчивым. Чтобы показать это, составим уравнение

$$\frac{d\Pi}{d\varphi} = PH \left[\frac{\delta}{4} + \frac{\delta}{4 \cos^2 \varphi} - \frac{3}{5}(1 - \rho^{2/3}) \right] \sin \varphi = 0, \quad (12)$$

откуда устанавливается, что наклонное положение равновесия отвечает тому варианту, когда

$$\cos^2 \varphi_n = \frac{5\delta}{12(1 - \rho^{2/3}) - 5\delta}. \quad (13)$$

Поскольку должно быть $0 < \cos^2 \varphi_n < 1$, то отсюда можно найти чисто математическое условие существования равновесия (13), которое будет иметь вид:

$$\delta < \frac{6}{5}(1 - \rho^{2/3}), \quad (14)$$

и оно противоположно условию (11). Помимо этого, необходимо проверить и физическое условие существования равновесия (13), т. к. оно должно отвечать рассматриваемой конфигурации погружения. Нетрудно понять, что она реализуется до тех пор, пока левая вершина бруса $\xi = -\sqrt{aH}$ не окажется лежащей на ватерлинии, т. е. при выполнении условия

$$\operatorname{tg} \varphi \sqrt{aH} + H\rho^{2/3} - \frac{a \operatorname{tg}^2 \varphi}{4} < H, \quad (15)$$

которое представляет собой квадратное неравенство относительно $\operatorname{tg} \varphi$. Нетрудно показать, что оно выполняется до тех пор, пока угол наклона φ не превысит критическое значение φ_k :

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{2}{\sqrt{\delta}}(1 - \rho^{2/3}). \quad (16)$$

Наконец, вычисляя разность

$$\operatorname{tg}^2 \varphi_k - \operatorname{tg}^2 \varphi_n = \frac{2}{5\delta} \left[4 \left(1 - \rho^{\frac{2}{3}} \right) + 5\delta \right] > 0, \quad (17)$$

находим, что всегда будет $\varphi_n < \varphi_k$. Это означает, что положение (13) при любых значениях параметров, удовлетворяющих условию (14), будет отвечать исследуемому варианту погружения, т. е. будет существовать физически, причем оно будет являться устойчивым. Этот крайне важный вывод удалось получить именно благодаря точной формуле для потенциальной энергии (9), в чем и заключается ее существенная ценность.

Заключение. Представленные относительно трудоемкие вычисления позволили получить точное выражение для потенциальной энергии бруса с параболическим сечением, отвечающее рассматриваемой схеме погружения. На его основе удалось, помимо условия устойчивости тривиального равновесия, определить и устойчивое наклонное положение равновесия. Эти результаты имеют не только теоретическое значение, они могут оказаться полезными и для практических приложений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Меркин Д.Р., Смольников Б.А. Прикладные задачи динамики твердого тела. СПб.: изд-во Санкт-Петербургского ун-та, 2003. – 532 с.
2. Фан-дер-Флит А.П. Начальная остойчивость прямоугольных параллелепипедов // Известия Санкт-Петербургского Политехнического института. 1908. Т. 10. С. 397-406.
3. Скалина М.К., Смирнов А.С. Равновесие и устойчивость прямоугольной баржи со смещенным центром тяжести в жидкости // Неделя науки СПбПУ. ИПММ. 2019. С. 95-98.
4. Справочник по теории корабля в трех томах. Т. 2. Статика судов. Качка судов / под ред. Я.И. Войткунского. Л.: Судостроение, 1985. – 440 с.
5. Ржаницын А.Р. Устойчивость равновесия упругих систем. М.: ГИТТЛ, 1955. – 476 с.

УДК 539.3

И.Р. Муртазин, А.С. Семенов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПИИ УПРУГИХ СВОЙСТВ КРИСТАЛЛИТОВ НА НЕУПРУГОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО НИКЕЛЯ

Введение. Безопасность и надежность критически важных конструктивных элементов приводит к необходимости повышения точности определения напряженно-деформированного состояния и, как следствие этого, к разработке и использованию усовершенствованных моделей неупругих материалов. Одним из способов более точного описания неупругого поведения поликристаллического материалов является учет его микроструктуры и прямого математического моделирования упругопластического деформирования кристаллитов с использованием микромеханических и многоуровневых моделей [1,2], учитывающих реальные физические процессы на микро- и мезоуровнях.

Целью работы является систематическое исследование влияния анизотропии упругих модулей кристаллитов на неупругое деформирование поликристалла на основе конечно-элементного (КЭ) моделирования процессов деформирования представительного объема поликристаллического агрегата с учетом взаимного влияния кристаллитов при варьировании их степени анизотропии упругих свойств.

Микронеоднородность упругих и пластических свойств, вызванная разориентацией кристаллитов и анизотропией их механических характеристик, приводит к возникновению в поликристалле микронапряжений [3], которые проявляются на макроуровне в виде деформационно-индуцированной анизотропии пластических свойств (эффект Баушингера, рэтчеттинг).

Постановка задачи. Рассматривается представительный объем поликристаллического агрегата никелевого сплава (с ГЦК-решеткой) в форме куба. Расчет неупругого напряженно-деформированного состояния и автоматизированное определение эффективных свойств производились с использованием КЭ программного комплекса PANTOCRATOR [4]. Представительный объем поликристалла имел КЭ разбиение $4 \times 4 \times 4$. Каждая гауссова точка каждого конечного элемента интерпретировалась как отдельный кристаллит, ориентация которого генерировалась случайным образом. Таким образом, представительный объем содержал 512 кристаллитов. Рассматривался случай жесткого одноосного нагружения (нагрузка с последующей разгрузкой). В качестве граничных условий использовались условия периодичности для противоположных граней куба с наложенной аффинной деформацией $\boldsymbol{\varepsilon}_0$:

$$\mathbf{u}|_{S_1} = \mathbf{u}|_{S_2} + \boldsymbol{\varepsilon}_0 \cdot (\mathbf{r}_{S_1} - \mathbf{r}_{S_2}). \quad (1)$$

^(*) И.Р. Муртазин, murtazin_ir@spbstu.ru

Монокристалл никелевого сплава имеет кубическую симметрию и характеризуется тремя значениями упругих модулей: $E_{[001]} = 1.3 \cdot 10^{11}$ Па, $\nu_{[001][010]} = 0.39$, $G_{[001]} = 1.19 \cdot 10^{11}$ Па. Обозначим введенное эталонное значение модуля сдвига как $G = G_{[001]} = 1.19 \cdot 10^{11}$ Па. При выполнении многовариантных расчетов варьировалась степень анизотропии путем изменения величины G , при неизменных $E_{[001]}$ и $\nu_{[001][010]}$. Изотропный случай соответствует значению:

$$G_{\text{изотропный}} = \frac{E}{2(1 + \nu)} = \frac{1.3 \cdot 10^{11}}{2(1 + 0.39)} = 0.468 \cdot 10^{11} \text{ Па} \approx 0.39G.$$

В расчетах также рассматривались случаи анизотропии с выбором модуля сдвига $0.1G$ и $10G$. Иллюстрация предложенных вариантов показана на рис. 1.



Рис. 1. Варианты значений модуля сдвига, используемые в расчетах

Результирующие эффективные значения полей напряжений, полных и пластических деформаций для поликристалла вычислялись на основе осреднения в пределах представительного объема (ПО):

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{V_{\text{ПО}}} \int_{V_{\text{ПО}}} \sigma dV, \quad \bar{\epsilon} = \frac{1}{V_{\text{ПО}}} \int_{V_{\text{ПО}}} \epsilon dV, \quad \bar{\epsilon}^p = \frac{1}{V_{\text{ПО}}} \int_{V_{\text{ПО}}} \epsilon^p dV. \quad (2)$$

Результаты расчетов. В результате проведенных исследований получены кривые упругопластического деформирования при одноосном растяжении-сжатии для различных значений G (рис. 2) и распределения полей остаточных осевых напряжений (вдоль направления нагрузки) (рис. 3).

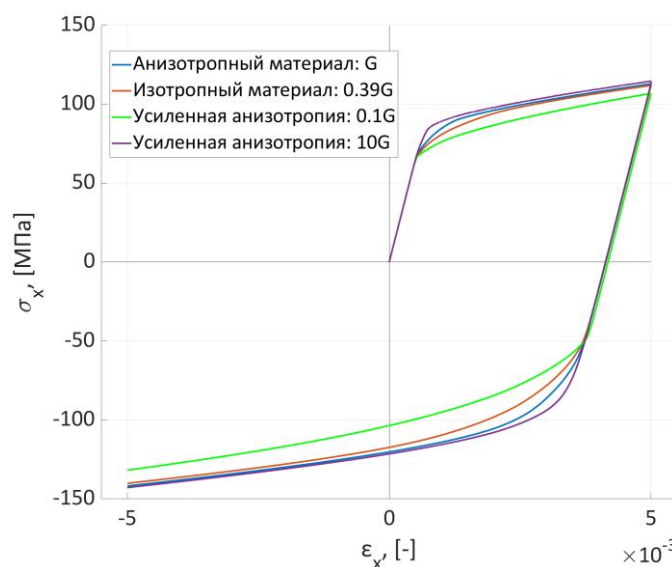


Рис. 2. Кривые одноосного упругопластического деформирования поликристалла при различных степенях анизотропии упругих свойств кристаллитов

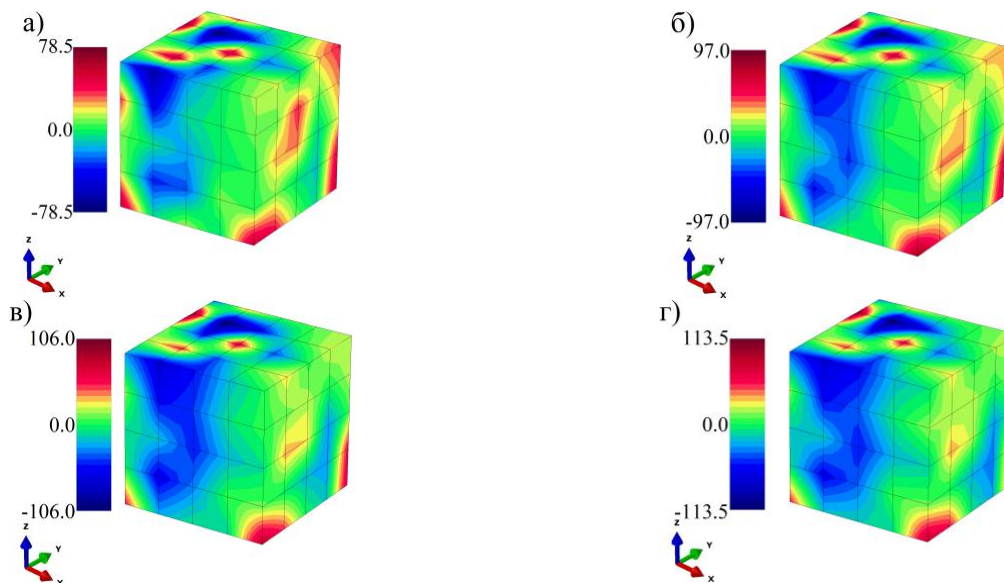


Рис. 3. Распределения полей остаточных осевых напряжений (вдоль направления нагрузки x) при $\overline{\sigma}_x = 0$: а) $0.1G$, б) $0.39G$, в) G , г) $10G$

Как видно из рис. 2, изменение упругого модуля кристаллитов G не оказывает влияния на наклон упругого участка, и существенно влияет на кривые упругопластического деформирования. Увеличение G приводит к повышению уровня кривой прямого нагружения и к понижению уровня кривой обратного нагружения. Уровень остаточных напряжений после разгрузки до 0 также демонстрирует монотонный рост с увеличением G (рис. 3).

Статистическое распределение остаточных напряжений в представительном объеме поликристалла показано на рис. 4. С ростом G наблюдается уменьшение дисперсии.

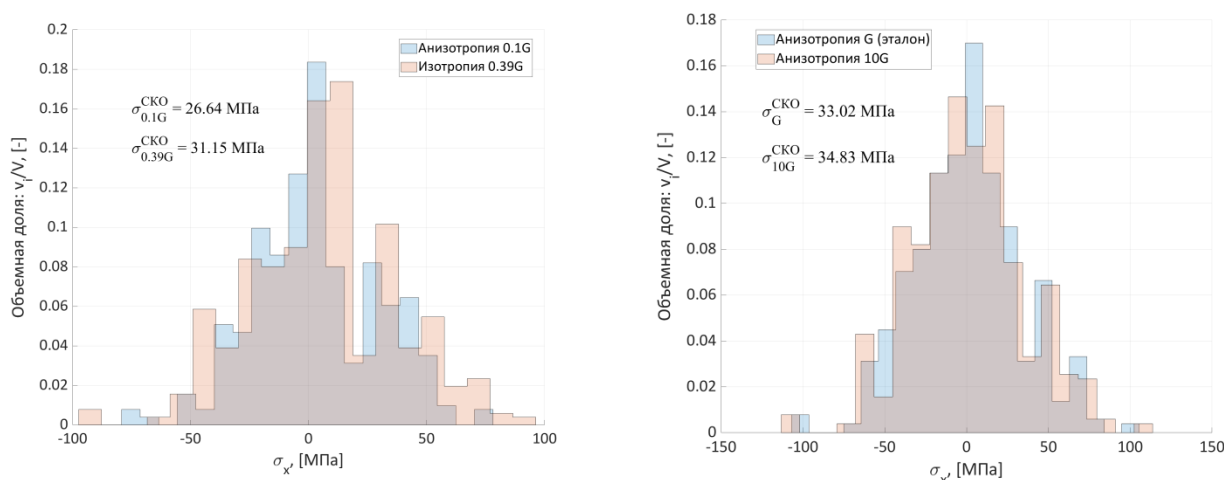


Рис. 4. Статистическое распределение остаточных напряжений в поликристалле

Заключение. Показано, что анизотропия упругих модулей кристаллитов оказывает существенное влияние на неупругое деформирование поликристалла. Изменение степени анизотропии кристаллитов приводит к изменению в поликристалле уровня микронапряжений, что оказывает непосредственное влияние на пределы текучести при прямом и обратном нагружении (эффект Баушингера).

Механизм влияния анизотропии упругих свойств кристаллитов на неупругое поведение поликристалла связан с возникновением значительных микронапряжений вследствие взаимного влияния кристаллитов в процессе деформирования. Увеличение значений упругих модулей приводит к росту микронапряжений.

Рассматриваемый представительный элемент объема поликристаллического материала имеет форму куба и состоит из множества произвольно ориентированных анизотропных кристаллитов. Многовариантное моделирование гетерогенных структур представительного объема поликристаллического материала осуществлялось на основе конечно-элементного решения трехмерных краевых задач. Сравнительный анализ проводился как по интегральным кривым деформирования представительного объема поликристалла, так и на основе статистических распределений локальных полей напряжений и деформаций по объему.

ЛИТЕРАТУРА

1. Besson J., Cailletaud G., Chaboche J.L., Forest S., Bletry M. Non-linear mechanics of materials. Springer. Series: Solid Mechanics and Its Applications. — 2009. — 450 P.
2. Трусов П.В., Швейкин А.И. Многоуровневые модели моно- и поликристаллических материалов: теория, алгоритмы, примеры применения // П.В. Трусов, А.И. Швейкин. — Новосибирск: Издательство СО РАН, 2019. — 605 с.
3. Новожилов В.В., Кадашевич Ю.И. Микронапряжения в конструкционных материалах. Машиностроение, Ленинград, 1990. — 223 с.
4. Семенов А.С. PANTOCRATOR – конечно-элементный программный комплекс, ориентированный на решение нелинейных задач механики // Труды V Межд. Конф. «Науч.-технич. пробл. прогнозир. надежности и долговечности констр. и методы их решения». СПб: Изд-во СПбГПУ, 2003. С. 466-480.

УДК 532.31

А.В. Мамин, А.А. Михайлов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАДЕНИЯ СФЕРЫ В ВОДУ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ЛАГРАНЖА-ЭЙЛЕРА

Введение. На сегодняшний день проблема взаимодействия твёрдых тел с жидкой средой является крайне актуальной, а результаты исследований в данной области имеют практическую значимость и могут быть использованы при решении широкого класса задач в области моделирования столкновения с водной поверхностью и погружения объектов с различными свойствами, в том числе деформируемых.

В данной работе представляются методика и результаты численного моделирования свободного падения шаров различной плотности с их последующим соударением и вхождением в водную среду. Моделирование выполняется на основе метода конечных элементов, реализованного в программном комплексе LS-DYNA.

Литература, указанная в источниках [1-3], содержит информацию об экспериментальных данных [1], с которыми сравнивается численное решение, а также теоретическую информацию об используемых методах описания движения [2] и уравнениях состояния жидкости [3].

Цели работы. Провести численное моделирование падение шара с последующим входом в водную среду и сравнить полученные результаты с экспериментальными данными, представленными в литературе [1]. Исследовать влияние параметра плотности шара на получаемые результаты, а также изучить особенности численного моделирования воздушных полостей, образующихся вслед за погружающимся в водную среду шаром.

Постановка задачи. Шар радиусом $R = 12.7$ мм падает с некоторой высоты и входит в воду со скоростью $V_0 = 2.17$ м/с. Материалы, из которых изготовлены шары: а)

^(*) А.В. Мамин, mamin.a@compmechlab.ru

полипропилен ($\rho = 860 \text{ кг/м}^3$); б) нейлон ($\rho = 1140 \text{ кг/м}^3$); в) тефлон ($\rho = 2300 \text{ кг/м}^3$); г) сталь ($\rho = 7860 \text{ кг/м}^3$). Тип анализа - динамический. Описание движения объектов модели основывается на подходе Лагранжа-Эйлера [2]. В качестве уравнений состояния жидкости используются уравнения Грюнайзена [3]. Параметры резервуара с жидкостью: длина $a = 200 \text{ мм}$; ширина $b = 200 \text{ мм}$; глубина $c = 300 \text{ мм}$.

Конечно-элементная модель. В численной постановке проводится динамический анализ в программном комплексе LS-DYNA. В целях экономии вычислительных ресурсов решения были получены для четверти исходной расчётной области, исходя из наличия двух плоскостей симметрии.

В табл. 1 представлены сведения об используемой расчётной модели. Конечно-элементная модель представлена на рис. 1.

Табл. 1. Сведения о КЭ-модели

	Воздух	Вода	Шар
Размер элемента сетки, мм	1	1	2.5
Кол-во элементов, шт	1 000 000	2 500 000	1 750
Кол-во узлов, шт	1 030 301	2 560 451	2 106

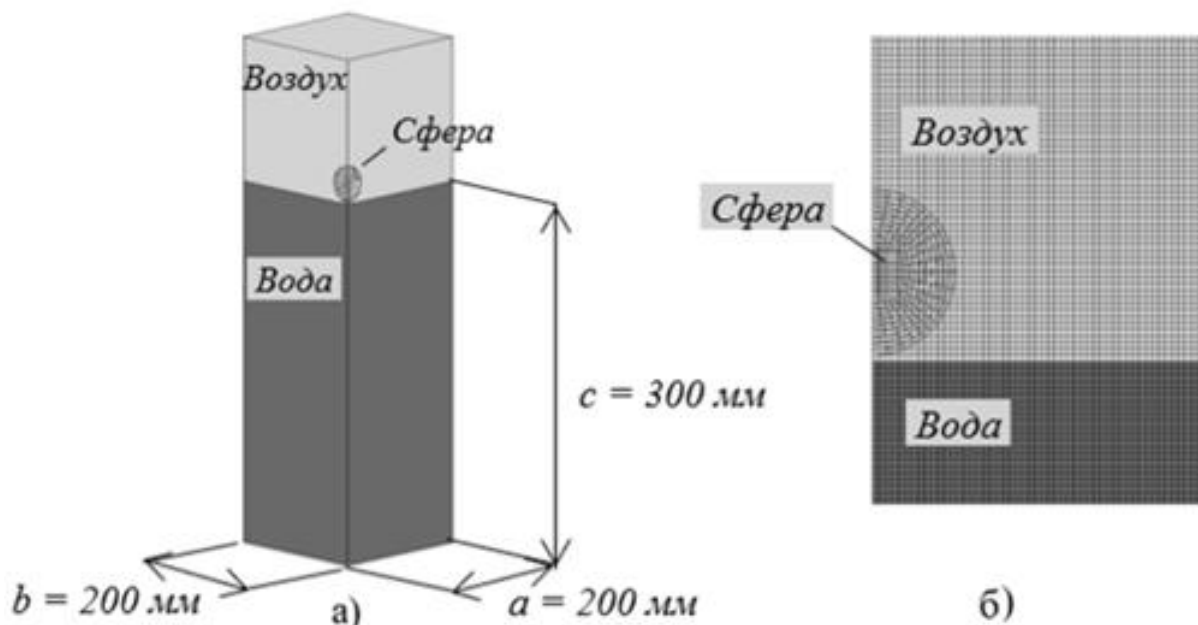


Рис. 1. Расчётная модель: а) общий вид; б) вид сбоку вблизи свободной поверхности

Результаты. Результаты, полученные в ходе численного анализа, сравнивались с экспериментальными данными, представленными в статье [1].

В табл. 2 представлено визуальное сравнение результатов, полученных для стального шара плотностью 7860 кг/м^3 .

На рис. 2 иллюстрируется сравнение численных результатов расчетов глубины погружения стального шара с экспериментальными данными.

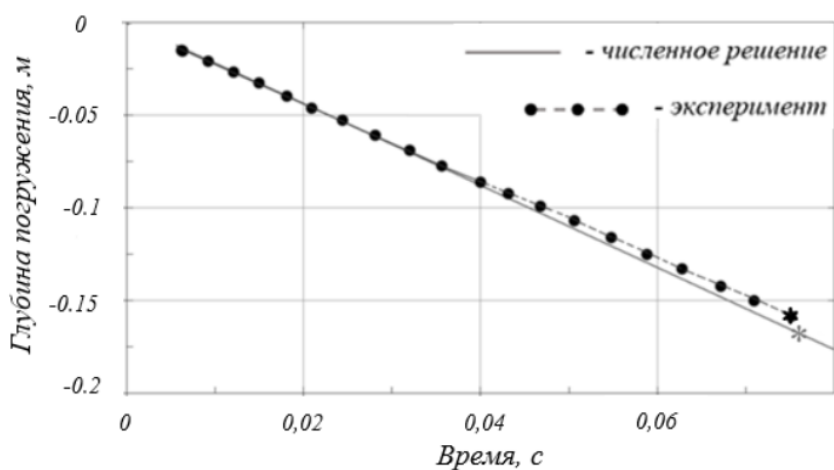


Рис. 2. Сравнение результатов для глубины погружения стального шара

Табл. 2. Сравнение результатов моделирования с опытными данными [1]

Момент времени, мс	5.9	26.9	40.9	54.9	68.9
Эксперимент					
Численное решение					

В табл. 3 приведены сведения об отклонении численного решения относительно экспериментальных данных для величин Γ^* и t^* , соответствующих глубине разделения двух воздушных полостей в жидкости и моменту времени разделения соответственно, помеченных "*" на рис. 2.

Табл. 3. Сравнение расчетных и экспериментальных значений для величин Γ^* и t^*

	Γ^* , м	Отклонение, %	t^* , мс	Отклонение, %
Эксперимент	0.169	эталонная величина	68.9	эталонная величина
Численный результат	0.177	3.7	70.1	1.7

На рис. 3 приведено сравнение зависимостей от времени глубины погружения шаров различных плотностей, полученных численным методом.

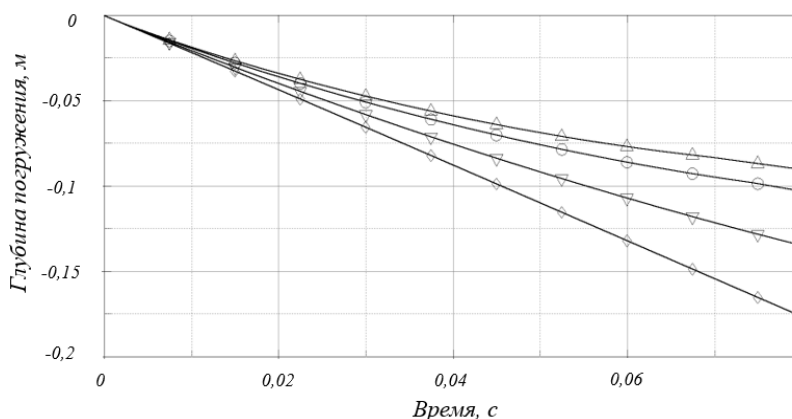


Рис. 3. Сравнение результатов по глубине погружения шаров различных плотностей. Условные обозначения материалов шаров: Δ – полипропилен, \circ – нейлон, ∇ - тефлон, \diamond - сталь

Заключение. В ходе проведённых работ было численно воспроизведено падение в воду и погружение шаров различной плотности. В ходе сравнения полученных результатов с экспериментальными данными [1] была установлена незначительная погрешность величин, получаемых описанными расчётными методами. Также был проведён анализ влияния плотности сбрасываемого в воду шара на глубину его погружения в водную среду.

ЛИТЕРАТУРА

1. Aristoff J. M., Truscott T. T., Techet A. H., Bush J. W. M. The water entry of decelerating spheres // *Physics of Fluids*. – 2010. – 22:032102.
2. Taghizadeh Valdi M. H., Atrechian M. R., Shalkoohy J., Chavoshi E. Numerical Investigation of Water Entry Problem of Pounders with Different Geometric Shapes and Drop Heights for Dynamic Compaction of the Seabed // *Geofluids*. – 2018. – Vol. 18. – P. 1-18.
3. Кузькин В. А., Михалюк Д. С. Применение численного моделирования для идентификации параметров модели Джонсона-Кука при высокоскоростном деформировании алюминия // *Вычислительная механика сплошных сред*. – 2010. – Т.3, № 1. – С. 32-43.

ДИФФУЗИОННЫЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛА С НЕОДНОРОДНОСТЯМИ
ЭЛЛИпсоИДАЛЬНОЙ ФОРМЫ

Введение. При диффузии вещества в композитных материалах концентрация не является непрерывной функцией на границе раздела фаз, что, тем не менее, чаще всего игнорируется при определении эффективных коэффициентов диффузии. Разрыв функции концентрации на границе между матрицей и неоднородностью обусловлен скоплением на ней или внутри неоднородности диффундирующего вещества. Данное явление называется эффектом сегрегации. Учету эффекта сегрегации при определении коэффициентов диффузии посвящено лишь незначительное количество публикаций. В частности, в [1,2], где рассматривались неоднородности лишь сфероидной формы.

Цель работы. Основной целью данной работы является получение выражений для эффективных диффузионных коэффициентов двухфазного композита с эллипсоидальными неоднородностями, учитывающих эффект сегрегации. Рассматривается двухфазный композит, представляющий из себя неоднородный материал с изотропной матрицей и изотропными неоднородностями эллипсоидной формы.

Методика. Обобщая методику получения тензора эффективных коэффициентов диффузии из работы [2], для модели двухфазного композита с учетом эффекта сегрегации решена задача гомогенизации. При определении коэффициентов диффузии неоднородного материала важно, помимо прочего, учитывать взаимодействие между неоднородностями, так как при больших объемных долях взаимодействие между ними оказывает большой вклад в количественные значения коэффициентов диффузии. Для учета взаимодействия нами использовалась схема Мори-Танака, в которой каждая из изолированных неоднородностей помещается в однородное поле градиента концентрации, осредненное по матрице материала [3]. В результате исследования получено выражение для эффективного тензора диффузии, учитывающее эффект сегрегации и зависящее от обобщенных микроструктурных параметров: объемной доли неоднородностей, параметра сегрегации и параметров формы неоднородностей.

Тензор эффективной диффузии в случае эллипсоидальных неоднородностей.

На границе раздела фаз матрицы (+) / неоднородности (-) выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} D_0 \frac{\partial c}{\partial n} \Big|_{x \rightarrow \partial V_1+} = D_1 \frac{\partial c}{\partial n} \Big|_{x \rightarrow \partial V_1-} \\ c|_{x \rightarrow \partial V_1+} = s c|_{x \rightarrow \partial V_1-} \end{cases} \quad (1)$$

где ∂V_1 – граница раздела фаз, c – концентрация, \mathbf{n} – нормаль к границе, s – параметр сегрегации. Первое граничное условие отвечает за равенство потоков на границе неоднородности, а второе граничное условие описывает эффект сегрегации.

Процедура гомогенизации заключается в переходе от неоднородного материала к однородному с анизотропными свойствами. В результате решения данной задачи получается тензор эффективной диффузии, имеющий следующий вид:

^(*)Д.М. Пашковский, mr.vivivilka@icloud.com

$$\mathbf{D}_{\text{eff}} = \mathbf{D}_0 + \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n V_i (\mathbf{D}_i - s\mathbf{D}_0) \cdot \boldsymbol{\Lambda}_c^i \cdot \left[\frac{s}{V} \sum_{i=1}^n V_i \boldsymbol{\Lambda}_c^i + (1 - \varphi) \mathbf{E} \right]^{-1} \quad (2)$$

где \mathbf{E} – единичный тензор, $\mathbf{D}_0 = D_0 \mathbf{E}$, $\mathbf{D}_i = D_i \mathbf{E}$ – тензоры диффузии матрицы и неоднородностей, n – количество неоднородностей, i – номер неоднородности, V_i – объем ой неоднородности, V – репрезентативный объем, $\varphi = \sum_{i=1}^n V_i / V$ – объемная доля неоднородностей.

Тензор $\boldsymbol{\Lambda}_c^i$ в выражении (2) имеет следующий вид [2]:

$$\boldsymbol{\Lambda}_c^i = [s\mathbf{E} + \mathbf{P}_i \cdot (\mathbf{D}_i - s\mathbf{D}_0)]^{-1} \quad (3)$$

где \mathbf{P}_i – тензор Хилла.

В данной работе рассматриваются неоднородности эллипсоидальной формы общего вида, поэтому тензор Хилла будет иметь следующий вид [4]:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{4\pi D_0} (I_1 \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1 + I_2 \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_2 + I_3 \mathbf{e}_3 \mathbf{e}_3) \quad (4)$$

где $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ – орты главных осей эллипсоидальной неоднородности, I_1, I_2 и I_3 – эллиптические интегралы в симметричной форме Карлсона:

$$I_j = I_j(a_1, a_2, a_3, a_j) = 2\pi a_1 a_2 a_3 \int_0^{+\infty} \frac{dp}{(a_j^2 + p) \sqrt{(a_1^2 + p)(a_2^2 + p)(a_3^2 + p)}}, j = 1, 2, 3 \quad (5)$$

где a_1, a_2, a_3 – полуоси эллипсоида. В случае сфероидальных неоднородностей эти интегралы вычисляются аналитически, но в общем случае невозможно вычислить их в элементарных функциях. Поэтому для моделирования используются специальные квадратурные формулы из работы [5].

Выражение (2) с учетом (3) и (4) преобразуется к следующему виду:

$$\mathbf{D}_{\text{eff}} = D_0 \mathbf{E} + \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n V_i (D_i - sD_0) \sum_{j=1}^3 R_j \mathbf{e}_j \mathbf{e}_j \quad (6)$$

где коэффициенты R_j :

$$R_j = \left(s + \frac{D_i - sD_0}{4\pi D_0} I_j^i \right)^{-1} \left(\frac{s}{V} \sum_{i=1}^n V_i \left(s + \frac{D_i - sD_0}{4\pi D_0} I_j^i \right)^{-1} + (1 - \varphi) \right)^{-1} \quad (7)$$

Результаты. При построении зависимостей компонент тензора \mathbf{D}_{eff} от объемной доли неоднородностей и параметра сегрегации предположим, что все неоднородности имеют одинаковую форму и ориентированы одинаковым образом. Это означает, что в выражении (6) все эллиптические интегралы $I_j^i = I_j(a_1, a_2, a_3)$ одинаковые. Коэффициент диффузии матрицы материала примем равным $D_0 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/\text{с}$, а неоднородностей - $D_1 = 9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$. Рассмотрим случай, когда вещество будет скапливаться на границе раздела фаз, а это значит, что параметр сегрегации должен быть положительным: $s > 1$. Положим далее $s = 2$. На рис.1 показана зависимость компонент тензора \mathbf{D}_{eff} ($a_1 > a_2 > a_3$) от объемной доли неоднородностей.

Из рис.1 видно, что чем более вытянуто включение по определённому направлению, то тем больше коэффициент диффузии в этом направлении. На рис.2 показана зависимость компонент тензора \mathbf{D}_{eff} (при $a_1 > a_2 > a_3$) от параметра сегрегации s .

Зависимость построена для объемной доли неоднородностей $\varphi = 0.9$. Из рис. 2 видно, что учет эффекта сегрегации оказывает влияние на эффективные свойства неоднородного материала. С увеличением параметра сегрегации значения эффективных коэффициентов диффузии убывают.

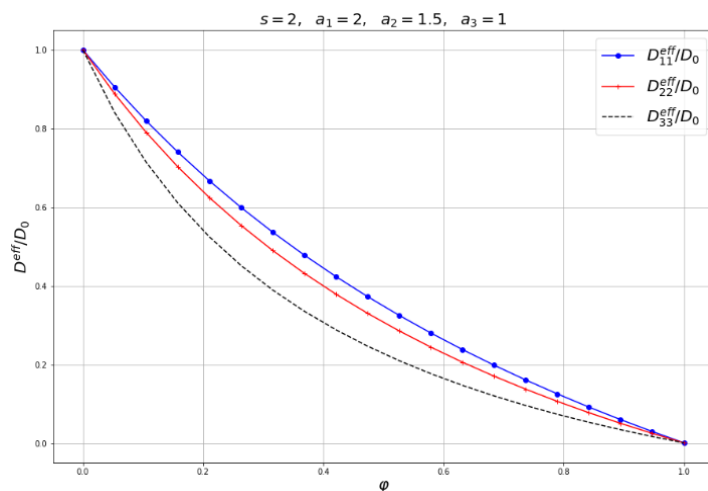


Рис. 1. Зависимость компонент тензора \mathbf{D}_{eff} от объемной доли неоднородностей φ

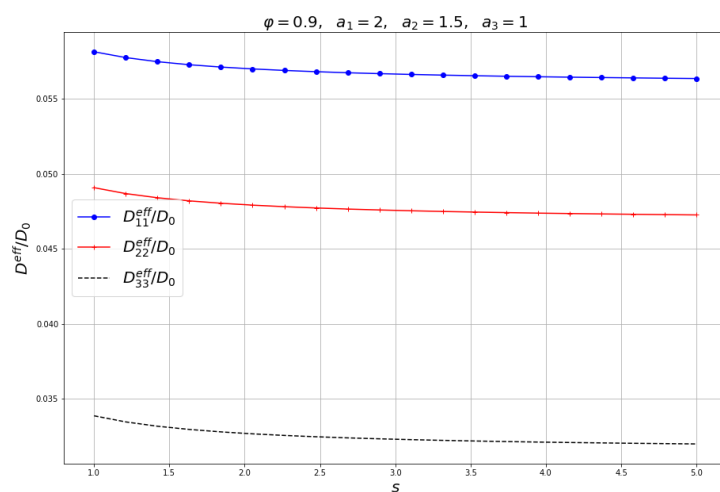


Рис. 2. Зависимость компонент тензора \mathbf{D}_{eff} от параметра сегрегации s

Заключение. Построено выражение для тензора эффективных коэффициентов диффузии \mathbf{D}_{eff} композитного материала с эллипсоидальными неоднородностями. При построении выражения для \mathbf{D}_{eff} учитывался эффект сегрегации. Проанализировано влияние формы неоднородности и значений скачка концентрации на эффективные коэффициенты диффузии.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда, проект № 18-19-00160.

ЛИТЕРАТУРА

1. Anna G. Knyazeva, Galina P. Grabovetskaya, Ivan P. Mishin & Igor Sevostianov (2015) On the micromechanical modelling of the effective diffusion coefficient of a polycrystalline material, Philosophical Magazine, 95:19, 2046-2066, DOI: 10.1080/14786435.2015.1046965
2. Frolova K.P., Vilchevskaya E.N. Effective diffusivity of transversely isotropic material with embedded pores // Materials Physics and Mechanics. 2021, V. 47. N. 6. P. 937- 950, DOI: 10.18149/MPM.4762021_12
3. Mori T, Tanaka K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. Acta metallurgica. 1973;21(5): 571-574.
4. Kachanov, M., Sevostianov, I. Micromechanics of Materials, with Applications, 2018, DOI: 10.1007/978-3-319-76204-3
5. Carlson, B.C. Numerical computation of real or complex elliptic integrals. Numer Algor 10, 13–26, 1995, DOI: 10.1007/BF02198293

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ УПРУГИХ СВОЙСТВ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА ТОЛКАЮЩЕГО ВИНТА БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И РАСЧЕТНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Введение. В настоящее время наиболее эффективным конструкционным решением для винтов беспилотных летающих аппаратов является использование композиционных материалов [1]. К данным материалам предъявляются жёсткие требования по прочности, виброактивности и весовым характеристикам. Для улучшения изгибных свойств лопаток традиционно используются градиентные волокнистые композиты с внутренними полостями. Повышение эксплуатационных характеристик может быть достигнуто за счет использования nano-частиц (глобулярный углерод с содержанием фуллерена 0.02503%).

Цель работы. Целью данного исследования является расчетное определение эффективных упругих свойств композиционных материалов и их экспериментальная проверка. Краевые задачи решались в трёхмерной постановке с использованием метода конечно-элементной гомогенизации в программном комплексе ANSYS. Планируется, что результаты определения эффективных упругих свойств будут использованы для расчетов прочности, долговечности и виброактивности лопастей (рис. 1а) толкающих винтов беспилотных летательных аппаратов.

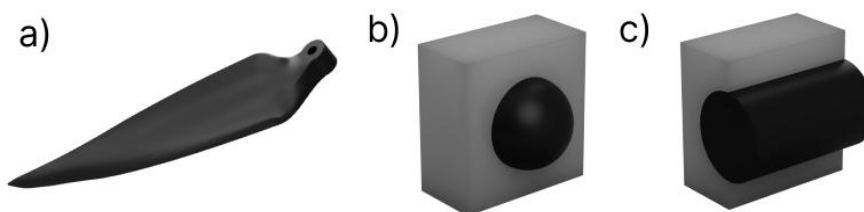


Рис. 1. Твердотельная модель лопасти винта беспилотного летательного аппарата (а). ЭПО композита лопасти (используемые при КЭ гомогенизации) в случаях: б) сферических и с) цилиндрических включений

Постановка задачи. Для определения эффективных упругих свойств композиционного материала рассматривались элементарные представительные объемы (ЭПО) в форме куба (рис. 1б и с) с цилиндрическими (учет волокон) и сферическими (учет фуллереновой сажи) включениями. В качестве граничных условий рассматривались силовые и кинематические граничные условия, а также условия периодичности. Задачи решались в инфинитезимальной изотермической постановке. Для оценки допустимых границ упругих модулей рассматривались приближения Фойгта (1) и Рейсса (2) [2]:

$$G_{eff} = c_1 G_1 + c_2 G_2 + c_3 G_3, \quad K_{eff} = c_1 K_1 + c_2 K_2 + c_3 K_3, \quad (1)$$

$$\frac{1}{G_{eff}} = \frac{c_1}{G_1} + \frac{c_2}{G_2} + \frac{c_3}{G_3}, \quad \frac{1}{K_{eff}} = \frac{c_1}{K_1} + \frac{c_2}{K_2} + \frac{c_3}{K_3}, \quad (2)$$

где c_i – объемная доля i -ой фазы, G_i – модули сдвига отдельных фаз, K_i – модули объемного сжатия отдельных фаз.

^(*) Р.И. Петров, petrov.ri@edu.spbstu.ru

Тензор эффективных упругих модулей ${}^4C_{eff}$ композита [3] определялся на основе конечно-элементной гомогенизации [4] с использованием осредненных по ЭПО тензоров напряжений и деформаций:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{V_{\text{ЭПО}}} \int_{V_{\text{ЭПО}}} \sigma \, dV, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{1}{V_{\text{ЭПО}}} \int_{V_{\text{ЭПО}}} \varepsilon \, dV. \quad (3)$$

Компоненты тензора эффективных упругих модулей вычисляются на основе уравнения:

$$\bar{\sigma} = {}^4C_{eff} \cdot \bar{\varepsilon}. \quad (4)$$

Свойства материала для отдельных фаз. Все фазы считались изотропными. Для эпоксидной матрицы задавались упругие модули $E_1 = 3780$ МПа, $\nu_1 = 0,35$ [5]. Для слоя с фуллереновой сажей $E_2 = 1000000$ МПа, $\nu_2 = 0,3$ [6]. Для углеродных волокон $E_3 = 230000$ МПа, $\nu_3 = 0,2$.

Результаты расчетов. Задача решалась в предположении ортотропии упругих свойств композитного материала. Целью расчета являлось получение 9 упругих констант: E_1^{eff} , E_2^{eff} , E_3^{eff} , G_1^{eff} , G_2^{eff} , G_3^{eff} , ν_{12}^{eff} , ν_{23}^{eff} , ν_{31}^{eff} .

Примеры вычисления полей вертикальных напряжений представлены на рис. 2.

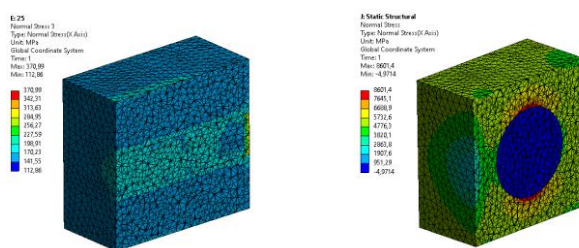


Рис. 2. Пример распределения полей вертикальных напряжений (нормальные напряжения в направлении оси 3) для ЭПО с цилиндрическим (слева) и шаровым (справа) включением

При проведении расчётов рассматривались различные модели учета композиций (чистая матрица, матрица с волокнами, матрица с фуллеренами) и различные концентрации фуллеренов

В соответствии с формулами (3) и (4) вычислены эффективные упругие модули композитов с шаровыми и цилиндрическими включениями, представленные в табл. 1 и 2.

Табл. 1. Эффективные упругие модули ЭПО из эпоксидной смолы и фуллереновой сажи (шаровое включение)

	E_{eff} (МПа)	G_{eff} (МПа)	ν_{eff}
Эпоксидная смола	$E_1 = 3780,0$	$G_1 = 1400$	$\nu_1 = 0,35$
Эпоксидная смола + Фуллерен (0,02%)	$E_1 = 3945,8$ $E_2 = 3945,8$ $E_3 = 3945,8$	$G_1 = 1460,1$ $G_2 = 1460,1$ $G_3 = 1460,1$	$\nu_1 = 0,348$ $\nu_2 = 0,348$ $\nu_3 = 0,348$
Эпоксидная смола + Фуллерен (0,04%)	$E_1 = 4128,9$ $E_2 = 4128,9$ $E_3 = 4128,9$	$G_1 = 1520,3$ $G_2 = 1520,3$ $G_3 = 1520,3$	$\nu_1 = 0,345$ $\nu_2 = 0,345$ $\nu_3 = 0,345$
Эпоксидная смола + Фуллерен (0,08%)	$E_1 = 4551,8$ $E_2 = 4551,8$ $E_3 = 4551,8$	$G_1 = 1642,1$ $G_2 = 1642,1$ $G_3 = 1642,1$	$\nu_1 = 0,339$ $\nu_2 = 0,339$ $\nu_3 = 0,345$
Фуллереновый наполнитель	$E_1 = 1000000,0$	$G_1 = 1642,1$	$\nu_1 = 0,3$

Табл. 2. Эффективные упругие модули ЭПО из эпоксидной смолы и углеродных нанотрубок (цилиндрическое включение)

	E_{eff} (МПа)	G_{eff} (МПа)	ν_{eff}
Эпоксидная смола	$E_1 = 3780,0$	$G_1 = 1400$	$\nu_1 = 0,35$
Эпоксидная смола + Углеродные нановолокна (25%)	$E_1 = 60312,0$ $E_2 = 5625,6$ $E_3 = 5625,6$	$G_1 = 2027,4$ $G_2 = 2039,8$ $G_3 = 2027,4$	$\nu_1 = 0,307$ $\nu_2 = 0,307$ $\nu_3 = 0,512$
Эпоксидная смола + Углеродные нановолокна (30%)	$E_1 = 71617,0$ $E_2 = 5945,0$ $E_3 = 5945,0$	$G_1 = 2188,0$ $G_2 = 2223,4$ $G_3 = 2188,0$	$\nu_1 = 0,299$ $\nu_2 = 0,299$ $\nu_3 = 0,514$
Эпоксидная смола + Углеродные нановолокна (50%)	$E_1 = 117000,0$ $E_2 = 7627,1$ $E_3 = 7627,1$	$G_1 = 3038,4$ $G_2 = 3232,0$ $G_3 = 3038,4$	$\nu_1 = 0,267$ $\nu_2 = 0,267$ $\nu_3 = 0,515$
Эпоксидная смола + Углеродные нановолокна (75%)	$E_1 = 173000,0$ $E_2 = 12687,0$ $E_3 = 12687,0$	$G_1 = 5287,7$ $G_2 = 5234,2$ $G_3 = 5287,7$	$\nu_1 = 0,229$ $\nu_2 = 0,229$ $\nu_3 = 0,469$
Углеродные нановолокна	$E_1 = 230000,0$ $E_2 = 23000,0$ $E_3 = 23000,0$	$G_1 = 9000$ $G_2 = 8214$ $G_3 = 9000$	$\nu_1 = 0,2$ $\nu_2 = 0,4$ $\nu_3 = 0,2$

Для верификации полученных значений эффективных упругих модулей были проведены экспериментальные исследования по определению осевого модуля Юнга на призматических образцах при трехточечном изгибе по ISO 178 [7]. Результаты экспериментов для 6 образцов для комбинаций «эпоксидная смола», «эпоксидная смола + фуллерен (0,02%)», «эпоксидная смола + фуллерен (0,04%)» продемонстрировали удовлетворительное соответствие расчетным значениям (Табл. 1).

Заключение. На основе метода конечно-элементной гомогенизации вычислены эффективные упругие модули композитных материалов с шаровыми и цилиндрическими включениями. Сравнение с результатами экспериментов при трехточечном изгибе призматических образцов с различными концентрациями фуллеренов показало удовлетворительную точность. Полученные в расчетах значения эффективных модулей могут использоваться для расчетов напряженно-деформированного состояния и оценки прочности лопаток беспилотных летательных аппаратов. В дальнейшем планируется также учесть специфику взаимодействия фуллеренов с матрицей путем введения дополнительного переходного сферического слоя с упругими свойствами, определяемыми на основе экспериментов с различными концентрациями фуллеренов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ramesh M et al // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. – 2021 – Vol. 1017 – P. 012032
2. Kachanov M., Sevostianov L. 2018, Solid Mechanics and Its Applications Micromechanics of Materials, with Applications, 317, Springer, Berlin, Germany.
3. Скворцов Ю.В. Механика композиционных материалов, Самарский Государственный Аэрокосмический Университет им. Академика С.П. Королёва.
4. Семенов А.С., Грищенко А.И., Мельников Б.Е. Конечно-элементное моделирование деформирования костной ткани на субмикроскопическом уровне // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического ун-та. Физ.-мат. науки. 2014. № 3 (201). С. 20-34.
5. ANSYS material database - <https://www.ansys.com/products/materials/materials-data-library>
6. Prasanthi P., Rao G.S., Gowd B.U. Mechanical behavior of fullerene reinforced fiber composites with interface defects through homogenization approach and finite element method // International Journal of Advanced Science and Technology. – 2015. – Vol. 78, – P. 67–82.
7. ISO 178 standard - <https://www.iso.org/ru/standard/70513.html>.

ВЛИЯНИЕ ПОРИСТОСТИ КЕРНА НА ЕГО УПРУГИЕ И
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

Введение. В условиях истощения действующих месторождений нефти и газа и при негативной тенденции в открытии новых залежей все большее значение в мире приобретает разработка трудноизвлекаемых запасов (ТРИЗ). По экспертным оценкам месторождения с «легкими запасами» углеводородов в России истощены более чем наполовину, и скорость их истощения лишь возрастает. Поэтому сегодня нефтяные компании все больше заинтересованы в поиске новых технологий и методов извлечения трудноизвлекаемых запасов, что в свою очередь требует более глубокого и высокоэффективного подхода к исследованию горных пород пластов коллекторов.

Одним из перспективных методов неразрушающего исследования горных пород – это создание цифрового двойника поровой структуры керна. При помощи цифровой реконструкции возможно прогнозировать с высокой степенью достоверности упругие и прочностные свойства породы, насыщенность пород углеводородами, и, что не менее важно, давать оценку возможной доли извлекаемых запасов пласта. Данные такого рода позволят повысить эффективность разработки эксплуатируемых месторождений, выбрать оптимальные технологии разработки новых месторождений углеводородов, а главное состоит в том, что создание реальной трехмерной модели керна при помощи рентгеновской томографии позволяет получить важные данные без разрушения керна [1], и таким образом реальные образцы керна могут быть сохранены для проведения фильтрационных исследований [2, 3].

В данной работе представлены результаты создания цифровой структуры порового пространства, для чего применялась специально написанный инструмент «реконструктор». Он обрабатывает данные рентгеновской томографии керна и на их основе производится реконструкция горной породы, которая произведена при помощи метода марширующих кубов, на основе обработки полигональной сетки изоповерхности трехмерного скалярного поля. Входными данными для алгоритма программы являются сделанные послойно томографические снимки керна, которые оцифрованы с помощью методов компьютерного зрения, основанные на машинном обучении. Машинное обучение направлено на обработку изображений: выявление структуры порового пространства, каверн; удаления шумов и других помех, вызванных работой томографа.

Целью данной работы являлось исследование зависимости упругих и упруго-пластических свойств от процентного содержания пор в горной породе на основе методов конечно-элементной гомогенизации в применении к представительным объемам реальных поросодержащих кернов. На основе данных компьютерной томографии кернов были разработаны трехмерные конечно-элементные модели, с помощью которых были решены краевые задачи с использованием программной системы ANSYS.

Реконструирование порового пространства на основе компьютерной томографии.

В результате работы реконструктора была полученная твердотельная модель керна. Для уменьшения трудозатрат и оптимизации времени работы вычислительных ресурсов, была рассмотрена область керна радиусом в один миллиметр и в три слоя, а также была применена симметрия (модель разделена на одну четвертую).

^(*) Д.О. Прихна, dprikhna@gmail.com

Основные шаги работы реконструктора:

1. Обработка томографических изображений;
2. Воссоздание твердотельной модели керна;
3. Упрощение твердотельной модели и порового пространства (при необходимости);
4. Определение пористости керна;
5. Построение сетки и экспорт конечно-элементной модели.

На рис. 1 представлена твердотельная модель и конечно-элементная модель керна с граничными условиями. Абсолютная пористость определяется как объем пор в общем объеме керна и составляет в рассматриваемом случае 10%.

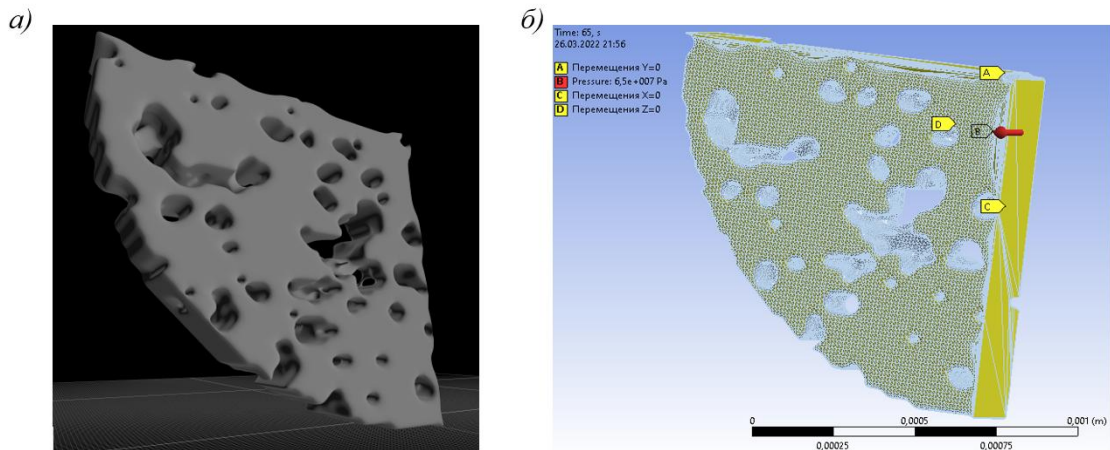


Рис. 1. Керн с абсолютной пористостью 10%:

а) твердотельная модель; б) конечно-элементная модель с граничными условиями

Влияние пористости керна на упругие, упругопластические и вязкопластические физико-механические свойства. Для определения свойств породы при различных процентах пористости, поровое пространство твердотельной модели керна было упрощено искусственно. Рассмотрены физико-механические характеристики керна при осевой нагрузке в 65 МПа, для 10 %, 5 % и 2,5 % абсолютной пористости. При выполнении расчетов применялись модели линейной упругости, мультилинейной пластичности с изотропным упрочнением, а также использовалась вязкопластическая модель Пэжины. Основные механические свойства, использованные в расчетах, представлены в табл. 1.

На рис. 2 представлены распределения полей осевых деформаций для упругой и упругопластической модели материала при давлении 65 МПа и 10% пористости.

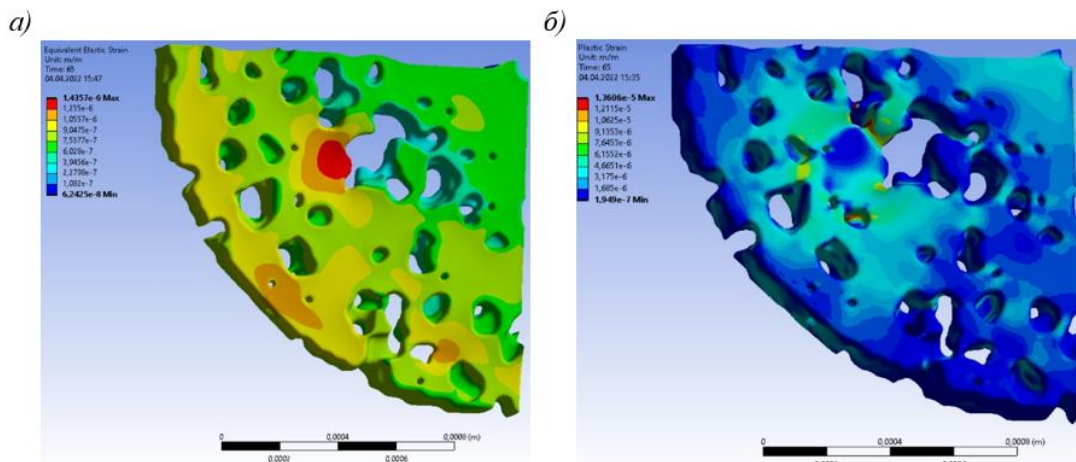


Рис. 2. Распределения полей осевых деформаций при 10% пористости для:

а) упругой и б) упругопластической модели материала

Табл.1. Механические свойства керна при температуре 22 °С

Плотность	Модуль Юнга	Коэффициент Пуассона	Модуль сдвига
2500 кг/м ³	2 · 10 ¹⁰ Па	0,22	8,197 · 10 ⁹ Па

Графики зависимостей напряжений от деформации для упругой и упругопластической моделей при 10%, 5% и 2.5% пористости представлены на рис. 3. Наблюдается существенная чувствительность полученных результатов к изменению пористости.

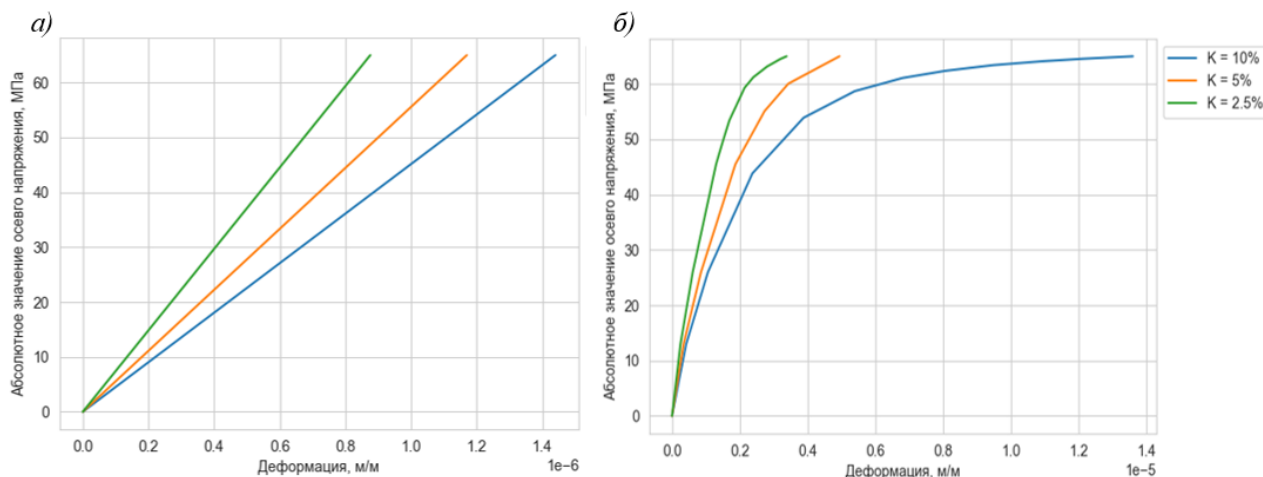


Рис. 3. Влияние пористости на зависимости напряжений от деформаций для:
а) упругой и б) упругопластической модели материала

Заключение. Представлен подход к определению эффективных механических свойств горной породы с помощью создания цифрового двойника керна. Цифровой двойник образца получен на основе послойной рентгеновской томографии и ее программной обработке. Для определения механических свойств была построена конечно-элементная модель при помощи специально созданного инструмента «реконструктор», написанного на языке Python. Для определения эффективных свойств пористого материала применялся метод конечно-элементной гомогенизации.

Получены и проанализированы результаты влияния абсолютной пористости образца керна на упругие и упругопластические свойства породы. Показано, что при температуре 22°С влияние вязких свойств на рассматриваемых интервалах времени нагружения можно считать незначительным. Влияние пористости на кривые упругого и упругопластического деформирования в диапазоне от 2,5 % до 10 % является значительным.

Предложенный подход прямого моделирования поведения керна с учетом его реальной микроструктуры может быть также использован для идентификации параметров пороупругих и поропластических феноменологических моделей [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Грищенко А.И., Семенов А.С., Мельников Б.Е. Моделирование процессов деформирования и разрушения керна при его извлечении с больших глубин // Записки Горного института. – 2021. – Т. С 248
2. Воробьев К.А., Воробьев А.Е., Тчаро Х. Цифровизация нефтяной промышленности: технология «цифровой» керна // Вестник Евразийской науки. – 2018. – №3. С. 1-4.
3. Ulmishek, Gregory F. Petroleum Geology and Resources of the West Siberian Basin, Russia (англ.) // U.S. Geological Survey Bulletin journal. – 2003. – No. 2201– G. – P. 49.
4. Le-Zakharov S.A., Melnikov B.E., Semenov A.S. Nonlinear analysis of fluid saturated soil and rock under complex hydromechanical loading on the base of poroplastic models // Materials Physics and Mechanics. – 2017. – Vol. 31 (1/2) – P. 32-35.

ОДНОМЕРНАЯ ЗАДАЧА О РАСПРОСТРАНЕНИИ ФРОНТА ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ
В УПРУГОМ ТЕЛЕ

Введение. В данной работе рассматриваются вопросы, связанные с решением связанной задачи, сформулированной для описания распространения плоского фронта химической реакции в упругом теле. Для описания влияния напряжений на кинетику фронта используется концепция тензора химического сродства. Выражение для тензора сродства было получено в [1] как следствие фундаментальных законов и второго закона термодинамики в виде неравенства Клаузиуса – Дюгема (см. также [2, 3] и обзорную статью [4]). Проводится сравнение результатов, полученных в нестационарной и квазистационарной постановках задачи диффузии.

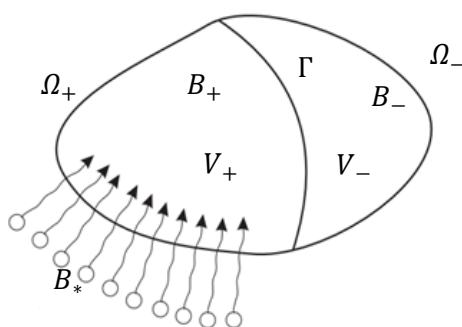


Рис.1. Схематическое изображение тела с распространяющимся фронтом химической реакции

Постановка задачи. Исследуется распространение плоского фронта химической реакции в упругом теле. В результате реакции между упругим материалом B_- и диффундирующим компонентом B_* возникает деформируемый материал B_+ , который предполагается упругим. Реакция сопровождается собственной деформацией превращения – объемным расширением, связанным с различием молярных масс и плотностей твердых компонентов, и изменением модулей упругости. Реакция локализована на фронте реакции Γ и поддерживается диффузией вещества B_* через область V_+ , занятую превращенным материалом B_+ . Диффундирующий компонент поступает в область V_+ через поверхность Ω_+ и полностью поглощается химической реакцией на фронте Γ (рис. 1).

Рассматриваемая задача является связанной: напряжения влияют на скорость фронта химической реакции, а движение фронта, сопровождающееся собственной деформацией превращения, приводит к возникновению механических напряжений, которые зависят от положения фронта.

В общем случае постановка задачи включает следующие уравнения:

- уравнение механического равновесия с граничными условиями и определяющими уравнениями твердых компонент реакции, учитывающими деформацию превращения;
- уравнение диффузии – здесь принимается простейшее уравнение, соответствующее закону Фика:

^(*) И.А. Рублев, ilya_rublev@mail.ru

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\Delta c; \quad (1)$$

- граничные условия на поверхности Ω_+

$$D\underline{N} \cdot \nabla c + \alpha(c(\Omega_+, t) - c_*) = 0 \quad (2)$$

и на фронте реакции

$$-D\nabla c|_{\Gamma} = n_*\omega(N), \quad (3)$$

где c – концентрация диффундирующего компонента, c_* – растворимость (насыщаемость) B_* в B_+ , D – коэффициент диффузии, α – коэффициент переноса, N – вектор нормали к границе, $\omega(N)$ – скорость реакции на ориентированной площадке с нормалью N , n_* – стехиометрический коэффициент реакции;

- начальное условие – отсутствие диффундирующего компонента в теле в начальный момент времени;
- кинетическое уравнение, определяющее зависимость скорости реакции и, следовательно, скорость фронта от концентрации диффундирующего компонента и напряженно-деформированного состояния.

Кинетическое уравнение замыкает систему уравнений и в данной работе принимается в виде зависимости скорости реакции на ориентированной площадке от нормальной компоненты A_{NN} тензора химического сродства:

$$\omega(N) = k_*c \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{A_{NN}}{RT}\right) \right\}, \quad (4)$$

где T – температура, R – универсальная газовая постоянная.

В случае малых деформаций нормальная компонента тензора сродства может быть представлена в виде [1, 2]:

$$A_{NN} = \frac{n_-M_-}{\rho_-} (\gamma + w_- - w_+ + \langle \sigma \rangle : [\varepsilon]) + n_*RT \ln \frac{c}{c_*}, \quad (5)$$

где $\langle \sigma \rangle = \frac{1}{2}(\sigma_+ + \sigma_-)$, $[\varepsilon] = \varepsilon_+ - \varepsilon_-$ – напряжения и скачок деформаций, $w_{+/-}$ – объемные плотности энергии деформаций твердых компонентов, γ – комбинация химических энергий компонентов реакции, M_- и ρ_- – молярная масса и плотность вещества B_- , n_- – соответствующий стехиометрический коэффициент.

Кроме того, была введена равновесная концентрация c_{eq} такая, что при имеющемся напряженно-деформированном состоянии $A_{NN} = 0$. Это позволило представить выражения для скорости реакции $\omega(N)$ и скорости фронта W в виде:

$$\omega(N) = k_*(c(\Gamma) - c_{eq}), \quad (6)$$

$$W = \frac{n_-M_-}{\rho_-} \omega_n = \frac{n_-M_-}{\rho_-} k_*(c(\Gamma) - c_{eq}), \quad (7)$$

где напряжения влияют на кинетику через c_{eq} .

Результаты. Ранее с помощью развитой теории были решены задачи о распространении фронта реакции в приближении квазистационарной диффузии. В данной работе, на примере простейшей одномерной задачи вначале исследован этап первоначального накопления диффундирующего компонента, а затем исследовано распространение фронта реакции.

Для времени начала реакции – момента отщепления фронта реакции от внешней границы тела – получены зависимости от параметров диффузии и зависящей от напряжения равновесной концентрации диффундирующего компонента. Затем для широкого диапазона значений параметров проведен анализ влияния параметров диффузии, константы скорости реакции и равновесной концентрации на распределение диффундирующего компонента в теле и скорость фронта реакции. Найденное на первом этапе решения распределение диффундирующего компонента в момент начала реакции определяет начальное условие для

задачи о распространении фронта реакции. Проведены сравнения решений, полученных в стационарной и нестационарной постановках.

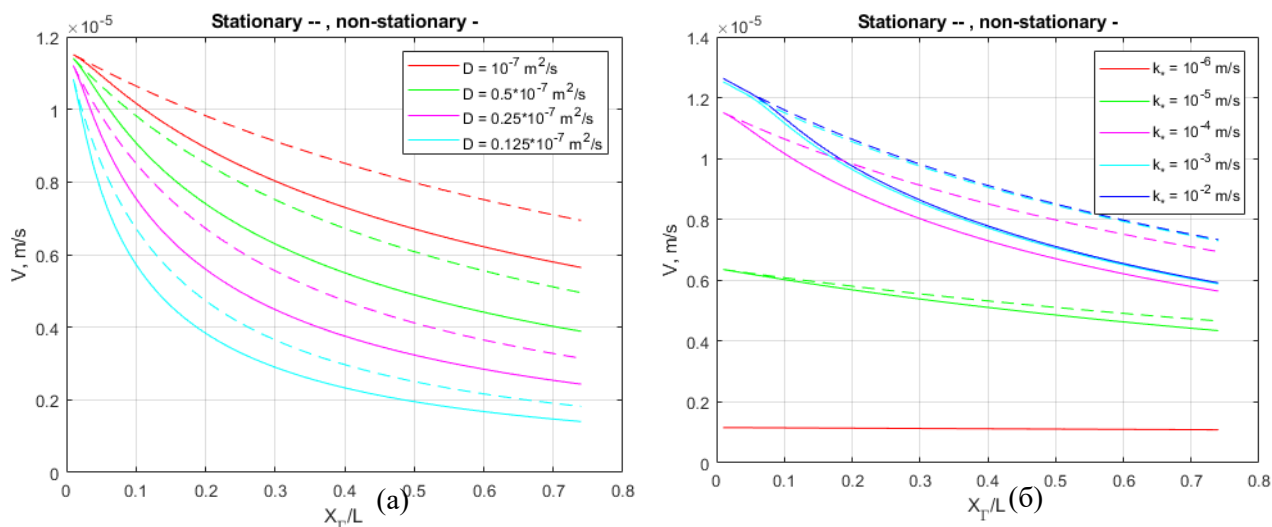


Рис. 2. Зависимости скорости фронта реакции от положения фронта при квазистационарной (пунктирные линии) и нестационарной постановках задачи диффузии при различных: (а) - коэффициентах диффузии; (б) - константах скорости реакции

На основе полученных в работе результатов, в частности, можно сделать следующие выводы:

- в рассмотренных диапазонах изменения параметров различие скоростей распространения фронта реакции в постановках квазистационарной и нестационарной диффузии может изменяться от 0 до 30%;
- на начальном этапе диффузии распределение концентрации по телу и время начала реакции наиболее чувствительны к изменению коэффициента переноса диффундирующего вещества α ;
- при уменьшении отношении коэффициента переноса α и коэффициента диффузии D , нормированного длиной образца, время до начала реакции может существенно возрасти;
- различия стационарного и нестационарного подходов возрастают при увеличении растворимости диффундирующего компонента c_* , увеличении коэффициента переноса α , увеличении коэффициента диффузии D , увеличении константы скорости реакции k_* (рис. 2).

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-19-00552-П).

ЛИТЕРАТУРА

1. Freidin A.B. (2013) Chemical affinity tensor and stress-assist chemical reactions front propagation in solids. In: ASME 2013 international mechanical engineering congress and exposition, San Diego, 13–21 Nov 2013.
2. Freidin A.B., Vilchevskaya E.N., Korolev I. Stress-assist chemical reactions front propagation in deformable solids. *Int. J. Eng. Sci.* 83: 57-75, 2014.
3. Фрейдин А.Б. (2015) О тензоре химического сродства при химических реакциях в деформируемых материалах. *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела.* 2015, № 3. С. 35-68.
4. Freidin A.B., Vilchevskaya E.N. Chemical affinity tensor in coupled problems of mechanochemistry. In: Altenbach H., Öchsner A. (eds) *Encyclopedia of Continuum Mechanics.* Springer, Berlin, Heidelberg, 2019

ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПНЫХ УПРУГИХ СВОЙСТВ НА РАСКРЫТИЕ НАКЛОННОЙ ТРЕЩИНЫ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ УГЛАХ ЕЕ НАКЛОНА

Введение. Для проектирования ответственных деталей (в первую очередь, рабочих лопаток) газотурбинных двигателей (ГТД) получает широкое распространение использование монокристаллических жаропрочных сплавов на никелевой основе [1,2]. Жаропрочные никелевые сплавы обладают кубической симметрией термоупругих свойств и могут рассматриваться, как частный случай ортотропного материала. Рабочие лопатки ГТД, являются наиболее нагруженными элементами ГТД [3], на которые действуют центробежные силы и давление газа, а также нестационарные и неоднородные поля температур. Вследствие действия различных комбинированных переменных нагрузок, в рабочих лопатках ГТД образуются трещины усталости, ползучести и термоусталости [4]. Примеры трещин в дисках и лопатках ГТД приведены на рис. 1.

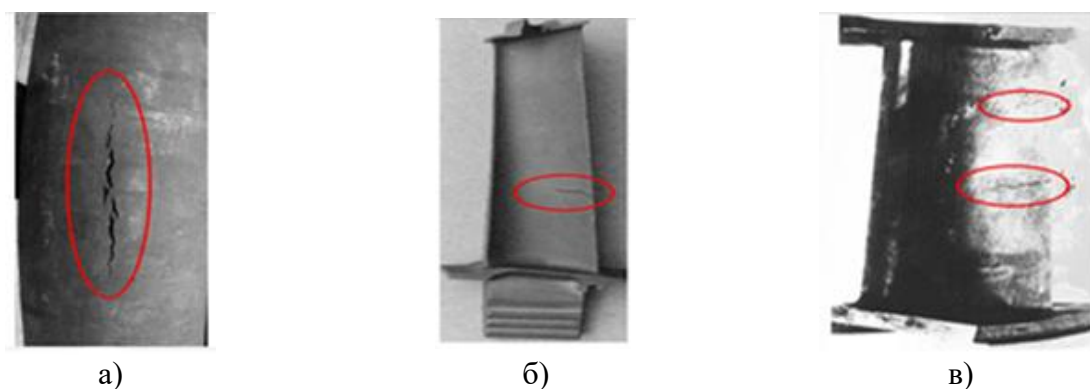


Рис 1. Различные примеры трещин в элементах ГТД

Оценка трещиностойкости жаропрочных никелевых сплавов и разработка методов вычисления параметров разрушения, в качестве которых в данной работе рассматриваются коэффициенты интенсивности напряжений (КИН) и раскрытие трещины, в случае кубической симметрии и ортотропных материалов является актуальной задачей, не получившей окончательного решения. Дополнительную сложность представляет вычисление КИН в случае смешанной моды разрушения в анизотропных материалах.

Цель работы. Целью данной работы является исследование влияния анизотропных упругих свойств материала на раскрытие наклонной трещины в условиях одноосного растяжения.

Методика исследования. Моделирование раскрытия трещин проводилось для квадратной пластины для монокристаллического материала, близкого по своим свойствам к жаропрочному никелевому сплаву ВЖМ4. Моделирование раскрытия трещины проводилось в конечно-элементном комплексе PANTOCRATOR [5]. Рассматривалась наклонная трещина в квадратной пластине. Задача решалась в предположении плоского напряженного состояния. Значение растягивающих напряжений выбиралось равным 100 МПа. Отношение длины трещины к размерам пластины соответствовало 1/22, что обеспечивает приближение поведения трещины в бесконечной плоскости с высокой точностью. Пластина крепилась по

^(*) А.В. Савиковский, savikovskii.artem@yandex.ru

оси x для исключения твердотельных перемещений. Задача решалась в статической двумерной постановке. Конечно-элементная модель пластины для случая угла поворота трещины $\varphi = 30^\circ$ показана на рис. 2.

Результаты. Исследовалось влияние упругих свойств на раскрытие трещины для случая кубической симметрии и ортотропного материала. Тестирование проводилось для изотропного материала.

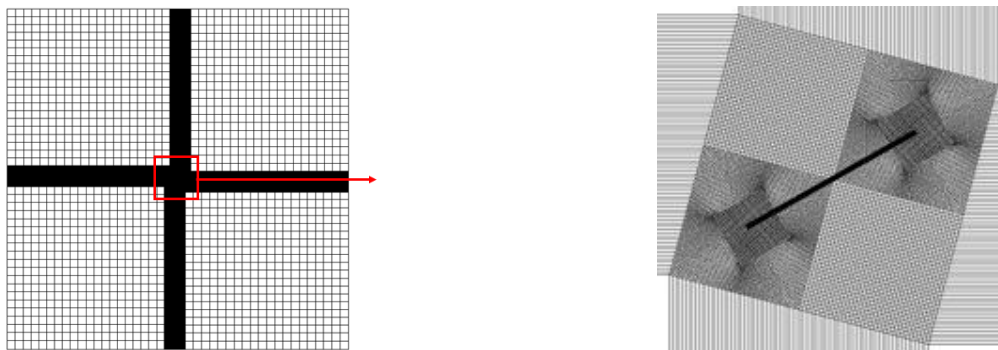


Рис. 2. Конечно-элементная модель пластины с наклонной трещиной

Задача имеет точное решение для напряжений в случае изотропного материала и горизонтальной трещины [6]. Результаты сравнения компонент напряжений σ_{xx} и σ_{yy} для горизонтальной трещины в случае изотропного материала представлены на рис. 3.

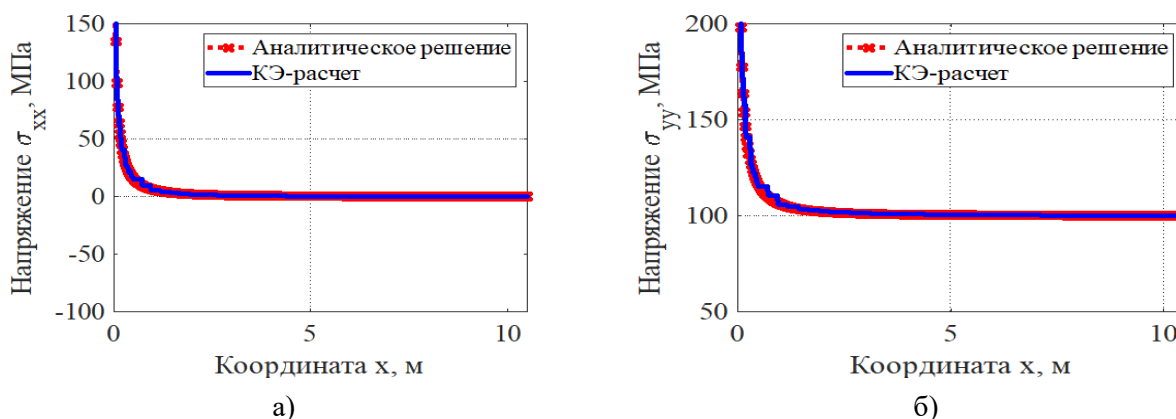


Рис. 3. Сравнение конечно-элементного и аналитического решений для а) компоненты σ_{xx} , б) компоненты σ_{yy} в случае изотропного материала

В случае изотропного и анизотропного материала существуют асимптотические выражения для перемещений около вершины трещины [7]. Также для наклонной трещины в бесконечной плоскости существует аналитическое решение для КИН в случае изотропного и анизотропного материалов, которые совпадают для данной задачи [7]. Выражения для КИН определяются следующими выражениями согласно формул:

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \cdot \cos^2\varphi, \quad K_{II} = \sigma\sqrt{\pi a} \cdot \sin\varphi\cos\varphi, \quad (1)$$

где a – полудлина трещины, φ – угол между направлением трещины и осями анизотропии материала. В асимптотических выражениях для перемещения в случае анизотропного материала из [7] присутствуют комплексные корни уравнения 4 степени, которое определяется по формуле (2), используя формализм Лехницкого [8]:

$$S'_{11}\mu^4 - 2S'_{16}\mu^3 + (2S'_{12} + S'_{66})\mu^2 - 2S'_{26}\mu + S'_{22} = 0, \quad (2)$$

где S'_{ij} – элементы матрицы податливости анизотропного материала в системе координат трещины, μ_i – комплексные корни (комплексные параметры анизотропного материала). Перемещения берегов трещины в случае материала с *кубической симметрией*, найденные в

случае плосконапряженного состояния на основе подстановки корней уравнения (2) в асимптотические выражения из [7] с использованием (1) определяются формулами:

$$u_x = \sigma\sqrt{ra} \cdot \sin\varphi \cos\varphi \cdot \sqrt{\frac{2(2+\frac{E}{G}-2\nu)}{E}}, \quad u_y = \sigma\sqrt{ra} \cdot \cos^2\varphi \cdot \sqrt{\frac{2(2+\frac{E}{G}-2\nu)}{E}}. \quad (3)$$

Аналогичным образом находятся перемещения берегов трещины в случае *ортотропного* материала по формулам:

$$u_x = \sigma\sqrt{ra} \cdot \sin\varphi \cos\varphi \cdot \sqrt{\frac{2(2\sqrt{\frac{E_1}{E_2}+\frac{E_1}{G_{12}}}-2\nu_{12})}{E_1E_2}}, \quad u_y = \sigma\sqrt{ra} \cdot \cos^2\varphi \cdot \sqrt{\frac{2(2\sqrt{\frac{E_1}{E_2}+\frac{E_1}{G_{12}}}-2\nu_{12})}{E_1E_2}}. \quad (4)$$

Из формулы (3) следует, что при увеличении E или G раскрытие трещины уменьшается и наоборот. На рис. 4 показано пример сравнения раскрытий трещины для разных свойств материала кубической симметрии для случая наклона трещины 165° . Для наглядности перемещения увеличены в 20 раз.

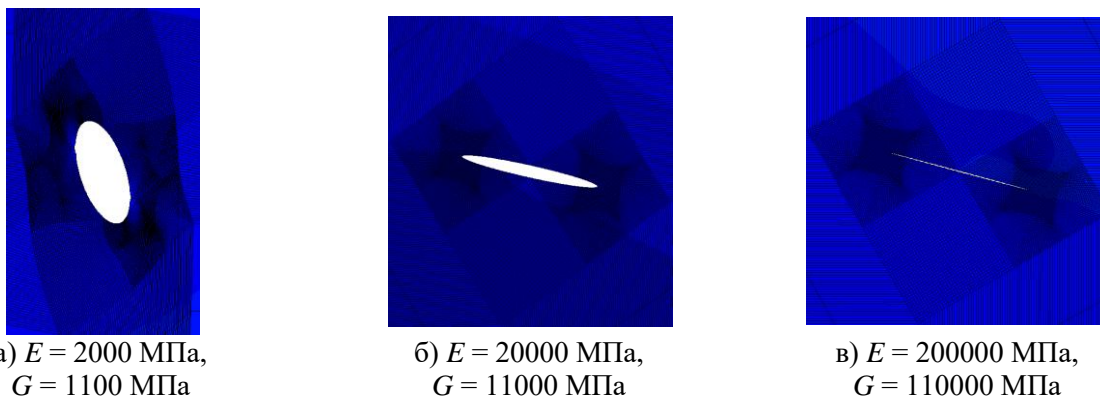


Рис. 4. Сравнение раскрытий трещины для разных свойств материала с кубической симметрией

Заключение. Получены асимптотические формулы для раскрытия трещины в материале с кубической симметрией и в ортотропном материале. Валидация предложенных соотношений проведена на основе сравнения с результатами конечно-элементных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шалин Р.Е., Светлов И.Л., Качалов Е.Б., Толораия В.Н., Гаврилин В.С. Монокристаллы никелевых жаропрочных сплавов. – М.: Машиностроение, 1997.
2. Гецов Л.Б. Материалы и прочность деталей газовых турбин, в 2 т. Том 1. – Рыбинск: Газотурбинные технологии, 2010.
3. Семенов А.С., Грищенко А.И, Колотников М.Е., Гецов Л.Б. Конечно-элементный анализ термоциклической прочности лопаток газовых турбин Часть 1. Модели материала, критерии разрушения, идентификация параметров // Вестник УГАТУ. – 2019. – Т. 23. – №1 (83). – С. 70-81.
4. Семенов А.С., Семенов С.Г., Гецов Л.Б. Методы расчетного определения скорости роста трещин усталости, ползучести и термоусталости в поли- и монокристаллических лопатках ГТУ // Проблемы прочности. – 2015. – № 2. – С. 61-87.
5. Семенов А.С. PANTOCRATOR - конечно-элементный программный комплекс, ориентированный на решение нелинейных задач механики / Труды V-ой Межд. конф. "Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций". – СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003. – С. 466-480.
6. Си Г., Либовиц Г. Математическая теория хрупкого разрушения / Разрушение под ред. Г. Либовиц / Т. 2. Математические основы теории разрушения. – М.: «Мир», 1975. – 763 с.
7. Sih G.C., Paris P.C., Irwin G.R. On cracks in rectilinearly anisotropic bodies // International Journal of Fracture Mechanics. – 1965. – № 1. – P. 189–203.
8. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 416 с.

НЕЙРОСЕТЕВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ
КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА С ВКЛЮЧЕНИЯМИ

Введение. Математическое моделирование напряженного состояния гетерогенных конструкций сложной геометрии в механике деформируемых твердых тел, как правило, осуществляется при помощи численных методов. Наибольшее распространение получил метод конечных элементов (КЭ). Однако данный подход является крайне ресурсоемким с точки зрения вычислений, так как требует построения дискретной модели (КЭ сетки) и решения систем алгебраических уравнений большой размерности.

Одним из альтернативных подходов являются методы глубокого машинного обучения, позволяющие производить укоренную экспресс оценку напряженного состояния гетерогенных образцов. В данной работе рассматривается определение напряжённо-деформированного состояния композитного материала с круговыми включениями различного радиуса. Исходными данными для процесса обучения нейронной сети являлись результаты расчета при помощи программы Abaqus с использованием геометрии образцов, генерируемых случайным образом.

В рамках данного исследования был произведен сравнительный анализ нескольких моделей свёрточных нейронных сетей:

- Colorizer [1] – нейросеть, основой которой является весьма популярная модель глубокого обучения ResNet [2];
- DynamicUnet [3] – вариант сети с заданными начальными весами для решения иной задачи, что позволяет реализовывать принцип обучения – Transfer Learning;
- Pix2Pix [4] – композиция двух нейронных сетей, состоящая из (i) блока Generator, который выдает в качестве выходной информации распределения полей напряжений, и (ii) блока Discriminator, пытающегося отличить выход из блока Generator от реального распределения.

Оценка качества моделей. В качестве основных критериев оценки качества представленных вариантов нейронных сетей используются нормы L_1 (MAE – mean absolute error – средняя абсолютная ошибка) и L_2 (MSE – mean square error – средняя квадратичная ошибка):

$$MAE = \frac{1}{W} \frac{1}{H} \sum_{j=1}^W \sum_{i=1}^H |Z_{ij} - Y_{ij}|, \quad (13)$$

$$MSE = \frac{1}{W} \frac{1}{H} \sum_{j=1}^W \sum_{i=1}^H (Z_{ij} - Y_{ij})^2, \quad (14)$$

где Z_{ij} – матрица распределения напряжений, генерируемая нейронной сетью, Y_{ij} – матрица распределения реальных напряжений, W и H – число элементов матрицы по ширине и высоте.

Сравнению подлежат выходы нейронных сетей, представленные в формате двумерных матриц, где каждому элементу соответствует некоторое значение интенсивности напряжений по Мизесу.

На рис. 1 представлено сравнение изменения критериев оценки нейронных сетей (MAE и MSE) в зависимости от итерации обучения.

Сравнение прогнозируемых распределений полей интенсивности напряжений по Мизесу, получаемых с использованием различных методов, с КЭ решением (рис. 2а) для отложенной валидационной выборки (300 итераций обучения) показано на рис. 2.

^(*) М.Р. Свириденко, max.s-vir@yandex.ru

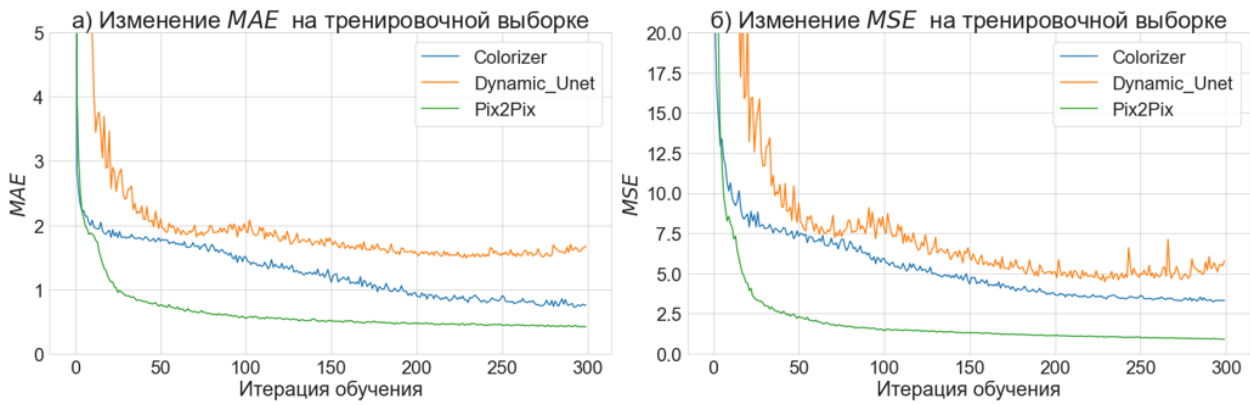


Рис. 1. Изменения критериев оценки качества нейронных сетей на тренировочной выборке в зависимости от итерации обучения

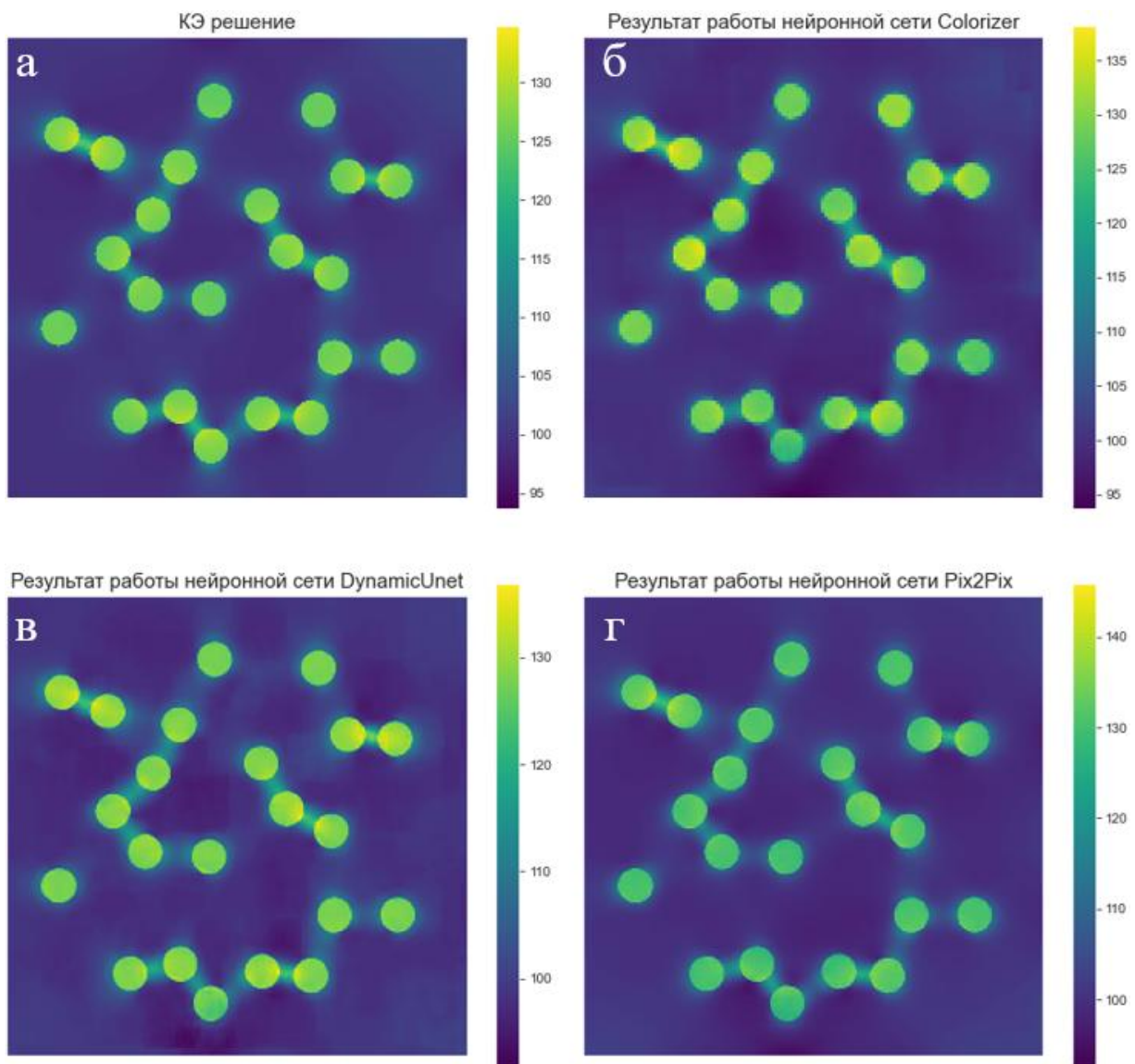


Рис. 2. Сравнение распределений полей интенсивности напряжений по Мизесу: а) эталонного конечно-элементного решения с прогнозами сетей б) Colorizer, в) DynamicUnet и г) Pix2Pix

Как видно из рис. 1, наилучшей способностью к восстановлению полей напряжений обладает нейронная сеть с архитектурой Pix2Pix (для которой на последней итерации $MAE = 0.423$; $MSE = 0.902$), наихудший прогноз дает нейросеть DynamicUnet (на последней итерации $MAE = 1.672$; $MSE = 5.790$), промежуточное значение получается при использовании архитектуры Colorizer (на последней итерации $MAE = 0.750$; $MSE = 3.312$). Следует отметить, что резкое снижение погрешности предсказаний всех нейросетей наблюдается до 50-ой итерации. При последующем до-обучении моделей улучшение точности происходит крайне медленно.

При использовании архитектуры Colorizer (рис. 2б) наблюдается сильная пикселизация на границах включений. Недостатками прогноза нейросети DynamicUnet рис. 2в является крайне завышенное значение градиентов в областях переходов от матрицы к включению. Близкий к эталонному (рис. 2а) результат получается при использовании нейронной сети Pix2Pix (рис. 2в).

Для варианта конфигурации распределения включений, представленного на рис. 2, наиболее точный прогноз *максимального* значения интенсивности напряжений по Мизесу удается получить при использовании нейросети DynamicUnet. Однако он не является консервативным (меньше реально наблюдаемого). Сети Colorizer и Pix2Pix дают несколько завышенные прогнозы экстремальных значений интенсивности напряжений. Для всех рассмотренных на рис. 2 вариантов сетей погрешность максимального значения интенсивности напряжений не превышает 8%.

Заключение. Полученные результаты многовариантных исследований указывают на возможность использования нейросетевых технологий для экспресс-анализа напряженного состояния композитов. Подобные алгоритмы могут выступать также и в качестве элемента системы машинного зрения, позволяющей оценить напряжения в режиме реального времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Melas-Kyriazy L. Image Colorization with Convolutional Neural Networks / L. Melas-Kyriazy // Blog. – 2018. – May 15. – URL: Image Colorization with Convolutional Neural Networks (lukemelas.github.io).
2. Kaiming He, Xiangyu Zhang, Shaoqing Ren, Jian Sun. Deep Residual Learning for Image Recognition. Microsoft Research // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). – 2016. – URL: <https://arxiv.org/pdf/1512.03385.pdf>.
3. Howard J., Gugger S. Fastai: A Layered API for Deep Learning // MDPI journals. – 2020. – February 16. URL: <https://www.mdpi.com/2078-2489/11/2/108>.
4. Isola P., Zhu J-Y., Zhou T., Efros A. A. Image-to-Image Translation with Conditional Adversarial Networks / Phillip Isola, Jun-Yan Zhu, Tinghui Zhou, Alexei A. Efros ; Berkeley AI Research (BAIR) Laboratory, UC Berkeley // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). – 2017. URL: <https://arxiv.org/pdf/1611.07004.pdf>.
5. Croom B.P., Berkson M., Mueller R. K., Presley M., Storck S. Deep learning prediction of stress fields in additively manufactured metals with intricate defect networks; Research and Exploratory Development Department, The Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory (JHU/APL), Laurel, MD 20723, USA // Mechanics of Materials. — 2021. – December. URL: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/2105/2105.10564.pdf>.
6. Bhaduri A., Gupta A, Graham-Brady L. Stress field prediction in fiber-reinforced composite materials using a deep learning approach / Anindya Bhaduria, Ashwini Gupta, Lori Graham-Brady; Department of Civil and Systems Engineering, Johns Hopkins University. – 2021. – October. URL: <https://arxiv.org/pdf/2111.05271.pdf>.

ОРИЕНТАЦИОННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ
МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ СПЛАВОВ НА НИКЕЛЕВОЙ ОСНОВЕ

Введение. Монокристаллические суперсплавы на никелевой основе нашли широкое применение в авиационных и энергетических турбинах, а также ракетных двигателях. Они являются практически безальтернативными материалами для лопаток газотурбинных двигателей 5-го и 6-го поколений. К их отличительным особенностям можно отнести высокие характеристики длительной прочности, жаростойкость, высокое сопротивление коррозии высокотемпературной ползучести за счет отсутствия межзеренных границ.

Цель работы. Целью данной работы является анализ влияния кристаллографической ориентации монокристаллических сплавов на никелевой основе на уровень пластических деформаций при одноосном растяжении. На основе склерономной микромеханической модели неупругого деформирования получены и проанализированы ориентационные зависимости пластической деформации монокристалла. Произведена оценка вклада октаэдрических и кубических систем скольжения (СС).

Методика исследования. При использовании микромеханических моделей материала [1,2] предполагается, что пластическое течение осуществляется как результат возможного скольжения в N СС, характеризуемых нормалью к α -ой плоскости скольжения \mathbf{n}^α и направлением скольжения \mathbf{l}^α ($\alpha = 1, \dots, N$).

Монокристаллические сплавы на никелевой основе имеют кубическую гранцентрированную (КГЦ) кристаллическую решетку, для которой насчитывается двенадцать октаэдрических СС вида $\{111\}\langle 011\rangle$ и шесть кубических СС вида $\{001\}\langle 011\rangle$. Октаэдрические СС состоят из четырех плоскостей скольжения $\{111\}$, при этом в каждой из этих плоскостей существует три независимых направления скольжения $\langle 011\rangle$. Для кубической СС характерны три плоскости $\{001\}$ с двумя независимыми направлениями $\langle 011\rangle$ в каждой из этих плоскостей. Механизм двойникования не рассматривается в данной работе.

В случае малых деформаций имеем [3]:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p, \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \sum_{\alpha=1}^{N_{act}} \dot{\gamma}^\alpha \mathbf{P}^\alpha, \quad \tau^\alpha = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{P}^\alpha, \quad (1)$$

где $\mathbf{P}^\alpha = \frac{1}{2}(\mathbf{n}^\alpha \mathbf{l}^\alpha + \mathbf{l}^\alpha \mathbf{n}^\alpha)$ – тензор Шмида, N_{act} – число активных СС. Множители $\dot{\gamma}^\alpha$ для упругопластической модели вычисляются на основе уравнения:

$$f^\alpha = |\tau^\alpha - X^\alpha| - R^\alpha - \tau_0 = 0. \quad (2)$$

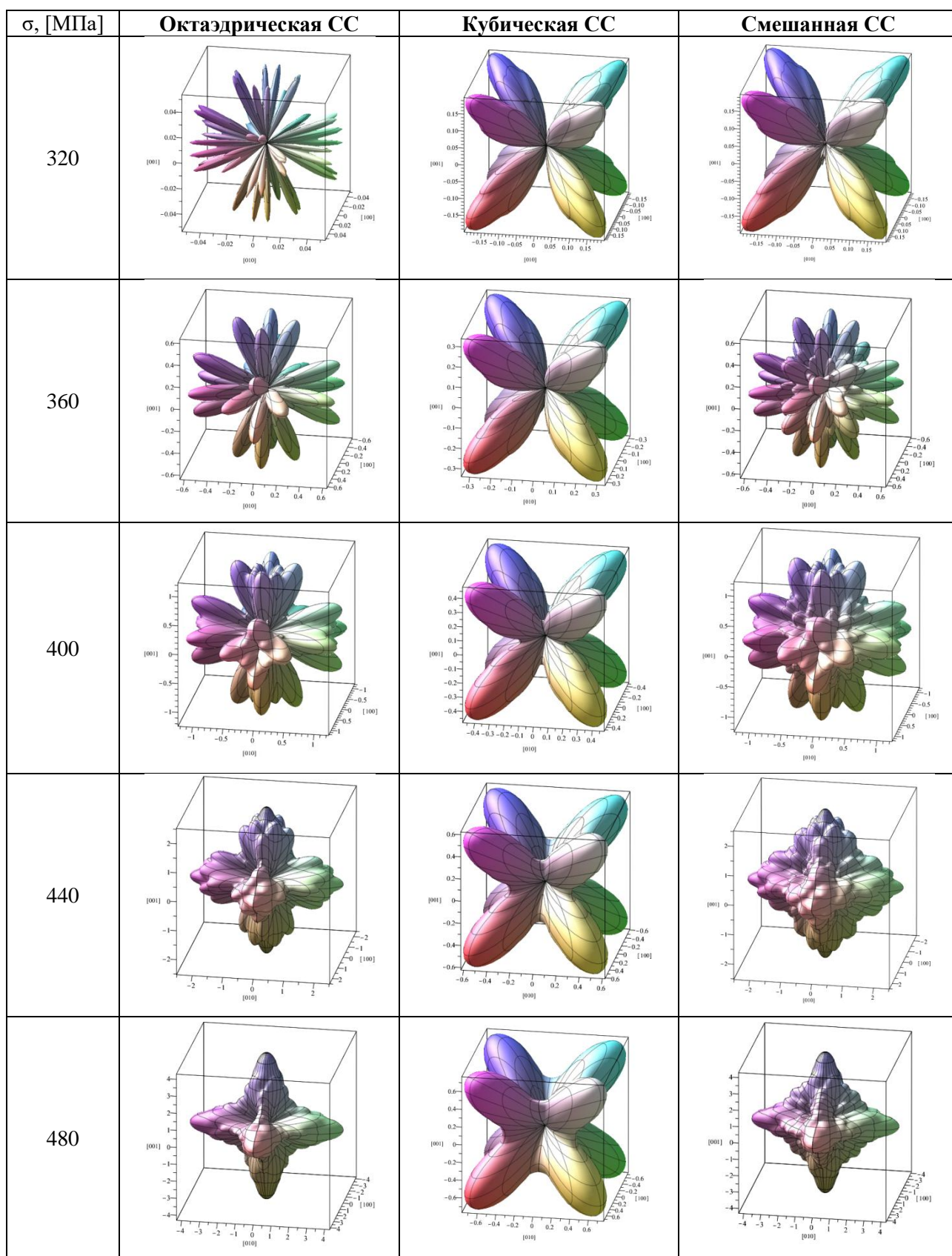
Внутренние переменные, характеризующие нелинейное изотропное и нелинейное кинематическое упрочнение, определяются равенствами [3]:

$$R^\alpha = bQ \sum_{\beta} h^{\alpha\beta} r^\beta, \quad \dot{r}^\alpha = (1 - br^\alpha) \dot{\gamma}^\alpha, \quad X^\alpha = Cx^\alpha, \quad \dot{x}^\alpha = [\text{sign}(\tau^\alpha - X^\alpha) - Dx^\alpha] \dot{\gamma}^\alpha. \quad (3)$$

Недиагональная структура матрицы изотропного упрочнения $h^{\alpha\beta}$, задаваемая в виде $h^{\alpha\beta} = H[q + (1-q)\delta_{\alpha\beta}]$, позволяет учесть перекрестное (латентное) упрочнение [2,4] путем введения в рассмотрение взаимного влияния различных СС друг на друга.

^(*) А.А. Семенова, semenova.alisa@gmail.com

Табл. 1. Сравнение ориентационных зависимостей пластической деформации для октаэдрической, кубической и смешанной систем скольжения при различных уровнях нагрузки



Результаты. В табл. 1 представлены результаты расчетов ориентационных зависимостей пластической деформации для октаэдрической, кубической и смешанной СС при различных уровнях нагрузки. При получении ориентационных зависимостей компонент тензора пластических деформаций $\varepsilon_{ij}^{p'}$ в лабораторной системе координат, связанной с образцом, на основе заданных в кристаллографической системе координат компонент ε_{st}^p использовались соотношения:

$$\varepsilon_{ij}^{p'} = \alpha_{is} \alpha_{jt} \varepsilon_{st}^p, \quad (4)$$

где результирующая матрица поворота из кристаллографической в лабораторную систему координат определяется выражением, характеризуемым 3-мя углами Эйлера φ, θ, ψ [5]:

$$[\alpha_{ij}] = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \cos \theta \sin \varphi & \cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \cos \theta \cos \varphi & \sin \psi \sin \theta \\ -\sin \psi \cos \varphi - \cos \psi \cos \theta \sin \varphi & -\sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \cos \theta \cos \varphi & \cos \psi \sin \theta \\ \sin \theta \sin \varphi & -\sin \theta \cos \varphi & \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (5)$$

При проведении расчетов использовалась модель линейного кинематического упрочнения ($Q_{oct} = Q_{cub} = 0$, $D_{oct} = D_{cub} = 0$, $C_{oct} = 30 \text{ МПа}^{-1}$, $C_{cub} = 120 \text{ МПа}^{-1}$, $\tau_{0_{oct}} = 156 \text{ МПа}$, $\tau_{0_{cub}} = 123 \text{ МПа}$). Аналитические преобразования и графическое построение ориентационных зависимостей пластической деформации производились на основе уравнений (1)-(5) с использованием программного пакета символьных вычислений Maple 2017.

Для *октаэдрических* СС при малых значениях напряжений (см. в Табл. 1 случай 320 МПа) наблюдается 48 равных локальных максимумов пластической деформаций. С ростом напряжений (360 и 400 МПа в табл. 1) остаются доминирующими 24 локальных максимума. При высоком уровне напряжений (440 и 480 МПа в табл. 1) остается только 6 равных локальных максимумов в направлении $\langle 001 \rangle$. Для *кубических* СС во всем диапазоне нагрузки (от 320 до 480 МПа в табл. 1) наблюдается 8 равных локальных максимумов пластической деформаций в направлении $\langle 111 \rangle$. Для *смешанных (октаэдрических и кубических)* СС при малых значениях напряжений (см. в табл. 1 случай 320 МПа) доминируют 8 равных локальных максимумов пластической деформации, соответствующих кубической СС. С ростом напряжений (от 360 до 480 МПа в табл. 1) начинают преобладать октаэдрические СС в направлении $\langle 001 \rangle$. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании и определении ресурса монокристаллических рабочих лопаток ГТУ, содержащих нетривиальную топологию охлаждающих отверстий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Трусов П. В., Швейкин А. И. Многоуровневые модели моно- и поликристаллических материалов: теория, алгоритмы, примеры применения / П. В. Трусов, А. И. Швейкин. — Новосибирск: Издательство СО РАН, — 2019. — 605 с.
2. Forest S., Ammar K., Appolaire B., Cordero N., Gaubert A. Micromorphic approach to crystal plasticity and phase transformation. In: Schröder J., Hackl K. (eds) Plasticity and Beyond. CISM International Centre for Mechanical Sciences. — 2014. — Vol. 550. Springer, Vienna.
3. Семенов А.С., Грищенко А.И., Колотников М.Е., Гецов Л.Б. Конечно-элементный анализ термоциклической прочности лопаток газовых турбин Часть 1. Модели материала, критерии разрушения, идентификация параметров // Вестник УГАТУ. — 2019, — Vol. 23, №1 (83), — P. 70-81.
4. Meric L. Poubanne P., Cailletaud G. Single crystal modelling for structural calculations: Part I — Model presentation, J. Engng. Mater. Techn. — 1991. — Vol. 113 — P. 162.
5. Семенов А.С., Беляев М.О., Грищенко А.И. Моделирование процесса возникновения овальности поперечного сечения образцов из монокристаллических жаропрочных никелевых сплавов при растяжении // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. — 2017. № 2. — С. 153-177.

ВЛИЯНИЕ ТОПОЛОГИИ ДОМЕННОЙ СТРУКТУРЫ СЕГНЕТОУПРУГОГО МАТЕРИАЛА НА АНИЗОТРОПИЮ ГИСТЕРЕЗИСНОГО ПОВЕДЕНИЯ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ-СЖАТИИ

Введение. Сегнетоэластоупругие материалы активно используются в технике благодаря рекордно высоким значениям пьезоэлектрических и пьезоэлектрических параметров в широком спектре технических устройств: от пьезопривода сканирующего туннельного микроскопа до инжектора топлива в автомобиле [1].

Ключевым свойством сегнетоактивных материалов является наличие спонтанной поляризации и деформации при температурах ниже температуры Кюри. Так, при комнатной температуре титанат бария находится в сегнетоэлектрической тетрагональной фазе, в которой возможны 6 ортогональных направлений спонтанной поляризации, совпадающих с кристаллографическими осями $\langle 001 \rangle$. Им соответствуют 6 типов доменов [2].

Между доменами в тетрагональной фазе существуют два типа границ: с изменением поляризации на 90° и на 180° . На границе между доменами I и J выполняются условия электрической и механической совместности: $(\mathbf{D}_I - \mathbf{D}_J) \cdot \mathbf{n} = 0$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_I - \boldsymbol{\varepsilon}_J = \frac{1}{2}(\mathbf{a}\mathbf{n} + \mathbf{n}\mathbf{a})$, где \mathbf{n} - вектор нормали к границе между доменами, \mathbf{a} - единичный вектор, обеспечивающий условие совместности деформации. Это приводит к ограниченному количеству возможных ламинатных доменных паттернов (8 топологий) [3].

Снимки реальных образцов материала, полученные с помощью растрового электронного микроскопа и сканирующего атомно-силового микроскопа, показывают, что наиболее распространены так называемые паттерны типа «водяного знака», «ёлочки» и «шашечки» [3].

Цель работы. Целью данной работы является получение данных о влиянии топологии доменной структуры сегнетоупругого материала на анизотропию гистерезисного поведения при одноосном растяжении-сжатии.

Методика исследования. В данном исследовании рассматривались элементарные представительные объемы (ЭПО) структур вышеперечисленных 3 типов, показанные на рис. 1.

При моделировании неупругого поведения ЭПО монокристаллического титаната бария при одноосном циклическом нагружении использовалась предложенная ранее микромеханическая модель [4], имплементированная в конечно-элементный пакет PANTOCRATOR [5]. Модель развивает подходы, предложенные ранее в работах [6-9].

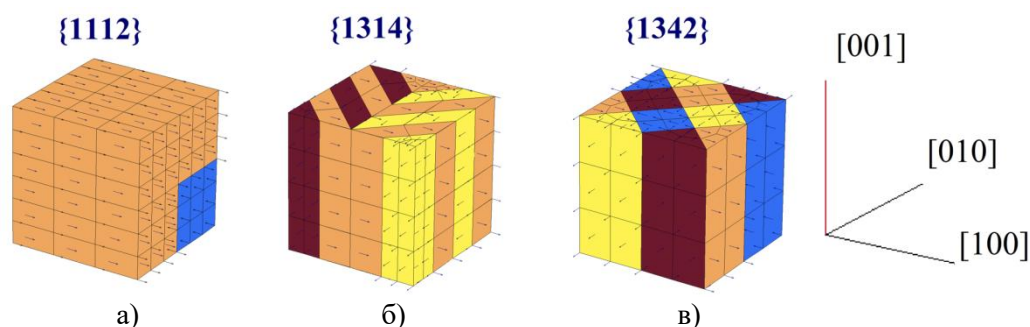


Рис. 1. ЭПО ламинатных доменных структур титаната бария типа: а) «водяного знака», б) «ёлочки» и в) «шашечки»

Эволюция доменной структуры в модели описывается через изменение объемной доли I -го домена c_I ($1 \leq I \leq N$) в ЭПО, удовлетворяющей условиям:

^(*) Н.В. Скутин, skutin.nv@edu.spbstu.ru

$$0 \leq c_I \leq 1, \quad \sum_{I=1}^N c_I = 1. \quad (1)$$

Тензор деформаций $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ и вектор электрического смещения $\tilde{\mathbf{D}}$ для домена раскладываются на линейные (упругие, обратимые) $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^I$, $\tilde{\mathbf{D}}^I$ и необратимые (пластические, остаточные) $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^r$, $\tilde{\mathbf{P}}^r$ составляющие [7,10]. Для нахождения упругих составляющих используются определяющие уравнения вида:

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^I = \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} - \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^r = {}^4\tilde{\mathbf{S}}^E \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}} + {}^3\tilde{\mathbf{d}}^T \cdot \tilde{\mathbf{E}}, \\ \tilde{\mathbf{D}}^I = \tilde{\mathbf{D}} - \tilde{\mathbf{P}}^r = {}^3\tilde{\mathbf{d}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}} + \tilde{\boldsymbol{\kappa}}^\sigma \cdot \tilde{\mathbf{E}}, \end{cases} \quad (2)$$

где $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ - тензор напряжений Коши, $\tilde{\mathbf{E}}$ - вектор интенсивности напряжений электрического поля, ${}^4\tilde{\mathbf{S}}^E$ - тензор упругих податливостей, ${}^3\tilde{\mathbf{d}}$ - тензор пьезоэлектрических коэффициентов, а $\tilde{\boldsymbol{\kappa}}^\sigma$ - тензор диэлектрических проницаемостей.

Для вычисления необратимых составляющих деформации и поляризации используются соотношения (в соответствии с формализмом Рейсса):

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^r(\mathbf{r}) = \sum_{I=1}^N c_I \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_I^r, \quad \tilde{\mathbf{P}}^r(\mathbf{r}) = \sum_{I=1}^N c_I \tilde{\mathbf{P}}_I^r, \quad (3)$$

где постоянные тензоры $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_I^r$ и векторы $\tilde{\mathbf{P}}_I^r$ ($I=1, \dots, N$) характеризуют спонтанную деформацию и поляризацию I -го домена.

Результирующие поля для ЭПО кристалла получаются методом КЭ гомогенизации, позволяющим учесть пространственное распределение доменов и микронеоднородность всех исследуемых полей:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^r = \frac{1}{V_{kp}} \int_{V_{sp}} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^r(\mathbf{r}) dV, \quad \mathbf{P}^r = \frac{1}{V_{kp}} \int_{V_{sp}} \tilde{\mathbf{P}}^r(\mathbf{r}) dV, \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{V_{kp}} \int_{V_{sp}} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{r}) dV, \quad \mathbf{E} = \frac{1}{V_{kp}} \int_{V_{sp}} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) dV. \quad (5)$$

Результаты. На рис. 2 представлены расчетные кривые механического гистерезиса для ЭПО рассматриваемых доменных структур {1112}, {1314} и {1342} при одноосном циклическом нагружении в направлении [100] амплитудой 100 МПа и частотой 100 Гц. Наблюдается существенное различие результатов. На рис. 3 показано сравнение кривых гистерезиса при нагружении в направлениях [001], [010] и [100] для ЭПО доменной структуры {1314}, где также наблюдается чувствительность к направлению нагружения, что свидетельствует об анизотропии гистерезисного поведения.

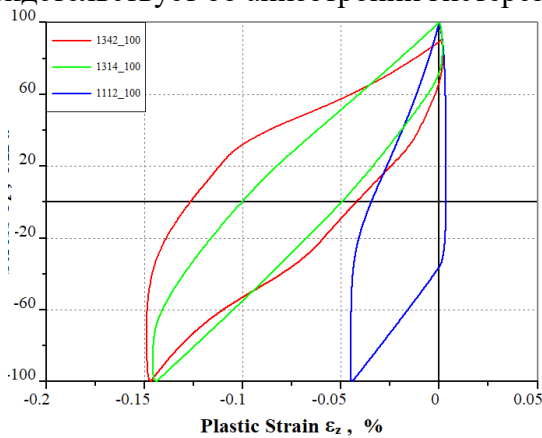


Рис. 2. Кривые гистерезиса для доменных структур {1112}, {1314}, {1342}, нагружаемых в направлении [100]

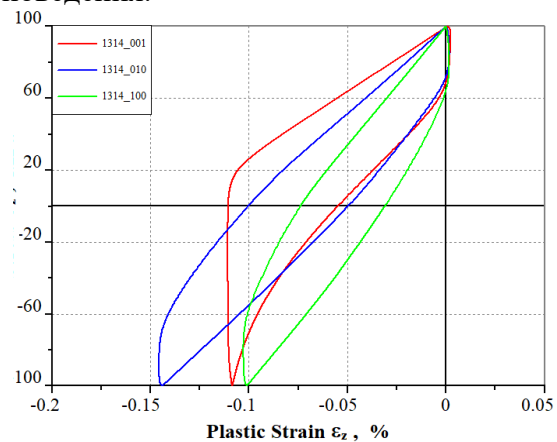


Рис. 3. Кривые гистерезиса для доменной структуры {1314}, нагружаемой в направлениях: [001], [010], [100]

На рис. 4 представлено распределение напряжений $\sigma_{[100][100]}$ в ЭПО рассмотренных доменных структур при сжатии в направлении [100] максимальным напряжением 100 МПа. Максимумы напряжений наблюдаются на границах доменов. Значения локальных максимумов превышают номинальные напряжения в 1.3 раза для доменной топологии {1112}, 3.8 для {1314} и в 2.4 раза для {1342}. При разгрузке также наблюдаются значительные остаточные микронапряжения.

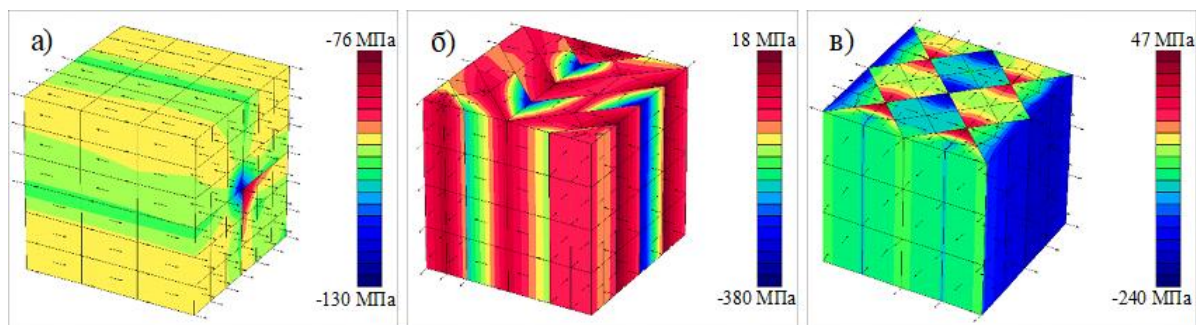


Рис. 4. Распределение полей напряжений $\sigma_{[100][100]}$ для доменных структур: а) {1112}, б) {1314}, в) {1342} при сжатии в 100 МПа в направлении [100]

Заключение. Полученные результаты указывают на чувствительность гистерезисных кривых мультидоменных сегнетоэластичных монокристаллов как к начальному виду доменной структуры, так и к направлению воздействия, что указывает на необходимость учета существенной анизотропии гистерезисного поведения монокристаллов и доменного упрочнения при разработке микроструктурных и феноменологических моделей наддоменного масштабного уровня.

ЛИТЕРАТУРА

1. Головнин В.А., Каплунов И.А., Малышкина О.В., Педько Б.Б. Пьезоэлектрическая керамика: применение, производство, перспективы, Вестник Тверского гос. ун-та. Сер.: Физика. – 2010. – № 11. – С. 47–58.
2. Jaffe В., Cook W.R., Jaffe H. Piezoelectric ceramics. – New York: Academic Press, 1971.
3. Tsou N.T., Potnis P.R., Huber J.E. Classification of laminate domain patterns in ferroelectrics // Phys. Rev. B - Condens. Matter Mater. Phys. – 2011. – Vol. 83. – 184120.
4. Семенов А.С. Микромеханическая модель поликристаллического сегнетоэластичного материала с учетом дефектов // Прикладная механика и техническая физика. – 2019. – Т. 60. – № 6. – С. 173-191.
5. Семенов А.С. PANTOCRATOR - конечно-элементный программный комплекс, ориентированный на решение нелинейных задач механики // В сборнике: Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения. Труды V Международной конференции. – 2003. – С. 466–480.
6. Landis C.M. On the Strain Saturation Conditions for Polycrystalline Ferroelastic Materials // Journal of Applied Mechanics. – 2003. – № 4 (70). – P. 470–478.
7. Huber J.E., Fleck N.A., Landis C.M., McMeeking R.M. A constitutive model for ferroelectric polycrystals // J. Mech. Phys. Solids. – 1999. – Vol. 47. – P. 1663–1697.
8. Pathak A., McMeeking R.M. Three-dimensional finite element simulations of ferroelectric polycrystals under electrical and mechanical loading // J. Mech. Phys. Solids. – 2008. – Vol. 56. – P.663-683.
9. Семенов А.С., Бальке Х., Мельников Б.Е. Моделирование поликристаллической пьезокерамики методом конечно-элементной гомогенизации // Морские Интеллектуальные Технологии. – 2011. – №3. – С. 109-115.
10. Voigt W. Lehrbuch der Kristallphysik. – Springer, 1966. – 979 с.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ ВОДОРОДА ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ УПРУГИХ ТЕЛАХ, ПОДВЕРЖЕННЫХ СЖАТИЮ
РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ СИЛАМИ

Введение. Одним из важных факторов, оказывающих негативное влияние на прочность и износостойкость элементов конструкций, является наличие в материале водорода. Явление снижения прочностных и пластических свойств материалов под воздействием водорода получило название водородная хрупкость [1,2].

В данной работе рассматривается задача о диффузии водорода во вращающихся упругих цилиндрических телах, находящихся под действием двух сжимающих нагрузок, приложенных на противоположных сторонах внешней окружности. Задача рассматривается в предположении о плоской деформации. Данная постановка имеет важное практическое значение, так как рассматриваемая задача может быть использована для исследования распределения водорода во вращающихся подшипниках качения, которые находятся под действием внешних нагрузок.

Известно [1], что уравнение диффузии водорода в поле упругих напряжений имеет вид:

$$\frac{dC}{dt} = D\Delta C - \frac{DV_H}{RT} \nabla C \cdot \nabla \sigma - \frac{DV_H}{RT} C \Delta \sigma, \quad (1)$$

где C – концентрация, D – коэффициент диффузии, V_H – парциальный молярный объем, R – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура, σ – среднее нормальное напряжение.

При аналитическом исследовании задачи о распространении водорода во вращающихся упругих телах была проведена процедура перехода во вращающуюся систему координат. Было принято, что исследуемое упругое тело вращается с постоянной угловой скоростью ω . Это позволило перейти к рассмотрению стационарной задачи. Для определения поля напряжений использовался аппарат теории функции комплексного переменного. Было установлено, что для среднего напряжения σ выполняется соотношение $\Delta \sigma = 0$. С учетом полученных результатов уравнение диффузии водорода (1) было записано в следующем виде:

$$\Delta C - \frac{V_H}{RT} \left[\frac{\partial C}{\partial r} \frac{\partial \sigma}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial C}{\partial \varphi} \frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} \right] - \frac{\omega}{D} \frac{\partial C}{\partial \varphi} = 0 \quad (2)$$

Целью данной работы является численное решение полученного уравнения. Для получения численного решения данной задачи применяется метод конечных разностей [3].

Численное решение задачи. Поскольку средние нормальные напряжения, полученные в ходе аналитического решения, оказались сильно локализованы в области приложения нагрузки, для проверки работоспособности численного метода среднее нормальное напряжение было решено рассмотреть в виде произведения $\sigma = pf(\xi)g(\varphi)$. Принимается, что константа p имеет размерность распределенной нагрузки, средние нормальные напряжения локализованы вблизи места приложения нагрузки ($\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$) и затухают по глубине тела. Для этого функции $f(\xi)$ и $g(\varphi)$ были заданы в следующем виде:

^(*) С.А. Смирнов, serg.a.smir@gmail.com

$$f(\xi) = e^{-\alpha(1-\xi)}, \quad g(\varphi) = \frac{\beta}{\varphi^2 + \beta^2} + \frac{\beta}{(\varphi - \pi)^2 + \beta^2} + \frac{\beta}{(\varphi - 2\pi)^2 + \beta^2} \quad (3)$$

Для численного счета были заданы значения $\alpha = 10$, $\beta = 0.1$. От выбранного выражения для средних напряжений были вычислены производные и подставлены в уравнение (3), что позволило записать уравнение диффузии в безразмерном виде, где введены безразмерные параметры $A = V_H p / RT$, $W = \omega a^2 / D$, $\xi = r/a$, здесь a – внешний радиус:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial C}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \varphi^2} - V_1 \frac{\partial C}{\partial \xi} - V_2 \frac{\partial C}{\partial \varphi} &= 0, \\ V_1 &= p\alpha\beta e^{-\alpha(1-\xi)} \left[\frac{1}{\varphi^2 + \beta^2} + \frac{1}{(\varphi - \pi)^2 + \beta^2} + \frac{1}{(\varphi - 2\pi)^2 + \beta^2} \right], \\ V_2 &= 2p\beta e^{-\alpha(1-\xi)} \frac{1}{\xi^2} \left[\frac{\varphi}{(\varphi^2 + \beta^2)^2} + \frac{\varphi - \pi}{(\varphi - \pi)^2 + \beta^2} + \frac{\varphi - 2\pi}{(\varphi - 2\pi)^2 + \beta^2} \right] + W \end{aligned} \quad (4)$$

Для решения рассматриваемого уравнения была построена равномерная разностная сетка по координатам ξ и φ размера 100×200 . Частные производные в уравнении (4) были заменены следующими приближенными разностными соотношениями [4]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial C}{\partial \xi} \right) &= \frac{(\xi_{i+1} + \xi_i)C_{i+1,j} - (\xi_{i+1} + 2\xi_i + \xi_{i-1})C_{i,j} + (\xi_i + \xi_{i-1})C_{i-1,j}}{2\xi_i \Delta \xi^2}, \\ \frac{\partial^2 C}{\partial \varphi^2} &= \frac{C_{i,j+1} - 2C_{i,j} + C_{i,j-1}}{\Delta \varphi^2}, \\ \frac{\partial C}{\partial \xi} &= \begin{cases} \frac{C_{i+1,j} - C_{i,j}}{\Delta \xi}, V_1 > 0 \\ \frac{C_{i-1,j} - C_{i,j}}{\Delta \xi}, V_1 < 0 \end{cases}, \quad \frac{\partial C}{\partial \varphi} = \begin{cases} \frac{C_{i,j+1} - C_{i,j}}{\Delta \varphi}, V_2 > 0 \\ \frac{C_{i,j-1} - C_{i,j}}{\Delta \varphi}, V_2 < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

На внешней границе цилиндра задавались условия первого рода $C|_{\xi=1} = C_{ext}$ и третьего рода $h(C|_{\xi=1} - C_{ext}) = (\partial C / \partial \xi)|_{\xi=1}$. При численном счете постоянные C_{ext} и h были приняты равными единице. Внутри цилиндра было рассмотрено условие первого рода $C|_{\xi=0} = 0$ и условие второго рода $(\partial C / \partial \xi)|_{\xi=0} = 0$, которое, согласно [3], позволяет заменить при численном моделировании условие ограниченности, которое обычно ставится при аналитическом решении.

Результаты численного моделирования. Для решения разностной задачи был использован метод матричной прогонки [3]. В результате численного решения задачи о диффузии водорода были построены поля и графики распределения концентрации водорода внутри цилиндрического тела для разных типов граничных условий (Рис. 1 – Рис. 4). Программный код, разработанный для реализации численного метода, был написан на языке программирования C++ [5].

При проведении численного решения рассматриваемой задачи для случая граничных условий первого рода были выбраны параметры $A = 10$, $W = 10000$, а для случая ГУ третьего рода были рассмотрены параметры $A = 100$, $W = 10000$. При данных параметрах наблюдается локализация концентрации водорода вблизи внешней границы. Также было установлено, что для граничных условий третьего рода при уменьшении параметра W эффект локализации концентрации исчезает, а для граничных условий первого рода сохраняется, но ослабевает.

Заключение. На основе метода конечных разностей проведено численное решение дифференциального уравнения диффузии водорода во вращающемся цилиндрическом упругом теле; для решения разностной задачи был применен метод матричной прогонки. Для проверки работоспособности численного метода задавалось затухающее по глубине поле

средних нормальных напряжений, локализованное вблизи области приложения распределенной нагрузки. Рассчитаны поля концентрации водорода в теле для различных граничных условий. При определенных параметрах был обнаружен эффект локализации концентрации водорода вблизи всей внешней границы цилиндра. Установлено, что при уменьшении параметра, характеризующего скорость вращения цилиндра, эффект локализации ослабевает. В целом показано, что разработанный численный метод способен адекватно описать процесс диффузии водорода во вращающемся упругом теле и позволяет обнаружить явление локализации водорода вблизи зоны нагружения цилиндра.

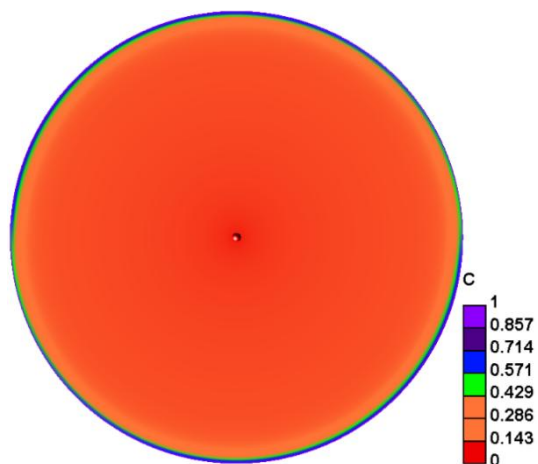


Рис. 1. Поле концентрации для ГУ 1-го рода

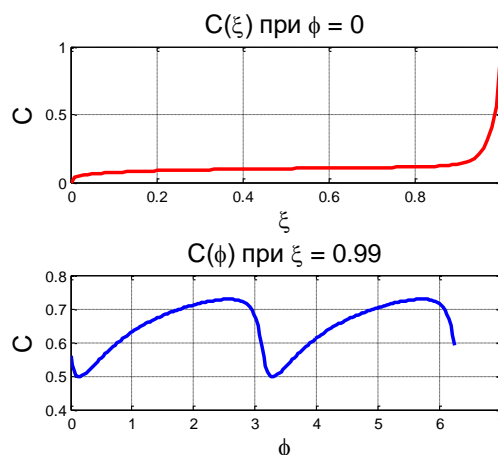


Рис. 2. Графики концентрации для ГУ 1-го рода

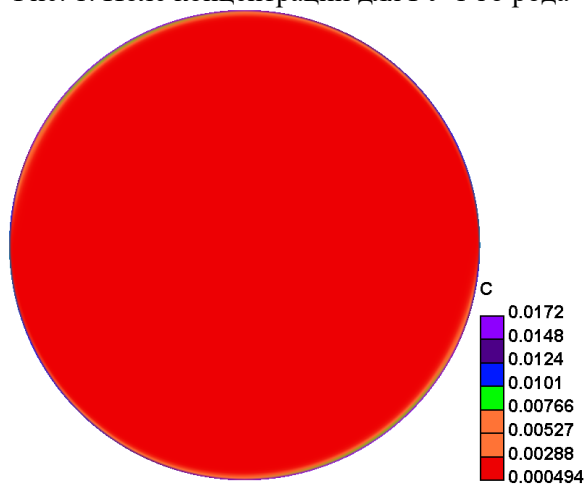


Рис. 3. Поле концентрации для ГУ 3-го рода

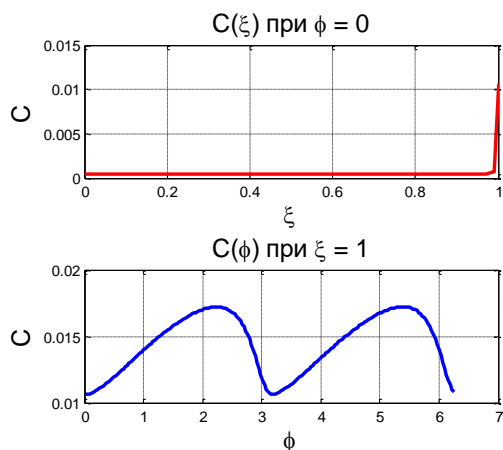


Рис. 4. Графики концентрации для ГУ 3-го рода

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 18-19-00160).

ЛИТЕРАТУРА

1. Колачев Б.А. Водородная хрупкость металлов. – М: Металлургия. – 1985. – 217 с.
2. Яковлев Ю.А. и др. Модели влияния водорода на механические свойства металлов и сплавов //Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2020. – №. 3.
3. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. – 1971.
4. Годунов С. К., Рябенький В. С. Разностные схемы: введение в теорию: Учебное пособие. – Наука, 1977.
5. Лафоре Р. Объектно-ориентированное программирование в C++:[пер. с англ.]. – Издательский дом "Питер", 2013.

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ТЕСТОВЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ ПРИ ИДЕНТИФИКАЦИИ
МОДЕЛЕЙ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Идентификация математической модели объекта управления (ОУ) в режиме его эксплуатации необходима для настройки системы регулирования. В основу данной работы положен известный метод настраиваемой модели, позволяющий осуществлять идентификацию без выключения регулятора путем подачи специальных тестовых воздействий [1]. В [2] была поставлена задача расчета параметров тестовых сигналов из условия достижения требуемой точности параметрической идентификации при минимальных отклонениях выходной переменной от режимных значений. Там же были рассмотрены способы приближенного решения этой задачи, предусматривающие перестройку параметров регулятора после окончания процедуры идентификации. В данной работе предлагается усовершенствованная циклическая процедура, на каждом этапе которой производятся уточнение параметров модели и соответствующая корректировка настроек регулятора.

Изложим идею метода применительно к распространенной в промышленной автоматике модели инерционного объекта с запаздыванием, имеющего передаточную функцию $H(p) = Ke^{-p\tau} / (Tp + 1)$, где K – коэффициент усиления, T – постоянная времени, τ – запаздывание. Будем полагать, что для параметров ОУ известны лишь «коридоры» их возможных значений $\underline{K} \leq K \leq \bar{K}$, $\underline{T} \leq T \leq \bar{T}$, $\underline{\tau} \leq \tau \leq \bar{\tau}$. Пусть для стабилизации выхода ОУ на заданном уровне в условиях случайных возмущений используется пропорционально-интегральный регулятор с передаточной функцией $W(p) = k_p + k_i / p$.

Рассмотрим i -й цикл предлагаемой процедуры. Он включает пассивную и активную стадии. К началу пассивной стадии известны границы неопределенности параметров ОУ, полученные по результатам предшествующих циклов

$$\underline{K}^{(i-1)} \leq K \leq \bar{K}^{(i-1)}, \quad \underline{T}^{(i-1)} \leq T \leq \bar{T}^{(i-1)}, \quad \underline{\tau}^{(i-1)} \leq \tau \leq \bar{\tau}^{(i-1)}. \quad (1)$$

По этим данным согласно [2] рассчитываются параметры робастно настроенного ПИ-регулятора $k_p^{(i)} = k_i^{(i)} \underline{T}^{(i-1)}$, $k_i^{(i)} = 0,589 / \bar{K}^{(i-1)} \bar{\tau}^{(i-1)}$, и в течение пассивного этапа производится наблюдение за поведением выходной переменной объекта, управляемого ПИ-регулятором с настройками (1). Применение относительно слабых (робастных) настроек регулятора мотивировано опасностью потери устойчивости в отсутствие достаточно точных представлений о параметрах модели ОУ. Отклонения выходной переменной от задания на пассивном этапе наблюдений представляют собой «остаточные» возмущения $n_{exc,i}(t)$, с которыми не справился робастно настроенный регулятор. По данным статистических наблюдений за случайным процессом $n_{exc,i}(t)$ формируется его математическая модель в виде непрерывного белого шума $\xi(t)$ единичной интенсивности, пропущенного через некоторый сглаживающий фильтр. Так, при использовании распространенной модели марковского случайного процесса такая модель имеет вид

$$n_{exc,i} = \frac{C_i}{(R_i p + 1)} \xi. \quad (2)$$

^(*) Л.М. Яковис, leonid@yakovis.com

В этом варианте параметр R_i получается решением уравнения $r_{exc,i}(R_i) = 1/e$, где $r_{exc,i}(\theta)$ – нормированная корреляционная функция. C_i ищется по формуле $C_i = \sqrt{2R_i}\sigma_{exc,i}$, где $\sigma_{exc,i}$ – среднеквадратическое отклонение процесса $n_{exc,i}(t)$.

Далее следует активный этап i -го цикла. Помимо воздействий регулятора $u_{reg}(t)$ на объект подается по каналу управления последовательность N чередующихся по знаку «ступенчатых» тестовых воздействий $\lambda(t) = \lambda \operatorname{sgn}[\sin(\pi t/T_\lambda)]$ с амплитудой λ и длительностью T_λ . Расчет длительности ступенек, достаточной для наблюдения реакции на них ОУ, осуществляется по формуле $T_{\lambda,i} = \bar{\tau}^{(i-1)} + 3\bar{T}^{(i-1)}$. Такие же тестовые сигналы подаются на модель замкнутой системы, куда входят объект управления и регулятор. Будем считать, что по техническим условиям выходная переменная $y(t)$ не должна отклоняться от заданного значения более чем на Δ . Тогда приходим к формуле расчёта предельной амплитуды тестовых сигналов: $\lambda_i = (\Delta - \rho\sigma_{exc,i})/\bar{K}^{(i-1)}$, где ρ определяется допустимым риском выхода за пределы допусков по $y(t)$ и обычно находится в интервале от 2 до 3. Для обеспечения достаточной для идентификации реакции ОУ на тестовые воздействия они не должны быть слишком слабыми по сравнению с «остаточными» возмущениями, что выражается условием $\lambda_i \geq g\sigma_{exc,i}/\underline{K}^{(i-1)}$. Коэффициент g обычно назначается в диапазоне от 2 до 3. Если условие для λ_i не выполняется, то тестовые воздействия не производятся, и настройки регулятора не меняются. В противном случае в течение времени T_{id} производится серия из N тестовых «ступенек», и поисковым путем находят параметры \hat{K}_i , \hat{T}_i , $\hat{\tau}_i$, минимизирующие интегральный показатель

$$J_{id} = \int_0^{T_{id}} |y(t) - \hat{y}(t)| dt.$$

Для определения текущей зоны неопределенности необходимо иметь оценку неточности полученных значений параметров динамической модели ОУ. Такая оценка получается путем имитационного моделирования процесса идентификации. При этом многократно (как показывает опыт расчетов, не менее 10 раз) с помощью датчика случайных чисел и динамической модели (2) генерируются разные реализации возмущений. При использовании программного комплекса Matlab-Simulink для такой генерации применяются различные значения параметра seed . Статистическая обработка полученных данных позволяет определить СКО $\sigma_{K,i}, \sigma_{T,i}, \sigma_{\tau,i}$ оценок $\hat{K}_i, \hat{T}_i, \hat{\tau}_i$ параметров модели ОУ. Формируя текущие оценки параметров модели ОУ, а также оценивая их погрешности, необходимо учесть результаты $\hat{K}^{(i-1)}, \hat{T}^{(i-1)}, \hat{\tau}^{(i-1)}$ предшествующих $(i-1)$ циклов идентификации. Такой учет предлагается осуществлять с использованием соотношений типа

$$\hat{K}^{(i)} = \alpha_i \hat{K}^{(i-1)} + (1 - \alpha_i) \hat{K}_i,$$

где коэффициент α_i рассчитывается из условия минимума дисперсии погрешности оценивания $D_{\hat{K}^{(i)}} = M\{[\hat{K}^{(i)} - K]^2\}$ по формуле $\alpha_i = (\sigma_{\hat{K}_i}^2)/(\sigma_{\hat{K}^{(i-1)}}^2 + \sigma_{\hat{K}_i}^2)$.

В итоге приходим к соотношению $\sigma_{\hat{K}^{(i)}} = \{\alpha_i^2 \sigma_{\hat{K}^{(i-1)}}^2 + (1 - \alpha_i)^2 \sigma_{\hat{K}_i}^2\}^{1/2}$, позволяющему оценить среднеквадратичную погрешность i -шаговой идентификации параметра K . Теперь могут быть найдены новые границы зоны неопределенности

$$\underline{K}^{(i)} = \max\{\underline{K}; \hat{K}^{(i)} - \omega\sigma_{\hat{K}^{(i)}}\},$$

$$\overline{K}^{(i)} = \min\{\overline{K}; \hat{K}^{(i)} + \omega\sigma_{\hat{K}^{(i)}}\},$$

причем новая зона по способу формирования должна быть меньше (или в худшем случае – не больше) прежней. Аналогичные формулы могут быть получены для двух других параметров динамической модели ОУ T и τ . В следующем $(i + 1)$ -м цикле они позволят рассчитать новые настройки регулятора по формулам $k_p^{(i+1)} = k_i^{(i+1)} \underline{T}^{(i)}$, $k_i^{(i+1)} = 0,589 / \overline{K}^{(i)} \overline{\tau}^{(i)}$.

В начальном цикле, то есть при $i = 1$, должны быть заданы начальные условия. Они формируются по данным о начальной зоне неопределенности

$$\underline{K} \leq K \leq \overline{K}, \quad \underline{T} \leq T \leq \overline{T}, \quad \underline{\tau} \leq \tau \leq \overline{\tau},$$

а именно, принимается, что $\underline{K}^{(0)} = \underline{K}$ и $\overline{K}^{(0)} = \overline{K}$. Аналогично выглядят начальные условия для T и τ .

Остановка процедуры идентификации может производиться различными способами.

1) Остановка происходит при достижении заданной точности идентификации, то есть при выполнении условий

$$\delta_{\hat{K}^{(i)}} \leq \delta_{\hat{K}}^{\max}, \quad \delta_{\hat{T}^{(i)}} \leq \delta_{\hat{T}}^{\max}, \quad \delta_{\hat{\tau}^{(i)}} \leq \delta_{\hat{\tau}}^{\max},$$

где максимальная относительная погрешность идентификации после i циклов оценивается по формулам

$$\delta_{\hat{K}^{(i)}} = \frac{\omega\sigma_{\hat{K}^{(i)}}}{\hat{K}^{(i)}}, \quad \delta_{\hat{T}^{(i)}} = \frac{\omega\sigma_{\hat{T}^{(i)}}}{\hat{T}^{(i)}}, \quad \delta_{\hat{\tau}^{(i)}} = \frac{\omega\sigma_{\hat{\tau}^{(i)}}}{\hat{\tau}^{(i)}}.$$

Недостатком данного способа является то, что величина оценки точности идентификации является расчетной, а не фактической.

2) Остановка происходит, когда на пассивном этапе некоторого цикла достигается близкое к оптимальному качество управления. Признаком этого является отсутствие разладки системы, то есть отсутствие признаков несоответствия настроек регулятора актуальной модели ОУ. Обнаружение разладки системы управления является самостоятельной задачей, решение которой может базироваться на анализе поведения корреляционной функции «остаточных» возмущений [3].

В работе [4] приведены результаты апробации рассмотренной циклической процедуры, комбинирующей этапы идентификации и адаптации, в рамках имитационного компьютерного моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Репин А.И., Смирнов Н.И., Сабанин В.Р. Идентификация и адаптация САР с использованием эволюционных алгоритмов оптимизации // Промышленные АСУ и контроллеры. 2008, №3, с. 31 – 35.
2. Yakovis L.M., Strongin P.Ya. Adaptive Identification of Control Objects in Systems with Standard Controllers. Journal of Physics: Conference Series, 2020, v. 1864, 012110
3. Доронина Н.А., Яковис Л.М. Робастно-адаптивное управление инерционными объектами с запаздыванием // Неделя науки СПбПУ. Институт прикладной математики и механики – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2016, с. 62 – 64.
4. Яковис Л.М., Смирнова Н.А., Шагниева О.Б. Адаптивная настройка типовых регуляторов с применением настраиваемой модели // IV Международная научная конференция по проблемам управления в технических системах (ПУТС-2021). Сборник докладов – СПб.: СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2021, с. 324 – 327.

ОПТИМИЗАЦИЯ КОНСТРУКЦИИ СУДОВОГО КРАНА-МАНИПУЛЯТОРА ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Введение. Задача снижения веса судовых конструкций остается актуальной. Появление новых полимерных композиционных материалов (ПКМ) [1-2], развитие технологий их производства [3-4] и средств компьютерного моделирования позволяет решать задачи оптимизации судовых конструкций на новом уровне. Применение ПКМ в судовом оборудовании должно регламентироваться правилами классификационных сообществ, например, РМРС [5]. Однако, в правилах отсутствуют методики оптимизации судовых грузоподъемных механизмов (ГПМ). Применение ПКМ позволяет заменить металлоконструкцию крана стержневой конструкцией из ПКМ.

Использование рассмотренных алгоритмов и методов [6-9] для решения задачи оптимизации подобного рода конструкций затруднительно ввиду большого числа переменных, неизвестных функций корреляции параметров, необходимости рассмотрения нескольких расчетных случаев, а также большого числа дополнительных ограничений и зависимостей, которые накладывает технология производства. Необходима универсальная методика для инженерного использования.

Цель работы – создание инженерной методики оптимизации стержневой конструкции стрелы крана-манипулятора (КМ), основанной на современных средствах компьютерного моделирования, и методах численной оптимизации.

Методика исследования. На рис. 1 показано сравнение конструкций крана-манипулятора (КМ). Оптимизация конструкции КМ проводилась по условиям прочности и жесткости. Целевая функция – снижение массы КМ.

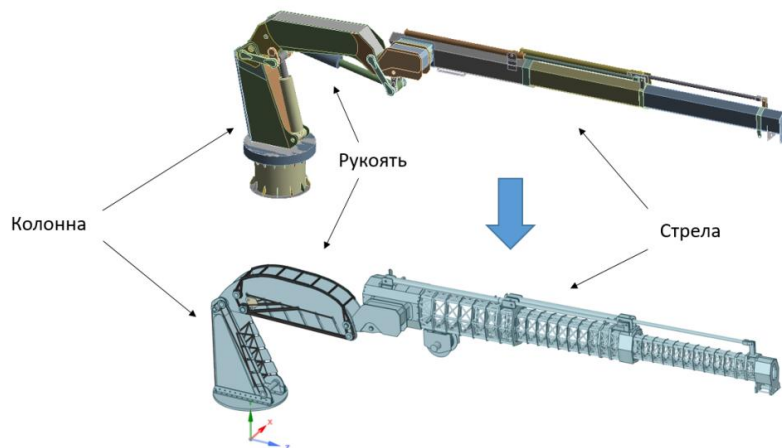


Рис. 1. Сравнение конструкций крана- манипулятора

Расчет прочности и устойчивости КМ из ПКМ в данной работе производился с применением метода конечных элементов (МКЭ). Нагрузки и расчетные случаи приняты согласно правилам *DNV*. Требования к конечно-элементной (КЭ) модели и граничным условиям стандартны [9]. Ровинги моделировались с помощью линейных стержневых

^(*) В.А. Суворов, suvorov1303@mail.ru

элементов, работающих только на растяжение-сжатие, шпангоуты моделировались с помощью линейных оболочечных элементов, работающих как на растяжение-сжатие, так и на изгиб. На рис. 2 представлена КЭ модель стрелы КМ.

Для сокращения количества параметров оптимизации потребовалось ввести конструкторские, технологические и ресурсные ограничения, представленные в таблице 1.

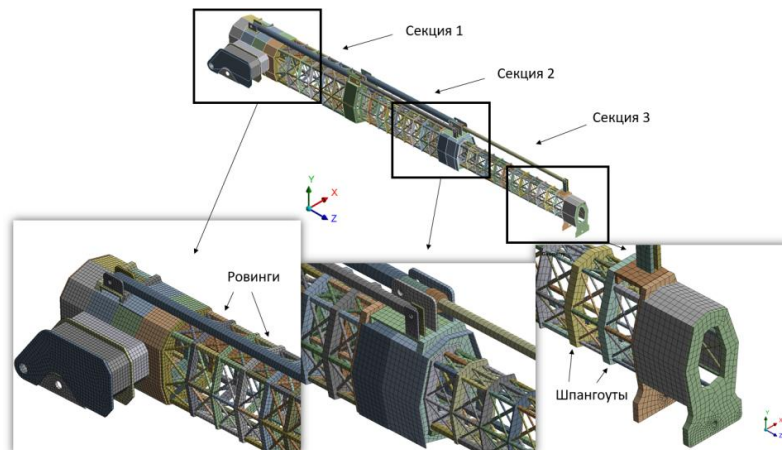


Рис. 2. КЭ-модель

Табл. 1. Разработанные ограничения

Выбор ограничений для задачи оптимального проектирования		
№	Тип ограничения	Ограничение
1	Конструкторское	Начиная от опорной части стрелы, каждый следующий к концу диаметр продольного ровинга меньше или равен предыдущему.
2	Конструкторское	В районе пересечений телескопических сегментов стрелы ограничение №1 отменяется. В районе пересечения в пределах каждого сегмента диаметры считаются одинаковыми.
3	Технологическое	В пределах каждого сегмента между шпангоутами действует соотношение диаметров продольных и примыкающих диагональных ровингов равное 2:1 (продольные ровинги в 2 раза больше диагональных)
4	Технологическое	Шаг приращения диаметра ровингов равный 1 мм.
5	Ресурсное	Область допустимых значений предельные значения диаметров проектируемых ровингов равна половине диаметра начального приближения

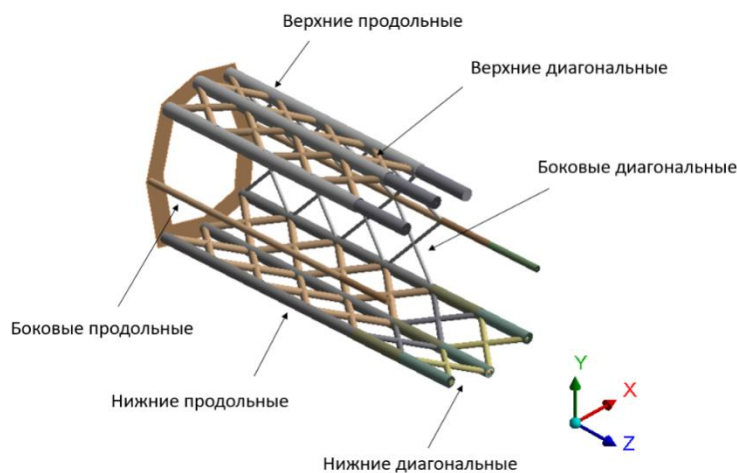


Рис. 3. Типы ровингов

Для улучшения сходимости и уменьшения времени расчета рекомендуется связывать параметры диагональных и продольных ровингов с помощью соотношений диаметров. Диаметры верхних диагональных – с диаметрами верхних продольных, диаметры боковых диагональных – с диаметрами боковых продольных, диаметры нижних диагональных – с нижними продольными диаметрами. Диаметры диагональных ровингов каждой шпации соответствовали половине диаметра продольных ровингов той же шпации. Типы ровингов показаны на рис. 3.

После применения разработанных ограничений и соотношений между параметрами удалось сократить количество диаметров с 465 до 89.

По результатам исследования алгоритмов оптимизации было принято решение об использовании метода *Screening* (Квази Монте-Карло) [10] для дальнейшего использования. Данный метод по сравнению с другими показал стабильно меньшее время поиска лучшего варианта.

Для значений параметров, полученных при использовании метода *Screening*, был реализован алгоритм Джая [8]. Полученные на предыдущих этапах результаты являлись одними из начальных приближений для алгоритма, что существенно улучшило сходимость задачи.

Результаты и выводы. Разработана инженерная методика оптимизации конструкции судового крана-манипулятора. В рамках исследования были сформированы конструкторские, технологические и ресурсные ограничения, позволяющие уменьшить количество независимых параметров. Разработанная методика позволила снизить массу стрелы КМ из ПКМ с 1370 кг до 1125 кг. Это соответствует уменьшению массы на 18 % по сравнению с исходной конструкцией, полученной при проектном расчете.

ЛИТЕРАТУРА

1. Dipen Kumar Rajak, Durgesh D. Pagar, Ravinder Kumar, Catalin I. Pruncu, Recent progress of reinforcement materials: a comprehensive overview of composite materials, *Journal of Materials Research and Technology*, Volume 8, Issue 6, 2019, p. 6354-6374
2. Meltem Altin Karataş, Hasan Gökkaaya, A review on machinability of carbon fiber reinforced polymer (CFRP) and glass fiber reinforced polymer (GFRP) composite materials, *Defence Technology*, Volume 14, Issue 4, 2018, p. 318-326
3. Mallick, P.K. (2007). *Fiber-Reinforced Composites: Materials, Manufacturing, and Design*, Third Edition (3rd ed.). CRC Press
4. Guang Liu, Yi Xiong, Limin Zhou, Additive manufacturing of continuous fiber reinforced polymer composites: Design opportunities and novel applications, *Composites Communications*, Volume 27, 2021, 100907.
5. Правила по грузоподъемным устройствам морских судов, РМРС, 2022
6. Stolpe, M. Truss optimization with discrete design variables: a critical review. *Struct Multidisc Optim* 53, 349–374 (2016)
7. Kanno Y, Guo X. A mixed integer formulation for robust truss topology optimization with stress constraints. *Int J Numer Methods Eng* 83:1675–1699
8. Rao, R. Jaya: A simple and new optimization algorithm for solving constrained and unconstrained optimization problems. *International Journal of Industrial Engineering Computations* 7 (2016): 19-34.
9. Петров А.А., Морозова Е.А., Соклаков А.В., Суворов В.А. Разработка руководства РС по оценке напряженно-деформированного состояния судовых корпусных конструкций методом конечных элементов, Научно-технический сборник российского морского регистра судоходства №60-61, с. 75-83, 2020
10. Hammersley, J. M.; Handscomb, D. C. (1964). *Monte Carlo Methods*

СИСТЕМА ДЛЯ ОДНОВРЕМЕННОГО ПРИЛОЖЕНИЯ ОДНООСНОЙ ДЕФОРМАЦИИ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ К ОБРАЗЦАМ В ШИРОКОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ИНТЕРВАЛЕ ДЛЯ РЕНТГЕНОСТРУКТУРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Введение. Создание передовых электронных устройств тесно связано с пониманием механизмов процессов, происходящих в материалах при изменении внешних факторов. В экспериментальных исследованиях свойств материалов под действием внешних факторов (температура, электрическое поле, механическая нагрузка) используются специальные устройства – ячейки образцов. Экспериментально выявляются аномалии в параметрах материала (диэлектрической проницаемости, пьезоэффекта). Большинство экспериментальных работ ограничиваются исследованиями при варьируемых температурах. Такие измерения производятся относительно легко. Образец может быть нагрет как с использованием простого нагревателя, так и бесконтактно (обдув образца струей газа определенной температуры, лазер).

Варьирование же двух параметров, например, температуры и электрического поля требуют применения, как было сказано выше, специальных ячеек образца, обеспечивающих контролируемость воздействия внешних факторов на образец, тепло- и электроизоляцию частей экспериментальной установки. В работе [1] описана методика проведения дифракционных экспериментов с монокристаллами цирконата-тианата свинца с использованием миниатюрной ячейки, пригодной для использования как на синхротронном источнике, так и на малогабаритном лабораторном дифрактометре. Для поддержания заданной температуры образца использовался обдувной нагреватель. Электрическое поле создавалось при помощи дистанционно управляемого источника высокого напряжения.

В данной работе описана система для одновременного приложения одноосной деформации растяжения, электрического поля в широком температурном интервале. Данная система является расширенным вариантом созданной нами ранее системы для исследования монокристаллических образцов в умеренных электрических полях [1, 2].

Состав системы. Система состоит из ячейки, контроллера и специализированного программного обеспечения, позволяющего настраивать и управлять контроллером в процессе эксперимента. На рис. 1 представлено фото ячейки образца (слева), схематически изображена ячейка образца. Стрелками указаны основные элементы конструкции.

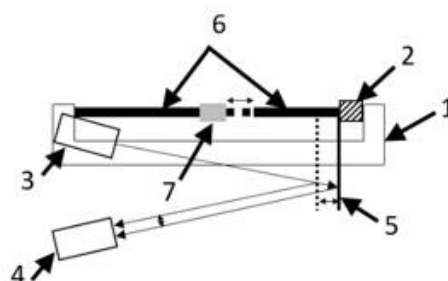


Рис. 1. а) Фотография ячейки образца (слева); б) схема ячейки образца (справа)

^(*) С.А. Удовенко, s_udovenko@mail.ru

Ячейка включает: раму – 1, выполненную из нержавеющей стали, пьезоактуатор – 2, оптическую систему детектирования деформации образца (ОСДДО) (включает лазерный диод – 3, четырехсекционный фотодетектор – 4, зеркало – 5), а также теплоизолирующие крепления образца – 6. Образец – 7, в форме тонкой плоскопараллельной пластины, монтируется к концам теплоизолирующих креплений 6 при помощи температуростойкого клея.

На рис. 2 представлена фотография контроллера деформации.



Рис. 2. Фотография контроллера деформации

Контроллер представляет собой цифровое устройство, включающее микропроцессор семейства STM32, ЖК дисплей, органы управления, блок питания. Во встроенной в контроллер микропрограмме реализован ПИД-алгоритм, использующий сигнал ОСДДО в качестве сигнала обратной связи для генерации управляющего напряжения для пьезоактуатора.

Для первичной настройки контроллера, а также управления последним в процессе эксперимента используется собственное программное обеспечение (программа «Богатырь»), написанное на языке C#. Интерфейс программы «Богатырь» представлен на рис. 3.

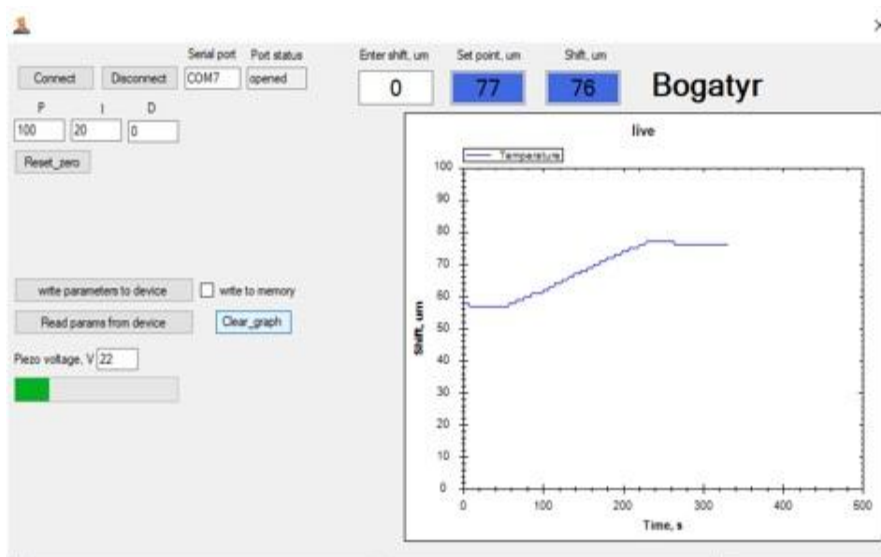


Рис. 3. Интерфейс программы «Богатырь»

Программа «Богатырь» позволяет настраивать пропорциональную, интегральную и дифференциальную компоненты ПИД-регулятора по отдельности, сохранять эти параметры в энергонезависимую память температурного контроллера, считывать ранее сохраненные в памяти контроллера параметры. Программа также отображает в реальном времени текущее смещение пьезоактуатора, смещение, заданное пользователем, напряжение на пьезоэлементе.

Работа системы. Для работы системы в ячейку монтируется образец при помощи термостойкого электроизолирующего клея. В случае необходимости приложения электрического поля, предварительно к концам образца крепятся тонкие провода, соединяющие образец с источником высокого напряжения. Температура образца определяется температурой струи газа обдувного нагревателя. Ячейка рассчитана на работу при температурах от 80 К до 700 К; максимальное напряжение высоковольтного источника не должно превышать 10 кВ.

В случае проведения эксперимента на рентгеновском дифрактометре ячейка устанавливается на гониометрическую голову гониометра. Ячейка подключается к контроллеру через специальный разъем, контроллер подключается к сети переменного тока 220В. На управляющем компьютере под управлением Windows запускается программа «Богатырь». В окне программы выбирается соответствующий СОМ-порт. Производится подключение. В соответствующие окна вводятся желаемое значение деформации в диапазоне от 0 до 100 мкм. (100 мкм соответствует максимальному ходу пьезоактуатора) и значения ПИД- коэффициентов. Нажатием кнопки «Write parameters to device» настройки записываются в оперативную память контроллера. При необходимости можно записать новые настройки прямо в процессе работе. Оптимальные настройки можно сохранить в энергонезависимую память контроллера, поставив галочку напротив надписи «Write to memory» и нажав кнопку «Write parameters to device».

Следует отметить, что система детектирует деформацию образца. Для определения механических напряжений необходимо знать модуль Юнга образца, а также предварительно измерить геометрические параметры образца (длина, поперечное сечение).

В настоящее время ячейка образца запатентована как разработка СПбПУ [3]. Система успешно работает в составе рентгеновского дифрактометра в лаборатории СПбПУ В планах проведение экспериментов на синхротронных источниках с использованием данной системы.

Работа была выполнена при поддержке грантов РФФИ №20-32-90146, 19-29-12023.

ЛИТЕРАТУРА

1. Udovenko, S. A. et. al. The technique of studying X-ray scattering over wide temperature range in an electric field // Solid State phys.- 2018, Vol. 60 N 5. - P. 963-966.
2. Vakhrushev, S. B et. al. Electric field control of antiferroelectric domain pattern // Phys Rev. B – 2021. Vol. 103 – N 21. - P 214108.
3. Патент на полезную модель №203691. Дата регистрации 15.04.2021.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ НАГРУЗОК,
ВЫЗВАННЫХ РАЗНОТОЛЩИННОСТЬЮ ВАЛОВ

Введение. Одной из тенденций в современном авиадвигателестроении является уменьшение размеров газотурбинных двигателей с сохранением выходной мощности путем увеличения числа оборотов роторов. При этом для аналогичных по массогабаритным характеристикам роторов неуравновешенные центробежные нагрузки будут значительно выше, что приведет к более высоким значениям амплитуд вибраций и, соответственно, к более значительным нагрузкам на опоры, прогибам валов и т.д.

Причиной возникновения неуравновешенных центробежных нагрузок в роторах газотурбинных двигателей являются различные факторы. В [1] описаны нагрузки на ротор, вызванные неравномерностью воздушных зазоров в лабиринтных уплотнениях, и нагрузки на ротор, вызванные неравномерным по окружности давлением масляного слоя вследствие смещения ротора в районе подшипников скольжения. В [2] рассмотрены нагрузки на ротор, вызванные неравномерностью прогрева участков ротора в окружном направлении, а также нагрузки, вызванные неравномерностью осевого зазора между насадными деталями.

Основной же причиной наличия неуравновешенной центробежной нагрузки является смещение центров тяжести сечений ротора вследствие неточности изготовления его деталей. Как показано в [3], использование для балансировки гибких роторов методов, применяемых для балансировки жестких роторов, может привести не к уменьшению, а к увеличению нагрузок на опоры при работе на критических скоростях вращения, что связано с отсутствием значительного прогиба ротора на низких оборотах.

Одним из способов снижения центробежных нагрузок является оптимизация конструкции двигателя путем математического моделирования, при этом в качестве исходных данных выступают максимально возможные неточности, возникающие в процессе изготовления и производства ротора двигателя. Отсутствие возможности проведения экспериментов с заданными неточностями в роторе наводит на необходимость проведения верификации математических моделей на основании статистической обработки вибрационных испытаний различных сборок двигателя, в которых эти неточности некоторым образом распределены в поле допусков.

Цели и задачи работы. Рассмотрим роторную систему, состоящую из трех валов и рабочего колеса (рис. 1). Роторная система опирается на опоры вала 1 и 3, вал 2 опирается на посадочные поверхности валов 1 и 3.

Поскольку несоосность опор валов 1 и 3 не приводит к смещению центров тяжести сечений ротора относительно измененной оси его вращения, можно считать, что все опоры ротора соосны. Далее полагаем, что контроль биений вала производится относительно его опорных поверхностей.

Рассмотрим случай сплошных валов, при этом считаем, что на валах 1 и 3 отсутствует биение посадочных поверхностей. В этом случае отсутствие биения внешних поверхностей каждого вала означает отсутствие смещения центра тяжести его сечений в составе ротора.

Таким образом, смещение центра тяжести сечений ротора сводится к действию следующих факторов:

- разнотолщинность валов;

^(*) А.Р. Усманов, ysman2d@gmail.com

- биение наружной поверхности валов;
- смещение посадочных поверхностей валов.

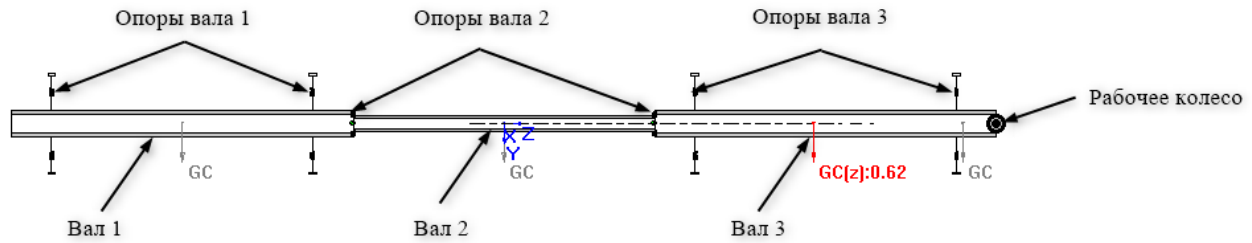


Рис. 1. Рассматриваемая роторная система

Цель данной работы – определение максимального поперечного перемещения сечений роторной системы от нагрузки, вызванной разнотолщинностью одного и нескольких валов.

Описание методов исследования. В общем случае движение дискретной балочной системы описывается уравнением:

$$\bar{M}\ddot{e} + \left[\bar{C}_g + \sum_{i=1}^{n_d} \bar{C}_d(i) \right] \dot{e} + \bar{K}e = \bar{Q}(t) \quad (1)$$

где $\bar{M} = q^T M q$; $\bar{K} = q^T K q$; $\bar{Q} = q^T Q q$; M – матрица инерции; K – матрица жесткости; q – столбец обобщенных перемещений в узлах системы; Q – столбец обобщенных внешних сил в узлах системы; e – столбец модальных координат; q – матрица собственных форм; \bar{C}_g – суммарная гироскопическая матрица; $\bar{C}_d(i)$ – матрица демпфирования i -го демпфера.

Предположим, что разнотолщинность постоянна по длине вала. В этом случае можно принять допущение, что внешние силы от разнотолщинности эквивалентны действию силы от дисбаланса D , приложенной в среднем сечении вала:

$$D = m y_c = \frac{m d_o^2 s}{2(d^2 - d_o^2)} \quad (2)$$

где m – масса вала; d , d_o – соответственно внешний и внутренний диаметры сечения вала; s – значение разнотолщинности, понимаемой как разница между максимальной и минимальной радиальной толщиной сечения.

В общем случае линейной статической системы, когда разнотолщинность присутствует на n валах, формулы проекций перемещений в произвольно выбранных m точках примут вид:

$$\delta_i^x = D_0 \cos(\varphi_0) \delta_{i0} + D_1 \cos(\varphi_1) \delta_{i1} + \dots + D_n \cos(\varphi_n) \delta_{in} \quad (3)$$

$$\delta_i^y = D_0 \sin(\varphi_0) \delta_{i0} + D_1 \sin(\varphi_1) \delta_{i1} + \dots + D_n \sin(\varphi_n) \delta_{in} \quad (4)$$

где δ_i^x , δ_i^y – проекции перемещения в i -й точке ($i=1..m$); δ_{ij} – перемещение в i -й точке от единичного дисбаланса на j -м валу; D_j – дисбаланс от разнотолщинности j -го вала; φ_j – фаза дисбаланса j -го вала, которая принимается как случайная величина, равномерно распределенная в интервале $[0; 2\pi]$.

Из формул (3)-(4) видно, что перемещение сечений вала в общем случае может не быть равномерно распределенной случайной величиной (поскольку из равномерности распределения некоторого набора случайных величин не следует равномерность распределения их суммы).

Определение плотности распределения перемещения производится генерацией независимых выборок D_j , φ_j и проведением преобразований по формулам (3)-(4).

Результаты. Для роторной системы, представленной на рис. 1, была определена плотность распределения максимального поперечного перемещения для трех случаев: в случае действия разнотолщинности на 3 валу, в случае действия разнотолщинности на 2 и 3 валу, и в случае действия разнотолщинности на всех трех валах.

Расчеты проводились с использованием языка Python, значения δ_{ij} определялись с использованием программной системы для анализа роторной динамики Dynamics R4.

Гистограммы распределения максимального перемещения сечений ротора при $s_{\max}=0.015$ мм показаны на рис. 2 (расчетная частота вращения $\omega=17458.9$ об/мин соответствует второй критической частоте вращения ротора). Здесь δ_{\max} – максимальное перемещение сечений ротора, реализуемое при наихудшем сочетании нагрузок (максимально возможное перемещение); $\tilde{\delta}_{\max}$ – максимальное перемещение сечений ротора, такое что $P(\delta_{\max} > \tilde{\delta}_{\max}) = 0.05$.

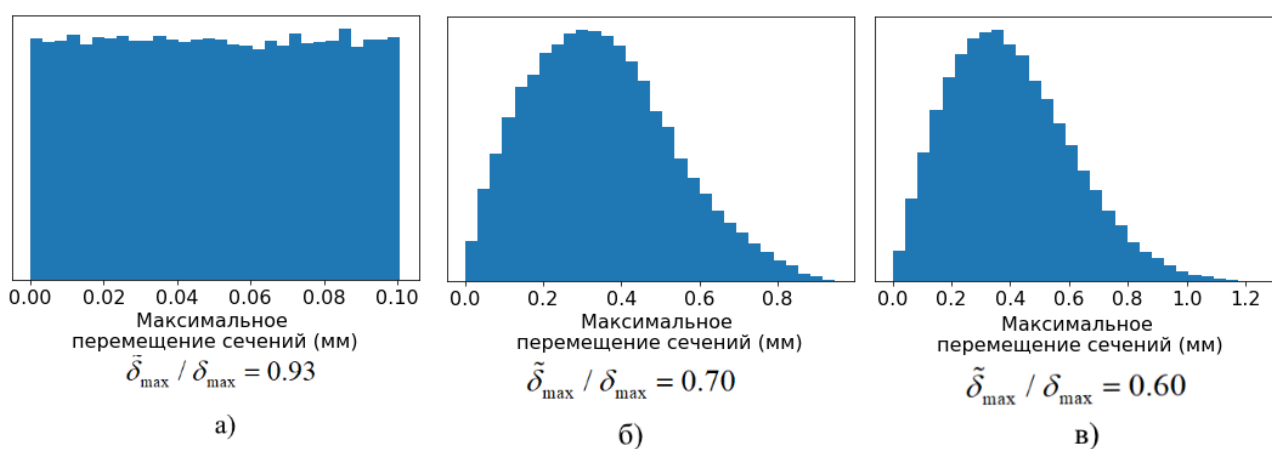


Рис. 2. Гистограмма распределения максимального перемещения сечений ротора от нагрузки, вызванной а) разнотолщинностью вала 3; б) разнотолщинностью валов 2 и 3; в) разнотолщинностью валов 1, 2 и 3

Выводы. Результаты показывают, что плотность распределения максимального перемещения сечений ротора является равномерно распределенной только в случае наличия разнотолщинности на одном валу. С увеличением числа валов, на которых учитывается разнотолщинность, медиана распределения сдвигается левее, это связано с тем, что вероятность наихудшего сочетания нагрузок уменьшается при росте числа нагрузок.

Представленный в данной работе подход применим для случая присутствия разнотолщинности на нескольких валах, когда не удастся тривиальным образом определить максимальное перемещение сечений ротора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ласкин А.С., Себелев А.А., Забелин Н.А. Энергетические машины. Вибропрочность и устойчивость элементов турбомашин // СПб: Политех-пресс – 2018. – С. 128.
2. Брюханов С.А., Крисанов А.Е., Жариков В.В., Филянкин С.В. Влияние теплового дисбаланса на ротор насосно-компрессорного и турбинного оборудования // Евразийский Союз Учёных – 2015. – №21. – С. 35-37.
3. Mark S. Darlow. Balancing of high-speed machinery // Department of Mechanical Engineering, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York, – 1989. –P. 53-118.

АНАЛИЗ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ В УСЛОВИЯХ
НАКОПЛЕНИЯ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ И ПОЛЗУЧЕСТИ

Введение. С начала 21 века в мире существенно возрос интерес к созданию атомных реакторов замкнутого цикла использования ядерного топлива. На данный момент в России начато строительство подобного реактора на быстрых нейтронах со свинцовым теплоносителем БРЕСТ-ОД-300.

Проведение исследований по обоснованию прочности металлоконструкций реактора показало, что в рабочих режимах может возникать потеря устойчивости тонких, но больших по площади металлических листов, из которых формируются внутренние полости, заполняемые свинцовым теплоносителем. Устойчивость теряется вследствие совместной работы металла и бетона под действием температурных нагрузок. В дополнение к данному эффекту рабочая температура теплоносителя составляет 420°C , а в режиме нарушения нормальной эксплуатации может достигать 500°C . Наличие таких температур может вызывать возникновение деформаций ползучести в металле, которые приводят к прогрессирующему формоизменению и накоплению повреждений.

Целью работы является анализ процесса потери устойчивости в условиях накопления пластических деформаций и ползучести в простейших элементах конструкции с помощью численных и аналитических оценок.

Актуальность данной работы заключается в необходимости формирования комплексных зависимостей критериев потери устойчивости металлических оболочек под действием различных нагрузок в условиях ползучести и накопления пластических деформаций. Получение таких зависимостей позволит на стадии проектирования с большей точностью предсказывать склонность конструкции к потере устойчивости в процессе нелинейного деформирования.

Ползучесть стержня при чистом изгибе.

Анализ сложных нелинейных задач принято начинать с таких, для которых можно получить аналитические оценки.

Первая задача состоит в анализе состояния стержня при чистом изгибе в условиях возникновения деформаций ползучести. При решении задачи (рис.1) предполагается:

1. отрезок CD – часть нейтральной линии, которая не имеет удлинения в результате деформации;
2. сечения остаются плоскими.

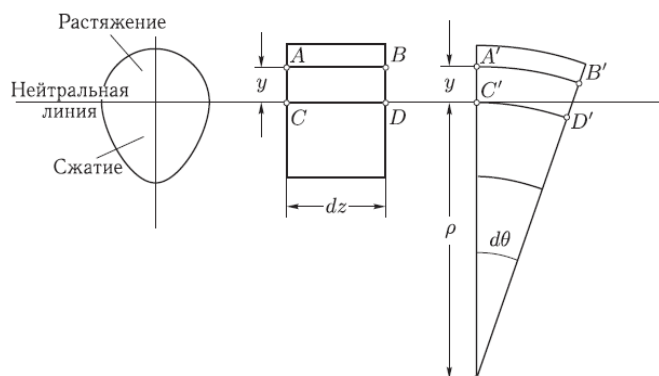


Рис. 1. Изменение длины продольных слоев стержня при чистом изгибе

^(*) Р.В. Федоренко, fedorenko_rv@spbstu.ru

Согласно базовым соотношениям [1,2] можно получить выражение для деформаций, возникающих в стержне:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{A'B' - AB}{AB} = \frac{y d\theta}{dz} = \frac{y}{\rho} = \chi y,$$

где Δl – изменение длины, l – длина, y – расстояние до нейтрального слоя, $d\theta$ – угол поворота, dz – длина произвольного отрезка, ρ – радиус, $\chi = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dz}$ – кривизна участка.

Дифференцируя данное соотношение, получим:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\chi} \cdot y.$$

Пренебрегая упругими деформациями и используя стандартную теорию ползучести, получим:

$$\dot{\chi} \cdot y = B\sigma^n,$$

Тогда:

$$\sigma = \left(\frac{\dot{\chi} \cdot y}{B} \right)^{1/n}.$$

Учитывая упругую часть и теорию ползучести:

$$\frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + B\sigma^n = \dot{\varepsilon}.$$

При этом для $t > 0$ конфигурация стержня не меняется, то есть $\dot{\chi} = 0$ и, следовательно, $\dot{\varepsilon} = 0$.

Тогда:

$$\int_{\sigma_0}^{\sigma} \frac{d\sigma}{\sigma^n} = -B E t = (n-1) [\sigma_0^{-(n-1)} - \sigma^{-(n-1)}], \sigma_0 = \sigma_0(y) = \sigma_{max} \cdot \frac{2y}{H} = \frac{6M_0}{bH^2} \cdot \frac{2y}{H} = \frac{12M_0}{bH^3} \cdot y$$

Для прямоугольного сечения верно [2]:

$$M(t) = \frac{bH^2}{2} \int_0^1 \sigma(y, t) \cdot y dy.$$

Совмещая последние соотношения получим:

$$M(t) = 3 \cdot \int_{y=0}^{y=1} (y)^2 \cdot \left[1 - \frac{y^{n-1} \cdot t}{n-1} \right]^{\frac{1}{n-1}} dy$$

На рис. 2 представлены зависимости релаксации безразмерной величины момента во времени для разных значений n в степенном законе ползучести.

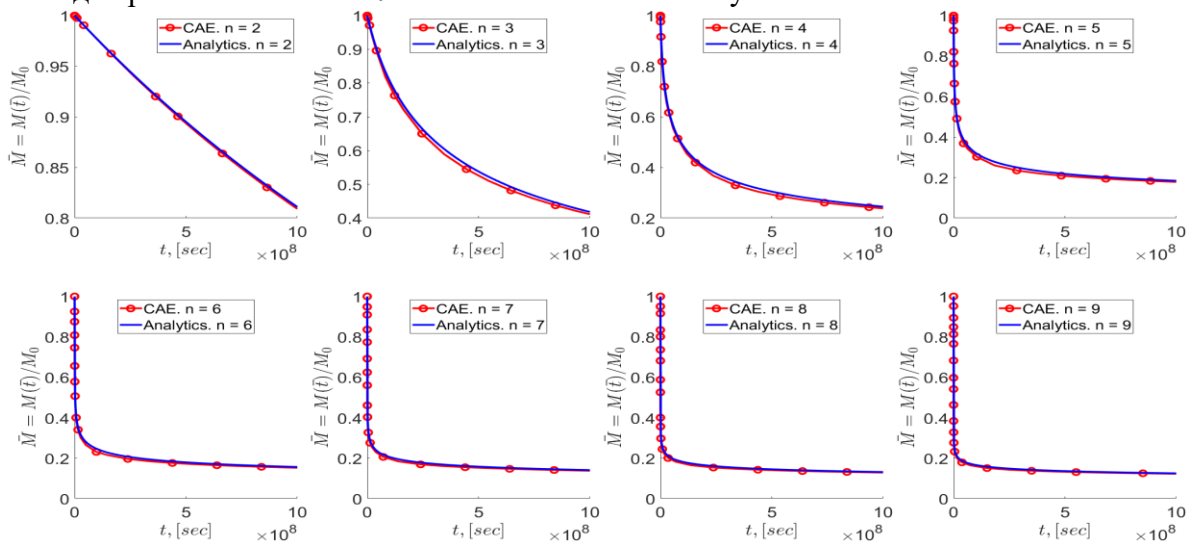


Рис. 2. Релаксация момента для различных значений параметра n в законе ползучести

Выпучивание цилиндрической оболочки

Выпучивание цилиндрической оболочки под действием гидростатического давления (рис. 3а) рассматривается в следующих предположениях:

1. рассматривается поведение слегка овального кольца из упруго-идеально-пластического материала под внешним гидростатическим давлением;
2. перемещения малые по сравнению со средним радиусом кольца;
3. после приложения внешнего давления кольцо остается овальным.

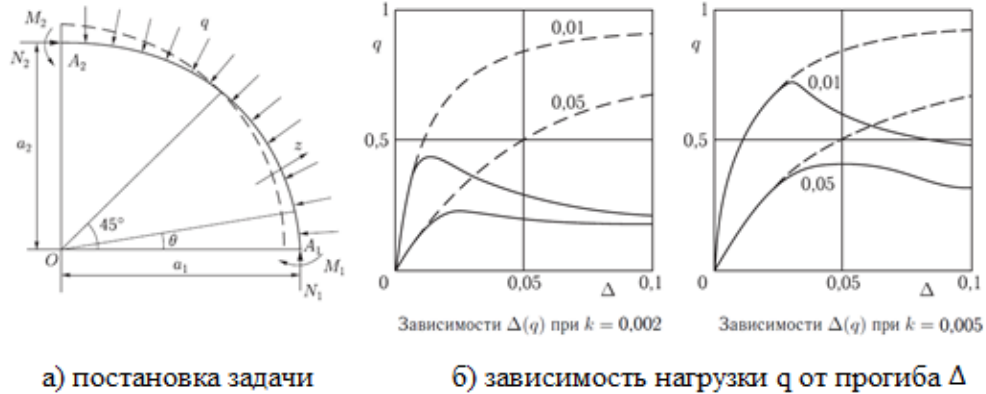


Рис. 3. Выпучивание цилиндрической оболочки

В упругой и пластической зоне зависимости критической нагрузки от максимального прогиба кольца записываются в виде (показаны на рис. 3б):

$$\Delta = \Delta_0 q / (1 - q) \text{ для упругой зоны.}$$

$$q = \frac{8k}{\lambda^2 \cdot (2 + \lambda + h\Delta_0 + h\Delta + 6\lambda \cdot (\Delta_0 + \Delta))} \text{ — для пластической зоны}$$

Сравнение численного и аналитических решений представлено на рис. 4.

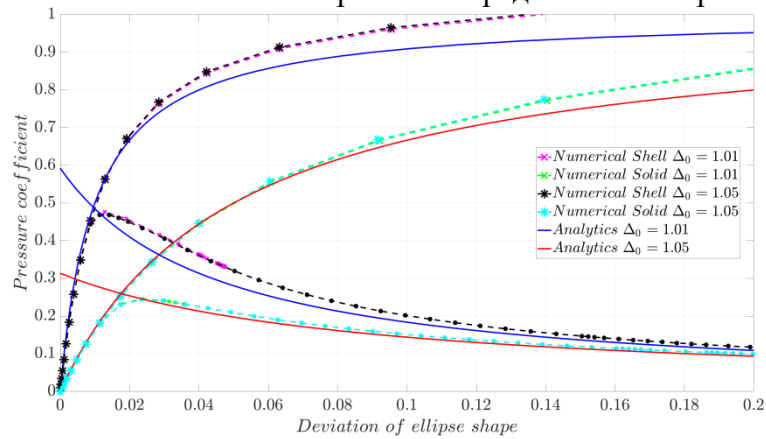


Рис. 4. Зависимость нагрузки от прогиба для оболочки

Заключение. Получены скорректированные аналитические оценки процессов потери устойчивости оболочек в неупругой зоне на основе описанных в [2] подходов. Проведено численное моделирование данных процессов, проведена верификация численных процедур и моделей материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Павлов П.А. Сопротивление материалов: учебник / П. А. Павлов, Л. К. Паршин, Б. Е. Мельников, В. А. Шерстнев. - 5-е изд., стер. - СПб: Лань, 2019. - 556 с.
2. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов. – М. ФИЗМАТЛИТ, 2015. – 506с.

РОБАСТНО-АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА СЛУЧАЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВЫХОДНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Данная работа продолжает исследования в области управления динамическими объектами, характеристики которых могут неконтролируемым образом изменяться в широких пределах. Рассматривается подход, нацеленный на преодоление существенных недостатков двух известных методов: робастного и адаптивного управления [1]. Изложение ведется применительно к инерционным объектам с запаздыванием, модель которых задается передаточной функцией $H(p) = ke^{-p\tau}/(Tp + 1)$ с тремя характерными параметрами: коэффициентом усиления k , инерционностью T и запаздыванием τ . На выход объекта управления (ОУ) наряду с управляющими воздействиями от ПИ-регулятора с передаточной функцией $W(p) = k_p + k_i/p$ влияют возмущения. Модель возмущений задается дифференцируемым случайным процессом, который генерируется непрерывным белым шумом, пропущенным через формирующий фильтр с передаточной функцией $G(p) = 1/[(R_1p + 1)(R_2p + 1)]$.

Введем вектор параметров «истинной» модели объекта управления $Z = [k, T, \tau]^T$ и вектор параметров регулятора $A = [k_p, k_i]^T$. Параметры регулятора рассчитываются в зависимости от параметров расчетной модели управляемого объекта $Z_r = [k_r, T_r, \tau_r]^T$, то есть $A = F(Z_r)$, причем в условиях неопределенности модель Z_r может отличаться от Z . Заданы интервалы возможных значений параметров объекта управления $\underline{K} \leq K \leq \bar{K}$, $\underline{T} \leq T \leq \bar{T}$, $\underline{\tau} \leq \tau \leq \bar{\tau}$, чему графически соответствует параллелепипед на рис. 1.

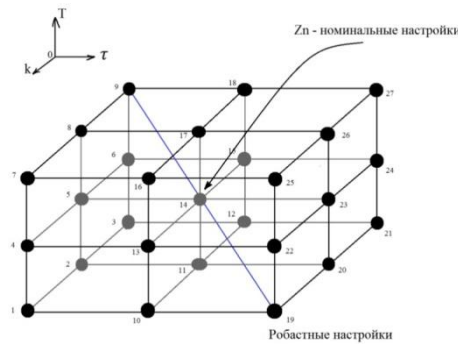


Рис. 1. Область возможных параметров ОУ

Функция $F(Z)$ задается соотношениями $k_i = a/k\tau$, $k_p = k_iT$, где константа a зависит от критерия качества управления и для интегрального квадратичного критерия $a = 0.739$ [1]. В соответствии с [1] робастные настройки определяются по правилу $A_{rob} = F(Z_r)$, где $Z_r = Z_{rob} = [\bar{k}, \underline{T}, \bar{\tau}]^T$, номинальные настройки – по правилу $A_{nom} = F(Z_r)$, где $Z_r = Z_{nom} = [\frac{k+\bar{k}}{2}, \frac{T+\bar{T}}{2}, \frac{\tau+\bar{\tau}}{2}]^T$, а отвечающие истинной модели ОУ адаптивные настройки – по правилу $A_{ad} = F(Z)$.

Согласно робастно-адаптивному методу вектор расчетной модели $Z_{rob\ ad}$ ищется на главной диагонали параллелепипеда возможных значений модели ОУ, проходящей от точки

(*) Л.М. Яковис, leonid@yakovis.com

наиболее «слабых» робастных настроек $\mathbf{Z}_{rob} = [\bar{k}, \underline{T}, \bar{\tau}]^T$ до точки наиболее «сильных» настроек $\mathbf{Z}_{str} = [\underline{k}, \bar{T}, \underline{\tau}]^T$ так, что

$$\mathbf{Z}_{rob\text{ad}}(\rho) = \frac{\rho}{2}\mathbf{Z}_{str} + (1 - \frac{\rho}{2})\mathbf{Z}_{rob}, \quad (1)$$

где настраиваемый параметр ρ меняется от 0 до 2.

Номинальные настройки регулятора, рассчитанные на центральную точку параллелепипеда, могут быть получены, если принять $\rho = 1$. В процессе самонастройки регулятора весовой коэффициент ρ определяется поисковым путём из условия оптимизации критерия качества управления. При этом робастно-адаптивные настройки регулятора рассчитываются по формуле

$$\mathbf{A}_{rob\text{ad}} = \mathbf{F}(\mathbf{Z}_{rob\text{ad}}). \quad (2)$$

В рамках робастно-адаптивного управления для нахождения субоптимальных настроек регулятора следует двигаться по лучу параметров от точки с робастными настройками в сторону точки с номинальными настройками. Здесь, однако, следует учесть, что в течение достаточно длительного процесса поиска может изменяться интенсивность возмущений, вызывая пропорциональные изменения СКО выходной переменной σ_{ex} , никак не связанные с качеством настроек регулятора. Это, в свою очередь, может вызывать ошибки при поиске ρ .

Таким образом, возникает задача использования в процессе самонастройки регулятора показателя качества управления, инвариантного по отношению к изменениям интенсивности возмущений. В качестве такого показателя в данной работе предлагается использовать σ_{int} – СКО интервалов времени между моментами пересечения нуля сигналом отклонений выходной переменной от заданного значения.

Суть предложения состоит в том, что при «слабых» робастных настройках поведение выходной переменной определяется главным образом случайными возмущениями, и σ_{int} достаточно велико. По мере усиления регулятора на выходную переменную все большее влияние оказывают динамические характеристики системы «объект-регулятор». При этом поведение выходной переменной принимает все менее случайный характер, что сопровождается постепенным уменьшением СКО временных интервалов σ_{int} . Это уменьшение (по сравнению с начальным уровнем, когда $\rho = 0$) становится значительным при приближении к границе устойчивости.

Что касается СКО выходной переменной σ_{ex} , то при увеличении ρ оно постепенно снижается, проходит точку минимума, а затем, когда система начинает терять устойчивость, резко возрастает. Сопоставление поведения двух рассматриваемых статистических показателей позволяет предположить, что повышение усиления регулятора следует проводить до тех пор, пока СКО интервалов заметно не снизится по сравнению с начальным уровнем, соответствующим робастным настройкам.

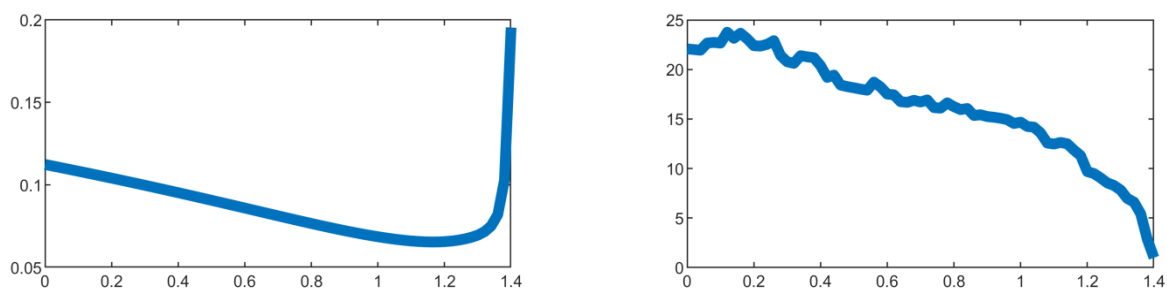


Рис. 2. Графики зависимости от ρ СКО выходной переменной (слева) и СКО интервалов между нулями выходной переменной (справа) для точки 14 параллелепипеда возможных ОУ

Рассмотрим численный пример, для которого $\underline{k} = 1, \bar{k} = 4, \underline{T} = 5, \bar{T} = 20, \underline{\tau} = 2, \bar{\tau} = 10, R_1 = R_2 = 15$. По приведенным данным необходимо уметь рассчитать пороговое значение отношения $n = \sigma_{int}(0) / \sigma_{int}(\rho)$, при достижении которого производится остановка процесса поиска оптимального значения настроечного параметра ρ , после чего настройки регулятора определяются по формулам (1), (2).

В предположении, что каждый из трех параметров модели может принимать крайние или среднее значения в заданном диапазоне, рассматривается $N = 3^3 = 27$ различных объектов управления (рис. 1). На рис. 3 представлены типичные зависимости $\sigma_{out}(\rho)$ и $\sigma_{int}(\rho)$ для точки № 14.

Из левого графика следует, что $\min \sigma_{out}(\rho)$ достигается при $\rho = 1.2$. Учитывая, что $\sigma_{int}(0) = 22.5$ и $\sigma_{int}(1.2) = 10$, получим, что для точки 14 пороговое значение целесообразно принять на уровне $n_r = 22.5/10 = 2.25$. Задача, однако, состоит в том, чтобы определить пороговое значение, пригодное для всех 27 возможных точек параллелепипеда на рис.1.

Рассмотрим формализованный способ расчета порогового значения n_r . Введем обозначение $\rho_i(n_r)$ для весового коэффициента ρ , который соответствует порогу n_r применительно к i -й точке параллелепипеда возможных значений параметров ОУ. Введем также относительный показатель качества управления

$$\delta\sigma_{out,i}(n_r) = (\sigma_{out,i}(0) - \sigma_{out,i}(\rho_i(n_r))) / \sigma_{out,i}(0),$$

характеризующий относительное повышение стабильности выходной переменной при переходе от робастных настроек к робастно-адаптивным применительно к i -й точке параллелепипеда. Пусть $\overline{\delta\sigma_{out,i}(n_r)} = (\sum_{i=1}^N \delta\sigma_{out,i}(n_r)) / N$. – среднее по всем точкам параллелепипеда значение показателя эффективности робастно-адаптивного управления с порогом n_r . Тогда оптимальное значение n_r может быть найдено путем поисковой максимизации $\overline{\delta\sigma_{out,i}(n_r)}$ при ограничениях, связанных с необходимостью сохранения устойчивости системы в каждой из N точек дискретизации области возможных значений параметров ОУ. Условие сохранения устойчивости системы в i -й точке может быть формализовано следующим образом. Пусть $\rho_{robad,i}$ значение весового коэффициента ρ , соответствующее минимальному значению СКО выходной переменной $\sigma_{out,i}$. Тогда если $\rho_i(n_r) \geq \rho_{robad,i}$, то должно выполняться условие $\sigma_{out,i}(\rho_i(n_r)) \leq (1 + \alpha)\sigma_{out,i}(\rho_{robad,i})$ для всех i от 1 до N , где $0 < \alpha \ll 1$ – настраиваемый параметр. Выполнение этого условия блокирует опасность оказаться в области существенного возрастания СКО выходной переменной, что является признаком близости зоны неустойчивости.

Серия компьютерных экспериментов показала, что в рассматриваемом численном примере максимум $\overline{\delta\sigma_{out,i}(n_r)}$ достигается при $n_r = 2$. При этом пороговом значении условие устойчивости для $\alpha = 0.1$ выполняется во всех 27 возможных комбинациях параметров ОУ. Среднее значение показателя $\overline{\delta\sigma_{out,i}(2)}$ составляет 0.42. Это означает, что в данном случае предложенный способ робастно-адаптивного управления обеспечивает повышение стабильности выходной переменной на 42% по сравнению с робастным управлением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Яковис Л.М. Робастно-адаптивное управление непрерывными процессами с применением типовых регуляторов // В сб. трудов междунар. науч. конф. ММТТ-33: в 12 т. Т. 9 Математические методы в технике и технологиях / СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2020. с. 24 – 30

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВНЫХ КОНСТРУКЦИЙ В ПРОЦЕССЕ БЕТОНИРОВАНИЯ

Введение. На этапе строительства при бетонировании массивных железобетонных и бетонных конструкций происходит экзотермическая химическая реакция между водой и цементом. Температура в центральной части массивных блоков может достигать 60-80°C, в то время как на поверхности бетона она мало отличается от температуры наружного воздуха. Перепады температуры в бетонном массиве вызывают значительные напряжения и, как следствие, растрескивание бетона. Особенно важно обеспечивать целостность и несущую способность особо опасных объектов (АЭС).

Цели и задачи работы. Данная работа нацелена на получение расчетных данных о влиянии времени использования теплоизоляции и разницы в температурах бетонной смеси и окружающей среды на рост температурных напряжений и возможности трещинообразования.

Описание методов исследования. Моделирование выполнено методом конечных-элементов с использованием программного комплекса ABAQUS [2].

В качестве внутреннего источника тепловыделения в данной работе рассматривалось тепло, выделяемое при гидратации цемента. Оно определялось по известной формуле (1), учитывающей зависимость тепловыделения от температуры твердения (концепция приведенного времени), приведенной в [1,3]. Учет влияния температуры осуществляется с помощью температурной функции, текущее время – функция температур (2).

$$Q(\tau) = Q_{max}[1 - (1 + A_T\tau)^{-\frac{1}{m-1}}], \quad (1)$$

$$t_{red} = \int_0^\tau f_T d\tau, f_T[T(\tau)] = \frac{T(\tau)-20}{2^{8+0.13T}}, \quad (2)$$

В програмном комплексе ABAQUS данный эффект реализуется заданием мощности тепловыделения (3) с использованием FORTRAN-подпрограммы HETVAL, структура которой описана в [2].

$$q = \frac{1}{m-1} Q_{max} A_{20} 2^{\frac{T-20}{8+0.081T}} (1 + A_{20}\tau)^{-\frac{1}{m-1}-1} \quad (3)$$

Недопущение образования трещин оценивалось согласно критерию трещиностойкости П.И.Васильева (4), приведенного в [4]:

$$\sigma(t) \leq \gamma_{ст} \gamma_h \varepsilon_{lim} \phi(t) E(t) \quad (4)$$

Объект исследования. Рассматривается один из блоков фундаментной плиты реакторного здания. Блок имеет размеры 2.5×17.9×21.8 м, толщина грунта при моделировании составляет 3 м. Задача решается в трехмерной постановке, в модели использованы условия симметрии (запрет перемещений по нормали к поверхности).

^(*) Ф.В. Шаделко, shadelko_fv@spbstu.ru

Между бетоном и грунтом задан тепловой контакт с идеальной теплопроводимостью. На открытых участках плиты происходит теплообмен со средой. Влияние теплоизоляции было исследовано для нескольких случаев с различными коэффициентами теплопередачи β в первые 7 дней бетонирования: 1 - наличие пологи ($\beta = 10 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{°C}$) и опалубки ($\beta = 6.5 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{°C}$), 2 - применение теплоизолирующего материала этафома толщиной 10 мм ($\beta = 2.64 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{°C}$), и 3 - полная теплоизоляция ($\beta = 0$). Для летнего режима проведен расчет с увеличенным временем наличия теплоизоляции – 14 дней.

Начальная температура бетонной смеси при бетонировании летом - 23°C , зимой - 14°C ; температура окружающей среды в летний период 20°C , в зимний -5°C ; температура грунта на глубине 3 м принималась равной 5°C [5].

Начальное распределение температур в грунте получено решением стационарной задачи теплопроводности. На нижней поверхности задавалась температура 5°C , для верхней поверхности грунта задавалось условие теплообмена со средой с коэффициентом теплоотдачи $\beta = 24 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{°C}$.

Свойства материалов приведены в табл. 1. Изменение модуля упругости бетона в зависимости от времени учитывалось по формуле (5) приведенной в [3].

$$E(t) = E_{max}(1 - \eta e^{-\alpha_1 t}) \quad (5)$$

Табл. 1. Свойства материалов

	Бетон	Грунт
Модуль упругости, МПа	$E(t)$	58
Плотность, кг/м ³	2400	2000
Коэффициент линейного расширения, 1/°C	1E-5	1E-5
Коэфф. теплоемкости, Дж/кг°C	1000	1340
Коэфф. теплопроводности, Вт/м°C	2.67	1.42
Коэфф. Пуассона	0.11	0.27

Результаты. На рис. 1-3 приведены распределения температур и максимальных главных напряжений с течением времени, рассчитанные с различными вариантами теплоизоляции для точек в центре и на поверхности плиты.

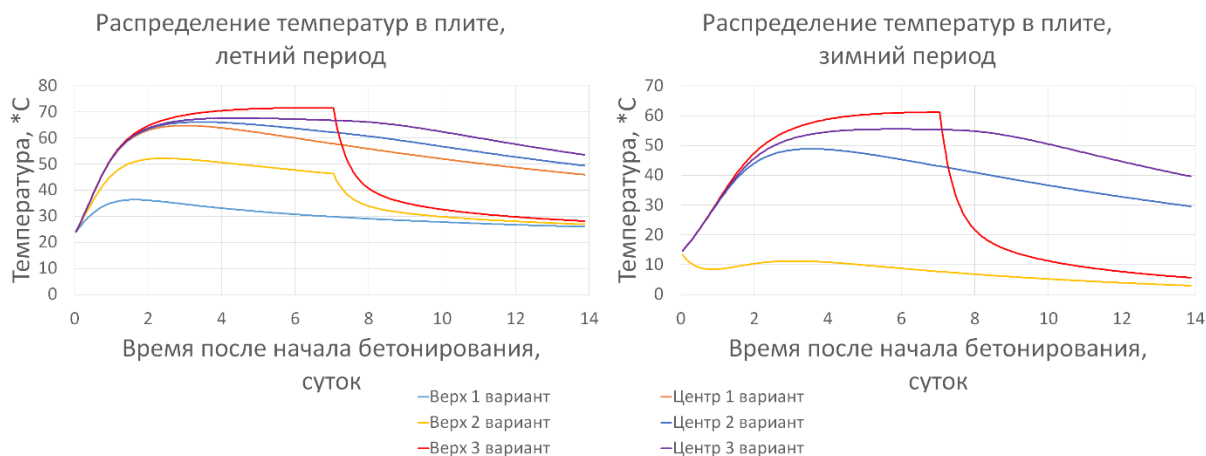


Рис. 1. Температуры в блоке при различных вариантах теплоизоляции, время снятия теплоизоляции через 7 дней (летний и зимний период)

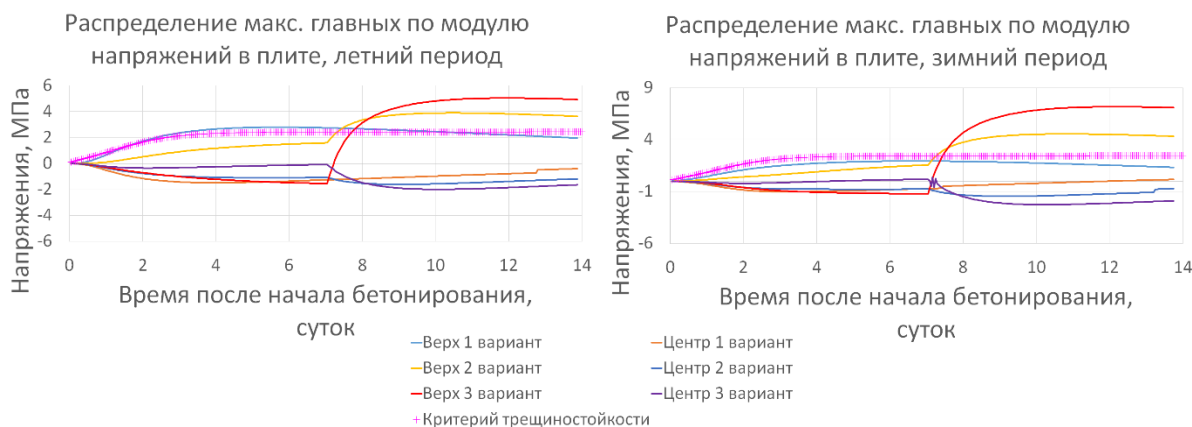


Рис. 2. Напряжения в блоке при различных вариантах теплоизоляции, время снятия теплоизоляции через 7 дней (летний и зимний период)

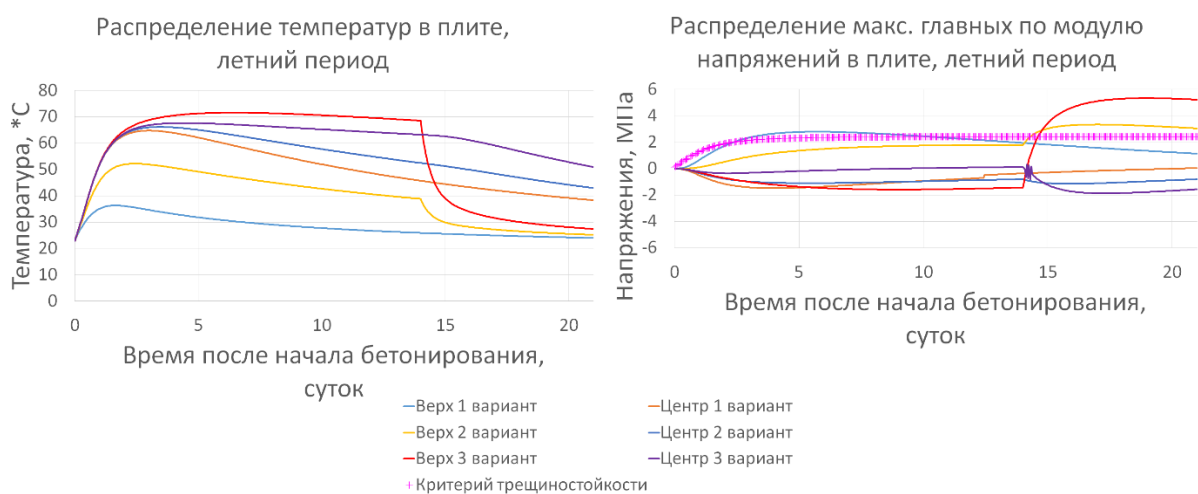


Рис. 3. Напряжения и температуры в блоке при различных вариантах теплоизоляции, время снятия теплоизоляции через 14 дней (летний период)

Выводы. Наилучшим вариантом при бетонировании является использование теплоизоляции на всем периоде твердения бетона. Снятие теплоизоляции даже спустя 14 дней после бетонирования вызывает термонапряжения превышающие допустимые. Для обеспечения термической стойкости необходимо обеспечивать минимальную разницу температуры бетонной смеси и окружающей среды для этого необходимо проводить специальные мероприятия: использование тепляков, прогревающих кабелей/охлаждающих труб.

ЛИТЕРАТУРА

1. Запорожец, И.Д. Тепловыделение бетона / И.Д. Запорожец, С.Д. Окороков – Издат-во строительства – Ленинград, 1966.
2. Abaqus 2016 Theory Guide – Dassault Systems, 2016.
3. Васильев П.И., Конов Ю.И., Малькевич А.Б., Семенов К.В. Температурные напряжения в массивных бетонных и железобетонных элементах энергетических сооружений. СПб: Издательско-полиграфический центр СПбГТУ, 1995. 197 с.
4. П 46-89 Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций гидротехнических сооружений (без предварительного напряжения) к СНиП 2.06.08.87 Ленинград: 1991, 139 с.
5. СП 131.13330.2012 Строительная климатология.

ОБ УЧЕТЕ НЕСОВЕРШЕНСТВ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РЕЗОНАТОРА
ВОЛНОВОГО ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ГИРОСКОПА

Введение. Работа волнового твердотельного гироскопа (ВТГ) основана на использовании эффекта Брайана, заключающемся в явлении инертности упругих волн [1-2]. Чувствительным элементом ВТГ, как правило, является резонатор, представляющий собой тонкостенную оболочку цилиндрической или полусферической формы, в которой возбуждаются колебания на собственной частоте.

Отсутствие возможности изготовления идеального резонатора, на практике, приводит к тому, что его колебания происходят не на одной резонансной частоте, а на двух близких, обусловленных различными несовершенствами. Данное явление называется расщеплением собственной частоты. Таким образом, необходимо учитывать несовершенства в математической модели резонатора, для определения их влияния на расщепление.

В данной работе исследуется математическая модель полусферического резонатора, которая позволяет определить собственные частоты резонатора с учетом возможных несовершенств, проявляющихся в изменениях толщины резонатора по окружному (азимутальному) углу.

Постановка задачи. Рассматривается задача на собственные значения для тонкостенной полусферической оболочки (резонатора), представленной на рис. 1.



Рис. 1. Геометрическая модель полусферического резонатора:
1 – тонкостенная полусферическая оболочка, 2 – ножка

Для определения собственных частот резонатора используется вариационный принцип Гамильтона [3]:

$$\delta I = \delta \int_{t_0}^{t_1} L(q_1, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n, t) dt = 0,$$

где δI – вариация искомого функционала, $L = T - W$ (T , W – кинетическая энергия рассматриваемого элементарного объема оболочки и потенциальная энергия деформаций соответственно). Выражения для потенциальной и кинетической энергий записываются в форме, полученной В.В. Новожиловым [4]:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \rho h V^2 A_1 A_2 d\theta d\varphi,$$

^(*) С.А. Шевченко, shevchenko.sergei.a@yandex.ru

$$W = \frac{Eh}{2(1-\nu^2)} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 - 2(1-\nu) \left(\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \left(\frac{\omega}{2} \right)^2 \right) \right] A_1 A_2 d\theta d\varphi + \rightarrow$$

$$\rightarrow + \frac{Eh^3}{24(1-\nu^2)} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[(\kappa_1 + \kappa_2)^2 - 2(1-\nu)(\kappa_1 \kappa_2 - \tau^2) \right] A_1 A_2 d\theta d\varphi$$

где h , м, – толщина полусферической оболочки; A_1, A_2 – параметры Ляме; ν – коэффициент Пуассона материала; E, Pa , – модуль упругости материала; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – параметры, характеризующие удлинение срединной поверхности; κ_1, κ_2 – параметры, характеризующие изгибные деформации срединной поверхности; ω, τ – параметры, характеризующие деформации сдвига и кручения соответственно; θ, φ , град, – зенитный и азимутальный углы, соответственно. В результате применения метода Ритца задача по нахождению собственных частот сводится к задаче на собственные значения:

$$(A - \lambda^2 B)C = 0,$$

где A, B – матрицы, связанные с кинетической и потенциальной энергиями, а также координатными функциями; C – вектор-столбец неизвестных коэффициентов; λ – вектор-столбец значений собственных частот.

Учет несовершенств резонатора. В литературе [1,2] часто рассматриваются модели резонатора ВТГ с такими введенными несовершенствами, как разноупругость, разноплотность, разnodобротность, разнотолщинность. При этом учет влияния указанных несовершенств конструкции на значение собственной частоты описывается гармоническим законом и осуществляется введением дополнительного слагаемого, например:

$$h(\varphi) = h_0 + X_h \cdot \sin(m \cdot \varphi + \beta),$$

где h_0 , м, – номинальная толщина стенки резонатора, X_h , м, – амплитуда гармоники, α , град, – угловая координата, соответствующая азимутальному углу.

Следует отметить, что внешний и внутренний радиусы резонатора на практике измеряются проще и точнее, чем толщина, а степень обработки внутренней и наружной поверхностей зачастую различаются. Поэтому представляет интерес введение в модель указанных геометрических параметров, однако способ учета их несовершенств, аналогично представленному в [1,2] для толщины, затруднителен. В связи с тем, что теория тонких упругих оболочек основана на точных математических выкладках дифференциальной геометрии, получение параметров Ляме и главных кривизн для поверхности «возмущенной» полусферы представляет собой отдельную трудную задачу. Таким образом, к рассмотрению предлагается несколько «инженерных» вариантов учета разнотолщинности с использованием внутреннего и наружного радиусов резонатора.

Первый способ подразумевает вычисление толщины в зависимости от азимутального угла:

$$R_{\min}(\varphi) = R_{\min 0} + X_{R_{\min}} \cdot \sin(m \cdot \varphi + \beta) = R_{\min 0} + T_1;$$

$$R_{\max}(\varphi) = R_{\max 0} + X_{R_{\max}} \cdot \sin(k \cdot \varphi + \gamma) = R_{\max 0} + T_2;$$

$$h(\varphi) = R_{\min} - R_{\max},$$

где R_{\min}, R_{\max} , м – внутренний и наружный радиусы резонатора, соответственно, X_R , м, – амплитуда гармоники. При нахождении собственных частот, радиус срединной поверхности вычисляется как для идеальной полусферы:

$$R_{\text{mid}}(\varphi) = \frac{R_{\text{min}0} + R_{\text{max}0}}{2} = \text{const} \vee R_{\text{mid}}(\varphi) = \frac{(R_{\text{min}0} + X_{R_{\text{min}}}) + (R_{\text{max}0} - X_{R_{\text{max}}})}{2} = \text{const};$$

Следует, однако, иметь в виду, что допущение о сохранении формы срединной поверхности в виде полусферы применимо только для малых значений X_R .

Второй способ предполагает учет разнотолщинности через упруго-плотностную аналогию, т.е. при помощи корректировки значений модуля упругости и плотности:

$$h_0(\varphi) = (R_{\text{max}0} - X_{R_{\text{max}}}) - (R_{\text{min}0} + X_{R_{\text{min}}}) = \text{const};$$

$$h(\varphi) = h_0 + T_1 + T_2 + X_{R_{\text{max}}} - X_{R_{\text{min}}} = \text{const};$$

$$E_1(\varphi) = E_0 + (x-1) \cdot E_0 \cdot \sin(k \cdot \varphi + \gamma); E_2(\varphi) = E_0 + (x-1)^3 \cdot E_0 \cdot \sin(m \cdot \varphi + \beta);$$

$$\rho(\varphi) = \rho_0 + (x-1) \cdot \rho_0 \cdot \sin(l \cdot \varphi + \lambda),$$

где E_1, E_2, ρ – модули упругости при первом и втором интегралах в выражении для потенциальной энергии, $\rho, \text{кг/м}^3$ – плотность, $x = h/h_0$ – отношение текущей толщины резонатора, к толщине вписанной идеальной полусферы.

В табл. 1 представлены результаты расчета по двум описанным способам в сравнении с классическим учетом разнотолщинности и конечно-элементным (КЭ) моделированием. Расчет проведен для $X_h = 0.001 \cdot h_0$. Собственная частота резонатора постоянной толщины составляет 4960 Гц.

Табл. 1. Сравнение расщепления частоты, полученное разными способами

Способ расчета	Расщепление, Гц
Классический	1,3112
Способ №1	1,3153
Способ №2	2,46
КЭ моделирование	1,8

Заключение. Как следует из полученных результатов, классический аналитический расчет и расчет по способу №1 дают близкие результаты, при этом способ №1 позволяет учитывать различные амплитуды несовершенств внутреннего и наружного радиусов, а также сдвиг по фазе. Способ №2 по величине расщепления дает отличие от первых двух примерно в два раза, однако имеет смысл сравнивать их с результатом КЭ моделирования, как с решением, наиболее приближенным к точному. Видно, что относительно КЭ моделирования все рассматриваемые способы дают сопоставимое отличие. Необходимо подчеркнуть также, что использование рассмотренных способов возможно только при относительно малой амплитуде гармоник несовершенства толщины для первичной оценки уровня расщепления.

Работа выполнена при поддержке РФФ (грант № 21-71-10009).

ЛИТЕРАТУРА

1. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. - М.: Наука, 1985. - 125 с.
2. Лунин Б.С., Матвеев В.А., Басараб М.А. Волновой твердотельный гироскоп. Теория и технология. - М.: Радиотехника, 2014. - 176 с.
3. Голдстейн Г. Классическая механика. Пер. с англ. - М.: Наука. Гл. редакция физико-математической литературы, 1975. - 413 с.
4. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. - Ленинград: Судпромгиз, 1962. - 431 с.

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ РАЗБИЕНИЕ ГРАФА ПРИ РЕШЕНИИ
ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

Введение. В данной работе авторы представляют новую концепцию поиска субоптимального решения одной из главных проблем оптимизации – задачи коммивояжёра (ЗК). Показано, что алгоритм поиска распадается на набор подзадач, первая и важнейшая из которых – задача оптимального разбиения графа – исследована в работе. Кроме того, вкратце описаны основные этапы алгоритма решения ЗК.

Представленная концепция предполагает решение многих подзадач оптимизации различных типов. Все эти задачи требуют как формализации, так и, непосредственно, решения. Таким образом, обнаруживается простор для будущих исследований, имеющих большое значение не только в рамках данной концепции, но и для задачи в целом.

Агрегирование графа как способ снизить вычислительную сложность ЗК исследуется в [1]. Здесь авторы излагают общие идеи оригинального метода решения ЗК и оценивают его эффективность. Однако, данная работа не представляет никаких конкретных решений о способе агрегирования графа и других возникающих в методе подзадач. Материалы, освещающие задачу разбиения, представлены, в частности, в работе [2], где, в том числе, описана основная терминология, используемая и в настоящей работе, а также рассмотрен один из критериев оптимизации для задачи разбиения. Также, в работах [2, 3] содержатся примеры алгоритмов для решения задачи разбиения. Отдельные важные сведения об особенностях ЗК изложены в [4].

Цели работы. Формализовать задачу оптимального разбиения графа как подзадачу в методе решения ЗК, основанном на агрегировании транспортного графа, выбрать критерий оптимальности и экспериментально доказать или опровергнуть его целесообразность.

Постановка задачи. Имеется взвешенный граф $G = (V, E)$, где V – множество из n вершин, а E – множество ребер и матрица инцидентности $C = (c_{ij})$ [4]. Рассматривается ЗК в классической формулировке [3]. Путь коммивояжера обозначим $S = (s_1, \dots, s_n, s_1)$, его длину – $L(S)$. Требуется отыскать значение \bar{S} функционала S :

$$\bar{S} = \arg \min L(S) \quad (1),$$

$$L(S) = \sum_{i=1}^{n-1} c_{s_i s_{i+1}} + c_{s_n s_1} \quad (2).$$

Под разбиением $P = (P^i)$ ранга r понимается множество из r подмножеств V таких, что $\forall i, j P^i \cap P^j = \emptyset$ и $\bigcup_{i=1}^r P^i = P$.

Для удобства будем называть каждое из множеств P^i -той областью.

Согласно представленной концепции, предлагается искать некоторое субоптимальное решение ЗК, которому соответствует путь \hat{S}

$$\hat{S} = S(\hat{P}) = (\hat{P}^1, \dots, \hat{P}^r, \hat{P}^1) \quad (3).$$

При этом, \hat{P} – есть некоторое разбиение графа G . Пусть $\omega^i = |P^i|$. Отметим, что необязательно, чтобы $\forall i, j \omega^i = \omega^j$.

Задачей исследования является выбор такого функционала $f(P)$, что

^(*) Н.К. Ястребов, nyastrebov0@gmail.com

$$\arg \min f(P) = \hat{P} = \arg \min(\bar{S} - S(\hat{P})) \quad (4)$$

Описание алгоритма решения ЗК. Перед тем как перейти непосредственно к выбору критерия оптимальности разбиения, опишем общую структуру метода решения ЗК с помощью агрегирования графа.

1. На основе размерности ЗК и, быть может, каких-либо других параметров задачи определяются значения параметров разбиения, например, r и/или $\Omega = (\omega^i)$.
2. Находится оптимальное разбиение.
3. Внутри каждой из областей города агрегируются в одну вершину, лишние дороги отбрасываются. В результате получается новый граф \hat{G} с r вершинами.
4. На графе \hat{G} решается глобальная ЗК. В ходе нее определяется порядок обхождения областей и дороги обхода, а, следовательно, и точки входа-выхода для каждой из областей.
5. Для каждой области с учетом известных точек входа-выхода решается локальная ЗК.
6. Решения локальных и глобальной ЗК совмещаются: пути «склеиваются», а их длины складываются.

Вычислительная сложность такого процесса, по-видимому, будет в основном определяться вычислениями в пунктах 2, 3, 4, 5. Предполагая, что во всем процессе используется один и тот же метод решения ЗК со сложностью $\alpha(k)$, где k – размерность соответствующей ЗК, время работы алгоритма в целом определяется соотношением:

$$T(n) \approx T_2 + T_3 + \alpha(r) + \sum_{i=1}^r \alpha(\omega_i) \quad (5).$$

Выбор критерия оптимальности разбиения. Интуитивно мы понимаем, что на местности подряд будут посещаться те места, которые расположены поблизости друг от друга, то есть естественно образуют скопления на карте. На рис. 1 представлена визуализация решения ЗК по методу агрегирования. Серые прямоугольники – области разбиения. Начав свое движение в любом городе, коммивояжер сначала посетит все города в границах текущей области и лишь затем перейдет в следующую.

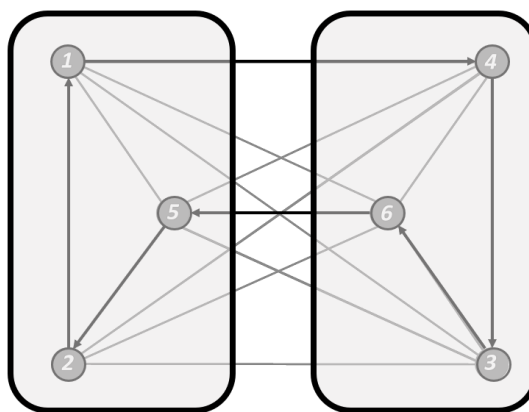


Рис. 1. Решение ЗК методом агрегирования графа

Предлагается исследовать следующие критерии оптимальности разбиения:

$$\hat{P} = \arg \min(\max_{i,j \in P_k}(c_{ij})) \quad (K1),$$

т. е., в первом случае ищется разбиение с минимальной длиной самой длинной дороги, соединяющей 2 города внутри одной из областей.

$$\hat{P} = \arg \max(\min_{i,j \in P_k}(c_{ij})) \quad (K2),$$

т. е., во втором случае ищется разбиение с максимальной длиной самой короткой дороги, соединяющей 2 города, находящихся в разных областях.

Наконец, в третьем случае

$$\hat{P} = \arg \min Int(P) \quad (K3),$$

где $Int(P) = \sum_{i=1}^r \sum_{l,m \in P_i} c_{lm}$ – внутренняя стоимость разбиения [2]

то есть, ищется разбиение с минимальной суммой длин дорог, соединяющих города внутри каждой из областей.

Был проведен численный эксперимент: для полностью заполненных симметричных матриц различных размерностей были получены как точные решения ЗК, так и субоптимальные решения по вышеописанному алгоритму по трем различным критериям оптимизации. В табл. 1 представлены данные об максимальной усредненной относительной ошибке результатов вычислений.

Табл. 1. Результаты численного моделирования алгоритма агрегирования по трем критериям

	K1	K2	K3
Максимальная усредненная относит. ошибка, %	36	33	20

Видно, что наиболее выгодным является третий критерий. Однако, даже он не обеспечивает хоть сколько-нибудь адекватной точности, более того, при отсутствии дорог между некоторыми городами (граф не является полным), ошибка значительно возрастает.

Выводы. В работе описан общий алгоритм решения ЗК методом агрегирования транспортного графа, а также рассмотрены различные критерии оптимизации (в т. ч. из источников) для одной из подзадач метода. Проведена серия численных экспериментов с целью оценивания каждого из них.

Неудовлетворительно высокие показатели ошибки побуждают нас задуматься о более сложном, но достаточно точном критерии оптимальности. Кажется, что эмпирическое предположение, высказанное нами в начале статьи, придает естественный смысл выбору наилучшего разбиения, однако сам функционал, по-видимому, не является слишком очевидным. Этот вопрос требует глубокого размышления, ведь имея на руках критерий оптимальности, весь поиск оптимального разбиения сводится к выбору удобного алгоритма, коих сейчас существует множество: метод попарных обменов [2], метод ветвей и границ [5], генетический алгоритм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Серая О.В. Применение процедуры кластеризации при решении задачи коммивояжера высокой размерности с использованием генетического алгоритма // Вестник Национального технического университета Харьковский политехнический институт. Серия: Информатика и моделирование. – 2006. – №23. – С. 164-169.
2. Kernighan B.W., Lin S. An Efficient Heuristic Procedure for Partitioning Graphs // Bell System Technical Journal. – 1970. – № 49. – С. 291–307.
3. Clausen J. Branch and Bound Algorithms – Principles and Examples, – 1990. – 26 с.
4. Мудров В.И. Задача о коммивояжере – Знание, – 1969. – 64 с.
5. Алексеев В.Е., Захарова Д.В. Теория графов. – Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, – 2017. – 119 с.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО
ДРЕЙФОВОГО СПЕКТРОМЕТРА

В последние десятилетия уделяется большое внимание проблеме внелабораторного химического анализа газовой фазы [1]. Обнаружение отравляющих, взрывчатых, наркотических и психотропных веществ, экологический мониторинг окружающей среды и т.д. – это тот ряд научных и практических задач, требующих определения молекулярного состава сложных проб. Одним из наиболее перспективных направлений решения указанных задач по праву является создание дрейфовых спектрометров. Большой интерес к данному методу анализа вызван такими достоинствами, как простота ввода анализируемых веществ, быстрое действие, высокая чувствительность, отсутствие вакуумных систем и портативность.

Представляемая работа посвящена формулировке математической модели работы дифференциального дрейф-спектрометра. Основная задача заключается в получении спектров ионной подвижности по исходным параметрам исследуемого образца.

В настоящее время существует большое количество конструкций дрейфовых спектрометров [2]. Ключевые конструктивные особенности одного из таких приборов изображены на рис. 1. Спектрометр представляет собой камеру цилиндрической формы, к которой подсоединены подводящий пробу канал и канал, отводящий газ из камеры. Оба канала расположены на одной оси, перпендикулярной оси камеры и пересекающей её. На противоположном торце камеры спектрометра есть четыре дополнительных подводящих сухого воздуха канала, расположенных вокруг коллектора на равном расстоянии друг от друга. Длина всех каналов равна 20 мм. Также вокруг камеры спектрометра расположен ряд электродов, необходимых для поддержания постоянного внешнего электрического поля.

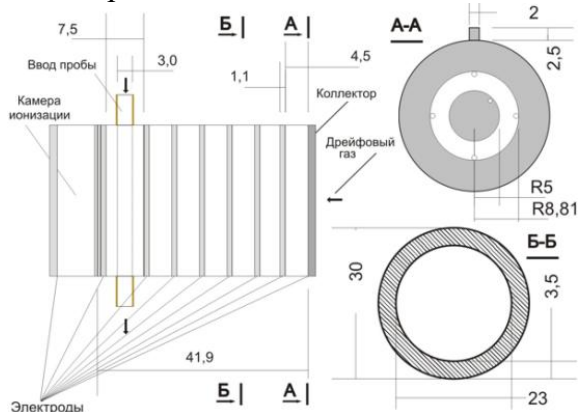


Рис. 1. Схема дрейфового спектрометра

Принцип работы дрейфового спектрометра заключается в том, что при старте из одной точки пространства ионы, имеющие разные массы и, соответственно, разные электрические подвижности, будут регистрироваться на коллекторе в разные моменты времени. Разница между временами пролёта ионов азота и пробы может служить идентификационной характеристикой типа анализируемого вещества. Укажем также, что ионизация частиц в камере спектрометра происходит за счёт коронного разряда.

^(*) В.Р. Адиатуллин, vlad-adia@mail.ru

В разрабатываемой нами математической модели дифференциального дрейфового спектрометра процесс ионизации частиц воздуха и пробы не рассматривается. Вместо этого принимается, что в результате ионизации возникают два облака ионов малой плотности с объёмными зарядами q_{air} и q_{pr} , локализованных между вторым и третьим электродами. Перенос зарядов осуществляется в газе при нормальных условиях в однородном внешнем электрическом поле при отсутствии внешнего магнитного поля. Скорости движения заряженных ионов предполагаются достаточно малыми, что позволяет пренебречь индуцируемыми магнитными полями и излучением движущихся зарядов. Поскольку рассматриваются ионы малой концентрации, то их влиянием на течение неионизированного газа в спектрометре также можно пренебречь. Это позволяет разделить задачу на две подзадачи: моделирование течения воздуха в спектрометре в трёхмерной постановке и численное решение уравнений переноса зарядов, записанных в одномерном приближении. Кроме того, примем во внимание обменные процессы между ионами азота и ионами пробы, но упростим их до механизма парных обменов.

С учётом вышеизложенных допущений система уравнений, определяющих электрогазодинамическое течение [3], будет состоять из уравнений Навье-Стокса и уравнений (1), описывающих транспорт ионов.

$$\begin{cases} \frac{\partial q_{air}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} [(V_z + b_{air}E)q_{air}] - D_{air} \frac{\partial^2 q_{air}}{\partial z^2} = \frac{q_{pr}}{\tau}, \\ \frac{\partial q_{pr}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} [(V_z + b_{pr}E)q_{pr}] - D_{pr} \frac{\partial^2 q_{pr}}{\partial z^2} = -\frac{q_{pr}}{\tau}, \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{(q_{air} + q_{pr})}{\epsilon_0}, \end{cases} \quad (1)$$

где q_{air} и q_{pr} – объёмные плотности зарядов ионов азота и пробы, b_{air} и b_{pr} – электрические подвижности ионов, D_{air} и D_{pr} – коэффициенты диффузии ионов, τ – время релаксации заряда (слагаемые с данным параметром отвечают за обменные механизмы), φ – электрический потенциал, ϵ_0 – электрическая постоянная.

Моделирование трехмерного течения воздуха в приборе осуществлялось в программном пакете Ansys Fluent на основе осреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса с применением $k-\omega$ SST модели турбулентности. Параметры воздуха брались при комнатной температуре. Во всех входных сечениях задавалась скорость 1 м/с и интенсивность турбулентности $Tu=1\%$. В выходном сечении задавалось нулевое избыточное давление.

Решение получено на блочно-структурированной, содержащей около 1.4 миллиона элементов, со сгущением к стенкам камеры и стенкам каналов. Рассчитанная картина течения иллюстрируется на рис. 2.

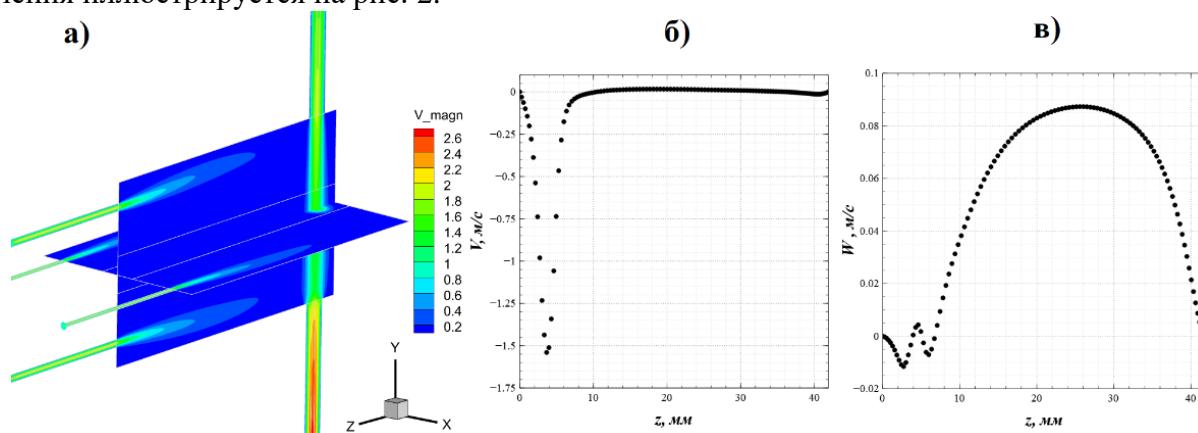


Рис. 2. Картина течения воздуха в спектрометре: а) поле модуля скорости, б) профиль y -компоненты скорости на оси камеры, в) профиль z -компоненты скорости на оси камеры

На рис. 2 можно видеть формирование пяти струй: основную струю, содержащую пробу исследуемого вещества, и четыре вспомогательные струи сухого воздуха. Взаимодействие этих струй между собой приводит к формированию приосевого течения в сторону коллектора. Физической причиной для возникновения потока воздуха, направленного к коллектору, является механизм эжекции вещества в каждую из четырех струй. Как следует из результатов расчета, на оси камеры присутствуют и другие компоненты скорости. Величина x -компоненты скорости по модулю на оси пренебрежительно мала. На участке, где струя ввода пробы пересекает ось камеры, уровень скорости в направлении оси y превышает значение основной (дрейфовой) составляющей скорости V_z . Однако в реальном устройстве учет этого смещения пробы с оси камеры контролируется и не выходит за границы «трубки тока», ограниченной коллектором ионов. Рассчитанное распределение осевой составляющей скорости усреднялось по каждому сечению «трубки тока», и полученное одномерное распределение осевой скорости $V_z(z)$ использовалось для решения одномерной задачи конвективно-диффузионного переноса ионов.

При численном решении уравнений системы (1) аппроксимация уравнений переноса осуществлялась с применением неявной двухслойной противоточной для конвективных слагаемых и центральной для диффузионных слагаемых схемы. Для аппроксимации уравнения Пуассона используется центральная схема второго порядка. Данный выбор схем позволяет перейти к СЛАУ с трёхдиагональными матрицами и избежать пространственных осцилляций в решении.

Граничные и начальные условия ставятся согласно (2).

$$\text{ГУ: } \begin{cases} z=0: \frac{\partial q_{air}}{\partial z} = 0, \frac{\partial q_{pr}}{\partial z} = 0, \varphi = \varphi_{in}, \\ z=l: q_{air} = q_{pr} = 0, \varphi = \varphi_{out}, \end{cases} \quad \text{НУ: } q_{air} = \begin{cases} q_{0air}, z \in [0, z^*] \\ 0, z \notin [0, z^*] \end{cases}, q_{pr} = \begin{cases} q_{0pr}, z \in [0, z^*] \\ 0, z \notin [0, z^*] \end{cases}, \quad (2)$$

где $\varphi_{in} - \varphi_{out}$ – разница потенциалов между торцами камеры спектрометра, z^* – местоположение третьего катода. Результатом решения системы являются спектры ионной подвижности, которые определяются формулой (3).

$$j_{air} = -D_{air} \left. \frac{\partial q_{air}}{\partial z} \right|_{z=l}, \quad j_{pr} = -D_{pr} \left. \frac{\partial q_{pr}}{\partial z} \right|_{z=l}. \quad (3)$$

На рис. 3 показаны рассчитанные спектры ионной подвижности для ионов дрейфowego газа и пробы с подвижностями $b_1 = 2.0 \text{ см}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$ и $b_2 = 1.4 \text{ см}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$. Как видно из графика, ионы приходят к коллектору в разные моменты времени: наблюдаются пики. Тогда, имея несколько проб, можно составить таблицу данных, где каждому заранее неизвестному веществу будет соответствовать своё время пролёта относительно дрейфowego газа.

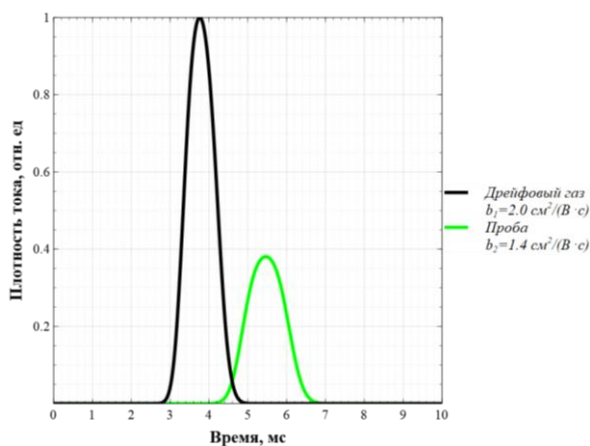


Рис. 3. Спектры ионной подвижности

ЛИТЕРАТУРА

1. Проблемы аналитической химии. Т. 13. Внелабораторный химический анализ / под. ред. академика РАН Ю.А. Золотова. М.: Наука, 2010. 564 с.
2. Н.Н. Бисярин. Физические и аппаратные факторы спектрометрии ионной подвижности. Дисс. ... канд. техн. наук. Рязань, 2015.
3. Ватажин А.Б., Грабовский В.И., Лихтер В.А., Шульгин В.И. Электрогазодинамические течения / Под ред. А.Б. Ватажина. – М.: Наука, 1983. – 344 с

УДК 519.6:533.6.011

Е.В. Бабич, А.В. Филатова, Е.В. Колесник
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

КАРТИНА ВЯЗКО-НЕВЯЗКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ СИММЕТРИЧНОГО ПРЕПЯТСТВИЯ С РАЗНОЙ ФОРМОЙ ПЕРЕДНЕЙ КРОМКИ

Исследование сверхзвукового обтекания различных тел, закрепленных на некоторой поверхности, имеет широкое практическое применение для решения инженерных задач в аэрокосмической отрасли и турбомашиностроении. В такого рода течениях возникают сложные явления вязко-невязкого взаимодействия, такие как формирование системы скачков и волн уплотнения; образование перед препятствием протяженной отрывной области с системой подковообразных вихрей; высокая неоднородность локального теплообмена и т.д. Несмотря на достигнутый прогресс как в экспериментальных, так и в численных исследованиях данного класса течений на данный момент имеется множество аспектов, требующих более детального изучения. Исследователями наиболее часто рассматривается модельная задача об обтекании вязким газом ориентированного по потоку симметричного препятствия (рис. 1а), передняя кромка которого представляет собой полуокружность [1-4]. Настоящая работа посвящена численному исследованию влияния формы затупления передней кромки препятствия на ударно-волновую картину обтекания, вихревую структуру в области перед обтекаемым телом и характеристики локального теплообмена.

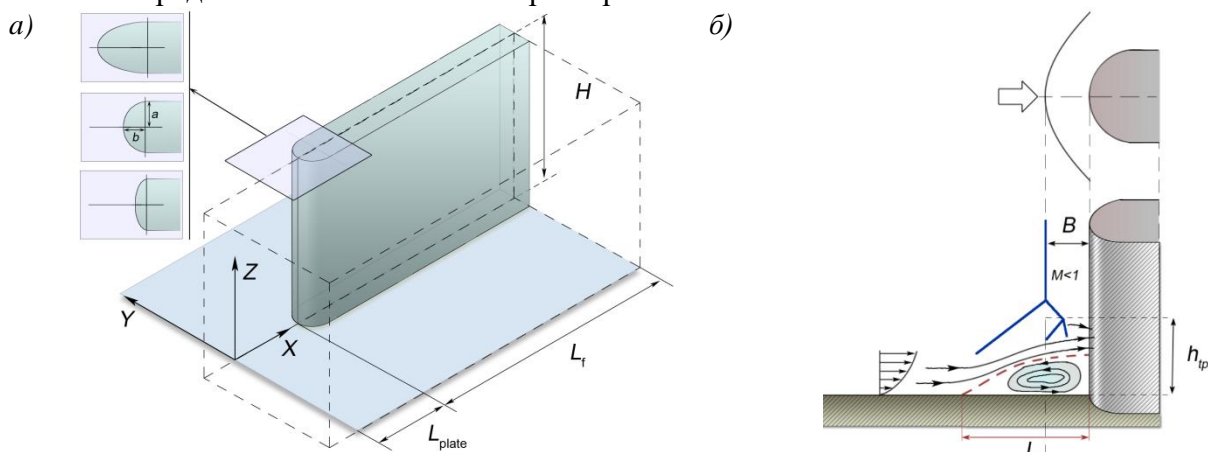


Рис. 1. а) Расчетная область; б) обобщенная схема течения в области перед обтекаемым телом

Для выполнения расчетов использовался конечно-объемный «неструктурированный» программный код SINF/Flag-S, разрабатываемый в Физико-механическом институте СПбПУ. Для расчетов конвективных потоков на гранях контрольных объемов использовалась схема

^(*) Е.В. Колесник, kolesnik_ev@mail.ru

AUSM второго порядка точности (детали численного метода описаны в [3]). Течение исходно предполагается симметричным и при моделировании расчеты велись только для половины рассматриваемой конфигурации (расчетная область выделена пунктиром на рис. 1а). Размеры задавались следующими: $L_{\text{plate}}=30D$, $L_f=5.5D$, $H=5D$, где D – диаметр затупленной части тела. Расчетная область содержала также небольшой участок перед пластиной (длиной $3D$). Течение в данной конфигурации определяется следующим набором безразмерных параметров: числом Маха набегающего потока (M_∞), числом Рейнольдса (Re_D), числом Прандтля (Pr), температурным фактором (T_w/T_∞), относительной длиной пластины (L_{plate}/D) и показателем адиабаты (γ). В данной работе расчеты проводились для следующих значений: $M_\infty = 5$, $Re_D = 4 \cdot 10^3$, $Pr = 0.71$, $T_w/T_\infty = 2.6$, $L_{\text{plate}}/D = 30$, $\gamma = 1.4$, что обеспечивает реализацию полностью ламинарного режима течения. Расчеты проводились на сетке из 7.5 млн ячеек, которая обеспечивает сошедшееся по сетке решение [3].

Форма затупления передней кромки препятствия имеет вид эллипса с полуосями a и b (рис. 1а). Длина полуоси a фиксирована и равна $D/2$, а величина b варьировалась так, что параметр b/D менялся в диапазоне от 0.2 до 0.9. Проведенные расчеты для различных величин длины полуоси b показывают, что общая картина течения в области соединения тела и пластины получается схожей по структуре (на рис. 2 приведена трехмерная картина течения для варианта $b/D = 0.5$): наблюдается обширная отрывная область перед телом, головной скачок уплотнения, а также косые волны уплотнения, формирующиеся при обтекании отрывной области. Полученная в расчетах структура течения в плоскости симметрии для вариантов $b/D = 0.2$ и $b/D = 0.9$ иллюстрируется на рисунках 4 и 5, где приведены поля числа Маха и модуль градиента плотности с наложенными линиями тока. Согласно изображенной на рис. 1б обобщенной схеме течения в плоскости симметрии, поле течения может характеризоваться следующими величинами: относительным расстоянием головного скачка уплотнения до тела (B/D), высотой расположения «тройной точки» (h_{tp}/D), являющейся точкой пересечения головного скачка уплотнения и первого косого скачка, длиной отрывной области (L_s/D) и количеством явно выраженных подковообразных вихрей (N_{vortex}). Данные характеристики, приведенные в таблице 1, позволяют сделать вывод, что чем более вытянут эллипс (чем больше b/D), тем меньшее возмущение в поток вносит обтекаемое тело: длина отрывной области уменьшается, вихри «прижимаются» к поверхности пластины, и в результате уменьшается высота расположения тройной точки. Во всех случаях в отрывной области перед обтекаемым телом отчетливо видно формирование четырех подковообразных вихрей (рис. 5): углового вихря, основного и вторичного, между которыми образуется еще один вихрь с противоположным направлением вращения. Для затупленных форм ($b/D = 0.2$ и $b/D = 0.3$) на расстоянии примерно 3 диаметра от тела формируется еще один вихрь (рис. 5а).

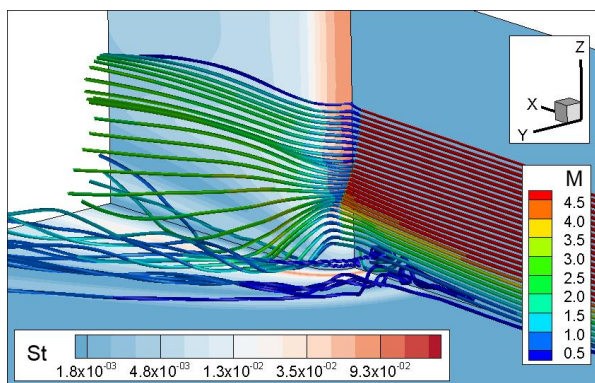


Рис. 2. Иллюстрация трехмерной структуры течения для варианта $b/D = 0.5$

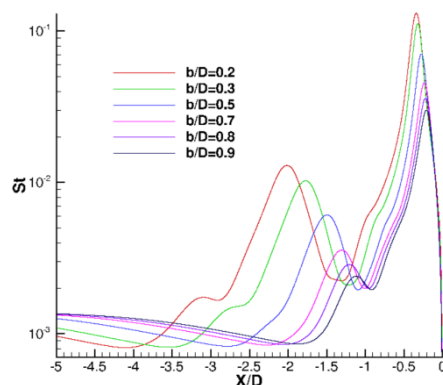


Рис. 3. Распределение числа Стэнтона вдоль линии симметрии

Влияние формы передней кромки препятствия на теплообмен на пластине оценивалось по числу Стэнтона, определяемого следующей формулой:

$$St = \frac{q_w}{\rho V C_p (T_{aw} - T_w)}, T_{aw} = T_\infty \left(1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right), \text{ где } r = \sqrt{Pr}.$$

Распределение числа Стэнтона вдоль линии симметрии (рис. 3) показывает, что сложная структура потока перед обтекаемым телом приводит к возникновению локальных максимумов теплоотдачи, которые наблюдаются в области между подковообразными вихрями – там, где поток натекает на пластину. Главный максимум теплового потока расположен между основным и угловым вихрями, второй максимум – между вихрями вторичным и противоположно направленным вихрем. Часть натекающего на тело потока при взаимодействии с телом разворачивается по направлению к пластине, при этом поток здесь достигает сверхзвуковых скоростей (рис. 4), и там, где происходит натекание этой части потока на пластину и формирование основного вихря, наблюдается резкое увеличение теплоотдачи, интенсивность вторичного вихря и соответственно уровень локального максимума числа Стэнтона существенно меньше. Как было показано ранее, с увеличением длины полуоси b отрывная область смещается к телу, что приводит к смещению максимумов теплового потока вправо. При этом чем «заостреннее» тело, тем меньше интенсивность обоих максимумов, причем интенсивность второго с ростом b/D падает быстрее. Для случаев $b/D < 0.5$ слева заметна немонотонность, связанная с формированием дополнительного вихря.

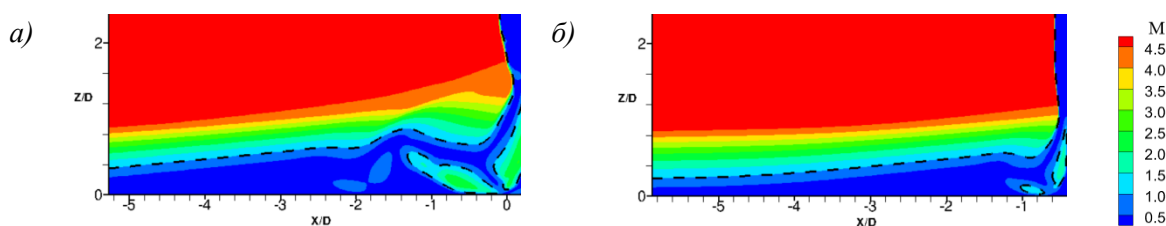


Рис. 4. Поле локального числа Маха в плоскости симметрии, где штриховой линией обозначена звуковая линия $M = 1$ для а) $b=0.2D$ и б) $b=0.9D$

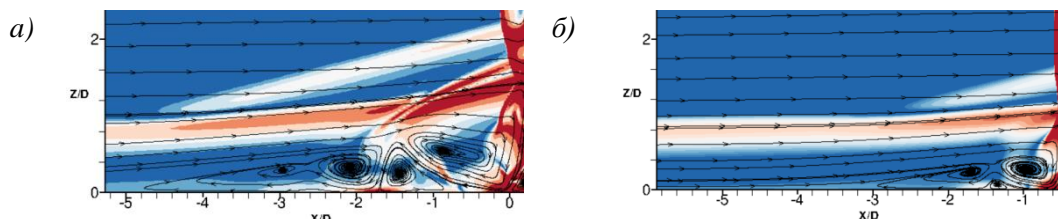


Рис. 5. Поле модуля градиента плотности и линии тока в плоскости симметрии для а) $b=0.2D$ и б) $b=0.9D$

Табл. 1. Характеристики течения, рассчитанные для разных значений b/D

b/D	N_{vortex}	B/D	h_{tp}/D	L_s/D	b/D	N_{vortex}	B/D	h_{tp}/D	L_s/D
0.2	5	4	2.13	5.49	0.7	4	2	1.67	3.38
0.3	5	3.36	2	4.88	0.8	4	1.94	1.57	3.2
0.5	4	2.55	1.82	4	0.9	4	1.65	1.5	3.1

Для проведения расчетов использовались вычислительные ресурсы суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (www.scc.spbstu.ru).

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук, МК-3435.2022.1.1.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Tutty O.R., Roberts G.T., Schuricht P.H. High-speed laminar flow past a fin-body junction // Journal of Fluid Mechanics. – 2013. – Vol. 737. – P. 19-55.
2. Mortazavi M., Knight D. Simulation of Hypersonic-Shock-Wave-Laminar-Boundary-Layer Interaction over Blunt Fin // AIAA Journal. – 2019. – Vol. 57. – № 8. – P. 3506-3523.
3. Колесник Е.В., Смирнов Е.М., Смирновский А.А. Численное решение трехмерной задачи обтекания установленного на пластине цилиндрического тела сверхзвуковым потоком вязкого газа при $M=2,95$ // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – 2019. – Т. 12. – № 2. – С. 7-22.
4. Колесник Е.В., Смирнов Е.М. Численное исследование вихревых структур и теплообмена при сверхзвуковом обтекании области сопряжения затупленного тела и пластины // Журнал технической физики. – 2020. – Т. 90. – № 2. – С. 185-192.

УДК 532.5

Д.В. Борисов^{1,2}, В.В. Калаев², Е.М. Смирнов¹

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (•)

²АО «Группа СТР» – ООО «Софт-Импакт»

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕПЛООБМЕНА ПРИ СВОБОДНОКОНВЕКТИВНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТЕЙ С НИЗКИМ ЧИСЛОМ ПРАНДТЛЯ

Введение. Задачи теплопереноса в жидкостях, характеризующихся низким числом Прандтля, типичны для многих практических приложений, таких как охлаждение ядерных реакторов, теплообмен в литейном производстве, выращивание монокристаллов кремния из расплава [1-4]. В связи с повышенными трудностями экспериментального исследования течения и теплообмена в жидкостях с низким числом Прандтля численное моделирование является особо привлекательным методом получения данных о полях скорости и температуры. Цель данной работы заключается в анализе применимости стандартной (Standard Gradient Diffusion Hypothesis, SGDH) и обобщенной (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis, GGDH) гипотез градиентной диффузии для RANS-моделирования турбулентного теплопереноса в расплаве кремния с привлечением данных, полученных ранее по вихререзающему подходу (Implicit Large Eddy Simulation, ILES) для турбулентной конвекции расплава при выращивании кристаллов методом Чохральского.

Постановка задачи. Математическая модель ILES расчета включает в себя нестационарные уравнения баланса массы, импульса и энергии [5]. На первом этапе решалась задача глобального теплообмена в ростовой установке EKZ 1300 в двумерной стационарной осесимметричной постановке. Падающие радиационные тепловые потоки, полученные в данной задаче, использовались в качестве тепловых граничных условий для сопряженной задачи течения и теплообмена в расплаве, решаемой методом ILES.

Схема расчетной области и фрагменты расчетной сетки приведены на рис. 1. Граничные условия, ростовые параметры, свойства расплава кремния, а также вычислительные аспекты приведены в работе [5].

Структура течения. Сложная вихревая структура течения расплава формируется под воздействием силы плавучести, сил вращения, сдвигового напряжения прокачиваемого инертного газа, а также в результате влияния поверхностных термо- и солито-капиллярных эффектов Марангони на свободной поверхности расплава (см. рис. 2). Максимальные

(•) Д.В. Борисов, borisovdmity1995@gmail.com

значения кинетической энергии турбулентности наблюдаются под интерфейсом кристаллизации, что можно объяснить высокими значениями генерации за счет градиента осредненного течения, возникающего в результате вращения кристалла. Высокие значения кинетической энергии турбулентности на свободной поверхности расплава возникают в результате поверхностной генерации за счет эффекта Марангони.

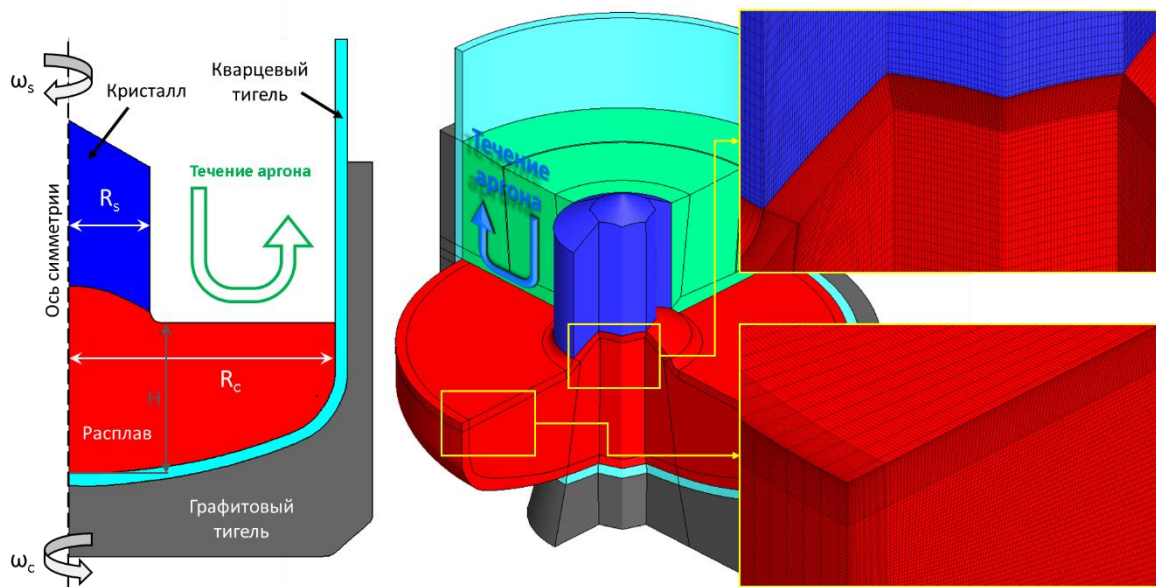


Рис. 1. Схема расчетной области и фрагменты расчетной сетки

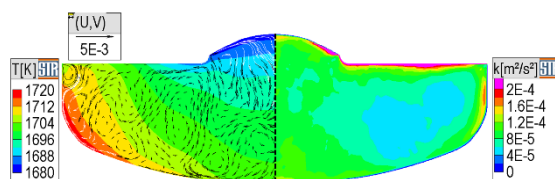


Рис. 2. Распределение осредненной температуры, а также векторное поле скорости в расплаве (слева), распределение кинетической энергии турбулентности в расплаве (справа)

Турбулентный теплоперенос. На рис. 3а приведены распределения компонент турбулентного потока тепла в расплаве. Исходя из данных распределений, можно отметить падение вертикальной компоненты потока к горизонтальной части свободной поверхности, в то время как горизонтальная компонента возрастает. Данное поведение компонент турбулентного теплового потока можно объяснить демпфированием нормальной пульсации скорости у свободной поверхности, обусловленным условием непроницаемости, а также увеличением горизонтальной пульсации за счет действия поверхностных капиллярных сил. Таким образом, имеет место выраженная анизотропия турбулентного теплопереноса у свободной поверхности расплава. Похожие особенности в распределениях компонент турбулентного теплового потока можно отметить у вертикальной части стенки тигля, что объясняется более сильным падением нормальной пульсации скорости по сравнению с продольной.

Стандартная гипотеза градиентной диффузии, базирующаяся на аналогии Рейнольдса, не дает как качественного, так и количественного соответствия с данными LES, одной из причин чего является использование скалярного коэффициента турбулентной теплопроводности, который пропорционален коэффициенту турбулентной вязкости,

задаваемому в соответствии с моделью турбулентности. В отличие от стандартной гипотезы обобщенная гипотеза градиентной диффузии ухватывает анизотропию теплопереноса. Можно отметить качественное и количественное согласование с данными ILES. Тензор турбулентной теплопроводности в обобщенной гипотезе пропорционален тензору рейнольдсовых напряжений. Таким образом, для использования обобщенной гипотезы в RANS моделях необходимо правильно предсказывать рейнольдсовые напряжения. Большинство RANS моделей изотропной вязкости для моделирования тензора рейнольдсовых напряжений используют гипотезу Буссинеска, которая нацелена на корректное предсказание сдвиговых напряжений. При этом нормальные напряжения предсказываются некорректно, что будет приводить к большой погрешности моделирования турбулентных тепловых потоков с помощью обобщенной гипотезы градиентной диффузии.

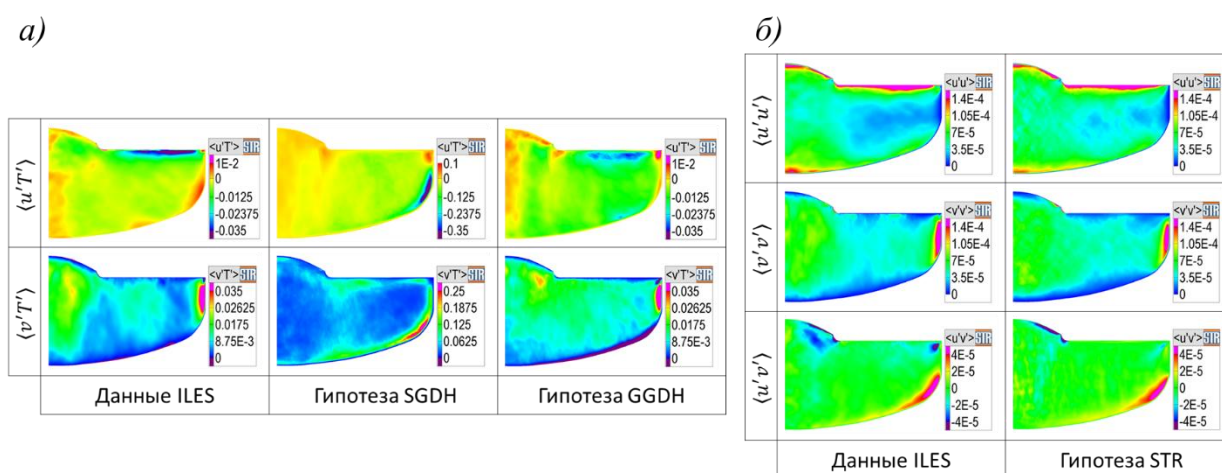


Рис. 3. а) Распределения компонент турбулентного теплового потока, полученные напрямую в ILES, а также с помощью стандартной и обобщенной гипотез градиентной диффузии; б) Распределения рейнольдсовых напряжений, полученных напрямую в ILES, а также с помощью гипотезы STR

Гипотеза STR. Для устранения вышеупомянутых недостатков гипотезы Буссинеска разработана расширенная гипотеза для моделирования тензора рейнольдсовых напряжений (Stress Tensor Reconstruction, STR), которая учитывает различные механизмы анизотропии [5]. На рис. 3б приведено сравнение распределений компонент тензора рейнольдсовых напряжений, полученных напрямую в ILES, а также с помощью гипотезы STR. Путем настройки констант модели, можно добиться хорошего согласования нормальных и сдвиговых рейнольдсовых напряжений между ILES и STR гипотезой.

Закключение. В данной работе проанализирована применимость стандартной и обобщенной гипотез градиентной диффузии для описания турбулентного теплопереноса в расплаве кремния. Показано, что стандартная гипотеза завышает абсолютные значения потоков и не ухватывает анизотропию теплопереноса, в то время как обобщенная гипотеза как качественно, так и количественно согласуется с данными ILES. Для корректного применения обобщенной гипотезы для моделирования турбулентного теплопереноса в RANS моделях предложена гипотеза STR, которая нацелена на правильное описание как нормальных, так и сдвиговых рейнольдсовых напряжений путем учета различных факторов, вызывающих анизотропию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Grötzbach G. Challenges in low-Prandtl number heat transfer simulation and modelling // Nuclear Engineering and Design. – 2013. – Vol. 264. – P. 41-55.

2. Abdul Razak R.K., Mohammed Samee, Ramis M.K. Numerical investigation of Prandtl number effect on heat transfer and fluid flow characteristics of a nuclear fuel element // Nuclear Energy and Technology – 2017. – Vol. 3(2). – P. 81-91.
3. Raufeisen A., Breuer M., Botsch T., Delgado A. Transient 3D simulation of Czochralski crystal growth considering diameter variations // J. Cryst. Growth – 2009. – Vol. 311. – P. 695-697.
4. Kalaev V., Zhmakin A., Smirnov E. Modelling of turbulent melt convection during Chochralski bulk crystal growth // J. Turbulence – 2002. – Vol. 3(001) – P. 2-12.
5. Kalaev V., Borisov D., Smirnov A. A modified hypothesis of Reynolds stress tensor modeling for mixed turbulent convection in crystal growth // J. Cryst. Growth – 2022. – Vol. 580 – 126464. – <https://doi.org/10.1016/j.jcrysgr.2021.126464>.

УДК 532.542.4

В.Д. Голубков, А.В. Гарбарук

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ КАНАЛЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С ПОВОРОТОМ НА 90°

Введение. Одной из важнейших задач при проектировании турбогенераторов является расчет системы охлаждения ротора, состоящей из множества прямоугольных вращающихся каналов. Одним из типичных ее элементов является канал с поворотом на 90°. В инженерной практике применяются различные подходы для расчета системы охлаждения, в том числе, используются численные решения уравнений Рейнольдса (RANS). Однако провести натурный эксперимент в таких каналах для оценки точности используемой методики практически невозможно. Это обстоятельство определило цель настоящей работы, состоящую в оценке точности расчета течения во вращающемся прямоугольном канале с поворотом на 90° методом RANS в сравнении с вихреразрешающим расчетом, выступающим в качестве замены натурному эксперименту.

Постановка задачи. Рассматривается течение воздуха в канале с поворотом на 90°, вращающемся вокруг оси OX (рис.1), расположенной в плоскости симметрии канала. Геометрия канала ($H \times 2.78H$, $H=0.125R$, где R – расстояние от оси вращения ротора до оси симметрии аксиальной части канала) и параметры течения соответствуют средним значениям для ротора типичного турбогенератора.

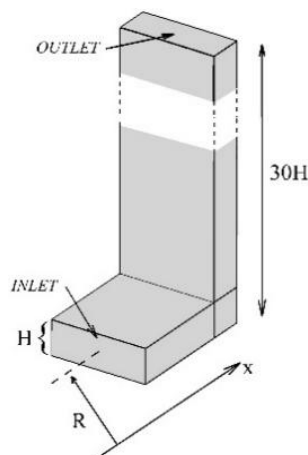


Рис. 1. Геометрия расчетной области

^(*) В.Д. Голубков, golubkovvd@gmail.com

Газ полагается совершенным с постоянными вязкостью и теплопроводностью. Число Рейнольдса в канале $Re = HV_{\text{bulk}} / \nu = 14500$ (что примерно соответствует $Re_{\tau} = 415$). Для оценки влияния эффектов вращения в работе рассматривается как течение в неподвижном канале, так и течение в канале, вращающемся с угловой скоростью $\omega = 100\pi$ рад/с, чему соответствует число Россби $Ro = \omega H / V_{\text{bulk}} = 0.035$. Температура воздуха на входе в канал составляет $T_b = 340$ К, температура стенок постоянна и равна $T_w = 400$ К. Число Грасгофа, построенное по центробежной силе, равно $Gr = \beta \Delta T \omega^2 R H^3 / \nu^2 = 4.5 \cdot 10^8$. Число Ричардсона – $Ri = Gr / Re^2 \approx 2.14$, – близко к единице, что свидетельствует о смешанном режиме конвекции [1].

Так как целью данной работы являлась оценка точности RANS-моделей турбулентности в сравнении с вихреразрешающим расчетом, расчет течения в канале проводился в двух постановках. В первом случае решались стационарные уравнения Рейнольдса, замкнутые с использованием различных моделей турбулентности (SA RC [2], k- ϵ RNG RC EWT [3], k- ω SST RC [4] и BSL-EARSM [5]). Во второй постановке использовался вихреразрешающий подход – LES с пристеночным RANS-моделированием (WMLES [6]).

На входной границе задавался профиль скорости и турбулентные характеристики развитого течения, посчитанные по модели BSL-EARSM в предположении несжимаемости среды, и постоянная температура $T_b = 340$ К. В случае WMLES турбулентные пульсации на входе создавались с помощью генератора синтетической турбулентности STG [7]. На выходной границе задавалось постоянное давление, а на твердых стенках условие прилипания и постоянная температура $T_w = 400$ К.

Результаты расчетов. По результатам вихреразрешающих расчетов основное влияние вращения на течение в канале проявляется в смещении отрывной зоны к стенке пониженного давления (рис.2, цифра 3), нарушении симметрии течения и образовании вторичных вихрей за поворотом (рис.2, цифры 4-5), исчезновении угловых вторичных токов на стороне повышенного давления (рис.2, цифра 6). Изменение структуры течения приводит к уменьшению средней теплоотдачи на стенках на 7% и увеличению средней температуры газа на участке поворота между сечениями III-I на 15%.

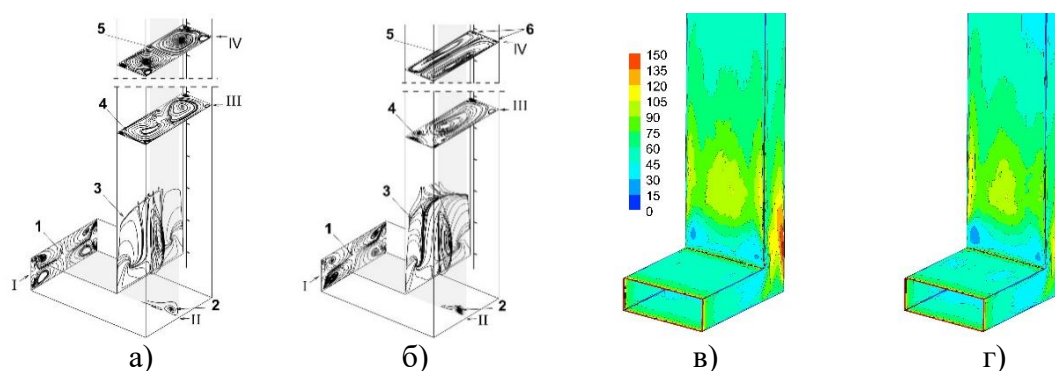


Рис. 2. Структура течения и среднее число Нуссельта на стенках по результатам WMLES для а,в) $Ro=0$, б,г) $Ro = 0.0035$

При отсутствии вращения все примененные полуэмпирические модели турбулентности существенно завышают протяженность отрыва на передней стенке канала по сравнению с результатом WMLES (рис.3). В радиальной части канала только нелинейная модель турбулентности BSL-EARSM правильно предсказывает наличие угловых вторичных токов, хотя крупные вихревые структуры смещает к передней стенке. Что касается остальных моделей, они правильно предсказывают размер и положение крупных вторичных вихрей. В

сравнении с вихререзающим расчетом RANS-модели занижают среднее значение теплоотдачи на повороте на 10-20%, а разницу температур – на 5-10%.

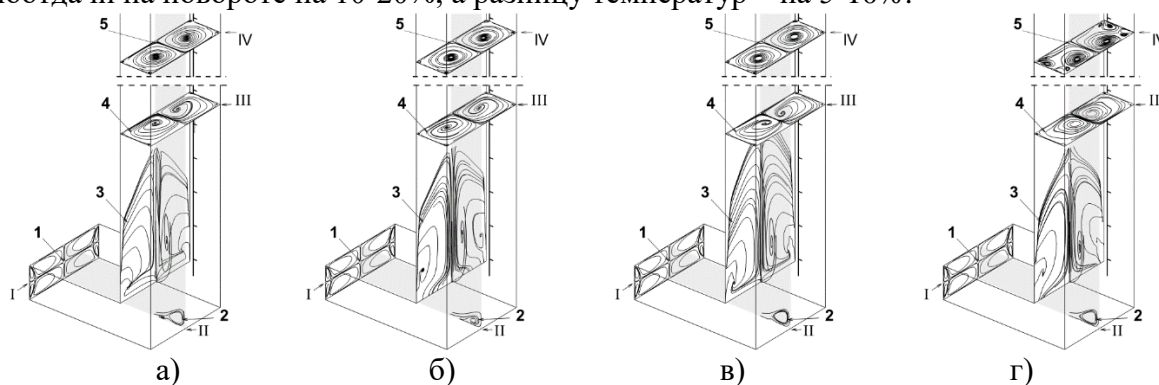


Рис. 3. Структура течения без вращения, полученная с использованием моделей а) SA RC, б) k-ε RNG RC, в) k-w SST, г) BSL-EARSM

При наложении вращения из RANS моделей турбулентности только BSL-EARSM модель (рис.4, д) предсказывает увеличение максимальной длины отрывной зоны. Линейные модели турбулентности, напротив, предсказывают уменьшение длины и занимаемой площади отрывной зоны. Кроме того, линейные модели турбулентности не воспроизводят правильную структуру вторичных токов в радиальной части канала (рис.4, а-в). Средняя теплоотдача на повороте и разница температур в сечениях III-I становится ближе к результатам WMLES на 3-5%.

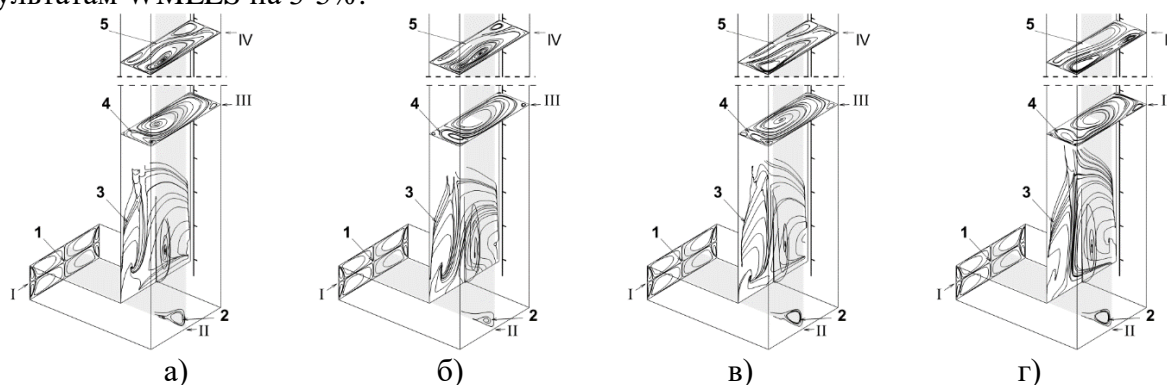


Рис. 4. Структура течения во вращающемся канале, полученная с использованием моделей а) SA RC, б) k-ε RNG RC, в) k-w SST, г) BSL-EARSM

Выводы. Показано, что при наличии вращения вихререзающий расчет предсказывает смещение отрывной зоны к стороне пониженного давления. Средняя интенсивность теплоотдачи на повороте уменьшается на 7%, разность температур увеличивается на 15% по сравнению с неподвижным каналом.

Установлено, что при отсутствии вращения, независимо от используемой модели турбулентности, длина зоны отрыва, предсказанная методом RANS, существенно завышена. Коэффициент теплоотдачи при этом занижается на 11-21% и разность температур на повороте завышается на 4-13% по сравнению с результатами WMLES.

Влияние вращения на результаты RANS расчетов течения в канале диаметрально противоположно влиянию, наблюдаемому в случае WMLES. Полуэмпирические линейные модели турбулентности предсказывают уменьшение отрывной зоны при наличии вращения. Вместе с тем, это приводит к улучшению согласования предсказываемых интегральных характеристик теплообмена на повороте с результатами вихререзающего расчета. Возможно, такое улучшение является результатом компенсации ошибок в RANS моделях.

Наименьшую точность при расчете течения в рассмотренной конфигурации дает SA RC модель турбулентности. Модели с большим количеством уравнений имеют приблизительно одинаковую предсказательную способность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Себиси Т., Брэдшоу П. Конвективный теплообмен. Физические основы и вычислительные методы. М.: Мир, 1987. 592 с.
2. Shur M. L., Strelets M. K., Travin A. K., Spalart P. R. Turbulence Modeling in Rotating and Curved Channels: Assessing the Spalart-Shur Correction // AIAA Journal. 2000. V.38. №5. P. 784-792.
3. Yakhot V., Orszag S. A. Renormalization Group Analysis of Turbulence I Basic Theory // Journal of Scientific Computing. 1986. V.1. №1. P. 1–51.
4. Smirnov P. E., Menter F. R. Sensitization of the SST Turbulence Model to Rotation and Curvature by Applying the Spalart-Shur Correction Term // ASME Journal of Turbomachinery. 2009. V.131.
5. Wilcox D. C. Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries, Inc. La Canada, California. 1998.
6. Shur M. L., Spalart P. R., Strelets M. K., Travin A. K. A Hybrid RANS-LES Approach With Delayed-DES and Wall-Modelled LES Capabilities // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2008. V.29. №6. P. 1638-1649.
7. Shur M. L., Spalart P. R., Strelets M. K., Travin A. K. Synthetic Turbulence Generators for RANS-LES Interfaces in Zonal Simulations of Aerodynamic and Aeroacoustic Problems // Flow Turbulence Combust. 2014. V.93. №63.

УДК 532.542.4

В.Н. Горбачева, Д.О. Панов, Е.М. Смирнов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

РАСЧЕТ ТРЕХМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ И ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ КРУТОИЗОГНУТОМ U-ОБРАЗНОМ КАНАЛЕ ПРИ ВАРЬИРОВАНИИ ОРИЕНТАЦИИ КАНАЛА И ГЕОМЕТРИИ ВНУТРЕННЕЙ СТЕНКИ

Введение. Каналы с крутым U-образным поворотом являются типичными элементами конвективных систем внутреннего охлаждения лопаток газовых турбин. Такая форма канала обусловлена необходимостью использовать ограниченное пространство внутри лопаток наиболее эффективно [1-2]. Для обеспечения требуемой интенсивности теплообмена в каналах поддерживается турбулентный режим течения при числах Рейнольдса порядка 10^5 .

В U-образных каналах прямоугольного сечения формируется трехмерная вихревая структура течения, которая еще более усложняется эффектами силы Кориолиса при вращении канала. Ярко выраженный нестационарный характер течения с крупномасштабными вихрями, протяженной отрывной областью за поворотом и, как следствие, большое гидравлическое сопротивление являются существенными недостатками U-образных каналов. Особенно это проявляется в случае каналов с относительно тонкими прямолинейными внутренними (разделительными) стенками, который как раз и является наиболее распространенным в практике создания систем внутреннего конвективного охлаждения турбинных рабочих лопаток.

Одним из методов улучшения характеристик потока в U-образном канале является решение оптимизационных задач по поиску оптимальной формы канала. В ряде работ последних десяти лет рассматриваются методы получения оптимальной формы канала для фиксированных параметров задачи: числа Рейнольдса, параметра вращения, ориентации канала [3-5]. Имеются работы, основанные как на методе «проб и ошибок», так и на математических алгоритмах, генерирующих оптимальную форму канала. Согласно

^(*) В.Д. Горбачева, wika.gorbacheva@mail.ru

результатам этих работ, для каналов с оптимизированной формой стенок наблюдается очень существенное снижение гидравлических потерь, при этом интегральная теплоотдача изменяется слабо.

В реальной конструкции турбинных лопаток U-образные каналы в системе охлаждения могут находиться под разным углом к оси вращения вала, что оказывает дополнительное влияние на картину течения. Однако нахождение оптимальной геометрии под каждый отдельный случай ориентации канала и интенсивности его вращения представляется трудоемким и, вероятно, нецелесообразным. С учетом этого, представляет интерес провести широкое параметрическое исследование течения в крутоизогнутом U-образном канале с оптимизированной формой разделительной стенки, определенной ранее [5] для случая неподвижного канала, и сопоставить результаты с данными, полученными для канала с прямолинейной внутренней стенкой. В случае сохранения существенного выигрыша в гидравлических потерях при широком варьировании ориентации канала и параметра вращения, выбранный частный случай оптимизированной геометрии канала может выступить в качестве «универсального» кандидата на замещение традиционной конфигурации канала с прямолинейной внутренней стенкой.

Постановка задачи и методика исследования. В настоящей работе исследуется турбулентное течение в канале с поворотом на 180° (рис.1); канал на входном и выходном участках имеет квадратное сечение $H \times H$. Ось X' направлена вдоль плоских торцевых стенок канала. Ось Y' направлена перпендикулярно плоским торцевым стенкам канала. На рисунке также введено расстояние от некоторого сечения канала до оси вращения – R_0 . Следует, однако, сразу отметить, что для принимаемого в работе случая течения несжимаемой жидкости результаты вычислений от этого расстояния не зависят, поскольку оно входит только в удельную центробежную силу, которая потенциальна и учитывается введением модифицированного давления.

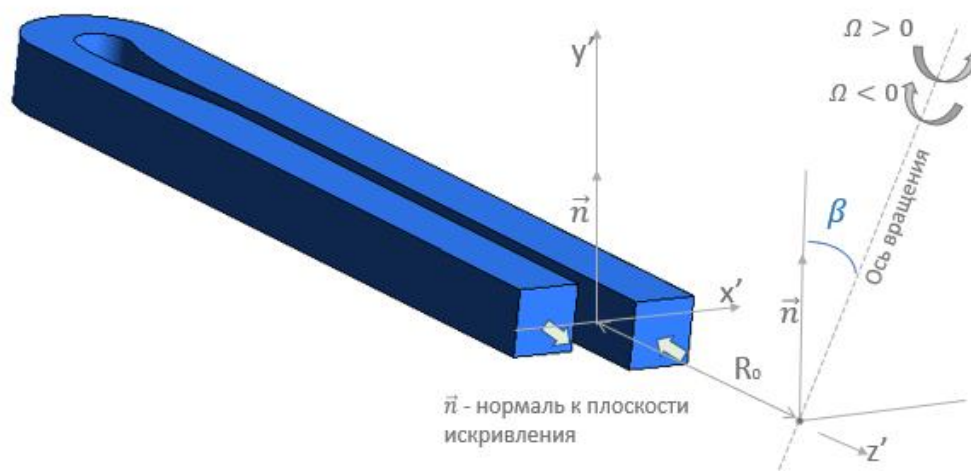


Рис. 1. Форма канала с оптимизированной внутренней стенкой и положение оси вращения

Наклон оси вращения канала отсчитывается от оси Y' и определяется углом β (см. рис.1). Случай, когда ось вращения направлена по нормали к плоскости искривления ($\beta=0$), трактуется как вариант с нормальной ориентацией канала. Если ось вращения параллельна центральной плоскости – это параллельная ориентация канала. Интенсивность вращения характеризуется параметром вращения $Ro = \Omega H / U_b$, где U_b – среднерасходная скорость на участках, где канал имеет постоянное сечение. В работе рассматривается течение в каналах двух форм: с прямой внутренней стенкой и с внутренней стенкой оптимизированной формы, которая была получена в работе [5] в результате однокритериальной оптимизации (по

критерию «минимум гидравлических потерь») неподвижного канала; радиус искривления внешней стенки в процессе оптимизации не изменялся и составлял $1.15H$.

Расчеты трехмерного турбулентного течения в канале проводилось на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (RANS), с применением пакета ANSYS Fluent. Для замыкания уравнений использовалась $k-\omega$ SST модель турбулентности. Число Рейнольдса, построенное по ширине канала H и среднерасходной скорости U_b , полагалось равным $5 \cdot 10^4$. Сгущенная к стенкам канала расчетная сетка, выбранная по результатам исследования сеточной сходимости, включала 1.4 млн. ячеек. На входе в канал задавались однородные распределения скорости и параметров турбулентности. Интенсивность турбулентности полагалась равной 5%, отношение турбулентной вязкости к молекулярной - 100. В выходном сечении задавалось условие постоянного модифицированного давления $P^*=0$. На всех стенках ставилось условие прилипания.

Результаты. Параметрические расчеты проведены для пяти вариантов ориентации канала, а именно при $\beta = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ$ и 90° . Параметр вращения Ro изменялся в широком диапазоне: $0, \pm 0.1, \pm 0.2, \pm 0.3, \pm 0.4$. В случае канала с оптимизированной внутренней стенкой для большинства расчетных вариантов удалось получить сошедшее решение на основе стационарной постановки. В отдельных случаях требовалось активировать опцию нестационарных вычислений (Unsteady RANS), с расчетом начального (переходного) процесса и последующего накопления выборки для получения осредненных по времени данных. Расчеты течения в канале с прямой разделительной стенкой, как правило, выполнялись на основе нестационарной постановки.

Варьирование ориентации канала и параметра вращения оказывает сильное влияние на поле расходной (продольной) составляющей скорости и на вихревую картину течения в канале. В качестве примера на рис. 2 иллюстрируется влияние угла β на картину и уровень скоростей поперечного течения в сечении, расположенном на расстоянии $3H$ за поворотом.

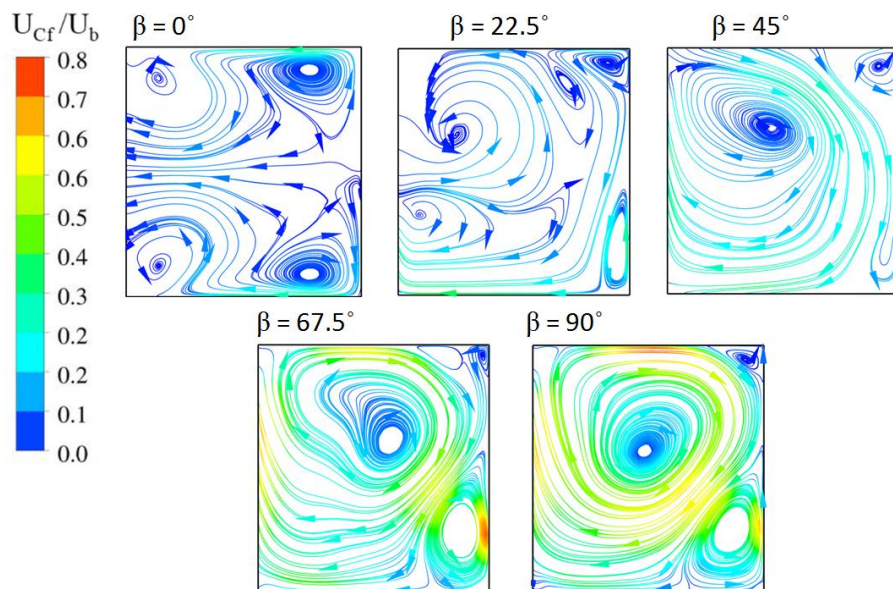


Рис. 2. Влияние ориентации канала на структуру поперечного течения в сечении канала за поворотом при $Ro = 0.3$

На рис. 3 показаны результаты расчета коэффициента потерь полного давления, полученные для канала с оптимизированной внутренней стенкой (оценивались потери между сечениями, расположенными на расстоянии $4H$ до и после поворота). Сопоставление с аналогичными данными, полученными для канала с прямой разделительной стенкой,

показало, что в подавляющем большинстве случаев выигрыш от оптимизации составляет от полутора до двух и более раз.

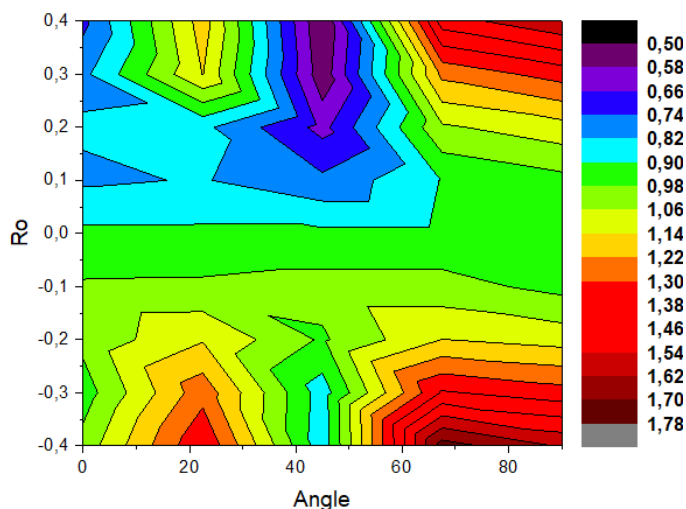


Рис. 3. Зависимость коэффициента потерь полного давления от параметров β и Ro для канала с оптимизированной внутренней стенкой

Выводы. Ориентация U-образного канала во вращающейся системе отсчета, направление его вращения и величина параметра вращения оказывают сильное влияние на вихревую структуру турбулентного течения и поле расходной составляющей скорости.

При значениях угла β больших 60° наблюдается общая тенденция увеличения коэффициента потерь полного давления с ростом параметра вращения, как в положительную, так и в отрицательную область его значений. Минимальное значение коэффициента достигается при $\beta=45^\circ$, $Ro=0.4$ и близко к 0.50. Наибольшие значения коэффициент потерь принимает при $Ro= -0.4$ и больших значениях угла β .

В большинстве рассмотренных вариантов гидравлические потери в канале с оптимизированной стенкой значительно ниже (от полутора до двух и более раз), чем в канале с прямой внутренней стенкой при тех же значениях параметров.

Исследование частично финансировалось в рамках программы стратегического академического лидерства «Приоритет-2030» Министерства образования и науки РФ (Соглашение 075-15-2021-1333 от 30.09.2021)

ЛИТЕРАТУРА

1. Dutta, S. and Han, J.C. “Local Heat Transfer in Rotating Smooth and Ribbed Two-Pass Square Channels with Three Channel Orientations // ASME J. Heat Transfer – 1996 – Vol. 118. – P. 578-584.
2. Ghazali M.F., Rahim M.F.A. CFD Prediction of Heat and Fluid Flow through U-Bends using High Reynolds-number EVM and DSM Models // Procedia Engineering. – 2013 – Vol. 53 – P. 600-606.
3. Namgoong H., Son C., Ireland P. Optimisation of a 180° U-shaped bend shape for a turbine blade cooling passage leading to a pressure loss coefficient of approximately 0.6 // Journal of Aerospace Engineering. – 2016 – Vol. 230 –P. 1371-1384.
4. Verstraete T., Müller L., Müller J.-D. Adjoint-Based Design Optimisation of an Internal Cooling Channel U-Bend for Minimised Pressure Losses // Int.l J. Turbomachinery, Propulsion and Power. – 2017 – Vol. 2(2) – P. 1-10.
5. Smirnov, E., Panov, D., Ris, V., Goryachev, V. (2020). Towards DES in CFDbased optimization: The case of a sharp U-bend with/without rotation // Journal of Mechanical Science and Technology – 2020 – Vol. 34 – P. 1557-1566.

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ РОСТОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ CVD РЕАКТОРЕ К НЕОДНОРОДНОСТЯМ ПОДАЧИ РЕАГЕНТОВ

Монокристаллы нитридных соединений обладают уникальными физическими свойствами. Такие свойства, как высокая насыщенная скорость электронов и возможность образования твёрдых растворов, делает эти полупроводниковые структуры незаменимыми в создании высокочастотных электронных устройств. Существует несколько способов получения таких структур, и одним из наиболее популярных является метод осаждения из газовой фазы (chemical vapor deposition, CVD) [1]. Этот метод заключается в выращивании кристалла на подложке из газофазных компонент в результате поверхностных химических реакций. Существует несколько типов таких реакторов, в данной работе рассматривается реактор горизонтального типа. В отличие от вертикальных реакторов горизонтальные позволяют проводить многопараметрическую оптимизацию в широком диапазоне параметров, также преимуществом является их относительная дешевизна. Поэтому использование горизонтальных реакторов являются весьма перспективным.

Физико-химическим аспектам процесса выращивания нитридных структур в горизонтальных реакторах посвящено множество публикаций. В частности, во многих работах анализируется зависимость эпитаксиальных параметров от давления [2], температуры подложки [3], или расхода реагентов [4]. Значительно меньшее количество исследований касается гидродинамических факторов. Так, в работе [5] исследуется влияние конфигурации подачи прекурсоров через различные входы на эпитаксиальные процессы.

В данной работе при помощи численного моделирования анализируются особенности ростовых процессов в модели экспериментальной установки «Дракон 125» (125 – диаметр подложки в миллиметрах), действующей в настоящее время в ФТИ имени А.Ф. Иоффе [6]. В процессе работы реактора могут возникать значительные неоднородности по скорости подачи реагентов и их температуре и в значительной мере влиять на параметры кристалла.

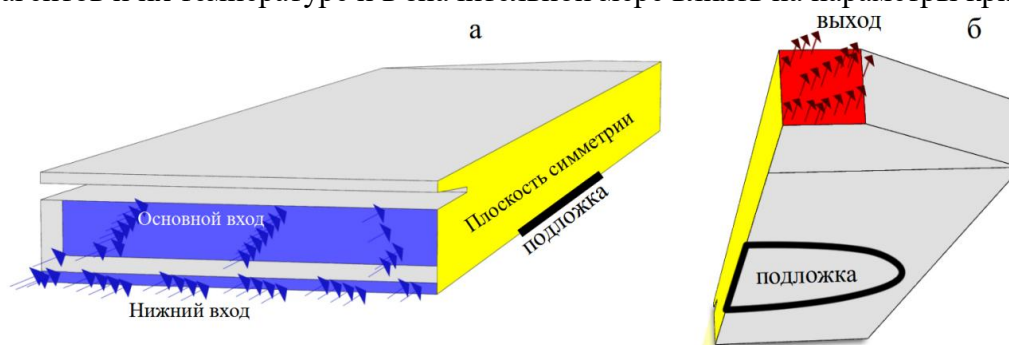


Рис. 1. Геометрия реактора

Представляемые расчеты выполнены в программе ANSYS Fluent 19R1. На рис. 1 представлена расчётная область. Задача решается в симметричной постановке. Через главный вход подаётся триметил алюминия и водород. Через нижний – аммиак. Температура на стенках задаётся в результате решения задачи о сопряжённом теплообмене, включающем

(*) В.А. Игнатенко, ignatenko2.v@edu.spbstu.ru

излучение. На всех внутренних поверхностях выставляется условие роста кристалла. При этом использовалась модель каталитических граничных условий, реализованная программным обеспечением CVDSim. В эксперименте подложка медленно вращается, её вращение почти практически не оказывает влияния на ростовые процессы и учитывается при обработке результатов расчёта при помощи осреднения скорости роста кристалла в азимутальном направлении.

На рис. 2 представлено поле температуры в плоскости симметрии. Верхняя стенка реактора прогревается за счёт излучения от нагреваемой подложки.

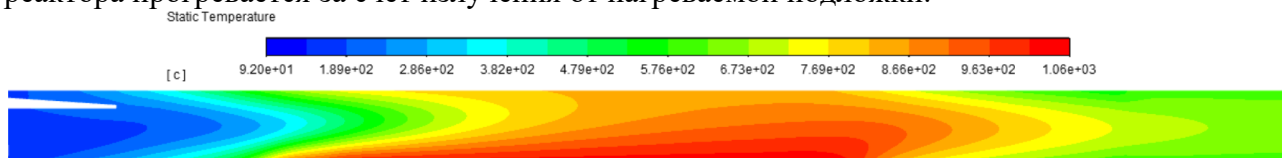


Рис. 2. Поле температуры в плоскости симметрии

На рис. 3 представлено поле основной ростовой компоненты AlN в плоскости симметрии. Видно, что AlN образуется в центральной области реактора в результате интенсивных объёмных реакций, что также приводит к дополнительному нагреву потока. Ниже по потоку она концентрация AlN уменьшается из-за снижения температуры, осаждения прекурсора на стенках, а также из-за газофазной конденсации.

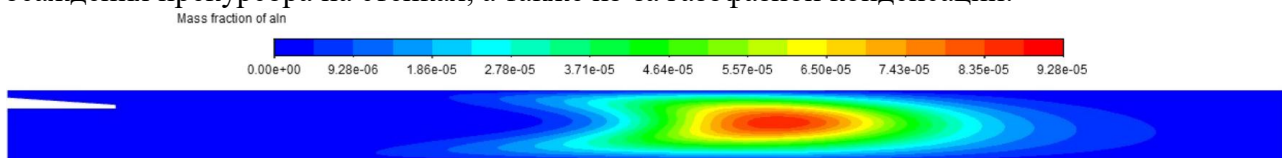


Рис. 3. Поле компоненты AlN в плоскости симметрии

При больших расходах в натурной установке может возникать неоднородность по скорости в нижнем входе с локальным максимумом на плоскости симметрии. Причём максимальное значение скорости может достигать 12% от средней. При задании такого профиля скорости на нижний вход, распределение скорости роста по подложке значительно изменяется, как можно видеть из рис. 4. На нём представлена зависимость осреднённой по углу скорости роста от расстояния до центра подложки. Видно, что скорость роста в центре подложки значительно увеличивается, а распределение становится монотонным.

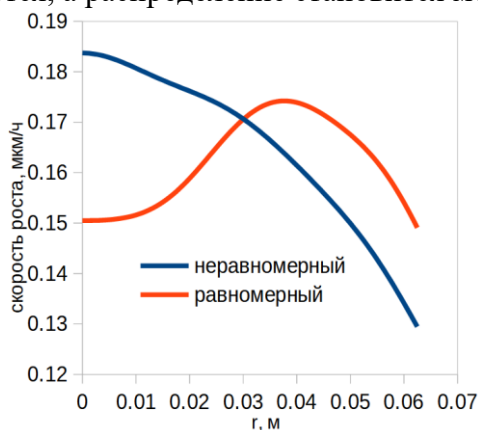


Рис. 4. Профиль осреднённой скорости роста, полученный при равномерном и неравномерном профиле скорости на нижнем входе

Для воспроизведения возможных температурных неоднородностей в эксперименте, в расчёте задавались температуры на линиях T_1 , T_2 и T_3 (рис. 5). Между T_1 и T_2 задаётся квадратичное распределение, а между T_1 и T_3 – линейное.

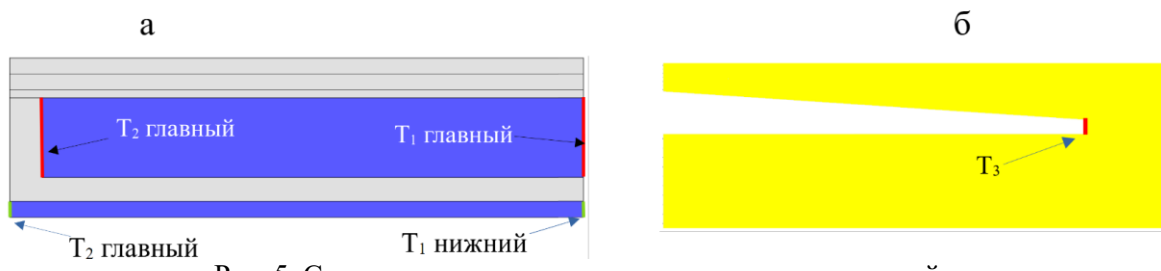


Рис. 5. Схема задания температурных граничных условий.
Вид на входы (а) и на плоскости симметрии (б)

Сначала исследовалось влияние температурной неоднородности на основном входе. Графики профилей осреднённой скорости роста для этого случая представлены на рисунке 6.а. При повышении T_1 скорость роста снижается, также она снижается при повышении T_3 . При этом видно, что данные параметры сильнее влияют на скорость роста в центре, чем на периферии. Повышение T_2 незначительно увеличивает скорость роста. Профили скорости роста при варьировании температур T_1 и T_2 на нижнем входе представлены на рисунке 6.б. Прежде всего, видно, что удалось достичь удовлетворительного совпадения с экспериментом для $T_1 = 50^\circ\text{C}$, $T_2 = 300^\circ\text{C}$. Также видно, что при снижении температуры на плоскости симметрии, скорость роста падает, а при повышении температуры на стенке, скорость роста на периферии повышается.

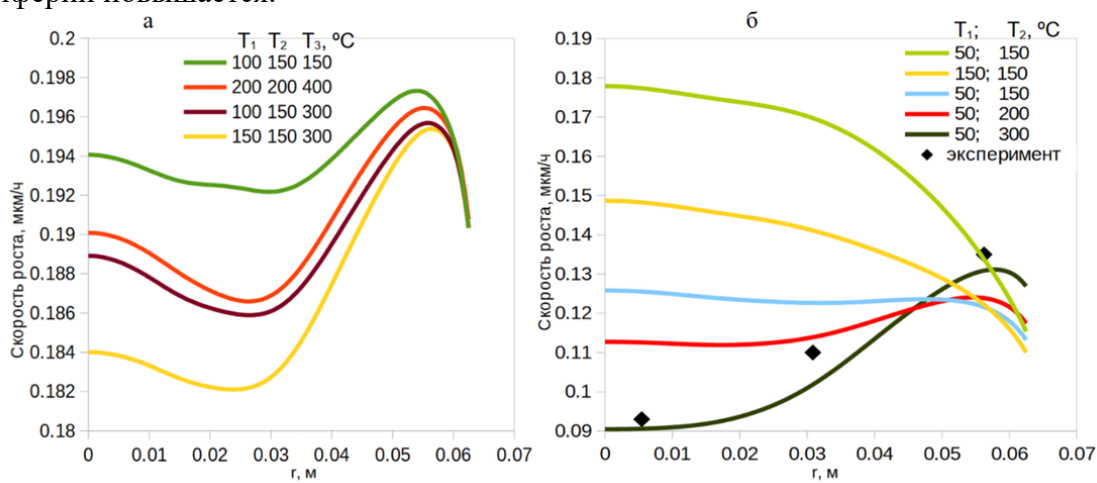


Рис. 6. Графики скорости роста при температурных неоднородностях на верхнем (а) и нижнем (б) входах

ЛИТЕРАТУРА

1. Dauelsberg M. et al., Progress in Modeling of III-Nitride MOVPE. / M. Dauelsberg, R.A. Talalaev // *Progress in Crystal Growth and Characterization of Materials* 66 (2020) 100486.
2. Lundin V. et al. Effects of reactor pressure and residence time on GaN MOVPE growth efficiency. / W.V. Lundin, E.E. Zavarin, D.S. Sizov, M.A. Sinitsin, A.F. Tsatsul'nikov, A.V. Kondratyev, E.V. Yakovlev, R.A. Talalaev // *Journal of Crystal Growth* 287 (2006) p. 605–609
3. Talalaev R.A. et al. On low temperature kinetic effects in metal–organic vapor phase epitaxy of III–V compounds // *Journal of Crystal Growth* 230 (2001) p. 232–238
4. Yakovlev E.V. et. al. Deposition behavior of GaN in AIX 200/4RF-S horizontal reactor / E.V. Yakovlev, R.A. Talalaev, Yu.N. Makarov, B.S. Yavich, W.N Wang // *Journal of Crystal Growth* 261 (2004) p. 182–189
5. Yakovlev E.V. et. al. Influence of the reactor inlet configuration on the AlGaIn growth efficiency // *Journal of Crystal Growth* 298 (2007) p. 413–417
6. Лундин В.В. Реакторы для МОС-гидридной эпитаксии нитрида галлия: настоящее и будущее / Е.Е. Заварин, А.В. Сахаров, А.Ф. Цацульников, В.М. Устинов // *Научное приборостроение*, 2017, том 27, № 1, с. 5–9

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МНОГОФАЗНЫХ ПОТОКОВ С
ОБЩИМ ДАВЛЕНИЕМ В БАРОТРОПНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ НА ОСНОВЕ СХЕМЫ С
ПОВЫШЕННЫМ ПОРЯДКОМ ТОЧНОСТИ

Введение. Математическая модель описания среды в рамках многожидкостного подхода основана на понятии взаимопроникающих континуумов, которое ввёл в рассмотрение Х. А. Рахматулин [1]. Данная модель в каждой точке пространства предполагает наличие нескольких фаз (жидкостей), каждая из которых характеризуется количеством объемной доли вещества. Для нахождения газодинамических функций состояния многофазного потока используют балансовые соотношения, описывающие сохранение массы, импульса и энергии отдельных жидкостей, при этом межфазное взаимодействие отражено источниками слагаемыми.

Одним из способов упрощения системы уравнений многофазных потоков является предположение об общем давлении для всех рассматриваемых жидкостей. Однако такой подход приводит к тому, что система уравнений теряет гиперболические свойства. Как показано в [2], в рамках двухжидкостного подхода, для системы уравнений с равным давлением, задача Коши некорректна. В настоящей работе тип системы уравнений изменен на параболической за счет введения слагаемых с повторными производными. Выбор коэффициента искусственной вязкости основан на исследовании, проведенном в работе [3].

Рассматривая течения, в котором термодинамический процесс обмена энергией не является существенным, можно воспользоваться баротропным приближением. В таком случае соотношение для сохранения энергии заменяется выражением связи плотности и давления. Система уравнений многофазных потоков с общим давлением в баротропном приближении имеет вид:

$$\frac{\partial(A\alpha_k\rho_k)}{\partial t} + \frac{\partial(A\alpha_k\rho_k u_k)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(Av_k \frac{\partial(\alpha_k\rho_k)}{\partial x} \right),$$

$$\frac{\partial(A\alpha_k\rho_k u_k)}{\partial t} + \frac{\partial(A\alpha_k\rho_k u_k^2)}{\partial x} + A\alpha_k \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(Av_k \frac{\partial(\alpha_k\rho_k u_k)}{\partial x} \right),$$

$$\sum_{k=1}^N \alpha_k = 1, \quad \rho_k = \rho_k(p),$$

где A – площадь канала; α_k – объемная доля, ρ_k – плотность, u_k – скорость, v_k – коэффициент вязкости k -ой жидкости; p – давление; $k=1..N$ – номер жидкости и общее количество жидкостей.

Целью данной работы является изложение и начальная апробация алгоритма численного интегрирования представленной системы дифференциальных уравнений с применением схемы повышенного порядка точности по времени и по пространственной координате.

Численный метод. Численный метод основан на использовании схемы предиктор-корректор, которая позволяет достигнуть второго порядка точности по времени. Используя полудискретную форму записи, данную схему можно представить следующим образом:

^(*) С.В. Булович, bulovic@yandex.ru

$$\frac{U^{n+\frac{1}{2}} - U^n}{\Delta t / 2} + \frac{\partial W^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{U^{n+1} - U^n}{\Delta t} + \frac{\partial W^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x} = 0,$$

где $U = ((\alpha\rho)_k, (\alpha\rho u)_k, p)^T$ – вектор основных переменных, относительно которого строится решение задачи, W – вектор потоков. Для дискретизации по пространству использован конечно-объемный подход, требующий формирования конвективного и диффузионного потока на грани расчетной ячейки. На шаге предиктора, который описывается первым уравнением, рассчитываются газодинамические функции на полуцелом временном слое $n+1/2$. Для этого использован минимальный шаблон пространственной дискретизации и полностью неявная безытерационная схема формирования решения задачи. За основу взят алгоритм из работы [4], где узловым моментом является замена алгебраического соотношения для объемной доли на эволюционное дифференциальное уравнение относительно давления. Для упрощения процедуры построения обратной матрицы и минимизации количества математических операций применяется расщепление системы на два шага (расщепление по физическим процессам). Первый шаг учитывает конвективный и диффузионный перенос в уравнениях количества движения, второй – оставшиеся слагаемые, связанные с давлением. Полученные на слое $n+1/2$ значения функций используются для расчёта потока через грань ячейки на шаге корректора. Явная процедура формирования значения потока на грани ячейки позволяет воспользоваться TVD-подходом, который, в зависимости от шаблона, обеспечивает на гладких решениях 2-5 порядок точности по пространству.

В данной работе второй порядок точности по пространству достигается за счёт замены кусочно-постоянного представления о поведении функций f в ячейке на кусочно-линейное. Для определения наклона функции l_i в i -ой ячейке используется ограничитель *minmod*:

$$l_i = \minmod\left(\frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x}, \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}\right),$$

после чего значение функции на грани определяется формулой:

$$f_{i\pm\frac{1}{2}} = f_i \pm \frac{\Delta x}{2} l_i,$$

здесь Δx – шаг по пространственной координате. Функции, участвующие в формировании конвективных слагаемых, экстраполированы на грань по потоку, для давления использована противопоточная экстраполяция.

Результаты. Для демонстрации работы алгоритма ниже представлены результаты расчёта распада разрыва в ударной трубе в трёхжидкостной постановке, а также сравнение с результатами расчёта по алгоритму, изложенного в [4]. Были заданы следующие входные параметры: давление левее диафрагмы составляет 8.5 МПа, правее диафрагмы - 5.7 МПа; объемные доли жидкостей $\alpha_1 = 0.8000$, $\alpha_2 = 0.1999$, $\alpha_3 = 0.0001$; плотности фаз

$\rho_1 = \left(\frac{p}{1.0e5}\right)^{0.714}$, $\rho_2 = 1.0e3$, $\rho_3 = \left(\frac{p}{1.0e6}\right)^{7.7}$. Длина канала – 1 м, количество расчетных ячеек – 1002.

На рис. 1 представлены распределения давления и скорости жидкости 2 вдоль канала, полученные с помощью изложенного в данной работе алгоритма после 300 и 600 шагов по времени, а также в начальный момент времени. Шаг по времени составлял $5e-07$ с. На рис. 2

представлены эти же функции, полученные с помощью алгоритма из работы [4] в начальный момент времени, после 150 и 300 шагов по времени, при шаге по времени равном $1e-06$ с. Из рис. 1 видно, что предложенный в данной работе алгоритм правильно отображает структуру течения. Полученные распределения сходятся с литературными результатами, представленными на рис. 2.

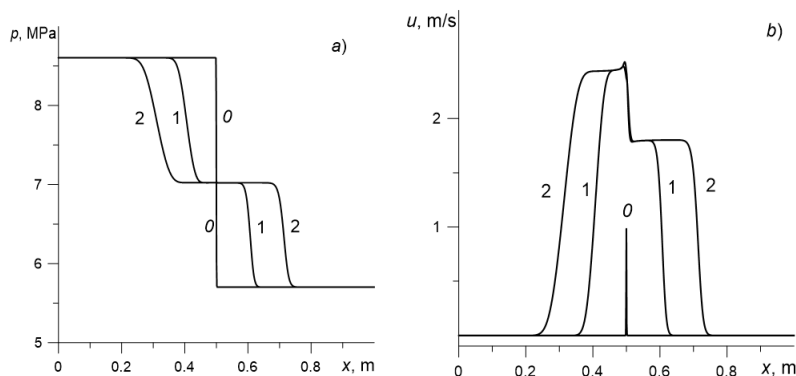


Рис. 1. Распределения а) давления и б) скорости для жидкости 2 вдоль оси канала (наст. раб.)

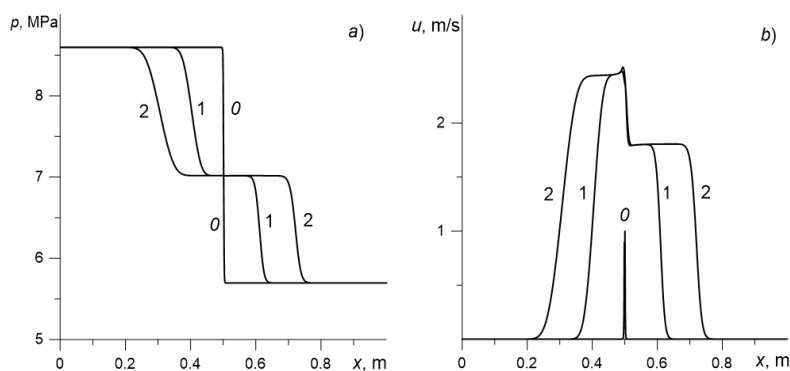


Рис. 2. Распределения а) давления и б) скорости для жидкости 2 вдоль оси канала из работы [4]

Выводы. Предложена схема повышенного порядка точности для численного решения системы многофазных потоков с общим давлением в баротропном приближении. Второй порядок точности по времени достигается за счёт использования схемы предиктор-корректор. Шаг корректора, в котором используется явная схема, позволяет построить TVD-схему 2-5 порядка точности по пространству; в данной работе это показано на примере схемы 2-го порядка точности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рахматулин Х.А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред // Прикладная математика и механика. 1956. Т. 20. № 2. С. 184–195.
2. Клебанов Л.А., Крошилин А.Е., Нигматулин Б.И., Нигматулин Р.И. О гиперболичности, устойчивости и корректности задачи Коши для системы дифференциальных уравнений двухскоростного движения двухфазных сред // Прикладная математика и механика. 1982. Т. 46. № 1. С. 83–95.
3. Bulovich S.V., Smirnov E.M., Experience in using a numerical scheme with artificial viscosity at solving the Riemann problem for a multifluid model of multiphase flow, AIP Conference Proceedings. 1959 (1) (2018) 050007.
4. Булович С.В. Схема численного интегрирования системы уравнений многофазных потоков в равновесном баротропном приближении // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2019. Т. 12. № 3. С. 17–25.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДУХОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ
В КЛИМАТИЧЕСКОЙ КАМЕРЕ

Введение. Температура окружающей среды в вентилируемом помещении влияет на тепловое состояние находящегося в нем человека. Достижение оптимальных тепловых условий (к примеру, параметров интенсивности сквозняка – DR , чувствительности к температуре – PMV , процента людей недовольных температурой среды – PPD) для находящегося в помещении человека является одной из основных задач вентиляции. Для оценок параметров теплового комфорта с участием людей или тепловых манекенов проводятся испытания в климатических камерах (с контролируемыми параметрами воздушной среды) или в натуральных помещениях. Рассматривается климатическая камера, расположенная в Софийском техническом университете Болгарии, геометрические параметры и режимы подачи приточных струй свежего воздуха которой приведены в [1-2]. Для оценки параметров теплового комфорта и локальных распределений концентрации углекислого газа, возникающих при дыхательной деятельности, в климатическую камеру может быть помещен тепловой манекен или человек. Цель работы – оценка воздухораспределения в климатической камере [1-2] в отсутствие загромождающих элементов за исключением решетчатого пола. В работе проводится исследование влияния коэффициента гидравлического сопротивления, моделирующего решетчатый пол, на степень однородности воздушного потока в камере. В дальнейшем планируется провести измерения полей скорости, температуры и концентрации при нахождении в ней дышащего теплового манекена и загромождающих элементов (стол, стул и др.), которые будут располагаться на решетчатом поле.

Геометрические характеристики климатической камеры. Рассматривается трехмерное течение воздуха в климатической камере, показанной на рис. 1. Используемая в расчетах геометрическая модель показана на рис. 1а., фотографии некоторых деталей климатической камеры приведены на рис. 1б-в. Воздух поступает в камеру через два одинаковых круглых отверстия диаметром $d_{in} = 0.2$ м, расположенные под решетчатым полом (рис. 1); решетки, выравнивающие поток подводимого воздуха, отмечены на рис. 1а красным цветом. Под потолком размещены четыре одинаковых квадратных выходных отверстия, их ширина и высота равна $L_{out} = 0.25$ м.

Условия эксперимента. Проведены измерения поля скорости и температуры вблизи входа и решетчатого пола (положения датчиков показаны на рис. 1б), расход подаваемого в помещение воздуха контролировался при помощи балометра. Измерения проводились в течение 10 мин с шагом 0.2 с, показано, что поля температуры за этот промежуток времени изменяются слабо. Значение скорости на входе составило $V_{in} = 0.77$ м/с, температуры $T = 28^\circ\text{C}$.

Вычислительные аспекты. В соответствии с условиями эксперимента скорость на входе задавалась равной $V_{in} = 0.77$ м/с, рассмотрен вариант с уменьшенной входной скоростью равной $V_{in} = 0.57$ м/с. Для имитации выравнивающей решетки в расчете задавался перепад давления (условие «rough-jump»): $\Delta p = 0.5C_2\rho V^2 \cdot H_{layer}$, где C_2 – коэффициент сопротивления, $0.5\rho V^2$ – скоростной напор, H_{layer} – толщина слоя. В работе варьировались

(*) А.Д. Подмаркова, ann.podmarkova@mail.ru

значения коэффициента гидравлического сопротивления, $\zeta = \Delta p / (0.5\rho V^2)$. Значения ζ определялись из геометрических характеристик решетчатого пола и рассчитывались по [3]. Рассмотрены следующие значения коэффициента гидравлического сопротивления: $\zeta = 0$ (соответствует случаю, когда решетчатого пола нет); $\zeta = 1.23$; $\zeta = 23$ (соответствует эксперименту); $\zeta = 100$.

Изотермическое нестационарное течение воздуха в помещении моделировалось посредством решения нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (URANS подход) с использованием RNG k - ε модели турбулентности. Уровень турбулентности на входе определялся интенсивностью турбулентности $I = 5\%$ и отношением турбулентной вязкости к молекулярной, $TVR = 10$. В расчетах использовалась квазиструктурированная сетка, построенная в сеточном генераторе ICEM CFD, общей размерностью 1.1 млн ячеек. Расчеты проведены в гидродинамическом пакете ANSYS Fluent с использованием ресурсов СКЦ «Политехнический» (использовалось 28 ядер). Дискретизация пространственных и временных производных выполнена со вторым порядком точности. Шаг по времени задавался равным 0.1с.

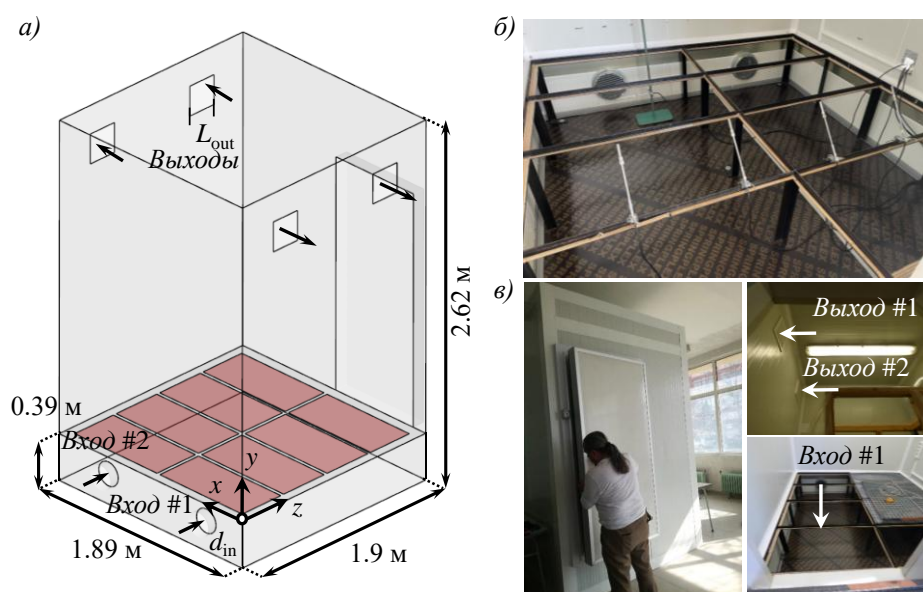


Рис. 1. а) Геометрия расчетной области; б) положение датчиков; в) вид климатической камеры

Результаты. Для варианта, в котором отсутствует решетчатый пол, $\zeta = 0$ (рис. 1б), приведены профили скорости в двух горизонтальных сечениях (рис. 2): над полом (рис. 2б) и под ним (рис. 2в). Под полом имеются 5 локальных максимумов скорости (рис. 2в): при $x = 0.17 \dots 0.55$ м и $x = 1.2 \dots 1.6$ м фиксируется распространение приточных (входных) струй воздуха; после столкновения приточных струй с противоположной от входа стенкой формируются максимумы скорости вблизи боковых стенок и в центре камеры (скорость меняется в диапазоне $V = 0.06 \dots 0.4$). Показано, что даже в отсутствие решетчатого пола распределение скоростей в климатической камере практически однородно. Над полом значения скорости в 2 раза ниже значений скоростей под полом (рис. 2б-в), при этом диапазон изменения значений скорости составил $V = 0.03 \dots 0.2$. Однородность поля сохраняется при изменении входного значения скорости. На графиках показаны экспериментальные данные (символами на рис. 2а показаны положения датчиков) в сопоставлении с расчетными. Численное решение находится в хорошем согласовании с экспериментальными данными.

На рис. 2г иллюстрируется эволюция скорости в точке мониторинга L_1 , расположенной под решетчатым полом. Высокочастотные пульсации скорости, полученные в эксперименте,

свидетельствуют о существенно турбулентном режиме течения. Результаты расчетов дают сведения об осредненных параметрах течения, и для сопоставления этих результатов с экспериментом было проведено осреднение мгновенных данных (результат осреднения значений скорости за 6 с показан линией белого цвета). По графикам видно, что в нижней части камеры формируются низкочастотные колебания струй, период которых составляет около 1.5 мин.

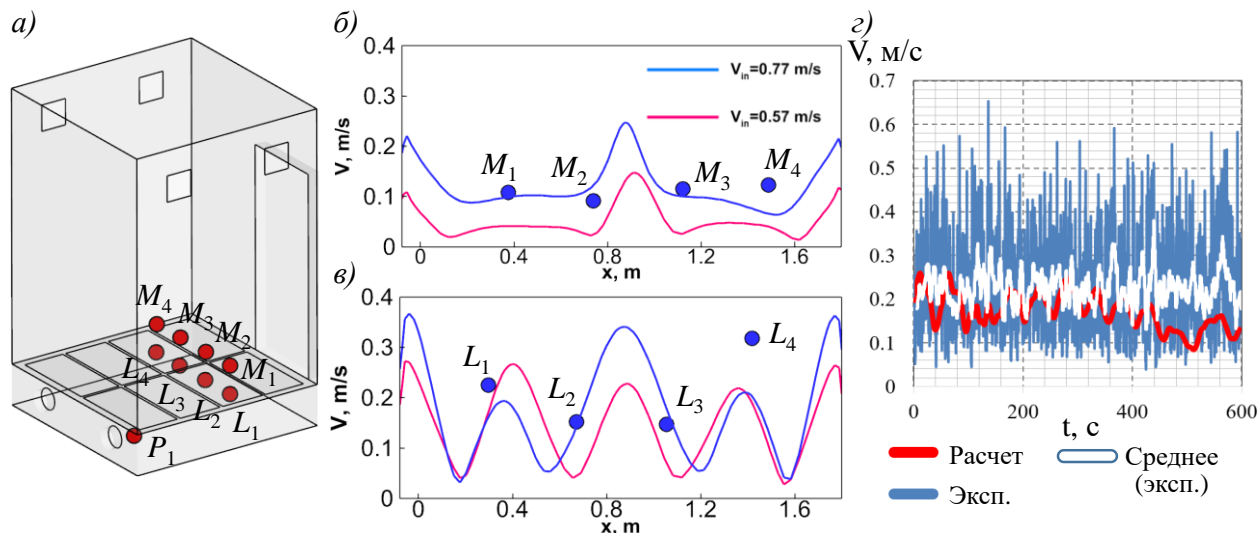


Рис. 2. а) Расположение датчиков в эксперименте; б) профили скорости в двух горизонтальных сечениях; в) эволюция скорости в точке мониторинга L_1

Проведено параметрическое исследование влияния значения коэффициента гидравлического сопротивления, задаваемого для имитации решетчатого пола в диапазоне от 0 до 100, на получаемые поля скорости. На рис. 3 приведены осредненные поля модуля скорости в трех горизонтальных сечениях для разных значений коэффициента гидравлического сопротивления. При увеличении коэффициента гидравлического сопротивления воздушный поток в климатической камере выравнивается и становится практически однородным. В отсутствие решеток (рис. 3а) или при малом значении ζ (рис. 3б) в окрестности решетчатого пола наблюдается неоднородность поля скорости.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 20-58-18013).

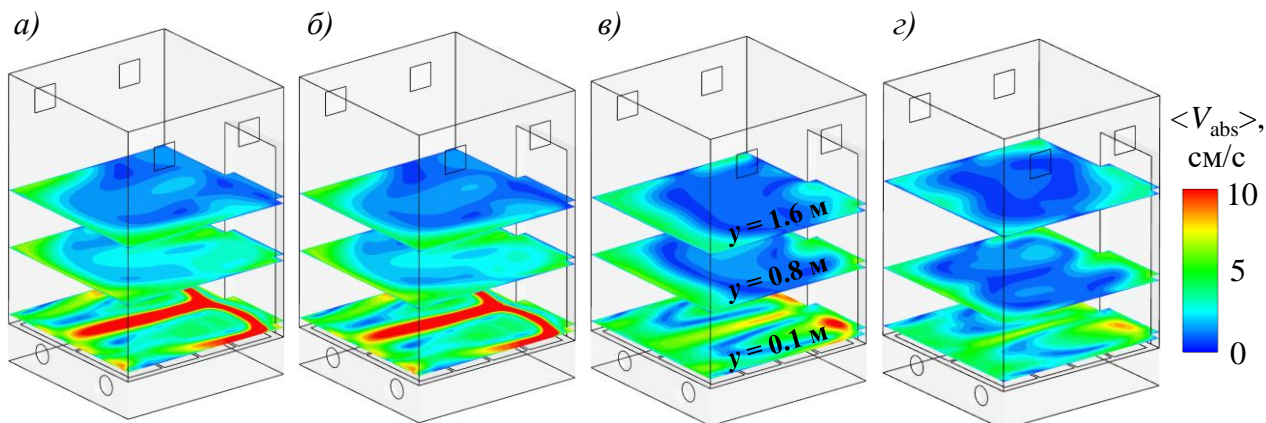


Рис. 3. Поля модуля скорости в трех горизонтальных сечениях при разных коэффициентах гидравлического сопротивления (ζ): а) 0, б) 1.23, в) 23, г) 100

ЛИТЕРАТУРА

1. R.A. Angelova, S. Mijorski, D. Markov, P. Stankov, R. Velichkova, and I. Simova. Numerical modelling of the draught rate in a mechanically ventilated climate chamber // Journal of physics. – 2021. – P. 7
2. R.A. Angelova, D. Markov, P. Stankov, R. Velichkova. Method of the metabolic CO₂ concentration through a small climate chamber // ISMSIT. – 2021. – P. 761-765.
3. И.Е. Идельчик. Справочник по гидравлическим сопротивлениям // Изд.: Машиностроение. – 1975. – 559 с.

УДК 532.517

Е.В. Садикова, А.Ю. Снегирёв
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЛАМИНАРНОГО ПЛАМЕНИ ПО ПОВЕРХНОСТИ ГОРЮЧЕГО МАТЕРИАЛА

В данной работе апробирована методика численного моделирования распространения ламинарного пламени по поверхности горючего материала навстречу газовому потоку. Распространение пламени по поверхности горючих материалов определяет динамику развития пожара и имеет место как при горении пожарной нагрузки в помещении, так и при крупномасштабных лесных и городских пожарах. В современной практике численного моделирования пожара скорость расширения очага пожара задаётся в исходных данных на основе экспериментальной информации, нормативных документов или экспертных оценок. Более фундаментальным подходом является концепция совместного моделирования. Скорость распространения пламени не задаётся заранее, а определяется в ходе численного расчёта с учётом свойств материала и структуры пламени. Именно этот принцип применен в данной работе. В предыдущих работах [1-3] рассматривались только такие сценарии, в которых пламя распространялось снизу вверх (в направлении газового потока). В данной работе изучено распространение пламени сверху вниз.

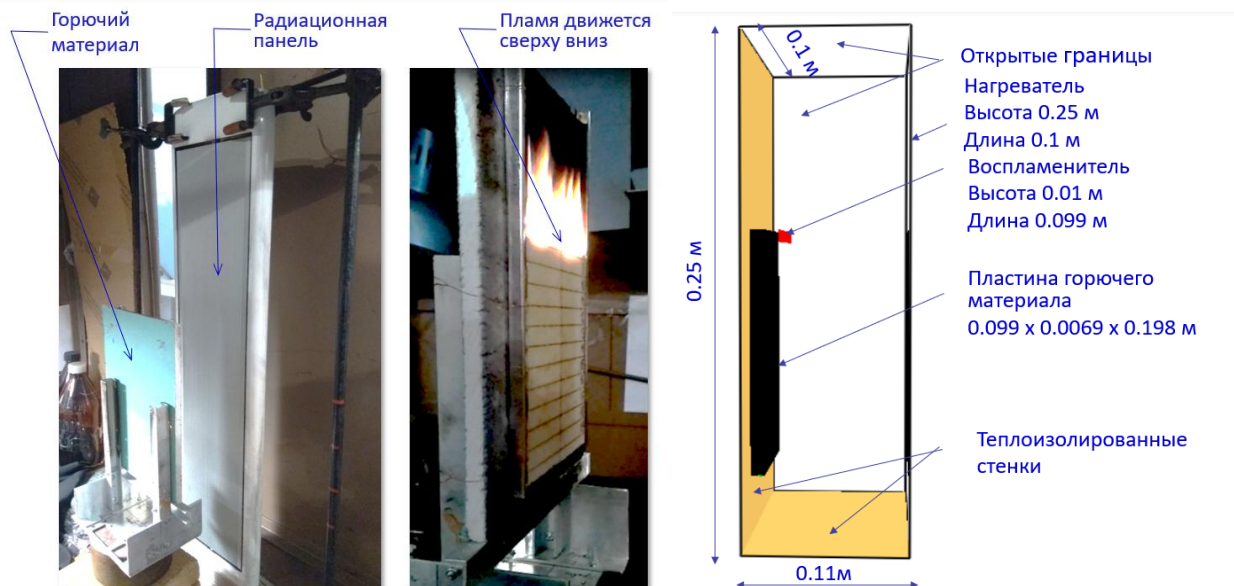


Рис. 1. Экспериментальная установка, распространение пламени вниз по поверхности пластины пористого полиуретана, расчётная область

^(*) Е.В. Садикова, sadikova_ev@mail.ru

Скорость распространения пламени определяется тепловым потоком из пламени в зону прогрева. Пламя является оптически тонким, поэтому основным механизмом теплопередачи является теплопроводность в газе. Точность численного расчёта распространения пламени определяется точностью расчёта теплового потока в зону прогрева, и поэтому требуется разрешение пространственных градиентов температуры в окрестности фронта пламени.

Рассмотрены процессы около вертикальной пластины пористого полиуретана (высота 19.8 см, ширина 9.9 см, толщина 0.69 см), закреплённой на вертикальной стенке и нагреваемой тепловым потоком от радиационной панели (рис. 1). Верхняя кромка пластины поджигается пилотным пламенем, расположенной параллельно поверхности образца на расстоянии 10 см от неё. Начальная температура образца принимается равной 350 К. Действие пилотного пламени имитируется радиационным потоком от горячей полосы (высота 1 см, ширина 9.9 см, температура 2000 К), расположенной на уровне верхней кромки образца на расстоянии 1 см от неё. Используется расчётный код FDS [4].

Численные расчёты распространения пламени выполнены при разных интенсивностях внешнего нагрева. При этом изменялась температура нагревателя, от которой зависит радиационный тепловой поток, падающий на поверхность материала. Зависимость максимального радиационного потока на поверхности пластины от температуры нагревателя показана на рис. 2.

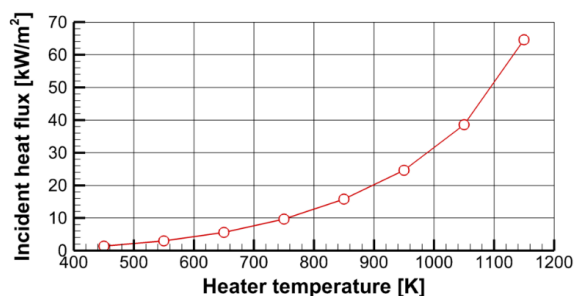


Рис. 2. Зависимость максимального радиационного потока на поверхности пластины от температуры нагревателя

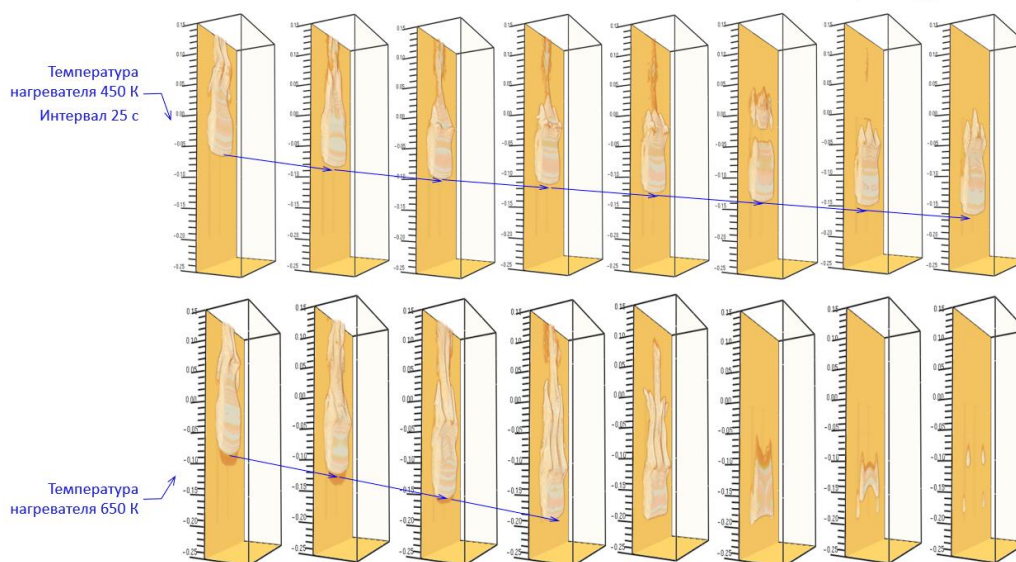


Рис. 3. Визуализация формы пламени при температурах нагревателя 450 и 650 К

Форма пламени визуализируется изоповерхностью мощности тепловыделения 200 кВт/м^3 . На рис. 3 представлены расчётная форма пламени с шагом 25 с при температуре

нагревателя 450 К (верхняя последовательность), на нижней – форма пламени в те же моменты времени при температуре нагревателя 650 К. Стрелками показана траектория передней кромки пламени. По мере увеличения теплового потока от нагревателя пламя распространяется быстрее. После того, как пламя достигает нижней кромки, продолжается горение материала до его полного исчерпания. После этого газофазное горение прекращается, и пламя исчезает.

Расчётные зависимости координаты фронта пиролиза от времени при разных температурах нагревателя показаны на рис. 4,а. Сравнение расчётных скоростей распространения фронта пиролиза, полученных при разных значениях температуры нагревателя, с результатами измерений приводится на рис. 4,б. Наилучшее согласие наблюдается при температуре нагревателя 550 К, что соответствует максимальному радиационному потоку, падающему на поверхность пластины 3 кВт/м².

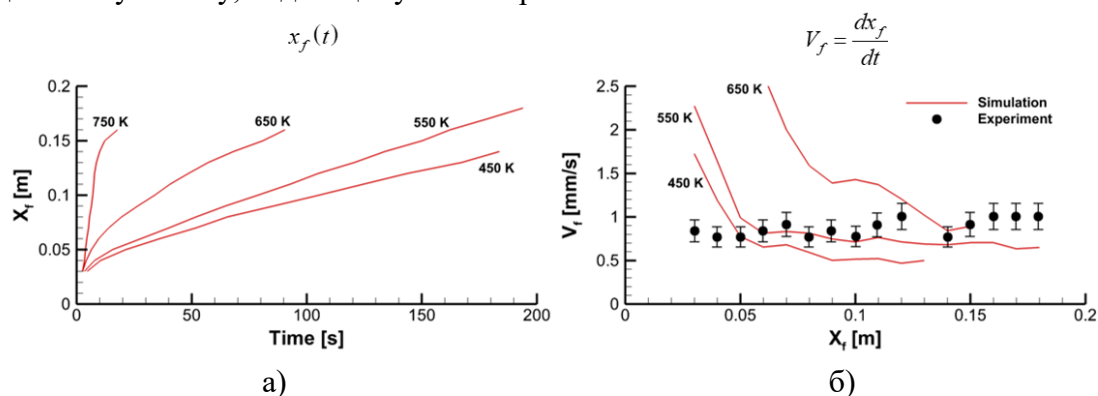


Рис. 4. Сравнение расчетных данных с экспериментальными: а) координата передней кромки фронта от времени при разных температурах нагревателя, б) скорость распространения пламени

В расчётах выявлены три режима распространения пламени в зависимости от значения падающего теплового потока на поверхности образца. Если внешний поток не слишком велик, то фронт пламени движется сверху вниз с примерно одинаковой скоростью вплоть до нижней границы (фронтальный режим). В случае очень большого внешнего теплового потока движущийся фронт пламени не формируется, так как вся поверхность пластины воспламеняется почти одновременно (режим одновременного воспламенения). При промежуточных значениях внешнего теплового потока реализуется переходный режим, в котором фронт пламени формируется и проходит некоторое расстояние, после чего происходит воспламенение поверхности пластины перед фронтом.

Работа выполнена в рамках проекта РНФ №20-19-00295.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.Yu. Snegirev, E.A. Kuznetsov, O.P. Korobeinichev, A.G. Shmakov, S.A. Trubachev, Ignition and burning of the composite sample impacted by the Bunsen burner flame: a fully coupled simulation, *Fire Safety Journal* 127 (2022) 103507, <https://doi.org/10.1016/j.firesaf.2021.103507>.
2. Markus E., Snegirev A., Kuznetsov E., Tanklevsiy L. Application of the thermal pyrolysis model to predict flame spread over continuous and discrete fire load. *Fire Safety Journal* 108 (2019) 102825, <https://doi.org/10.1016/j.firesaf.2019.102825>
3. Маркус Е.С., Снегирев А.Ю., Кузнецов Е.А., Танклевский Л.Т., Аракчеев А.В. Численное моделирование распространения пламени по дискретной совокупности горючих материалов. *Пожаровзрывобезопасность/Fire and Explosion Safety* 28:4 (2019) 29-41, <https://doi.org/10.18322/PVB.2019.28.04.29-41>.
4. K. McGrattan, S. Hostikka, R. McDermott, J. Floyd, M. Vanella. Fire Dynamics Simulator, Technical User's Guide. NIST Spec. Publ. 1019, 6th ed., 2018, <https://github.com/firemodels/fds>.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ ИСТЕЧЕНИИ ПЛОСКОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ВОЗДУШНОЙ СТРУИ В ОГРАНИЧЕННОЕ ПРОСТРАНСТВО

Введение. Картина течения воздуха в помещении оказывает существенное влияние на параметры теплообмена вблизи нагретых стен, правильно спроектированная система вентиляции позволяет наиболее эффективно отводить тепло с нагретых поверхностей при минимальных затратах. Особый интерес представляют струйные течения в связи с широким диапазоном применения их в системах кондиционирования и вентиляции. Рассматривается модельная задача о формировании автоколебаний при истечении воздушной струи из сужающегося сопла в полость, одна из границ которой открыта. Основное внимание уделяется влиянию автоколебаний воздушной струи на теплообмен в полости. Постановка задачи основана на экспериментальной работе А. Mataoui [1].

Постановка задачи и параметры течения. Рассматривается полость, форма которой – параллелепипед (высота и ширина – $H_0 = 0.2$ м, длина – $X_0 = 0.5$ м), внешний вид полости представлен на рис. 1а. В полости находится плоское сужающееся сопло, высота которого до сужения составляет $3h_0 = 0.03$ м. Высота отверстия, через которое воздух поступает в полость, равна $h_0 = 0.01$ м, его ширина совпадает с шириной полости. Расчеты проводились в 2D и 3D постановках. Внутренняя область сопла не входит в расчетную область, а входное граничное условие задается в выходном сечении сопла. Воздух в полость подается при температуре $T_{in} = 300$ К с заданным однородным профилем скорости, равной $V_{in} = 6$ м/с. На стенках полости задано условие прилипания. Параметры воздуха взяты при входной температуре. Число Рейнольдса, построенное по высоте входного отверстия, составляет $Re = \rho h_0 V_{in} / \mu = 4000$. Задача решалась в постановках без учета и с учетом теплообмена. В варианте с теплообменом рассматривалось истечение холодной струи в полость с нагретыми стенками, температура которых постоянна и равна $T_w = 310$ К ($\Delta T = T_w - T_{in} = 10$ К).

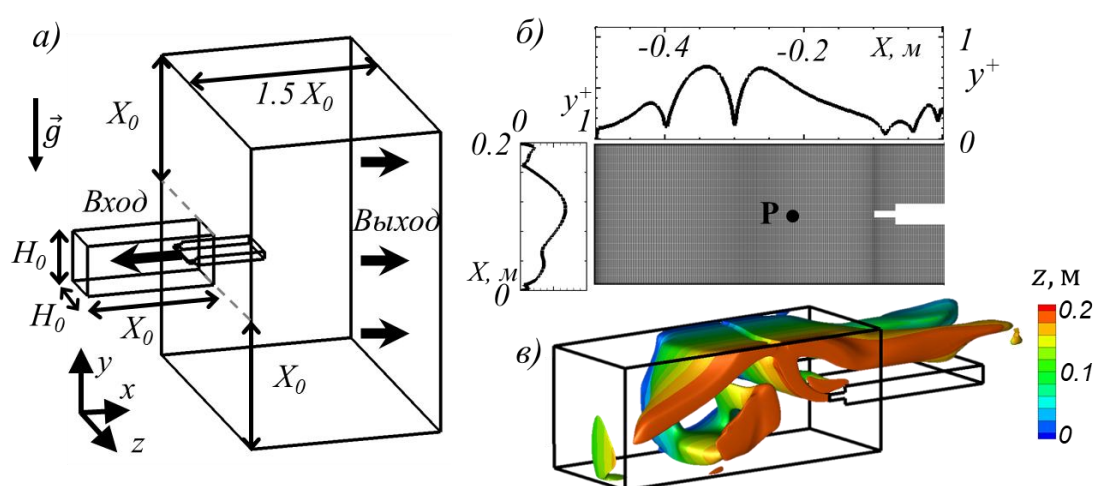


Рис. 1 а) Геометрия расчетной области; б) фрагмент расчетной сетки в полости и положение точки мониторинга, на графиках показано распределение y^+ на стенках для 2D постановки, в) изоповерхность модуля скорости ($V_m = 1.5$ м/с), окрашенная в значение координаты z

^(*) Е.Д. Степашева, stepasheva.ed@gmail.com

К полости присоединена дополнительная область для создания открытой выходной границы, что соответствует условиям эксперимента [1] (полость в экспериментальной установке открыта с этой стороны). Границы дополнительного объема задавались на расстоянии X_0 от полости в направлениях оси y и z , на расстоянии равном $1.5X_0$ в направлении оси x . На дальней от полости стенке дополнительной области задавалось мягкое граничное условие, предполагающее постоянство давления, на остальных стенках задано условие проскальзывания.

Вычислительные аспекты. Моделирование нестационарного турбулентного течения осуществлялось на основе решения нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, для замыкания которых использовались стандартная $k-\varepsilon$ модель турбулентности и $k-\omega$ SST модель турбулентности с пристеночными функциями. Уровень турбулентности на входе определялся интенсивностью турбулентности, $Tu = 14\%$, и отношением турбулентной вязкости к молекулярной, $\mu_t / \mu = 6.2$. Шаг по времени задавался равным 0.01 с. Для учета эффектов плавучести использовалось приближение Буссинеска.

В расчетах использовались квазиструктурированные расчетные сетки со сгущением к стенкам полости, построенные в сеточном генераторе ANSYS ICEM CFD 19.3. Общая размерность расчетной сетки составляет 60 тысяч для 2D вариантов и 5 миллионов для 3D вариантов. Варианты расчетов приведены в таблице 1. Фрагмент сетки в полости изображен на рис. 1б. Величина безразмерного расстояния y^+ от центра первой пристенной ячейки до стенки не превышает единицы.

Таблица 2 Варианты расчетов

№	Вариант	2D/3D	Сетка	Модель	Период, с	Амплитуда, м/с
	Эксперимент				1.56	4.5
1	Без теплообмена	2D	60 тыс.	$k-\omega$ SST	1.48	4.3
2				Стандартная $k-\varepsilon$	1.44	3.9
3	$\Delta T = 10$ К				1.55	4.4
4	Без теплообмена	3D	5 млн.	$k-\omega$ SST	1.21	3.9
5					1.57	4.6
6	$\Delta T = 10$ К			Стандартная $k-\varepsilon$	1.36	4.0

Результаты. Мгновенная картина течения, формируемая в полости, представлена на рис. 1в с помощью изоповерхности модуля скорости ($V_m = 1.5$ м/с), окрашенной в значение координаты z . В соответствии с экспериментальными данными для рассматриваемого положения сопла в полости, результаты расчетов, полученные с использованием 2D и 3D постановок задач, показывают, что распространяющаяся из сопла воздушная струя совершает нестационарные периодические автоколебания. На рис. 1в показан момент времени, в который струя распространяется по направлению к верхней стенке полости, за один период автоколебаний струя меняет свое направление и перемещается от верхней стенки полости к нижней, после чего возвращается обратно к верхней стенке. Показано, что картина течения, полученная в 3D постановке, является плоской: поля скорости в трансверсальном направлении практически одинаковы, некоторые отличия наблюдаются вблизи стенок полости.

На рис. 2а показано изменение скорости в точке мониторинга, расположенной в центре полости на оси струи на расстоянии $12h_0$ от сопла ("P" отмечена на рис. 1б), полученное по данным расчета (3D постановка задачи с использованием $k-\omega$ SST модели турбулентности) и эксперимента [1]. Видно достаточно хорошее согласование экспериментальных и расчетных данных по периоду и амплитуде колебаний (таблица 1) – различия составляют менее 2%. Период колебаний, полученный в расчетах с использованием $k-\omega$ SST модели турбулентности, в 2D постановке задачи на 6% меньше, чем в 3D постановке задачи, различия между амплитудами колебаний составило 7%. На рис. 2б показано изменение

модуля скорости, полученное в вариантах расчета 3D задачи с разными моделями турбулентности – $k-\omega$ SST и стандартной $k-\varepsilon$ моделей. Данные, полученные с использованием стандартной $k-\varepsilon$ модели турбулентности, существенно отличаются от результатов, полученных с использованием модели $k-\omega$ SST – период колебаний скорости различается на 23%, при этом различие амплитуд составило 15%.

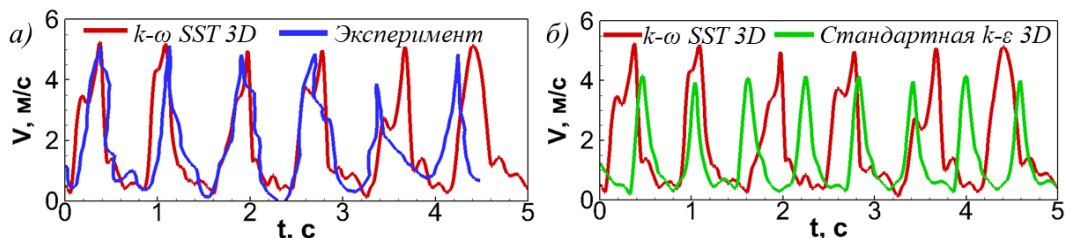


Рис. 2. Изменение скорости в точке мониторинга: а) сравнение результатов расчета и эксперимента [1], б) сравнение результатов расчета, полученных с применением различных моделей турбулентности: $k-\omega$ SST и стандартной $k-\varepsilon$ (3D задача)

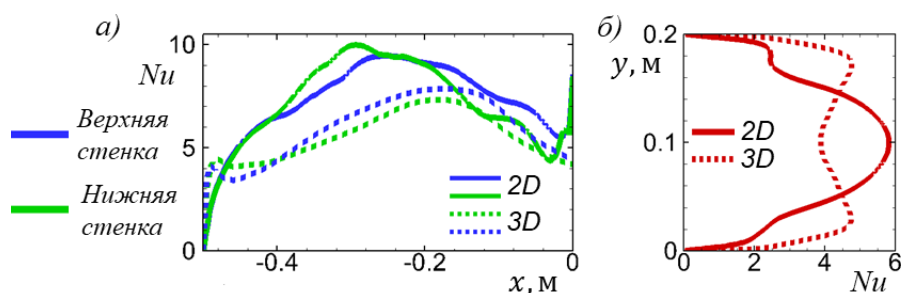


Рис. 3. Распределение осредненного во времени числа Нуссельта вдоль поверхности а) нижней, верхней и б) торцевой стенки (2D и 3D постановки задачи)

Проведены также расчеты в неизотермической постановке, когда в нагретую полость поступает холодная струя. На рис. 3 приведено распределение осредненного во времени и в трансверсальном направлении безразмерного теплового потока в форме числа Нуссельта, $Nu = q h_0 / \Delta T \lambda$, вдоль стенок полости. Максимум числа Нуссельта на нижней и верхней стенке (рис. 3 а) наблюдается в области соударения холодной струи с нагретой стенкой полости. Распределение Nu на верхней и нижней стенках полости практически совпадают, некоторые различия связаны с действием силы плавучести. Существенно отличается теплоотдача от стенок полости в 2D и 3D постановках: диапазон изменения Nu вдоль верхней и нижней стенки в 2D постановке – 2...10, в 3D – 2...7, среднее значение Nu составляет 7.3 в 2D постановке и 5.8 в 3D (относительная разница - 26%). Значения числа Нуссельта на торцевой стенке (рис. 3 б) ниже, чем на верхней и нижней за счет формирования вблизи торцевой стенки рециркуляционной области с пониженными скоростями. Распределение числа Нуссельта, полученное в 2D постановке, имеет максимум в центре торцевой стенки, а полученное в 3D постановке имеет два максимума, вблизи верхней и нижней стенок. Однако отличие полностью осредненных (во времени и по площади) значений Nu сравнительно невелико (порядка 10%): в 2D постановке $Nu = 3.7$, а в 3D $Nu = 4.1$.

Исследование выполнено при поддержке гранта РФФ № 22-29-00224.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mataoui A., Schiestel R., Salem A. Flow regimes of interaction of a turbulent plane jet into a rectangular cavity: experimental approach and numerical modelling // Flow, Turbulence and Combustion. 2001. Vol 67. P. 267-304.

ДИФФУЗИОННОЕ ГОРЕНИЕ В НЕВЕСОМОСТИ: АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Несмотря на длительную историю космических экспериментов, устойчивость диффузионного горения в пламени над поверхностью твёрдых горючих материалов остаётся неизученной. Идея международного космического эксперимента «Фламенко» заключается в том, чтобы имитировать поверхность горючего материала с помощью плоской пористой поверхности. Это позволяет управлять составом и расходом горючего газа и изучать околокритические состояния пламени вблизи предела погасания. Кроме того, открывается возможность наблюдать такие режимы погасания, которые невозможно воспроизвести в наземных условиях из-за возникновения естественной конвекции.

В 2021 г. завершилась программа орбитальных измерений на борту МКС в рамках космического эксперимента «Фламенко» [1]. Пламя, изученное в данном эксперименте, имеет признаки, характерные как для диффузионного пламени свечи или же капли жидкого топлива (очень низкая скорость истечения горючего газа), так и для струйного ламинарного пламени, образующегося при истечении горючего газа из сопла (значительный размер источника). В невесомости данное пламя, как и пламя свечи, принимает форму сферического сегмента (Рис. 5). В то же время, аналогично струйному ламинарному пламени, максимальная мощность тепловыделения достигается на нижней кромке пламени в окрестности источника. Поток горючего газа на поверхности горелки характеризуется очень малыми числами Рейнольдса (менее 10). Устойчивость и пределы погасания пламени данного типа до настоящего времени не изучались.

В отличие от параллельно работавшей американской научной группы из университета Мериленда и NASA (США), основное внимание которой было нацелено на стационарные состояния пламени [2, 3], российские участники данного проекта поставили целью выявить и доказать радиационную природу погасания пламени данного типа, исследовать пределы его устойчивости и нестационарную динамику, построить и применить численную модель для детального анализа потери устойчивости и осцилляций пламени [4-6]. Кроме того, полученный массив экспериментальных данных был обобщён с позиций классической теории сферического диффузионного пламени, модифицированной с учётом радиационных теплопотерь.

В работе выявлена последовательность состояний при формировании пламени данного типа, впервые доказана его неустойчивость и идентифицированы колебательные режимы пламени после потери устойчивости в результате локального погасания фрагментов пламени. Установлена радиационная природа потери устойчивости пламени данного типа и впервые показано, что доля энергии, излучаемой пламенем данного типа в невесомости, может достигать 70-80%; такой уровень радиационных теплопотерь недостижим при горении в условиях нормальной гравитации. Численные расчёты позволили объяснить радикальные различия в структуре пламени данного типа в невесомости и в нормальной гравитации. В ходе численных исследований впервые наблюдалось движение гибридного (тройного) пламени, формирующегося в результате локального погасания диффузионного пламени в невесомости. В трёхмерных численных расчётах воспроизведены два из трёх режимов колебаний пламени (симметричный тор и капюшон), наблюдавшиеся в орбитальных

(•) Т.А. Федорова, tan.fedorova2014@yandex.ru

экспериментах. Следует отметить, что возбуждение симметричных колебаний пламени было предсказано заранее в численных расчётах и уже затем подтверждено экспериментами на борту МКС. В то же время, наблюдавшиеся в экспериментах несимметричные колебания пламени в режимах «капюшон» и «спираль» ранее не удавалось воспроизвести в численных расчётах. Такое рассогласование было результатом неверного предположения о том, что характер колебаний однозначно зависит только от свойств горючего газа, его расхода и параметров окружающей среды. Расчёты показали, что при неизменных перечисленных факторах режим колебаний пламени может также зависеть от неизбежных и несимметричных случайных газодинамических возмущений. Введение таких возмущений в численную модель позволило с хорошей точностью воспроизвести форму и динамику колебаний экспериментального пламени.

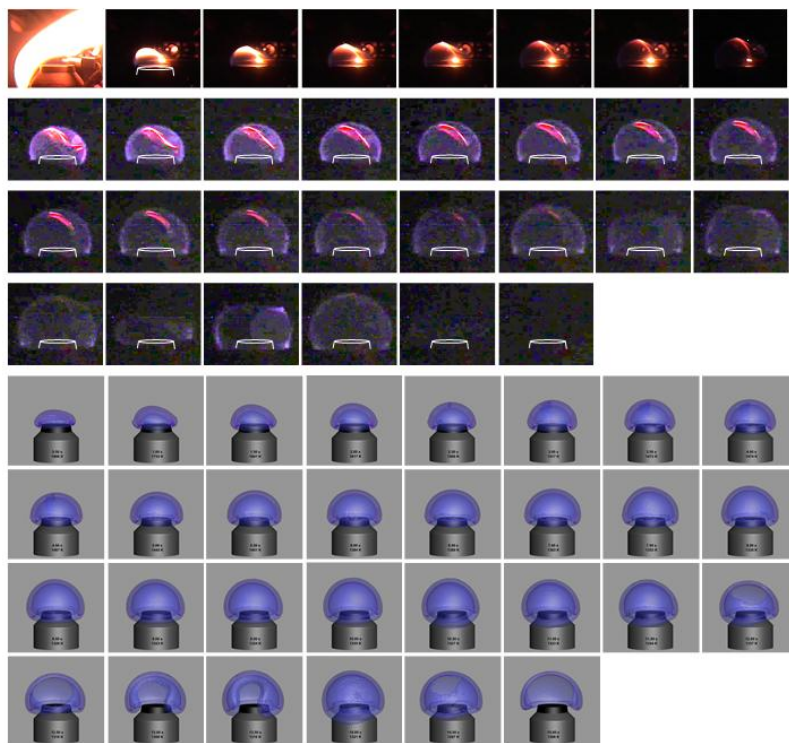


Рис. 5. Динамика формирования, роста, потери устойчивости и осцилляций пламени в космическом эксперименте «Фламенко» (сеанс 19039D1). Вверху – кадры видеозаписи, внизу – численный расчёт (изоповерхность мощности тепловыделения 1 МВт/м^3). Интервал между кадрами 0.5 с

В ходе выполнения КЭ «Фламенко» на борту МКС выполнено около 200 сеансов наблюдений за динамикой ламинарного диффузионного пламени, формирующегося над плоской поверхностью горелок BRE диаметром 25 и 50 мм. Сформирована база данных результатов, в состав которой входит 179 успешных сеансов. Сеансы отличались по виду горючего газа (этилен, метан), степени его разбавления азотом, расходам горючего газа, концентрациям кислорода в атмосфере и давлению. Оказалось, что лишь в 27 из успешных сеансов пламя оставалось устойчивым в течение достаточно продолжительного времени (от 1 до 3 минут), вплоть до выключения потока горючего газа. В остальных сеансах пламя увеличивалось до определённого размера, при котором происходил «разрыв» его поверхности (справа в третьем ряду на Рис. 5), и следствием такого локального погасания были потеря устойчивости пламени с переходом в колебательный режим. Обобщение результатов эксперимента показало, что область параметров, в которой диффузионное пламя наиболее устойчиво, соответствует малым значениям удельной мощности тепловыделения в

пламени и большим концентрациям кислорода в окружающей среде. Ни в одном из сеансов горения в нормальной атмосфере (21% кислорода, 1 бар), не наблюдалось выхода пламени на стационарный режим ни в экспериментах, ни в расчётах.

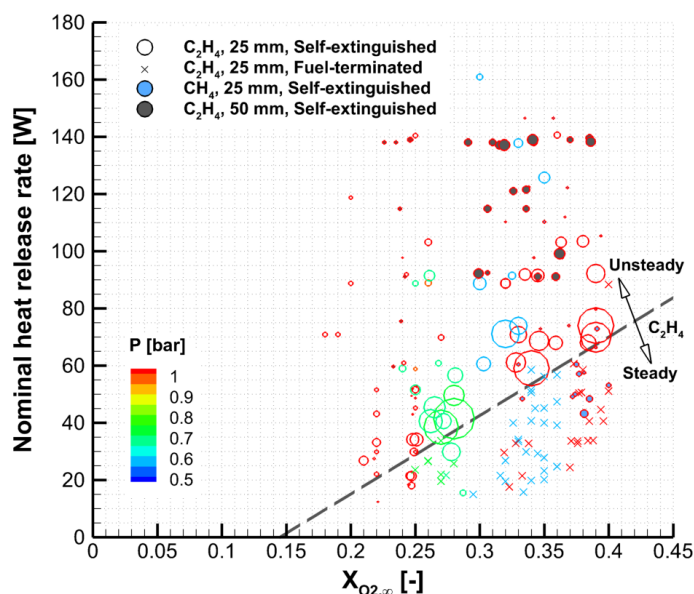


Рис. 6. Диаграмма состояний пламени

В 27 сеансах КЭ «Фламенко» пламя этилена сохраняло устойчивость до прекращения подачи горючего газа (в течение 1-3 мин). Установлено, что пламя этилена гораздо более устойчивое и долгоживущее, чем пламя метана. Диаграмма состояний пламени этилена (горелка 25 мм) в зависимости от концентрации кислорода в камере сгорания и удельной мощности тепловыделения показана на рис. 2.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 20-08-00478). Использованы вычислительные ресурсы Суперкомпьютерного центра «Политехнический» (СПбПУ).

ЛИТЕРАТУРА

1. Космический эксперимент «Фламенко»: <https://tsniimash.ru/en/science/scientific-experiments-onboard-the-is-rs/cnts/experiments/flamenko/>, Burning Rate Emulator (BRE), <https://www1.grc.nasa.gov/space/iss-research/iss-fcf/cir/acme/experiments/bre/>.
2. P. Dehghani, J.G. Quintiere. Theoretical analysis and predictions of burning in microgravity using a burning emulator. *Combust. Flame* 233 (2021) 111572.
3. P. Dehghani, P.B. Sunderland, J.G. Quintiere, J.L. de Ris. Burning in microgravity: Experimental results and analysis, *Combust. Flame* 228 (2021) 315–330.
4. А.Ю. Снегирёв. Динамика и пределы устойчивости ламинарного диффузионного пламени в невесомости и нормальной гравитации. Космический эксперимент "Фламенко". Заключительный отчёт по проекту 20-08-00478, РФФИ, 2022 г.
5. Е.А. Кузнецов, А.Ю. Снегирёв, Е.С. Маркус. Радиационное погасание ламинарного диффузионного пламени над плоской пористой горелкой в условиях невесомости. Численное моделирование // Физика горения и взрыва, 2020, Т. 56, №4, С. 26-45.
6. A. Snegirev, E. Kuznetsov, E. Markus, P. Dehghani, P. Sunderland, Transient dynamics of radiative extinction in low-momentum microgravity diffusion flames, *Proc. Combust. Inst.* 38 (2021) 4815–4823.

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДА ИСКУССТВЕННОЙ ВЯЗКОСТИ ДЛЯ
ПОДАВЛЕНИЯ УДАРНО-ВОЛНОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ
ОБТЕКАНИЯ ЦИЛИНДРА НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ

Численное моделирование сверхзвуковых и особенно гиперзвуковых течений может осложняться возникновением численной ударно-волновой («карбункул») неустойчивости, которая заключается в появлении нефизических возмущений, приводящих к искажению или изгибу фронта ударной волны. В настоящее время основные исследования в данной области связаны с анализом влияния различных численных аспектов на возникновение данного явления, а также с разработкой и тестированием методов подавления неустойчивости. Известно, что неустойчивость возникает при расчетах на тех сетках, которые содержат поверхности, перпендикулярные фронту ударной волны, при этом во многих исследованиях рассматривается в основном случай структурированных сеток. В работе [1] было показано, что данная неустойчивость проявляется сильнее на сетке с ячейками, вытянутыми перпендикулярно фронту ударной волны. В настоящее время для подавления «карбункул»-неустойчивости широко используются методы, основанные на добавлении искусственной вязкости, поскольку они являются достаточно эффективными и при этом относительно простыми в вычислительном плане. Настоящая работа посвящена оценке эффективности метода искусственной вязкости для подавления ударно-волновой неустойчивости, предложенного Родионовым А. В. [2-3], при расчетах на структурированных сетках с различным соотношением сторон ячеек, а также на неструктурированных сетках с различным типом сеточных элементов.

При использовании метода искусственной вязкости [2-3] вводится понятие тензора вязких напряжений, определяемого через коэффициент искусственной вязкости μ_{AV} в центрах ячеек, таким образом, дополнительное слагаемое добавляется в виде, аналогичном физической вязкости. Коэффициент искусственной вязкости μ_{AV} согласно [2] определяется по формуле:

$$\mu_{AV} = \begin{cases} C_{AV}\rho h^2 \sqrt{(\nabla \cdot \mathbf{V})^2 - (C_{th}a/h)^2}, & \text{if } -(\nabla \cdot \mathbf{V}) > C_{th}a/h, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

где C_{AV} – безразмерный коэффициент, C_{th} – пороговый коэффициент, ограничивающий влияние искусственной вязкости только областью, в которой распространяется ударная волна, h – характерный размер ячейки, a – скорость звука, ρ – плотность, $\nabla \cdot \mathbf{V}$ – дивергенция скорости. Константы C_{AV} и C_{th} в соответствии с рекомендациями Родионова А. В. [2-3] задаются равными 0.5 и 0.02 соответственно. Дополнительное слагаемое добавляется и в уравнение энергии с искусственным коэффициентом теплопроводности $\lambda_{AV} = \mu_{AV}C_p/Pr_{AV}$, где $Pr_{AV} = 1$. Характерный размер ячейки h для структурированных сеток в [2] рекомендуется вычислять как наибольшую диагональ ячейки (с коэффициентом $1/\sqrt{2}$).

Для выполнения расчетов использовался конечно-объемный «неструктурированный» программный код SINF/Flag-S, разрабатываемый в СПбПУ. В рамках настоящей работы в коде был реализован метод добавления искусственной вязкости с коэффициентом μ_{AV} , определяемым по формуле (1), при этом характерный размер ячейки h для произвольной неструктурированной сетки вычисляется по аналогии с [2] через наибольшую диагональ

^(*) Е.В. Колесник, kolesnik_ev@mail.ru

ячейки. Тестирование проводилось на задаче сверхзвукового невязкого обтекания цилиндра, которая широко используется для оценки схем с точки зрения их подверженности «карбункул»-неустойчивости [1-3]. Для аппроксимации конвективных потоков использовалась схема Роу первого порядка точности, поскольку известно, что в этом случае «карбункул»-неустойчивость проявляется наиболее сильно. На рисунке 1 представлена схема обтекания цилиндра и используемая расчетная область, также приведены используемые в расчетах сетки: структурированные с соотношением сторон $h_x/h_y = 1:2, 1:1$ и $1:0.5$ (размер ячеек в направлении нормали к скачку для разных сеток брался одинаковым) и неструктурированные с треугольными ячейками, со смешанным типом ячеек (треугольные и четырехугольные) и с полиэдральными ячейками.

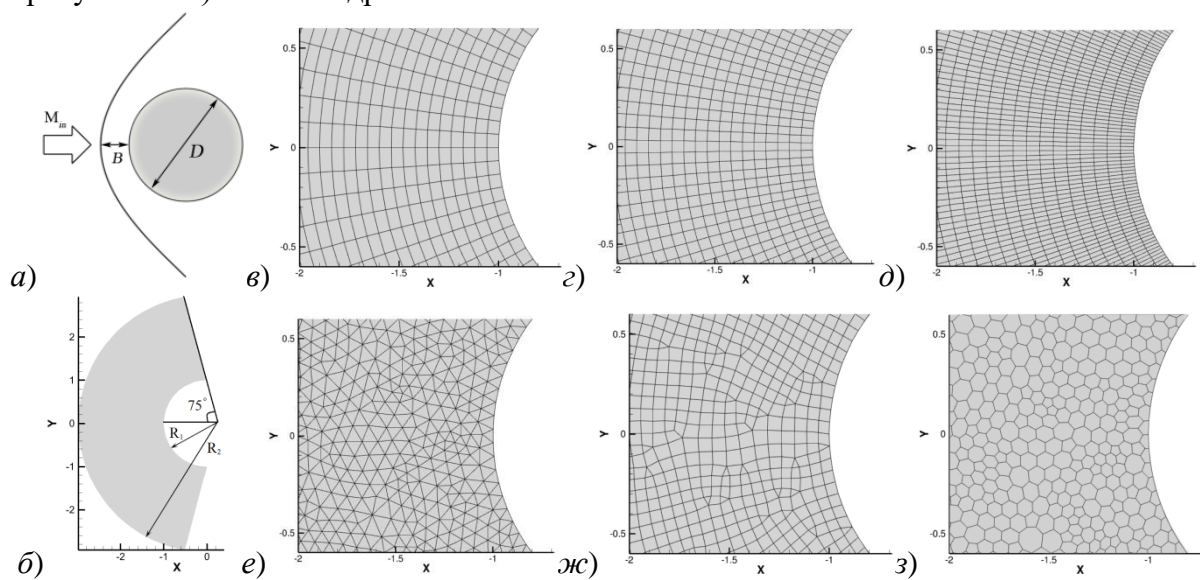


Рис. 1. Схема обтекания цилиндра (а) и расчетная область (б); расчетные сетки: структурированные с соотношением сторон: в) $h_x/h_y = 1:2$, г) $h_x/h_y = 1:1$, д) $h_x/h_y = 1:0.5$ и неструктурированные: е) с треугольными ячейками, ж) со смешанным типом ячеек, з) с полиэдральными ячейками

Результаты расчетов иллюстрируются на рисунке 2, где приведены поля числа Маха, полученные в расчетах с использованием схемы Роу без добавления искусственной вязкости (верхний ряд) и с добавлением (нижний ряд). Наглядно видно образование нефизических искажений фронта ударной волны при расчетах на структурированных сетках, связанных с проявлением «карбункул»-неустойчивости. Можно отметить, что на сетке с ячейками, вытянутыми перпендикулярно фронту ударной волны ($h_x/h_y = 1:0.5$) неустойчивость проявляется наиболее сильно. В случае расчетов на неструктурированных сетках также можно наблюдать некоторые искажения изолиний числа Маха за фронтом ударной волны, при этом наибольшие возмущения проявляются при расчете на сетке из треугольных элементов. При расчете на сетке из полиэдральных ячеек искажений практически не наблюдается. По результатам, полученным с применением метода искусственной вязкости видно, что данный метод позволяет эффективно подавить возникающие возмущения для всех рассмотренных типов сеток, при этом фронт ударной волны становится более размытым. Для структурированных сеток были проведены расчёты с варьированием коэффициента C_{AV} (который входит как множитель в коэффициент искусственной вязкости). На рисунке 4 представлены результаты для уменьшенного в 100 раз по сравнению с рекомендованным значением коэффициента искусственной вязкости. По полученным результатам видно, что для сетки с ячейками, вытянутыми вдоль фронта ударной волны, можно уменьшить коэффициент искусственной вязкости, с сохранением эффективности используемого метода в подавления ударно-волновой неустойчивости.

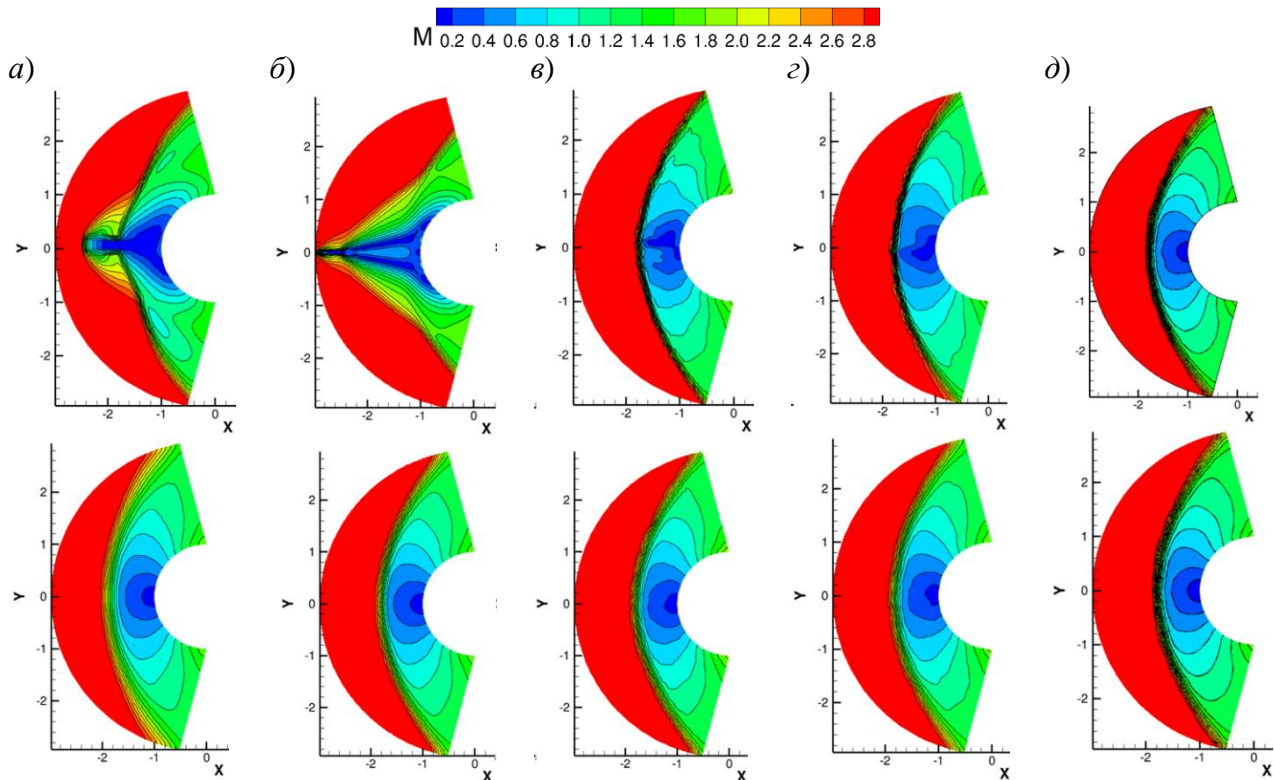


Рис. 2. Поля числа Маха, полученные на структурированных сетках: а) $h_x/h_y = 1:2$ и б) $h_x/h_y = 1:0.5$ и на неструктурированных сетках: в) с треугольными ячейками, г) со смешанным типом ячеек и д) с полиэдральными ячейками (верхний ряд без добавления искусственной вязкости, нижний – с добавлением)

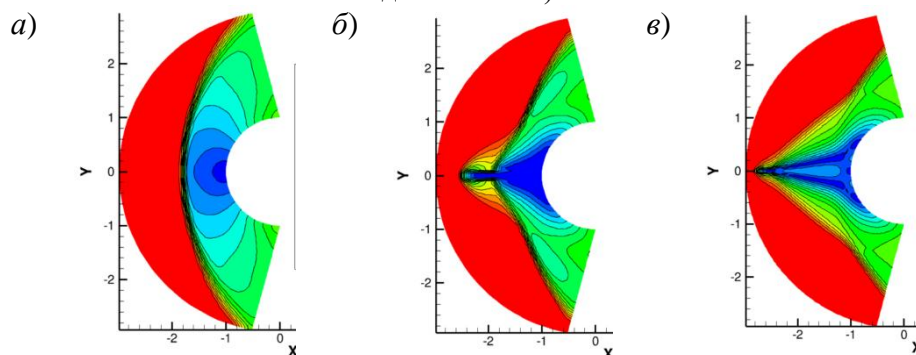


Рис. 3. Поле числа Маха, полученное с использованием искусственной вязкости с коэффициентом $C_{AV} = 0.005$ для структурированных сеток: а) $h_x/h_y = 1:2$, б) $h_x/h_y = 1:1$, в) $h_x/h_y = 1:0.5$

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук, МК-3435.2022.1.1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pandolfi M., D'Ambrosio D. Numerical Instabilities in Upwind Methods: Analysis and Cures for the “Carbuncle” Phenomenon // Journal of Computational Physics. –2001. – V.166. – P. 271-301.
2. Rodionov A. V. Artificial viscosity in Godunov-type schemes to cure the carbuncle phenomenon // Journal of Computational Physics. – 2017. – V. 345. – P. 308-329.
3. Rodionov A. V. Artificial viscosity in Godunov-type schemes to cure the carbuncle phenomenon // Computers and Fluids. –2019 – V. 190. – P. 77-97.

ILES И RANS МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ ПРИ ОПРЕДЕЛЯЮЩЕЙ РОЛИ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ТОРОИДАЛЬНЫХ ВИХРЕЙ

Введение. Численное моделирование свободно-конвективных течений представляет большой интерес во многих областях науки и техники. В частности, важной задачей является предсказание характеристик турбулентного течения расплава при выращивании кристаллов методом Чохральского. В современных программных комплексах, которые применяются при проектировании и/или оптимизации режимов работы установок метода Чохральского, расчет конвекции расплава (в среднем осесимметричной) ведется на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса и энергии (RANS подход). Для замыкания RANS уравнений, как правило, привлекается модель турбулентности, основанная на концепции изотропной турбулентной вязкости/теплопроводности. Многолетний опыт применения данного подхода показал, что неучет анизотропии турбулентного переноса может приводить к значительному снижению точности предсказаний общей картины конвекции и характеристик тепло- и массообмена в расплаве. В работе [1] была предложена однопараметрическая дифференциальная модель турбулентности, которая, через введение ряда специальных соотношений алгебраического характера, позволяет учесть эффекты анизотропии при вычислении векторов турбулентного потока тепла и примеси. Эта модель, исходно предусматривающая решение уравнения переноса кинетической энергии турбулентности k , получила название « k -STR»; ее начальная апробация выполнена в работе [2] при решении задачи переноса кислорода в тигле экспериментальной установки метода Чохральского.

В настоящей работе представляются результаты расчетов турбулентной конвекции ртути в модельной конфигурации, геометрия которой и термические условия выбраны так, чтобы определяющими конвективными структурами были тороидальные вихри, а поле температуры имело бы вид, характерный для расплава в установке метода Чохральского (рис.1). Предсказательные возможности модели k -STR в рамках RANS подхода оцениваются посредством сравнения с данными, полученными по вихре-разрешающему ILES методу (Implicit Large Eddy Simulation). Проводится также сопоставление с результатами вычислений, выполненных с применением однопараметрической k -модели турбулентности Вольфштайна с изотропной вязкостью [3]. Все расчеты проведены с применением пакета CGSim (Flow Module) [4].

Постановка задачи и вычислительные аспекты. На рис. 2 показана расчетная область в виде кругового цилиндра, а также граничные условия. На нижней стенке задается постоянная температура T_1 , а на верхней и боковой стенках – линейный рост температуры от T_1 до $T_2 > T_1$ от центра к периферии или от нижней к верхней стенке. Геометрический параметр $\Gamma = H/D$ полагается равным 0.5.

Свободно-конвективное течение в полости определяется двумя числами подобия: числом Прандтля $Pr = 0.025$ (соответствует ртути) и числом Рэлея $Ra = g\beta(T_2 - T_1)H^3 Pr / \nu^2$, которое в настоящих расчетах принималось равным 10^6 , 10^7 и 10^8 . Характерным перепадом температуры является разность $\Delta T = T_2 - T_1$, а масштабом скорости – т. н. скорость плавучести $V_b = \sqrt{g\beta\Delta TH}$.

^(*)Д.В. Борисов, dmitriy.borisov@str-soft.com

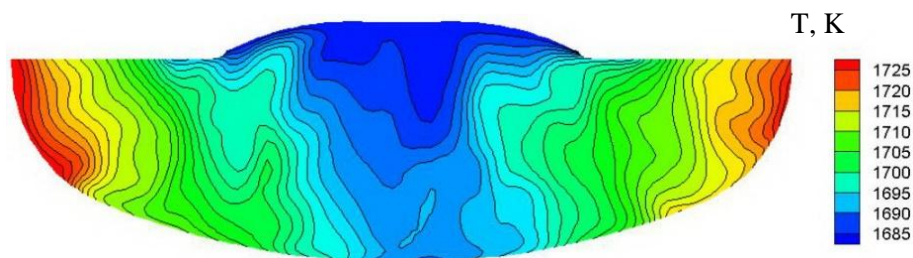


Рис. 1. Поле температуры в тигле, реализующееся в современных установках для выращивания кристаллов методом Чохральского (заимствованно из [4])

Для проведения расчетов использовались блочно-структурированные сетки, которые в случае трехмерных ILES расчетов состояли из 660 000 ячеек, а при решении осесимметричных RANS уравнений – из 2500 ячеек. В случае ILES для аппроксимации конвективных и диффузионных членов уравнений переноса использовались схемы четвертого порядка, и второго – для временной производной. При RANS моделировании конвективные слагаемые аппроксимировались по схеме третьего порядка, диффузионные – второго.

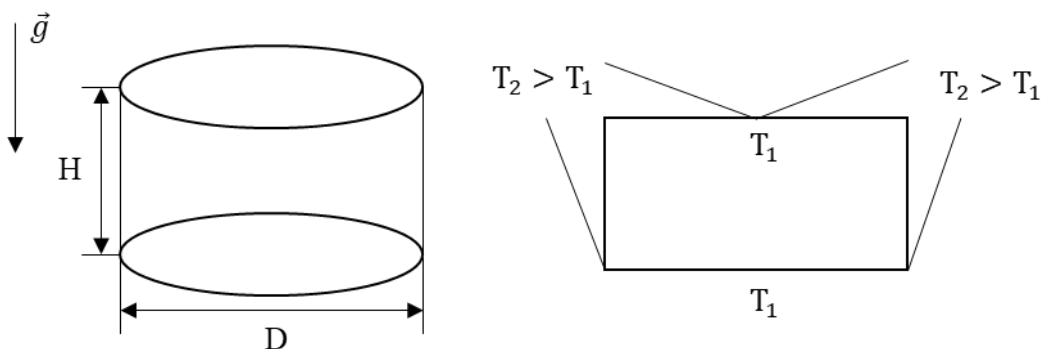


Рис. 2. Геометрия модельной задачи и граничные условия

Результаты расчетов. На рис. 3 для случая $Ra=10^8$ приведены осредненные поля безразмерной температуры и компонент вектора безразмерной скорости в центральном сечении. Как ILES, так и RANS/k-STR модель предсказывают образование двух тороидальных вихрей, которые занимают всю расчетную область: верхний высокоскоростной вихрь и вихрь, находящийся вблизи нижней стенки, скорости в котором относительно невелики. Внизу формируется выраженная зона со стратификацией температуры. В целом, можно говорить о хорошем согласовании полей, рассчитанных по двум подходам.

На рис. 4 для того же значения числа Рэлея показаны поля безразмерной кинетической энергии турбулентности. Видно, что относительно большие значения k локализируются вблизи нижней стенки у оси цилиндра. Эта особенность объясняется влиянием нижней стенки, которая вынужденно тормозит и разворачивает ниспадающее течение у оси цилиндра. Стоит отметить, что k имеет также существенные по величине значения в центральной зоне вблизи верхней стенки, что объясняется высокими градиентами скорости при торможении радиального течения от боковой стенки к центру (ср. рис. 3, поле горизонтальной составляющей скорости). По рис. 4 также можно констатировать хорошее качественное и количественное согласие результатов RANS вычислений, выполненных с использованием k -

STR модели, с данными ILES расчета. Качество предсказаний по k-модели Вольфштайна значительно хуже.

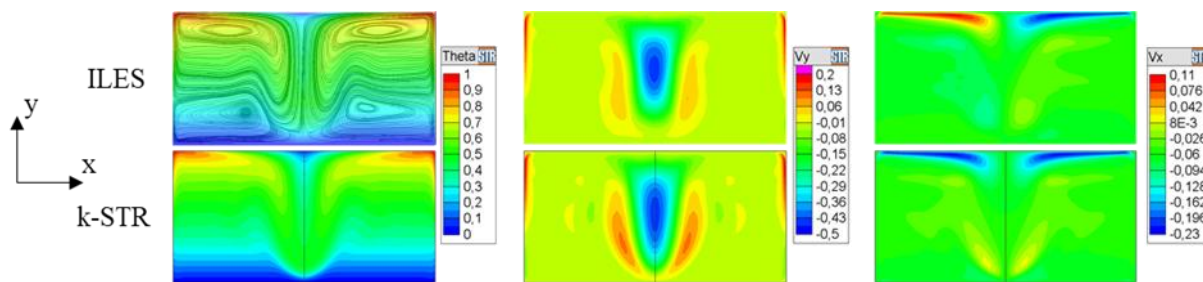


Рис. 3. Поля осредненной температуры и компонент вектора скорости, рассчитанные при $Ra=10^8$ (в случае k-STR модели вместо V_x показана радиальная компонента скорости)

Стоит также отметить, что в решении, полученном при $Ra=10^6$ на основе ILES метода, пульсации рассчитываемых величин были на два с лишним порядка меньше характерных средних значений, т. е. течение в целом имело квазиламинарный характер.

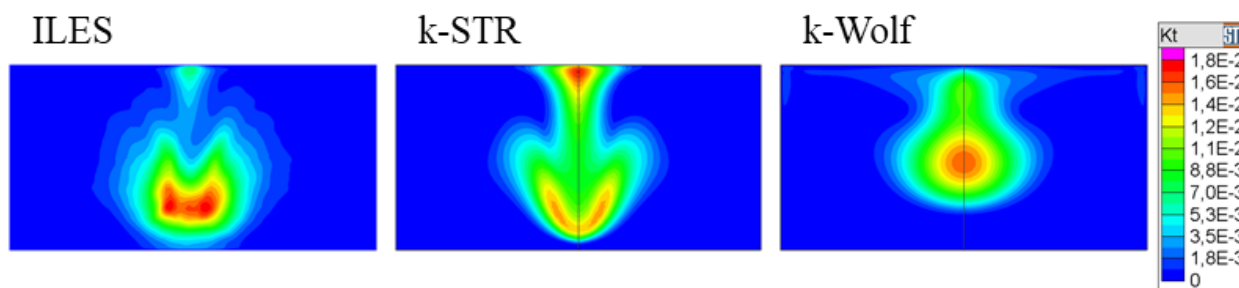


Рис. 4. Поле кинетической энергии турбулентности в центральном сечении, $Ra=10^8$

Для всех рассмотренных случаев были рассчитаны интегральные числа Нуссельта Nu для всех стенок. В качестве линейного масштаба использовалась высота цилиндра H . Рассчитанные значения приведены на рис. 5 совместно с аппроксимирующими корреляциями

$Nu = 0.45 \cdot Ra^{0.2}$ и $Nu = 0.0325 \cdot Ra^{0.33}$ для боковой и верхней стенок, соответственно. По рис. 5 видно также, что результаты RANS и ILES моделирования хорошо согласуются между собой.

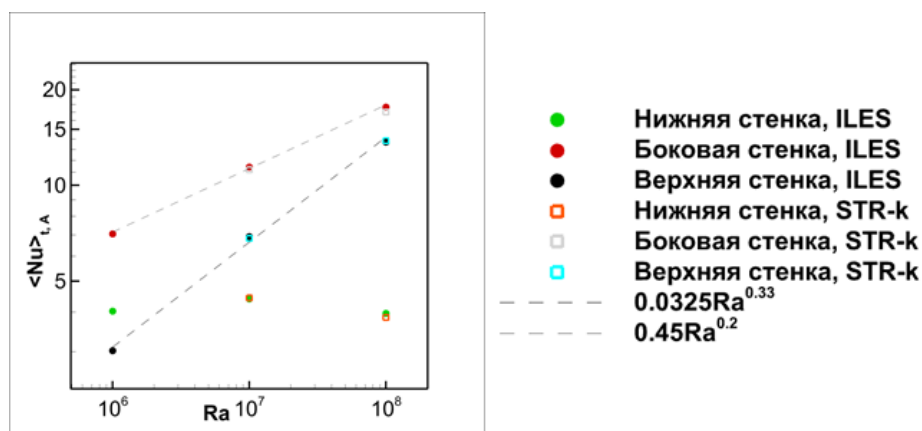


Рис. 5. Зависимости $Nu(Ra)$ для разных стенок: результаты расчетов и аппроксимирующие корреляции

ЛИТЕРАТУРА

1. V. Kalaev, D. Borisov., A. Smirnov, A modified hypothesis of Reynolds stress tensor modeling for mixed turbulent convection in crystal growth, J. Cryst. Growth, 2022, v. 580, 126464
2. D. Borisov, V. Artemyev, V. Kalaev, A. Smirnov, A. Kuliev, F. Zobel, R. Kunert, R. Turan, O. Aydin, I. Kabacelik, Advanced approach for oxygen transport and crystallization front calculation in Cz silicon crystal growth, J. Cryst. Growth, 2022, v. 583, 126493
3. Wolfshtein M., The velocity and temperature distribution in one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient, Int. J. Heat and Mass Transfer, 1969, 12, p.301.
4. <https://str-soft.com/>

УДК 532.517

С.Т. Шекелашвили, К.К. Забелло, Н.А. Щур, А.А. Смирновский
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

АПРОБАЦИЯ ОДНОГО АЛГОРИТМА ДЕФОРМАЦИИ НЕСТРУКТУРИРОВАННОЙ РАСЧЁТНОЙ СЕТКИ НА ЗАДАЧЕ ОБ АВТОКОЛЕБАНИЯХ ЦИЛИНДРА В ОДНОРОДНОМ ПОТОКЕ

Введение. На сегодняшний день существует целый класс задач – задач гидроаэроупругости, в которых изучается взаимодействие между движущимся (или деформирующимся) твердым телом (системой тел) и потоком жидкости. Одной из основных сложностей решения данного класса задач является необходимость вести расчеты в области с изменяющейся геометрией. Существует несколько подходов, учитывающих движение границ расчетной области. Метод накладываемых сеток предполагает решение одновременно на двух сетках, где одна является неподвижной, а вторая, содержащая движущиеся границы, движется поверх другой. Однако в этом случае возникает проблема переинтерполяции данных, которая может приводить к ухудшению качества решения. Аналогичная проблема присуща и методу адаптирующихся сеток, предполагающему построение новой сетки на каждом шаге по времени, что является ресурсоемкой операцией. Упомянутых выше недостатков лишен метод деформируемых сеток. Данный подход предполагает, что при движении границы сетка внутри расчетной области также смещается, деформируется. При этом количество ячеек и топология сетки остаются неизменными.

Возможность расчёта на деформируемых неструктурированных сетках была добавлена в гидродинамическом коде SINF/Flag-s в рамках работы [1] без реализации собственно алгоритма их деформации. Отметим, что существуют различные методы деформации сетки: алгебраические, основанные на явных соотношениях между движением границ и деформацией сетки, а также дифференциальные, предполагающие решение дифференциальных уравнений относительно смещений (или их скоростей) узлов сетки. Неоспоримым преимуществом первого варианта является простота реализации и малая ресурсоемкость по сравнению со вторым вариантом. Именно алгебраический алгоритм и был реализован в программном комплексе SINF/Flag-s в рамках настоящей работы. Апробация его работы проведена на задаче об автоколебаниях цилиндра в потоке жидкости.

Постановка задачи. Рассматривается динамическая система, в упрощенном представлении состоящая из абсолютно твердого цилиндра массой m с диаметром D и продольным размером L , пружины жесткостью K и демпфера с коэффициентом демпфирования C . Цилиндр обтекается однородным ламинарным потоком с продольной скоростью U_0 (рис. 1, а). Движение цилиндра происходит с одной степенью свободы – вдоль оси y . Для реализации сопряженных расчётов к системе уравнений Навье-Стокса для

^(*) С.Т. Шекелашвили, shekelashvili.st@edu.spbstu.ru

несжимаемой жидкости добавляется уравнение динамики цилиндра (1), где f_y – подъемная сила, полученная из расчёта динамики жидкости. В общей сложности задача характеризуется четырьмя безразмерными критериями (2): числом Рейнольдса Re , относительной массой цилиндра m^* , коэффициентом затухания колебаний ζ и относительной скоростью потока U^* .

$$m\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = f_y \quad (1)$$

$$Re = \frac{U_0 D}{\nu}, \quad m^* = \frac{4m}{\pi \rho D^2 L}, \quad \zeta = \frac{C}{2\sqrt{mK}}, \quad U^* = \frac{U_0}{D} \sqrt{\frac{m}{K}} \quad (2)$$

Параметры задачи соответствуют условиям эксперимента [2]: вязкость жидкости равна $\nu = 9.95 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$, диаметр цилиндра и его продольный размер равны $D = 0.16 \text{ см}$ и $L = 12 \text{ см}$. Жесткость подвески цилиндра равна $K = 69.48 \text{ Н/м}$, коэффициент демпфирования – $C = 0.0039 \text{ кг/с}$, общая масса системы $m = 35.75 \text{ г}$ (собственная частота системы $f_n = 7.016 \text{ Гц}$), относительная масса – $m^* = 149$. Число Рейнольдса в расчётах варьировалось от 90 до 140: в данном диапазоне в следе за цилиндром образуется дорожка Кармана.

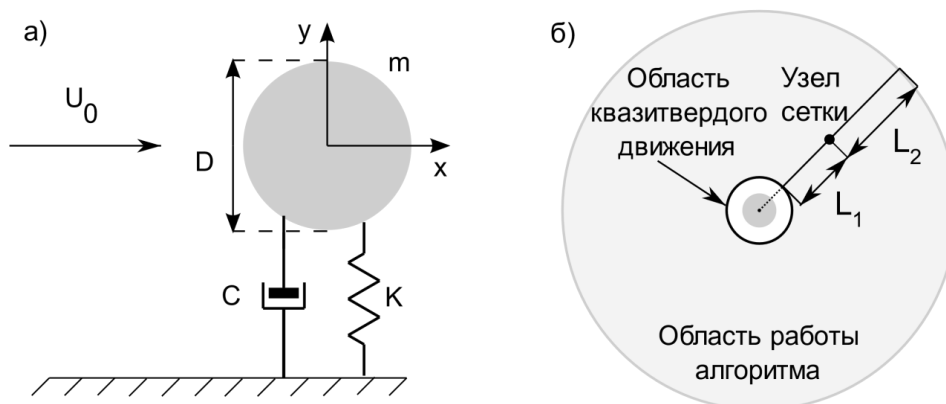


Рис. 1. Постановка задачи; (а) – схема исследуемой динамической системы, (б) – конфигурация расчётной области

Описание алгоритма. Используемый алгоритм деформации сетки предполагает изменение координат узлов сетки в соответствии с данными о движении тела. Он является алгебраическим – перемещения узлов масштабируются в зависимости от того, насколько далеко они расположены относительно движущегося тела. Само тело вписывается в сферическую (круглую в двумерном случае) область, где движение узлов – квазитвердое (рис. 1, б). В декартовых координатах перемещения узла Δx^i в зависимости от расстояния до центра деформации L_1 и внешней границы L_2 записывается в виде (3), Δx_c^i – перемещение тела. Индекс $i = 1, 2, 3$ отвечает за координаты x, y и z . Подобный алгоритм применялся в работе [3], но для случая только структурированных сеток; в настоящей работе он обобщён для случая неструктурированных сеток с произвольной топологией ячеек.

$$\Delta x^i = \Delta x_c^i \cdot L_2 / (L_1 + L_2) \quad (3)$$

Особенности численной постановки. Расчёты проводятся с использованием программного комплекса SINF/Flag-s. Дискретизация уравнений гидродинамики проводится методом конечных объемов; используются схемы второго порядка точности по пространству и по времени. Уравнение динамики цилиндра (1) численно решается методом Эйлера, с первым порядком точности по времени. На один период собственных колебаний цилиндра $1/f_n$ приходится 50 шагов по времени, на каждом из которых невязки уравнений сводятся на 4 порядка.

Для проверки работы алгоритма проводился расчёт на псевдо-структурированной O-сетке с внутренним диаметром $D = 1 \text{ м}$ и внешним диаметром $90D$, имеющей 100 разбиений

в окружном направлении и 80 – в радиальном. Первая пристенная ячейка имеет высоту $0.003D$, коэффициент сгущения в радиальном направлении не превышает 1.2 (сгущение в радиальном направлении введено для более качественного разрешения вихрей в следе за цилиндром). Данные параметры выбраны в соответствии с работой [4], в которой проводились расчёты на структурированной сетке с использованием кода SINF. Расчёты были проведены на неструктурированных сетках с ячейками разной формы.

Результаты расчётов и обсуждение. На рис. 2 представлены результаты по частоте и амплитуде колебаний цилиндра в случае расчёта на O-сетке. Примечательно, что в некотором диапазоне чисел Рейнольдса наблюдается эффект захвата частоты: в случае, когда частота схода вихрей с поверхности цилиндра близка к собственной частоте динамической системы, наблюдается резонансное увеличение амплитуды колебаний, при этом период изменения подъемной (поперечной) силы становится равным периоду собственных колебаний. Отметим также хорошее соответствие между результатами настоящих расчётов и данными [4] по частоте и амплитуде установившихся автоколебаний. Однако в настоящих расчётах область гистерезиса получилась несколько шире: правая граница сдвинулась в область более низких чисел Рейнольдса, а также появился гистерезис при числах Рейнольдса, близких к 100.

Расчёты на сетках с треугольными (призматическими) и полиэдральными ячейками также позволили получить корректные характеристики колебаний в режиме захвата частоты. В частности, при числе Рейнольдса $Re = 105$ различие амплитуды при расчетах на разных сетках составило около 1%.

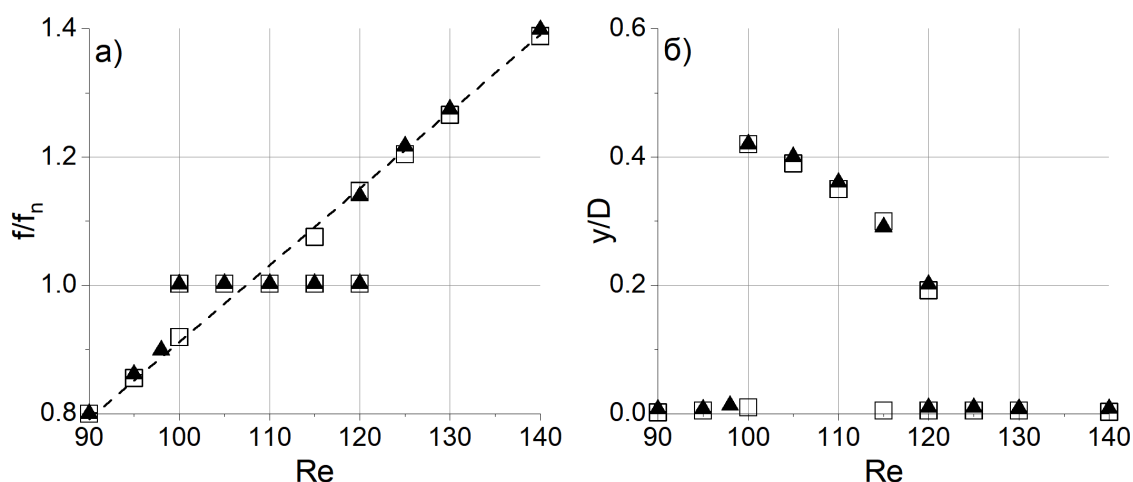


Рис. 2. Зависимость частоты схода вихрей (а) и амплитуды (б) установившихся колебаний от числа Рейнольдса. □ – настоящий расчёт, ▲ – расчёт [4], - - - - стационарный цилиндр

ЛИТЕРАТУРА

1. В.В. Михайлов. Реализация и начальные приложения метода деформируемых неструктурированных сеток для решения нестационарных задач гидродинамики: дис. маг.: защищена: июнь 2013. – СПб., 2013. – 63 с.
2. Anagnostopoulos P., Bearman P.W. Response characteristics of a vortex-exited cylinder at low Reynolds numbers // J. Fluids and Structures, 1992, N6, pp.39-50.
3. Щур, Н. А. Численное исследование свободных и вынужденных колебаний тел в потоке / дис. : канд. физ.-мат. наук : 01.02.05 – СПб., 2008. – 105 с. библиогр. : 93-105.
4. Н.А. Щур, Д.К. Зайцев. Применение метода деформируемых сеток для моделирования автоколебаний цилиндра в однородном потоке // В кн.: Проблемы газодинамики и теплообмена в энергетических установках. Тр. XV школы-семинара под руководством акад. А.И. Леонтьева, Калуга, 23-27 мая 2005г. – М.: МЭИ, 2005, Т.1. – С. 125-129.

ОТРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ УПРУГИХ МОДЕЛЕЙ КРОВЕНОСНЫХ СОСУДОВ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ

Введение. Артериальная система обеспечивает проводящую функцию: перемещение крови по организму человека к органам и к тканям осуществляется по трубковидным образованиям – кровеносным сосудам. С возрастом упругие свойства сосудов ухудшаются и, как правило, это сопровождается множеством заболеваний, наиболее частой из которых является гипертензия. При проведении экспериментов, связанных с изучением механики кровообращения, необходимы наглядные пособия, которые с высокой точностью способны воспроизводить основные механические свойства кровеносных сосудов, такие как податливость и растяжимость и. Именно поэтому вопросы изготовления упругих имитаторов сосудов для экспериментальных исследований не теряют своей актуальности.

Коэффициент податливости (compliance coefficient, CC) – это пропускная способность артериального русла, которая равна изменению площади поперечного сечения на единицу давления: $CC = \Delta A / (\Delta P)$, где ΔA – изменение площади поперечного сечения под действием ΔP – величины, определяющей увеличение прикладываемого внутреннего давления. Коэффициент растяжимости (distensibility coefficient) определяется как относительное изменение площади поперечного сечения на единицу давления: $DC = (\Delta A / A) / (\Delta P)$, где ΔA – изменение площади поперечного сечения, A – площадь диастолического просвета, ΔP – изменение давления. Растяжимость кровеносных сосудов способствует адаптации к пульсирующему потоку крови, благодаря этому периодические систолические колебания давления сглаживаются, что обеспечивает непрерывный поток крови.

Целью работы является отработка технологии изготовления разных видов моделей сосудов и сопоставление количественных характеристик упругих свойств отлитых силиконовых моделей со свойствами реальных сосудов.

Технология изготовления упругих моделей. Отрабатывалась технология изготовления упругих моделей кровеносных сосудов из силикона. Было создано несколько вариантов: модель сонной артерии без патологий с разной толщиной стенки ($d_{\text{внут}} = 6$ мм, $h_{\text{стенки}} = 1$ и 2 мм) и модель бифуркации брюшной аорты ($d_{\text{внут}} = 18$ мм). Модели изготавливались методом отливки силиконовой смеси в форму с установленным в ней внутренним стержнем, который формирует сосуд с заданной толщиной стенки. При изготовлении бифуркации сосуда использовались два варианта внутреннего стержня: (1) жесткий разборный; (2) из легкоплавкого материала (сплав Вуда или парафин), способного плавиться под действием горячей воды ($70-80^\circ\text{C}$). Второй вариант стержня позволит в будущем изготавливать модели сложной пространственной конфигурации.

В состав силиконовой смеси входят: силиконовая резина Silastic T-4, отвердитель Silastic T-4, разбавитель DC-200 фирмы DawCorning. Были изготовлены упругие модели с массовым соотношением компонентов, которые представлены в таблице 1. Важным этапом в изготовлении упругих моделей сосудов является удаление с помощью вакуумной камеры пузырьков воздуха, которые возникают при смешивании компонентов смеси. Данный этап в изготовлении моделей крайне необходим, поскольку пузырьки воздуха ухудшают

^(*) Л.В. Мальсагова, leilaruslm@gmail.com

прочностные свойства готовой модели. Смесь заливалась в форму и спустя 24 часа застывала.

Табл. 1. Массовое соотношение компонентов силиконовой смеси

Сил. резина : отвердитель : разбавитель (массовые доли)	Толщина стенки h, мм
10 : 1 : 5	1; 2
10 : 1 : 7.5	1; 2
10 : 1 : 10	1; 2

Методика проведения эксперимента. Для исследования упругих свойств готовых моделей кровеносных сосудов была собрана экспериментальная установка, представленная на рисунке 1. С помощью шприца в модель (цилиндрический сосуд, $d_{\text{внут}} = 6$ мм) под давлением закачивается жидкость, под действием давления диаметр сосуда увеличивается, это фиксируется фотоаппаратом. Полученные кадры обрабатываются в программе Gimp, а именно измеряется изменение диаметра сосуда под действием приведенного статического давления – перепада относительно внешнего (атмосферного). По найденным значениям приращения диаметра и соответствующим значениям перепада давления находятся коэффициенты податливости CC и растяжимости DC .

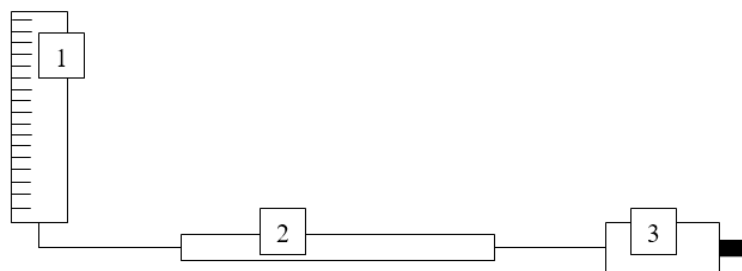


Рис. 1. Схема установки: 1 – манометр, 2 – модель сосуда, 3 – шприц с жидкостью

Результаты. На рисунке 2 представлены зависимости, определяющие изменение площади поперечного сечения от изменения давления для моделей сосудов с толщиной стенки 1 и 2 мм. В результате проведенного исследования рассчитаны

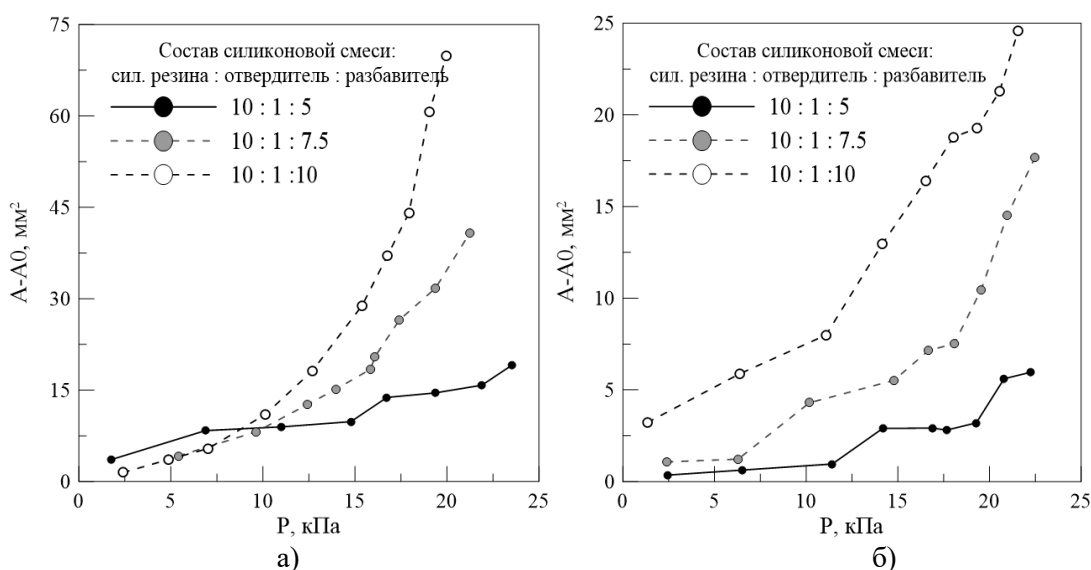


Рис. 2. Зависимость приращения площади поперечного сечения от давления для силиконовых моделей сосудов (а): толщина стенки 1 мм; (б): толщина стенки 2 мм

Рассчитанные значения коэффициентов податливости и растяжимости для изготовленных упругих силиконовых моделей сосудов приведены в табл. 2.

Табл.2. Коэффициенты податливости и растяжимости для изготовленных моделей сосудов

Образец №	сил. резина : отвердитель : разбавитель	СС, мм ² /кПа	DC, кПа ⁻¹
1	10:1:5 (1мм)	0.661 ÷ 1.991	0.013÷0.038
2	10:1:5 (2мм)	0.083÷0.269	0.001÷0.003
3	10:1:7.5 (1мм)	0.770÷1.918	0.014÷0.035
4	10:1:7.5(2мм)	0.195÷0.787	0.002÷0.009
5	10:1:10(1мм)	0.640÷3.504	0.012÷0.063
6	10:1:10(2мм)	0.722÷2.417	0.009÷0.031

Большинство испытанных образцов (образцы 1, 3 ÷ 6) попадают в диапазон значений коэффициента податливости $CC = 0.842 \div 1.770$ мм²/кПа для здоровых сонных артерий [1-3], однако, наилучшим образом по коэффициентам податливости и растяжимости $DC = 0.016 \div 0.066$ 1/кПа [1-3] для здоровых сонных артерий (35-55 лет) подходит образец №5 ($h_{\text{стенки}} = 1$ мм), со следующим массовым соотношением компонентов силиконовой смеси: силиконовая резина, отвердитель, разбавитель - 10:1:10.

Анализ приведенных в работе [3] характеристик сосудистой стенки показал, что для случая гипертензии значения коэффициентов составлют: $CC = 0.320 \div 0.380$ мм²/кПа и $DC = 0.007 \div 0.008$ кПа⁻¹ [4], после лечения препаратами NCTZ и Perindopril коэффициенты количественно увеличивались в среднем на 29% и составляли $CC = 0.410 \div 0.490$ мм²/кПа, $DC = 0.009 \div 0.011$ [4]. Соответственно, наилучшим образом для моделирования случая с гипертензией подходит образец №2 ($h_{\text{стенки}} = 2$ мм), изготовленный с массовым соотношением тех же компонентов силиконовой смеси в пропорции 10:1:5.

Вывод. Отработана технология изготовления упругих моделей кровеносных сосудов. В результате проведенных экспериментов подобраны составы силиконовой смеси, которые обеспечивают податливость и растяжимость со значениями близкими к таковым для здоровых артерий и с патологическими изменениями сосудистой стенки.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №20-31-90071.

ЛИТЕРАТУРА

- Selzer R.H., Mack W.J., Lee P.L. et al. Improved common carotid elasticity and Intima-media thickness measurements from computer analysis of sequential ultrasound frames // Atherosclerosis. – 2001. – Vol.154. – P.185-193.
- Лелюк В.Г., Лелюк С.Э. Ультразвуковая ангиология. 3-е изд., доп. и перераб. – М.: Реал Тайм, 2007. – 416 с.
- Borlotti A., Khir A.W., Rietzschel E.R., De Buyzere M.L., Vermeersch S., Segers P. Noninvasive determination of local pulse wave velocity and wave intensity: changes with age and gender in the carotid and femoral arteries of healthy human // J Appl Physiol. – 2012. – Vol. 113(5). – P.727–735.
- Girerd X., Giannattasio C., Moulin C., et al. Regression of radial arterial wall hypertrophy and improvement of carotid artery compliance after longterm antihypertensive treatment in elderly patients // JACC. – 1998. – Vol.31. – P.10644-10673.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЯ ЗА
ОДНОСТОРОННИМ СТЕНОЗОМ УЛЬТРАЗВУКОВЫМ ДОПЛЕРОВСКИМ МЕТОДОМ

Введение. Сердечно-сосудистые заболевания в настоящее время остаются одними из самыми распространенных в мире, в их числе артериальный стеноз, который характеризуется образованием бляшек на стенке артерии, вследствие чего формируется локальное сужение сосуда. Наибольший интерес представляет изучение асимметричного стеноза и влияния асимметрии на структуру течения [1-3], поскольку случаи симметричного стеноза на практике встречаются крайне редко.

Целью настоящей работы является исследование структуры течения в модели сосуда с односторонним стенозом и определение влияния степени стеноза на основные характеристики потока.

Описание модели. Объектом исследования является модель сосуда с односторонним стенозом, изготовленная методом отливки силиконовой смеси в форму. Форма стеноза описывается двумя формулами, первая из которых определяет изменение эксцентриситета по длине стеноза:

$$Y(z) = 0.5\zeta \left(1 + \cos \frac{2\pi z}{L} \right)$$

где ζ – эксцентриситет в горлышке стеноза, L – длина стеноза, $-\frac{L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2}$ – координата в продольном направлении стеноза, а вторая задает расстояние от оси трубки до центра стеноза:

$$e(z) = Y(z) \frac{D - d}{2}$$

где D – диаметр сосуда перед входом в область стеноза, d – диаметр сосуда в самом узком месте.

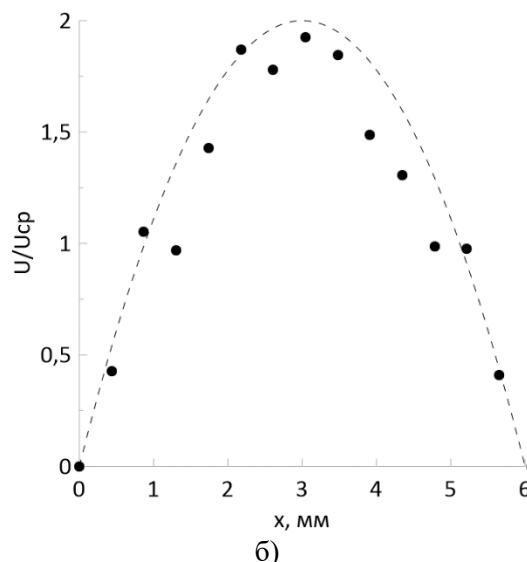
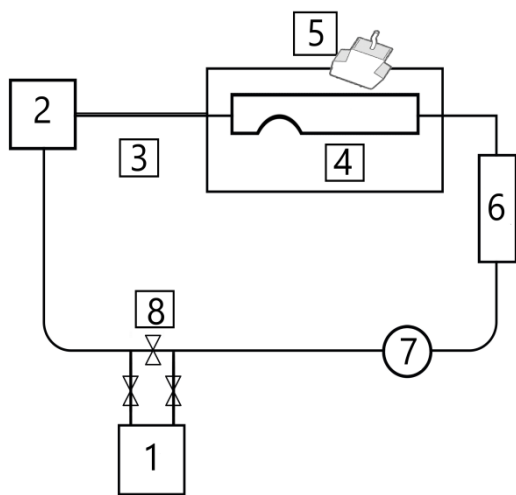
В эксперименте использовались сосуды со степенью стеноза по площади (STI) 50% и 70%. $STI = \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \right) \cdot 100\%$

Экспериментальный стенд. Для исследования структуры течения за односторонним стенозом был собран экспериментальный стенд, представляющий замкнутый гидравлический контур (рис. 1а) с циркулирующей в нём кровеемитирующей жидкостью. Стационарный поток задавался центробежным насосом, расход жидкости регистрировался посредством датчика электромагнитного расходомера. Для формирования развитого течения Пуазейля на входе в модель была установлена длинная прямая трубка (длина трубки $l = 1.15$ м). На рис. 1б показан зарегистрированный посредством датчика ультразвукового (УЗ) сканера профиль Пуазейля на входе. Контроль величины расхода жидкости в контуре производился с помощью регулятора. Проведены измерения характеристик потока в широком диапазоне изменения числа Рейнольдса $Re = 50 \div 1800$, вычисляемого по среднерасходной скорости и диаметру нестенозировавшегося сосуда.

Методика измерений. Измерение основных характеристик потока проводилось с помощью датчика УЗ сканера [4], который устанавливался под углом 60° к направлению движения потока. Для измерений длины зоны рециркуляции, в программе УЗ сканера *EchoWave II* выбирался цветной доплеровский режим, который позволяет детектировать

^(*) А.А.Мизинцева, anya.mizintseva@mail.ru

отрицательные скорости (визуализируются синим цветом). В программе определялся центр стеноза, после чего датчик передвигался вдоль сосуда вниз по течению до того момента, пока регистрируются отрицательные скорости. Это значение фиксировалось и трактовалось как длина зоны рециркуляции (L). Для измерения максимальной осевой скорости в программе *EchoWave* выбирался импульсно-волновой режим и устанавливался максимальный измерительный объем – 5 мм. Для получения значения скорости программа проводит осреднение по максимальным значениям отображающегося спектра, что и является максимальной осевой скоростью в данном сечении.



а)

б)

Рис. 1. а) Схема экспериментального стенда: 1 – погружной насос, 2 – центробежный насос, 3 – прямая трубка, 4 – акустическая ванночка с моделью сосуда, 5 – датчик ультразвукового сканера, закрепленный на координатнике, 6 – датчик электромагнитного расходомера, 7 – регулятор расхода, 8 – вентили слива жидкости; б) Зарегистрированный профиль Пуазейля на входе

Результаты. В результате проведенного исследования установлено, что для обеих моделей с разной степенью сужения можно выделить два участка (рис. 2а): начальный, при малых числах Рейнольдса, который характеризуется почти линейным ростом длины зоны рециркуляции, и основной, со слабой зависимостью от числа Рейнольдса. Обнаружено, что для модели со степенью стеноза $STI = 50\%$ «критическое» число Рейнольдса, до которого сохраняется линейный рост длины зоны рециркуляции, составляет $Re_{крит} = 520$. При увеличении степени сужения сосуда ($STI = 70\%$) наблюдался более короткий начальный участок, $Re_{крит} = 260...270$, при этом максимальные значения длины зоны рециркуляции увеличилось в 1.7 раза. Линейный рост длины зоны рециркуляции на начальном участке отвечает ламинарному режиму течения, приблизительное постоянство длины зоны рециркуляции при повышенных значениях числа Рейнольдса косвенно говорит о турбулизации потока за стенозом.

Заключение о ламинарном характере течения при малых числах Рейнольдса также подтверждается при детальном исследовании распределения максимальной осевой скорости вдоль сосуда (рис. 2б-г): при малых числах Рейнольдса ($Re \leq 200$) для обеих моделей в сечениях за стенозом $z/D > 7$ (где z – расстояние от центра стеноза до текущего сечения) форма профиля скорости близка к профилю Пуазейля и $U_{max} \approx 2U_{ср}$, где $U_{ср}$ – среднерасходная скорость. С увеличением числа Рейнольдса ($Re \geq 200$) для обеих моделей значения максимальной осевой скорости на выходе не достигали $2U_{ср}$, что более характерно для турбулентного режима течения. Полученные результаты согласуются с предыдущими исследованиями течений данного вида [5].

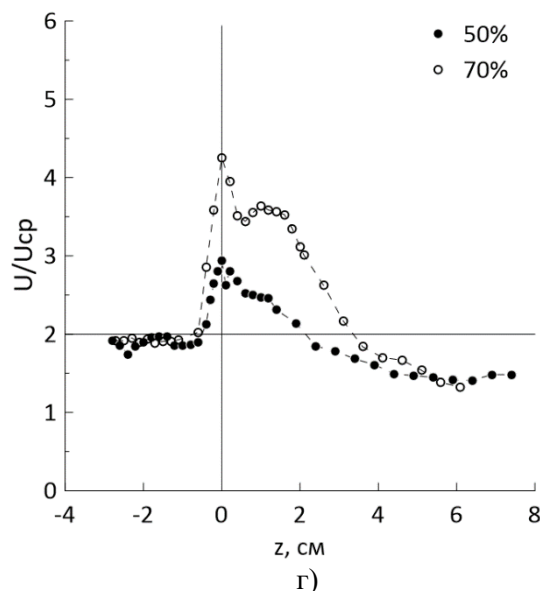
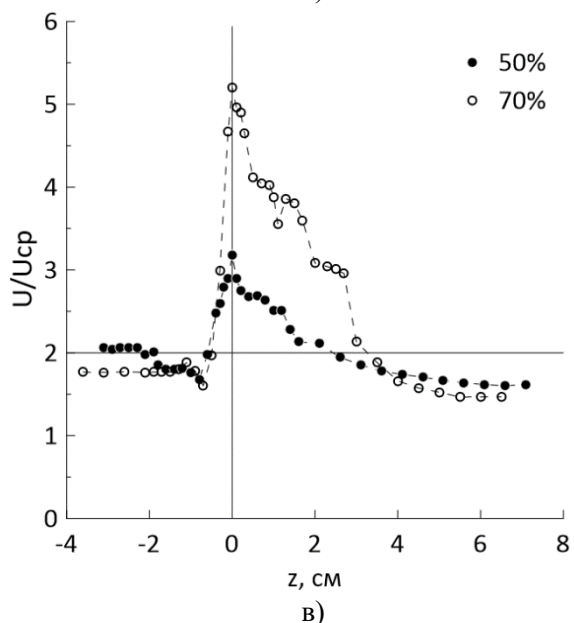
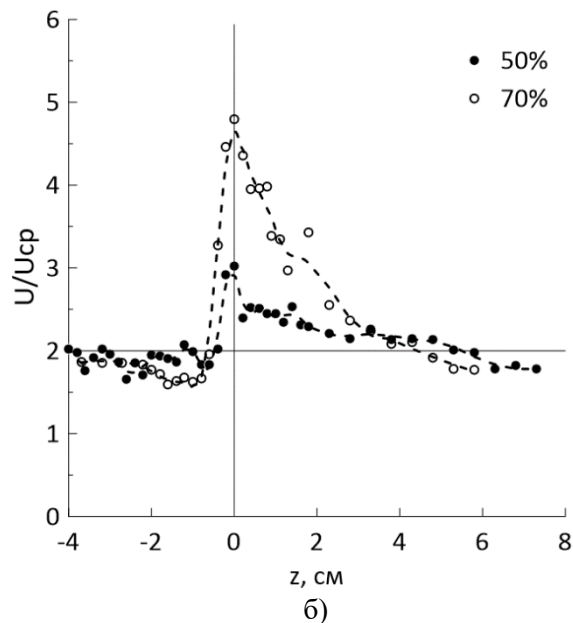
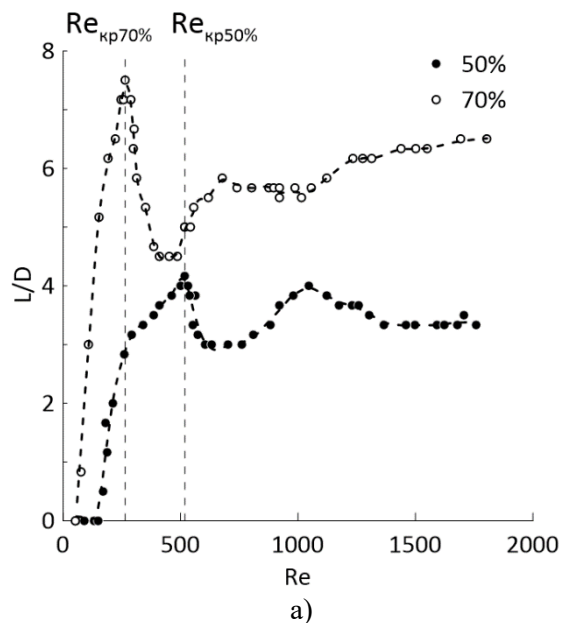


Рис. 2. Характеристики потока: а) длина зоны рециркуляции; максимальная осевая скорость вдоль сосуда при значениях числа Рейнольдса: б) $Re = 200$, в) $Re = 600$, г) $Re = 1000$

Выводы. Проведено экспериментальное исследование структуры течения в модели сосуда с односторонним стенозом с разной степенью сужения. При исследованных числах Рейнольдса течение в стенозе было переходным – от ламинарного к турбулентному. Для двух моделей, с разной степенью сужения, оценено максимальное (критическое) значение числа Рейнольдса, до которого сохраняется линейный рост длины зоны рециркуляции, что соответствует ламинарному режиму течения. При превышении критического числа Рейнольдса происходит турбулизация потока за стенозом, что характеризуется приблизительно постоянством длины зоны рециркуляции.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №20-31-90071.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Tang, C. Yang, S. Kobayashi, J. Zheng, R. P. Vito. Effect of Stenosis Asymmetry on Blood Flow and Artery Compression: A Three-Dimensional Fluid-Structure Interaction Model // *Annals of Biomedical Engineering*. – 2003. – Vol. 31. – P. 1182-1193.
2. M.R. Kaazempur-Mofrad, S. Wada, J.G. Myers, C.R. Ethier. Mass transport and fluid flow in stenotic arteries: Axisymmetric and asymmetric models // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2005. – P. 4510-4017.
3. S.S. Varghese, S.H. Frankel, P.F. Fischer. Direct numerical simulation of stenotic flows, Part 1: Steady flow // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2005. – P.25.
4. J. R. Blake, W.J. Eason, P.R. Hoskins. A dual-phantom system for validation of velocity measurements in stenosis models under steady flow // *Ultrasound in Medicine and Biology*. – 2009. – Vol. 35(9). – P. 1510-1524.
5. Я.А. Гатаулин, Д.К. Зайцев, Е.М. Смирнов, Е.А. Федорова, А.Д. Юхнев. Расчетно-экспериментальное исследование слабозакрученного течения жидкости в модели кровеносного сосуда со стенозом // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки* – 2015. – №4(230). – С. 36-47.

УДК 612.13

Д.Э. Сеницына
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КРИВИЗНЫ СОСУДИСТОГО РУСЛА НА ВИХРЕВУЮ СТРУКТУРУ В БИФУРКАЦИИ БРЮШНОЙ АОРТЫ

Введение. Исследование структуры течения в области бифуркации брюшной аорты с учетом пространственной кривизны сосудистого русла не теряет своей актуальности, поскольку данная артерия является одной из важнейших и снабжает кровью органы полости живота и нижних конечностей. Получение детальной информации о пространственно-временной эволюции кровотока в выделенном участке предоставляет информацию о выходных гидродинамических условиях, которые необходимы при моделировании кровотока ниже по течению – в бедренных артериях, а также позволяет определить места развития возможных патологий и причины их возникновения.

В настоящей работе с применением методов вычислительной гидродинамики проводится исследование пульсирующего течения в жесткой модели бифуркации брюшной аорты и подвздошных артерий среднестатистической конфигурации, и с максимальными отклонениями характерных углов ветвления артерий. Изучается временная и пространственная эволюция трехмерного кровотока в зависимости от кривизны сосудистого русла, а также от частоты сердечных сокращений (ЧСС) – рассматриваются варианты покоя и нагруженного состояния работы сердца.

Описание моделей. Используемые в расчетах геометрические модельные конфигурации построены на основе клинических данных [1-3] около 800 пациентов, и включают участок сосудистого русла из трех бифуркаций: брюшной аорты (БА) и общих подвздошных артерий (ОПА) (рис. 1а). Характерными углами ветвления артерий являются угол между ОПА и нижним отделом БА - α_6 , а также угол между общими и наружными подвздошными артериями (НПА) - α_7 , которые варьируются в физиологическом диапазоне [3]. Основные геометрические параметры рассматриваемых четырех модельных конфигураций приведены в табл. 1.

^(*)Д.Э.Сеницына, sinicina.daria@yandex.ru

Табл. 1. Геометрические параметры моделей бифуркации брюшной аорты

Вариант №	$\alpha_1, ^\circ$	$\alpha_2, ^\circ$	$\alpha_3, ^\circ$	$\alpha_4, ^\circ$	$\alpha_5, ^\circ$	$\alpha_6, ^\circ$	$\alpha_7, ^\circ$	$\alpha_8, ^\circ$	$\alpha_9, ^\circ$	$D_{БА},$ мм	$D_{НПА},$ мм	$D_{ВПА},$ мм
1	15	30	25	15	165	0	90	50	135	18	9	5,5
2							120					
3						90						
4						120						

Постановка расчетного исследования и вычислительные аспекты. Для изучения особенностей течения в бифуркации брюшной аорты решались трехмерные нестационарные уравнения Навье–Стокса в предположении о ламинарном характере движения жидкости. Расчеты выполнялись в программе *ANSYS CFX* по методу контрольных объемов со вторым порядком точности по пространству и по времени. На входе в брюшную аорту (БА) задавалось изменение среднерасходной скорости (V_b) во времени, на выходах из подвздошных артерий – также изменение среднерасходной скорости во времени, исключая выход из правой наружной подвздошной артерии (НПА), где задавался постоянный уровень давления $P = 0$. На стенках ставилось условие прилипания. Величины и соотношение расходов подбирались на основе клинических данных, полученных при обследовании 25 здоровых пациентов [4,5]. Период цикла пульсаций составляет $T = 0,86$ с и $0,5$ с, что соответствует состоянию покоя (ЧСС = 70 уд/мин) и нагруженному состоянию работы сердца (ЧСС = 120 уд/мин). Фазу увеличения расхода составляет 17-20% от всего времени цикла. Особенностью кривых расхода (рис. 1б) в рассматриваемой области является наличие фазы обратных токов в состоянии покоя сердца, которая исчезает при увеличении частоты сердечных, при этом максимальный расход на входе в брюшную аорту увеличивается в 1,5 раза.

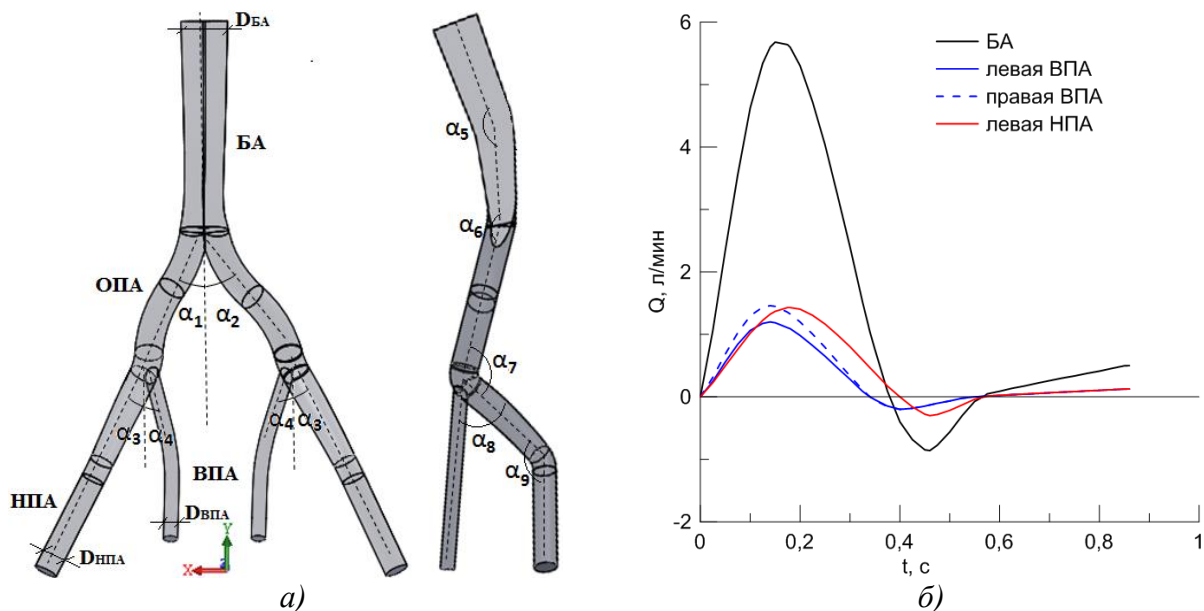


Рис. 1. а) Модель бифуркаций брюшной аорты и подвздошных артерий среднестатистической конфигурации: БА – брюшная аорта, ОПА – общие подвздошные артерии, НПА – наружные подвздошные артерии, ВПА – внутренние подвздошные артерии, D – диаметр сосуда; б) изменения расходов во времени в артериях рассматриваемого участка сосудистого русла при ЧСС = 70 уд/мин

Геометрия модели построена в программном комплексе SolidWork 2016. Для построения неструктурированной расчетной сетки использовался программный пакет IСЕМ CFX 2016, расчетная сетка состояла из 5 млн. элементов. Расчеты выполнялись для жидкости со свойствами аналогичными крови: динамический коэффициент вязкости $\mu = 0,00375$ Па·с, плотность $\rho = 1050$ кг/м³. Для данных параметров максимальное за цикл число Рейнольдса на входе в брюшную аорту составляет $Re_{\max} = V_b D_{\text{БА}} \rho / \mu = 1880$ для ЧСС = 70 уд/мин, и $Re_{\max} = 2780$ для ЧСС = 120 уд/мин, число Уомерсли $Wo = R \sqrt{2\pi\rho/\mu\Gamma} \approx 13$ и 17, соответственно.

Результаты. Согласно расчетам, в рассматриваемых модельных конфигурациях формируется сложная вихревая структура, которая быстро видоизменяется по длине сосудистого русла в течение цикла пульсаций. Наибольший практический интерес представляет структура поперечного течения, формирующаяся на выходе из подвздошных артерий (рис. 2). В НПА в начале цикла формируется одновихревое течение, которое трансформируется в двухвихревое (парные вихри Дина) в фазу увеличения расхода, и сохраняется почти до конца цикла пульсаций. Правая и левая ветви практически полностью идентичны по структуре поперечного течения, за исключением выхода из левой НПА, в которой в течение цикла зарегистрировано менее устойчивое закрученное течение. Перечисленные особенности характерны для всех модельных конфигураций (табл. 1), существующие отличия незначительны. Таким образом, при дальнейших исследованиях эволюции кровотока в этой области можно исключить рассмотрение моделей с максимальной сосудистой извитостью и ограничиться вариантом №4 (рис.1а, табл.1), который соответствует среднестатистической конфигурации.

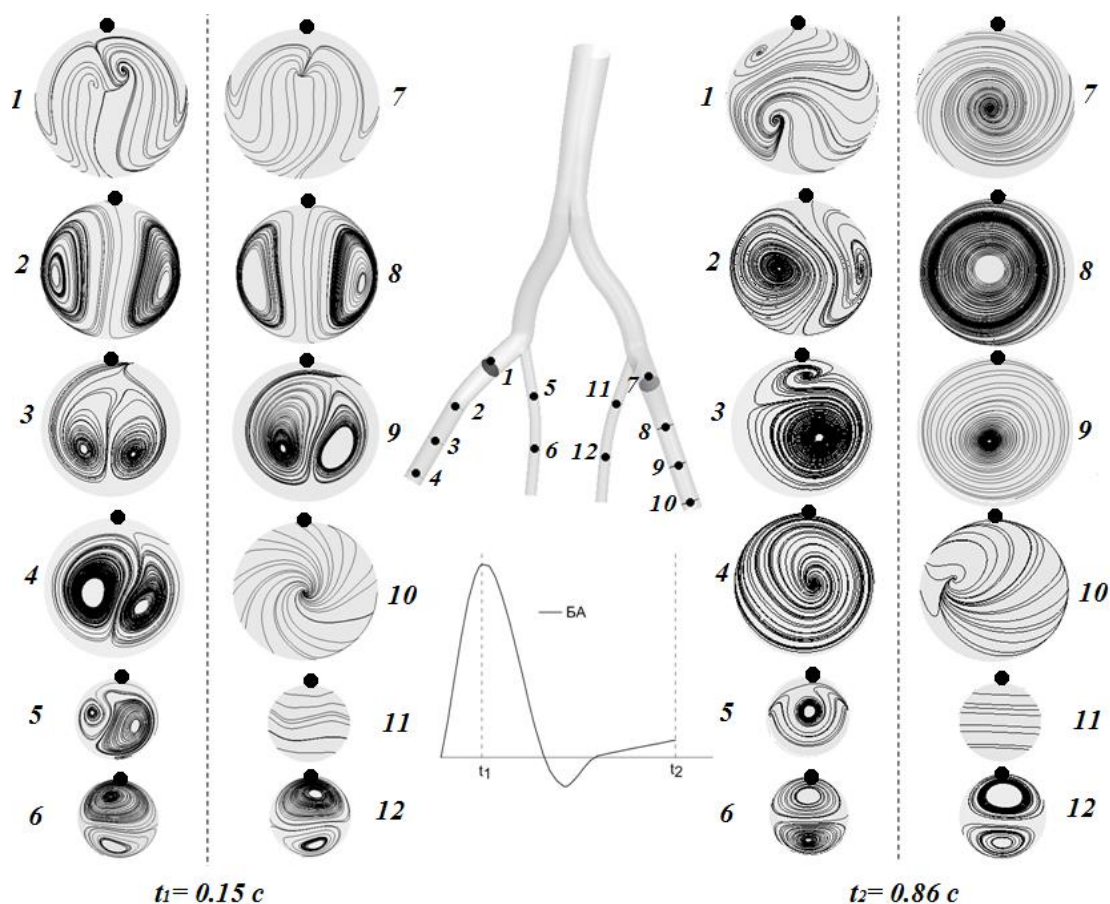


Рис. 2. Линии тока поперечного течения в момент максимального входного расхода (t_1) и в конце цикла пульсаций (t_2) при ЧСС = 70 уд/мин

Характерная вихревая структура течения, изложенная выше, незначительно отличается от таковой при увеличении ЧСС, при этом стоит отметить, что на выходе из НПА предсказываются различные неустойчивые в течение цикла картины поперечного течения - двухвихревой или четырехвихревой структуры.

Табл. 2. Значения параметра закрутки и окружной скорости в конце цикла пульсаций на выходе из правой наружной подвздошной артерии

Вариант №	$\alpha_6/\alpha_7, ^\circ$	β $V_{\varphi \text{ макс}}, \text{ см/с}$		β $V_{\varphi \text{ макс}}, \text{ см/с}$	
		ЧСС = 70 уд/мин, t = 0.86 с		ЧСС = 120 уд/мин, t = 0.5 с	
1	0/90	0,14	0,68	0,25	7,25
2	0/120	0,06	0,32	0,16	5,81
3	160/90	0,20	0,95	0,22	6,67
4	160/120	0,06	0,35	0,26	7,65

В обеих ВПА формируется устойчивая пара продольных вихрей Дина, которая сохраняется во всех модельных конфигурациях в покое и при нагруженном состоянии работы сердца в течение всего цикла пульсаций, за исключением фазы обратного тока при ЧСС = 70 уд/мин, в которой формируется устойчивое одновихревое течение.

Для оценки закрученного течения на практике широко применяется параметр закрутки, который определяется как: $\beta = V_{\varphi \text{ макс}}/V_n \text{ макс}$, $V_{\varphi \text{ макс}} = (|V_{\text{макс}}^+| + |V_{\text{макс}}^-|)/2$, в приведенных формулах V_{φ} – окружная скорость, V_n – осевая скорость, $V_{\text{макс}}^{+/-}$ – максимальное положительное/отрицательное значение проекции скорости на ось, которая перпендикулярна оси сосуда. На выходе из правой НПА к концу цикла для всех рассмотренных случаев формируется устойчивое закрученное течение с параметром закрутки в диапазоне $\beta = 0,1 \div 0,3$ (табл. 2). Наименее закрученное течение зафиксировано при меньшей извитости сосудистого русла.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №20-31-90071.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Lorbeer, A. Grotz, M. Dörr, et al., Reference values of vessel diameters, stenosis prevalence, and arterial variations of the lower limb arteries in a male population sample using contrast-enhanced MR angiography // PLoS One. – 2018. – Vol.13(6). – P.15.
2. F. Cuomo, S. Roccabianca, D. Dillon-Murphy, et al., Effects of age-associated regional changes in aortic stiffness on human hemodynamics revealed by computational modeling // PLoS One. – 2017. – Vol. 12 (3). – P.21.
3. V. Kurra, P. Schoenhagen, E.E. Roselli, S.R. Kapadia, et al. Prevalence of significant peripheral artery disease in patients evaluated for percutaneous aortic valve insertion: Preprocedural assessment with multidetector computed tomography // The Journal of Thoracic and Cardiovascular Surgery. – 2009. – Vol. 137(5). – P. 1258 - 1264.
4. L. Ke, J. Wentao, C. Yu, et al., Fluid-solid interaction analysis on iliac bifurcation artery: a numerical study// International Journal of Computational Methods. – 2018. – Vol. 16(5). – P. 1–18.
5. J. J. Yeung, H. J. Kim, T.A. Abbruzzese, et al. Aortoiliac hemodynamic and morphologic adaptation to chronic spinal cord injury // Journal of vascular surgery. – 2006. Vol. 44(6). – P.1254 - 1265.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЦИРКУЛЯЦИОННОЙ ЗОНЫ В МОДЕЛИ
АНАСТОМОЗА БЕДРЕННОЙ АРТЕРИИ

Введение. Математическое моделирование позволяет исследовать трехмерный поток крови в модели анастомоза бедренной артерии и оценить необходимые гемодинамические параметры. Анастомоз представляет собой ответвление шунта от артерии для формирования пути обходного кровотока. В области анастомоза может возникать гиперплазия интимы – зарастание внутренней стенки сосуда. Причины этого процесса сейчас изучены недостаточно. В различных исследованиях была получена его связь со сдвиговыми напряжениями (WSS) на стенках сосуда. В работах [1] на примере коронарной артерии и в работе [2] на примере бедренной артерии показано, что наибольший рост интимы наблюдается при низких значениях WSS. Области низких напряжений наблюдаются в рециркуляционных зонах, поэтому целью работы является исследование зависимости длины рециркуляционной зоны от соотношения выходных расходов в модели анастомоза бедренной артерии.

Геометрическая модель. Для расчетов была использована трехмерная среднестатистическая модель анастомоза бедренной артерии, построенная с помощью программного комплекса SolidWorks в ходе предыдущих исследований [3]. Шунт с диаметром $D = 8$ мм ответвляется от общей бедренной артерии ($D = 6$ мм) под углом 50° (см. схему на рис. 3). Общая бедренная артерия также разветвляется на глубокую и поверхностную бедренные артерии. При этом в поверхностной бедренной артерии кровоток отсутствует из-за ее окклюзии.

Граничные условия и параметры среды. Рассматривалось стационарное ламинарное течение вязкой несжимаемой жидкости с плотностью $\rho = 1000$ кг/м³ и вязкостью $\mu = 0.004$ Па·с. На входе в расчетную область задавался равномерный поток со скоростью $V_{in} = 0.333$ м/с. Таким образом, число Рейнольдса, $Re = \rho D_{in} V_{in} / \mu$, составляет 500. Рассмотрены случаи различных значений расхода по шунту (отношение расхода через шунт Q_{sh} к входному Q_{in} составляло 0.3, 0.5, 0.7). Для обеспечения нужных соотношений на выходе из шунта задавались соответствующие значения скорости, а на выходе из глубокой бедренной артерии задавалось нулевое давление. Выход из поверхностной бедренной артерии считался непроходимым. На стенках ставилось условие прилипания.

Вычислительные аспекты. Численное моделирование кровотока проводилось с помощью средств пакета ANSYS CFX по методу конечных объемов при использовании сетки, состоящей из 1.5 млн элементов. Решение описывалось уравнениями Навье-Стокса для несжимаемой жидкости. Дискретизация уравнений производилась со вторым порядком точности.

Результаты. На рис. 1 представлены поля сдвиговых напряжений на стенке для трех значений отношения расхода через шунт к входному расходу Q_{sh}/Q_{in} . В наиболее интересной для исследования области (область присоединения шунта к артерии) значения сдвиговых напряжений значительно увеличиваются при увеличении доли расхода через шунт, что происходит из-за роста скорости течения в нем.

Анализ вихревого течения показал наличие зоны рециркуляции в шунте вниз по потоку от места его ответвления. В плоскости симметрии модели были построены профили

^(*) А.А. Маринова, sanmarinova@gmail.com

скорости (рис. 2). Через точки смены знака скорости были проведены линии, ограничивающие зоны возвратного течения. Размеры этих зон заметно уменьшаются при увеличении расхода через шунт.

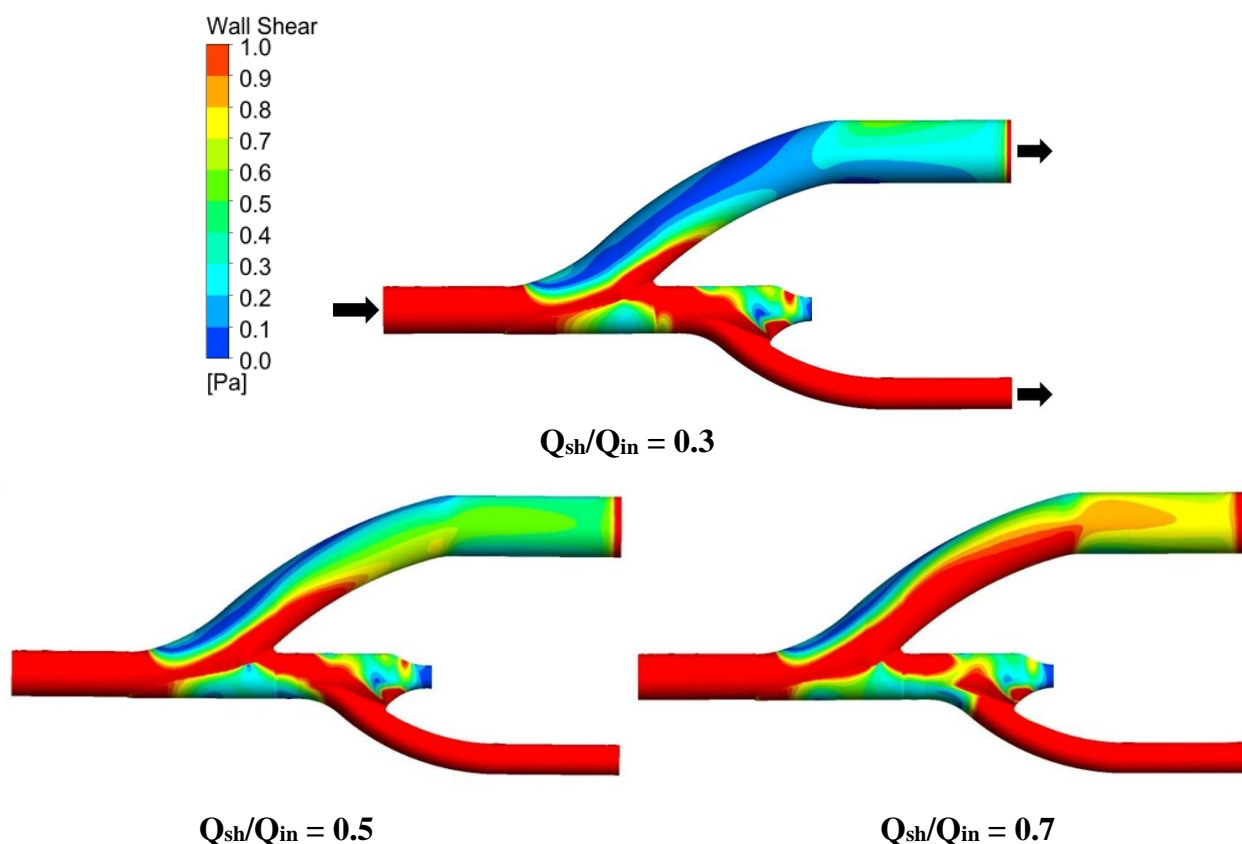


Рис. 1. Поле сдвиговых напряжений для трех значений отношения расхода через шунт к входному расходу Q_{sh}/Q_{in}

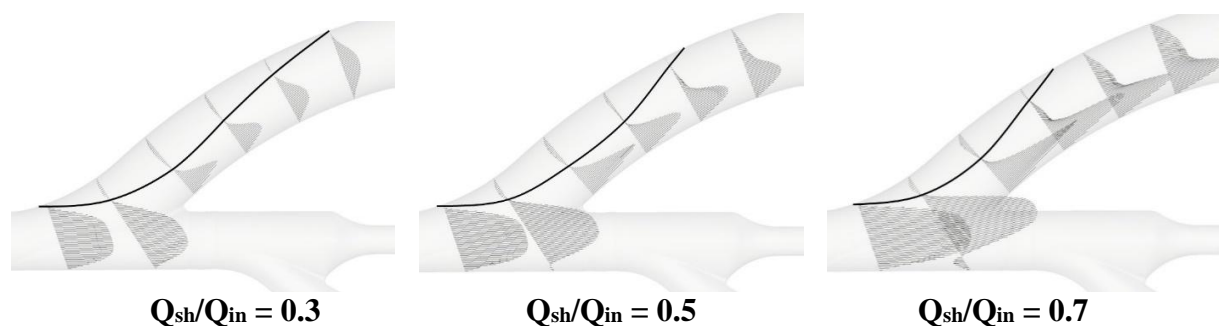


Рис.2. Профили скорости для трех значений отношения расхода через шунт к входному расходу Q_{sh}/Q_{in}

Начало и конец рециркуляционной зоны определялись как точки с нулевой скоростью вблизи стенки, в них происходит смена знака сдвигового напряжения. Вдоль линий А, Б, В были построены графики изменения сдвигового напряжения (рис. 3). В области линии А наблюдается рециркуляционная зона, и, как было показано выше, ее длина уменьшается при увеличении расхода через шунт: она составляет 6.2 калибра (диаметра шунта) для $Q_{sh}/Q_{in} = 0.3$, 5 калибров для $Q_{sh}/Q_{in} = 0.5$ и 4.2 калибра для $Q_{sh}/Q_{in} = 0.7$. В областях Б и В рециркуляционная зона отсутствует.

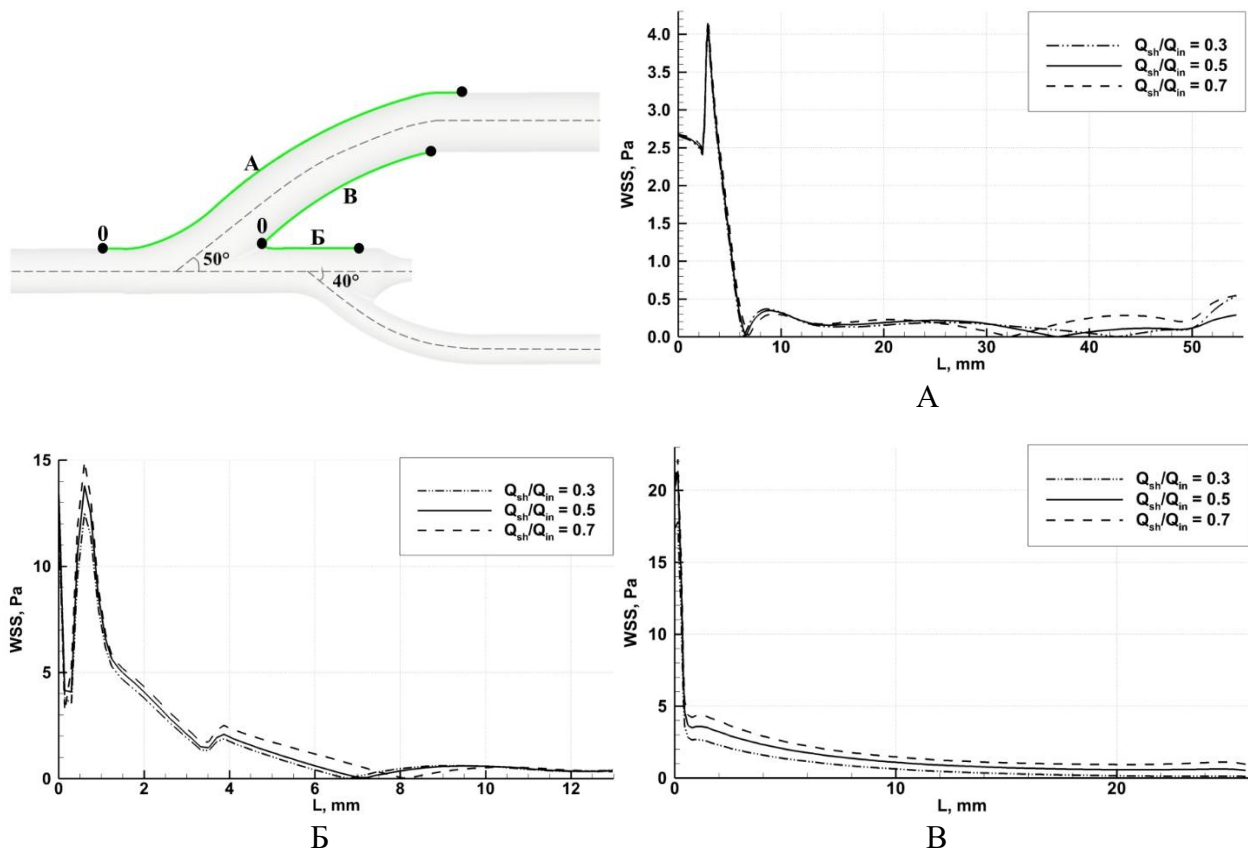


Рис. 3. Изменение сдвигового напряжения вдоль линий А, Б, В для трех значений отношения расхода через шунт к входному расходу Q_{sh}/Q_{in}

Выводы. В модели анастомоза бедренной артерии выявлена рециркуляционная зона в шунте вниз по потоку от места его ответвления. Получена зависимость размера этой зоны от соотношения расхода по шунту: ее длина уменьшается при увеличении расхода через шунт.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант №20-65-47018

ЛИТЕРАТУРА

1. JinSuo et al. 3D optical coherence tomography (OCT) — An investigation of intimal-medial thickness (IMT) and Wall Shear Stress (WSS) in a patient's coronary artery // *Computing in Cardiology*, Vol.38, 2011, pp. 217- 219;
2. Donadoni F et al. Patient-Specific, Multi-Scale Modeling of Neointimal Hyperplasia in Vein Grafts // *Front. Physiol*, Vol. 8 (226), 2017, 20 p.;
3. Sherstneva M A, Smirnov E M, Yukhnev A D, Vrabyi A A. Numerical simulation of the branching blood flow in a model of the femoral artery-graft junction // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2088 012043, 2021, 5 p.

ПАЦИЕНТ-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ РАСЧЕТЫ КРОВОТОКА
ПРИ БЕДРЕННО-ПОДКОЛЕННОМ ШУНТИРОВАНИИ

Введение. На долю сосудов нижних конечностей приходится более 20% от всех сосудистых заболеваний. Наиболее часто встречающееся из них – это атеросклероз – холестериновые отложения в сосуде, которые могут перекрыть кровоток. Здесь на помощь приходит бедренно-подколенное шунтирование, которое выполняется с целью восстановления кровотока в бедренной артерии в обход закупоренного сосуда. В год выполняется более 5 тыс. таких операций [1]. Однако велик риск закупорки протеза в течение первого года после имплантации [2]. Для оценки этого риска необходим индивидуальный подход и анализ гемодинамики конкретного пациента [3, 4].

Целью работы является моделирование кровотока в персонифицированных моделях бедренно-подколенных шунтов с наросшей неоинтимой.

Геометрические модели протезов. Персонифицированные модели бедренно-подколенных анастомозов получены из данных компьютерной томографии (КТ). Исследованы области проксимального анастомоза, который представляет собой ответвление пришитого под углом сосудистого протеза от общей бедренной артерии (ОБА). Входящий в ОБА кровоток разделяется на два: в протез и в глубокую бедренную артерию (ГБА). Внутренний диаметр ОБА в исследованных моделях составил 5,5–8,5 мм, внутренний диаметр протезов – 6,5–11 мм.

В ходе КТ и ультразвуковых (УЗ) исследований у 4 пациентов в области ответвления сосудистого протеза от ОБА обнаружена наросшая через 12-30 месяцев после операции неоинтима толщиной от 1 до 4 мм. В течение этого времени произошли и другие изменения геометрии анастомозов: изменились углы ответвления протеза от ОБА (в основном, увеличились), в некоторых моделях сузились области ответвления протеза от ОБА.

Математическая модель. При численном моделировании решались трехмерные нестационарные уравнения Навье-Стокса. Рассмотрено ламинарное течение вязкой несжимаемой жидкости. На входе в расчетную область (ОБА) задавался однородный профиль скорости и кривая изменения среднерасходной скорости во времени в соответствии с клиническими УЗ измерениями. На выходе из протеза задавалась доля от входного расхода в соответствии с персонифицированными УЗ значениями. В рассмотренных моделях характерное число Рейнольдса, построенное по внутреннему диаметру ОБА, среднерасходной скорости в момент максимального расхода, плотности (1000 кг/м^3) и вязкости ($0,004 \text{ Па}\cdot\text{с}$) крови находилось в диапазоне от 500 до 3000.

Расчеты по методу конечных объемов проводились с использованием программного пакета ANSYS CFX со вторым порядком точности пространственной и временной дискретизации, шаг по времени составлял 0.01 с. Для проведения расчетов во всех моделях была построена неструктурированная сетка с тетраэдрическими элементами и призматическим слоем у стенки.

Результаты. На примере одной из моделей представлено изменение структуры течения по циклу через 18 и 28 месяцев после операции (рис. 1). Соотношение расхода на

(*) Я.Ф. Иванова, radfn94@mail.ru

выходе из протеза к входному расходу для данной модели составляет 0.7. За 10 месяцев произошло нарастание интимы и сужение поперечного сечения на 20%, что повлекло за собой сильные изменения в структуре потока.

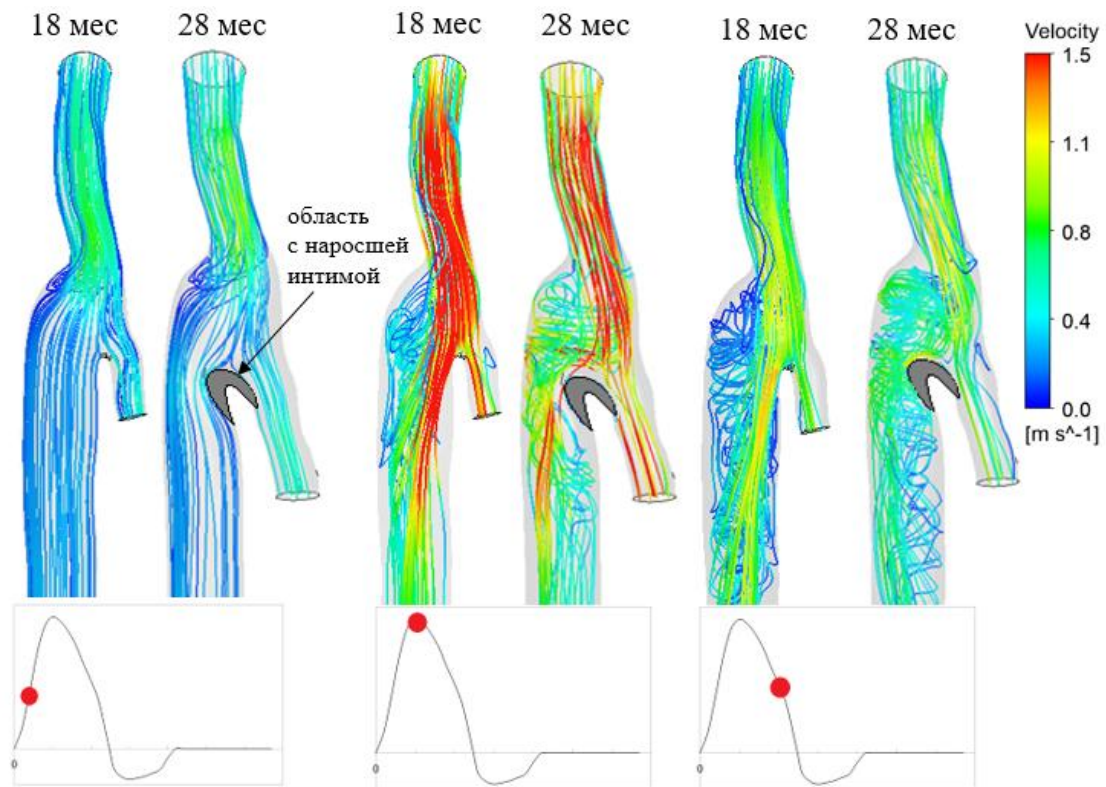


Рис. 1. Линии тока в различные моменты цикла для одной модели анастомоза без и с неинтимой

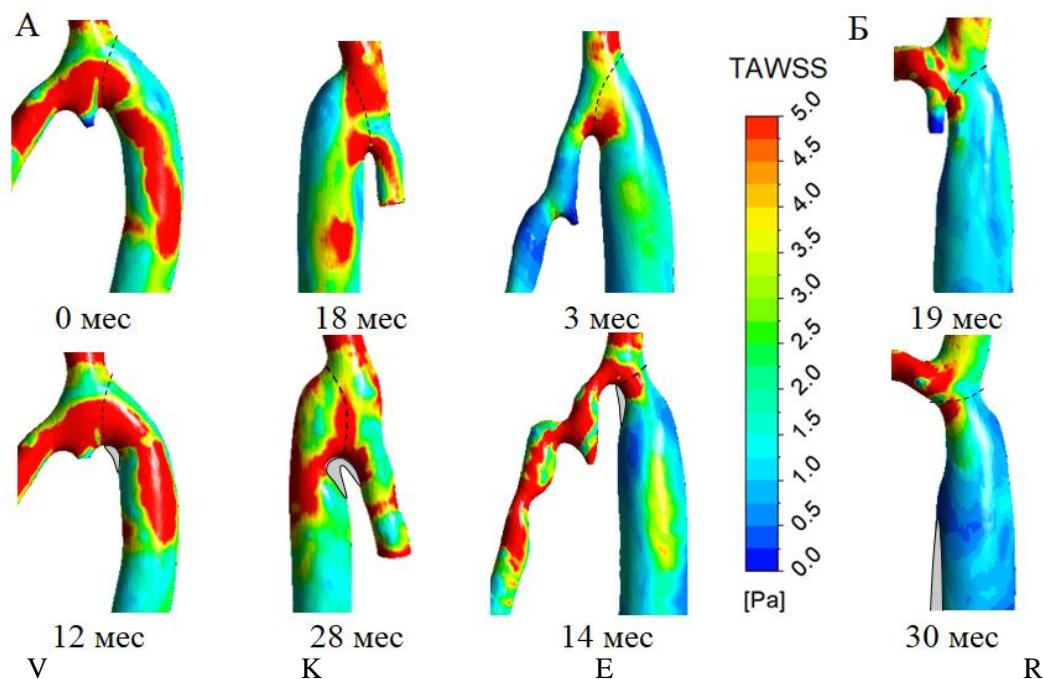


Рис. 2. Изменение осредненного сдвигового напряжения за 12-30 месяцев после операции (с неинтимой) (А — неинтима в области шва, Б — неинтима вдали от шва)

Получены распределения осредненных по времени сдвиговых напряжений TAWSS (time-averaged wall shear stress), определяющиеся по формуле (1). Известные литературные данные свидетельствуют о том, что сдвиговые напряжения коррелируют с нарастанием неоинтимы в протезе: при низких TAWSS наблюдается большая толщина неоинтимы [4].

$$TAWSS = \frac{1}{T} \int_0^T |\vec{\tau}_w| dt, \quad (1)$$

где $\vec{\tau}_w$ – вектор сдвиговых напряжений на стенке, t – время, T – время цикла.

Поля TAWSS представлены на рис. 2 для моделей с наросшей неоинтимой, а также проведено сопоставление их с полями для моделей этих же пациентов без неоинтимы. Серым цветом отмечены области наросшей неоинтимы. Сужение проходного сечения на 5-20 % в месте нарастания интимы влечет за собой увеличение скорости и, соответственно, увеличение сдвиговых напряжений на 50-130 % в этой области. При этом вниз по потоку в существенно увеличенной застойной зоне наблюдаются более низкие напряжения.

Выводы. Проведены пациент-ориентированные расчеты кровотока в моделях проксимальных анастомозов бедренно-подколенных шунтов. Отмечено наличие в анастомозах нарушенного кровотока, а именно, формирование застойных зон за местом ответвления сосудистого протеза от общей бедренной артерии.

Сравнение моделей с наросшей неоинтимой и без нее показало, что сужение проходного сечения влечет за собой существенное увеличение осредненных по времени сдвиговых напряжений в этой области и их дальнейшее уменьшение в застойной зоне.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант №20-65-47018. Численное моделирование было выполнено в Суперкомпьютерном центре (СКЦ) СПбПУ «Политехнический».

ЛИТЕРАТУРА

1. Ивченко А.О., Шведов А.Н., Ивченко О.А. Сосудистые протезы, используемые при реконструктивных операциях на магистральных артериях нижних конечностей // Бюллетень сибирской медицины, Т.16 (1), 2017, с. 132-139;
2. Тищенко И.С., Золкин В.Н., Тарабрин А.С. и др. Отдаленные результаты инфраингвинальных шунтирований при критической ишемии нижних конечностей // Ангиология и сосудистая хирургия, Т.27, №1, 2021, с. 121-125;
3. Ivanova Y. F., Tikhomolova L. G., Yukhnev A. D. et al. Influence of the femoral artery- graft junction patient-specific geometry on blood flow structure and wall shear stress // J. Phys.: Conf. Ser., Vol. 2103, 2021, 6 p.;
4. Donadoni F., Pichardo-Almarza C., Bartlett M. et al. Patient-Specific, Multi-Scale Modeling of Neointimal Hyperplasia in Vein Grafts // Front. Physiol., Vol. 8, 2017, 20 p.

УДК 612.13

А.О. Стош
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^{*)}

ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ КРОВИ В АОРТЕ С СУЖЕНИЕМ АРТЕРИАЛЬНОГО ПРОТОКА. КОАРКТАЦИЯ АОРТЫ

На сегодняшний день врожденные пороки сердца (ВПС) – одни из наиболее распространенных патологий развития новорожденных во всем мире. Лидирующие позиции по ранней сердечно-сосудистой смертности и заболеваемости, связанной с сердечной

^{*)}А.О. Стош, alena.stosh@mail.ru

недостаточностью, занимает коарктация аорты (КоА), процент ее обнаружения среди всех ВПС составляет 6-15% [1-3]. Данная патология может быть обнаружена в любой области грудной и брюшной аорты, однако наиболее частым местом ее расположения является область соединения артериального протока с аортой [4]. Отличительная особенность сердечной аномалии выражается в сужении артериального протока на 50% и более, что затрудняет свободное и беспрепятственное протекание крови. Артериальная гипертензия является основным показателем к выявлению соответствующей патологии у младенцев [5]. Оценка гемодинамики – ключевой фактор при планировании лечения.

Среди существующих методов коррекции коарктации аорты менее инвазивным и наиболее безопасным является баллонная ангиопластика (БА). Данная процедура заключается в надувании и расширении введенного баллона в зоне суженного сегмента [6].

В ходе настоящей работе были собраны и систематизированы результаты применения баллонной ангиопластики (табл. 1). Результаты, представленные в таблице, позволяют проанализировать зависимость максимального расширения баллона от величины сужения артериального протока. Максимально допустимый диаметр расширения баллона, рассчитанный с опорой на сегменты нисходящей и восходящей частей, не должен превышать размеры данных участков 1,2 раза. Соотношение диаметров баллона и суженного сегмента равно 2,5.

Табл. 1. Максимальный диаметр расширенного баллона в зависимости от диаметра сужения артериального протока

№	Min диаметр сужения, мм	Диаметр восходящей части аорты (над коарктацией), мм	Диаметр нисходящей части аорты (под коарктацией), мм	Длина Коарктационного сегмента, мм
1	2,186	3,975	7,263	12,291
2	3,845	4,408	4,513	9,820
3	3,609	4,491	4,640	7,790
4	2,689	3,631	4,564	7,443
5	1,617	3,453	6,222	6,601
6	1,670	3,775	5,083	5,050
7	5,895	6,137	7,528	4,932
8	3,339	4,281	5,092	4,354
9	3,192	4,561	4,475	6,226

Махдопустимый диаметр расшир. баллона (с опорой на участок под коарктацией), мм	Махдопустимый диаметр расшир. баллона (с опорой на участок над коарктацией), мм	Предполагаемый диаметр расшир. баллона, мм	Реализуемый мах диаметр расшир. баллона, мм
8,716	4,770	5,465	4,770
5,416	5,290	9,613	5,290
5,568	5,390	9,023	5,389
5,477	4,357	6,723	4,357
7,466	4,144	4,043	4,043
6,100	4,530	4,175	4,175
9,034	7,364	14,738	7,364
6,110	5,137	8,348	5,137
5,370	5,473	7,980	5,370

Анализ результатов коррекции коарктации аорты у младенцев производился по предоставленным клиникой снимкам компьютерной томографии. Обработка снимков производилась в программном пакете MaterialiseMimics Medical 21.0.

Результаты проведенного анализа были использованы для разработки численной модели течения крови в сосуде после его коррекции. Моделирование аорты в целом и участка сужения осуществлялось в программном комплексе SolidWorks 2018. Для апробации численной модели использовался программный комплекс ANSYS Fluent.

Для построения предварительных численных моделей (рис. 1) были использованы данные снимка №6 (табл. 1) с целью дальнейшего исследования гемодинамических изменений в структуре течения после коррекции коарктации аорты.

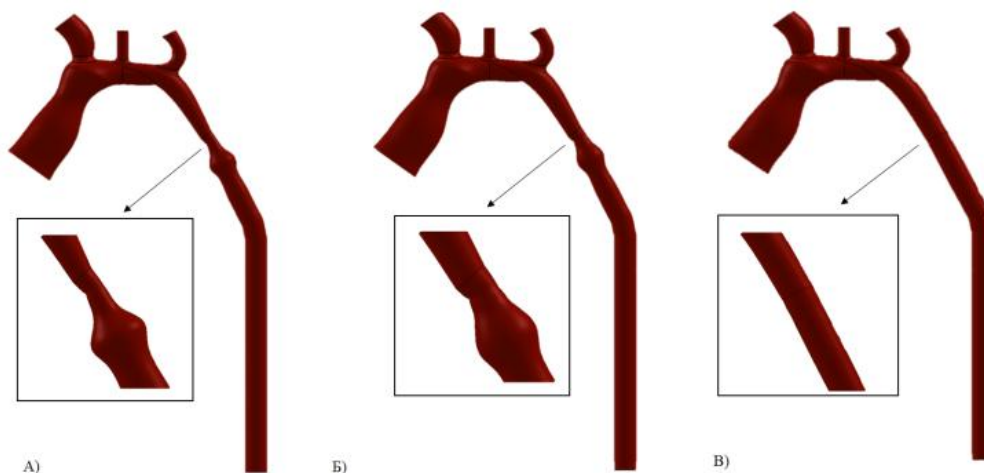


Рис. 1. А) Предварительная численная модель с коарктацией; Б) Предварительная численная модель с увеличением диаметра локального сужения в 1,5 раз; В) Здоровая аорта

Была построена расчетная сетка (рис. 2) со сгущением в зоне коарктации и в пристеночной области (общее количество элементов 570482).



Рис. 2. Расчетная сетка для сегмента, содержащего коарктацию

Для получения первичных результатов использовалась функция, моделирующая сердечное сокращение [7]:

$$f(t) = \begin{cases} (1 - \alpha) \cdot \sin(2,857\pi t) & 0 \leq t \leq 0,35 \\ (1 - 2\alpha) \cdot \sin(2,22\pi(t - 0,35)) & 0,35 \leq t \leq 0,8 \end{cases}$$

где $\alpha = 0,2$ – относительная амплитуда давления при сокращении сердца.

На входе в аорту задавался профиль скорости характерного вида: $0,3 \text{ м/с} \cdot f(t)$. На выходе из аорты задавалось равенство давления значению: $125 \text{ [мм. рт. ст]} \cdot f(t)$. На стенках накладывалось условие прилипания. Плотность крови 1060 кг/м^3 , вязкость $0,0035 \text{ Па} \cdot \text{с}$.

Получены первичные результаты, иллюстрируемые на рис. 3:

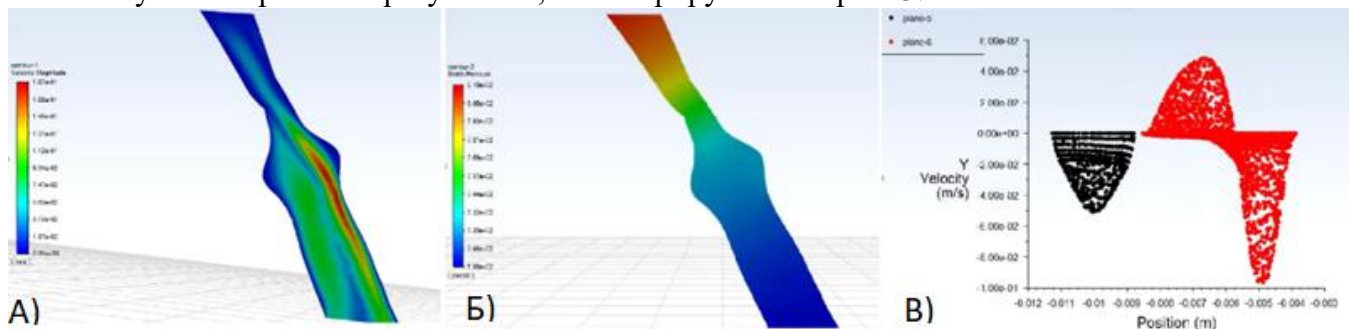


Рис. 3. Первичные результаты: А) график магнитуды скорости; Б) распределения давления; В) профили скорости для плоскостей, расположенных вверх (черный цвет) и вниз (красный цвет) по течению, соответственно

Отсутствие симметрии скоростного поля вызвано асимметрией области сужения, высокие скорости потока через коарктацию создают зоны рециркуляции, особенно в области постстенотического расширения. Градиент давления является маркером, сигнализирующим о необходимости коррекции патологии.

Дальнейшее исследование гемодинамических изменений в течении будет направлено на уточнение функции, моделирующей сердечное сокращение, а также на исследование влияния реальных свойств крови на поток.

ЛИТЕРАТУРА

1. Law, M. A., &Tivakaran, V. S. (2021). Coarctation of the Aorta. StatPearls [Internet]
2. Dijkema, E. J., Dik, L., Breur, J. M. P., Sieswerda, G. T., Haas, F., Slieker, M. G., &Schoof, P. H. (2021). Two decades of aortic coarctation treatment in children; evaluating techniques. Netherlands Heart Journal, 29(2), 98-104
3. Egbe, A. C., Qureshi, M. Y., & Connolly, H. M. (2020). Determinants of left ventricular diastolic function and exertional symptoms in adults with coarctation of aorta. Circulation: Heart Failure, 13(2), e006651
4. Doshi, A. R., &Chikkabyrappa, S. (2018). Coarctation of aorta in children. Cureus, 10(12)
5. Woldmichael, K. G., &Aklilu, T. M. (2019). Mission-based cardiac surgery and catheter treatment of coarctation of aorta in the young and older children: a facility based review of cases in Addis Ababa. The Pan African Medical Journal, 34
6. Ghaderian, M., Sabri, M. R., Ahmadi, A., &Bayat, S. (2019). Our first experience in stenting of coarctation of aorta in infants and small children; A case series study. ARYA atherosclerosis, 15(2), 93.
7. Choudhari, P., &Panse, M. S. (2016). Finite element modeling and simulation of arteries in the human arm to study the aortic pulse wave propagation. Procedia Computer Science, 93, 721-727.

УДК 612.13

Е.Д. Никитин¹, Я.А. Гатаулин¹, А.Д. Юхнев¹, Д.А. Росуховский²
¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)
²Институт экспериментальной медицины

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В ВЕНОЗНОМ КЛАПАНЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИМПУЛЬСНОГО ОБРАТНОГО ПЕРЕПАДА ДАВЛЕНИЯ

Введение. Функция вен состоит в беспрепятственном проведении крови по направлению к сердцу и недопущении обратного её тока. Данная функция обеспечивается

^(*)Е.Д. Никитин, egnkn9999@gmail.com

двустворчатыми клапанами в просвете вены и нарушается, если створки клапана смыкаются неполностью или слишком медленно. Проба Вальсальвы позволяет выявить неспособность клапанного аппарата выполнять свою функцию на определенном участке венозной системы [1]. Она заключается в натуживании, с задержкой дыхания на вдохе. В это время клапан закрывается и возникает обратный ток. Врач измеряет длительность обратного тока с помощью ультразвукового сканирования [2]. Для здорового венозного клапана проба приводит к полной остановке венозного кровотока, после кратковременного обратного тока крови (менее 0,5с), а для больного обратный ток крови наблюдается более 1 секунды [1].

Численное моделирование – мощный инструмент для изучения течений в венозных клапанах. Модель венозного клапана, построенная по клиническим данным (доплерография, гистология), может затем использоваться для исследования течений в клапане на разных режимах его работы и предоставить ценные данные о таких характеристиках клапана, как пиковая скорость, перемещения створки, сдвиговые напряжения, которые трудно или вовсе невозможно получить из клинических измерений.

Цель работы – исследовать влияние упругости створки на длительность обратных токов в модели венозного клапана под действием импульсного обратного перепада давления (пробе Вальсальвы).

Геометрическая модель венозного клапана. В качестве модели взята двумерная симметричная модель венозного клапана. При радиусе вены $R=5$ мм данная модель соответствует клапану подколенной вены (рис. 1). Длина синуса равна $1.8R$, длина створки равна $2R$, толщина створки $0.08R$. Эти геометрические характеристики были получены из собственных клинических данных.

Вследствие симметричности задачи в дальнейшем приводятся результаты расчетов для половины модели венозного клапана.

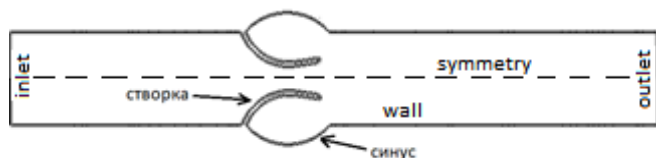


Рис. 1. Геометрическая модель венозного клапана

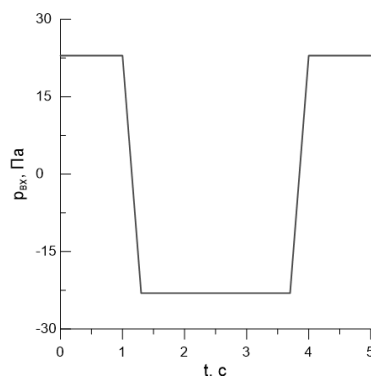


Рис. 2. Импульсное изменение давления во времени на входной границе

Граничные условия. На входной границе задано импульсное изменение давления во времени - амплитудой 44 Па и длительностью 3 с (рис. 2) [1], на выходе – нулевое противодавление. На верхней границе задано условие симметрии, на нижней – условие прилипания. Стенка вены рассматривалась в жестком приближении ввиду малости перемещений. На поверхности створки задавалось условие сопряжения между твердой и жидкой областями: $\vec{d}_s^\Gamma = \vec{d}_f^\Gamma$; $\vec{v}_s^\Gamma = \vec{v}_f^\Gamma$; $\vec{F}_s^\Gamma = \vec{F}_f^\Gamma$, где d – перемещение, V – скорость, F – усилие.

Математическая модель. Проведен сопряженный расчет течения жидкости с помощью технологии fluid-structure interaction (FSI) в обобщенной лагранже-эйлеровской постановке. Гидродинамические расчеты выполнялись в Ansys Fluent, механические – в Ansys Mechanical. Связка двух систем происходила посредством System Coupling в среде Ansys Workbench.

Уравнения течения жидкости (уравнения Навье-Стокса) [3]:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + ((\vec{V} - \vec{V}_m) \cdot \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla p + \frac{\mu_f}{\rho_f} \nabla^2 \vec{V},$$

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0,$$

где \vec{V} – скорость жидкости в узлах динамической (перестраиваемой) сетки, \vec{V}_m – скорость узлов расчетной сетки в точке, ρ_f и μ_f – плотность и вязкость жидкости. $\rho_f = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\mu_f = 0,004 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Характерное число Рейнольдса, построенное по диаметру вены, и скорости прямого тока равно 132.

Уравнение движения створки (уравнение эластодинамики) [3]:

$$\rho \frac{d^2 \vec{d}}{dt^2} = \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \rho \vec{f}_b,$$

где \vec{d} – перемещение створки, $\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{d} + (\nabla \vec{d})^T)$ – тензор скоростей деформаций,

$\underline{\underline{\sigma}} = 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}} + \lambda \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})$ – уравнение состояния, λ , μ – коэффициенты Ламэ. Эти параметры удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)},$$

где E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона. Механические свойства створки клапана: $E = 0,2$; 20 МПа, $\nu = 0,35$, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ [4].

Вычислительные аспекты. Гидродинамическая сетка состояла из 64558 треугольных элементов и имела сгущение к створке клапана и стенке вены (рис. 3). Механическая сетка состояла из 500 прямоугольных элементов. Для настройки динамической гидродинамической сетки использовался алгоритм Smoothing и Remeshing, которые осуществляют сглаживание и перестроение сетки и устраняют в процессе расчета появление отрицательных объемов ячеек сетки, приводящих к остановке расчета. Решалась контактная задача о соударении створок венозного клапана, при этом вторая створка заменялась при моделировании контакта прямой пластинкой (показана справа на рис. 3).

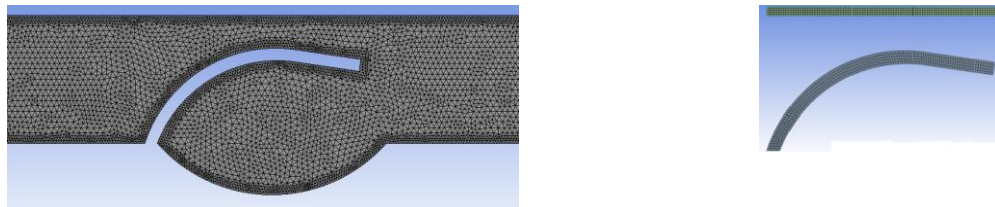


Рис. 3. Сетка для гидродинамического расчета (слева) и для механического расчета (справа)

Результаты. На рис. 4 показаны поля осевой скорости для клапана с модулем Юнга $E = 0,2$ МПа (слева) и с $E = 20$ МПа (справа) в момент времени, соответствующий середине длительности пробы Вальсальвы. В клапане с $E = 0,2$ МПа створки закрыты, а с $E = 20$ МПа скорость обратного тока между створками равна 24 см/с.

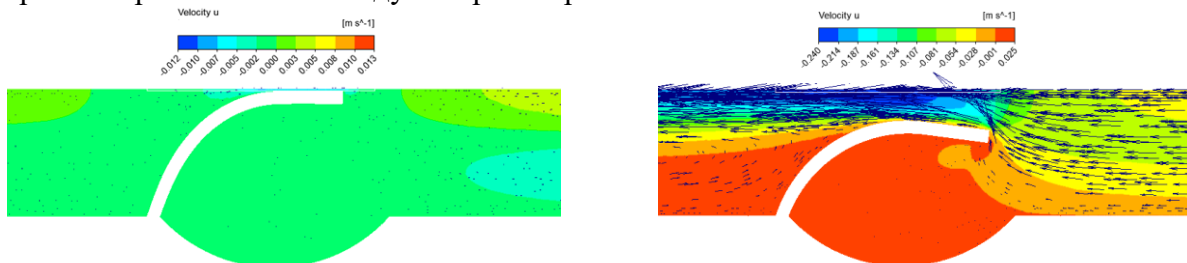


Рис. 4. Поля осевой скорости для клапанов с модулем Юнга $E = 0,2$ МПа (слева) и 20 МПа (справа) в момент времени, соответствующий середине длительности пробы Вальсальвы (2,5 с)

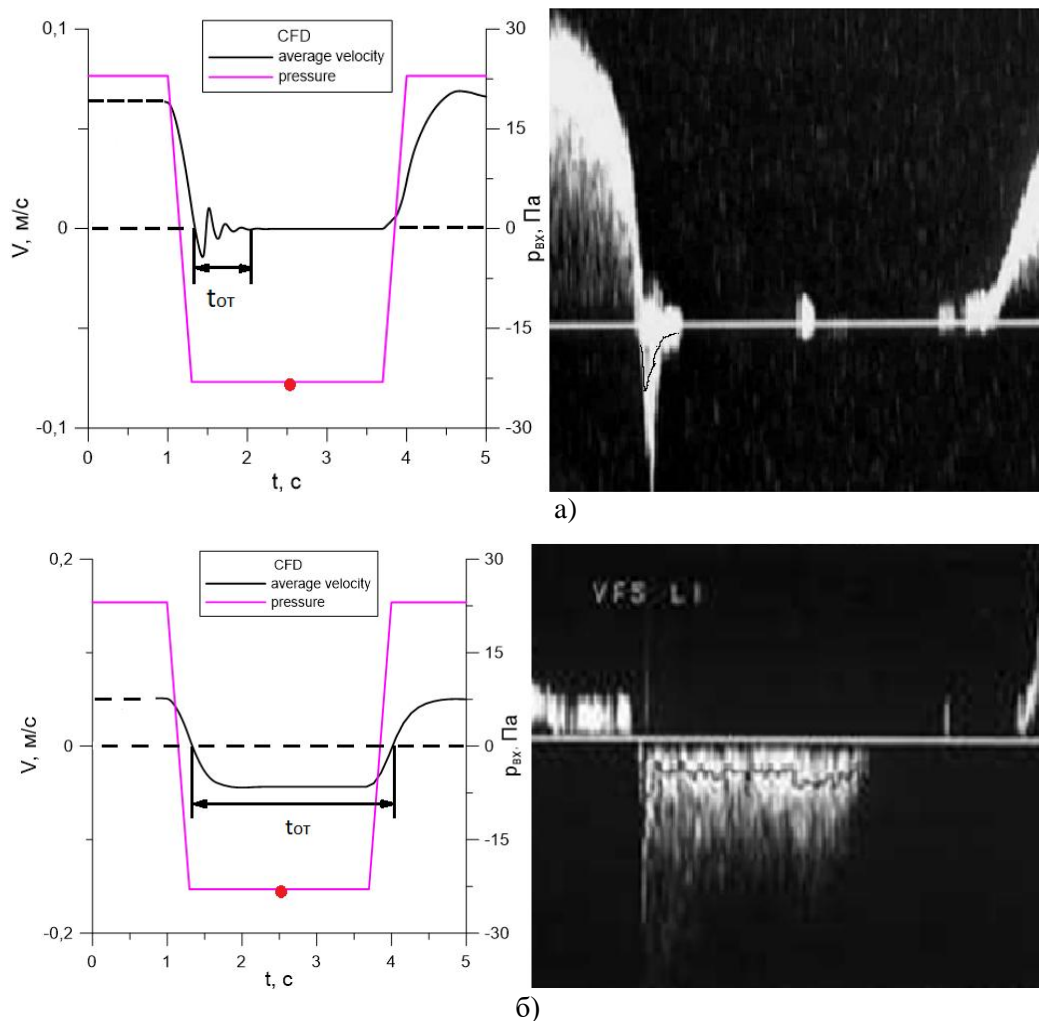


Рис. 5. Изменения среднерасходной скорости (черная линия) для здорового клапана (а) и больного клапана (б) при воздействии обратного перепада давления (розовая линия) при пробе Вальсальвы (результаты расчета и ультразвуковых измерений скорости кровотока)

На рис. 5 слева иллюстрируются расчетные изменения среднерасходной скорости во времени для клапанов с $E = 0,2$ МПа (а) и 20 МПа (б). В течение первой секунды прямой поток через клапаны является установившимся, со средней скоростью 6 см/с. В момент начала пробы Вальсальвы ($t = 1$ с) клапаны были открыты. По рис. 5 видно, что для клапана с $E = 0,2$ МПа длительность обратного тока $t_{от} \approx 0,8$ с, что соответствует доплерограмме здорового клапана (рис.5а, справа). Напротив, для клапана с $E = 20$ МПа длительность обратного тока $t_{от} \approx 2,7$ с, что соответствует доплерограмме для несостоятельного клапана (рис. 5б, справа).

Выводы. Разработана вычислительная модель для исследования течения в венозном клапане подколенной вены при пробе Вальсальвы. Разработанная модель течения протестирована по длительности обратных токов с помощью результатов ультразвуковых доплеровских измерений скорости для здорового и несостоятельного клапана. Показано, что в случае модели здорового клапана ($E = 0,2$ МПа) длительность обратного тока меньше 1 с, а для несостоятельного клапана ($E = 20$ МПа) - больше 1 с, что соответствует клиническим результатам.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания в рамках госзадания «Изучение регуляторных механизмов сердечно-сосудистой, нервной и дыхательной систем для разработки новых подходов к выявлению

ортостатических расстройств и вегетативной дисрегуляции при колебательных постральных нагрузках» (№ 122020300239–8).

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Ricci et al. Valsalva maneuver in phlebologic practice / Phlebology, 2017, P.1-9.
2. Jeanneret C, Jaeger KA, Zaugg CE, et al. Venous reflux and venous distensibility in varicose and healthy veins. Eur J Vasc Endovasc Surg 2007; 34: 236–242.
3. Soifer E., Weiss D., Marom G., Einav S. The effect of pathologic venous valve on neighboring valves: fluid–structure interactions modeling // Med. Biol. Eng. Comput. 2017, vol. 55, №6, pp. 991–999.
4. L. G. Tikhomolova, Y. A. Gataulin, A. D. Yukhnev and D. A. Rosukhovskiy. Fluid–structure interaction modelling of the venous valve with elastic leaflets 2020 J. Phys.: Conf. Ser. 1697 012041

УДК 616.12-089

Л.Г. Тихомолова

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ТЕЧЕНИЯ В МОДЕЛИ ОТВЕТВЛЕНИЯ ПРОТЕЗА ОТ БЕДРЕННОЙ АРТЕРИИ МЕТОДОМ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВЕКТОРНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ

Введение. Одной из операций по восстановлению кровотока в нижних конечностях является шунтирование (рис. 1) [1]. Через несколько лет в большинстве случаев происходит зарастание сосудистого протеза из-за гиперплазии неоинтимы (рис. 2) – чрезмерного роста клеток на внутренней поверхности в месте соединения протеза и сосуда, как реакции на механическое повреждение во время хирургического вмешательства [2]. Исследования указывают на нарушение естественной структуры кровотока как на фактор, стимулирующий данный процесс.



Рис. 1. Схема тока крови при бедренно-подколенном шунтировании

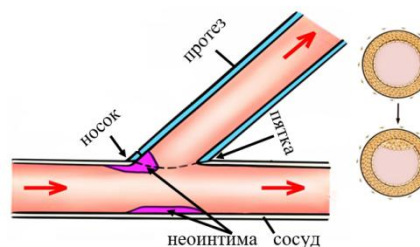


Рис. 2. Развитие нарастания неоинтимы в области шва

Цель работы – получить экспериментальные данные о структуре течения в модели ответвления протеза от бедренной артерии при разных соотношениях выходных расходов.

Экспериментальная установка. Эксперимент проводился в лаборатории гидродинамики кровообращения Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики СПбПУ Петра Великого на установке (рис. 3), состоящей из замкнутой системы трубок (1) внутренним диаметром 6 мм, по которым течет кровеемитирующая жидкость, приводимая в движение насосом (4), контейнера с исследуемой моделью сосуда, заполненного тканеемитирующим материалом (2), ультразвукового сканера Mindray Resona 7 (3), электромагнитного расходомера Nihon Kohden MF-46 (5), демпфера (6) и регуляторов расхода (7).

^(*)Л.Г. Тихомолова, ludmila060495@mail.ru

В качестве рабочей жидкости использовался водный 36% раствор глицерина с 1% NaCl, с плотностью и вязкостью $\rho = 1050 \text{ кг/м}^3$ и $\mu = 0.004 \text{ Па}\cdot\text{с}$, соответственно.

Для проведения эксперимента была построена в SolidWorks, а затем напечатана на 3D принтере среднестатистическая модель ответвления протеза от бедренной артерии (рис.4)

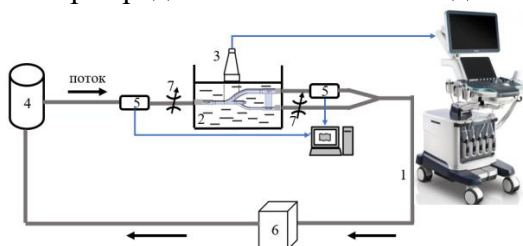


Рис. 3. Экспериментальная установка

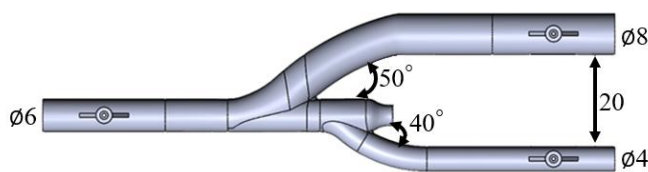


Рис. 4. 3D модель ответвления протеза от бедренной артерии

Кривые расхода показаны на рис. 5 (доля расхода в протез менялась от 25 до 60 %). Максимальное входное число Рейнольдса - 1500.

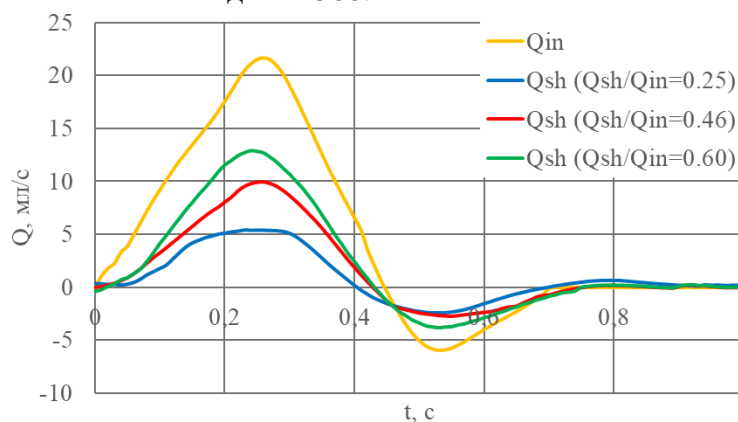


Рис. 5. Кривые расхода (Q_{in} - расход на входе, Q_{sh} - расход в протезе)

Методика. Данные, полученные в режиме векторной визуализации Vector flow (рис.6, 7) [3], являются результатом постобработки В-режима, с частотой датчика 3,6-9 МГц (аппарат подбирает ее автоматически) и усилением В-режима 100% для лучшей визуализации границ протеза. Vector Flow анализирует поток в течение двух секунд при высокой частоте кадров (480 Гц). В результате обработки генерируется 1400 кадров двумерного векторного поля скорости, которые можно просматривать и изменять некоторые параметры визуализации, такие как усиление, плотность векторов, их длину, а также скорость воспроизведения полученного видеофайла от 1/7 до 1/200 от фактической. Для каждой точки исследуемой области (15×27 мм) записываются данные о величине и направлении вектора скорости.

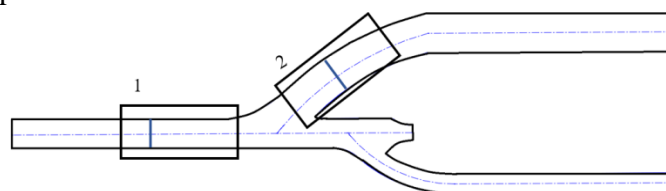


Рис. 6. Схема модели с выделенными окнами сканирования для входного сосуда (1) и для протеза (2), синими линиями показаны сечения, в которых снимались профили скорости

Измерения профиля скорости проведены в двух сечениях (рис. 6-8) – на расстоянии 3 калибров вверх по потоку от носка ответвления протеза от бедренной артерии (сечение 1) и 1 калибра для протеза за пяткой (сечение 2). Для построения профиля скорости в поперечном

сечении величину и угол вектора скорости выводимых программой векторной визуализации изменяли с шагом 0,3 мм.

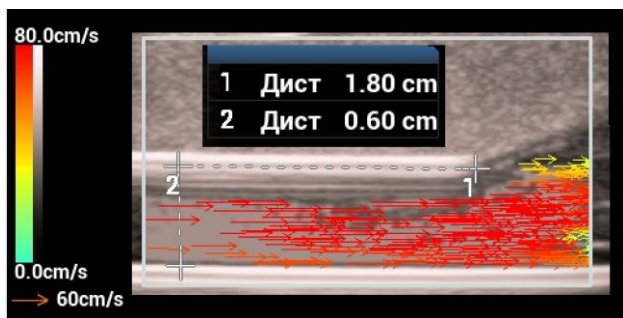


Рис. 7. Векторная визуализация поля скорости в сечении 1 в момент максимального расхода

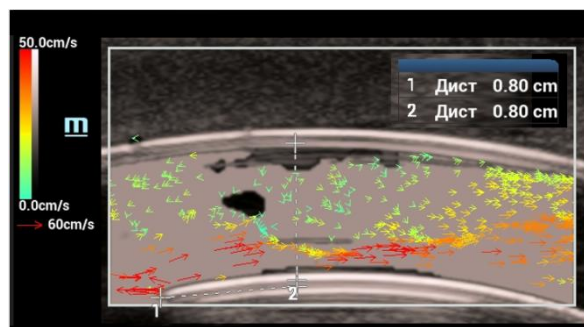


Рис. 8. Векторная визуализация поля скорости в сечении 2 в момент максимального расхода

Стенка протеза (середица белой линии на границе раздела двух сред) обозначена желтой линией на рис. 9. Граница между областью вихревого рециркуляционного течения и однонаправленного струйного течения обозначена черной линией на рис. 9. За длину зоны рециркуляции принято расстояние l между точками начала и конца зоны рециркуляции, а за ширину – расстояние h от стенки протеза до точки границы, наиболее удаленной от стенки (рис. 9).

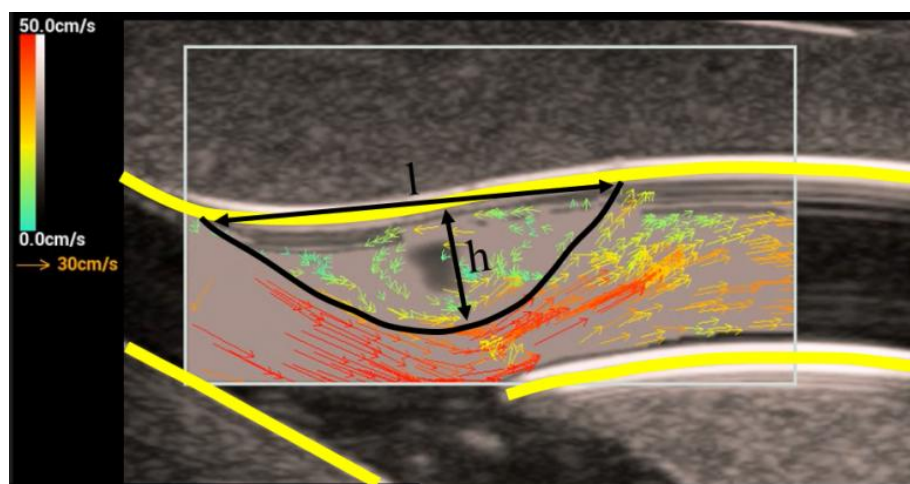


Рис. 9. Пример идентификации зон рециркуляции в середине фазы увеличения расхода для $Q_{sh}/Q_{in} = 0.25$ с выделенными границами протеза (l -длина зоны рециркуляции, h -максимальная ширина зоны рециркуляции)

Результаты. Получены данные о входном профиле скорости на расстоянии 3 калибров вверх по потоку от носка ответвления протеза от бедренной артерии (рис. 10), а также профили скорости в протезе на расстоянии одного калибра от пятки ответвления в момент максимального расхода при разных долях расхода в протез (рис. 11).

Эволюция векторного поля скорости по длине цикла иллюстрируется на рис. 12, 13. Обнаруживается образование интенсивного вихревого течения на внешней стенке протеза ниже по потоку от места ответвления протеза. На протяжении прямого потока жидкости размеры зоны рециркуляции увеличиваются, стремясь заполнить почти все поперечное сечение протеза. Во время обратного потока жидкости зона рециркуляции отсутствует. Максимальные длина ($6D_{sh}$) и толщина ($0,95D_{sh}$) зоны рециркуляции, где D_{sh} – диаметр шунта, наблюдаются в конце фазы торможения прямого потока для исследованных соотношений расходов.

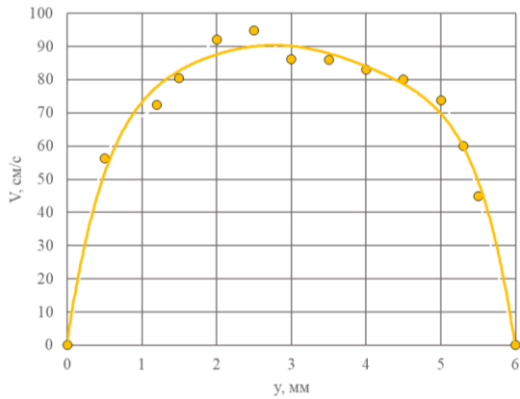


Рис. 10. Профиль скорости в сечении 1 в момент максимального расхода

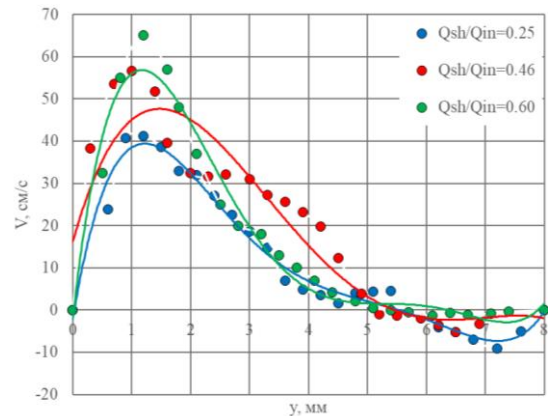


Рис. 11. Профили скорости в сечении 2 в момент максимального расхода при разных соотношениях расхода в ветвях ($y=0$ нижняя стенка сосуда)

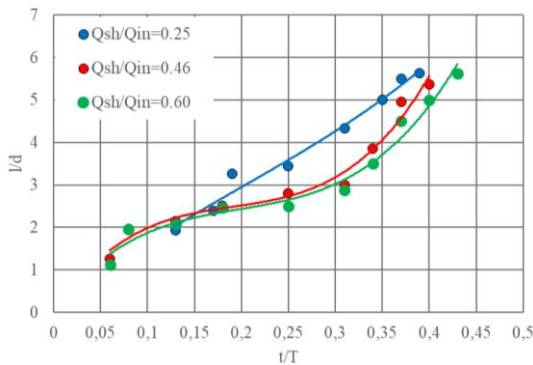


Рис. 12. Изменение длины зоны рециркуляции по времени прямого тока

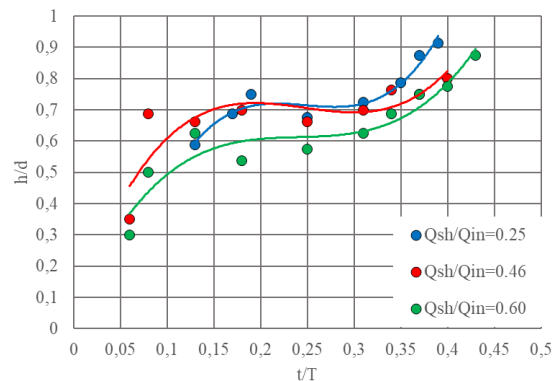


Рис. 13. Изменение максимальной толщины зоны рециркуляции по времени прямого тока

Выводы. Для исследования пульсирующего течения жидкости в модели сосуда применен новый метод двумерной векторной визуализации, реализованный на ультразвуковом сканере Mindray Resona 7. Получены экспериментальные данные о структуре течения в модели ответвления протеза от бедренной артерии при разных соотношениях выходных расходов. Обнаруженное вихревое течение локализуется у внешней стенки протеза ниже носка ответвления протеза от сосуда.

Работа выполнена при поддержке РНФ, грант №20-65-47018, а также технической поддержке и содействии ООО "Миндрей Медикал Рус" и ООО «Сонар-медикал».

ЛИТЕРАТУРА

1. Donadoni F, Pichardo-Almarza C, Bartlett M et al. Patient-specific multi-scale modeling of neointimal hyperplasia in vein grafts // *Front. Physiol.* Vol. 8, 20 p., 2017.
2. Белов Ю. В., Лысенко А. В., Евдокимов А. Г. Как я это делаю: анастомозы с коронарными артериями // *Хирургия. Журнал им. Н.И. Пирогова.* 2017; (3):108-113.
3. Qiu Y, Dong Y, Mao F et al. High-frame rate vector flow imaging technique: initial application in evaluating the hemodynamic changes of carotid stenosis caused by atherosclerosis // *Front. Cardiovasc. Med.* Vol. 8:617391. 2021.

ПРОХОЖДЕНИЕ ВОЛН ЧЕРЕЗ ИНТЕРФЕЙС В СОСТАВНОМ КРИСТАЛЛЕ

Введение. Понимание процессов переноса тепла в телах с кристаллической решеткой имеет большое прикладное значение, в частности для электроники. Как правило, используются два подхода к изучению процессов теплопередачи на микро- и наноуровне, основанные на решении уравнений динамики кристаллической решетки и решении уравнения Больцмана (например, [1,2]). Второй подход позволяет получить функцию распределения квазичастиц (иначе – фононов). Предполагается, что каждая квазичастица обладает одним и тем же “пакетом” энергии, не зависящим от скорости ее распространения. В данной работе демонстрируется предложенная Кривцовым А.М. связь между двумя подходами и рассматривается прохождение квазичастицы через интерфейс в неоднородном кристалле. Рассматриваются поперечные колебания в одномерной модели кристаллической решетки.

Описание модели. Для описания одномерного кристалла будем использовать цепочку, состоящую из точечных масс, соединенных пружинками. Неоднородность кристалла будем моделировать с помощью различия масс в данной цепочке, начиная с какого-то индекса. Пусть наша модель состоит из N частиц. Силу упругости будем считать линейной, взаимодействуют только соседние частицы. Тогда уравнение динамики в перемещениях имеет вид:

$$\begin{cases} \ddot{u}_n = \omega_1^2(u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}), & n = 1, 2, 3 \dots \frac{N}{2} \\ \ddot{u}_n = \omega_2^2(u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}), & n = \frac{N}{2} + 1, \dots, N \end{cases}, \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{C}{m_1}}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{C}{m_2}}, \quad (1)$$

где m – масса частицы, u – перемещение, C – жесткость пружинки, n – индекс.

Введем вспомогательные величины, которые позволят нам ассоциировать любое локализованное возмущение в нашей цепочке с материальным телом, совершенно также, как это сделано в работе [3]:

$$E_n = \frac{1}{2} \Pi_{n-\frac{1}{2}} + K_n + \frac{1}{2} \Pi_{n+\frac{1}{2}}, \quad K_n \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} m_n v_n^2, \quad \Pi_n \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} C_n \left(u_{n-\frac{1}{2}} - u_{n+\frac{1}{2}} \right)^2, \quad (2)$$

где E_n – энергия частицы с индексом n , Π – потенциальная энергия пружин, K_n – кинетическая энергия частицы, v_n – скорость движения частицы с индексом n . Здесь мы относим энергию пружин к энергии частиц.

По аналогии с центром масс тела, введем понятие энергетического центра, а также энергетический момент:

$$x_c \stackrel{\text{def}}{=} \frac{M}{E}, \quad M \stackrel{\text{def}}{=} \sum_1^N E_n x_n, \quad E = \sum_1^N E_n, \quad (3)$$

^(*)Б.С. Борисенков, nickendsm@gmail.com

где E – энергия всей цепочки, x_n – координата частицы по оси x , направленной вдоль цепочки, M – энергетический момент.

По аналогии с импульсом материального тела, введем квазиимпульс, связанный с энергией в системе:

$$h = v_c E, \quad v_c \stackrel{\text{def}}{=} \dot{x}_c, \quad (4)$$

где v_c – скорость энергетического центра, h – квазиимпульс.

Предположим, что система в начальный момент времени покоится, и при $t = 0$ задаются условия вида:

$$u_n = u_n^0, \quad v_n = v_n^0, \quad (5)$$

Возмущение (5) будем называть локализованным, если оно отлично от нуля для конечного набора индексов. При определенных начальных условиях оно может перемещаться по цепочке, мало меняя свою форму. В таком случае будем называть ее волной.

Описание численного эксперимента. Были проведены численные эксперименты с прохождением волны через границу неоднородности. Задавалась цепочка из 1000 частиц и возмущение в виде одного периода волны длиной $N_\lambda = 160$ частиц. C подобрано так, чтобы решение было устойчивым. Интерес представляло распределение квазиимпульса (4) в системе после прохождения возмущения через границу неоднородности для разного отношения масс в двух частях цепочки. Чтобы волна была бегущей, зададим такие начальные условия:

$$\begin{cases} u_n^0 = \cos \frac{2\pi n}{N_\lambda} - 1 \\ v_n^0 = \omega \sin \frac{2\pi n}{N_\lambda} \end{cases}, \quad \omega = 2 \sqrt{\frac{C}{m}} \sin \frac{\pi}{N_\lambda}, \quad (6)$$

где ω – частота волны. Возмущение мы задаем только в точках одной из частей цепочки, поэтому m – масса каждой из частиц той части цепочки, где задано возмущение.

Для интегрирования уравнений движения использовался полуявный (Semi-Implicit) метод Эйлера. Вычислительная схема:

$$\begin{cases} v_{i+1} = v_i + \frac{C}{m_n} (u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}) \Delta t, \\ u_{i+1} = u_i + v_i \Delta t, \end{cases} \quad (7)$$

где i – номер шага по времени, Δt – временной шаг.

Так как цепочка неоднородная, то поток (или квазиимпульс) не будет сохраняться. Для сравнения начального и конечного квазиимпульса в системе введем величину:

$$\tilde{k} = \frac{|h_1| + |h_2|}{h_0}, \quad (8)$$

где h_0 – квазиимпульс возмущения в начальный момент времени, h_1 – отраженного возмущения (в левой части цепочки), h_2 – прошедшего (в правой части цепочки). Заметим,

что h_1 будет со знаком минус, так как проекция скорости энергетического центра отраженной волны будет со знаком минус.

Результаты. Ниже приведена таблица полученных результатов численного моделирования (табл. 1).

Табл. 1. Результаты вычислений отношения импульсов для разных сред

m_1/m_2	$\tilde{k}_{числ}$	$\tilde{k}_{аналитич}$	$ \tilde{k}_{числ} - \tilde{k}_{аналит} $
1/1.03	0.985319	0.98533	1.11E-05
1/1.08	0.962742	0.962264	-4.78E-04
1/1.5	0.818398	0.818369	-2.87E-05
1/1.75	0.760572	0.760645	7.25E-05
1/2	0.715615	0.715729	1.14E-04
1/2.5	0.650957	0.651087	1.30E-04
1/3	0.607533	0.607695	1.62E-04
1/3.5	0.577201	0.577353	1.52E-04

Здесь $\tilde{k}_{аналит}$ – значения, посчитанные с помощью формулы, полученной для длинных волн [4]:

$$\tilde{k} = v + \frac{(1 - v)^3}{(1 + v)^2}, \quad v \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{c_2}{c_1}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}, \quad (9)$$

где c – скорость звука в среде.

На рис. 1 показан график функции (9) с наложенными данными численного эксперимента.

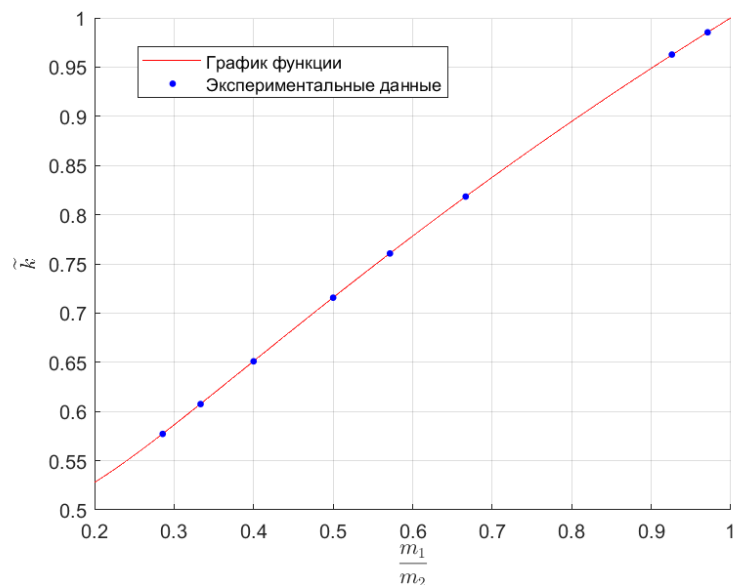


Рис. 1. Сравнение данных численного эксперимента с аналитической формулой (9)

Выводы. Показано, что формула, полученная для длинных волн, дает отличное схождение с данными численного моделирования для выбранной длины волны. Остается открытым вопрос об аналитической формуле для моделей решеток большей размерности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Spohn, H.: The phonon Boltzmann equation, properties and link to weakly anharmonic lattice dynamics. J. Stat. Phys. – 2006. – P. 124(2–4), 1041–1104.
2. Cahill, D.G., Ford, W.K., Goodson, K.E., Mahan, G.D., Majumdar, A., Maris, H.J., Merlin, R., Phillpot, S.R.: Nanoscale thermal transport. J. Appl. Phys. – 2003. – P. 93, 793.

3. А.М. Krivtsov. Dynamics of matter and energy. ZAMM. – 2021. – P. 4-6.

4. А.М. Кривцов. Прохождение возмущения через границу: континуальное описание. *In press.* – 2021. – 17 с.

УДК 534.111

И.Е. Груздев

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЭНЕРГИИ В ОДНОМЕРНОМ КРИСТАЛЛЕ С ЧЕРЕДОВАНИЕМ МАСС

Введение. Одномерный кристалл – дискретная динамическая система, которая является одной из простейших моделей дискретной среды в механике. Цепочка состоит из точечных масс, соединенных линейными пружинами. Механика такой модели исследовалась, например, в [1, 2]. Возмущения в одномерных кристаллах показывают ряд свойств, схожих со свойствами реальных тел. Для возмущений можно ввести понятие движения энергетического центра.

В данной работе рассматривается линейная двухатомная цепочка, состоящая из чередующихся частиц массами m и M . Для такой системы исследуется движение энергетического центра методом энергетических моментов, который описан в [3]. Также проводится сравнение с цепочкой Гука. На основе этого строится аналогия между движением массы и перемещением энергии. В работе рассматривается случаи, в которых поток энергии распространяется по двухатомному кристаллу равномерно.

Целью данного исследования является поиск частных случаев сохранения потока энергии в цепочке с чередованием масс и сравнение с частным случаем – цепочкой Гука.

Уравнение динамики. Перемещения частиц в цепочке с произвольным распределением масс удовлетворяют уравнению

$$m_n \ddot{u}_n = c(u_{n-1} - 2u_n + u_{n+1}), \quad n \in \mathbb{Z}, \quad (1)$$

где n – номер частицы, u_n – перемещение частицы, \mathbb{Z} – множество целых чисел, m_n – масса частицы с номером n , c – жесткость пружин, соединяющих частицы.

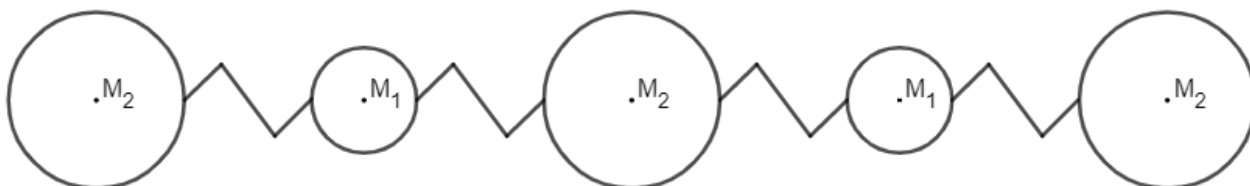


Рис. 1. Цепочка с чередованием масс

Элементарные энергии. Элементарная энергия, связанная с целым и полуцелым индексом, определяется как

$$E_n = \frac{m_n V_n^2}{2}, \quad E_{n+\frac{1}{2}} = \frac{c(u_{n+1} - u_n)^2}{2}. \quad (2)$$

Перемещение энергетического центра. В простейшем случае первый момент энергии можно ввести следующим образом:

$$\mu_1 = a \sum_{n \in \mathbb{Z}} n E_n + \left(n + \frac{1}{2}\right) E_{n+\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

^(*)И.Е. Груздев, superigor_2000@mail.ru

где a – расстояние между частицами в недеформированном состоянии. Его можно обобщить до k -го момента энергии:

$$\mu_k = a \sum_{n \in \mathbb{Z}/2} n^k E_n. \quad (4)$$

Производная от первого момента энергии по времени – поток энергии h – определяется как

$$h = \frac{ac}{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} (u_{n+1} - u_n)(V_{n+1} + V_n). \quad (5)$$

Для сохранения потока энергии требуется, чтобы $\dot{h} \equiv 0$. Для цепочки с произвольным распределением масс производная от потока энергии будет иметь вид

$$\dot{h} = \frac{ac^2}{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} (u_{n+1} - u_n)^2 \left(\frac{1}{m_{n+1}} - \frac{1}{m_n} \right) = f. \quad (6)$$

Очевидно, что для кристалла Гука поток энергии сохраняется. Для цепочки с чередованием масс можно провести упрощение и представить производную потока энергии через элементарные потенциальные энергии:

$$\dot{h} = ac \frac{m_1 - m_2}{m_1 m_2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} (-1)^n E_{n+\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

что тождественно не равно нулю, но при этом асимптотически к нему стремится. При этом можно отметить, что при симметричном возмущении цепочки производная от потока энергии обращается в ноль, а значит, он будет сохраняться.

Координату энергетического центра можно определить по формуле

$$x_c(t) = \frac{\mu_1(t)}{E}, \quad (8)$$

где E – полная энергия в системе. Движение энергетического центра определяется из дифференциального уравнения

$$E \ddot{x}_c = f. \quad (9)$$

Ясно, что энергетический центр в цепочке Гука движется равномерно. В цепочке с чередованием масс $\dot{h} = 0$ только при условии симметричного возмущения, но в таком случае энергетический центр будет оставаться на месте.

Далее, можно обобщить первый момент энергии, введя произвольные коэффициенты у полиномов, которые стоят перед энергиями. Тогда он представим в виде

$$\mu_1 = a \sum_{n \in \mathbb{Z}} \alpha_n n E_n + (\beta_n n + \gamma_n) E_{n+\frac{1}{2}}. \quad (10)$$

Вводить какой-либо свободный коэффициент перед энергией с целым индексом не имеет смысла, потому что далее его можно будет сгруппировать со свободным коэффициентом для энергии с полуцелым индексом, и при взятии производной получится закон сохранения энергии.

Далее, проводя аналогичные рассуждения по взятию производных и полагая, что $f = 0$, можно получить систему уравнений для поиска коэффициентов α_n , β_n и γ_n . Однако данная система уравнений не будет иметь решений, тогда в общем случае в цепочке с чередованием масс энергетический центр возмущения будет двигаться с ускорением.

В ходе данной работы стало ясно, что поток энергии в двухатомном кристалле сохраняется только в случае симметричного относительно цепочки возмущения, энергетический центр при этом не движется. В общем случае поток энергии в такой системе не сохраняется.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кривцов А.М., Морозов Н.Ф. О механических характеристиках наноразмерных объектов. – ФТТ. 2002 Т. 44. №12 с. 2158-2163.
2. Косевич А.М. Основы механики кристаллической решетки. – М.: Наука, 1975.
3. Кунин И.А. Теория упругих сред с микроструктурой. – М.: Наука, 1975. – 416 с.

УДК 534.111

Ф.И. Кондратенко

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (*)

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕНОСА ЭНЕРГИИ В ОДНОМЕРНОМ КРИСТАЛЛЕ С ЧЕРЕДОВАНИЕМ МАСС

Введение. В настоящий момент времени возможно выращивание одномерных кристаллов углерода внутри углеродных нанотрубок для нужд микроэлектронной промышленности. Данные материалы являются, прежде всего, хорошими проводниками тепла [1-6]. Теоретическими исследованиями было подтверждено влияние строения кристалла на перенос энергии. Так, например, в случае кристалла Гука – линейного одномерного кристалла – было доказано сохранение энергии и ее потоков. Но при изменении распределения масс или жесткостей в кристалле вывод законов сохранения становился неочевидным. В данной работе исследуется процесс переноса энергии в одномерном кристалле с чередованием масс, в частности, предлагается к рассмотрению аппарат взаимных энергий, с помощью которого становится возможным получить законы сохранения.

Аппарат взаимных энергий. Рассмотрим простейший случай: кристалл Гука без чередования масс. В таком случае, уравнение динамики частиц цепочки имеет вид

$$m\ddot{u}_n = c(u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}).$$

где u_n – перемещения частицы с индексом n , n – индекс частицы, c – жесткость связей между частицами.

Введем понятие взаимной (ковариационной) кинетической и потенциальной энергии:

$$\mathcal{E}_{n,k} = m \frac{v_n v_k}{2};$$
$$\mathcal{P}_{n,k} = c \frac{\epsilon_n \epsilon_k}{2}.$$

Таким образом, взаимные энергии являются обобщением кинетической и потенциальной энергий. При одинаковых индексах они вырождаются в потенциальную энергию связи или в кинетическую энергию частицы.

Продифференцировав сумму взаимной потенциальной и кинетической энергий, получим выражение для взаимного потока энергии:

$$\mathcal{H}_{n,k} = \frac{c}{2} [v_k \epsilon_n + v_n \epsilon_k].$$

Продифференцировав взаимный поток энергии, получим выражение для потока энергии:

$$\mathcal{G}_{n,k} = \frac{c}{m} \left[\xi_{n,k-\frac{1}{2}} + \xi_{n-\frac{1}{2},k} \right].$$

Используя данный аппарат, можно получить законы сохранения для линейной цепочки:

(*) Ф.И. Кондратенко, dostoyewski@yandex.ru

$$M_2 = \sum_{n \in \mathbb{Z}'} n^2 \xi_{n,n};$$

$$M_2 = 0 \Rightarrow M_2 = At^2 + Bt + c.$$

Кристалл с чередованием масс. Рассмотрим кристалл Гука с чередованием масс. Общий вид кристалла представлен на Рис. 1. В таком случае уравнение динамики частиц цепочки имеет вид:

$$m_n \ddot{u}_n = c(u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}),$$

где n – индекс частицы, u_n – перемещения частицы с индексом n , c – жесткость связей между частицами, m_n – масса частицы с индексом n .

Для задания энергии выберем ячейку периодичности (рис. 1). Соответственно, энергия ячейки периодичности будет определяться следующим образом:

$$E_{2n} = m_1 \frac{v_{2n-1}^2}{4} + c \frac{\epsilon_{2n-\frac{1}{2}}^2}{2} + m_2 \frac{v_{2n}^2}{2} + c \frac{\epsilon_{2n+\frac{1}{2}}^2}{2} + m_1 \frac{v_{2n+1}^2}{4}$$

Введем понятия взаимной энергии частиц, просуммировав взаимную потенциальную и кинетическую энергию. Следовательно, при одинаковых целых или полуцелых индексах взаимная энергия будет вырождаться в кинетическую энергию частицы или в потенциальную энергию связи соответственно.

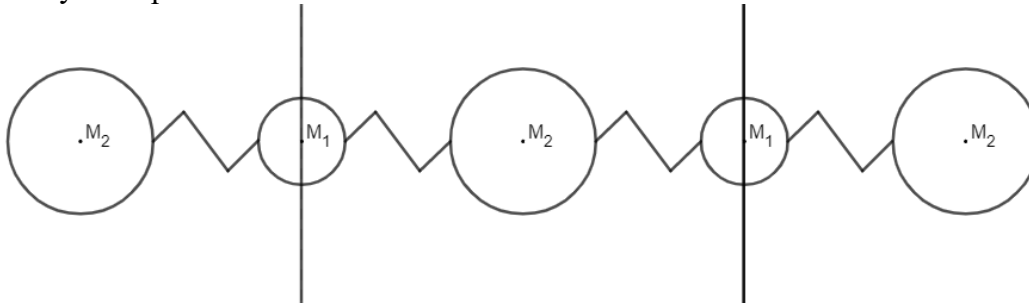


Рис. 1. Общий вид кристаллической цепочки, черными вертикальными линиями обозначена граница ячейки периодичности

Опуская несложные математические преобразования над взаимными энергиями, получим выражение для потока взаимной энергии. Поток взаимной энергии будет полностью совпадать с выражением для потока взаимной энергии в простейшем случае.

С использованием выражения для взаимного потока энергии между ячейками периодичности становится возможным вывести закон сохранения потока энергии. Для этого необходимо проинтегрировать сумму потоков энергии по всем целым и полуцелым индексам и осуществить подстановку выражения для потока энергии через взаимный поток энергии. В результате получена разностная схема, по которой предварительно можно судить о сохранении потока энергии в кристалле с чередованием масс:

$$\sum_{-\infty}^{\infty} H_{2n+1} = \frac{c}{M_1} \sum_{-\infty}^{\infty} (G_{2n+\frac{1}{2}} - G_{2n-\frac{1}{2}})$$

ЛИТЕРАТУРА

1. А.М. Кривцов, В. А. Кузькин. Механика дискретных сред. Переходные тепловые процессы в гармонических кристаллах: учебное пособие.// СПб.: Изд-во Политехн. ун-та. – 2018.

2. O.S. Loboda, E.A. Podolskaya, D.V. Tsvetkov, A.M. Krivtsov. On the fundamental solution of the heat transfer problem in one-dimensional harmonic crystals// Continuum Mechanics and Thermodynamics. – 2021. – Vol. 33(2) – P. 485–496.
3. А.М. Кривцов. Распространение тепла в бесконечном одномерном гармоническом кристалле // Доклады Академии Наук. 2015, том 464, № 2, С. 162-166
4. E.A. Podolskaya, A.M. Krivtsov, D.V. Tsvetkov. Anomalous heat transfer in one-dimensional diatomic harmonic crystal. // Materials Physics and Mechanics. – 2018. – Vol. 40 – P.172-180.
5. V.A. Kuzkin. Thermal equilibration in infinite harmonic crystals // Continuum Mechanics and Thermodynamics. – 2019. – P. 23.
6. O.S. Loboda, A.M. Krivtsov, A.V. Porubov, D.V. Tsvetkov. Thermal processes in a one-dimensional crystal with regard for the second coordination sphere. // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. – 2019. – Vol. 98. – P. 13.

УДК 539.3:539.4

С.Д. Ляжков^{1,2}, В.А. Кузькин^{1,2}

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

²Институт проблем машиноведения РАН

ДВУХТЕМПЕРАТУРНЫЙ ПЕРЕНОС ТЕПЛОВОЙ ЭНЕРГИИ В β – ФПУТ ЦЕПОЧКЕ С ПРИКРЕПЛЕННЫМИ МАССАМИ

Для описания локального теплового состояния систем вдали от теплового равновесия концепция температуры как одного параметра может быть недостаточна. Зачастую возникает необходимость введения нескольких температур для каждой подсистемы. Например, при лазерном взаимодействии на твердые тела температуры решетки и электронного газа различны (см. в частности, [1]).

В процессе теплопроводности в решетках могут наблюдаться разные температуры в неравновесном стационарном состоянии. Так, в цепочке, ограниченной термостатами, температуры подрешеток могут отличаться как в случае гармонических взаимодействий [2], так и при нелинейных взаимодействиях [3]. Исследование эволюции температур при нестационарном переносе тепловой энергии остается открытой задачей, и именно ей посвящена настоящая статья.

Рассматривается бесконечная цепочка частиц массой m_1 , взаимодействующих потенциалом β –Ферми-Паста-Улама-Цингу (ФПУТ). К каждой частице прикреплен осциллятор Дуффинга массой m_2 (рис. 1). В литературе такая модель именуется цепочкой mass-in-mass и регулярно изучается как модель акустического метаматериала (см. в частности, [4]). Также цепочка mass-in-mass вполне может быть упрощенной моделью цепочки углеводов или системы протонов, взаимодействующих с электронами.

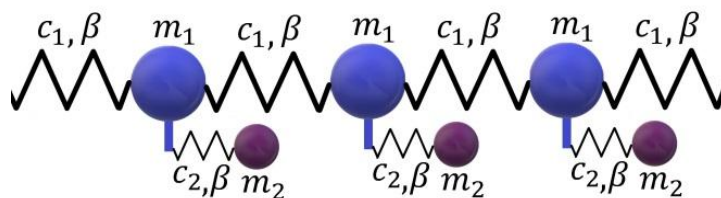


Рис. 1. Цепочка частиц с прикрепленными массами

Напишем уравнения динамики для элементарной ячейки j :

^(*) С.Д. Ляжков, sergei_lyazhkov@mail.ru

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{u}_{1,j} &= c_1(u_{1,j+1} - 2u_{1,j} + u_{1,j-1}) + \beta \left((u_{1,j+1} - u_{1,j})^3 + (u_{1,j-1} - u_{1,j})^3 \right) \\
&\quad + c_2(u_{2,j} - u_{1,j}) + \beta(u_{2,j} - u_{1,j})^3, \\
m_2 \ddot{u}_{2,j} &= c_2(u_{1,j} - u_{2,j}) + \beta(u_{1,j} - u_{2,j})^3,
\end{aligned} \tag{1}$$

где $u_{1,2}$ – перемещения частиц ФПУТ цепочки и прикрепленных осцилляторов соответственно; $c_{1,2}$ – коэффициенты при линейной составляющей жесткости для ФПУТ-цепочки и прикрепленных осцилляторов соответственно; β – коэффициент упрочняющей кубической составляющей жесткости. Для упрощения положим $c_1 = c_2 = c$. Уравнение (1) дополняется периодическими граничными условиями и начальными условиями: нулевые перемещения и случайные начальные некоррелированные скорости, соответствующие заданному профилю кинетической температуры, одинаковому для ФПУТ-цепочки и прикрепленных осцилляторов.

Рассмотрим бесконечное множество реализаций системы (1) со случайными начальными условиями. В процессе переноса тепловой энергии кинетические температуры ФПУТ-цепочки (T_{11}) и прикрепленных осцилляторов (T_{22}) различны, и выражения для них имеют вид:

$$k_B T_{11,j} = m_1 \langle \dot{u}_{1,j}^2 \rangle, \quad k_B T_{22,j} = m_2 \langle \dot{u}_{2,j}^2 \rangle. \tag{2}$$

Напишем также выражение для средней кинетической температуры:

$$T_j = \frac{1}{2} (T_{11,j} + T_{22,j}). \tag{3}$$

Рассмотрим случай гармонических межатомных взаимодействий ($\beta = 0$) и локализованное в нулевой ячейке тепловое возмущение. Аналитическое решение рассматриваемой задачи представлено в работе [5]. Как известно, в гармоническом кристалле тепловая энергия переносится невзаимодействующими волновыми пакетами (квазичастицами, фононами), то есть баллистически. Вклады акустических и оптических квазичастиц (фононов) в распространение тепловой энергии представлены на рис. 2.

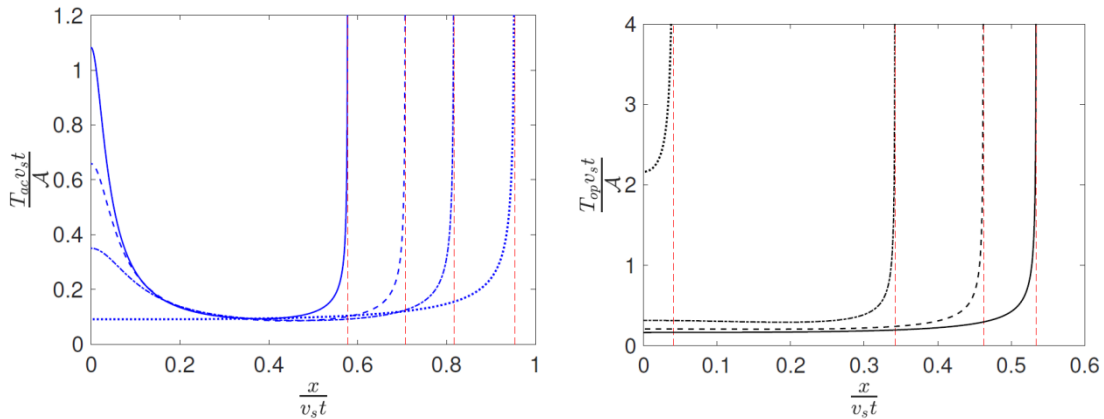


Рис. 2. Вклады акустических (слева) и оптических (справа) квазичастиц в распространение тепла при локализованном начальном возмущении при $m_2/m_1 = 2$ (сплошная линия), $m_2/m_1 = 1$ (пунктирная линия), $m_2/m_1 = 1/2$ (штрихпунктирная линия), $m_2/m_1 = 1/10$ (точечная линия)

Как видно из рисунка 2, вклад акустических квазичастиц при соотношении масс $m_2/m_1 = O(1)$ имеет максимум в окрестности $x = 0$. Это связано с высокой концентрацией квазичастиц с низкими групповыми скоростями. Также можно заметить, что при $m_2/m_1 \ll 1$ оптический волновой фронт существенно медленнее акустического.

Рассмотрим синусоидальное тепловое возмущение, которое, как правило, генерируется интерференцией двух лазерных лучей. Поскольку заданный начально синусоидальный профиль температуры остается синусоидальным в каждый последующий момент времени, целесообразно исследовать изменение во времени его амплитуды, в данном случае –

амплитуд кинетических температур β –ФПУТ цепочки и прикрепленных частиц. При анализе влияния нелинейности на затухание температурных профилей варьируется безразмерный коэффициент $\tilde{\beta}$, прямо пропорциональный β .

После задания синусоидального возмущения происходят два процесса, имеющих разный масштаб времени. Первый процесс – высокочастотные колебания температур вследствие конверсии части кинетической энергии в потенциальную (не рассматривается в настоящей работе), имеющий масштаб времени нескольких десятков периодов колебаний атома. Второй связан с затухающими их колебаниями, вызванными баллистическим переносом тепловой энергии; масштаб времени второго процесса прямо пропорционален времени пробегания волны через ячейку периодичности. Этот процесс наиболее характерен для гармонической модели (рис. 3).

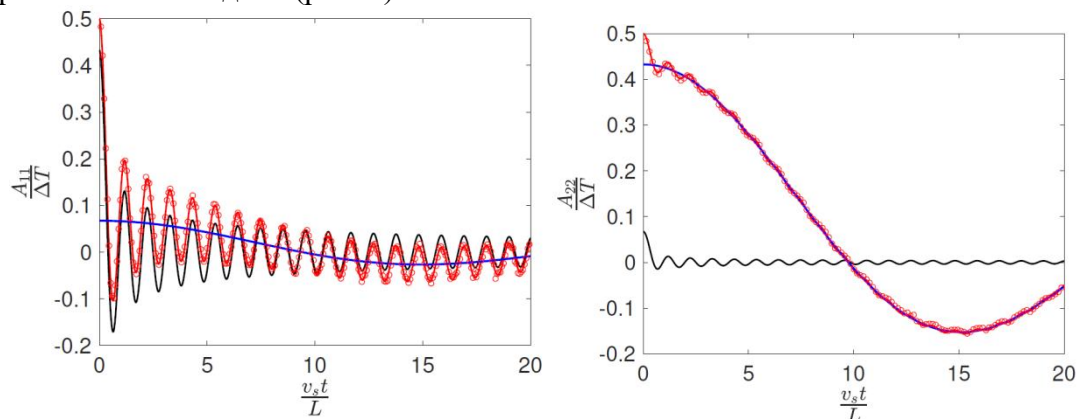


Рис. 3. Затухание амплитуд кинетических температур при $m_2/m_1 = 1/10$ и $\tilde{\beta} = 0$. Аналитическое решение (красная линия), численное решение (красные точки). Вклады акустических и оптических квазичастиц (черная и синяя линии соответственно).

Из рис. 2 видно, что кинетические температуры гармонических подрешеток в процессе баллистического переноса существенно отличаются. Более того, при малом соотношении масс m_2/m_1 вклад низкочастотных акустических квазичастиц дает высокочастотные колебания амплитуд и наоборот. Этому новому явлению дано названия «баллистическая инверсия спектров».

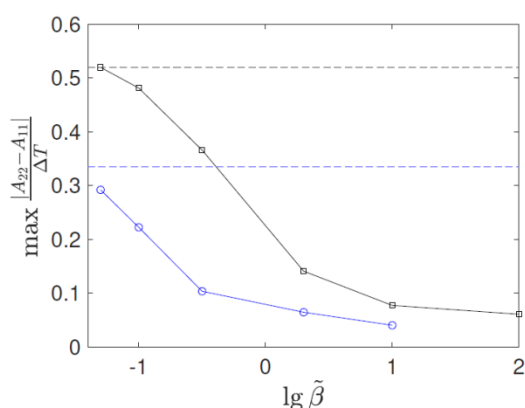


Рис. 4. Зависимость максимальной разницы кинетических температур от коэффициента нелинейности при $m_2/m_1 = 2$ (синие кружки) и $m_2/m_1 = 1/10$ (черные квадраты).

Хотя при слабонелинейных взаимодействиях ($\tilde{\beta} \ll 1$) качественные черты баллистического распространения тепла сохраняются: температуры значительно долгое время остаются различными и затухают так же колебательным образом, затухание

ускоряется из-за взаимодействия квазичастиц и дискретных бризеров. Увеличение нелинейного коэффициента $\tilde{\beta}$ приводит к третьему процессу, связанному с переходом из баллистического режима теплопереноса в аномальный диффузионный режим. При этом происходит постепенное выравнивание кинетических температур, хотя их разница в процессе смены режимов остается конечной (рис. 4).

Результаты настоящей работы были получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета им. Петра Великого. Авторы выражают благодарность В.Г. Хуверу, А.М. Кривоцову, А.В. Порубову и С.А. Щербинину за полезные обсуждения. Автор (С. Л.) выражает специальную благодарность метал-группе “Slayer”: композиции “Temptation” и “Spill the blood” послужили источником вдохновения и дополнительной мотивации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Indeitsev, D.A., Osipova, E.V. A two-temperature model of optical excitation of acoustic waves in conductors. Dokl. Phys., 62(3), 136–140 (2017)
2. Kannan, V., Dhar, A., Lebowitz, J.L. Nonequilibrium stationary state of a harmonic crystal with alternating masses. Phys. Rev. E 85, 041118 (2012)
3. Shah, T.N., Gajjar, P.N. Size dependent heat conduction in one-dimensional diatomic lattices. Commun. Theor. Phys., 65(4), 517–522 (2016)
4. Porubov, A.V., Grekova, E.F. On nonlinear modeling of an acoustic metamaterial, Mech. Res. Commun. Vol. 103, 103464 (2019)
5. Kuzkin, V.A. Unsteady ballistic heat transport in harmonic crystals with polyatomic unit cell. Continuum Mechanics and Thermodynamics, 31, 1573–1599 (2019).

УДК 519.65

Р.В. Рубинова

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого^(*)

РАДИАЛЬНЫЙ МЕТОД ЕСТЕСТВЕННОГО СОСЕДА

Введение. В геостатистике актуальной является задача анализа пространственных данных. Большинство существующих алгоритмов либо работают только для равномерных распределений, либо требуют больших вычислительных затрат. Другой недостаток – субъективность методов. Как отмечено в [1], выбор параметров, от которых зависит получающаяся модель, далеко не всегда может быть обоснован геологическими и математическими теориями, что приводит к результатам, противоречащим физике моделируемых процессов.

На определённом этапе анализа используются в том числе и методы интерполяции, результаты применения которых не всегда соответствуют физике пласта. В связи с этим, существует необходимость разработки нового алгоритма.

Постановка задачи. Согласно спектральному методу [2], характеристики 3D-резервуара могут быть представлены в виде разложения в ряд Фурье по ортонормированному базису. Коэффициенты разложения – суперпозиция поля средних значений и произведения шума и масштабирующей функции:

$$G(x, y, h) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i(x, y) \varphi_i(h) = \sum_{i=0}^{\infty} (a_i(x, y) + \sigma_i(x, y) \cdot \eta_i(x, y)) \varphi_i(h) \quad (1)$$

Эффективность месторождения оценивается через поле средних значений $a_i(x, y)$, которое не является средним в статистическом понимании этого слова. Следовательно, необходимо построить такую весовую функцию $w(x_i, x_j)$, что:

^(*) Р.В. Рубинова, rraisa@bk.ru

$$a_k(x_i) = \sum_{j=1}^N w(x_i, x_j) c_k(x_j) \quad (2)$$

где N – количество точек исходного набора, x_i – точка, в которой ищется значение средней функции, x_j – точка, значение коэффициента разложения в которой известно.

Метод естественного соседа. Условно алгоритмы интерполяции можно поделить на несколько категорий: методы, для которых вес определяется как функция расстояния между двумя точками; методы, основанные на физической природе оцениваемых величин; и «геометрические» методы.

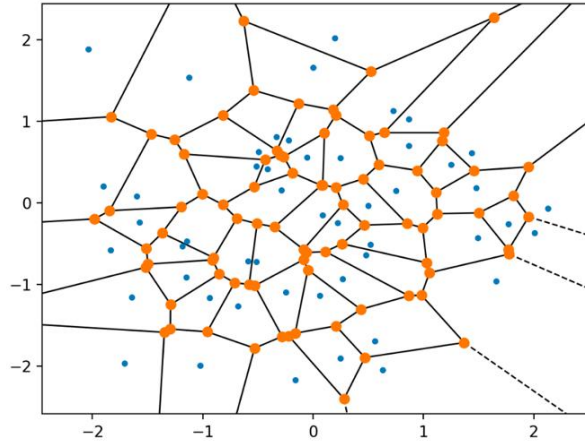


Рис. 1. Разбиение Вороного

В задаче геостатистического моделирования оптимальными являются алгоритмы последней категории, в частности метод естественного соседа [3], основанный на разбиении Вороного (рис. 1).

Введём множество точек $P = \{p_i\}_{i=1}^N$, в которых известны значения коэффициентов разложения (1). Тогда закон интерполяции в некоторой точке x определяется следующей формулой:

$$c_k(x) = \sum_{i=1}^{N_x} \frac{S(R_{p_i} \cap R_x)}{S(R_x)} c_k(p_i) \quad (3)$$

где R_{p_i} – ячейка Вороного для точки p_i , R_x – ячейка Вороного для точки x , суммирование ведётся по естественным соседям точки x .

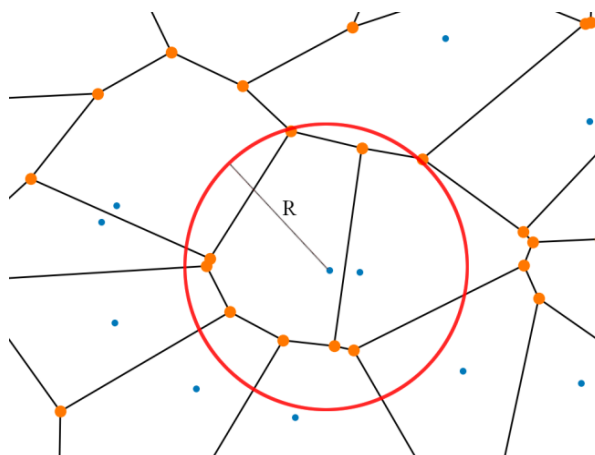


Рис. 2. Замена зоны влияния

Исходный алгоритм подразумевал исключительно интерполяцию величин, однако определение внешней прямоугольной границы позволило расширить область применения метода [4].

Результаты, получаемые в ходе использования метода естественного соседа, удовлетворяют геологическим законам взаимодействия. Тем не менее, алгоритм необходимо было модифицировать в соответствии с основной задачей.

Модификация зоны влияния. Для оценки средних значений, а не полного коэффициента разложения, было предложено рассматривать зону влияния добавленной точки в виде окружности радиуса R (рис. 2). Радиус определяется как расстояние до k -ого естественного соседа исследуемой точки. Эмпирически было установлено, что оптимальными являются значения $k=2-4$, однако стоит учитывать, что это значение зависит от геометрии рассматриваемого распределения пространственных данных.

После замены зоны влияния вводится модифицированная естественная координата:

$$\bar{w}_i(x) = \frac{s(R_{p_i} \cap C_x)}{s(C_x)}, \quad (4)$$

где R_{p_i} – ячейка Вороного для точки p_i , C_x – окружность с центром в точке x . Тогда

$$\tilde{c}_k(x) = \sum_{i=1}^{\tilde{N}_x} \bar{w}_i(x) \cdot c_k(p_i), \quad (5)$$

где суммирование идёт не только по естественным соседям, но и по другим точкам, модифицированная естественная координата которых не равна нулю.

Введение дополнительного веса. Предложенная модификация имеет как свои преимущества, так и недостатки. Разбиение Вороного строится с учётом расстояний между точками, чем оно больше, тем меньше область пересечения соответствующих ячеек. При переходе к окружности обратно пропорциональная зависимость модифицированной естественной координаты от расстояния не гарантирована. Чтобы обеспечить ожидаемое поведение, вводится дополнительный вес, зависящий от параметра α (рис. 3):

$$\bar{w}_i(d) = 1 + (\alpha - 1) \frac{d_i}{R} \quad (6)$$

где d – расстояние между двумя точками, R – радиус окружности, построенной вокруг рассматриваемой точки.

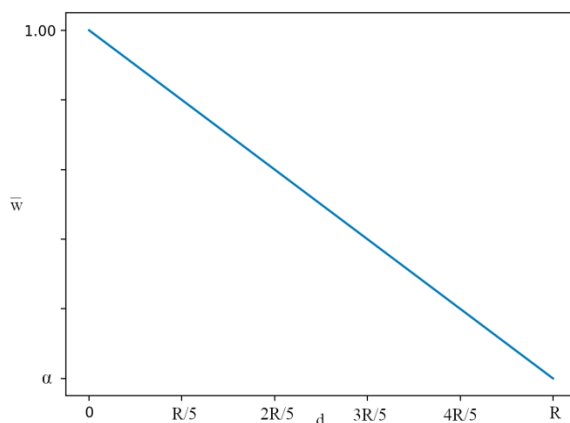


Рис. 3. Дополнительный вес

Параметр α зависит от особенностей исследуемого распределения и используемого радиуса и может принимать значения от 0 до 1 (значения больше 1 противоречат природе взаимосвязи пространственных данных). Чем больше значение α , тем больший вес имеет наиболее удалённая от точки часть окружности. Малые значения могут быть полезны при рассмотрении окружностей с большим радиусом.

Радиальный метод естественного соседа. В результате модификации исходного алгоритма интерполяции был разработан метод, получивший название радиального метода естественного соседа. Он состоит из нескольких этапов.

Этап 1. С учетом геометрии множества P выбираются параметры k и α . Для исходного множества точек строится разбиение Вороного, для точек множества Q , на котором необходимо провести оценку средних значений – окружности соответствующего радиуса.

Этап 2. Для каждой точки множества Q , значение $a_k(x_i)$ определяется по формуле (7):

$$a_k(x_i) = \sum_{j=1}^{N_i} \frac{s(R_{p_i \cap C_x})}{s(C_x)} \left(1 + (\alpha - 1) \frac{d_i}{R} \right) \sum_{i=1}^{N_x} \bar{w}_i(x) \cdot c_k(p_i) \quad (7)$$

Разработанный метод был проверен на реальных данных (рис. 4). Была рассмотрена функция плотности среды, разложенная в ряд Фурье согласно формуле (1). В качестве ортонормированного базиса были использованы полиномы Лежандра.

После оценки средних значений коэффициентов была построена карта эффективных толщин. Её анализ экспертами в области геологического моделирования показал, что разработанный алгоритм достоверно описывает геологические свойства. В частности, отсутствуют необоснованно высокие значения и резкие перепады.

Заключение. В ходе проделанной работы был разработан радиальный метод естественного соседа. Новый алгоритм был реализован на языке программирования Python и апробирован в ходе анализа результатов геологоразведочных работ. Полученные данные лишены противоречий физике пласта и с более высокой точностью позволяют оценить эффективность месторождения.

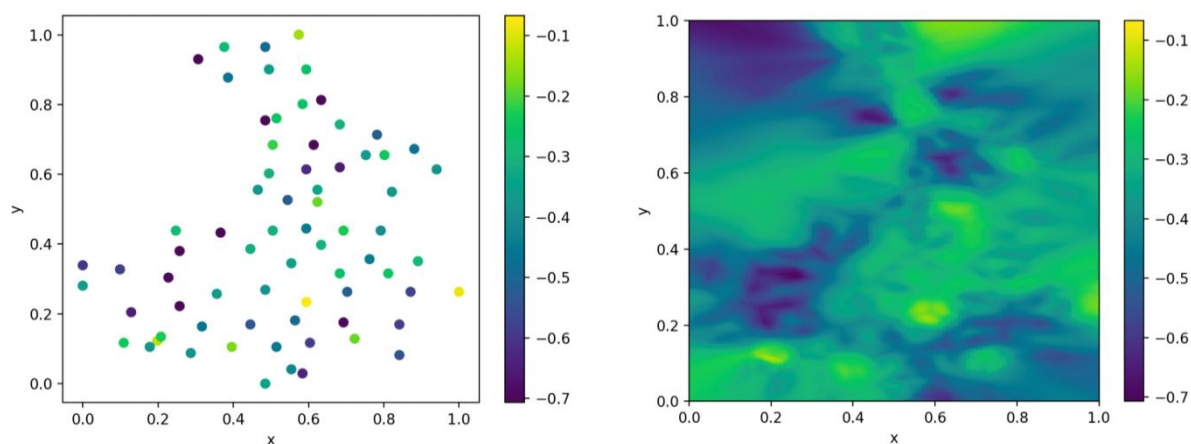


Рис. 4. Известные значения коэффициента и построенных на их основе средние значения

Важно отметить, что для каждой отдельной задачи анализа пространственных данных параметры k и α необходимо выбирать, основываясь на плотности исходного распределения точек, конкретных поставленных целей и эмпирических результатах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Байков В.А., Бакиров Н.К., Яковлев А.А. Новые подходы в теории геостатистического моделирования – Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета, 2010. – Т. 14. – №. 2 (37)
2. Перевертайло Т. Г., Геологическое моделирование месторождений нефти и газа. Раздел 3. Геостатистика. Принципы и методы геолого-математического моделирования. – Томск, 2015. – 28 с.
3. Sibson R. Brief description of natural neighbour interpolation – Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1980, Vol. 87 – p. 151 – 155
4. Рубинова Р. В., Интерполяция и экстраполяция методом естественного соседа – Неделя науки СПбПУ: материалы научной конференции с международным участием, 19 – 24 ноября 2018 г. Институт прикладной математики и механики. – СПб.: Политех-Пресс, 2018. – с. 71 – 74

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ «ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ В ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ И МЕДИЦИНСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ»

<i>Банников Е.В., Митранков Ю.М., Бердников Я.А.</i> Азимутальная анизотропия рождения π^0 мезонов в асимметричной системе столкновений Cu+Au	3
<i>Анцупов С.М., Бердников А.Я.</i> Особенности выделения $\Lambda(1520)$ в столкновениях Au+Au при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ	5
<i>Буланова С.А., Ким В.Т.</i> Возможности поиска Темного фотона в эксперименте FLAR на ускорителе Линак-200 (ОИЯИ, Дубна)	8
<i>Сергеев А.В., Ким В.Т.</i> Возможности поиска лёгких скалярных частиц в эксперименте FLAR на ускорителе Линак-200 (ОИЯИ, Дубна)	11
<i>Борисов В.С., Митранкова М.М.</i> $K^*(892)$ мезоны в легких взаимодействующих системах	14
<i>Митранкова М.М., Бердников Я.А.</i> Модельные расчеты для описания процессов рождения ϕ мезонов в малых системах столкновений	17
<i>Бердников Я.А., Митранков Ю.М., Синягин С.С.</i> Методы машинного обучения определения центральности в столкновениях ультрарелятивистских ядер	20
<i>Покидова М.В., Пуджа Д., Нарышкин Ю.Г.</i> Поиск частиц темной материи в канале topo-Z в эксперименте ATLAS	23
<i>Селезнев А.Д., Котов Д.О.</i> Спектры по поперечному импульсу η -мезонов в столкновениях гелий-золото при энергии $\sqrt{s}=200$ ГэВ/нуклон	26
<i>Арутюнова А.Ю., Маев Е.М.</i> Исследование комптоновского рассеяния на ядрах водорода и гелия	28
<i>Павздерин П.О., Митранкова М.М.</i> Конверсионный метод регистрации прямых фотонов, рожденных в столкновениях $^3\text{He}+\text{Au}$ при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ	31
<i>Музьяев Е.В., Бердников Я.А., Егоров А.Ю., Митранков Ю.М.</i> Кварк-дикварковая нуклонная модель в ультрарелятивистских столкновениях ядер	34
<i>Буданов Н.С., Кравченко П.В.</i> Получение чистых изотопных форм водорода и хроматографический анализ в эксперименте по поиску $d^3\text{He}$ синтеза	37
<i>Лосева О.В., Соловьев В.М., Нарышкин Ю.Г.</i> Измерение спиновых корреляций в процессе рождения пар t -кварк- t -антикварк в эксперименте ATLAS	40
<i>Митранков Ю.М., Бердников А.Я.</i> Эллиптические потоки ϕ мезонов в столкновениях тяжелых ионов	43
<i>Шевченко И.И., Ларионова Д.М.</i> Отношение выходов протонов к выходам π^+ -мезонов в Cu+Au столкновениях при энергии 200 ГэВ	45
<i>Лобанов А.А., Митранков Ю.М., Бердников А.Я.</i> Исследование рождения нейтральных π -мезонов в Au+Au столкновениях при энергии $\sqrt{(s_{NN})} = 200$ ГэВ в PУТНIA8/Angantyr	47
<i>Ларионова Д.М., Котов Д.О.</i> Динамика рождения заряженных адронов от малых к большим сталкивающимся системам	49
<i>Шаяхметова П.Р., Бакаев В.А., Червяков А.М.</i> Особенности планирования облучения на медицинском ускорителе электронов Varian TrueBeam	51
<i>Ларионов В.Е., Кравченко П.В.</i> Разработка и оптимизация источника атомарного поляризованного пучка в проекте по исследованию реакции ядерного dd-синтеза с поляризацией исходных частиц при энергиях до 100 кэВ (PolFusion)	54
<i>Рождественский А.Ю., Кравченко П.В.</i> Разработка системы сцинтилляционных детекторов для подавления космического излучения в рамках проекта по исследованию ядерного dd-синтеза с поляризацией исходных частиц при низких	

энергиях (PoIFusion) 57

СЕКЦИЯ «ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД И НАНОСТРУКТУР»

Веретенников А.И., Лубянкина Е.А., Редута И.В., Бабич Е.С. Разработка и исследование бирезонасных металлических наноструктур 61

Волков Д.А., Горбунова И.А., Сасин М.Э., Васютинский О.С. Исследование конформации кофермента NADH в растворах вода-этанол методом молекулярной динамики 64

Градусов И.А., Белик В.П., Бельтюкова Д.М., Данилова М.К., Васютинский О.С. Кинетика флуоресценции биологического коэнзима ФАД в водных растворах пропиленгликоля при возбуждении пикосекундными лазерными импульсами 66

Иванов А.А., Чалдышев В.В. Оптическое отражение резонансной брэгговской структурой с квантовыми ямами GaN/AlGaN 69

Лубянкина Е.А., Бабич Е.С. Анализ функции спектральной плотности мощности профиля поверхности металлической наноструктуры для оценки её усиления ГКР 72

Ризаев А.Э., Золотарев В.В., Слипченко С.О., Пихтин Н.А. Оптимизация конструкции полупроводниковых одномодовых РБЗ лазеров и исследование латеральной модовой селекции 75

Рыбкин А.Д., Шашкин И.С., Слипченко С.О., Пихтин Н.А. Исследование динамики разогрева активной области мощных полупроводниковых лазеров (1060 нм) со сверхширокой излучающей апертурой (800 мкм) 78

Яшков Д.В., Горбунова И.А., Сасин М.Э., Ведяйкин А.Д., Васютинский О.С. Исследование флуоресцентных свойств NADH-ADH в смеси естественных ферментативных комплексов методом флуоресцентной поляризационной спектроскопии с высоким временным разрешением 80

СЕКЦИЯ «ФИЗИКА ПЛАЗМЫ И КОСМОСА»

Шергин Д.А. Исследование колебаний потенциала плазмы при развитии альфвеновских собственных мод с помощью НВР-диагностики 84

Штырхунов Н.В., Сениченков И.Ю., Рожанский В.А., Молчанов П.А. Моделирование пристеночной плазмы токамака SFETR в режиме с излучающей X-точкой 86

Учаев М.В., Кропотина Ю.А. Переускорение протонов и электронов бесстолкновительными ударными волнами 89

Чирков Д.А., Кропотина Ю.А. Вопросы получения уравнения состояния электронов в бесстолкновительных ударных волнах с различными параметрами .. 93

Рошупкин С.П., Серов В.Д., Дубов В.В. Резонансный эффект рождения ультрарелятивистской электрон-позитронной пары двумя гамма-квантами в сильном монохроматическом электромагнитном поле 96

Корзуева В.В., Векшина Е.О., Рожанский В.А., Сениченков И.Ю., Кавеева Е.Г. Моделирование пристеночной плазмы токамака DEMO кодом SOLPS-ITER 99

Рошупкин С.П., Дубов А.В., Дубов В.В., Стародуб С.С. Резонансный спонтанный тормозной эффект ультрарелятивистских электронов на ядрах в сильном электромагнитном поле рентгеновского диапазона частот 102

Щепкин А.А., Павлов А.К., Остряков В.М. Влияние сверхновых звёзд на радиационный фон на земле 105

Кукушкин К.А., Яшин А.Ю., Хромов Н.А. Исследование нитевидных структур во время периферийных локализованных мод на токамаке Глобус-М2 108

Земляков Н.А., Чугунов А.И. Устойчивость сферических ядер во внутренней коре

нейтронных звезд	111
<i>Полетаева А.Г., Кавеева Е.Г., Рожанский В.А., Веселова И.Ю.</i> Модель для радиального распределения температуры электронов в обдирочном слое токамака, основанная на численном моделировании кодом SOLPS-ITER	114
<i>Барановский И.В., Рожанский В.А., Кобелев А.А.</i> Перенос в режимах с высокой столкновительностью в пристеночной плазме	117
<i>Долгова К.В., Векшина Е.О., Рожанский В.А.</i> Обнаружение режима «High Field Side High Density» на токамаке Глобус-М2	120
<i>Хавин В.Э., Трошин Г.А., Теплова Н.В., Гусаков Е.З., Лаишул С.И.</i> Численное моделирование нижнегибридного тока увлечения с помощью динамического кода FRTC и кода ASTRA	123
<i>Шандин В.А., Воскобойников С.П., Кавеева Е.Г., Рожанский В.А.</i> Моделирование динамических процессов в плазме токамака кодом SOLPS-ITER	126
<i>Белоусов Д.В., Павлов А.К., Цурков Д.А., Ломасов В.Н.</i> Радиационные эффекты во льду: возможный источник вспышек комет на больших расстояниях от солнца	128
<i>Рошупкин С.П., Дорошенко Д.В., Дубов В.В.</i> Резонансное рождение электрон-позитронных пар при столкновении ультрарелятивистских электронов с позитронами в сильном монохроматическом электромагнитном поле	131
<i>Ткаченко Д.Н., Горяинов В.Ю., Воронин А.В.</i> Исследование электронной температуры плазмы в токамаке фильтровым спектрометром.	134
 СЕКЦИЯ «ФИЗИКА ПРОЧНОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ МАТЕРИАЛОВ»	
<i>Боровская О.Д., Ушанова Э.А., Петров С.Н.</i> Выявление границ исходного аустенитного зерна в высокопрочных сталях методом EBSD-анализа	137
<i>Галяутдинова А.Р., Смирнов С.А., Беляев А.К.</i> Уравнение диффузии водорода во вращающемся цилиндрическом упругом теле, находящемся под действием контактных напряжений	140
<i>Петров Д.А., Гуткин М.Ю., Колесникова А.Л.</i> Краевая дислокация в упругом шаре	143
<i>Храмов А.С., Красницкий С.А.</i> Кинетика эволюции внутренней полости в икосаэдрических частицах	146
<i>Матвиенко А.Н.</i> Классификация изомеров фуллерена	149
<i>Михеев Д.С., Гуткин М.Ю., Колесникова А.Л., Романов А.Е.</i> Круговые призматические петли дислокаций несоответствия в сферической композитной наночастице с ядром в форме усеченного шара	152
 СЕКЦИЯ «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»	
<i>Жуков А.К., Крашенинников С.В.</i> Разработка сервиса для анализа и визуализации данных по российскому сегменту рынка труда в сфере IT	154
<i>Курносов Д.А., Баженов А.Н.</i> Регуляризация в задаче построения регрессии по данным с интервальной неопределенностью	157
<i>Курова А.Н., Гурский В.В., Суркова С.Ю., Самсонова М.Г.</i> Моделирование формирования периодического паттерна глазного диска дрозифилы	160
<i>Баженов А.Н., Жуйци Ли</i> Реализация модуля работы с твинной арифметикой по нестерову	163
<i>Мальшиева В.Н., Павлов В.А.</i> Применение сверточных нейронных сетей для идентификации личности по электрокардиограмме	166
<i>Смольский М.Л., Баженов А.Н.</i> Метод распознающего функционала для решения интервальной линейной задачи о допусках как задача линейного программирования	168

<i>Баженов А.Н., Суханов Н.В.</i> Трехмерная реконструкция светимости плазмы для сферического токамака	171
<i>Баженов А.Н., Яворук Т.О.</i> Интерпретация формальных решений интервальной системы алгебраических уравнений	174

СЕКЦИЯ «МЕХАНИКА И ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ»

<i>Барынкин И.С., Смирнов А.С.</i> Построение математической модели активного экзоскелета нижних конечностей	178
<i>Болотова В.К., Красницкий С.А.</i> Конечно-элементное исследование коэффициента осевой нагрузки разъемного соединения пружин с плоскими приварными фланцами	181
<i>Булов С.А., Смирнов А.С.</i> Управление формами колебаний трехзвенного маятника	184
<i>Варшавчик Е.А., Полянский В.А.</i> Многоканальная диффузия в модели МакНабба и Фостера	187
<i>Гордеев А.Н., Михайлов А.А., Антонова О.В.</i> Исследование влияния формы контура интегрирования на характер поведения значений J-интеграла на примере термомеханически нагруженного тела с краевой трещиной	190
<i>Дегилевич Е.А., Смирнов А.С.</i> Динамика конечномерных моделей цепного маятника с упруго-подвижной точкой подвеса	193
<i>Ильин А.А., Красницкий С.А.</i> Конечно-элементный анализ податливости цилиндрических оболочек под действием сосредоточенных нагрузок	196
<i>Карасева У.П., Фрейдин А.Б.</i> Сравнительный анализ релаксации напряжений в линейной и нелинейных моделях вязкости	199
<i>Кравчинский И.А., Смирнов А.С.</i> Устойчивость плавания судна с сечением в форме параболического сегмента	202
<i>Муртазин И.Р., Семенов А.С.</i> Влияние анизотропии упругих свойств кристаллитов на неупругое деформирование поликристаллического никеля	205
<i>Мамин А.В., Михайлов А.А.</i> Численное моделирование падения сферы в воду на основе метода Лагранжа-Эйлера	208
<i>Пашковский Д.М., Фролова К.П., Вильчевская Е.Н.</i> Диффузионные свойства материала с неоднородностями эллипсоидальной формы	212
<i>Петров Р.И., Сперанский М.М., Семенов А.С.</i> Определение эффективных упругих свойств композиционного материала толкающего винта беспилотного летательного аппарата на основе экспериментальных и расчетных исследований. .	215
<i>Прихна Д.О., Семенов А.С.</i> Влияние пористости керна на его упругие и упругопластические свойства	218
<i>Рублев И.А., Королёв И.К., Фрейдин А.Б.</i> Одномерная задача о распространении фронта химической реакции в упругом теле	221
<i>Савиковский А.В., Семенов А.С.</i> Влияние анизотропных упругих свойств на раскрытие наклонной трещины при различных углах ее наклона	224
<i>Свириденко М.Р., Семенов А.С.</i> Нейросетевые технологии определения напряженного состояния композиционного материала с включениями	227
<i>Семенова А.А., Грищенко А.И.</i> Ориентационные зависимости пластической деформации монокристаллических сплавов на никелевой основе	230
<i>Скутин Н.В., Лобанов С.М., Семенов А.С.</i> Влияние топологии доменной структуры сегнетоупругого материала на анизотропию гистерезисного поведения при растяжении-сжатии	233

<i>Смирнов С.А., Галяутдинова А.Р., Беляев А.К.</i> Численное решение уравнения диффузии водорода во вращающихся цилиндрических упругих телах, подверженных сжатию распределенными силами	236
<i>Стронгин П.Я., Яковис Л.М.</i> Расчет параметров тестовых воздействий при идентификации моделей объектов управления	239
<i>Суворов В.А., Мельников Б.Е.</i> Оптимизация конструкции судового крана-манипулятора из полимерных композиционных материалов	242
<i>Удовенко С.А., Вахрушев С.Б., Филимонов А.В., Чернышов Д.Ю.</i> Система для одновременного приложения одноосной деформации и электрического поля к образцам в широком температурном интервале для рентгеноструктурных измерений	245
<i>Усманов А.Р., Модестов В.С.</i> Определение центробежных нагрузок, вызванных разнотолщинностью валов	248
<i>Федоренко Р.В., Лукин А.В.</i> Анализ потери устойчивости элементов конструкций в условиях накопления пластических деформаций и ползучести	251
<i>Хорев А.А., Яковис Л.М.</i> Робастно-адаптивное управление на основе анализа случайных колебаний выходных переменных	254
<i>Шаделко Ф.В., Жадковский А.А., Модестов В.С.</i> Конечно-элементное исследование термонапряженного состояния массивных конструкций в процессе бетонирования	257
<i>Шевченко С.А., Мельников Б.Е.</i> Об учете несовершенств в математической модели резонатора волнового твердотельного гироскопа	260
<i>Ястребов Н.К., Суханов А.А.</i> Оптимальное предварительное разбиение графа при решении задачи коммивояжера высокого порядка	263

СЕКЦИЯ «ГИДРОАЭРОДИНАМИКА, ГОРЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН»

<i>Адиатуллин В.Р., Булович С.В.</i> Математическая модель дифференциального дрейфового спектрометра	266
<i>Бабич Е.В., Филатова А.В., Колесник Е.В.</i> Картина вязко-невязкого взаимодействия при сверхзвуковом обтекании симметричного препятствия с разной формой передней кромки	269
<i>Борисов Д.В., Калаев В.В., Смирнов Е.М.</i> Моделирование турбулентного теплообмена при свободноконвективном движении жидкостей с низким числом Прандтля	272
<i>Голубков В.Д., Гарбарук А.В.</i> Численное моделирование турбулентного течения во вращающемся канале прямоугольного сечения с поворотом на 90°	275
<i>Горбачева В.Н., Панов Д.О., Смирнов Е.М.</i> Расчет трехмерного течения и гидравлических потерь во вращающемся крутоизогнутом U-образном канале при варьировании ориентации канала и геометрии внутренней стенки	278
<i>Игнатенко В.А., Базаревский Д.С., Смирновский А.А.</i> Чувствительность ростовых процессов в горизонтальном CVD реакторе к неоднородностям подачи реагентов	282
<i>Булович С.В., Игнатьев И.А.</i> Численное решение системы уравнений многофазных потоков с общим давлением в баротропном приближении на основе схемы с повышенным порядком точности	285
<i>Подмаркова А.Д., Засимова М.А., Иванов Н.Г., Марков Д.</i> Численное моделирование воздухораспределения в климатической камере	288
<i>Садикова Е.В., Снегирёв А.Ю.</i> Распространение ламинарного пламени по поверхности горючего материала	291
<i>Степашева Е.Д., Засимова М.А.</i> Численное исследование автоколебаний при	

истечении плоской неизотермической воздушной струи в ограниченное пространство	294
<i>Федорова Т.А., Снегирёв А.Ю.</i> Диффузионное горение в невесомости: анализ экспериментальных данных и численное моделирование	297
<i>Филатова А.В., Бабич Е.В., Колесник Е.В.</i> Оценка эффективности метода искусственной вязкости для подавления ударно-волновой неустойчивости при решении задачи обтекания цилиндра на неструктурированных сетках	300
<i>Шерстобоев Ю.В., Борисов Д.В., Калаев В.В., Смирнов Е.М.</i> ILES и RANS моделирование течения в цилиндрической полости при определяющей роли крупномасштабных тороидальных вихрей	303
<i>Шекелашвили С.Т., Забелло К.К., Щур Н.А., Смирновский А.А.</i> Апробация одного алгоритма деформации неструктурированной расчётной сетки на задаче об автоколебаниях цилиндра в однородном потоке	306

СЕКЦИЯ «БИОМЕХАНИКА»

<i>Мальсагова Л.В., Сеницына Д.Э.</i> Отработка технологии изготовления упругих моделей кровеносных сосудов в гидродинамическом эксперименте	309
<i>Мизинцева А.А., Сеницына Д.Э.</i> Экспериментальное исследование структуры течения за односторонним стенозом ультразвуковым доплеровским методом	312
<i>Сеницына Д.Э.</i> Численное исследование влияния пространственной кривизны сосудистого русла на вихревую структуру в бифуркации брюшной аорты	315
<i>Маринова А.А., Иванова Я.Ф., Гатаулин Я.А.</i> Численное исследование рециркуляционной зоны в модели анастомоза бедренной артерии	319
<i>Иванова Я.Ф., Юхнев А.Д., Тихомолова Л.Г., Смирнов Е.М., Врабий А.А.</i> Пациент-ориентированные расчеты кровотока при бедренно-подколенном шунтировании ..	322
<i>Стош А.О.</i> Особенности численного моделирования течения крови в аорте с сужением артериального протока. Коарктация аорты	324
<i>Никитин Е.Д., Гатаулин Я.А., Юхнев А.Д., Росуховский Д.А.</i> Численное исследование течения в венозном клапане под действием импульсного обратного перепада давления	327
<i>Тихомолова Л.Г.</i> Исследование структуры пульсирующего течения в модели ответвления протеза от бедренной артерии методом ультразвуковой векторной визуализации	331

СЕКЦИЯ «МНОГОМАСШТАБНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА И КОНВЕРСИИ ЭНЕРГИИ»

<i>Борисенков Б.С.</i> Прохождение волн через интерфейс в составном кристалле	335
<i>Груздев И.Е.</i> О распространении энергии в одномерном кристалле с чередованием масс	338
<i>Кондратенко Ф.И.</i> Исследование процесса переноса энергии в одномерном кристалле с чередованием масс	340
<i>Ляжков С.Д., Кузькин В.А.</i> Двухтемпературный перенос тепловой энергии в β – ФПУТ цепочке с прикрепленными массами	342
<i>Рубинова Р.В.</i> Радиальный метод естественного соседа	345

НЕДЕЛЯ НАУКИ ФИЗМЕХ

Сборник статей
Всероссийской научной конференции

4–9 апреля 2022 года

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, т. 2; 95 3004 – научная и производственная литература

Подписано в печать 11.11.2022. Формат 60×84/16. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 22,25. Тираж 40. Заказ 4864.

Отпечатано с готового оригинал-макета,
предоставленного организационным комитетом конференции,
в Издательско-полиграфическом центре Политехнического университета.
195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
Тел.: (812) 552-77-17; 550-40-14.