

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»**

На правах рукописи



**Смирнов Сергей Игоревич**

**Численное моделирование турбулентной свободной конвекции в  
цилиндрических емкостях, включая эффекты вращения и сопряженного  
теплообмена**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург – 2020

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого».

**Научный руководитель:** Смирнов Евгений Михайлович, доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики СПбПУ.

**Официальные оппоненты:**

Шеремет Михаил Александрович, доктор физико-математических наук, доцент, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет», заведующий лабораторией.

Калаев Владимир Владимирович, кандидат физико-математических наук, АО «Группа СТР», технический директор.

**Ведущая организация:**

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт проблем безопасного развития атомной энергетики Российской академии наук».

Защита состоится 15 декабря 2020 г. в 16 часов на заседании диссертационного совета У.01.02.05 ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» по адресу: г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, корпус 1, 3й этаж, ауд. 348-8.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке СПбПУ.

Автореферат разослан «    » ноября 2020 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
кандидат физико-математических наук



Гусева Е.К.

## Общая характеристика работы

### Актуальность работы

Свободноконвективные течения, возникающие вследствие пространственной неоднородности плотности в полях массовых сил, уже на протяжении многих лет привлекают внимание исследователей. Это вызвано широким распространением таких течений в ряде технических приложений, в частности, при производстве полупроводниковых материалов (выращивание кристаллов из расплава по методу Чохральского), в ядерной энергетике при использовании жидкометаллических теплоносителей, в системах охлаждения электроники, утилизации солнечной энергии и т.п. Исследование свободноконвективных течений имеет и существенное фундаментальное значение (например, такие течения реализуются в океанах и внешнем ядре Земли, в атмосферах планет и т.п.).

Классической модельной задачей свободной конвекции в поле силы тяжести является течение в плоском горизонтальном слое жидкости, подогреваемом снизу и охлаждаемом сверху – так называемая конвекция Рэлея-Бенара (КРБ). Однако в современной литературе под КРБ понимают конвекцию не только в горизонтальном слое, но также и в подогреваемых снизу замкнутых емкостях различной геометрии. В диссертационной работе рассматривается КРБ в цилиндрической емкости.

Характерной особенностью конвективного течения в цилиндрической емкости является наличие крупных вихревых структур, которые формируют так называемую крупномасштабную циркуляцию (КМЦ). В случае емкости единичной высоты, по отношению к диаметру, КМЦ представляет из себя единичный вихрь, особенностью которого является способность время от времени совершать случайные перемещения (осцилляции) в азимутальном направлении. Азимутальные перемещения КМЦ подвержены влиянию внешних сложно контролируемых факторов, в качестве которых в экспериментальных исследованиях могут выступать: некоторая неоднородность подогрева стенок, несовершенство геометрии стенок, слабые вибрации под действием внешних возмущений и т.д. Азимутальная неустойчивость КМЦ проявляется и при численном моделировании, где в качестве «слабых» факторов, влияющих на индивидуальный характер конвекции в емкости, выступают несимметричность расчетной сетки и особенности реализации численного алгоритма. До настоящего времени расчетным исследованиям влияния «слабых» внешних факторов на турбулентную КРБ в цилиндрической емкости уделялось мало внимания.

Перемещения КМЦ в азимутальном направлении затрудняют процесс получения статистических данных о трехмерной структуре КМЦ и локальных характеристик

турбулентного переноса. Ситуация улучшается, если искусственно ввести некоторый стабилизирующий внешний фактор, посредством которого КМЦ оказывается «зафиксированной» в определенном азимутальном положении. Например, в ряде экспериментальных работ было показано, что наклон емкости на небольшой угол (порядка  $1^0$ ) практически полностью «фиксирует» КМЦ в определенном положении. Систематические численные исследования, направленные на получение и анализ статистических данных для КМЦ в слабо наклоненной цилиндрической емкости при существенно различных числах Прандтля, в литературе практически не представлены.

Одним из вопросов, который до настоящего времени также остается мало исследованным, является влияние кондуктивного теплопереноса в ограничивающих жидкую область горизонтальных стенках на турбулентный теплообмен в емкости. Представляется, что наиболее существенным оно может оказаться в тех случаях, когда теплопроводности жидкости и твердых стенок оказываются сопоставимыми.

В связи с широким распространением КРБ в природе и технике, еще одной важной задачей является исследование влияния вращения емкости на структуру течения и теплоотдачу. Причем, если для воды и воздуха накоплен большой объем экспериментальных и расчетных данных, то число работ, в которых изучается поведение жидкометаллических теплоносителей во вращающихся емкостях относительно мало, особенно в отношении постановок с учетом влияния кондуктивного теплопереноса в горизонтальных стенках конечной толщины.

### **Цели работы:**

- применение различных вычислительных подходов для численного моделирования турбулентных режимов свободной конвекции Рэлея-Бенара в стационарной и вращающейся цилиндрической емкости при различных значениях определяющих параметров задачи (числах Прандтля, Рэлея и Россби);
- численное исследование влияния «слабых» внешних факторов (наклон емкости, неоднородность нагрева горизонтальной стенки, структура вычислительной сетки) на поведение КМЦ в стационарной емкости;
- получение по методу прямого численного моделирования статистических данных о трехмерной структуре КМЦ, локальных и интегральных характеристик турбулентного переноса в случае конвекции, развивающейся в слабо наклоненной цилиндрической емкости;
- исследование возможностей полуэмпирических RANS моделей турбулентности разного уровня сложности по предсказанию статистических характеристик турбулентной КРБ в слабо наклоненной емкости;
- численное исследование влияния кондуктивного теплопереноса в горизонтальных стенках конечной толщины на структуру турбулентной конвекции ртути и

конвективный теплоперенос в стационарной и вращающейся цилиндрической емкости;

- получение новых расчетных данных о влиянии числа Прандтля на перестройку структуры турбулентной КРБ и изменениях в интегральной теплопередаче с ростом интенсивности вращения цилиндрической емкости.

### **Научная новизна работы**

1) Численно исследовано стабилизирующее действие слабого наклона оси емкости и неоднородности нагрева нижней стенки на азимутальную ориентацию глобального конвективного вихря (КМЦ), присущего турбулентной конвекции Рэлея-Бенара в стационарной цилиндрической емкости единичной высоты.

2) Посредством прямого численного моделирования турбулентной конвекции в слабо наклоненной цилиндрической емкости, заполненной водой или ртутью, получен и проанализирован большой объем статистических данных о трехмерной структуре КМЦ, полям рейнольдсовых напряжений и турбулентного потока тепла. Полученные статистические данные применены в качестве тестовых для оценки возможностей двух популярных, разного уровня сложности RANS моделей турбулентности по предсказанию локальных и интегральных характеристик турбулентной конвекции с определяющей ролью КМЦ.

3) На основе вихреразрешающего подхода исследовано влияние нестационарного кондуктивного теплопереноса в разнонагретых горизонтальных стенках конечной толщины на структуру турбулентной конвекции ртути и интегральный конвективный теплоперенос в цилиндрической емкости, включая случай её вращения вокруг собственной оси.

4) Получены новые расчетные данные о влиянии числа Прандтля на характер изменений в интегральной теплопередаче и общую перестройку структуры турбулентной КРБ с ростом интенсивности вращения емкости единичной высоты.

### **Достоверность полученных результатов**

Расчеты проведены с использованием разработанного в СПбПУ программного кода SINF/Flag-S, обстоятельно верифицированного посредством сопоставления результатов решения большого числа задач с представленными в литературе аналитическими и надежными численными решениями, а также в ходе кросс-верификационных расчетов с применением лицензионных программных гидродинамических пакетов общего назначения.

Полученные в работе результаты численного исследования турбулентной конвекции Рэлея-Бенара в стационарной вертикально ориентированной емкости хорошо согласуются с расчетными данными других авторов, представленными в литературе для

схожих условий. Результаты расчета интегральной теплоотдачи при конвекции ртути в емкости, вращающейся с различной угловой скоростью находятся в хорошем соответствии с опубликованными экспериментальными данными.

### **Практическая ценность работы**

Опыт применения различных подходов к численному моделированию турбулентной конвекции жидкости в цилиндрических емкостях может быть использован при разработках расчетных методик разного уровня сложности, предназначенных для предсказания характеристик теплообмена в емкостях сложной формы, типичных для реальных теплообменных устройств.

Результаты настоящих расчетов с учетом эффектов сопряженности теплообмена и вращения емкости могут быть использованы, в частности, при отработках методов численного моделирования гидродинамики и теплообмена в установках для выращивания кристаллов полупроводников по методу Чохральского.

Данные о полях рейнольдсовых напряжений, полученные по методу прямого численного моделирования для случая конвекции с КМЦ в слегка наклоненной полости могут быть использованы в исследованиях, направленных на тестирование различных полуэмпирических моделей турбулентности.

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1) Результаты численного моделирования турбулентных режимов свободной конвекции Рэлея-Бенара в стационарной и вращающейся цилиндрической емкости при различных значениях определяющих параметров задачи (числах Прандтля, Рэлея и Россби) с использованием различных вычислительных подходов.

2) Результаты численного исследования возможности азимутальной «фиксации» КМЦ посредством слабого наклона емкости или введения неоднородности нагрева горизонтальной стенки.

3) Статистические данные о трехмерной структуре КМЦ, локальные и интегральные характеристики турбулентного переноса в случае конвекции ртути или воды, развивающейся в слабо наклоненной цилиндрической емкости.

4) Результаты численного исследования влияния кондуктивного теплопереноса в горизонтальных стенках конечной толщины на конвективный теплоперенос при КРБ ртути в стационарной или вращающейся цилиндрической емкости.

5) Расчетные данные о влиянии числа Прандтля на перестройку структуры турбулентной КРБ и изменение в интегральной теплопередаче с ростом интенсивности вращения цилиндрической емкости.

## Апробация работы

Основные результаты работы были представлены на следующих российских и международных конференциях и семинарах: XVI Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование» (Саров, 2016); XX Зимняя школа по механике сплошных сред (Пермь, 2017); XXI школа-семинар молодых ученых и специалистов под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева (Санкт-Петербург, 2017); Научно-техническая конференция «Проблемы применения и верификации CFD кодов в атомной энергетике» (Нижний Новгород, 2018); Седьмая Российская Национальная конференция по теплообмену (РНКТ-7) (Москва, 2018); XLVII Неделя науки СПбПУ (Санкт-Петербург, 2018); Доклад на видеосеминаре по аэромеханике ЦАГИ – ИТПМ СО РАН – СПбПУ – НИИМ МГУ (Санкт-Петербург, 2018); IV Всероссийская научная конференция «Теплофизика и физическая гидродинамика» с элементами школы молодых ученых (Ялта, 2019).

## Публикации по теме работы и личный вклад автора

Основные результаты исследований опубликованы в 7 работах, включая 4 статьи, опубликованные в изданиях из списка ВАК [1, 2, 6, 7], в том числе 2 статьи, индексируемые в базах Web of Science [7] и Scopus [6], а также 3 статьи в трудах конференций различного уровня [3–5].

Все представленные расчеты выполнены лично автором диссертации. Автором были разработаны отдельные компоненты программного кода SINF/Flag-S с целью учета действия массовых сил, а также ряд процедур для вычисления статистических данных.

## Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, состоящего из 144 наименований, и приложения. Работа изложена на 153 страницах текста, включая 11 таблиц и 96 рисунков.

## Содержание работы

Во **Введении** обоснована актуальность темы, ее научная и практическая значимость, сформулированы цели и основные задачи исследования.

В **первой главе** представлен обзор экспериментальных и вычислительных работ, посвященных исследованию КРБ в цилиндрических емкостях. В **параграфе 1.1** рассмотрены исследования КРБ в стационарных, вертикально ориентированных цилиндрических емкостях, направленные, главным образом, на определение интегрального теплосъема со стенок. В **параграфе 1.2** представлен обзор работ,

посвященных исследованию азимутальной неустойчивости структуры конвекции в емкости – глобального конвективного вихря (крупномасштабной циркуляции, КМЦ), а также возможности подавления данной неустойчивости путем наклона контейнера на небольшой угол по отношению к вектору гравитации. Далее приведен литературный обзор работ по исследованию влияния на КРБ кондуктивного теплопереноса в стенках, ограничивающих жидкую область, (**параграф 1.3**) и вращения емкости (**параграф 1.4**). В **параграфе 1.5** дан краткий обзор работ, в которых применяются разные подходы к численному моделированию турбулентных конвективных течений: прямое численное моделирование (DNS), «недоразрешенный» DNS (Implicit LES, ILES), где роль физической диссипации на малых масштабах выполняют диссипативные свойства численной схемы, и метод решения осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (RANS).

Во **второй главе** описана общая постановка задачи и численный метод. В **параграфе 2.1** охарактеризованы расчетные области, соответствующие канонической постановке (рис. 1,*а*), задаче сопряженного теплообмена (рис. 1,*б*) и случаю слегка наклоненной емкости (рис. 1,*в*). В этом же параграфе приводятся решаемые уравнения, а также граничные и начальные условия.

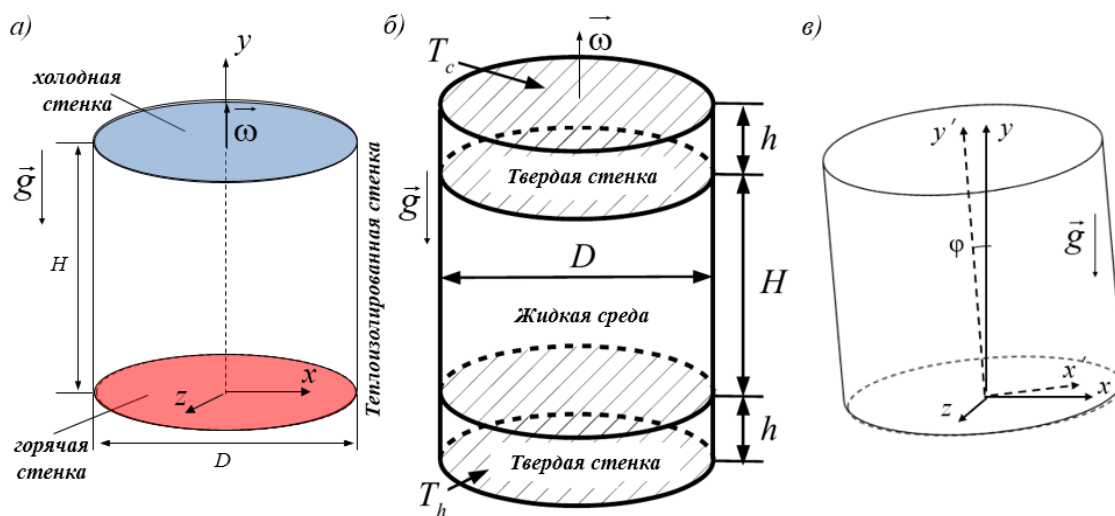


Рис. 1. Схемы расчетных областей: *а*) каноническая постановка, *б*) постановка сопряженной задачи, *в*) случай наклоненной емкости.

В общем случае в качестве геометрического параметра цилиндрической емкости выступает отношение ее диаметра к высоте  $\Gamma = D/H$ . В данной диссертационной работе рассматривался случай  $\Gamma = 1$  (емкость единичной высоты).

Конвективное движение жидкости описывается системой уравнений, включающей уравнение неразрывности, уравнения Навье-Стокса, записанные в приближении Буссинеска для учета эффектов плавучести, и уравнение переноса тепла. В случае сопряженной задачи уравнение переноса тепла решалось также и для твердых



стенок. В этом случае на внешних поверхностях верхней и нижней стенок задавались постоянные температуры (нижняя стенка имела более высокую температуру, чем верхняя). В случае решения несопряженной задачи постоянные температуры задавались непосредственно на поверхностях стенок, находящихся в контакте с жидкостью. Исключение составляли расчеты с заданием неоднородного распределения температуры на нижней стенке по следующему закону:  $T = T_h + \Delta \cdot \sin[(2/3)\pi x/D]$ , где  $\Delta$  – общее изменение температуры на стенке вдоль оси  $x$ . Цилиндрическая поверхность полагалась адиабатической.

В случае несопряженной задачи о КРБ в стационарной емкости определяющими параметрами являются число Прандтля  $Pr = \mu C_p / \lambda$  и число Рэлея  $Ra = Pr \cdot (g\beta \Delta T H^3 / \nu^2)$ , где  $\Delta T$  – разница температур горячей и холодной стенок ( $\Delta T = T_h - T_c$ ).

При сопряженном теплообмене (рис. 1,б) конвекция в емкости фактически определяется значением эффективного числа Рэлея,  $Ra_{eff}$ , которое строится по перепаду осредненных по поверхности и времени температур на границах раздела сред,  $\Delta T_{eff}$ , и вычисляется по формуле:  $Ra_{eff} = Pr \cdot (g\beta \Delta T_{eff} H^3 / \nu^2)$ . Эффективное число Рэлея вычислялось после завершения расчетов, проводимых в сопряженной постановке. Масштабное число Рэлея, построенное по перепаду температур на внешних стенках, подбиралось итерационно (методом половинного деления) таким образом, чтобы  $Ra_{eff}$  практически равнялось некоторому значению,  $Ra$ , задаваемому при решении несопряженной задачи (в настоящих расчетах отличие между  $Ra_{eff}$  и  $Ra$ , задаваемым в несопряженной постановке составляло не более 1%).

В качестве материала твердых стенок в сопряженной постановке была выбрана сталь.

Расчеты турбулентной КРБ во вращающейся емкости (рис. 1,а,б) проводились для условий, когда эффекты плавучести в поле центробежной силы пренебрежимо малы по сравнению с гравитационными. В этих условиях появляется лишь один дополнительный параметр подобия – число Россби  $Ro = (g\beta \Delta T H)^{0.5} / (2\omega H)$  ( $Ro_{eff}$  в сопряженной постановке).

В параграфе 2.2 представлен реализованный в «конечно-объемном» программном коде SINF/Flag-S (оперирует неструктурированными сетками), численный метод решения нестационарных уравнений движения (метод дробных шагов) в декартовой системе координат, описаны основные вычислительные аспекты задачи (общий вид расчетной сетки, схемы аппроксимации конвективных и диффузионных слагаемых и т.д.).

В работе использовались расчетные сетки, состоящие из гексагональных элементов. Общий вид распределения ячеек в различных сечениях представлен на рис. 2. Сетки сгущались к стенкам и границам раздела сред (размер пристенного элемента составлял величину порядка  $10^{-4}H$ ). Характерной особенностью сеток в горизонтальных

плоскостях являлось наличие «неструктурированной» (асимметричной) области в центре емкости и «структурированной» области вблизи боковой стенки (рис. 2, б, в).

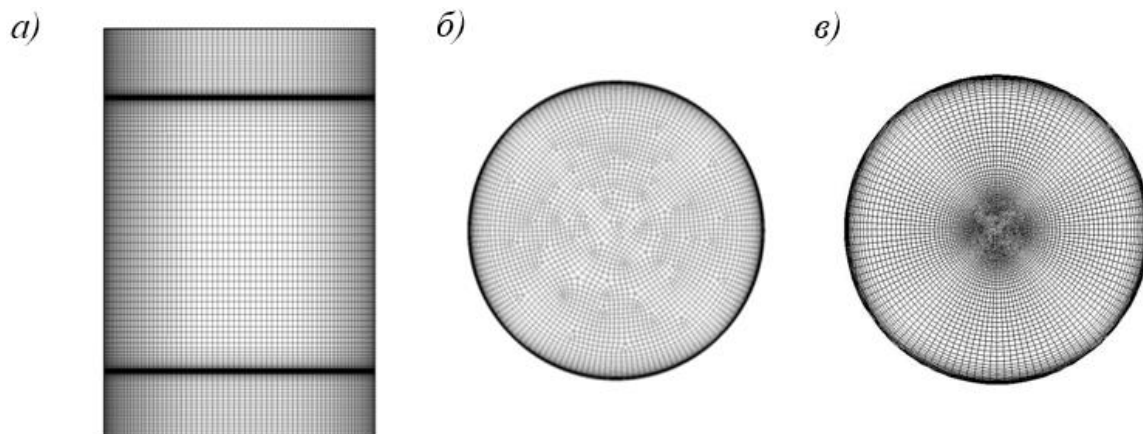


Рис. 2. Вычислительные сетки в а) центральном вертикальном сечении (в случае сопряженного теплообмена к жидкому слою примыкают сверху и снизу твердые блоки), б), в) среднем по высоте поперечном сечении емкости с различным размером центральной «неструктурированной» области: б)  $0.8D$ , в)  $0.3D$ .

**Третья глава** посвящена представлению результатов расчетов турбулентной КРБ в стационарной вертикальной или слегка наклоненной цилиндрической емкости, без учета влияния кондуктивного теплопереноса в твердых стенках. Параметрические расчеты проводились при числах Прандтля  $Pr = 0.025, 0.7, 6.4$  и значениях числа Рэлея, изменяющихся в диапазоне  $10^6 \leq Ra \leq 10^8$  (интервал изменений числа Грасгофа составлял  $1.6 \cdot 10^5 \leq Gr \leq 4 \cdot 10^9$ ). В зависимости от целевой направленности выполняющихся расчетов применялся тот или иной вычислительный подход/модель: PLES, RANS или DNS.

В параграфе 3.1 дана безразмерная форма определяющих уравнений, охарактеризованы расчетные сетки и другие вычислительные аспекты.

Расчеты выполнялись на сетках, состоящих из гексагональных элементов со сгущением к стенкам. В случае вертикально ориентированного контейнера основная серия расчетов выполнялась на сетке C1, содержащей около 0.5 млн. ячеек. Для исследования сеточной сходимости при  $Pr = 6.4$  и  $0.025$  проводились расчеты на сетке, измельченной в два раза по каждому направлению и содержащую около 3.7 млн. ячеек (сетка C2). Диаметр асимметричной центральной области составлял около  $0.8D$ . Общий вид сеток C1 и C2 в центральном горизонтальном сечении представлен на рис. 2, б.

Для определения влияния топологии расчетной сетки на поведение КМЦ проводились дополнительные расчеты на сетках  $C1^{mod}$  и  $C2^{mod}$ , с асимметричной центральной областью, уменьшенной до  $0.3D$  (рис. 2, в).

Шаги по времени, составляющие примерно  $10^{-3}$  от характерного времени задачи  $t_b = H/V_b$  ( $V_b = (g\beta\Delta TH)^{0.5}$  – масштаб скорости), подбирались таким образом, чтобы

локальное число Куранта не превышало единицы. Временные выборки (после завершения переходного, от начальных условий, периода), составляли  $2000t_b - 8000t_b$  в зависимости от варианта расчета.

Для аппроксимации конвективных членов в расчетах, проведенных по методам ILES и RANS, использовалась схема QUICK (номинально третьего порядка), при проведении DNS – центрально-разностная схема.

В параграфе 3.2 изложены результаты серии верификационных расчетов турбулентной свободной конвекции в стационарной цилиндрической емкости единичной высоты (по отношению к диаметру) при существенно различных числах Прандтля, выполненных на основе метода Implicit LES.

Отмечается, что КРБ, развивающейся в цилиндрическом контейнере, присуще ряд важных особенностей. Течение в целом характеризуется наличием КМЦ, заполняющей всю область (рис. 3,а). Особенностью поведения КМЦ в цилиндрической емкости является возможность совершать случайные перемещения (осцилляции) в азимутальном направлении. На рис. 3,б,в для случая конвекции воды при числе Рэлея  $Ra = 10^6$  показывается, что, вследствие случайных азимутальных перемещений КМЦ, степень пространственной неоднородности поля вертикальной скорости в центральном горизонтальном сечении при осреднении по достаточно большой временной выборке (рис. 3,в) кардинально снижена по сравнению с показанным на рис. 3,б мгновенным полем (приведенные на рис. 3,в данные получены при осреднении по выборке  $8000t_b$ ).

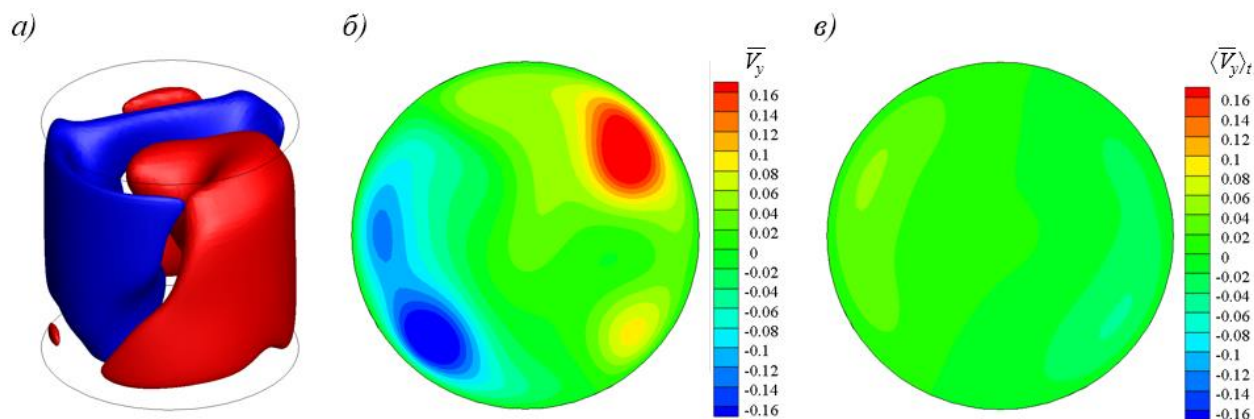


Рис. 3. а) Изоповерхности мгновенной вертикальной компоненты скорости (красные структуры соответствуют восходящему течению воды, синие – нисходящему,  $|V_y| = 0.035V_b$ ); б), в) поля вертикальной компоненты скорости в центральном горизонтальном сечении: б) мгновенное поле, в) осредненное по выборке  $8000t_b$ .

На рис. 4 иллюстрируются временные изменения вертикальной компоненты скорости вблизи адиабатической стенки (в области наибольшей интенсивности движения глобального вихря). Видно, что, спустя примерно некоторый промежуток, КМЦ начинает поворачиваться, изменяя, таким образом, свое азимутальное положение.

При этом частоты и амплитуды азимутальных осцилляций существенно зависят от числа Прандтля.

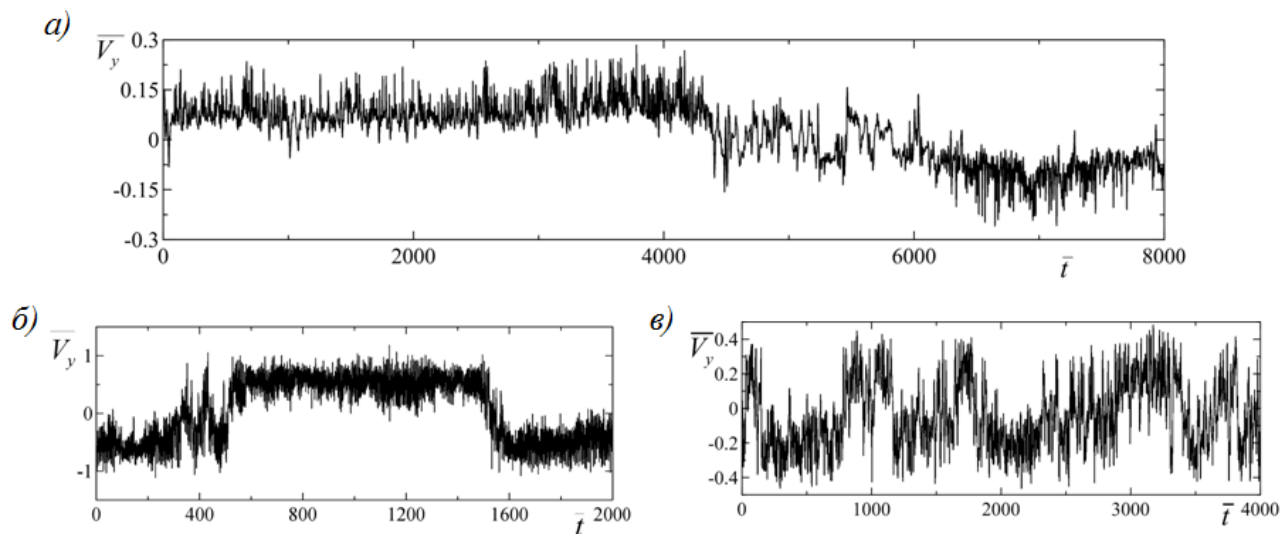


Рис. 4. Временные изменения вертикальной компоненты скорости вблизи адиабатической стенки в центральном горизонтальном сечении, полученные при различных числах Прандтля: а)  $Pr = 6.4$ , б)  $Pr = 0.025$ , в)  $Pr = 0.7$ ;  $Ra = 10^6$ .

Значения интегральных чисел Нуссельта, полученных в настоящих расчетах, хорошо согласуются с расчетными данными других авторов во всем рассмотренном диапазоне чисел Прандтля и Рэлея (отличие составляет не более 6%).

Было установлено также, что временной выборки в  $500t_b$  достаточно для получения интегрального числа Нуссельта во всем рассмотренном диапазоне чисел Прандтля и Рэлея.

В параграфе 3.3 представлены результаты специальной серии расчетов, выполненных на основе ILES метода и направленных на исследование влияния малых отклонений от осесимметричной постановки на поведение КМЦ. Эти расчеты выполнялись при  $Pr = 0.025$ ,  $Ra = 10^6$  и при  $Pr = 6.4$ ,  $Ra = 10^8$ .

Расчеты по определению влияния слабого наклона емкости выполнялись при двух углах наклона оси емкости:  $\varphi = 1^0$  и  $2^0$ . Решение определяющих уравнений в этом случае осуществлялось в системе координат  $x'y'z$  (рис. 1,в). Оценка влияния неоднородности нагрева нижней стенки проводилась посредством расчетов конвекции при вертикальной ориентации емкости. Степень неоднородности при этом составляла  $\Delta = 0.035\Delta T$  и  $0.1\Delta T$ .

В качестве примера на рис. 5 иллюстрируются осредненные распределения температуры и вертикальной компоненты скорости, полученные для наклоненного на  $2^0$  контейнера в случае конвекции воды. Выборка для осреднения в этом случае составляла  $2500t_b$ . Видно, что реализуется надежная «фиксация» КМЦ в плоскости наклона. Аналогичный результат получен и в случае конвекции ртути.

Осредненные по горизонтальной стенке и по времени значения числа Нуссельта для всех рассмотренных вариантов расчетов (случаи наклоненного контейнера, неизоотермического нагрева нижней стенки) очень близки к соответствующим значениям для вертикального контейнера с однородным нагревом стенок (отличие в результатах не превышает 3%).

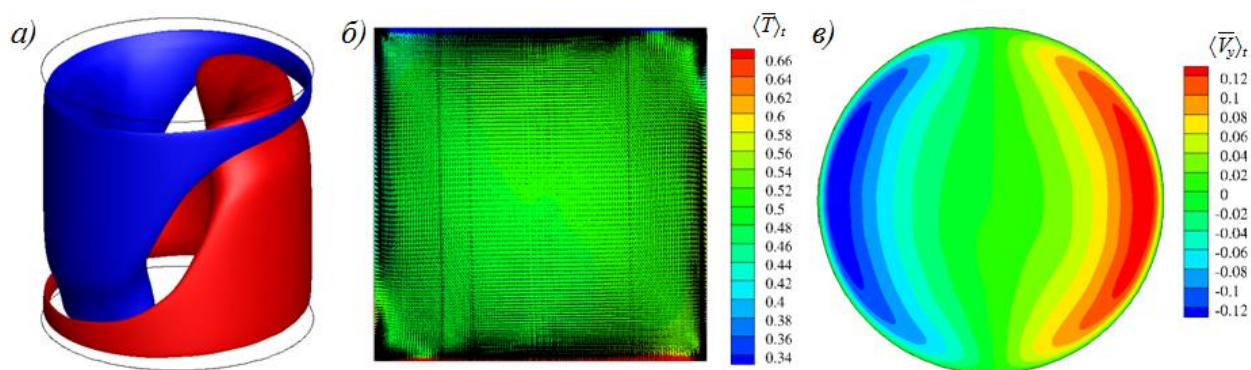


Рис. 5. *а)* Изоповерхности осредненной вертикальной компоненты скорости (синие структуры соответствуют опускному течению, красные – подъемному,  $|V_y| = 0.04V_b$ ); *б)* осредненное поле температуры и распределение векторов скорости в центральном вертикальном сечении, соответствующее движению КМЦ; *в)* осредненное по времени поле вертикальной компоненты скорости в центральном горизонтальном сечении. Результаты представлены для наклоненной на  $2^\circ$  емкости при  $Pr = 6.4$ .

В параграфе 3.4 представлены результаты прямого численного моделирования турбулентной КРБ в наклоненном на  $2^\circ$  контейнере. Расчеты выполнялись при  $Pr = 0.025$ ,  $Ra = 10^6$  и при  $Pr = 6.4$ ,  $Ra = 10^8$ . Использовалась сетка С3, полученная путем измельчения сетки С2 в два раза в радиальном и окружном направлениях и содержащая около 15 миллионов гексагональных элементов. Выборки для осреднения составляли  $4000t_b$  в случае конвекции воды и  $3000t_b$  при расчете конвекции ртути.

Рис. 6,а демонстрирует осредненную картину конвекции ртути в подогреваемой снизу цилиндрической емкости с отчетливо выраженной КМЦ. На рис. 6,б приводится поле осредненной по времени вертикальной компоненты скорости в центральном горизонтальном сечении емкости. Сопоставление распределений средней вертикальной скорости, полученных по методам DNS и ILES (рис. 6,в), иллюстрирует хорошее согласие результатов между собой.

На рис. 7 иллюстрируется вихревая структура конвективного течения и температурное поле в этом центральном вертикальном сечении. Примечательно, что, помимо КМЦ, в картине течения наблюдается ряд меньших вихрей, располагающихся в углах контейнера. При этом, как видно из рис. 7, зона, занимаемая меньшими вихрями в углах А и С, существенно больше, чем в углах В и D. Кроме того, различается и интенсивность вихрей: в углах А и С она значительно выше.

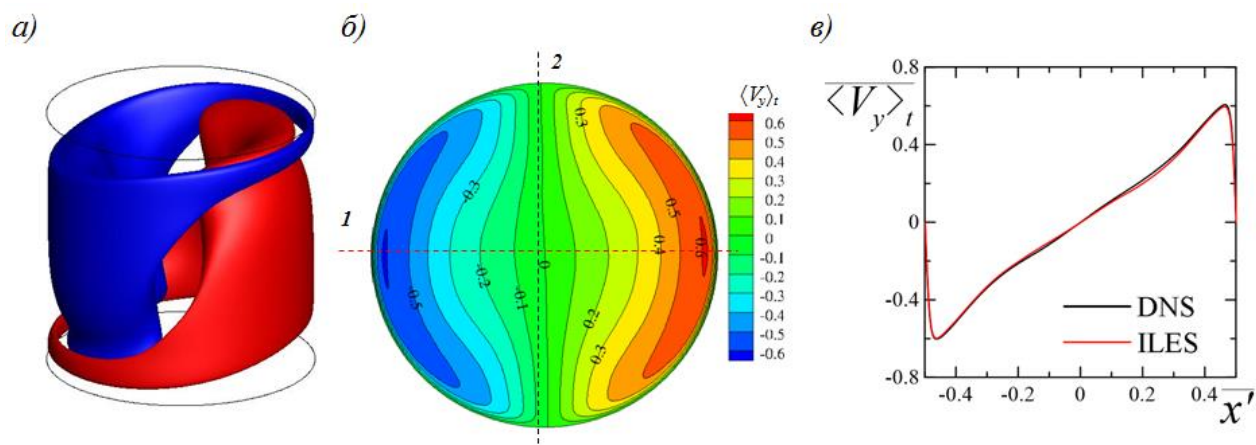


Рис. 6. *a)* Изоповерхности осредненной вертикальной составляющей скорости (красные структуры соответствуют восходящему течению, синие – нисходящему,  $|\langle V_y \rangle_t| = 0.23V_b$ ); *б)* поле осредненной во времени вертикальной компоненты скорости в центральном горизонтальном сечении, перпендикулярном оси контейнера; *в)* распределение осредненной вертикальной составляющей скорости вдоль линии 1 (красная пунктирная кривая на рис. 6,б), расположенной в среднем сечении КМЦ (плоскость  $x'Oy'$ ) на высоте  $y' = 0.5H$ ;  $Pr = 0.025$ .

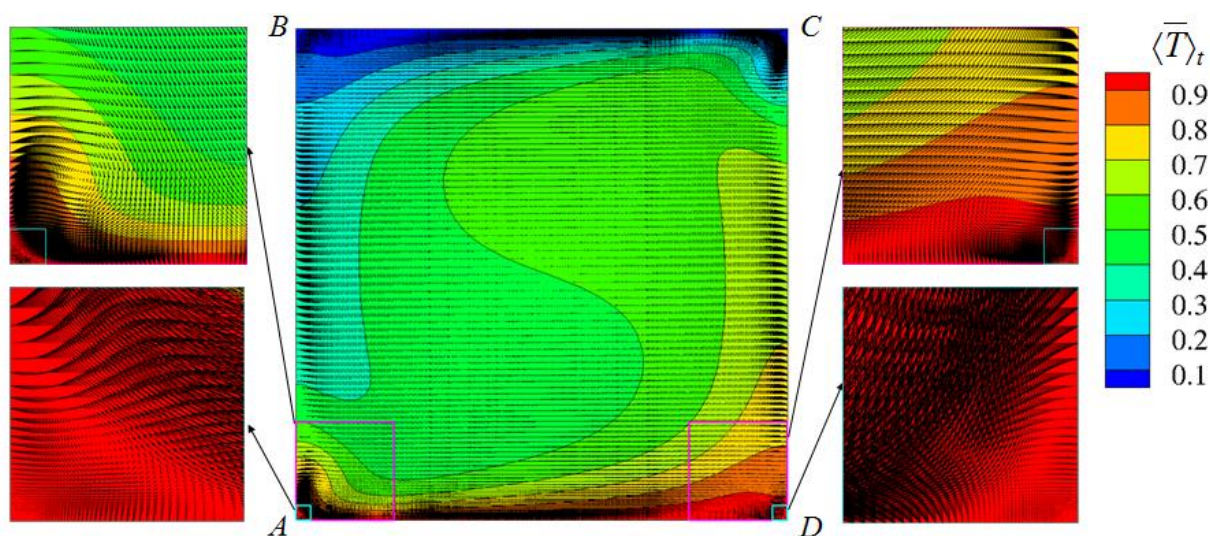


Рис. 7. Поле осредненной по времени температуры в центральном вертикальном сечении, (совпадающем со средним сечением КМЦ), с наложенным распределением векторов осредненной скорости: (середина) вся область конвекции, (слева и справа) области расположения угловых вихрей;  $Pr = 0.025$ .

В результате DNS расчетов получены профили всех компонент тензора рейнольдсовых напряжений, часть из которых изображена на рис. 8 для центральной горизонтальной плоскости вдоль линий 1 и 2 (рис 6,б). Установлено, что максимумы корреляций, в которых входит вертикальная компонента скорости приходятся как раз на участок слоя смешения восходящего и нисходящего течений.

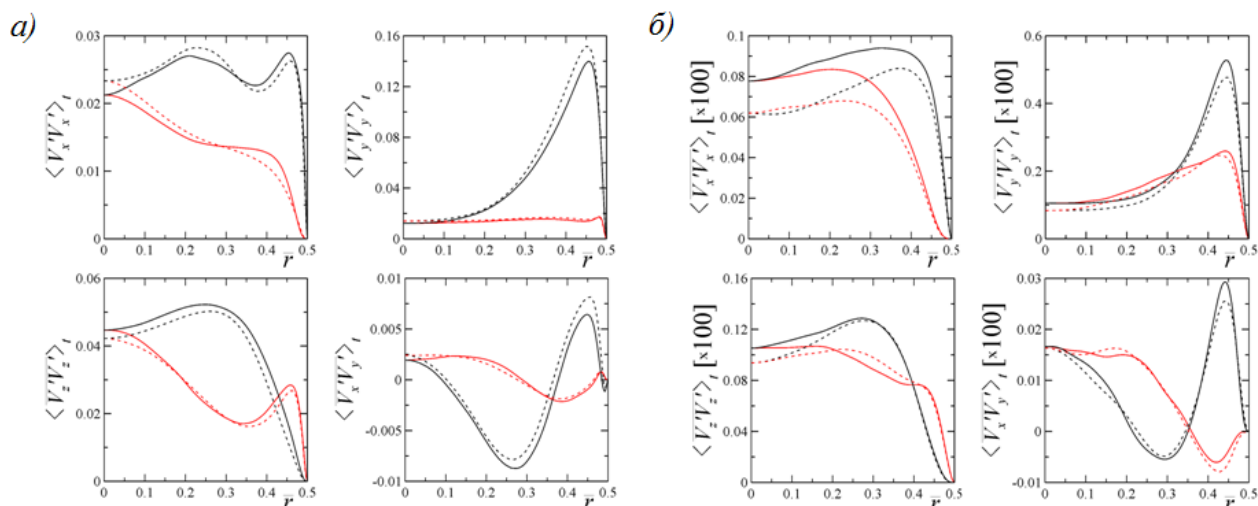


Рис. 8. Изменения нормированных на квадрат скорости плавучести компонент тензора рейнولدсовых напряжений вдоль радиальной координаты (черные кривые – вдоль линии 2, показанной на рис. 6,б, красные – вдоль линии 1), координата  $r = 0$  соответствует точке  $(x', y', z) = (0, 0.5H, 0)$ : а)  $Pr = 0.025$ , б)  $Pr = 6.4$ . Результаты, полученные по методу DNS, показаны сплошными линиями, по модели рейнولدсовых напряжений – пунктирными.

Полученное в расчетах по DNS значение интегрального числа Нуссельта составило для ртути (при  $Ra = 10^6$ ) величину  $\langle Nu \rangle_{t,A} = 5.64$ , а для воды (при  $Ra = 10^8$ ) –  $\langle Nu \rangle_{t,A} = 33.0$ . Результаты соответствующих численных расчетов интегральной теплоотдачи по методу ILES хорошо согласуются с приведенными значениями.

Полученные по методу DNS статистические данные могут быть применены в качестве тестовых для оценки возможностей, разного уровня сложности, RANS моделей турбулентности по предсказанию локальных и интегральных характеристик турбулентной конвекции.

В параграфе 3.5 приведены результаты RANS моделирования нестационарной конвекции жидкости в слабо наклоненном цилиндрическом контейнере при числах Прандтля и Рэлея, которые соответствуют принятым при расчетах, представленных в предыдущем параграфе.

Расчеты по методу (unsteady) RANS проводились с использованием лицензионного программного пакета ANSYS Fluent 18.2 по двухпараметрической модели  $k-\omega$  SST и по дифференциальной модели рейнولدсовых напряжений (RSM). Последняя предполагает решение уравнений переноса компонент тензора рейнولدсовых напряжений и удельной скорости диссипации (Stress-omega model).

Во всех полученных RANS-решениях интенсивность КМЦ близка к предсказываемой по методам ILES и DNS. На рис. 9 иллюстрируются профили осредненной вертикальной компоненты скорости и кинетической энергии турбулентности в центральном горизонтальном сечении емкости при  $Pr = 0.025$ ,  $Ra = 10^6$ . Видно, что профили вертикальной компоненты скорости и кинетической

энергии турбулентности, полученные по модели  $k-\omega$  SST и модели реynoльдсовых напряжений (RSM), хорошо согласуются с данными DNS.

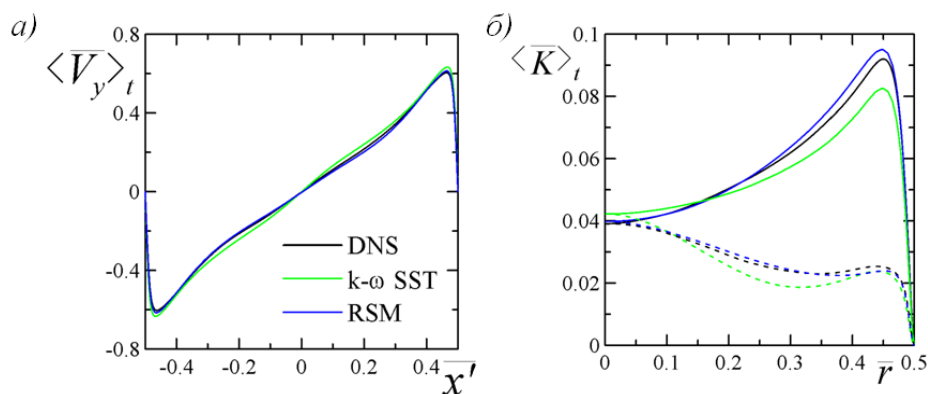


Рис. 9. Изменения: *a)* средней вертикальной компоненты скорости вдоль линии 1 (см. рис. 6,б), *б)* кинетической энергии турбулентных пульсаций вдоль линии 1 (пунктирные кривые) и линии 2 (сплошные кривые); координата  $r = 0$  соответствует точке  $(x', y', z) = (0, 0.5H, 0)$ ;  $Pr = 0.025$ .

На рис. 8 сопоставляются профили компонент тензора реynoльдсовых напряжений в центральном горизонтальном сечении, полученные по модели реynoльдсовых напряжений для воды и ртути, с данными DNS. В целом получено хорошее согласие результатов примененных RANS моделей турбулентности с данными DNS. Наибольшее отличие наблюдается в области взаимодействия угловых вихрей (рис. 7).

Интегральные числа Нуссельта, полученные с использованием полуэмпирических моделей турбулентности, хорошо согласуются с данными DNS: отличие составляет не более 5%.

В главе 4 излагаются результаты исследования влияния кондуктивного теплопереноса в горизонтальных стенках на КРБ, развивающуюся в цилиндрическом контейнере. В качестве жидкой среды рассматривалась ртуть ( $Pr = 0.025$ ). Численные решения получены на основе вихререшающего метода Implicit LES.

В параграфе 4.1 приведены решаемые уравнения, определяющие параметры задачи и использовавшиеся расчетные сетки.

Дополнительным геометрическим параметром сопряженной задачи является отношение толщины твердой стенки к высоте контейнера. В настоящих расчетах  $h/H = 0.25$ .

Масштабное («внешнее») число Рэля в случае сопряженного теплообмена изменялось в диапазоне  $2.7 \cdot 10^6 \leq Ra \leq 7.4 \cdot 10^8$ . Эффективное число Рэля варьировалось от  $10^6$  до  $10^8$ . В качестве материала твердых стенок использовалась сталь (отношения коэффициентов теплопроводности и теплоемкостей жидкой и твердой сред составляли  $\lambda_f/\lambda_s = 0.609$ ,  $\rho_f C_{pf}/\rho_s C_s = 0.472$ ).



Расчеты сопряженного теплообмена при  $Pr = 0.025$  выполнялись на сетке  $C1^{conj}$ , состоящей из жидкого блока – сетки  $C1$  (около 0.5 млн. элементов) и двух твердых блоков (по 0.2 млн. элементов в каждом). Характерный вид сетки в центральных сечениях емкости приведен на рис. 1,а,б.

В параграфе 4.2 представлены результаты расчетов. Мгновенные поля скорости, полученные в сопряженной и несопряженной постановках, схожи (рис. 10,а,б). Отличие прослеживается при рассмотрении полей температуры. В случае сопряженной постановки (рис. 10,в) у горизонтальных поверхностей раздела сред отчетливо проявляется нестационарное взаимодействие конвективного переноса внутри жидкого слоя и теплопереноса в твердых стенках.

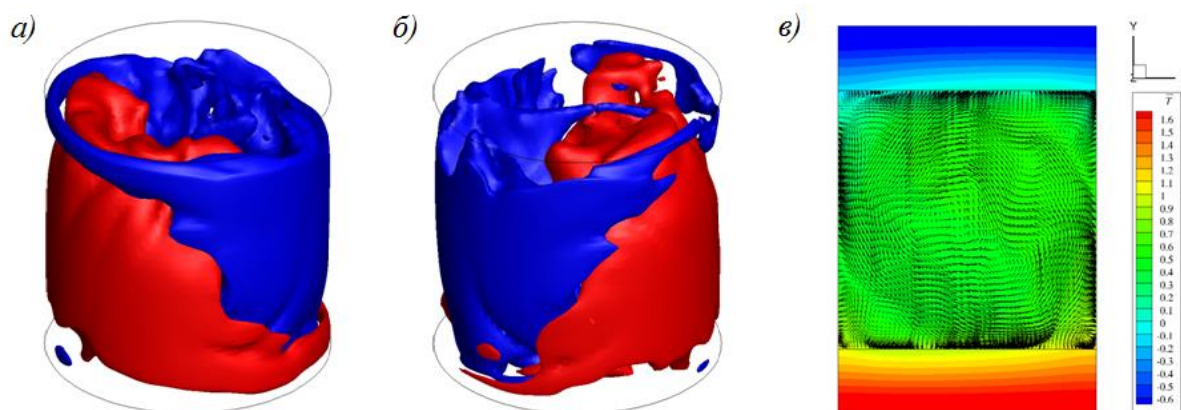


Рис. 10. а), б) Изоповерхности мгновенной вертикальной компоненты скорости (красные структуры соответствуют восходящему течению, синие – нисходящему,  $|V_y| = 0.22V_b$ ), полученные в а) несопряженной и б) сопряженной постановках; в) мгновенное поле температуры и распределение скорости в центральном вертикальном сечении емкости в сопряженной постановке;  $Ra_{eff} = 10^6$ .

Характер временных изменений компонент скорости вблизи боковой стенки в разных постановках оказывается схожим: во всех случаях наблюдаются азимутальные осцилляции КМЦ, носящие сильно нерегулярный характер. При этом схожими оказываются и спектральные распределения вертикальной скорости вблизи боковой стенки.

Интегральные тепловые потоки в случае сопряженного теплообмена на 5–10% выше, чем в несопряженных расчетах. Данное различие объясняется тем, что в случае сопряженного теплообмена пульсации температуры имеют возможность проникать в твердые стенки; это приводит к некоторому росту интенсивности температурных пульсаций и, как следствие, к увеличению интегрального теплового потока.

**Глава 5** посвящена исследованию турбулентной свободной конвекции во вращающейся цилиндрической емкости в сопряженной и несопряженной постановках.

В параграфе 5.1 приведены решаемые уравнения и определяющие параметры задачи. Расчеты проводились во вращающейся системе отсчета. Численные решения

получены на основе вихреразрешающего метода Implicit LES. Число Россби (эффективное число Россби,  $Ro_{eff}$ , в сопряженной постановке) изменялось в диапазоне  $0.03 \leq Ro \leq \infty$ . Отношения коэффициентов теплопроводности и теплоемкостей сред соответствуют значениям, приведенным в предыдущей главе.

**Параграфы 5.2–5.4** содержат результаты расчетов конвекции во вращающейся цилиндрической емкости при трех значениях числа Прандтля:  $Pr = 6.4, 0.7, 0.025$ .

В качестве примера на рис. 11 иллюстрируются изоповерхности мгновенной вертикальной компоненты скорости, полученные для ртути в сопряженной постановке, при различных эффективных числах Россби,  $Ra_{eff} = 1.7 \cdot 10^7$ . Видно, что с ростом интенсивности вращения (уменьшение  $Ro_{eff}$ ) КМЦ сменяют более мелкие структуры (они характеризуются и меньшей интенсивностью). Аналогичная смена режимов наблюдается и в несопряженных расчетах.

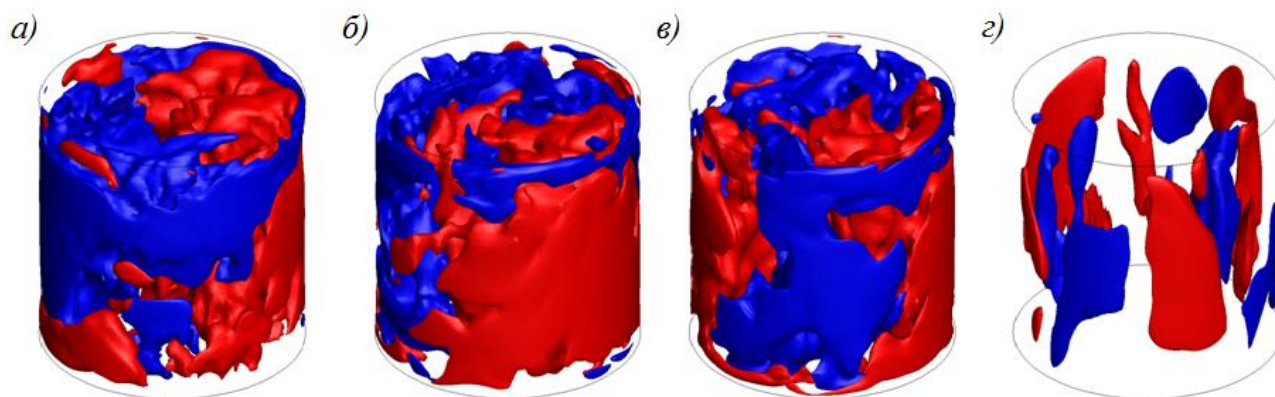


Рис. 11. Изоповерхности мгновенной вертикальной компоненты скорости, рассчитанные для течения ртути ( $Pr = 0.025, Ra_{eff} = 1.7 \cdot 10^7$ ) в сопряженной постановке (красные структуры соответствуют восходящему течению, синие – нисходящему,  $|V_y| = 0.12V_b$ ): а)  $Ro_{eff} = \infty$ , б)  $Ro_{eff} = 1.30$ , в)  $Ro_{eff} = 0.522$ , г)  $Ro_{eff} = 0.130$ .

Временные изменения вертикальной компоненты скорости, рассчитанные при двух значениях числа Россби, иллюстрируются на рис. 12. При малых скоростях вращения емкости (рис. 12,а) КМЦ прецессирует в азимутальном направлении, при этом в случае  $Ro_{eff} = 1.2$  частота прецессии в сопряженной постановке  $\bar{f} \approx 0.014$  оказывается меньше, чем в несопряженной, когда  $\bar{f} \approx 0.02$ . Уменьшение  $Ro_{eff}$  приводит к образованию вихрей с существенно менее пульсационным характером движения (рис. 11,г). Временные изменения вертикальной скорости в этом случае происходят с гораздо меньшими амплитудами (рис. 12,б). При увеличении интенсивности вращения энергетический спектр, демонстрирующий развитый турбулентный характер течения при высоких значениях  $Ro_{eff}$ , все более приближается к дискретному, характерному для ламинарного нестационарного режима конвекции.

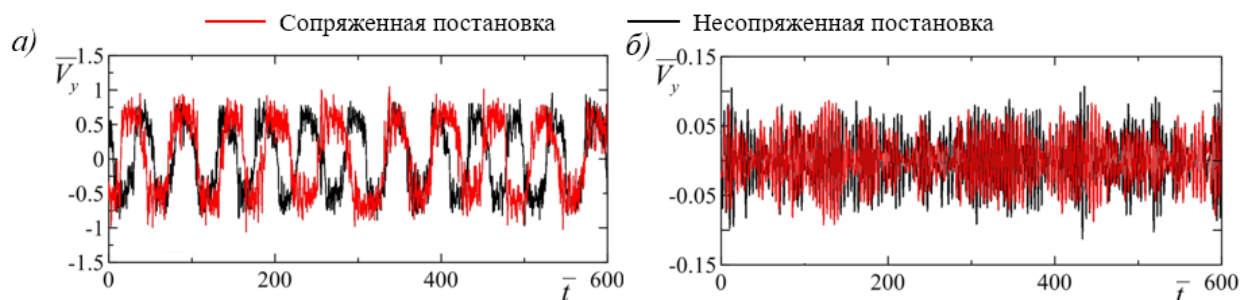


Рис. 12. Временные изменения вертикальной компоненты скорости в точке, расположенной вблизи боковой стенки в центральном горизонтальном сечении, полученные для конвекции ртути ( $Pr = 0.025$ ,  $Ra_{eff} = 10^6$ ) при а)  $Ro_{eff} = 1.2$  и б)  $Ro_{eff} = 0.15$ .

В параграфе 5.5 приведены обобщающие данные по интегральной теплоотдаче (при  $Pr = 0.025$  представляются результаты, полученные в несопряженной постановке). На рис. 13 приводятся рассчитанные в работе зависимости числа Нуссельта от обратного числа Россби. Видно, что при  $Pr = 6.4$  с уменьшением числа Россби (ростом интенсивности вращения) сначала наблюдается рост числа Нуссельта, а затем спад. При  $Pr < 1$  число Нуссельта монотонно уменьшается с увеличением величины  $1/Ro$ .

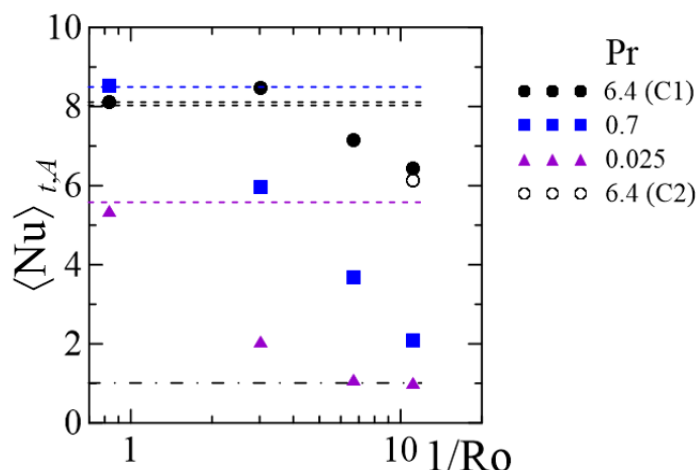


Рис. 13. Зависимость интегрального числа Нуссельта от обратного числа Россби. Горизонтальными штриховыми линиями обозначены значения, полученные при отсутствии вращения ( $Ro = \infty$ ), цвета линий соответствуют цветам символов. Штрихпунктирная линия ( $\langle Nu \rangle_{t,A} = 1$ ) соответствует случаю полного подавления конвекции.  $Ra = 10^6$ .

На рис. 14 результаты настоящей работы, полученные при  $Pr = 0.025$ , сопоставляются с данными экспериментов [King E., *et. al.*, PNAS of the USA, 2013, 110 (17), 6688–6693]: показаны зависимости приведенного числа Нуссельта от обратного эффективного числа Россби. Наблюдается хорошее согласие с данными экспериментов во всем диапазоне эффективных чисел Рэлея и Россби. Разница между расчетными данными, полученными в сопряженной и несопряженной постановках при медленном и умеренном вращении емкости, того же порядка, что и ширина полосы экспериментальных данных (границы полосы – пунктирные кривые на рис. 14). Следует

отметить, что в экспериментах [King E., *et. al.*, 2013] в качестве материала горизонтальных стенок (меньшей толщины) использовалась медь, на порядок более теплопроводная, чем сталь. Соответственно, можно предположить проявление в экспериментах влияния кондуктивного теплопереноса того же уровня, что и предсказанное в настоящих расчетах. При увеличении интенсивности вращения различие между интегральными тепловыми потоками, полученными в сопряженной и несопряженной постановках, уменьшается, что коррелирует с сужением ширины полосы опытных данных. Результаты настоящих расчетов попадают в полосу экспериментальных данных.

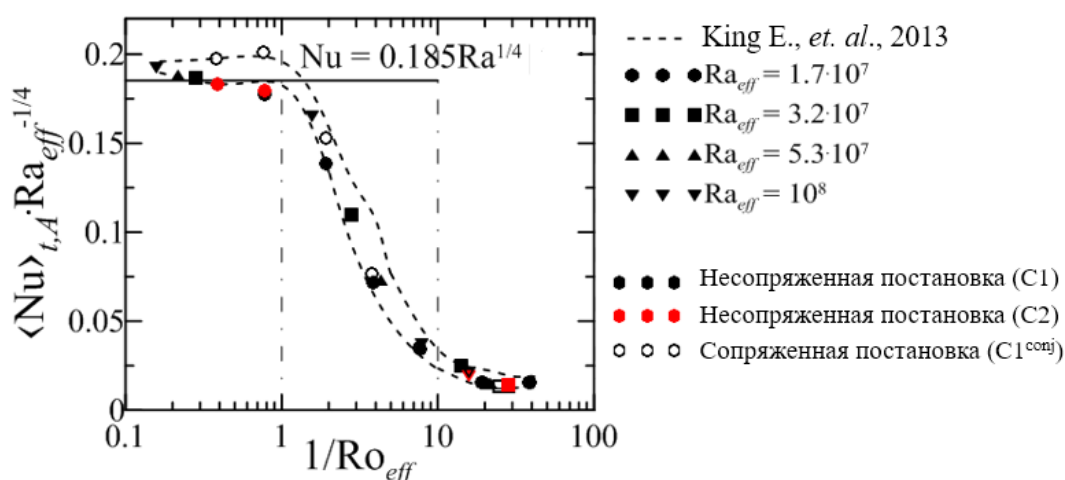


Рис. 14. Зависимость приведенного числа Нуссельта от обратного эффективного числа Россби, рассчитанная при  $Pr = 0.025$  и  $1.7 \cdot 10^7 < Ra_{eff} < 10^8$  в сопряженной и несопряженной постановках.

Штрихпунктирными линиями обозначены условные границы областей (слева-направо) медленного-умеренного-быстрого вращения. Штриховые линии – границы экспериментальных данных [King E., *et. al.*, 2013]. Горизонтальная сплошная линия – корреляционная зависимость  $Nu = 0.185 \cdot Ra^{1/4}$ , полученная там же при отсутствии вращения.

В **Заключении** сформулированы основные результаты работы, состоящие в следующем:

1) На основе вихререзающего метода из семейства Implicit LES проведена серия верификационных расчетов турбулентной свободной конвекции в стационарной цилиндрической емкости единичной высоты (по отношению к диаметру) при существенно различных числах Прандтля. Выполнен анализ временного поведения характерной для данной задачи гидродинамической структуры в виде глобального вихря (крупномасштабной циркуляции, КМЦ), которая время от времени совершает случайные низкочастотные перемещения в азимутальном направлении. Показано, что амплитуды и характерные частоты данных пространственных осцилляций существенно отличаются для разных сред. Результаты расчетов по общей структуре течения и интегральной теплоотдаче находятся в хорошем согласии с экспериментальными и численными данными других авторов.

2) Численно исследовано стабилизирующее действие слабого наклона оси емкости и неоднородности нагрева нижней стенки на азимутальную ориентацию КМЦ. Установлено, что, в соответствии с представленными в литературе экспериментальными данными, наклон емкости на небольшой угол ( $1-2^0$ ) практически полностью «фиксирует» КМЦ в определенном азимутальном положении. Аналогичного эффекта удастся добиться введением неоднородности нагрева, задавая, например, в качестве граничного условия на горизонтальной стенке профиль температуры с неоднородностью около 10% относительно общего перепада температур. Интегральные значения тепловых потоков при введении указанных отклонений от осесимметричной постановки изменяются не более, чем на 3%.

3) Посредством прямого численного моделирования конвекции в слабо наклоненной на  $2^0$  цилиндрической емкости, заполненной средой с числом  $Pr = 0.025$  или 6.4, получены и проанализированы статистические данные о трехмерной структуре КМЦ, полям рейнольдсовых напряжений и турбулентного потока тепла.

4) Полученные статистические данные применены в качестве тестовых для оценки возможностей одной из широко известных моделей рейнольдсовых напряжений, а также популярной  $k-\omega$  SST модели турбулентности по предсказанию локальных и интегральных характеристик турбулентной конвекции с определяющей ролью КМЦ. Получено хорошее соответствие полей средней скорости, компонент тензора рейнольдсовых напряжений (для соответствующей модели), кинетической энергии турбулентности и интегральных чисел Нуссельта с результатами DNS. Наибольшее расхождение между данными наблюдается в областях сопряжения горизонтальных и цилиндрической стенок, где формируются угловые вихри, взаимодействующие с КМЦ.

5) На основе вихреразрешающего подхода исследовано влияние числа Прандтля на характер изменений в интегральной теплопередаче и общую перестройку структуры турбулентной конвекции Рэлея-Бенара с ростом интенсивности вращения емкости единичной высоты. Результаты расчетов интегральной теплоотдачи, выполненных при  $Pr = 0.025$ , находятся в хорошем согласии с данными представленных в литературе экспериментов.

6) Для чисел Рэлея в интервале от  $10^6$  до  $10^8$  исследовано влияние нестационарного кондуктивного теплопереноса в разнонагретых горизонтальных (стальных) стенках значительной толщины на структуру турбулентной конвекции ртути и интегральный конвективный теплоперенос в цилиндрической емкости единичной высоты, включая случай ее вращения вокруг собственной оси. Показано, что в случае сопряженного теплообмена интенсивность турбулентных пульсаций в полости повышена. Сопоставление с данными, полученными в рамках несопряженной постановки, проведено с использованием эффективных значений чисел Рэлея и Россби. Установлено, что интегральные значения числа Нуссельта в расчетах, учитывающих

теплоперенос в горизонтальных стенках, всего на 5–10% выше, чем в случае несопряженной постановки задачи. При этом расхождение данных, полученных в двух постановках уменьшается с ростом интенсивности вращения емкости.

**Основные результаты диссертационной работы изложены в следующих публикациях:**

1. Смирнов С.И., Смирнов Е.М., Смирновский А.А. Влияние теплопереноса в торцевых стенках на турбулентную конвекцию ртути во вращающемся цилиндре // Научно-технические ведомости СПбПУ. Физико-математические науки. – 2017. – Т. 10 (1). – С. 31–46.

2. Смирнов С.И., Смирновский А.А. Численное моделирование турбулентной свободной конвекции ртути в подогреваемом снизу цилиндре при нулевой и конечной толщине горизонтальных стенок // Тепловые процессы в технике. – 2018. – Т. 10 (3–4). – С. 94–100.

3. Смирнов С.И., Смирнов Е.М. Смирновский А.А. Турбулентная свободная конвекция ртути в подогреваемом снизу вращающемся цилиндре: численное моделирование в сопоставлении с данными экспериментов // Труды Седьмой российской национальной конференции по теплообмену (22-26 октября 2018 г., Москва). – 2018. – Т. 1. – С. 344–347.

4. Смирнов С.И., Кунаева А.И., Абрамов А.Г. Численное моделирование турбулентной конвекции Рэлея-Бенара во вращающейся цилиндрической полости при различных числах Прандтля // Неделя науки СПбПУ: материалы научной конференции с международным участием, 19-24 ноября 2018 г. ИПММ. – 2018. – С. 47–49.

5. Кунаева А.И., Смирнов С.И., Абрамов А.Г. Численное моделирование турбулентной конвекции Рэлея-Бенара в цилиндрической полости в условиях сопряженного теплообмена // Неделя науки СПбПУ: материалы научной конференции с международным участием, 19-24 ноября 2018 г. ИПММ. – 2018. – С. 35–37.

6. Smirnov S.I., Abramov A.G., Smirnov E.M. Numerical simulation of turbulent Rayleigh-Bénard mercury convection in a circular cylinder with introducing small deviations from the axisymmetric formulation // J. Phys.: Conf. Ser. – 2019. – Vol. 1359 (1). – 012077.

7. Смирнов С.И., Смирнов Е.М. Прямое численное моделирование турбулентной конвекции Рэлея-Бенара в слегка наклоненном цилиндрическом контейнере // Научно-технические ведомости СПбПУ. Физико-математические науки. – 2020. – Т. 13 (1). – С. 14–25.