

Санкт-Петербургский Государственный Политехнический Университет Петра  
Великого

На правах рукописи

**Гусева Екатерина Константиновна**

**АНАЛИЗ И ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДОВ,  
ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ УСКОРЕНИЕ ПЕРЕХОДА К ЧИСЛЕННО  
РАЗРЕШАЕМОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ  
НЕЗОННЫХ ГИБРИДНЫХ ПОДХОДОВ К РАСЧЕТУ  
ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация  
на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
к. ф.-м. н.  
Гарбарук Андрей Викторович

Санкт-Петербург – 2017

## Оглавление

Список сокращений.....	5
Введение.....	6
<b>Глава 1. Существующие методы ускорения перехода от моделируемой к численно разрешаемой турбулентности в оторвавшихся слоях смешения.....</b>	<b>14</b>
1.1. Краткий обзор незонных гибридных подходов к расчету отрывных течений .....	14
1.2. Проблема задержки формирования трехмерных структур в оторвавшихся слоях смешения.....	18
1.3. Методы ускорения перехода к численно разрешаемой турбулентности в слоях смешения.....	21
1.3.1. Инициация неустойчивых мод в слое смешения .....	21
1.3.2. Фильтрация масштабов, соответствующих высоким частотам.....	24
1.3.3. Учет перехода энергии от моделируемых вихрей к разрешаемым .....	27
1.3.4. Использование альтернативных дифференциальных операторов в подсеточных моделях .....	28
1.3.5. Модификация подсеточного масштаба турбулентности.....	31
<b>Глава 2. Математическая формулировка и свойства выбранных подходов .....</b>	<b>38</b>
2.1. Уравнения движения .....	38
2.2. DDES подход на основе базовой модели турбулентности $k-\omega$ SST .....	40
2.2.1. Базовая модель турбулентности $k-\omega$ SST.....	40
2.2.2. Формулировка DDES подхода на основе модели $k-\omega$ SST .....	42
2.2.3. Свойства подсеточной модели SST DDES подхода в условиях локального равновесия .....	43
2.3. $\sigma$ -DDES подход на основе базовой модели турбулентности $k-\omega$ SST.....	45
2.3.1. Формулировка $\sigma$ -DDES подхода на основе модели $k-\omega$ SST.....	45
2.3.2. Свойства подсеточной модели SST $\sigma$ -DDES подхода в условиях локального равновесия .....	47
2.3.3. Калибровка константы модели SST $\sigma$ -DDES.....	48

2.3.4. Свойства SST $\sigma$ -DDES подхода при расчете стационарного пограничного слоя .....	49
2.4. DDES подход на основе базовой модели турбулентности $k$ - $\omega$ SST в сочетании с подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения .....	51
2.4.1. Формулировка SST DDES подхода в сочетании с подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения .....	51
2.4.2. Свойства SST DDES подхода в сочетании с подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения, при расчете стационарного пограничного слоя .....	53
<b>Глава 3. Матрица тестовых течений для оценки методов, обеспечивающих ускорение формирования численно разрешаемых турбулентных структур .....</b>	<b>55</b>
3.1. Обтекание крылового профиля NACA0021 под углом атаки 60 градусов .....	57
3.2. Обтекание двумерной выпуклости на плоской поверхности .....	59
3.3. Течение в канале за обратным уступом .....	62
3.4. Сверхзвуковое продольное обтекание цилиндра с донным срезом .....	64
3.5. Трансзвуковое обтекание прямоугольной каверны на плоской стенке .....	67
3.6. Течение в проточной части модельного двухконтурного авиационного двигателя ..	69
<b>Глава 4. Методы решения .....</b>	<b>74</b>
4.1. Формулировка новой гибридной численной схемы для глобальных гибридных подходов .....	76
4.2. Результаты тестирования новой гибридной схемы .....	80
4.2.1. Обтекание крылового профиля NACA0021 под углом атаки 60 градусов .....	80
4.2.2. Сверхзвуковое продольное обтекание цилиндрического тела .....	82
4.2.3. Пограничный слой на плоской пластине .....	84
<b>Глава 5. Результаты расчетов и их анализ .....</b>	<b>87</b>
5.1. Обтекание крылового профиля NACA0021 под углом атаки 60 градусов .....	87
5.2. Обтекание двумерной выпуклости на плоской поверхности .....	92
5.2.1. Влияние шага сетки в поперечном направлении .....	99
5.3. Течение в канале за обратным уступом .....	103
5.4. Сверхзвуковое продольное обтекание цилиндра с донным срезом .....	107

5.5. Трансзвуковое обтекание прямоугольной каверны на плоской стенке .....	113
5.6. Течение в проточной части модельного двухконтурного авиационного двигателя	116
<b>Заключение .....</b>	<b>123</b>
<b>Литература .....</b>	<b>125</b>
<b>Работы автора по теме диссертации .....</b>	<b>134</b>



## Список сокращений

- BCD** – Bounded Central Differencing, ограниченные центральные разности;
- CD** – Central Differencing, центральные разности;
- DDES** – Delayed Detached Eddy Simulation, «задержанный» метод моделирования отсоединенных вихрей;
- DES** – Detached Eddy Simulation, метод моделирования отсоединенных вихрей;
- DNS** – Direct Numerical Simulation, метод прямого численного моделирования;
- DX-LES** – Delayed Extra-Large Eddy Simulation, «задержанный» расширенный метод моделирования крупных вихрей;
- HPF** – High-Pass Filtering, фильтрация масштабов, соответствующих высоким частотам;
- IDDES** – Improved DDES, DDES с усовершенствованным пристенным моделированием;
- ILES** – Implicit Large Eddy Simulation, неявный метод моделирования крупных вихрей;
- LES** – Large Eddy Simulation, метод моделирования крупных вихрей;
- RANS** – Reynolds Averaged Navier-Stokes, методы, основанные на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса;
- SA** – Spalart-Allmaras, модель Спаларта-Алмараса;
- SLA** – Shear Layer Adapted, адаптированный для расчета слоев смешения;
- SST** – Shear Stress Transport, перенос касательных напряжений;
- VTM** – Vortex Tilting Measure, мера переориентации вихрей;
- WALE** – Wall-Adapting Local Eddy Viscosity, модель вихревой вязкости, адаптированной для расчета пристеночных течений;
- X-LES** – Extra-LES, расширенный метод моделирования крупных вихрей;
- ZDES** – Zonal DES, зонный метод моделирования отсоединенных вихрей.

## Введение

Расчет турбулентных течений является одной из важнейших задач вычислительной гидродинамики, поскольку именно турбулентная форма движения газов и жидкостей чаще всего реализуется в природе и в различных технических устройствах. Согласно общепринятому в настоящее время мнению, турбулентные течения описываются уравнениями Навье-Стокса, однако расчет таких течений при представляющих практический интерес высоких числах Рейнольдса путем непосредственного численного интегрирования нестационарных трехмерных уравнений Навье-Стокса, то есть прямое численное моделирование турбулентности (Direct Numerical Simulation, DNS), требует огромных вычислительных ресурсов и станет возможным лишь в отдаленном будущем.

Поэтому вплоть до настоящего времени для расчета турбулентных течений в инженерной практике используются приближенные подходы, в рамках которых большая или меньшая часть нестационарных турбулентных структур («турбулентных вихрей») моделируется. При этом, как и на протяжении многих предшествующих десятилетий, доминирующим подходом к решению этой чрезвычайно сложной задачи остается метод, базирующийся на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (Reynolds Averaged Navier-Stokes, RANS), замкнутых с помощью той или иной полуэмпирической модели турбулентности, приближенно описывающей воздействие всех турбулентных структур на осредненное течение. Этот подход является весьма экономичным и во многих (относительно простых) случаях обеспечивает высокую точность предсказания осредненных характеристик потока. Однако он имеет принципиальные ограничения, связанные с его полуэмпирической природой, что делает невозможным построение универсальной модели турбулентности. Кроме того, следует отметить его принципиальную неспособность предсказывать пульсационные характеристики турбулентности, знание которых необходимо, например, при решении задач аэроакустики и аэроупругости.

Альтернативой RANS подходу является метод моделирования крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES), в рамках которого крупные энергонесущие вихри разрешаются «точно», а влияние более мелких вихрей учитывается посредством той или

иной приближенной подсеточной модели. Метод LES позволяет достичь высокой точности и предсказать не только осредненные, но и нестационарные пульсационные характеристики течения. Кроме того, в силу относительной универсальности мелкомасштабной турбулентности, а также вследствие уменьшения роли подсеточной модели при измельчении расчетной сетки, результаты LES сравнительно слабо зависят от выбора подсеточной модели, что выгодно отличает его от RANS. Однако, из-за малых размеров энергонесущих вихревых структур вблизи обтекаемой поверхности, вычислительные затраты, необходимые для LES пристеночных течений при высоких числах Рейнольдса, остаются очень высокими, в связи с чем широкое практическое применение LES даже по самым оптимистичным прогнозам станет возможным только во второй половине XXI века [1].

Данное обстоятельство стимулировало поиск новых путей к решению проблемы расчета турбулентных течений, и в 1997 году в работе [2] был предложен метод моделирования отсоединенных вихрей (Detached Eddy Simulation или DES), органично сочетающий в себе сильные стороны RANS и LES подходов при расчете сложных отрывных течений. Благодаря впечатляющим результатам, полученным с использованием DES в нескольких опубликованных вскоре после первой работы статьях ([3], [4], [5]), этот метод быстро получил широкое распространение, что позволило, наряду с его преимуществами, выявить и некоторые недостатки. Это, в свою очередь, послужило толчком к дальнейшим интенсивным исследованиям, направленным на устранение этих недостатков, что привело не только к появлению нескольких усовершенствованных версий DES, но и к созданию других подходов, базирующихся на общей идее совместного использования методов RANS и LES.

В настоящее время все эти подходы рассматриваются как отдельный, достаточно широкий класс методов моделирования турбулентности, который принято называть гибридными RANS-LES подходами или RANS-LES гибридами. Разработке и усовершенствованию гибридных методов посвящено большое число исследований, в результате которых в этом направлении был достигнут значительный прогресс (см., например, обзорные работы [6], [7]). Тем не менее, все существующие методы обладают теми или иными недостатками. В частности, серьезным недостатком наиболее продвинутых и относительно экономичных и простых в реализации *незонных* RANS-LES подходов является задержка перехода от полностью моделируемой турбулентности

в присоединенных к обтекаемой поверхности областях, описываемых с помощью RANS, к численно разрешаемой турбулентности в оторвавшихся слоях смешения, описываемых в рамках LES (в дальнейшем – «задержка RANS-LES перехода»). Данный недостаток приводит к значительным, а для ряда течений - к недопустимо большим погрешностям определения основных характеристик потока и, таким образом, существенно ограничивает возможности практического использования незонных гибридных подходов.

В результате усилий, направленных на решение этой проблемы (в литературе она получила название проблемы «серой области») был предложен ряд методов, позволяющих в той или иной степени ускорить RANS-LES переход. Однако сведения о сравнительной эффективности этих методов, по существу, отсутствуют. В первую очередь это связано с тем, что авторы методов, как правило, ограничиваются демонстрацией их возможностей на примере расчета одного-двух течений, что, очевидно, не обеспечивает возможности их всесторонней оценки. Кроме того, при проведении тестовых расчетов в разных работах используются различные численные методы, что, как известно, может ощутимо сказываться на результатах и, следовательно, затрудняет объективную оценку достоинств и недостатков предлагаемых путей сокращения размеров серой области. Таким образом, в настоящее время сведения об относительной эффективности известных методов решения данной проблемы являются весьма фрагментарными, что крайне затрудняет выбор того или иного из них при расчете турбулентных течений в рамках незонных гибридных RANS-LES подходов. Именно это обстоятельство делает настоящую работу весьма актуальной и определяет ее цель и конкретные задачи.

### **Цели работы**

Целью настоящей работы является анализ предложенных в последние годы методов, обеспечивающих ускорение формирования численно разрешаемых турбулентных структур в оторвавшихся от обтекаемой поверхности слоях смешения в рамках незонных RANS-LES гибридных подходов к моделированию турбулентности и объективная оценка сравнительной эффективности наиболее перспективных из этих методов.

Конкретные задачи, решенные в диссертации для достижения этой цели, состоят в следующем:

1. Проведение аналитического обзора существующих методов ускорения RANS-LES перехода в оторвавшихся слоях смешения и выбор наиболее перспективных из них для дальнейшего *систематического* исследования.

2. Формирование «матрицы» тестовых течений, позволяющей провести всестороннее исследование эффективности выбранных методов, и математическая постановка соответствующих задач вычислительной гидродинамики.

3. Разработка «гибридной» численной схемы для расчета турбулентных течений в рамках незонных RANS-LES подходов, автоматически обеспечивающей устойчивость вычислительного алгоритма в RANS подобластях расчетной области и низкую диссипативность в LES подобластях и пригодную для расчета всех тестовых течений.

4. Программная реализация выбранных методов ускорения RANS-LES перехода и разработанной гибридной схемы на базе вычислительного кода NTS [8].

5. Численное решение сформулированных задач, анализ полученных результатов и оценка достоинств и недостатков рассматриваемых методов ускорения RANS-LES перехода на основе сравнения соответствующих результатов с экспериментальными данными.

### **Научная новизна работы**

1. Разработана методическая основа для объективной всесторонней оценки эффективности различных путей решения проблемы «серой области» (ускорения RANS-LES перехода в оторвавшихся слоях смешения) в рамках незонных гибридных моделей турбулентности. В частности:

- сформирована представительная «матрица» тестовых течений, позволяющих провести такую оценку;
- разработана *новая* гибридная схема аппроксимации невязких потоков в исходных уравнениях переноса, обеспечивающая устойчивость алгоритма и высокую степень разрешения турбулентных структур при расчете как присоединенных, так и отрывных течений.

2. Получены *новые* результаты, объективно и всесторонне характеризующие эффективность двух перспективных методов, обеспечивающих ускорение RANS-LES

перехода в оторвавшихся от обтекаемой поверхности слоях смешения при проведении расчетов в рамках незонных гибридных RANS-LES моделей турбулентности. Первый из них базируется на использовании адаптированного к слоям смешения подсеточного масштаба турбулентности [9], а второй (SST  $\sigma$ -DDES) представляет собой *оригинальную* модификацию метода [10], основанного на использовании в LES подобласти альтернативной подсеточной версии базовой RANS модели турбулентности, учитывающей квази-двумерный характер течения на начальном участке оторвавшегося слоя смешения.

### **Практическая значимость работы**

Практическая ценность работы заключается, прежде всего, в определении наиболее эффективных методов, обеспечивающих ускорение формирования численно разрешаемых турбулентных структур в слоях смешения, оторвавшихся от обтекаемой поверхности: их использование позволит значительно повысить точность расчетов отрывных течений в рамках незонных гибридных подходов и снизить необходимые для этого вычислительные затраты.

Отметим также, что практическая ценность некоторых методических результатов работы не ограничивается рамками темы диссертации. Так, предложенная матрица тестов для оценки различных путей решения проблемы серой области может использоваться в других исследованиях, посвященных валидации различных моделей турбулентности. То же относится и к гибридной схеме аппроксимации невязких потоков и к новой SST  $\sigma$ -DDES гибридной модели, которые могут применяться для расчета широкого круга турбулентных течений.

### **Достоверность полученных результатов**

Все расчеты в настоящей работе проведены с использованием разрабатываемого в лаборатории аэроакустики и турбулентности СПбПУ кода NTS [8], который рассматривается в настоящее время как один из наиболее надежных вычислительных кодов для расчета турбулентных течений. Эта оценка базируется на сопоставлении результатов, полученных с его помощью, с результатами расчетов, выполненных с использованием различных коммерческих и академических кодов, предназначенных для расчета задач гидродинамики (см., например работы [11], [12]).

Кроме того, достоверность выводов диссертации гарантируется детальным физическим анализом результатов расчетов, на которых они основаны, с одной стороны, и сравнением этих результатов с экспериментальными данными и результатами численного моделирования, известными из литературы, с другой.

### **Апробация работы**

Результаты работы докладывались на российских и международных конференциях и семинарах: XX школе-семинаре молодых ученых и специалистов под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева (Звенигород, 2015), международной молодежной конференции ФизикА.СПб (Санкт-Петербург, 2015), европейской конференции по вычислительным технологиям в прикладной науке и инженерии ECCOMAS (Греция, 2016), международной молодежной конференции ФизикА.СПб (Санкт-Петербург, 2016), международном симпозиуме ETMM (Engineering Turbulence Modelling and Measurements, Italy, 2016), XXI школе-семинаре молодых ученых и специалистов под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева (Санкт-Петербург, 2017), видеосеминаре по аэромеханике ЦАГИ - ИТПМ СО РАН - СПбПУ - НИИМ МГУ (Санкт-Петербург, 2017), международной молодежной конференции ФизикА.СПб (Санкт-Петербург, 2017).

### **Публикации по теме диссертации и личный вклад автора**

Основные результаты исследований, представленных в диссертации, опубликованы в шести научных статьях, список которых приведен в конце диссертации. Эти статьи опубликованы в рецензируемых научных изданиях, определенных ВАК, а четыре из них – в журналах, индексируемых в базе данных Scopus.

Вклад диссертанта во все публикации является определяющим. В частности, лично автором разработана модель SST  $\sigma$ -DDES и гибридная схема для аппроксимации невязких составляющих векторов потоков в исходных уравнениях переноса, осуществлена их программная реализация, выполнены соответствующие расчеты и осуществлены их графическая обработка и анализ. Соавторы публикаций – д.ф.-м.н. Стрелец М.Х. и к.ф.-м.н. Гарбарук А.В. – осуществляли консультирование диссертанта по общим вопросам, связанным с моделированием турбулентности, со свойствами численных алгоритмов и с постановкой рассматриваемых в работе задач. Доктор

А. Probst и доктор D. Schwamborn предоставили результаты их расчетов, выполненных в DLR с помощью вычислительного кода TAU, а к.ф.-м.н. М.Л. Шур и к.ф.-м.н. А.К. Травин - результаты расчетов с помощью зонных гибридных RANS-LES подходов. Эти результаты использовались автором для сравнения с аналогичными результатами, полученными в диссертации.

### **Результаты и положения, выносимые на защиту**

«Матрица» тестовых течений, позволяющая провести всестороннюю оценку эффективности методов ускорения перехода к численно разрешаемым турбулентным структурам в оторвавшихся слоях смешения.

Новая незонная гибридная RANS-LES модель SST  $\sigma$ -DDES, обеспечивающая значительное ускорение формирования разрешаемых турбулентных структур в оторвавшихся слоях смешения.

Новая гибридная численная схема, обеспечивающая повышение устойчивости и низкую диссипативность вычислительного алгоритма в рамках незонных гибридных RANS-LES подходов.

Новые результаты расчетов отрывных течений в сопоставлении с экспериментальными данными.

Результаты детального сравнительного анализа эффективности различных методов, обеспечивающих ускорение RANS-LES перехода в оторвавшихся от обтекаемой поверхности слоях смешения при проведении расчетов в рамках незонных гибридных RANS-LES моделей турбулентности.

### **Структура работы**

Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и списка литературы.

В главе 1 представлен обзор существующих *незонных* гибридных RANS-LES подходов к моделированию турбулентности и методов ускорения перехода к численно разрешаемой турбулентности в оторвавшихся слоях смешения в рамках таких подходов.

В главе 2 описана математическая формулировка рассматриваемых методов. В частности, в разделе 2.1 приведены уравнения движения, в разделе 2.2 - математическая формулировка стандартного (использующего линейный подсеточный масштаб  $\Delta_{\max}$ ) метода SST DDES, а в разделах 2.3 и 2.4 – формулировки разработанного



в диссертации метода SST  $\sigma$ -DDES и метода DDES в сочетании с адаптированным к слоям смешения посеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ .

Глава 3 посвящена формированию тестовой базы для оценки возможностей двух выбранных на основе анализа, проведенного в Главе 1, методов ускорения RANS-LES перехода в оторвавшихся слоях смешения. Для всех тестовых течений, включенных в эту базу, сформулированы соответствующие математические постановки задач. В частности, описаны конфигурации используемых расчетных областей, граничные условия и расчетные сетки.

Глава 4 содержит формулировку предлагаемой схемы аппроксимации невязких потоков для гибридных RANS-LES подходов (раздел 4.1) и результаты ее тестирования (раздел 4.2).

В главе 5 подробно представлены и проанализированы результаты расчетов тестовых течений, полученные с использованием разработанной численной схемы в рамках стандартного SST DDES и его модификаций с применением двух выбранных методов ускорения RANS-LES перехода в оторвавшихся слоях смешения.

В заключении сформулированы основные результаты диссертации.

## **Глава 1. Существующие методы ускорения перехода от моделируемой к численно разрешаемой турбулентности в оторвавшихся слоях смешения**

В данной главе рассмотрены причины задержки перехода от полностью моделируемой к численно разрешаемой турбулентности в оторвавшихся слоях смешения, наблюдаемой при расчете отрывных течений в рамках так называемых незонных, или DES-подобных, гибридных RANS-LES подходов, и проведен анализ существующих в настоящее время путей решения этой проблемы.

Однако прежде чем приступить к рассмотрению этих вопросов, необходимо кратко остановиться на описании работы незонных гибридных моделей.

### **1.1. Краткий обзор незонных гибридных подходов к расчету отрывных течений**

К незонным RANS-LES подходам относят методы, в рамках которых разделение на RANS и LES подобласти происходит автоматически на основе текущего решения, расстояния до стенки и используемой расчетной сетки. При этом уравнения для турбулентных характеристик решаются во всей области с использованием единой модели, которая работает как RANS модель в одних подобластях расчетной области или как ее подсеточный аналог в других [13].

Как уже отмечалось во Введении, один из первых глобальных RANS-LES подходов к моделированию турбулентности, DES, был предложен в 1997г. в работе [2]. Ключевая идея этого метода состоит в использовании RANS для описания присоединенного пограничного слоя, населенного относительно мелкими (порядка толщины пограничного слоя) универсальными вихревыми структурами, а LES – в отрывной части потока, населенной крупными вихревыми структурами, принципиально зависящими от конкретной геометрии и режима течения. В работе [2] была предложена исключительно простая процедура реализации данной идеи, которая заключается в модификации RANS модели турбулентности в ее подсеточную версию в областях, в которых сетка оказывается достаточно мелкой для проведения LES. Для этого в уравнениях переноса турбулентных характеристик RANS модели производится замена линейного масштаба турбулентности  $L_{RANS}$ , который явно или неявно присутствует в любой модели турбулентности, на новый масштаб

$L_{DES} = \min(L_{RANS}, C_{DES}\Delta)$ , который автоматически обеспечивает функционирование модели в LES моде на достаточно мелких сетках ( $C_{DES}\Delta < L_{RANS}$ ). Здесь  $C_{DES}$  – константа метода,  $\Delta$  - линейный подсеточный масштаб.

В оригинальной статье [2] предложенная авторами идея была реализована на основе модели Спаларта-Аллмараса [14] (Spalart-Allmaras, SA), в которой линейным масштабом турбулентности  $L_{RANS}$  выступает расстояние до стенки  $d_w$ . Замена этого масштаба на гибридный  $L_{DES} = \min(d_w, C_{DES}\Delta)$  проводится во всех слагаемых уравнения переноса модифицированной вязкости в которые входит  $d_w$ , а в качестве подсеточного масштаба предложено использовать максимальный шаг сетки ( $\Delta = \max\{\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z\}$ ). Константа  $C_{DES}$  для SA DES подхода была получена на основе расчета затухания однородной изотропной турбулентности в работе [3].

Благодаря простоте реализации DES, а также впечатляющим результатам первых расчетов, выполненных с его помощью ([3-5]), этот метод быстро приобрел популярность, и в настоящее время он внедрен во все основные промышленные и коммерческие вычислительные коды, предназначенные для расчета задач гидродинамики.

Поскольку в рамках концепции DES подхода присоединенный пограничный слой вплоть до точки отрыва находится в RANS подобласти, свойства используемой базовой модели турбулентности наследуются DES методом, и ее выбор может существенно влиять на результаты расчета, в частности на положение отрыва. В связи с этим было предложено несколько версий DES, построенных на различных базовых моделях турбулентности. Так, в работе [15] был предложен DES-подобный метод (X-LES) на базе TNT  $k$ - $\omega$  модели турбулентности [16], в работе [17] – DES на базе модели Ментера SST [18], а в работе [19] – на основе явной алгебраической модели рейнольдсовых напряжений  $LL$ - $k$ - $\varepsilon$  [20].

Обзор метода DES, проведенный, например, в работе [6], позволяет судить о широте его применения и тестирования, проведенного различными научными группами. Так, примеры его успешного применения, демонстрирующие его преимущество перед RANS моделями, включают расчеты течений в различных кавернах в широком диапазоне чисел Маха ([21-23]), обтекания автомобилей ([24-28]), шасси самолетов [29], ракет ([30], [31]), трехэлементных крыловых профилей [32], течений

с активным управлением отрывом пограничного слоя ([33], [34]), а также течение в области сочленения крыла и фюзеляжа самолета [35].

Активное использование метода DES позволило не только подтвердить его достоинства, но и выявить некоторые недостатки. В частности, в ряде приложений было обнаружено, что при уменьшении шагов сетки в тангенциальных к обтекаемой поверхности направлениях ниже некоторого предела ( $L_{RANS} > C_{DES}\Delta$ ) происходит переключение метода DES в LES моду внутри присоединенного пограничного слоя, что приводит к занижению моделируемых напряжений. Данный дефект, получивший в литературе название «истощение модельных напряжений» («Modeled-Stress Depletion», [36]) и являющийся проявлением проблемы «серой области» в пристенных областях потока, может приводить к таким неприятным явлениям как «сдвиг логарифмических участков» профиля скорости в пограничном слое («Log Layer Mismatch», [6]) и «отрыв, вызванный сеткой» («Grid-Induced Separation», [37]), в течениях с неблагоприятным градиентом давления.

Естественным способом решения проблемы истощения модельных напряжений является обеспечение работы RANS ветки метода DES во всем пограничном слое независимо от используемой сетки. Примером такого решения выступает зонный DES подход [38] (Zonal DES, ZDES), в рамках которого пользователь самостоятельно разделяет расчетную область на RANS и DES подобласти таким образом, чтобы весь присоединенный пограничный слой оказывался в RANS области независимо от используемой расчетной сетки. Отметим, что в DES подобласти происходит автоматическое переключение между RANS и LES ветвями, поэтому метод ZDES, как правило, относят к глобальным подходам [7], [13]. Метод ZDES был успешно применен к различным видам течений, включая, например, течение около трехэлементного профиля [38], сверхзвуковые струйные течения [39], след, возникающий при сверхзвуковом обтекании цилиндрического тела [40], и трансзвуковое закритическое обтекание крыла [41]. Использование такого подхода действительно решает проблему активации LES ветви внутри присоединенного пограничного слоя, однако метод ZDES обладает и рядом недостатков, в число которых входит сложность выделения областей присоединенного пограничного слоя до проведения основных расчетов, что особенно важно при расчете течений с нефиксированной точкой отрыва.

Впервые технология автоматического предотвращения активации LES моды внутри присоединенного пограничного слоя была предложена в работе [37], в которой было представлено модифицированное определение гибридного масштаба с использованием функции  $F_1$  модели SST [42]. Функция  $F_1$  позволяет идентифицировать присоединенные пограничные слои, и, таким, образом, может быть использована для координации RANS и LES веток метода. Предложенная авторами [37] поправка обеспечила работу RANS моды внутри пограничного слоя независимо от используемой сетки, или, по крайней мере, существенно ослабила требования к продольным шагам сетки. Однако, поскольку она может быть использована только в подходах, построенных на  $k-\omega$  моделях турбулентности, не приобрела популярности.

В работе [43] была предложена аналогичная, но более универсальная модификация метода DES, получившая название «задержанный» метод DES (Delayed DES, или DDES). Также как и в DES, в рамках метода DDES в базовой RANS модели линейный масштаб турбулентности  $l_{RANS}$  заменяется гибридным масштабом, однако его определение, по аналогии с масштабом, предложенным в работе [37], включает в себя дополнительную функцию, координирующую работу метода внутри пограничного слоя:  $l_{DDES} = l_{RANS} - f_d \max\{0, (l_{RANS} - C_{DES}\Delta)\}$ . Здесь  $f_d$  - эмпирическая функция, предложенная авторами [43] и обеспечивающая работу метода в режиме RANS внутри присоединенных пограничных слоев.

Такая модификация не расширяет возможности применения метода, а лишь направлена на устранение дефекта оригинальной модели (переключение в LES моду внутри пограничного слоя при измельчении шагов сетки), и в настоящее время DDES подход является наиболее предпочтительным для расчета отрывных течений.

Важным обстоятельством является то, что метод DDES может быть построен на базе любой модели турбулентности, которая «ответственна» за точность расчета присоединенных пограничных слоев. Одной из лучших, если не лучшей, моделью для замыкания уравнений Рейнольдса считается модель Ментера  $k-\omega$  SST [18], [42], о чем свидетельствует широкий опыт ее применения, накопившийся за более чем двадцать лет ее существования [44-48]. В связи с этим сравнительное исследование эффективности различных путей решения проблемы задержки RANS-LES перехода в оторвавшихся слоях смешения проведено в диссертации именно в рамках SST DDES подхода.

## 1.2. Проблема задержки формирования трехмерных структур в оторвавшихся слоях смешения

При высоких числах Рейнольдса пограничный слой перед отрывом является турбулентным, поэтому оторвавшийся слой смешения также оказывается турбулентным и населенным достаточно мелкими трехмерными вихрями. Однако при использовании для расчета неэкономных гибридных подходов присоединенный пограничный слой описывается с помощью RANS, то есть не содержит разрешенных турбулентных структур и характеризуется высоким уровнем модельной турбулентной вязкости. В результате, на начальном участке слоя смешения, несмотря на формальное переключение метода в LES моду, отсутствуют разрешенные турбулентные структуры.

Процесс формирования разрешенных трехмерных турбулентных структур при этом развивается по сценарию, который формально напоминает сценарий перехода к турбулентности в ламинарном слое смешения вследствие неустойчивости типа Кельвина-Гельмгольца («pseudo laminar-turbulent transition», [49]). В результате, в расчетах оторвавшийся слой смешения сворачивается с образованием крупных квазидвумерных вихрей, а разрешенные трехмерные турбулентные структуры появляются лишь на некотором расстоянии от точки (линии) отрыва. Конвекция турбулентной вязкости из RANS подобласти, а также интенсивная генерация «подсеточной» вязкости на начальном участке оторвавшегося слоя смешения, связанная с сильной анизотропией расчетных сеток и большим градиентом скорости в этой области, приводят к высоким уровням «подсеточной» вязкости, в результате чего формирование разрешенной трехмерной турбулентности может происходить на достаточно большом расстоянии от отрыва.

В области RANS-LES перехода полные напряжения оказываются заниженными, поскольку падение модельных напряжений произошло за счет активации подсеточной модели, а разрешенные турбулентные структуры еще не сформировались. При этом в течениях с массивной отрывной зоной за счет влияния разрешенных в ней турбулентных структур RANS-LES переход в слоях смешения ускоряется, а влияние небольшой «серой области» на основные параметры течения, как правило, несущественно [49]. В течениях с умеренными отрывными зонами такой механизм ускорения RANS-LES перехода гораздо слабее, в результате чего возможно образование

протяженных областей перехода, в которых турбулентные характеристики описываются неточно. Наличие такой переходной области влияет не только на точность решения в самом слое смешения, но и структуру течения в целом.

Так, в работе [30] представлены результаты расчета сверхзвукового обтекания цилиндрического тела методом DES на основе модели SA и показано, что в начале слоя смешения метод DES предсказывает RANS-подобное решение со стационарным слоем смешения без разрешенных турбулентных структур. В результате, размер зоны рециркуляции за телом оказался существенно завышенным, а скорость в следе – заниженной. Затянутый RANS-LES переход в расчетах сверхзвукового течения в каверне методами DES и IDDES [50] приводит к неточным предсказаниям параметров течения как в слое смешения, так и в каверне, что продемонстрировано в работе [51]. В работе [52], где представлены результаты расчета трансзвукового обтекания крыла методом DDES, авторы объясняют завышенную амплитуду колебаний скорости в области задней кромки крыла «слишком периодическим» сходом вихрей Кармана, вызванным сильно затянутым RANS-LES переходом в оторвавшемся слое смешения.

При использовании метода DES в струйных течениях затягивание появления численно разрешаемых турбулентных структур также существенно влияет на точность решения [53], [54]. Измельчение сетки на начальных участках слоев смешения позволяет сократить область RANS-LES перехода (см. рисунок 1.1) и добиться хорошего согласования параметров течения с экспериментом, что показано авторами работы [54] на примере расчета методом DDES круглой струи при числах Маха и Рейнольдса  $M = 2.2$  и  $Re = 6.7 \cdot 10^6$  соответственно. Однако для этого авторам пришлось использовать сетку с числом ячеек порядка  $40 \cdot 10^6$ , причем в азимутальном направлении сетка содержала порядка 3000 узлов. Для сравнения, в работе [55] авторам удавалось добиться высокой точности предсказания методом ILES (Implicit LES) параметров круглых струй на сетках с числом узлов в азимутальном направлении менее 400, т.е. при использовании примерно в 10 раз меньших затрат компьютерных ресурсов.

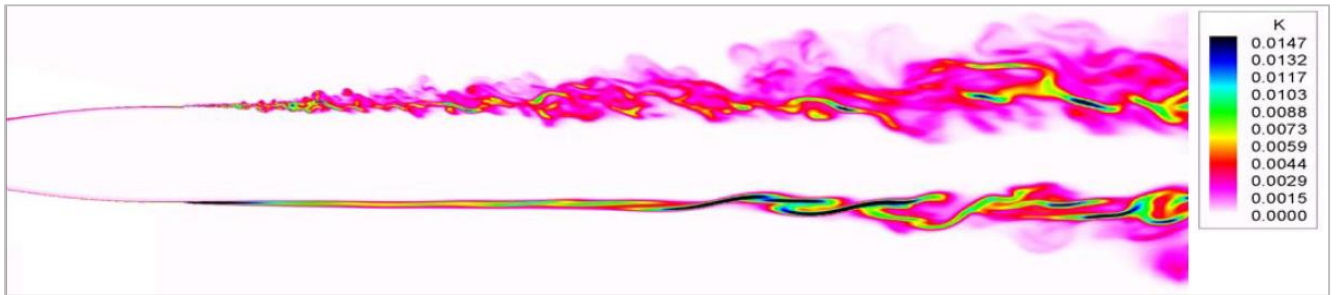


Рисунок 1.1. Поле кинетической энергии турбулентности в круглой струе, полученное в работе [54] на мелкой (сверху) и грубой (снизу) сетках методом DDES

Измельчение расчетной сетки на начальных участках слоев смешения является неприемлемым методом сокращения длины области RANS-LES перехода с практической точки зрения. Обзору более экономичных способов ускорения RANS-LES перехода в слоях смешения посвящен следующий раздел.



### 1.3. Методы ускорения перехода к численно разрешаемой турбулентности в слоях смешения

В работе [56] авторы выделяют 4 возможные причины чрезмерной стабильности оторвавшихся слоев смешения в рамках гибридных RANS-LES подходов. Во-первых, причиной может быть работа метода в RANS режиме, что связано с недостаточно мелкой сеткой в этой области. Вторая возможная причина - отсутствие в расчете возмущений, которые могли бы инициировать переход. В третьих, высокий уровень подсеточных напряжений на начальных участках слоев смешения делает слои смешения более устойчивыми и замедляет процесс формирования турбулентных структур в них. Наконец, слишком высокая численная диссипация, вносимая вычислительной схемой, может замедлить развитие неустойчивости в слоях смешения.

Основная часть опубликованных в литературе способов ускорения RANS-LES перехода в оторвавшихся слоях смешения направлена на устранение второй и/или третьей причин.

#### 1.3.1. Инициация неустойчивых мод в слое смешения

Для того чтобы инициировать развитие возмущений в оторвавшемся слое смешения (т.е. для устранения второй из упомянутых выше причин задержки RANS-LES перехода), в работе [57] в рамках X-LES подхода [15] к моделированию турбулентности был предложен метод, получивший название модель случайной подсеточной вязкости («stochastic sub-grid-scale model»). В соответствии с этой моделью предлагается введение случайных возмущений в поле подсеточной вязкости путем ее домножения на случайную величину. Для того, чтобы исключить влияние модификации на положение RANS-LES интерфейса, вязкость должна изменяться только в LES подобласти. Предложенная идея в работе реализуется с помощью следующего модифицированного определения подсеточной вязкости:

$$v_t = \begin{cases} k/\omega, & l \leq C_1 \Delta \\ \xi^2 C_1 \Delta \sqrt{k}, & l > C_1 \Delta \end{cases}, \quad (1.1)$$

где  $l = \sqrt{k}/\omega$ ,  $C_1 = 0.1$ ,  $\Delta = \Delta_{\max}$ ,  $k$  и  $\omega$  - моделируемые кинетическая энергия турбулентности и удельная скорость ее диссипации, а  $\xi$  - случайная величина, изменяющаяся в пределах от 0 до 1.

Результаты, представленные в работе [57], свидетельствуют о том, что использование случайных возмущений в определении подсеточной вязкости приводит к дестабилизации слоя смешения и ускорению процесса формирования трехмерных турбулентных структур (рис. 1.2), а также позволяет разрешить больше турбулентных пульсаций по сравнению с оригинальной версией X-LES подхода (рис. 1.3).

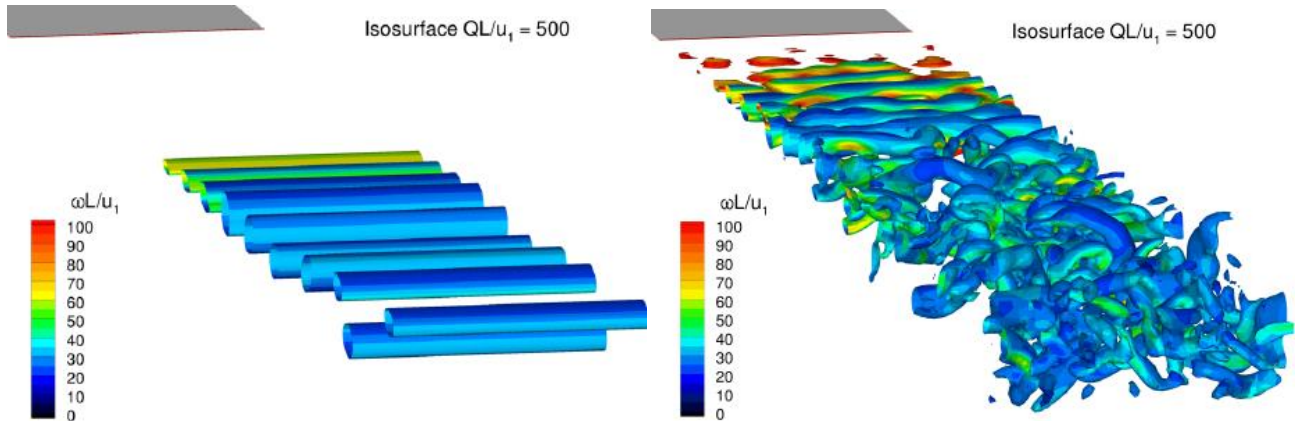


Рисунок 1.2. Мгновенные изоповерхности Q-критерия в плоском слое смешения [58], полученные авторами [57] с помощью стандартного X-LES подхода (слева) и X-LES подхода в сочетании с моделью случайной подсеточной вязкости (справа)

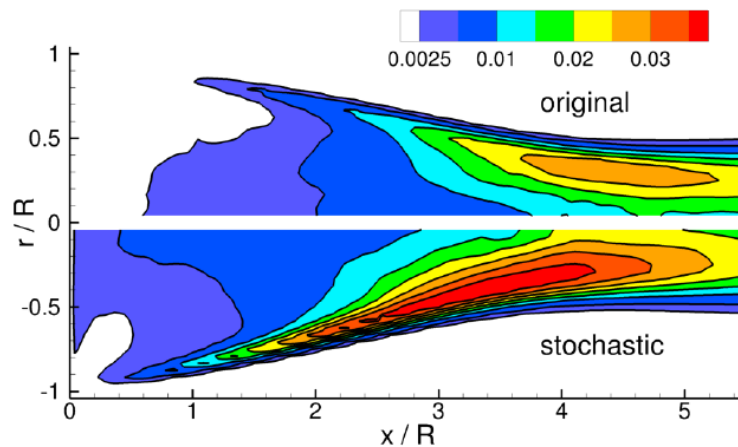


Рисунок 1.3. Поля разрешенной кинетической энергии турбулентности в следе за срезом продольно обтекаемого цилиндрического тела [59], полученные авторами [57] с помощью стандартного X-LES подхода («original») и X-LES подхода в сочетании с моделью случайной подсеточной вязкости («stochastic»)

Однако, как отмечают и сами авторы, этой модификации оказалось недостаточно для полного решения проблемы затянутого RANS-LES перехода в оторвавшихся слоях смешения. Так, эволюция толщины слоя смешения, полученная при помощи X-LES подхода в сочетании с моделью случайной подсеточной вязкости, заметно отличается от

экспериментальной, и в целом предсказания модифицированного X-LES оказались менее точными, чем предсказания зонного RANS-LES подхода, в котором для генерации турбулентного контента на входе в LES подобласть использовался белый шум (рис. 1.4).

Сравнение распределения продольной скорости вдоль оси симметрии за срезом продольно обтекаемого цилиндрического тела с экспериментальными данными также показало, что рассогласование остается существенным. На рисунке 1.5 видно, что длина зоны рециркуляции за телом сильно завышена, что является типичным следствием затянутого RANS-LES перехода в оторвавшихся слоях смешения. Отметим также, что и на рисунке 1.3 видно практически полное отсутствие разрешенных пульсаций на начальном участке слоя смешения ( $x/R < 1$ ) в решении модифицированного X-LES подхода. В работе [57] это объясняется недостаточно мелкой сеткой в области начальных участков слоев смешения.

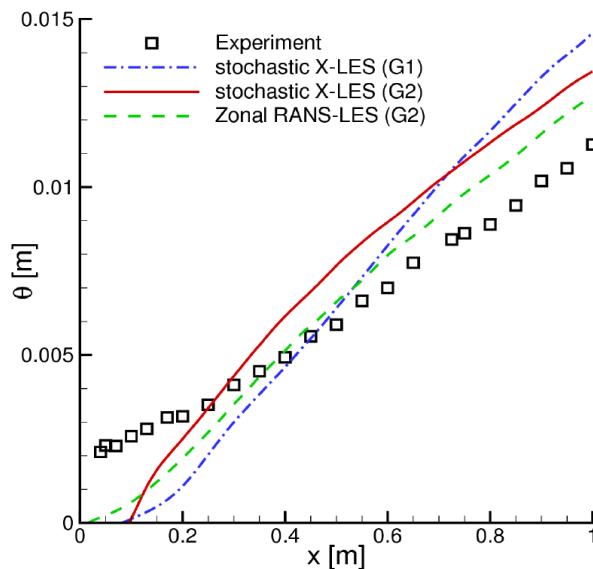


Рисунок 1.4. Сравнение продольного распределения толщины потери импульса в плоском слое смешения, полученного X-LES подходом в сочетании с моделью случайной подсеточной вязкости на двух сетках (G1 – 1.29 и G2 – 10.3 миллионов узлов) и зонным RANS-LES подходом с экспериментом [58]

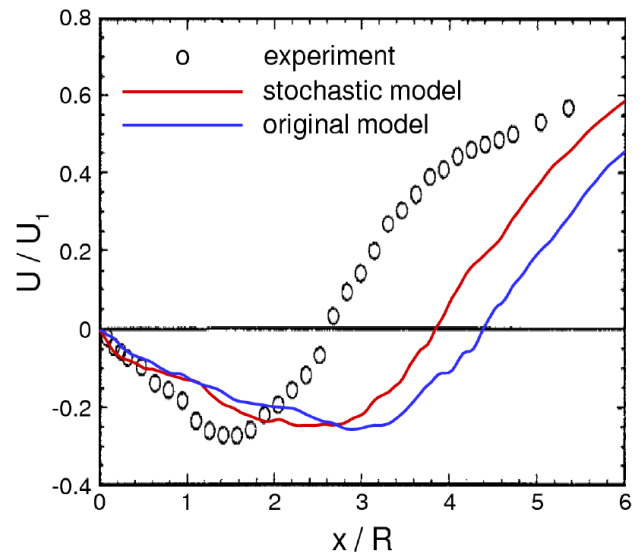


Рисунок 1.5. Сравнение распределений продольной скорости вдоль оси симметрии, полученных с помощью X-LES подхода в сочетании с моделью случайной подсеточной вязкости («stochastic») и его оригинальной версии («original») с экспериментом [59]

Таким образом, введение возмущений в поле подсеточной вязкости не снимает высоких требований к расчетной сетке в области начальных участков слоев смешения, которые включают в себя, в том числе, и использование изотропных ячеек, что, как

правило, недостижимо в инженерной практике. Поэтому, несмотря на очевидные плюсы модели случайной подсеточной вязкости, а именно – локальность формулировки, экономичность и возможность ее применения в рамках любого гибридного RANS-LES подхода, такая модель сама по себе не может быть рассмотрена в качестве эффективного решения проблемы «серой области» в оторвавшихся слоях смешения.

### 1.3.2. Фильтрация масштабов, соответствующих высоким частотам

В работе [56] для решения проблемы затянутого RANS-LES перехода предложено использовать процедуру фильтрации масштабов, соответствующих высоким частотам («High-Pass Filtered approach», или HPF), предложенную в работах [60], [61] для LES расчета пристенных течений. В рамках HPF методов к уже отфильтрованному с помощью сеточного фильтра полю скорости применяется дополнительный высокочастотный фильтр («high pass filter»), и полученное поле используется вместо поля мгновенной скорости для определения подсеточных напряжений и/или подсеточной вязкости [62].

В работе [56] авторы предложили реализовать идеи HPF методов в рамках X-LES метода для модификации подсеточных напряжений в LES подобласти (определение подсеточной вязкости при этом не меняется). Для этого в определении тензора подсеточных напряжений, входящего в уравнение переноса импульса, вместо тензора скоростей деформации используется тензор, построенный по мгновенным пульсациям скорости:

$$\tau_{ij} = \mu_t \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u'_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (1.2)$$

В качестве фильтра, позволяющего отделить пульсации скорости  $u'$ , могут быть использованы различные пространственные фильтры [63], [64]. Однако использование пространственной фильтрации сильно усложняет и замедляет процедуру расчета, а нелокальность формулировки затрудняет параллелизацию вычислительного алгоритма. В связи с этим в работе [56] для определения разрешенных пульсаций скорости предложено использовать бегущее осреднение по времени (3), поскольку такая процедура требует меньше вычислительных ресурсов и проще в реализации.

$$u'(x, t) = u(x, t) - \frac{1}{t} \int_0^t u(x, s) ds \quad (1.3)$$

При использовании определения (1.2) для подсеточных напряжений на двумерных участках слоев смешения, где практически отсутствуют разрешенные пульсации, напряжения существенно уменьшаются. Таким образом, предложенная авторами [56] модификация, HPF X-LES, направлена на устранение третьей причины чрезмерной устойчивости слоев смешения в гибридных RANS-LES подходах – высокого уровня подсеточных напряжений на начальных участках слоев смешения.

На примере обтекания дельтообразного крыла показано, что область RANS-LES перехода в слое смешения в рамках HPF DX-LES подхода (HPF X-LES с использованием «защитной» функции  $f_d$  [43]) существенно уменьшена по сравнению с результатами DDES подхода (рис. 1.6). Как следствие, улучшается согласование параметров турбулентности с экспериментальными данными (рис. 1.7).

Кроме того, на примере задачи о развитии плоского слоя смешения в работе [56] показано, что комбинация модели случайной подсеточной вязкости [57] и HPF метода в рамках подхода X-LES оказывается более эффективной, чем использование только модели случайной подсеточной вязкости. Такой комбинированный подход позволил авторам добиться правильной скорости роста толщины слоя смешения (рис. 1.8).

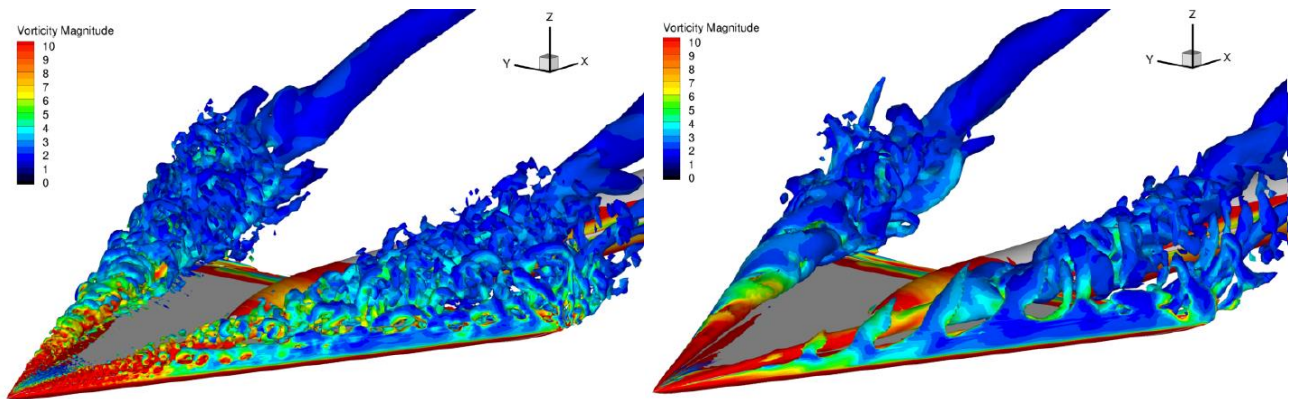


Рисунок 1.6. Мгновенные изоповерхности Q-критерия, полученные авторами [56] при расчете дельтообразного крыла [65] с помощью HPF DX-LES подхода (слева) и SST-DDES подхода (справа)

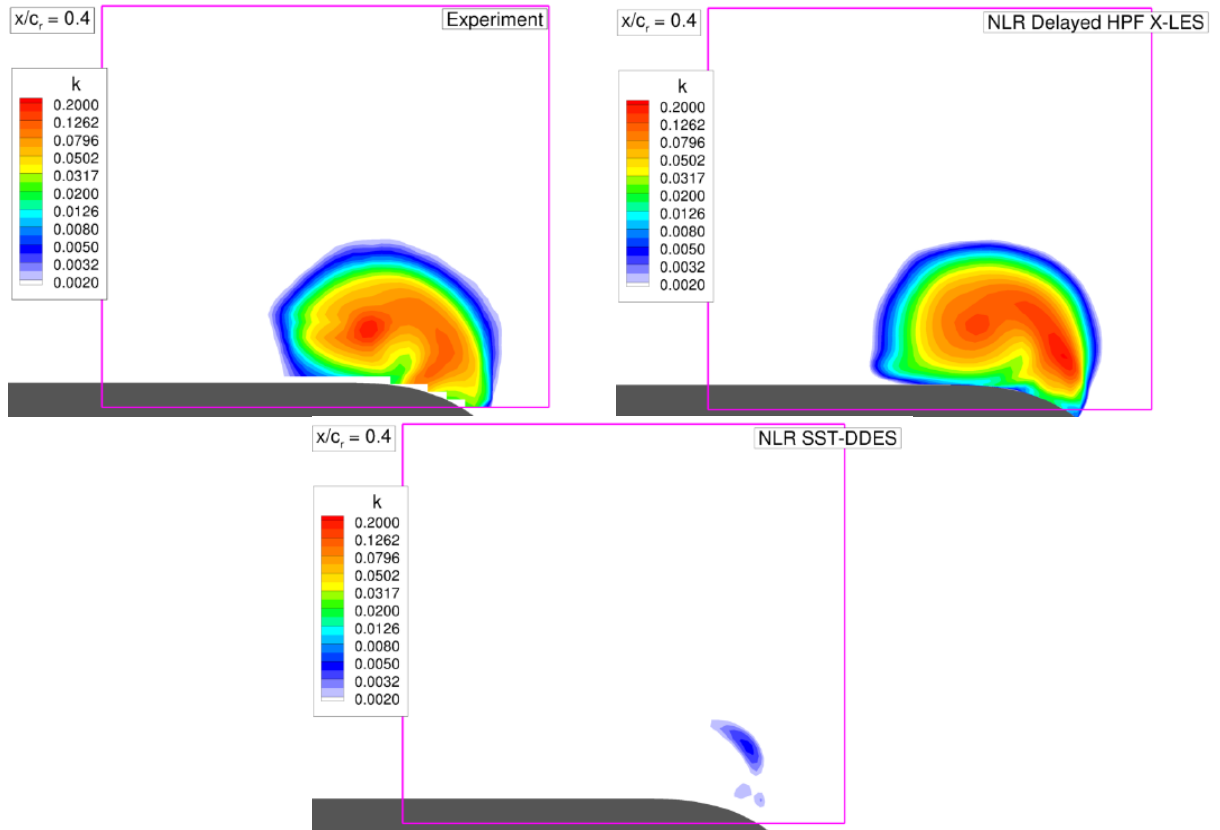


Рисунок 1.7. Поля разрешенной кинетической энергии турбулентности в сечении полученные авторами [56] с помощью с помощью HPF DX-LES подхода и SST-DDES подхода, с экспериментальными данными [65]

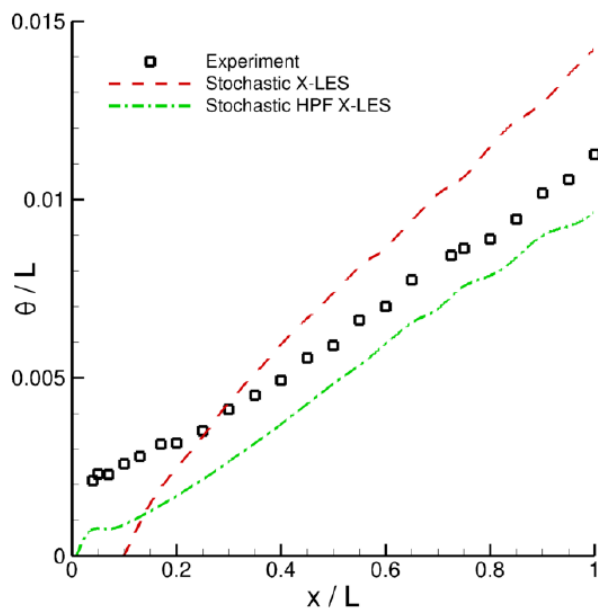


Рисунок 1.8. Сравнение продольного распределения толщины потери импульса в плоском слое смешения, полученного с помощью X-LES подхода в сочетании с моделью случайной подсеточной вязкости (stochastic X-LES) и его комбинации с HPF методом (Stochastic HPF X-LES) с экспериментом [58]

Существенным минусом HPF подхода для ускорения RANS-LES перехода, помимо необходимости хранить дополнительные переменные для расчета бегущего среднего, является его потенциальная неприменимость в течениях, в которых присутствует нестационарность, не связанная с разрешенными вихрями, например, при колебании оторвавшегося слоя смешения. Кроме того, авторы не продемонстрировали, что предложенная модификация подсеточных напряжений не влияет на описание параметров турбулентности в развитом турбулентном течении и не требует перекалибровки констант подсеточной модели.

### 1.3.3. Учет перехода энергии от моделируемых вихрей к разрешаемым

Классические модели подсеточной вязкости описывают каскадный перенос энергии от крупных вихрей к мелким, пренебрегая взаимодействием между разрешаемыми и моделируемыми вихрями и возможностью обратной передачи энергии от мелких вихрей к крупным. Ряд подходов, направленных на ускорение RANS-LES перехода в слоях смешения основан на идее учета возможности передачи энергии вихрей, соответствующих подсеточным масштабам, более крупным разрешаемым вихрям. Так, в работах [66], [67] авторы, основываясь на работах [68], [69], предлагают заменить в уравнениях переноса импульса тензор подсеточных напряжений выражением

$$\tau_{ij} = 2\nu_t \left( S_{ij} - \frac{1}{3} \partial_k u_k \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} - R_{ij}, \quad \text{где } R_{ij} \text{ – случайный тензор напряжений,}$$

используемый для учета обратной передачи энергии. При этом тензор  $R_{ij}$  не моделируется напрямую, а, по аналогии с моделью [68], моделируется его градиент, построенный на основе подсеточной кинетической энергии турбулентности и случайных величин:

$$\nabla \cdot R = \nabla \times (C_B k \xi), \quad (1.4)$$

где  $C_B$  – константа модели, а  $\xi$  – вектор, составленный из трех случайных величин  $\xi_i = N(0,1)$ .

Величина  $\nabla \cdot R$  добавляется в уравнение переноса импульса как источник, а полученная модель получила название «модель случайного обратного каскада» (в англоязычной литературе - «stochastic backscatter model»). Наиболее сложный этап при использовании этой модели – получение трех случайных величин, коррелирующих в пространстве и времени. Для этого, в частности, на каждом шаге по времени



необходимо решать 3 дополнительных дифференциальных уравнения во всей расчетной области.

Результаты тестовых расчетов, включающих плоский слой смешения и круглую струю, продемонстрировали существенное преимущество HPF X-LES подхода [56] в сочетании с моделью случайного обратного каскада [66] перед стандартным X-LES подходом (рис. 1.9), однако необходимость дополнительного решения трех дифференциальных уравнений делает этот метод слишком затратным. Кроме того, в рамках многих подсеточных моделей, в частности в рамках модели SA, не доступна информация о величине подсеточной кинетической энергии турбулентности, необходимой для получения тензора  $R$  по формуле (1.4), так что для использования подобного подхода пришлось бы пользоваться дополнительными приближенными соотношениями.

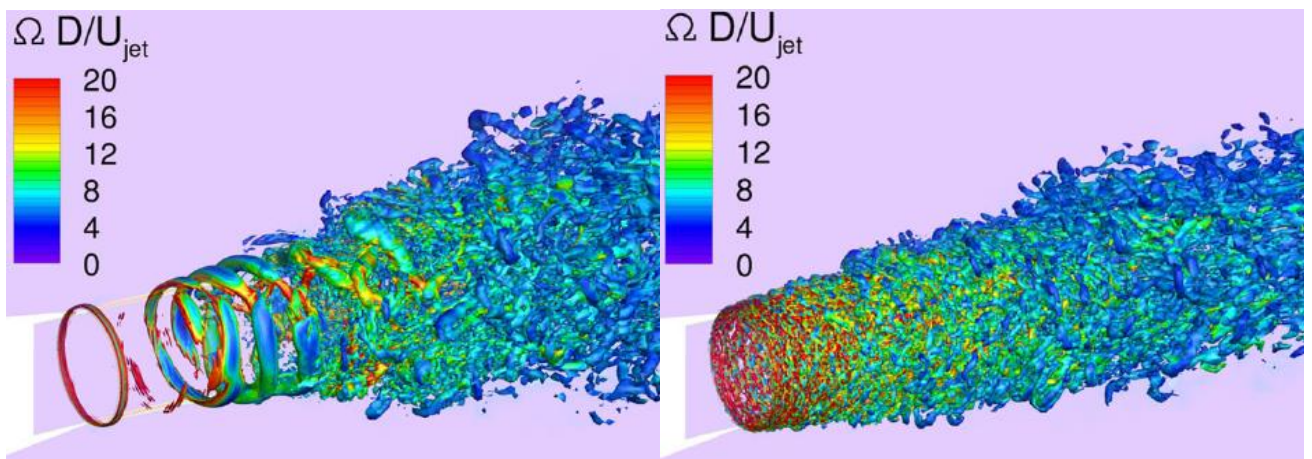


Рисунок 1.9. Мгновенные изоповерхности Q-критерия, полученные в работе [66] при расчете круглой струи с помощью стандартного X-LES подхода (слева) и HPF X-LES подхода в сочетании с моделью случайного обратного каскада (справа)

#### 1.3.4. Использование альтернативных дифференциальных операторов в подсеточных моделях

Дифференциальные подсеточные модели, используемые в глобальных методах типа DES, в равновесии (т.е. когда генерация турбулентных характеристик равна их диссипации) переходят в алгебраическую подсеточную модель Смагоринского. Эта модель, однако, имеет ряд недостатков, среди которых следует отметить предсказание ненулевой турбулентной вязкости в двумерных областях течения. Из-за высоких градиентов скорости в этой области турбулентная вязкость, предсказываемая моделью,



оказывается весьма высокой. Это свойство модели Смагоринского, в частности, приводит к затягиванию развития турбулентных структур в слоях смешения.

Некоторые алгебраические подсеточные модели, в которых для определения подсеточной вязкости используются не инвариант тензора скоростей деформации  $S^2$ , а другие дифференциальные операторы, предсказывают нулевую или близкую к нулю турбулентную вязкость в двумерных областях течения. К ним, в частности, относятся модели WALE [70], Vreman [71], S3PQR-модель [72] и недавно предложенная модель  $\sigma$  [73]. Дифференциальные операторы, используемые в этих моделях, обращаются в ноль в поле чистого сдвига, но обеспечивают правильное поведение модели в однородной изотропной турбулентности. Таким образом, построение дифференциальной подсеточной модели для метода DES, которая в равновесии переходила бы в подобную алгебраическую модель, является одним из возможных способов ускорения RANS-LES перехода в оторвавшихся слоях смешения.

Впервые эта идея была реализована в работе [10], авторы которой предложили две модификации метода DDES, построенного на модели турбулентности SA [14]. Суть модификаций заключается в замене в формулировке подсеточной версии модели SA инварианта градиента скорости на дифференциальный оператор модели  $\sigma$  или WALE. Для того чтобы обеспечить модификацию модели только в LES области, в уравнении SA DDES подхода вместо  $S_{RANS}^* = \sqrt{\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$  используется выражение:

$$S_{\sigma/WALE-DDES} = S_{RANS}^* - f_d \text{pos}(L_{RANS} - L_{LES})(S_{RANS}^* - B_{\sigma/WALE} S_{\sigma/WALE}), \quad (1.5)$$

где  $f_d$  – «защитная» функция DDES,  $L_{RANS} = d_w$ ,  $L_{LES} = C_{DES}\Delta$ ,  $S_{\sigma/WALE}$  – дифференциальный оператор  $\sigma$ - или WALE- модели, а  $B_{\sigma/WALE}$  – константа соответствующей модели, определенная в работе [10] с помощью калибровки на задаче о вырождении однородной изотропной турбулентности.

Результаты расчетов плоского слоя смешения с помощью WALE- и  $\sigma$ -DDES методов, представленные в работе [10], свидетельствуют о превосходстве обеих этих версий над стандартным DDES подходом, однако  $\sigma$ - модификация оказалась заметно эффективнее (рис. 1.10). Это связано с тем, что оператор  $\sigma$ - модели, в отличие от оператора WALE модели, близок к нулю не только в областях чистого сдвига, но и в областях твердого вращения. В результате, в областях с двумерными вихрями,

формирующимися при сворачивании слоя смешения,  $\sigma$ -модель обеспечивает более низкие значения подсеточной вязкости (рис. 1.11).

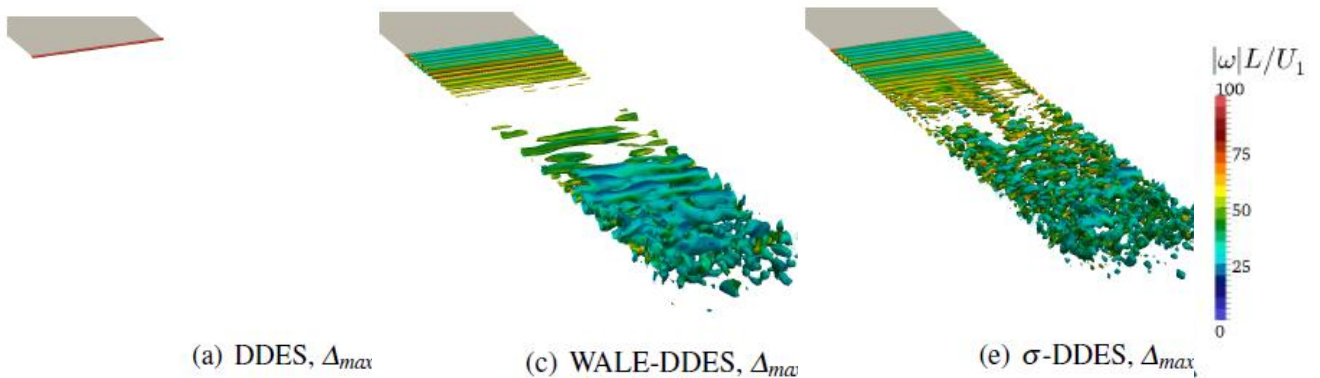


Рисунок 1.10. Изоповерхности Q-критерия, полученные авторами [10] с помощью стандартного DDES подхода (слева) и двух его модифицированных версий – WALE-DDES (в центре) и  $\sigma$ -DDES (справа)

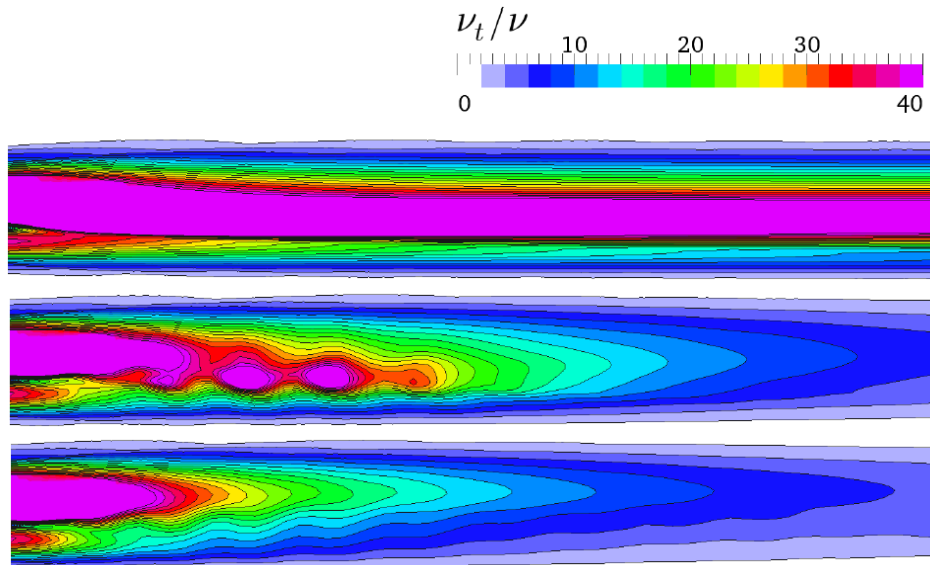


Рисунок 1.11. Мгновенные поля турбулентной вязкости, полученные авторами [10].  
Сверху вниз: результаты стандартного DDES подхода, результаты WALE-DDES  
и результаты  $\sigma$ -DDES

Таким образом, из двух предложенных модификаций  $\sigma$ -DDES модель является более эффективной для ускорения RANS-LES перехода в оторвавшихся слоях смешения. Отметим, что ее использование не усложняет процедуру расчета, поскольку необходимо только определить оператор  $S_\sigma$ , формулировка которого локальна, а расчет не требует существенных временных затрат.

### 1.3.5. Модификация подсеточного масштаба турбулентности

В рамках гибридных подходов в LES подобластях предполагается использование сеток с изотропными ячейками [74]. Однако это требование, как правило, не может быть выполнено на начальных участках слоев смешения. Вычислительные затраты, необходимые для построения изотропных структурированных сеток в этих областях, очень велики, и в обозримом будущем использование таких сеток в инженерных задачах кажется невозможным. При этом особенно трудно обеспечить достаточно мелкие шаги сетки в направлении, поперечном плоскости развития слоя смешения. Поэтому на начальных участках слоев смешения, как правило, ячейки оказываются сильно анизотропными, вытянутыми в трансверсальном направлении.

Для LES расчетов на анизотропных сетках наиболее физически обоснованным определением подсеточного масштаба является размер максимальной стороны ячейки  $\Delta_{\max} = \max(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$ , поскольку именно максимальный шаг сетки определяет порядок разрешаемых изотропных вихрей. Однако на начальных участках слоев смешения такое определение подсеточного масштаба является слишком «консервативным». Так, поскольку в этих областях течение близко к двумерному, поперечный шаг сетки не может считаться масштабом разрешаемых структур. При этом шаг сетки в трансверсальном направлении, как правило, сильно превышает шаги в других направлениях, в результате чего такое определение подсеточного масштаба приводит к высоким уровням подсеточной вязкости. Как следствие, слой смешения оказывается слишком устойчивым, а процесс формирования трехмерных структур замедляется. Таким образом, можно заключить, что в течениях с оторвавшимися слоями смешения стандартное для DES использование  $\Delta_{\max}$  [2] в качестве определения подсеточного масштаба является неоптимальным.

В рамках LES подхода в качестве определения подсеточного масштаба часто используется объем расчетной ячейки  $\Delta_{\text{Vol}}$ , что впервые было предложено в работе [75]. В гибридных RANS-LES подходах такой выбор подсеточного масштаба тоже достаточно распространен, в частности, в методе ZDES [40] предлагается использовать объем ячейки как подсеточный масштаб во всей DES области, а в работе [76] выбор подсеточного масштаба ( $\Delta_{\max}$  или  $\Delta_{\text{Vol}}$ ) зависит от величины функции  $f_d$ , обеспечивающей работу DDES [43] в RANS моде в присоединенных пограничных слоях.

Использование объема ячейки в качестве подсеточного масштаба на изотропных сетках вполне оправданно, а на анизотропных сетках в области начальных участков слоев смешения кажется даже более предпочтительным, чем  $\Delta_{\max}$ , поскольку это позволит добиться более низких уровней подсеточной вязкости. Однако в областях с развитой турбулентностью применение этого масштаба на анизотропных ячейках не обосновано, т.к. его определение включает в себя минимальный шаг сетки, который не может выступать в качестве масштаба разрешаемых на этой сетке изотропных вихрей. Таким образом, ни одно из двух «классических» определений подсеточного масштаба ( $\Delta_{\max}$  и  $\Delta_{\text{Vol}}$ ) не может считаться оптимальным.

В работе [39] был предложен подсеточный масштаб  $\Delta_{\omega}$ , который учитывает особенности течения на начальных участках слоев смешения, а именно – его квази-двумерный характер. Определение масштаба  $\Delta_{\omega}$  построено на размере ячейки и направлении вектора завихренности потока:  $\Delta_{\omega} = \sqrt{N_x^2 \Delta_y \Delta_z + N_y^2 \Delta_z \Delta_x + N_z^2 \Delta_x \Delta_y}$ , где вектор  $N$  с компонентами  $(N_x, N_y, N_z)$  – единичный вектор, сонаправленный с вектором завихренности потока. Для плоского слоя смешения, распространяющегося в плоскости XY, на начальном его участке определение масштаба  $\Delta_{\omega}$  не будет включать в себя шаг  $\Delta_z$  и сведется к выражению  $(\Delta_x \Delta_y)^{0.5}$ . Более общее определение подсеточного масштаба  $\Delta_{\omega}$ , применимое на неструктурированных сетках, было предложено в работе [77].

Расчеты струйных течений, представленные в работе [39] показали, что использование масштаба  $\Delta_{\omega}$  в рамках метода ZDES приводит к ускорению RANS-LES перехода в слоях смешения по сравнению со стандартным методом ZDES, использующим в качестве подсеточного масштаба определение  $\Delta_{\text{Vol}}$ . В результате повышается точность предсказанных средних характеристик течения (рис. 1.12).

Однако, помимо успешности использования масштаба  $\Delta_{\omega}$  для ускорения RANS-LES перехода в слоях смешения, следует отметить и его существенный недостаток, а именно – возможное использование минимального шага сетки в его определении.

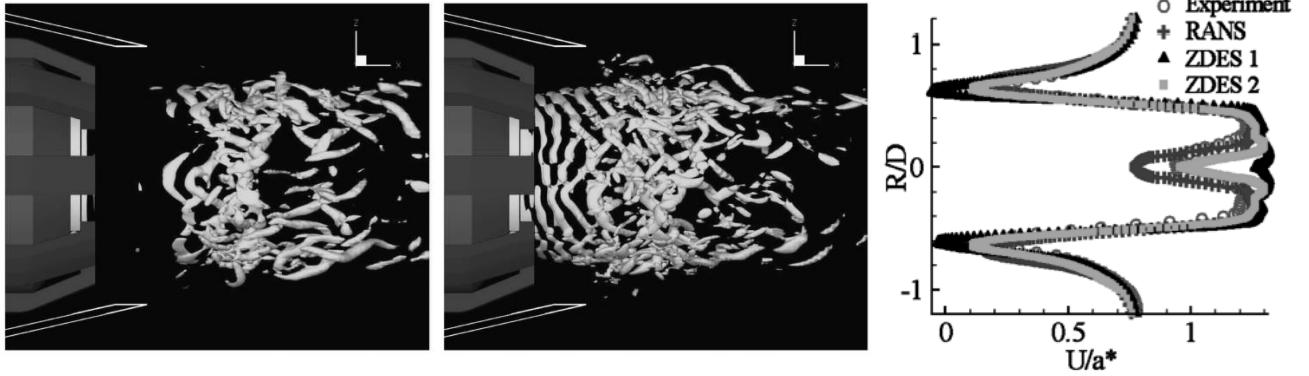


Рисунок 1.12. Изоповерхности Q-критерия, полученные авторами [39] с помощью стандартного ZDES подхода (слева, ZDES1) и его модифицированных версий – ZDES в сочетании с масштабом  $\Delta_\omega$ , (в центре, ZDES2), а также сравнение профилей осевой компоненты скорости, полученных методом RANS с моделью SA и двумя версиями ZDES, с экспериментальными данными [78](справа)

Другое определение подсеточного масштаба, учитывающее анизотропию расчетной сетки и разработанное для ускорения RANS-LES перехода,  $\tilde{\Delta}_\omega$ , было предложено в работе [10]. Предложенный масштаб определяется как  $\tilde{\Delta}_\omega = \frac{1}{\sqrt{3}} \max_{n,m=1,8} |(\mathbf{I}_n - \mathbf{I}_m)|$ , где  $\mathbf{I}_n = \mathbf{n}_\omega \times \mathbf{r}_n$ ,  $\mathbf{n}_\omega$  - единичный вектор, сонаправленный с вектором завихренности потока, а  $\mathbf{r}_n$  - радиус-вектор  $n$ -ого узла ячейки. Для плоского слоя смещения, распространяющегося в плоскости XY, определение этого масштаба, также, как и определение  $\Delta_\omega$ , не включает шаг сетки в трансверсальном направлении  $\Delta_z$ , но, в отличие от масштаба, предложенного в работе [39], величина масштаба  $\tilde{\Delta}_\omega$  в этих областях потока становится порядка  $O(\max(\Delta_x, \Delta_y))$ , т.е. не зависит от минимального шага сетки. Эффективность использования масштаба  $\tilde{\Delta}_\omega$  в работе [10] продемонстрирована на примере течения в канале с внезапным расширением, плоского слоя смещения и течения в круглой струе (рис. 1.13). Показано, что DES с таким определением подсеточного масштаба существенно превосходит стандартную версию метода.

Следует отметить, что  $\tilde{\Delta}_\omega$  является наиболее обоснованным определением подсеточного масштаба. Так, с одной стороны, его определение в квази-двумерных областях потока не учитывает размер ячейки в третьем направлении, который не описывает размер разрешаемых структур. С другой стороны, в областях с разрешенной турбулентностью этот масштаб имеет порядок  $\Delta_{\max}$ , т.е. порядок размера

разрешаемых на данной сетке структур, и, как следствие, его использование позволяет правильно описать энергетический спектр однородной изотропной турбулентности на анизотропных сетках, что продемонстрировано в работах [10], [9].

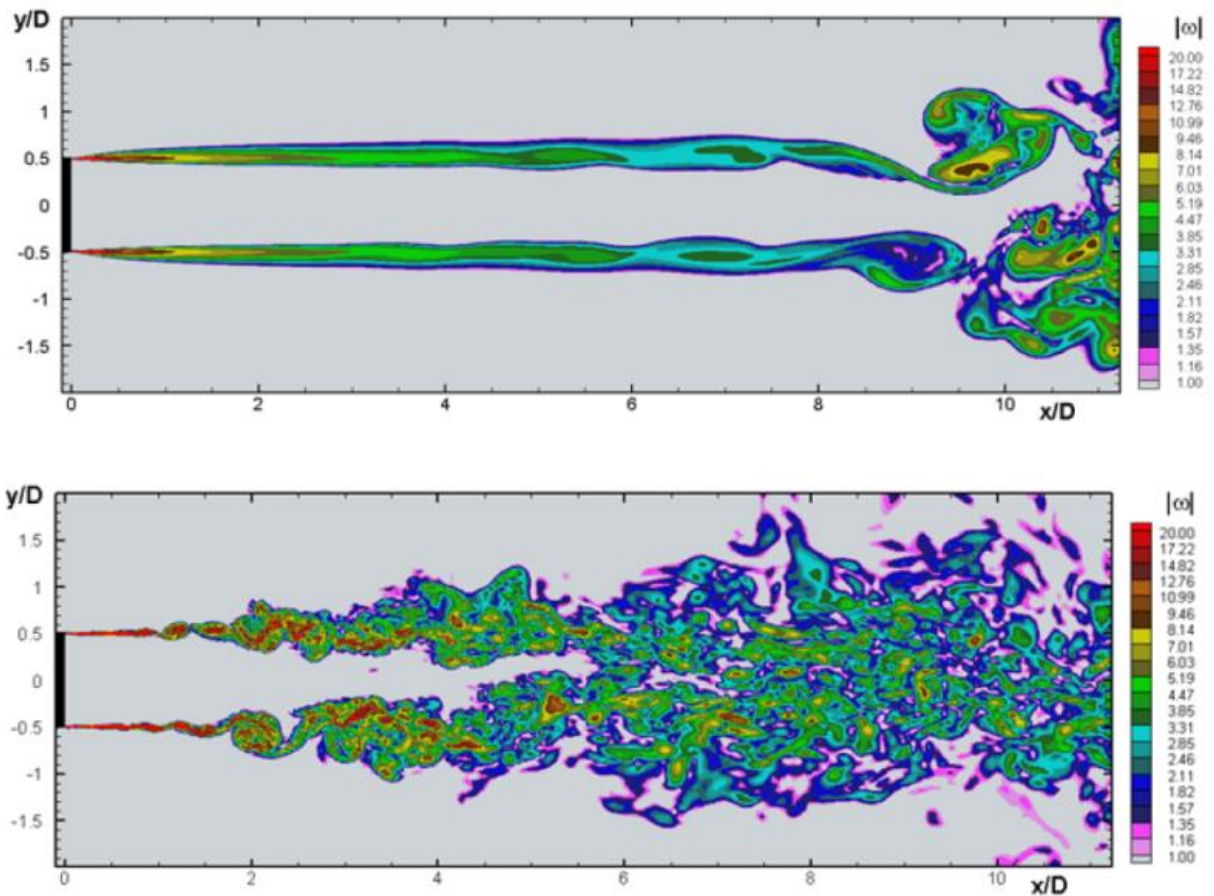


Рисунок 1.13. Мгновенные поля завихренности в круглой струе, полученные авторами [10] с помощью стандартного метода DES (сверху) и DES в сочетании с масштабом  $\tilde{\Delta}_\omega$  (снизу)

Однако, как показано в работе [10], замены стандартного подсеточного масштаба на  $\tilde{\Delta}_\omega$  недостаточно для полного решения проблемы затянутого RANS-LES перехода. Несмотря на то, что подсеточный масштаб уменьшается, уровень подсеточных напряжений остается достаточно высоким. Это связано с высокими значениями генерационных слагаемых в уравнениях турбулентных характеристик, вызванных большими значениями градиентов скорости на начальных участках слоев смешения, а также конвективным переносом турбулентных характеристик из RANS подобласти, находящейся выше по потоку. Таким образом, для снижения турбулентной вязкости на начальных участках слоев смешения требуются дополнительные меры.

Один из вариантов дополнительного снижения вязкости - комбинация использования подсеточного масштаба  $\tilde{\Delta}_\omega$  и модификации подсеточной модели метода DDES. В работе [10] на примере задачи о развитии плоского слоя смешения показано, что сочетание  $\sigma$ -DDES с масштабом  $\tilde{\Delta}_\omega$  является оптимальным в вопросе ускорения RANS-LES перехода среди протестированных методов (рис. 1.14), а именно - среди методов DDES, DDES в сочетании с масштабом  $\tilde{\Delta}_\omega$ ,  $\sigma$ -DDES, WALE-DDES и WALE-DDES в сочетании с масштабом  $\tilde{\Delta}_\omega$ .

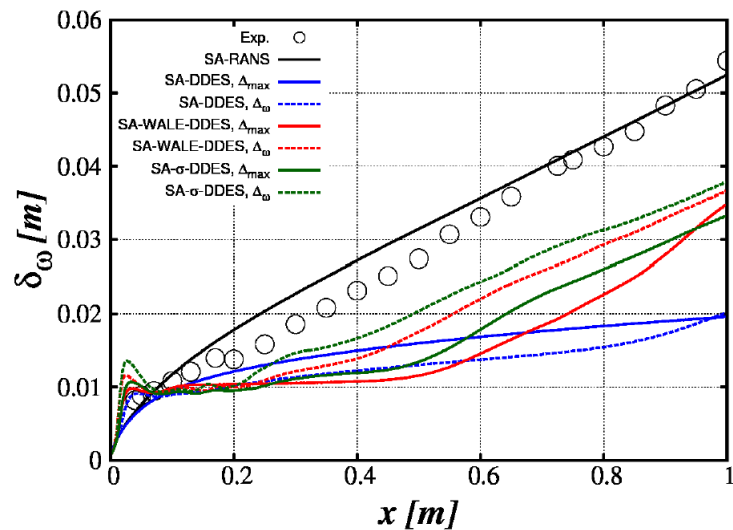


Рисунок 1.14. Сравнение продольного распределения толщины плоского слоя смешения, полученного с помощью различных версий DES, с экспериментальными данными [58]

Необходимо отметить, что формулировка  $\sigma$ -DDES подхода в сочетании с подсеточным масштабом  $\tilde{\Delta}_\omega$  локальна, а существенных дополнительных вычислительных затрат при его использовании не требуется, что делает этот метод перспективным подходом для ускорения RANS-LES перехода в слоях смешения.

В работе [9] предложен еще один вариант модификации подсеточного масштаба. Новый «адаптированный к слоям смешения» (Shear-layer-adapted, SLA) подсеточный масштаб  $\Delta_{SLA} = \tilde{\Delta}_\omega F_{KH}$  основан на определении  $\tilde{\Delta}_\omega$  [10] и дополнительной эмпирической функции  $F_{KH}$  (Kelvin-Helmholtz, KH), предназначенной для ускорения разблокировки неустойчивости Кельвина-Гельмгольца за счет дополнительного уменьшения подсеточного масштаба на начальных участках слоев смешения. Аргументом функции  $F_{KH}$  является кинематический критерий VTM (Vortex Tilting Measure), разработанный авторами статьи и позволяющий идентифицировать квази-

двумерные участки течения: 
$$VTM \equiv \frac{\sqrt{6} |(\hat{\mathbf{S}} \cdot \boldsymbol{\omega}) \times \boldsymbol{\omega}|}{\boldsymbol{\omega}^2 \sqrt{3tr(\hat{\mathbf{S}}^2) - [tr(\hat{\mathbf{S}})]^2}},$$
 где  $\hat{\mathbf{S}}$  - тензор скоростей

деформаций,  $tr()$  – означает след тензора, а  $\boldsymbol{\omega}$  – вектор завихренности. Осредненное по соседним ячейкам значение величины VTM близко к нулю в квази-двумерных областях потока и отличается от него (значение лежит в диапазоне примерно от 0.3 до 1) – в областях с развитой турбулентностью, что позволило авторам построить эмпирическую функцию  $F_{KH}(VTM)$ , обеспечивающую десятикратное уменьшение подсеточного масштаба на начальных участках оторвавшихся слоев смешения, в результате чего там существенно уменьшается подсеточная вязкость, и ускоряется процесс формирования трехмерных структур.

В оригинальной работе тестирование предложенной модификации проводится на задаче о развитии плоского слоя смешения, течения в круглой струе и течения в канале с внезапным расширением. Результаты расчетов демонстрируют преимущество метода DDES в сочетании с масштабом  $\Delta_{SLA}$  как перед стандартной версией метода, так и перед DDES в сочетании с масштабом  $\tilde{\Delta}_\omega$  (рис. 1.15). Кроме того, в работе [79] показано, что использование масштаба  $\Delta_{SLA}$  в сочетании с методом DDES позволяет уменьшить проблему сдвига логарифмического участка профиля скорости в задаче о периодическом течении в канале по сравнению со стандартным методом DDES.

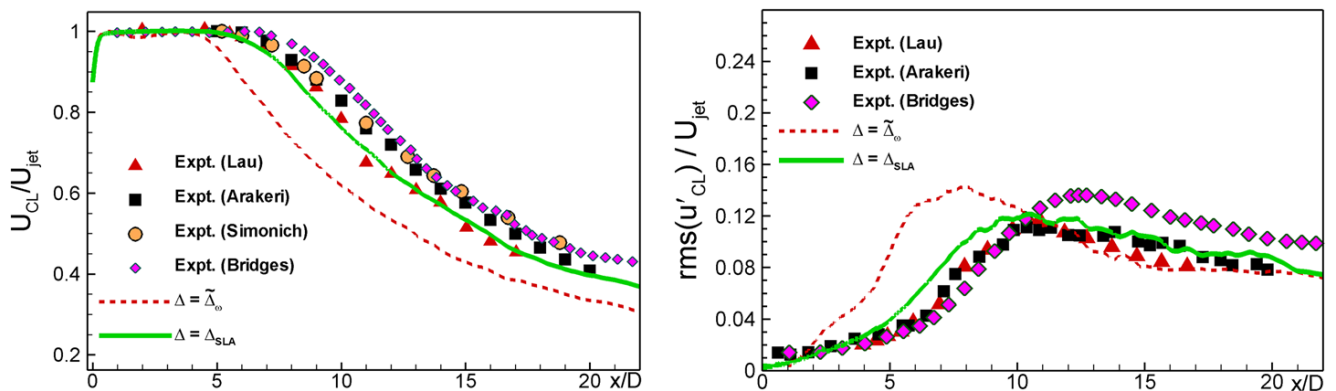


Рисунок 1.15. Сравнение распределений средней скорости (слева) и пульсаций скорости (справа) вдоль оси струи, полученных методом DES в сочетании с масштабами  $\tilde{\Delta}_\omega$  и  $\Delta_{SLA}$ , с экспериментальными данными [80-83]

Использование масштаба  $\Delta_{SLA}$  оказалось весьма эффективным способом ускорения RANS-LES перехода, этот масштаб может быть использован как в рамках LES, так и в рамках гибридных подходов с использованием любой подсеточной модели,



а его формулировка полностью локальна и не требует большого количества дополнительных вычислений.

Таким образом, в последние годы было предложено несколько различных методов ускорения RANS-LES перехода в оторвавшихся слоях смешения в рамках глобальных гибридных подходов. Большая часть этих методов основана на идее снижения подсеточных напряжений на начальных участках слоев смешения. На основе проведенного анализа наиболее перспективными из рассмотренных методов представляются  $\sigma$ -модификация метода DDES в сочетании с подсеточным масштабом  $\tilde{\Delta}_\omega$  и DDES в сочетании с подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ . Оба этих метода позволяют ускорить RANS-LES переход в слоях смешения, а дополнительные временные затраты малы по сравнению с общим временем расчета задачи.

Отметим,  $\sigma$ -DDES подход для ускорения RANS-LES перехода в оторвавшихся слоях смешения в работе [10] был предложен только для метода DDES, построенного на основе модели турбулентности Спаларта-Аллмараса. Однако, как отмечалось в разделе 1.1, предпочтительной базовой RANS моделью для DDES является модель SST. Это послужило стимулом для построения представленной в диссертации новой версии  $\sigma$ -DDES, основанной на этой модели.

## Глава 2. Математическая формулировка и свойства выбранных подходов

В настоящей Главе представлены формулировки рассматриваемых подходов, в частности метода SST DDES и SST DDES в сочетании с подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения, а также формулировка SST  $\sigma$ -DDES подхода, предложенного в работе. Кроме того, рассматриваются свойства подсеточных моделей выбранных методов, а также способность рассмотренных подходов обеспечивать работу RANS ветви даже при достаточно мелких продольных шагах сетки.

### 2.1. Уравнения движения

Турбулентное движение сжимаемого идеального газа в рамках гибридных подходов к моделированию турбулентности описывается следующими уравнениями (используется правило суммирования по повторяющимся индексам):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_k)}{\partial x_k} = 0, \\ \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_k)}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\tau_{ik} + \tau_{t,ik}), \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_k H)}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} [u_i (\tau_{ik} + \tau_{t,ik}) - (q_k + q_{t,k})], \\ \rho = pm/(RT). \end{array} \right. \quad (2.1)$$

Здесь  $x_i$  – декартовы координаты ( $i = 1, 2, 3$ ),  $u_i$  – компоненты вектора скорости,  $\rho$  – плотность,  $E = C_v T + u_k u_k / 2$  – удельная полная энергия газа,  $H = C_p T + u_k u_k / 2$  – удельная полная энтальпия газа,  $T$  – температура,  $C_v$  и  $C_p$  – удельные теплоемкости при постоянном объеме и давлении соответственно,  $R = 8314.34$  Дж/(кмоль·К) – универсальная газовая постоянная,  $m$  – молекулярная масса.

Тензор молекулярных вязких напряжений  $\boldsymbol{\tau}$  и вектор плотности теплового потока за счет молекулярной теплопроводности  $\mathbf{q}$  определяются с помощью реологического закона Ньютона и закона Фурье соответственно:

$$\tau_{ij} = 2\mu(T) \left( S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij} \right), \quad (2.2)$$

$$q_i = -\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x_k}. \quad (2.3)$$

Здесь  $S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$  - тензор скоростей деформаций,  $\delta_{ij}$  - символ Кронекера,

а  $\mu(T)$  и  $\lambda(T)$  - коэффициенты молекулярной динамической вязкости и теплопроводности.

В случае несжимаемой жидкости уравнение сохранения энергии и уравнение состояния не решаются, а плотность считается постоянной величиной.

Тензор турбулентных напряжений  $\tau_t$  определяется с помощью гипотезы Буссинеска, а вектор плотности турбулентного теплового потока  $q_t$  - с помощью «градиентной гипотезы», являющейся аналогом гипотезы Буссинеска для теплового потока:

$$\tau_{t,ij} = 2\rho\nu_t \left( S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad (2.4)$$

$$q_{t,i} = -\lambda_t \frac{\partial T}{\partial x_k}. \quad (2.5)$$

Здесь  $\lambda_t = C_p \rho \nu_t / Pr_t$  - турбулентная теплопроводность,  $Pr_t = 0.9$ - турбулентный аналог числа Прандтля, а  $\nu_t$  и  $k$  - турбулентная вязкость и кинетическая энергия турбулентности, определяемые с помощью модели турбулентности.

При этом следует отметить, что физический смысл величин  $\tau_t$  и  $q_t$  различается в RANS и LES подобластях течения. Так, в RANS подобластях эти величины описывают влияние, которое оказывают на осредненное по времени решение турбулентные структуры всех масштабов, в то время как в LES подобластях, величины  $\tau_t$  и  $q_t$  описывают влияние только относительно мелких вихрей, размер которых не превышает подсеточный линейный масштаб, на отфильтрованные по пространству характеристики потока.

## 2.2. DDES подход на основе базовой модели турбулентности $k-\omega$ SST

### 2.2.1. Базовая модель турбулентности $k-\omega$ SST

Модель турбулентности  $k-\omega$  SST была предложена в 1993 году в работе [18] и представляет собой комбинацию стандартной  $k-\varepsilon$  модели [84], зарекомендовавшей себя для расчета струйных и свободных сдвиговых течений, и  $k-\omega$  модели Уилкокса [85], позволяющей предсказать средние характеристики течения в пограничных слоях с высокой точностью. Модель SST удачно сочетает в себе лучшие качества вышеупомянутых моделей и работает как  $k-\varepsilon$  вдали от стенок и как  $k-\omega$  - вблизи них. Переключение ветвей модели обеспечивается с помощью эмпирической функции  $F_1$ , формулировка которой будет представлена далее.

Уравнения переноса турбулентных характеристик  $k-\omega$  SST модели записаны для кинетической энергии турбулентности  $k$  и удельной скорости ее диссипации  $\omega$  и имеют вид:

$$\frac{d(\rho k)}{dt} = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla k] + P_k - \beta^* \rho \omega k, \quad (2.6)$$

$$\frac{d(\rho \omega)}{dt} = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \nabla \omega] + \gamma \frac{\rho}{\mu_t} P_k - \beta^* \rho \omega^2 + (1 - F_1) D_{k\omega}. \quad (2.7)$$

Генерационное слагаемое  $P_k$  определяется соотношением  $P_k = \min(\mu_t S^2, 20 \beta^* \rho k \omega)$ , где  $S^2 = 2S_{ij}S_{ij}$ . Величина  $\mu_t$  связана с турбулентной вязкостью  $\nu_t$  соотношением  $\mu_t = \rho \nu_t$ .

Перекрестный диффузионный член  $D_{k\omega}$ , входящий в правую часть уравнения переноса удельной скорости диссипации кинетической энергии турбулентности, определяется как  $D_{k\omega} = \frac{2\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega} (\nabla k) \cdot (\nabla \omega)$ .

Эмпирическая функция  $F_1$ , используемая для переключения  $k-\varepsilon$  и  $k-\omega$  ветвей модели, имеет вид

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4), \quad (2.8)$$

где  $\arg_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{0.09 \alpha d_w}, \frac{500 \nu}{d_w^2 \omega} \right), \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} k}{\max \{ D_{k\omega}, 10^{-20} \} d_w^2} \right]$ ,  $d_w$  – расстояние до ближайшей стенки.

Динамический коэффициент турбулентной вязкости  $\mu_t$  в рамках модели SST определяется соотношением

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)}, \quad (2.9)$$

где  $\Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$ , эмпирическая функция  $F_2 = \tanh(\arg_2^2)$ , а ее аргумент -  $\arg_2 = \left( \frac{2\sqrt{k}}{0.09\omega d_w}, \frac{500\nu}{d_w^2\omega} \right)$ . Отметим, что в определении турбулентной вязкости (2.9)

модели SST учитывается гипотеза Бредшоу [86] о пропорциональности сдвиговых напряжений кинетической энергии турбулентности в пристеночной части пограничного слоя, что во многих случаях позволяет избежать затягивания отрыва пограничного слоя, вызванного неблагоприятным градиентом давления.

Наконец, константы модели определяются следующим образом:

$$\gamma = \frac{\beta}{\beta^*} - \frac{\sigma_\omega \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}, \quad \sigma_k = F_1 \sigma_{k1} + (1 - F_1) \sigma_{k2}, \quad \sigma_\omega = F_1 \sigma_{\omega1} + (1 - F_1) \sigma_{\omega2}, \quad \beta = F_1 \beta_1 + (1 - F_1) \beta_2,$$

$$\sigma_{k1} = 0.85, \quad \sigma_{\omega1} = 0.5, \quad \beta_1 = 0.075, \quad \sigma_{k2} = 1.0, \quad \sigma_{\omega2} = 0.856, \quad \beta_2 = 0.0828, \quad \beta^* = 0.09, \quad \kappa = 0.41, \\ a_1 = 0.31.$$

Граничные условия к уравнениям (2.6), (2.7) задаются следующим образом. На твердых стенках кинетическая энергия турбулентности  $k$  полагается равной нулю,

а удельная скорость ее диссипации определяется как  $\omega_{wall} = 10 \frac{6\nu}{\beta_1 (\Delta y_1)^2}$ , где  $\Delta y_1$  –

величина первого пристенного шага. На входной границе расчетной области задается значение удельной скорости диссипации кинетической энергии турбулентности

$\omega_\infty = C \frac{U_\infty}{L}$ , где  $U_\infty$  и  $L$  – характерные скоростной и линейный масштабы течения, а  $C$  –

константа, рекомендуемое значение которой, согласно [18], лежит в пределах от 1 до 10,

а в настоящей работе полагалась равной 1. Наконец, кинетическая энергия турбулентности на входной границе задается либо из известных экспериментальных

данных, либо из соотношения  $k_\infty = \rho_\infty (v_t)_\infty \omega_\infty$ .

### 2.2.2. Формулировка DDES подхода на основе модели $k-\omega$ SST

Как уже отмечалось выше, в присоединенном пограничном слое метод DDES работает как базовая RANS модель турбулентности, а вдали от стенок как ее подсеточный аналог. Для обеспечения автоматического переключения между ветками SST DDES метода линейный масштаб турбулентности  $l_{RANS} = k^{1/2} / (\beta^* \omega)$ , входящий в диссипативное слагаемое уравнения переноса кинетической энергии турбулентности, заменяется гибридным линейным масштабом  $l_{DDES} = l_{RANS} - f_d \max\{0, (l_{RANS} - C_{DES} \Delta)\}$ .

Таким образом, уравнения для переноса турбулентных характеристик SST DDES подхода имеют вид:

$$\frac{d(\rho k)}{dt} = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla k] + P_k - \rho k^{3/2} / l_{DDES}, \quad (2.10)$$

$$\frac{d(\rho \omega)}{dt} = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \nabla \omega] + \gamma \frac{\rho}{\mu_t} P_k - \beta^* \rho \omega^2 + (1 - F_1) D_{k\omega}. \quad (2.11)$$

Эмпирическая функция,  $f_d$ , обеспечивающая работу метода в RANS режиме внутри присоединенных пограничных слоев независимо от используемой сетки, определяется выражением:

$$f_d = \tanh((C_{d1} r_{dt})^{C_{d2}}), \quad (2.12)$$

где  $r_{dt} = \frac{\nu + \nu_t}{(\kappa d_w)^2 \max\left(\left[0.5(S^2 + \Omega^2)\right]^{1/2}, 10^{-10}\right)}$ ,  $\nu_t$  и  $\nu$  – коэффициенты турбулентной

и молекулярной вязкости соответственно,  $S^2 = 2S_{ij}S_{ij}$  и  $\Omega^2 = 2\Omega_{ij}\Omega_{ij}$  – инварианты тензоров скоростей деформации и завихренности, а константы  $C_{d1} = 20$ ,  $C_{d2} = 3$ . Следует отметить, что любые модификации метода могут повлиять на «защитные» свойства DDES и привести к переключению метода в LES моду внутри пограничного слоя. В связи с этим при изменении модели необходима проверка эффективности «защиты» и, при необходимости, перекалибровка констант  $C_{d1}$ ,  $C_{d2}$ .

Константа  $C_{DES}$  в выражении для гибридного масштаба  $l_{DDES}$  определяется взвесью констант, полученных на основе решения задачи о вырождении однородной изотропной турбулентности  $k-\varepsilon$  и  $k-\omega$  ветвями подхода, по функции  $F_1$  (2.8):

$$C_{DES} = F_1 C_{DES}^{k-\omega} + (1 - F_1) C_{DES}^{k-\varepsilon}, \text{ где } C_{DES}^{k-\omega} = 0.78, C_{DES}^{k-\varepsilon} = 0.61.$$

Наконец, линейный подсеточный масштаб  $\Delta$  определяется как размер наибольшей стороны расчетной ячейки, т.е.  $\Delta = \Delta_{\max} = \max(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$ .

### 2.2.3. Свойства подсеточной модели SST DDES подхода в условиях локального равновесия

В предположении локального равновесия (т.е. когда генерация турбулентных характеристик равна ее диссипации) подсеточная версия SST модели, используемая в рамках SST DDES подхода, переходит в модель Смагоринского  $\nu_t = (C_s \Delta)^2 S$ .

Это легко показать, рассмотрев уравнения переноса турбулентных характеристик подсеточной версии SST модели:

$$\frac{d(\rho k)}{dt} = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla k] + P_k - \rho k^{3/2} / (C_{DES} \Delta), \quad (2.13)$$

$$\frac{d(\rho \omega)}{dt} = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \nabla \omega] + \gamma \frac{\rho}{\mu_t} P_k - \beta^* \rho \omega^2 + (1 - F_1) D_{k\omega}. \quad (2.14)$$

В предположении локального равновесия уравнения (2.13), (2.14) сводятся к уравнениям (2.15), (2.16).

$$P_k = \frac{\rho k^{3/2}}{C_{DES} \Delta}, \quad (2.15)$$

$$\gamma \frac{\rho}{\mu_t} P_k = \beta^* \rho \omega^2. \quad (2.16)$$

С учетом определения генерации кинетической энергии турбулентности  $P_k = \mu_t S^2$  получим уравнения (2.17), (2.18).

$$\mu_t S^2 = \frac{\rho k^{3/2}}{C_{DES} \Delta}, \quad (2.17)$$

$$\gamma \frac{\rho}{\mu_t} \mu_t S^2 = \beta^* \rho \omega^2. \quad (2.18)$$

Используя определение турбулентной вязкости  $\nu_t = k/\omega$  (выражение для турбулентной вязкости (2.9) вне пограничного слоя сводится к нему), а также несложные алгебраические преобразования, из уравнений (2.17), (2.18) можно получить уравнения (2.19), (2.20):

$$S^2 = \frac{v_t^{1/2} \omega^{3/2}}{C_{DES} \Delta}, \quad (2.19)$$

$$S^2 = \frac{\beta^* \omega^2}{\gamma}. \quad (2.20)$$

Наконец, приравняв правые части уравнений (2.19), (2.20) и выразив турбулентную вязкость, получим, что турбулентная вязкость подсеточной версии SST модели пропорциональна произведению квадрата подсеточного масштаба и модуля тензора скоростей деформации, как и в модели Смагоринского:

$$v_t = \frac{(\beta^*)^2 \omega}{\gamma^2} (C_{DES} \Delta)^2 = \frac{(\beta^*)^{3/2} S}{\gamma^{3/2}} (C_{DES} \Delta)^2 = (C \Delta)^2 S. \quad (2.21)$$

Константа  $C$  выражается через константы DDES и равна 0.19 и 0.2 для  $k$ - $\varepsilon$  и  $k$ - $\omega$  ветвей уравнения соответственно. Отметим, что эти значения соответствуют значению константы модели Смагоринского  $C_s = 0.2$ .



## 2.3. $\sigma$ -DDES подход на основе базовой модели турбулентности $k$ - $\omega$ SST

### 2.3.1. Формулировка $\sigma$ -DDES подхода на основе модели $k$ - $\omega$ SST

Следуя идеям, изложенным в работе [10], уравнения переноса турбулентных характеристик подсеточной версии SST модели модифицируются таким образом, чтобы в условиях локального равновесия модель переходила в алгебраическую  $\sigma$ -модель [73]. Для этого в уравнениях SST DDES подхода производится замена определения генерации кинетической энергии турбулентности.

Генерация кинетической энергии турбулентности SST  $\sigma$ -DDES подхода определяется следующим образом:

$$P_k = \min(\mu_t S_{\sigma-DDES}^2, 20\beta^* \rho k \omega), \quad (2.22)$$

$$S_{\sigma-DDES}^2 = S^2 - \theta(f_d - 0.99)\theta(l_{RANS} - C_{DES}\Delta)(S^2 - B_\sigma^2 S_\sigma^2). \quad (2.23)$$

Здесь  $\theta(a)$  – функция Хевисайда, определяемая как  $\theta(a) = \begin{cases} 0, & \text{if } a \leq 0 \\ 1, & \text{if } a > 0 \end{cases}$ .

В RANS областях потока (т.е. когда  $C_{DES}\Delta > l_{RANS}$  и  $f_d < 0.99$ ) оператор  $S_{\sigma-DDES}^2$  равен инварианту тензора скоростей деформации  $S^2$ , т.е. полученная в результате описанной замены модель, также как и стандартный SST DDES подход, работает в режиме SST RANS. В то же время, в LES подобласти при такой замене в определении генерации кинетической энергии турбулентности будет использоваться оператор  $B_\sigma^2 S_\sigma^2$ , где  $B_\sigma$  – константа модели SST  $\sigma$ -DDES, а  $S_\sigma$  – оператор  $\sigma$ -модели, определяемый соотношением:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_3(\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_2 - \sigma_3)}{\sigma_1^2}, \quad (2.24)$$

где  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$  – три собственных числа тензора градиента скорости  $\mathbf{g} = \mathbf{g}_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ .

Построенный таким образом оператор  $S_\sigma$  обладает следующими свойствами: он равен нулю в двумерных течениях, в том числе в поле чистого сдвига, в областях течения, соответствующих твердому вращению, а также в областях осесимметричного или изотропного расширения. Алгоритм получения собственных чисел  $\sigma_i$  состоит из следующих пяти шагов [73]:

1. Построение матрицы  $\mathbf{G} = \mathbf{g}^t \mathbf{g}$  на основе градиентов разрешенной скорости;

2. Расчет трех инвариантов тензора  $\mathbf{G}$ :

$$J_1 = tr(\mathbf{G}) \quad J_2 = \frac{1}{2} [tr(\mathbf{G})^2 - tr(\mathbf{G}^2)] \quad J_3 = \det(\mathbf{G}), \text{ где } (\mathbf{G}^2) \text{ определяется как } G_{ij}^2 = G_{ik} G_{kj}, \quad tr() -$$

операция взятия следа матрицы,  $\det()$  – определитель матрицы;

4. Расчет величин  $\alpha_i$  на основе полученных выше инвариантов:

$$\alpha_1 = \frac{J_1^2}{9} - \frac{J_2}{3}, \quad \alpha_2 = \frac{J_1^3}{27} - \frac{J_1 J_2}{6} + \frac{J_3}{2}, \quad \alpha_3 = \frac{1}{3} \arccos \frac{\alpha_2}{\alpha_1^{3/2}};$$

5. Расчет собственных чисел  $\sigma_i$ :

$$\sigma_1 = \left( \frac{J_1}{3} + 2\sqrt{\alpha_1} \cos \alpha_3 \right)^{1/2}, \quad \sigma_2 = \left( \frac{J_1}{3} - 2\sqrt{\alpha_1} \cos \left( \frac{\pi}{3} + \alpha_3 \right) \right)^{1/2},$$

$$\sigma_3 = \left( \frac{J_1}{3} - 2\sqrt{\alpha_1} \cos \left( \frac{\pi}{3} - \alpha_3 \right) \right)^{1/2}.$$

Гибридный масштаб длины, входящий в диссипативное слагаемое уравнения переноса кинетической энергии турбулентности, определяется, как и в рамках DDES, выражением  $l_{DDES} = l_{RANS} - f_d \max\{0, (l_{RANS} - C_{DES} \Delta)\}$ . Однако вместо стандартного для DDES подсеточного масштаба  $\Delta_{\max}$ , в рамках  $\sigma$ -DDES подхода используется масштаб  $\tilde{\Delta}_\omega$  [10], который описывает масштабы разрешаемых структур на анизотропных ячейках как в двумерных, так и трехмерных течениях. Величина  $\tilde{\Delta}_\omega$  определяется соотношением:

$$\tilde{\Delta}_\omega = \frac{1}{\sqrt{3}} \max_{n,m=1,8} |(\mathbf{I}_n - \mathbf{I}_m)|, \quad (2.25)$$

где  $\mathbf{I}_n = \mathbf{n}_\omega \times \mathbf{r}_n$ ,  $\mathbf{n}_\omega$  - единичный вектор, сонаправленный с вектором завихренности потока, а  $\mathbf{r}_n$  - радиус-вектор  $n$ -ого узла ячейки. В областях развитой трехмерной турбулентности величина  $\tilde{\Delta}_\omega$  имеет тот же порядок, что и величина  $\Delta_{\max}$ , в то время как на начальном участке слоя смешения, развивающегося, например, в плоскости  $\{x, y\}$ , где течение имеет квази-двумерный характер, а направление вектора завихренности совпадает с направлением  $z$ , она имеет порядок  $O(\max\{\Delta x, \Delta y\})$ . Таким образом, на начальном участке слоя смешения масштаб  $\tilde{\Delta}_\omega$  не зависит от шага сетки в трансверсальном направлении, который, во-первых, не описывает масштаб

разрешаемых вихрей, а во-вторых, как правило, значительно превышает шаги в направлениях  $x$  и  $y$ , что приводит к высоким уровням подсеточной вязкости в этих областях течения.

Подсеточная версия предложенного SST  $\sigma$ -DDES подхода в условиях локального равновесия, т.е. когда генерация турбулентных характеристик равна их диссипации, переходит в алгебраическую подсеточную в алгебраическую  $\sigma$ -модель  $\nu_t = (C_\sigma \Delta)^2 S_\sigma$ , что продемонстрировано в разделе 2.3.2.

Величина константы  $B_\sigma$  была определена путем калибровки на основе задачи о затухании однородной изотропной турбулентности (раздел 2.3.3), а величины остальных констант совпадают с константами SST DDES подхода, в том числе и константы функции  $f_d$ , обеспечивающей работу метода в RANS моде в присоединенном пограничном слое даже на достаточно мелких сетках, что продемонстрировано в разделе 2.3.4.

### 2.3.2. Свойства подсеточной модели SST $\sigma$ -DDES подхода в условиях локального равновесия

Рассмотрим уравнения переноса турбулентных характеристик подсеточной модели SST  $\sigma$ -DDES:

$$\frac{d(\rho k)}{dt} = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla k] + P_k - \rho k^{3/2} / (C_{DES} \Delta), \quad (2.26)$$

$$\frac{d(\rho \omega)}{dt} = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \nabla \omega] + \gamma \frac{\rho}{\mu_t} P_k - \beta^* \rho \omega^2 + (1 - F_1) D_{k\omega}, \quad (2.27)$$

где  $P_k = \min(\mu_t (B_\sigma S_\sigma)^2, 20 \beta^* \rho k \omega)$ , а остальные переменные определяются согласно формулировке стандартного SST DDES подхода.

В условиях локального равновесия уравнения переноса турбулентных характеристик подсеточной модели сводятся к уравнениям (2.28), (2.29).

$$\mu_t (B_\sigma S_\sigma)^2 = \frac{\rho k^{3/2}}{C_{DES} \Delta}, \quad (2.28)$$

$$\gamma \frac{\rho}{\mu_t} \mu_t (B_\sigma S_\sigma)^2 = \beta^* \rho \omega^2. \quad (2.29)$$

Из этих уравнений путем несложных математических преобразований, аналогичных (2.15)-(2.21) можно получить выражение для турбулентной вязкости (2.30),

согласно которому она пропорциональна произведению квадрата подсеточного масштаба и оператора  $\sigma$ -модели  $S_\sigma$ .

$$v_t = \frac{(\beta^*)^2 \omega}{\gamma^2} (C_{DES} \Delta)^2 = \frac{(\beta^*)^{3/2} B_\sigma S_\sigma}{\gamma^{3/2}} (C_{DES} \Delta)^2 = (C \Delta)^2 S_\sigma \quad (2.30)$$

Из последнего выражения можно получить связь между константой  $B_\sigma$  SST  $\sigma$ -DDES подхода и константой алгебраической  $\sigma$ -модели  $C_\sigma$ :

$$\frac{(\beta^*)^{3/2} B_\sigma S_\sigma}{\gamma^{3/2}} (C_{DES} \Delta)^2 \approx C_\sigma^2 \Delta^2 S_\sigma,$$

$$\frac{(\beta^*)^{3/2} B_\sigma}{\gamma^{3/2}} C_{DES}^2 \approx C_\sigma^2,$$

$$B_\sigma \approx \frac{\gamma^{3/2} C_\sigma^2}{(\beta^*)^{3/2} C_{DES}^2} \approx 25 C_\sigma^2.$$

Учитывая рекомендуемые в работе [73] значения константы  $C_\sigma \approx 1.3 \div 1.5$ , диапазон значений константы  $B_\sigma$  может быть оценен как  $B_\sigma \approx 40 \div 60$ , однако оптимальная величина константы  $C_\sigma$ , а значит и  $B_\sigma$ , зависит от используемого расчетного кода и свойств используемых расчетных схем, и для ее определения необходимо проводить калибровку.

### 2.3.3. Калибровка константы модели SST $\sigma$ -DDES

Калибровка константы предложенной модели, как и в работах [5], [73], проводилась на задаче о затухании однородной изотропной турбулентности. Постановка задачи соответствовала условиям эксперимента [87], в котором исследовался процесс вырождения турбулентности в течении за решеткой. Экспериментальное число Рейнольдса составляло  $Re = L_0 U_0 / \nu = 1.62 \cdot 10^3$ , где  $U_0$  – масштаб скорости, построенный по кинетической энергии турбулентности потока, а  $L_0$  – шаг решетки.

Расчетная область представляла собой куб со стороной  $2\pi L_0$ , использовались две равномерные декартовы сетки с числом ячеек  $32^3$  и  $64^3$ . Шаг по времени задавался равным  $0.01 L_0 / U_0$  и  $0.005 L_0 / U_0$  для грубой и мелкой сеток соответственно. В качестве начальных условий задавались поля однородной изотропной турбулентности, спектр кинетической энергии турбулентности которых соответствовал экспериментальному спектру. Задавались периодические граничные условия по всем направлениям.

Результаты расчетов показали, что значение константы  $B_\sigma = 57$  обеспечивает хорошее совпадение спектров разрешенной кинетической турбулентности, полученных с помощью подсеточной модели SST  $\sigma$ -DDES подхода, с экспериментальными данными (рис. 2.1).

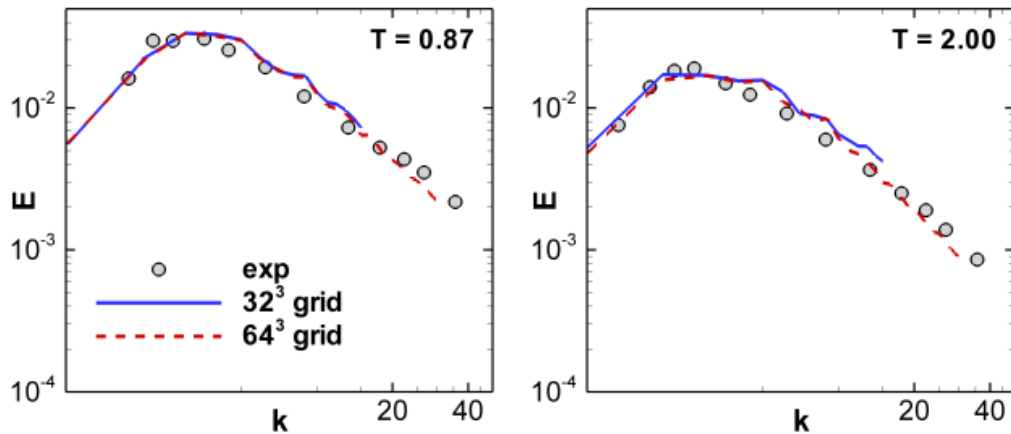


Рисунок 2.1. Спектры разрешенной кинетической энергии турбулентности, полученные с помощью подсеточной модели SST  $\sigma$ -DDES подхода с константой  $B_\sigma = 57$  на двух сетках в моменты времени  $t = 0.87 L_0/U_0$  и  $t = 2 L_0/U_0$

#### 2.3.4. Свойства SST $\sigma$ -DDES подхода при расчете стационарного пограничного слоя

Благодаря использованию специальной эмпирической функции  $f_d$  в методе DDES обеспечивается работа RANS ветви метода даже на сетках с достаточно мелким, по сравнению с толщиной пограничного слоя, шагом в продольном направлении. Как уже отмечалось выше, любые модификации, в том числе и направленные на ускорение перехода от RANS к LES в оторвавшихся слоях смешения, могут негативно повлиять на «защитные» свойства метода DDES. Так, в работе [10] при разработке SA  $\sigma$ -DDES подхода потребовалось увеличить константы функции  $f_d$  чтобы обеспечить близкий к DDES уровень «защиты» пограничного слоя от активации LES моды и соответствующего падения напряжений.

В связи с этим в рамках настоящей работы были проведены расчеты обтекания плоской пластины несжимаемым потоком с помощью стандартного SST DDES подхода, а также с помощью предложенного SST  $\sigma$ -DDES подхода.

Число Рейнольдса, построенное по толщине пограничного слоя входного профиля,  $\delta_0$ , составляло  $1.75 \cdot 10^5$ . Расчеты проводились в двумерной постановке, при этом подсеточный масштаб определялся как  $\Delta_{\max} = \max\{\Delta x, \Delta y\}$ . Величина первого

пристенного шага в переменных закона стенки не превышала единицы, а шаг сетки в направлении движения жидкости был равномерным и составлял порядка 15% толщины пограничного слоя во входном сечении, что при использовании стандартного DES подхода приводит к активации LES ветви внутри пограничного слоя.

Как видно из представленного на рисунке 2.2 сравнения полученных распределений коэффициента трения, оба рассмотренных метода занижают коэффициент трения по сравнению с результатами расчетов SST RANS моделью, начиная с расстояния порядка  $30 \delta_0$  от начала расчетной области. Отклонение коэффициента трения, полученного двумя версиями DDES, от результатов RANS достигает 1% только на расстоянии более  $50 \delta_0$  от входного сечения, где размер продольных шагов сетки составляет 8% от локальной толщины пограничного слоя. При этом видно, что «защита» пограничного слоя  $\sigma$ -модификации не уступает оригинальному методу DDES.

Таким образом, можно заключить, что использование  $\sigma$ -модификации не влияет на способность метода SST DDES обеспечивать работу RANS ветви в пограничном слое при стандартных значениях констант функции  $f_d$ .

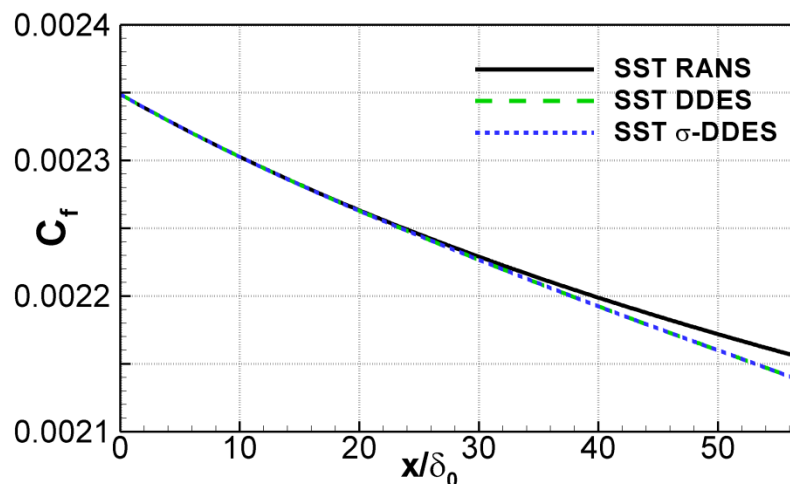


Рисунок 2.2. Сравнение распределений коэффициента трения вдоль пластины, полученных SST RANS моделью турбулентности, стандартным SST DDES, а также SST  $\sigma$ -DDES подходом

## 2.4. DDES подход на основе базовой модели турбулентности $k-\omega$ SST в сочетании с подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения

### 2.4.1. Формулировка SST DDES подхода в сочетании с подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения

В рамках SST DDES подхода в сочетании с подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения, уравнения переноса турбулентных характеристик и константы, входящие в них, остаются неизменными, меняется лишь определение гибридного масштаба турбулентности  $l_{DDES} = l_{RANS} - f_d \max\{0, (l_{RANS} - C_{DES}\Delta_{SLA})\}$ , входящего в диссипативное слагаемое уравнения переноса кинетической энергии турбулентности, в котором вместо стандартного для DDES определения  $\Delta_{\max}$  используется масштаб  $\Delta_{SLA}$  [9].

Подсеточный масштаб, адаптированный к слоям смешения,  $\Delta_{SLA}$ , используется для ускорения перехода от RANS к LES в слоях смешения: на начальных их участках величина этого масштаба мала, что приводит к резкому снижению турбулентной вязкости и ускорению развития неустойчивости в слоях смешения.

При построении этого масштаба были реализованы две основные идеи. Первая из них состоит в использовании масштаба  $\tilde{\Delta}_\omega$  [10], учитывающего анизотропию сетки и характер течения. Вторая идея состоит в дополнительном (не связанном с особенностями используемой сетки) снижении подсеточного масштаба на начальных участках слоев смешения с помощью специально сконструированной эмпирической функции  $F_{KH}$ :  $\Delta_{SLA} = \tilde{\Delta}_\omega F_{KH}$ .

Основываясь на особенностях течения на начальных участках слоев смешения, а именно на его квази-двумерном характере, авторы предложили идентифицировать такие участки с помощью кинематического критерия, названного VTM (Vortex Tilting Measure):

$$VTM \equiv \frac{\sqrt{6} |(\hat{\mathbf{S}} \cdot \boldsymbol{\omega}) \times \boldsymbol{\omega}|}{\boldsymbol{\omega}^2 \sqrt{3tr(\hat{\mathbf{S}}^2) - [tr(\hat{\mathbf{S}})]^2}}, \quad (2.31)$$

где  $\hat{\mathbf{S}}$  - тензор скоростей деформаций,  $tr()$  - означает след тензора, а  $\boldsymbol{\omega}$  - вектор завихренности.

Величина критерия VTM меняется в пределах от 0 до 1 и равна нулю в случае, если вектор завихренности сонаправлен с одним из собственных векторов тензора скоростей деформации, т.е. в областях, где течение имеет квази-двумерный характер. В областях с развитой турбулентностью поле значений VTM, вообще говоря, случайно. Однако его среднее значение отлично от нуля и изменяется в пределах от 0.3 до 1. В связи с этим для определения квази-двумерных областей потока в работе [9] было предложено использовать значение величины VTM, осредненное по текущей и соседним ячейкам сетки ( $\langle VTM \rangle$ ).

Эмпирическая функция  $F_{KH}$ , предназначенная для локального уменьшения подсеточного масштаба в двумерных областях, зависит от величины  $\langle VTM \rangle$  и имеет вид:

$$F_{KH}(\langle VTM \rangle) = \max\{F_{KH}^{\min}, \min\{F_{KH}^{\max}, F_{KH}^{\min} + \frac{F_{KH}^{\max} - F_{KH}^{\min}}{a_2 - a_1}(\langle VTM \rangle - a_1)\}\}, \quad (2.32)$$

где эмпирические константы имеют значения:  $a_1 = 0.15$ ,  $a_2 = 0.3$ ,  $F_{KH}^{\min} = 0.1$ ,  $F_{KH}^{\max} = 1.0$ .

Во внешних областях потока, где величина вектора завихренности близка к нулю, в поле VTM могут иметь место осцилляции, и, для того чтобы исключить связанные с этим возможные вычислительные трудности, величина  $\langle VTM \rangle$  в формуле (2.31) умножается на величину  $F_{inf} = \max[1, (0.2v/\max\{v_t - v_{t\infty}, 10^{-6}v\})]$ . В случае если турбулентная вязкость будет близка к турбулентной вязкости внешнего потока  $v_{t\infty}$ , величина  $\langle VTM \rangle F_{inf}$  будет высокой, что приведет к деактивации функции  $F_{KH}$ .

Выражение для функции  $F_{KH}$ , таким образом, принимает вид:

$$F_{KH}(\langle VTM \rangle) = \max\{F_{KH}^{\min}, \min\{F_{KH}^{\max}, F_{KH}^{\min} + \frac{F_{KH}^{\max} - F_{KH}^{\min}}{a_2 - a_1}(\langle VTM \rangle F_{inf} - a_1)\}\}.$$

Такое определение функции  $F_{KH}$  гарантирует ее равенство единице в области, где течение носит трехмерный характер, и в областях, в которых турбулентная вязкость близка к турбулентной вязкости внешнего потока  $v_{t\infty}$ , в то время как в двумерных областях потока, не относящихся к внешнему потоку, функция  $F_{KH}$  будет равна 0.1.

Наконец, для деактивации  $F_{KH}$  внутри присоединенных пограничных слоев, где должна работать RANS ветвь метода DDES, в работе [9] предлагается использовать следующее ограничение:



$$F_{KH}^{\text{lim}} = \begin{cases} 1.0, & \text{if } f_d < (1 - \varepsilon) \\ F_{KH}, & \text{if } f_d \geq (1 - \varepsilon) \end{cases}, \varepsilon = 0.01 \quad (2.33)$$

Окончательное определение подсеточного линейного масштаба турбулентности, адаптированного к слоям смешения, имеет вид:  $\Delta_{SLA} = \tilde{\Delta}_\omega F_{KH}^{\text{lim}} (<VTM >)$ .

Таким образом, на начальных участках слоев смешения функция  $F_{KH}^{\text{lim}} = 0.1$ , что приводит к уменьшению подсеточного масштаба  $\Delta_{SLA}$  в 10 раз по сравнению с масштабом  $\tilde{\Delta}_\omega$ , а подсеточная вязкость уменьшается примерно в 100 раз. В то же время, в областях с развитой турбулентностью, во внешних областях потока, а также в присоединенном пограничном слое функция  $F_{KH}^{\text{lim}}$  неактивна (т.е. равна 1), и в качестве подсеточного масштаба, таким образом, будет использоваться величина  $\tilde{\Delta}_\omega$ .

#### **2.4.2. Свойства SST DDES подхода в сочетании с подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения, при расчете стационарного пограничного слоя**

В работе [9] исследование влияния замены стандартного подсеточного масштаба на масштаб, адаптированный к слоям смешения, на защиту пограничного слоя от активации LES ветви проводилось только для метода DDES, построенного на модели турбулентности Спаларта-Аллмареса. Поскольку в литературе не имеется данных о том, что замена масштаба в рамках SST DDES подхода не приводит к существенному ослаблению защиты пограничного слоя и не требует изменения констант функции  $f_d$ , в настоящей работе соответствующее исследование было проведено на примере обтекания плоской пластины несжимаемым потоком. Постановка задачи и сетка аналогичны представленным в разделе 2.3.4.

Сравнение полученных стандартным DDES подходом и DDES в сочетании с масштабом  $\Delta_{SLA}$  распределений коэффициента трения с результатами RANS (рис. 2.3) показало, что использование подсеточного масштаба, адаптированного к слоям смешения приводит к некоторому занижению коэффициента трения по сравнению с результатами DDES, что свидетельствует о переключении метода в LES моду во внешней части пограничного слоя. Тем не менее, отклонение коэффициента трения от результатов стандартной версии DDES невелико, максимальное различие составляет

порядка 0.2%, что позволяет сделать вывод об отсутствии необходимости перенастройки констант функции  $f_d$ .

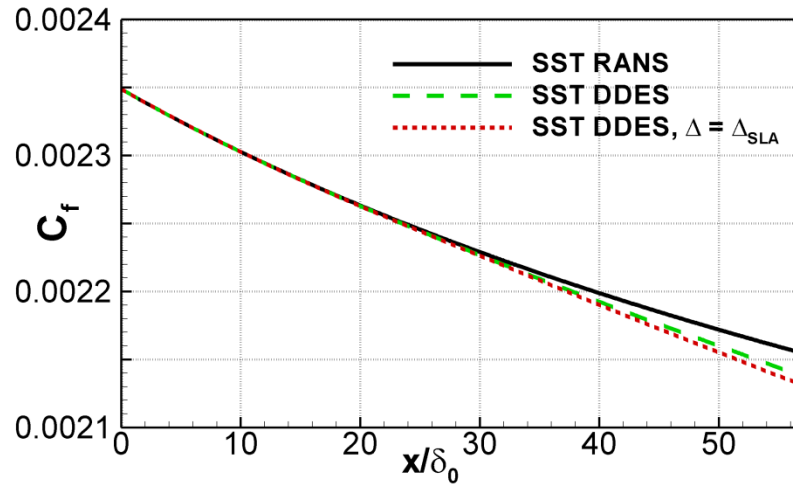


Рисунок 2.3. Сравнение распределений коэффициента трения вдоль пластины, полученных SST RANS моделью турбулентности, стандартным SST DDES, а также DDES в сочетании с подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения

### Глава 3. Матрица тестовых течений для оценки методов, обеспечивающих ускорение формирования численно разрешаемых турбулентных структур

Данная глава посвящена выбору течений, используемых в работе для оценки эффективности рассматриваемых методов ускорения RANS-LES перехода в оторвавшихся слоях смешения, а также описанию постановок соответствующих задач.

Тестовая база отрывных течений, предлагаемая в настоящей работе, была сформирована на основе анализа опубликованных экспериментальных исследований и результатов расчетов, направленных на валидацию незонных гибридных методов (в том числе расчетов, проведенных в рамках европейских проектов DESIDER [88], АТААС [89] и Go4Hybrid [90], специально посвященных этой проблеме) и включает шесть течений:

- несжимаемое течение с массивной отрывной зоной (обтекание аэродинамического профиля NACA0021 под углом атаки  $60^\circ$ );
- два несжимаемых течения с локальной отрывной зоной и последующим присоединением потока, а именно, обтекание выпуклости на пластине (нефиксированный отрыв) и течение в канале с внезапным расширением (фиксированный отрыв);
- сверхзвуковое течение с фиксированным отрывом, формированием замкнутой отрывной области и ее переходом в след (продольное обтекание цилиндра с плоским донным срезом);
- трансзвуковое возвратное течение внутри выемки с фиксированным отрывом и присоединением оторвавшегося слоя смешения к поверхности (обтекание прямоугольной каверны, вмонтированной в пластинку);
- сложное трехмерное течение в проточной части двухконтурного авиационного двигателя.

Тестовая база включает широкий круг различных отрывных течений, при расчете которых с использованием незонных гибридных RANS-LES подходов может проявляться задержка перехода от полностью моделируемой турбулентности в RANS подобласти к численно разрешаемой трехмерной турбулентности в LES подобласти. Для всех этих течений в литературе имеются как достаточно надежные экспериментальные

данные, так и результаты расчетов с использованием различных гибридных моделей, что обеспечивает возможность всесторонней объективной оценки эффективности выбранных для анализа методов ускорения RANS-LES перехода.

Описание и постановка выбранных задач подробно представлена ниже.

### 3.1. Обтекание крылового профиля NACA0021 под углом атаки 60 градусов

В качестве первой задачи для исследования методов ускорения RANS-LES перехода выбрана задача об обтекании крылового профиля NACA 0021 под углом атаки  $60^\circ$ , относящаяся к классу течений с массивным отрывом, для расчета которых и был предложен метод DES [3]. Данное течение было подробно исследовано в экспериментальных работах [91], [92], в которых представлены не только интегральные характеристики течения, но и временные зависимости подъемной силы и силы сопротивления, соответствующие спектры, а также среднее распределение давления по поверхности профиля. Эта задача неоднократно использовалась для тестирования различных гибридных подходов к моделированию турбулентности (см., например, работы [12], [93]), а также входит в базу данных ERCOFTAC [94].

Длина хорды профиля  $c$  составляла 0.125 м, а длина профиля в поперечном направлении - 7.2 с. Число Рейнольдса, построенное по хорде профиля и скорости набегающего потока  $U_0$  составляло  $Re = U_0 c / \nu = 2.7 \cdot 10^5$ . Эксперименты проводились в аэродинамической трубе, ширина рабочей части которой равнялась 16 с, а уровень интенсивности турбулентности потока - 0.6%. Число Маха в эксперименте составляло  $M = 0.1$ .

Моделирование проводилось в несжимаемой постановке и, поскольку уровень турбулентности набегающего потока в эксперименте был достаточно высок, использовался так называемый «полностью турбулентный подход» («fully turbulent approach»), в рамках которого весь пограничный слой является турбулентным. Наличие стенок аэродинамической трубы в расчетах не учитывалось, поскольку их влияние на параметры течения было признано незначительным [12].

Для расчетов использовалась сетка «О-типа», ее вид в плоскости XY представлен на рисунке 3.1. Радиус расчетной области составлял 15 хорд крылового профиля, сетка содержала 211 узлов в азимутальном направлении и 140 – в радиальном. Распределение узлов в этих направлениях было неравномерным, сетка сгущалась к поверхности профиля, обеспечивая размер первого пристенного шага в переменных закона стенки менее единицы, а также в азимутальном направлении в области передней и задней кромок крыла. В поперечном направлении размер расчетной области составил 4 хорды крыла (как показано в [12], этого значения достаточно для получения результатов,

независящих от поперечного размера расчетной области), а шаг сетки составил  $0.02 c$ . В результате, общее число ячеек расчетной сетки составляло порядка  $5.5 \cdot 10^6$ . Размеры расчетной области и использованная расчетная сетка соответствуют рекомендациям, приведенным в [94] для этой задачи.

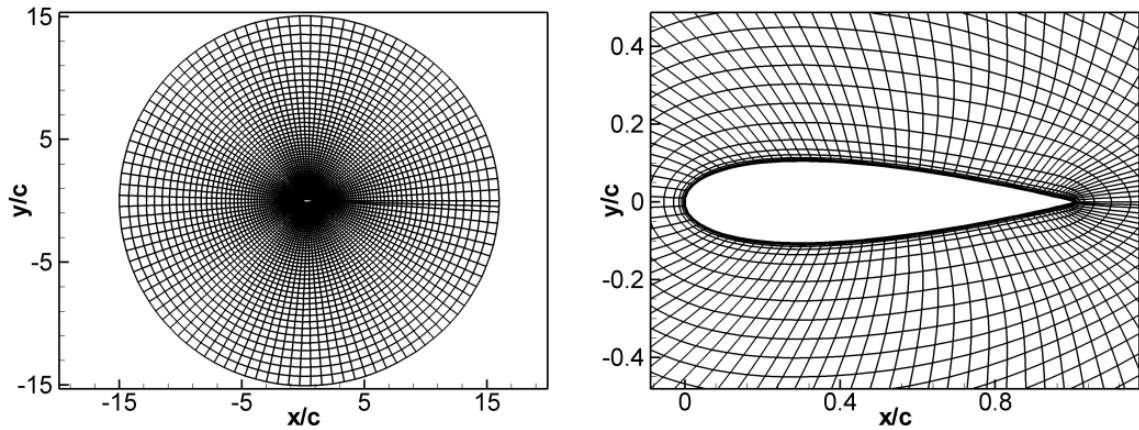


Рисунок 3.1. Расчетная область и сетка в плоскости XY, использованная для расчетов обтекания профиля NASA 0021 (показана каждая вторая линия сетки)

Шаг по времени, использовавшийся в расчетах, составлял  $0.02 c/U_0$ , что обеспечивало в большей части расчетной области значение числа Куранта менее 1. После начального периода установления течения порядка 100 конвективных времен ( $c/U_0$ ) собиралась временная статистика за период  $1900 c/U_0$ . Следует отметить, что в данном течении величина периода сбора статистики играет большую роль, и для определения средних характеристик, согласно [12] и [94], требуется использовать период осреднения длиной не менее 400 конвективных времен.

Наконец, граничные условия, использованные в расчетах, были следующими. На стенках крылового профиля задавались условия прилипания и непроницаемости, т.е. все компоненты скорости задавались равными нулю. Для давления на твердой поверхности задавалось условие  $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$ . На входной границе расчетной области был задан равномерный профиль скорости, а турбулентная вязкость задавалась равной молекулярной. Давление на входной границе определялось с помощью линейной экстраполяции из внутренней области. На выходной границе задавалось постоянное значение давления, а остальные переменные экстраполировались изнутри расчетной области. В направлении поперек потока задавались периодические граничные условия для всех переменных.

### 3.2. Обтекание двумерной выпуклости на плоской поверхности

Течение около двумерной выпуклости, расположенной на плоскости, характеризуется наличием отрыва пограничного слоя от обтекаемой поверхности, вызванного неблагоприятным градиентом давления, образованием за выпуклостью небольшой зоны рециркуляции, и релаксацией ниже по потоку вновь присоединившегося пограничного слоя. Это достаточно сложное течение подробно исследовалось в экспериментальной работе [95], из которой доступны как распределения основных средних характеристик по поверхности (коэффициентов трения и сопротивления), так и профили средней скорости и пульсационных характеристик этих течений. Кроме того, данная задача неоднократно использовалась для тестирования как RANS моделей турбулентности, так и гибридных подходов (см., например, [44], [96-100]).

Схема экспериментальной установки представлена на рисунке 3.2. На плоской пластине расположена выпуклость длиной  $c = 0.42$  м, и высотой  $h = 0.128 c$ . В поперечном направлении модель ограничена боковыми стенками. Число Рейнольдса, построенное по длине выпуклости и максимальной скорости во входном сечении,  $U_0$ , равнялось  $9.36 \cdot 10^5$ , а число Маха в эксперименте равнялось 0.1. Ввиду небольшого числа Маха течения в расчетах пренебрегалось эффектами сжимаемости.

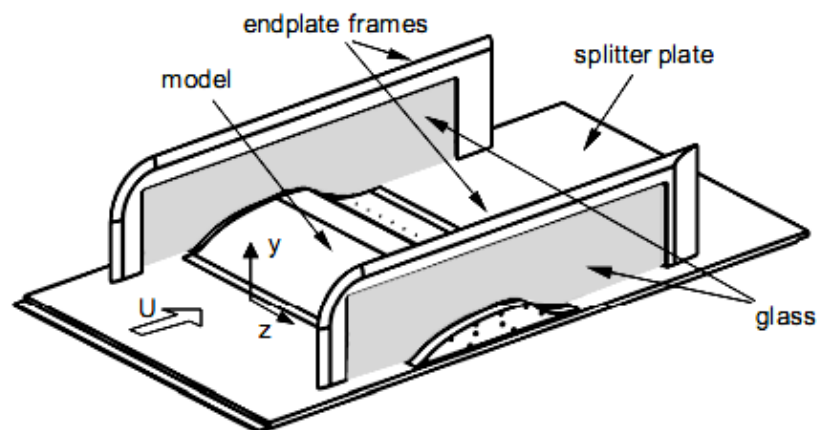


Рисунок 3.2. Схема экспериментальной установки [95]

Для учета эффекта загромождения потока («blockage effect»), имеющего место в эксперименте из-за наличия боковых стенок, верхняя граница расчетной области искривлена согласно рекомендациям, опубликованным в базе данных NASA [96]. Размер и форма расчетной области, а также сетка в плоскости XY представлены на

рисунке 3.3. В  $x$ - и  $y$ - направлениях сетка содержала 510 и 126 узлов соответственно. В направлении к нижней границе области сетка сгущена для обеспечения высоты первой пристенной ячейки в переменных закона стенки менее 1. В поперечном направлении размер расчетной области составлял  $0.4 c$ , размер шага сетки  $\Delta z$  составил  $5 \cdot 10^{-3} c$ . Таким образом, общее число ячеек сетки составило порядка  $5 \cdot 10^6$ . Отметим, что в области отрыва слоя смещения, в том числе на начальном его участке, ячейки расчетной сетки были практически изотропны. Кроме того, в ряде расчетов использовалась сетка с увеличенным в два раза шагом в поперечном направлении ( $\Delta z = 1 \cdot 10^{-2} c$ ).

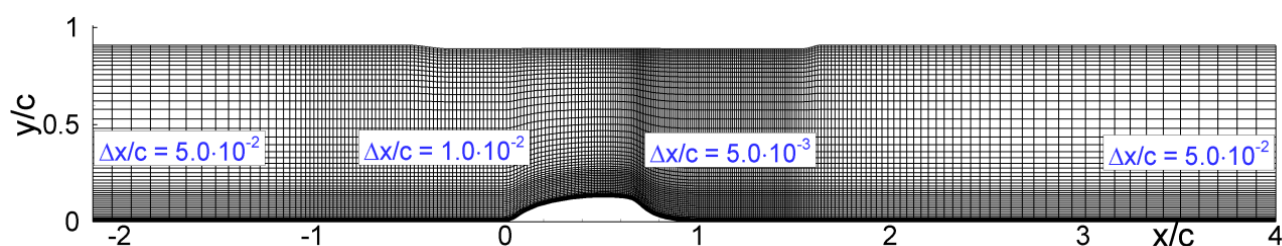


Рисунок 3.3. Расчетная область и сетка в плоскости  $XY$ , использованные для расчетов обтекания выпуклости, расположенной на пластине (показана каждая вторая линия сетки)

Граничные условия задавались следующим образом. На входной границе расчетной области, расположенной в сечении  $x = -2.14 c$ , задавался профиль скорости (рис. 3.4) и турбулентных характеристик, полученный с помощью предварительного SST RANS расчета течения в плоском пограничном слое. Число Рейнольдса, построенное по толщине потери импульса пограничного слоя во входном сечении, совпадало с экспериментальным значением и составляло 7200. Значение давления на входной границе определялось путем линейной экстраполяции из расчетной области. На верхней границе расчетной области, в соответствии с рекомендациями [96], задавалось условие проскальзывания, а на нижней границе – условия прилипания и непроницаемости. Для давления на стенках использовалось условие  $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$ . На выходной границе, расположенной в сечении  $x = 4 c$ , задавалось постоянное значение давления, а значения остальных переменных экстраполировались из расчетной области. Наконец, в направлении поперек потока использовались условия периодичности.



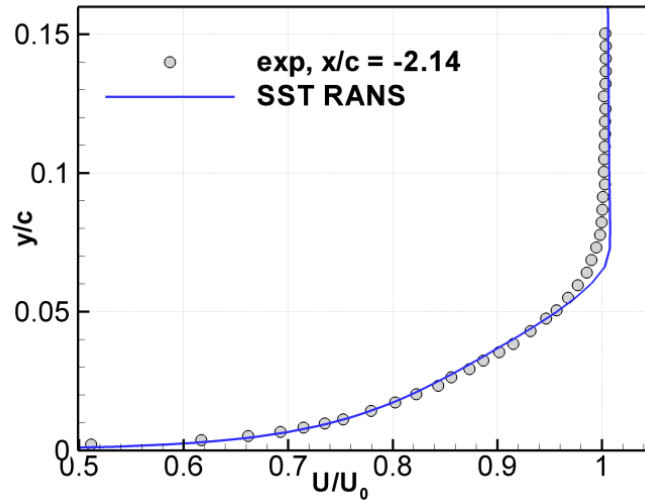


Рисунок 3.4. Профиль скорости на входе в расчетную область

Шаг по времени, использованный в расчетах, составлял  $0.002 c/U_0$ , обеспечивая значения числа Куранта порядка 0.5 и меньше во всей расчетной области. Период сбора временной статистики составлял  $20 c/U_0$ , а время выхода течения на статистически установившийся режим –  $10 c/U_0$ .

### 3.3. Течение в канале за обратным уступом

Течение в канале за обратным уступом экспериментально исследовалось в работе [101]. Область исследования представляет собой плоский канал с прямой верхней стенкой и ступенькой (обратным уступом) на нижней стенке. В отличие от предыдущей задачи, в данном течении точка отрыва пограничного слоя фиксирована. Течение в канале за уступом является классической задачей гидродинамики, входит в базу данных ERCOFTAC [94], и широко используется для тестирования моделей турбулентности (см., например, работы [50], [44]).

Высота ступеньки  $H$  составляла 0.0381 м, а отношение высоты входной секции к широкой части за ступенькой составляло  $4/5$ . Число Рейнольдса, построенное по высоте ступеньки и среднерасходной скорости во входном сечении,  $U_0$ , составляло  $2.8 \cdot 10^4$ . Число Маха в эксперименте было равно 0.0318, что позволяет проводить расчеты в несжимаемой постановке.

Расчетная область, сетка в плоскости  $XU$  и ее основные параметры представлены на рисунке 3.5. Начало системы координат совпадает с положением обратного уступа, входная граница расчетной области располагается на расстоянии  $3.8 H$  от уступа, а выходная – на расстоянии  $20 H$ . Расчетная сетка в плоскости  $XU$  перед ступенькой содержала  $31 \times 65$  узлов, а за ступенькой –  $231 \times 115$ . Высота первого пристенного шага в переменных закона стенки была меньше 1. Помимо сгущения к стенкам канала, сетка также сгущалась к ступеньке и в области слоя смешения. В трансверсальном направлении размер расчетной области составлял  $4 H$ , а шаг сетки  $\Delta z$  составлял  $0.05 H$ . Общее число ячеек расчетной сетки равнялось порядка  $2.6 \cdot 10^6$ . Помимо описанной сетки, в рамках работы использовалась дополнительная сетка, шаг в трансверсальном направлении которой был увеличен в два раза по сравнению с шагом базовой расчетной сетки ( $\Delta z = 0.1 H$ ).

В качестве граничных условий на входной границе ( $x = -3.8 H$ ) задавался профиль скорости и турбулентных характеристик, полученный из предварительного RANS расчета течения в пограничном слое. Толщина пограничного слоя во входном сечении соответствовала экспериментальной и равнялась  $1.1 H$ . Давление на входной границе задавалось путем экстраполяции значений изнутри расчетной области. На стенках канала использовались условия непроницаемости и прилипания, а для давления -

условие  $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$ . На выходной границе задавалось постоянное значение статического давления, а остальные переменные экстраполировались изнутри расчетной области. Наконец, в направлении поперек потока задавались периодические граничные условия.

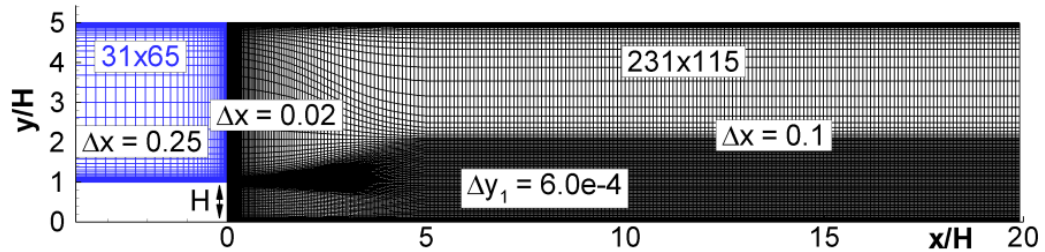


Рисунок 3.5. Расчетная область и сетка в плоскости XY, использованные для расчетов течения за обратным уступом

Шаг по времени, использованный в расчетах, составлял  $2 \cdot 10^{-2} H/U_0$ , что обеспечивало значение числа Куранта меньше единицы в большей части расчетной области. Временная статистика собиралась в течение 300 характерных времен, построенных по скорости потока во входном сечении и высоте ступеньки, что соответствовало порядка 15 временам проноса через область за расширением канала. Период установления течения составлял 200 характерных времен.

### 3.4. Сверхзвуковое продольное обтекание цилиндра с донным срезом

Сверхзвуковое продольное обтекание цилиндрического тела с донным срезом при числе Маха 2.46 экспериментально исследовалось в работе [59]. Это течение является примером сверхзвукового осесимметричного течения, слой смешения, оторвавшийся с задней кромки обтекаемого тела формирует след, и RANS-LES переход в слое смешения существенно влияет как на длину зоны рециркуляции и скорость в следе за телом, так и на интегральные характеристики течения. Эта задача использовалась для тестирования гибридных подходов, в частности метода DES, в рамках европейского проекта DESIDER [11] и в работах [30], [40], [102]. В работах [30], [11] было показано, что на типичных сетках, используемых для DES, в результатах расчетов проявляется существенная задержка RANS-LES перехода в слое смешения, приводящая к значительному занижению скорости в следе и завышению размеров зоны рециркуляции. Таким образом, эта задача позволит оценить эффективность методов ускорения RANS-LES перехода в осесимметричном слое смешения, а также применимость исследуемых подходов к сверхзвуковым течениям.

Число Рейнольдса течения, построенное по радиусу цилиндра ( $R = 0.03175$  м) и скорости набегающего потока  $U_0$ , составляет  $1.63 \cdot 10^6$ , а число Маха набегающего потока - 2.46.

Расчетная область включает себя область вокруг цилиндра и след за ним (рис. 3.6). Сетка состоит из двух перекрывающихся блоков. Во внешнем блоке использовалась цилиндрическая сетка, а во внутреннем блоке, для того, чтобы избежать сингулярности в центре расчетной области, использовалась декартова сетка. Отметим, что ячейки внутреннего и внешнего блока в области перекрытия были близки по размеру. Число ячеек внутреннего блока в  $x$ -,  $y$ - и  $z$ -направлениях составило  $209 \times 34 \times 34$ , а внешнего -  $253 \times 107 \times 131$  в осевом, радиальном и азимутальном направлениях соответственно. Общее число ячеек составило порядка  $3.9 \cdot 10^6$ . Узлы расчетной сетки сгущались к стенкам цилиндра для обеспечения разрешения пограничного слоя вплоть до вязкого подслоя ( $y^+ < 1$ ), а также к срезу цилиндра и в области оторвавшегося слоя смешения. В азимутальном направлении распределение узлов было равномерным.

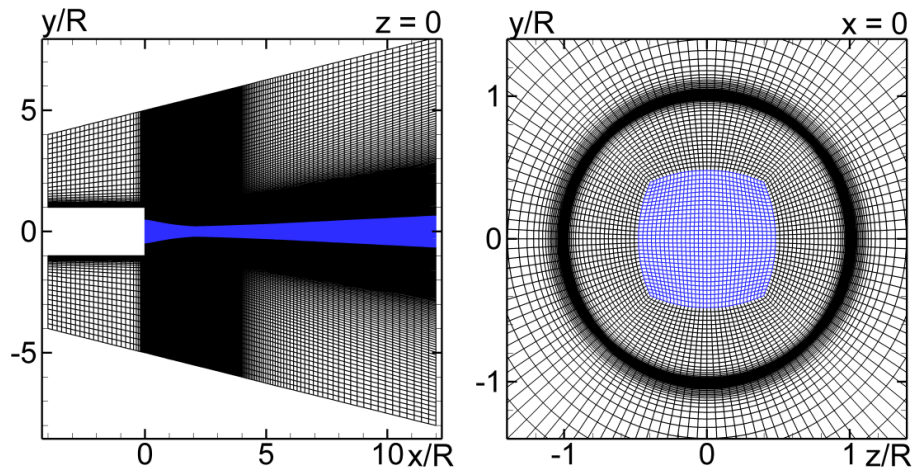


Рисунок 3.6. Расчетная области и сетка в плоскости  $XY$  в сечении  $z/R = 0$  и увеличенный фрагмент сетки в плоскости  $YZ$  в сечении  $x/R = 0$

Граничные условия задавались следующим образом. На стенках цилиндрического тела задавались условия непроницаемости и прилипания для скорости, условие адиабатичности для температуры, а также условие  $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$  для давления. На входной границе ( $x = -4 R$ ) задавался профиль скорости, турбулентных характеристик и температуры, полученный с помощью предварительного RANS расчета цилиндрического пограничного слоя и обеспечивающий совпадение толщины пограничного слоя с экспериментальной в сечении  $x = -0.0315 R$  (рис. 3.7). На выходной границе все переменные определялись путем экстраполяции из расчетной области.

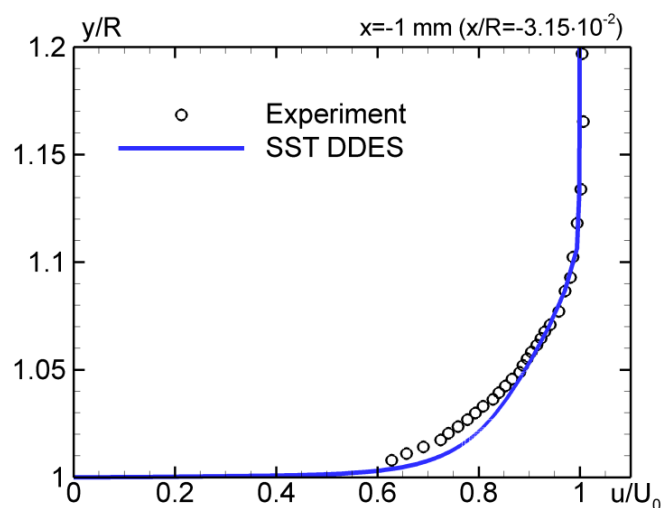


Рисунок 3.7. Сравнение профиля скорости, полученного в расчете SST DDES, с экспериментальным профилем перед донным срезом ( $x = -0.0315 R$ )

Интегрирование по времени проводилось с шагом  $\Delta t = 6 \cdot 10^{-3} R/U_0$ , обеспечивающим значение числа Куранта меньше 1 в большей части расчетной области. Период выхода течения на статистически установившийся режим составил  $50 R/U_0$ , а временная статистика для получения средних величин собиралась за период  $200 R/U_0$ .

### 3.5. Трансзвуковое обтекание прямоугольной каверны на плоской стенке

Следующим течением стало трансзвуковое обтекание каверны (рис. 3.8), вмонтированной в плоскую стенку, экспериментально исследованное в работе [103]. В этом течении в первую очередь интерес представляет правильная оценка шумовых нагрузок на дно каверны, измеренных в экспериментах [103]. На точность предсказания пульсаций давления на стенках каверны существенное влияние оказывает качество разрешения слоя смешения, оторвавшегося от передней кромки каверны. Это течение использовалось для сравнительного анализа гибридных RANS-LES подходов и моделей Unsteady RANS второго поколения в европейском проекте DESIDER [88], а также в работах [21], [23], [104]. Представленные в них результаты демонстрируют систематическое завышение предсказанного уровня шума на дне каверны. Таким образом, данное течение позволит оценить эффективность исследуемых методов в акустических приложениях.

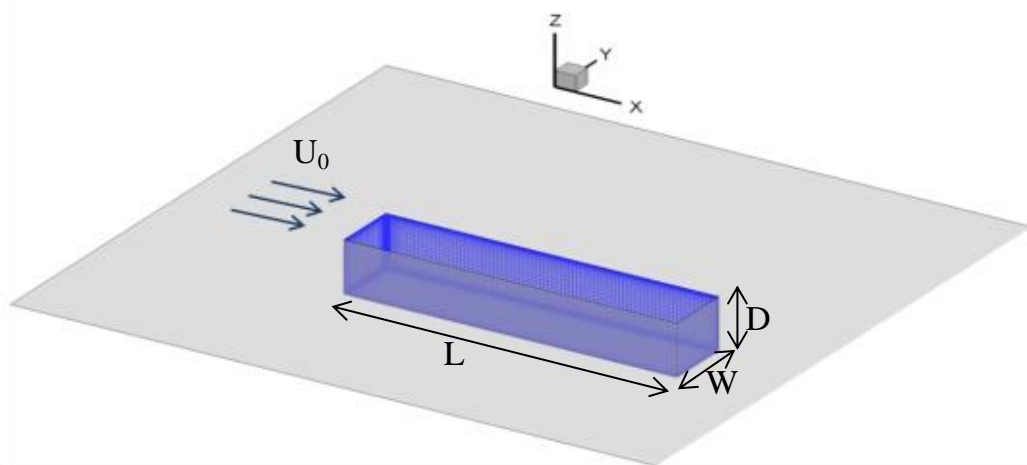


Рисунок. 3.8. Схематичное изображение каверны, вмонтированной в плоскую стенку.

Длина каверны  $L$  составляет 20 дюймов, а ширина  $W$  и глубина  $D$  – 4 дюйма, отношение длин сторон каверны составило, таким образом,  $L:W:D = 5:1:1$ . Число Рейнольдса, построенное по масштабу длины  $H = 1$  дюйм и скорости внешнего потока  $U_0$ , составляет  $3.4 \cdot 10^5$ , число Маха – 0.85, а температура набегающего потока равняется 266.53 К.

Входная граница расчетной области расположена на расстоянии  $10H$  от начала каверны, длина расчетной области составила  $80H$ , ширина –  $32H$ , а высота –  $20H$  от

уровня пластинки, в которую вмонтирована каверна (см. рис. 3.9). Каверна располагается равноудаленно от боковых границ расчетной области. Узлы расчетной сетки сгущены к пластине и стенкам каверны. При этом размер пристенных ячеек обеспечивает разрешение пограничного слоя вплоть до вязкого подслоя, а сетка внутри каверны имеет практически кубические ячейки с размером  $0.25 H$ . Общее число узлов расчетной сетки составляет порядка  $3.8 \cdot 10^6$ .

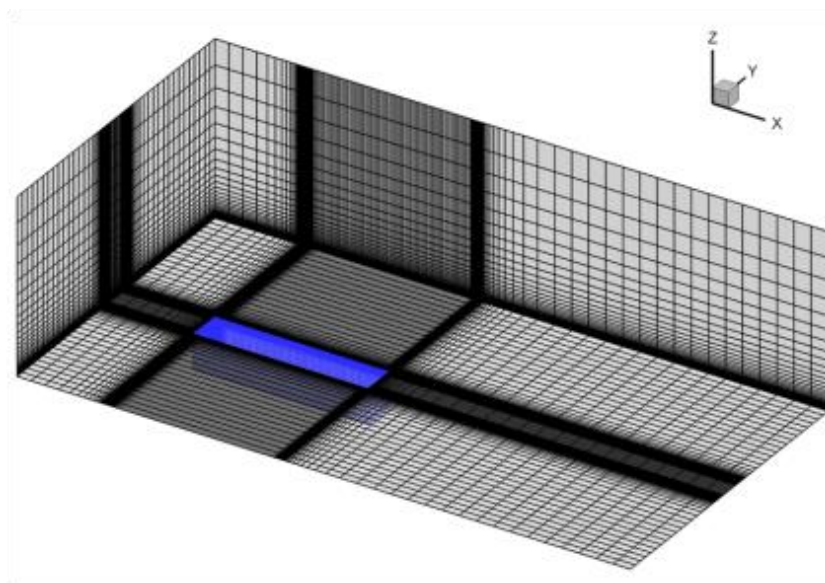


Рисунок 3.9. Каверна, расчетная область и расчетная сетка

В качестве входных условий в сечении  $x = -10 H$  использовался профиль скорости и турбулентных характеристик из предварительного RANS расчета плоского пограничного слоя с заданным на основе экспериментальных данных положением ламинарно-турбулентного перехода, а давление задавалось с помощью линейной экстраполяции из расчетной области.

Стенки каверны и пластинки считались адиабатическими. На выходной границе ( $x = 70 H$ ) задавалось постоянное значение давления, остальные переменные определялись путем линейной экстраполяции, а на верхней границе задавались характеристические условия. Наконец, в направлении поперек потока задавались периодические граничные условия.

Интегрирование по времени проводилось с шагом  $\Delta t = 2.5 \cdot 10^{-2} H/U_0$ , обеспечивающем величину числа Куранта в большей части расчетной области ниже 1. Период выхода на статистически установившийся режим составил  $200 H/U_0$ , временная статистика собиралась за период порядка  $2000 H/U_0$ .



### 3.6. Течение в проточной части модельного двухконтурного авиационного двигателя

Задача, использованная для оценки эффективности методов ускорения RANS-LES перехода в слоях смешения применительно к сложным индустриальным течениям, соответствует экспериментам NASA/GE Source Diagnostic Test (SDT) [105], [106]. В рамках этих экспериментальных работ было исследовано течение в проточной части двухконтурного авиационного двигателя. Эксперимент был разработан специально для тестирования возможностей вычислительных кодов и методов моделирования турбулентности для расчета течений этого класса.

Течение в проточной части двухконтурного двигателя в условиях эксперимента [105], [106] было исследовано во многих вычислительных работах, в частности, с помощью URANS подхода в работах [107], [108], с помощью решеточного метода Больцмана (Lattice-Boltzmann method) в работе [109] и с помощью зонных и незонных гибридных RANS-LES подходов в работах [110], [111].

В работе [110] было показано, что зонный RANS-IDDES в сочетании с объемным источником для создания турбулентных пульсаций на входе в IDDES подобласть значительно точнее предсказывает среднюю скорость и пульсации в следе за ротором по сравнению с незонным IDDES, точность которого оказалась ниже из-за задержки развития трехмерных структур в слоях смешения, образующихся за лопатками ротора. На основании этого в работе [110] сделаны выводы о непригодности незонных гибридных подходов для расчета таких течений. Таким образом, интерес представляет оценка влияния методов ускорения RANS-LES перехода в слоях смешения на средние характеристики данного течения.

Фотографии двухконтурного двигателя, использованного в экспериментах NASA, представлены на рисунке 3.10, где видны ротор, содержащий 22 лопатки, статор, он состоит из 54 лопаток, а также центральное тело и кожух. Диаметр ротора составляет 22 дюйма, а вся экспериментальная конструкция помещена в аэродинамическую трубу размером 9x15 футов. Число Маха в трубе составляло  $M = 0.1$ , а скорость вращения ротора составляла 7808 об/мин.



Рисунок 3.10. Экспериментальная установка

В рамках настоящей работы, как и в некоторых других работах ([107], [108], [110]), для расчетов использовалась упрощенная геометрия, включающая внутреннюю часть двигателя. Помимо этого, для того чтобы уменьшить влияние входных и выходных границ на течение, расчетная область включала в себя небольшую зону перед кожухом и за ним (рис. 3.11).

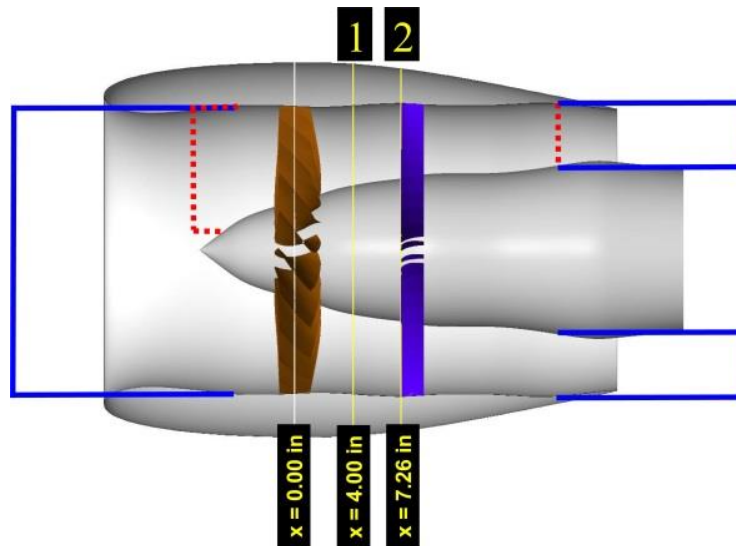


Рисунок 3.11. Вид полной геометрии двигателя. Красной линией отмечены контуры упрощенной геометрии, использованной в расчетах NASA [107], [108], а синей – использованной в настоящих расчетах

Расчеты проводились в трехмерной постановке (геометрия и расчетная область представлены на рисунке 3.12) в полной области (360 градусов).

Вид расчетной сетки в плоскости XY, а также число ячеек в азимутальном направлении представлены на рисунке 3.12. В области между ротором и статором шаг сетки в осевом направлении не превышал  $2.8 \cdot 10^{-3}$  м, а общее число ячеек в направлении оси составило 480.

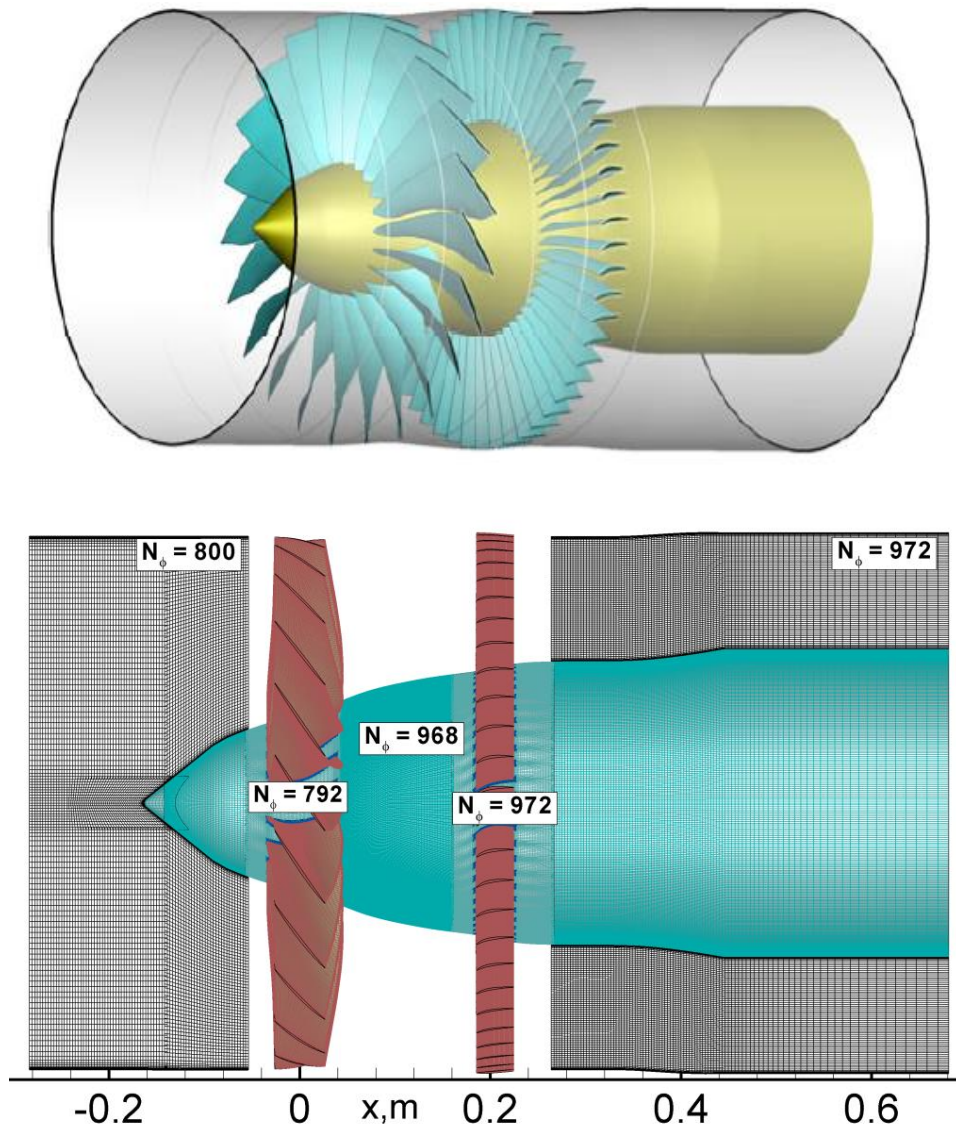


Рисунок 3.12. Трехмерный вид расчетной области, использованной в расчетах (сверху), а также расчетная сетка (снизу)

На рисунке 3.13 представлен вид расчетной сетки в двух сечениях. Вблизи ротора сетка сильно сгущена для того, чтобы разрешить течение в слоях смешения за лопатками ротора, в то время как ниже по потоку распределение узлов в осевом направлении становится равномерным. В радиальном направлении во внутренней части двигателя число ячеек расчетной области составляло 150. При этом высота первой пристенной ячейки составляла  $5 \cdot 10^{-6}$  м, что соответствует ее значению в переменных закона стенки менее 2 практически во всей области.

Наконец, на рисунке 3.14 представлен вид расчетной сетки на поверхности лопаток статора и ротора, а также на центральном теле. Вокруг каждой лопатки строился блок с сеткой O-типа.



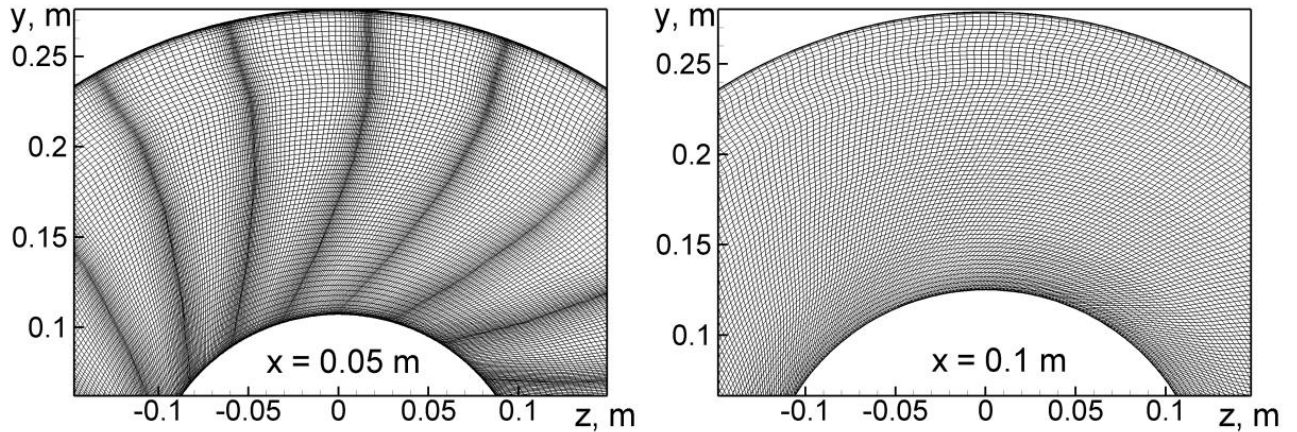


Рисунок 3.13. Сетка в плоскости YZ в двух сечениях. Показана каждая вторая линия сетки

Используемая в настоящих расчетах сетка близка к сетке, использованной в работе [110] (упрощенная конфигурация) и состояла из 83 блоков. Общее число ячеек составило порядка 55 миллионов.

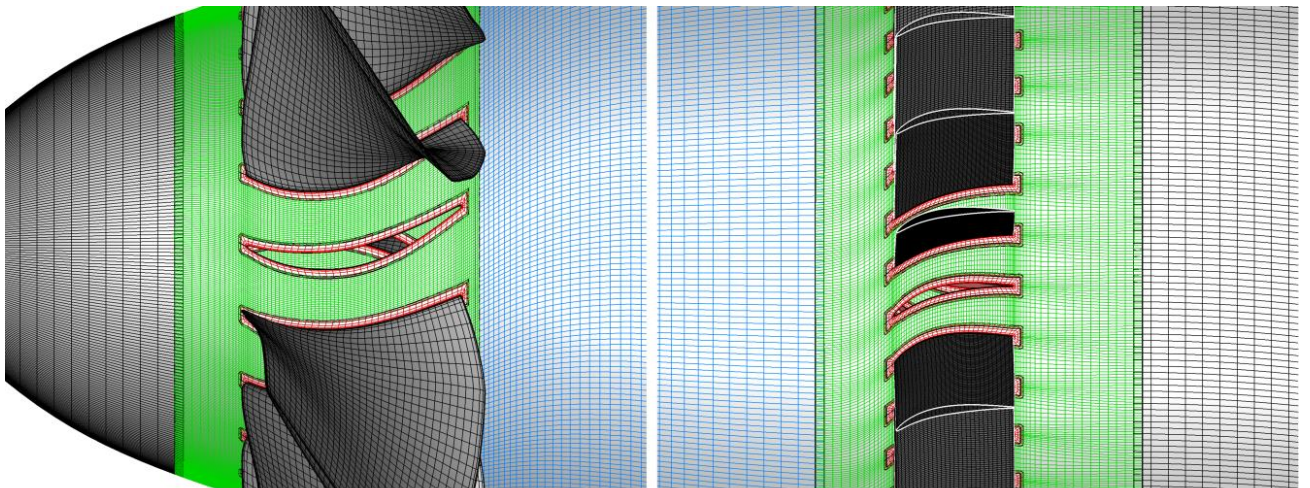


Рисунок 3.14. Расчетная сетка около лопаток ротора и статора, а также около центрального тела. Показана каждая вторая линия сетки

Граничные условия задавались следующим образом. На стенках задавались условия прилипания и непроницаемости для скорости, а также условия адиабатичности для температуры. На входной границе, расположенной примерно на расстоянии 0.3 м выше по потоку от ротора задавался однородный профиль скорости. Радиальная и азимутальная компоненты вектора скорости полагались равными нулю. Остальные параметры течения на входной границе определялись с помощью характеристических условий с учетом заданного массового расхода  $Q = 26.44$  кг/с и совпадения задаваемых

параметров с экспериментальными ( $M_\infty = 0.1$ ,  $T_\infty = 288$  К,  $p_\infty = 1.0135 \cdot 10^5$  Па). На выходной границе, расположенной на расстоянии 0.7 м от начала ротора задавалось равномерное распределение статического давления, величина которого обеспечивала заданный расход. Остальные переменные на выходной границе определялись с помощью линейной экстраполяции изнутри расчетной области.

Вращение ротора обеспечивалось использованием вращающейся системы координат и заданием соответствующих граничных условий в части блоков (в блоках ротора и области между ротором и статором). На границе вращающихся и стационарных блоков использовалось условие интерфейса на основе одномерной интерполяции (ширина перекрытия блоков составляла 3 ячейки).

Шаг интегрирования по времени был равен 1/1056 части от времени полного оборота ротора. Время выхода на установившийся режим составляло порядка 10 полных оборотов ротора, а временная статистика собиралась за период, соответствующий времени двух оборотов ротора.

## Глава 4. Методы решения

Как уже отмечалось, результаты расчетов с помощью любых вихре-разрешающих подходов зависят от свойств используемых численных алгоритмов. Поэтому для объективной оценки эффективности методов ускорения RANS–LES перехода, получение которой является основной целью диссертации, для всех тестовых течений крайне желательно использовать единый численный метод.

В настоящее время для аппроксимации невязких составляющих векторов потоков в исходных уравнениях переноса в рамках незонных гибридных подходов общепринятым является использование различных вариантов взвешенных центрально-разностных и противопоточных схем, что позволяет одновременно добиться монотонности решения в RANS подобласти, низкой диссипативности схемы в LES подобласти, и устойчивости алгоритма в целом. Наиболее популярной из схем такого типа является гибридная схема [17], в которой веса противопоточной и центрально-разностной схем определяются автоматически на основе анализа текущего решения и параметров используемой сетки. Однако эта схема была разработана для метода DES, применяемого, в первую очередь, для задач внешнего обтекания с массивными отрывными зонами, вследствие чего в пристенных течениях и течениях с умеренными отрывными зонами она работает не оптимально: противопоточная схема зачастую активируется в пограничных слоях, населенных разрешенными турбулентными структурами (LES подобласть), что приводит к диссипации разрешенных турбулентных структур, и в слоях смешения, что усугубляет проблему задержки RANS-LES перехода.

В связи этим в рамках настоящей работы была разработана новая гибридная численная схема для глобальных гибридных RANS-LES подходов, автоматически обеспечивающая устойчивость вычислительного алгоритма в RANS подобласти и его низкую диссипативность LES подобласти расчетной области и пригодная для более широкого класса задач (разделы 4.1 и 4.2). Эта схема была реализована на базе вычислительного кода NTS [8] и использована для всех расчетов основной части работы.

NTS код – это конечнообъемный вычислительный код для решения уравнений Навье-Стокса, использующий структурированные многоблочные перекрывающиеся

расчетные сетки и подход, при котором основные переменные хранятся в узлах сетки («vertex-based approach»). Код предназначен для решения стационарных и нестационарных течений как в сжимаемой, так и в несжимаемой постановках с использованием различных моделей турбулентности. В рамках несжимаемой ветви кода применяется метод Роджерса и Квака [112], основанный на комбинации метода введения искусственной сжимаемости Яненко-Чорина [113] и схемы расщепления разностей векторов газодинамических потоков. Для расчетов сжимаемых течений используется схема Роу [114]. Для продвижения по времени используется неявная трехслойная схема Эйлера второго порядка точности. Для аппроксимации вязких потоков используется центрально-разностная схема второго порядка точности. Невязкие потоки в рамках кода NTS могут аппроксимироваться с помощью противопоточной, центрально-разностной или взвешенной схемы разных порядков (от первого до пятого).

Следует отметить, что код NTS рассматривается в настоящее время как один из наиболее надежных вычислительных кодов для расчета турбулентных течений, полученные с его помощью результаты неоднократно сравнивались с результатами расчетов, выполненных с использованием различных коммерческих и академических кодов, предназначенных для решения задач гидро- и газодинамики (см., например работы [11], [12]).

Все расчеты проводились с использованием гибридной MPI-OpenMP параллелизации на суперкомпьютере Политехнического университета. Для различных задач использовалось от 1 до 7 узлов по 56 ядер каждый, а время расчета задач составляло от 1 до 20 дней.

#### 4.1. Формулировка новой гибридной численной схемы для глобальных гибридных подходов

В рамках схемы [17] значения невязких потоков, аппроксимированных с помощью центрально-разностной схемы (central-difference, CD) и противопоточной схемы, взвешиваются с помощью весовой функции, зависящей от расчетной сетки и мгновенного решения.

Предложенная в настоящей работе новая схема также основана на взвеси невязких потоков, однако ее весовая функция отличается от использованной в работе [17]. Кроме того, в невязком потоке и в присоединенных пограничных слоях, в которых отсутствует разрешенная турбулентность (RANS-область), эта схема переходит не в противопоточную схему, а во взвешенную схему BCD (Bounded Central Differencing, [115]), которая является менее диссипативной, чем противопоточная, но, тем не менее, обеспечивает монотонность решения и устойчивость алгоритма. Принцип работы схемы BCD основан использовании специального критерия («convection boundedness criterion»), определяющего монотонность решения. В случае монотонности решения используется центрально-разностная схема, в то время как в случае невыполнения критерия, используется аппроксимация с помощью противопоточной схемы.

Новая схема построена таким образом, чтобы во внешнем (невязком) потоке и в присоединенных пограничных слоях в отсутствие турбулентного контента для аппроксимации невязких потоков использовалась схема BCD, в то время как в слоях смешения, в том числе и на начальных их участках, а также в областях с разрешенной турбулентностью использовалась центрально-разностная схема либо взвесь центрально-разностной схемы с небольшим весом BCD.

Схема аппроксимации невязких потоков имеет вид:

$$F = (1 - \sigma)F_{CD} + \sigma F_{BCD}. \quad (4.1)$$

Здесь  $F_{CD}$  – значение невязких потоков, аппроксимированных с помощью центрально-разностной схемы 4го порядка точности,  $F_{BCD}$  – значение невязких потоков, аппроксимированных с помощью схемы BCD, построенной как комбинация противопоточной схемы 3го порядка точности и центральной-разностной схемы 4го порядка. Наконец,  $\sigma$  – весовая функция, определяемая соотношением:



$$\sigma = \max(\sigma_{\min}, f_{inv}, f_{vt}, f_{2D\ BL}). \quad (4.2)$$

Здесь  $\sigma_{\min}$  – минимальный вес схемы VCD. Он принимает значения от 0 до 1 и задается пользователем. В проведенных в настоящей работе расчетах использовалось значение параметра  $\sigma_{\min} = 0$ . Функции  $f_{inv}$ ,  $f_{vt}$ ,  $f_{2D\ BL}$  используются для идентификации различных областей течения.

Первая из перечисленных функций,  $f_{inv}$ , служит для определения невязких областей потока и определяется следующим образом:

$$f_{inv} = 1 - \tanh(B^4), \quad (4.3)$$

где  $B = C_{H3} \Omega \max(S, \Omega) / \max\{(S^2 + \Omega^2)/2, \Omega_{\min}^2\}$  - аргумент функции, предложенной в работе [17],  $S$  и  $\Omega$  – инварианты тензоров скоростей деформации и завихренности соответственно,  $C_{H3} = 2.0$ ,  $\Omega_{\min} = \tau^{-1}$ , а  $\tau$  – характерное время конвективного проноса, построенное по характерным масштабам скорости и длины. На примере задачи об обтекании выпуклости, расположенной на плоской поверхности, показано мгновенное поле этой функции (рис. 4.1a). Видно, что в области внешнего невязкого потока ее значение составляет единицу, что означает, что в этой области для аппроксимации невязких потоков будет использоваться схема VCD.

Две другие функции, входящие в выражение (4.2),  $f_{vt}$  и  $f_{2D\ BL}$ , обеспечивают переключение схемы в VCD внутри пограничных слоев, в которых нет разрешенного турбулентного контента, и в CD схему при наличии разрешенных турбулентных структур. Функция  $f_{vt}$  определяется следующим образом:

$$f_{vt} = 1 - \tanh\left\{\left(2 \frac{v_{t\ LES}}{v_t}\right)^2\right\}, \quad (4.4)$$

где  $v_{t\ LES} = (\min\{0.2\Delta_{\max}, 0.41d_w\})^2 S$  - турбулентная вязкость, рассчитанная по модели Смагоринского, использующей максимальный шаг сетки в качестве подсеточного масштаба. Функция  $f_{vt}$  используется для активации VCD схемы в областях, где турбулентная вязкость, полученная в рамках используемого гибридного метода больше, чем вязкость, оцененная по модели Смагоринского.

Наконец, функция  $f_{2D\ BL}$  определяется следующим соотношением:

$$f_{2D\ BL} = \tanh(8r_{dt}^2)(1 - F_{KH}(<VTM >)), \quad (4.5)$$

здесь  $r_{dt}$  – аргумент «защитной» эмпирической функции  $f_d$  (2.12) метода DDES, а функция  $F_{KH}(<VTM>)$ , позволяющая выделить двумерные участки течения определяется как:

$$F_{KH}(<VTM>) = \max\{F_{KH}^{\min}, \min\{F_{KH}^{\max}, F_{KH}^{\min} + \frac{F_{KH}^{\max} - F_{KH}^{\min}}{a_2 - a_1} (<VTM> - a_1)\}\}.$$

Здесь  $VTM \equiv \frac{\sqrt{6} |(\hat{\mathbf{S}} \cdot \boldsymbol{\omega}) \times \boldsymbol{\omega}|}{\omega^2 \sqrt{3tr(\hat{\mathbf{S}}^2) - [tr(\hat{\mathbf{S}})]^2}}$ , угловые скобки означают осреднение

величины по ее значению в текущей и соседних ячейках, а константы равны  $F_{KH}^{\max} = 1.0$ ,  $F_{KH}^{\min} = 0.0$ ,  $a_1 = 0.005$  и  $a_2 = 0.01$ .

Таким образом, функция, равная  $\max\{f_{vt}, f_{2D\_BL}\}$ , обеспечивает использование схемы VCD для аппроксимации невязких потоков в присоединенном пограничном слое при отсутствии турбулентного контента. На примере течения около выпуклости, расположенной на плоской пластине, видно, что эта функция равна 1, то есть обеспечивает работу схемы VCD, во всем пограничном слое вплоть до отрыва ( $x < 0.6 c$ ), а в присоединившемся пограничном слое, в котором имеются разрешенные турбулентные структуры, значение этой функции близко к нулю (рис. 4.1b).

Окончательный вид весовой функции  $\sigma$  в этом течении представлен на рисунке 4.1с. Из него видно, что во внешнем потоке и в большей части пограничного слоя, не имеющего разрешенных турбулентных структур,  $\sigma = 1$ , т.е. невязкие потоки аппроксимируются с помощью устойчивой схемы VCD, в то время как в слое смешения, зоне рециркуляции и присоединившемся пограничном слое, населенным разрешенными турбулентными структурами,  $\sigma = 0$ , т.е. используется низкодиссипативная CD схема.

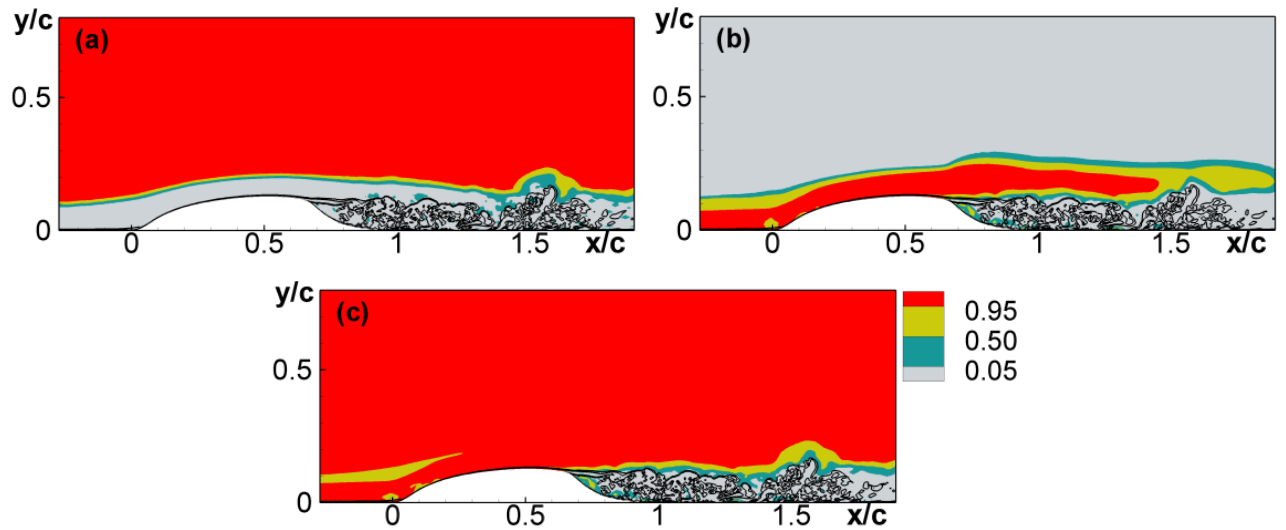


Рисунок 4.1. Мгновенные поля функций  $f_{inv}$  (a),  $\max(f_{vb}, f_{2D_{BL}})$  (b) и весовой функции  $\sigma$  (c), полученные при расчете обтекания выпуклости на поверхности. Черными линиями на рисунке обозначены изолинии модуля завихренности, соответствующие значениям  $|\Omega|c/U_0 = 20$  и  $|\Omega|c/U_0 = 40$

## 4.2. Результаты тестирования новой гибридной схемы

В данном разделе представлены результаты тестирования новой гибридной схемы с использованием двух отрывных течений (обтекание профиля NACA0021 под углом атаки  $60^\circ$  и сверхзвуковое продольное обтекание цилиндрического тела с донным срезом) и одного пристенного течения (пограничный слой на плоской пластине). Следует отметить, что последняя задача несколько выходит за рамки настоящей работы, посвященной проблемам задержки RANS-LES перехода в слоях смешения и ограниченной использованием метода DDES, однако позволяет продемонстрировать широкие возможности и универсальность предложенной схемы.

### 4.2.1. Обтекание крылового профиля NACA0021 под углом атаки $60$ градусов

Первой задачей для тестирования предложенной гибридной схемы стала задача об обтекании крылового профиля NACA0021 под углом атаки  $60$  градусов, поскольку именно для течений с массивным отрывом впервые была предложена гибридная схема [17]. Параметры задачи, сетка и граничные условия, использованные для расчета этого течения, описаны в главе 3. Расчеты проводились с помощью стандартной версии SST DDES подхода. Полученные с помощью предложенной схемы результаты сравнивались с экспериментальными данными и с результатами расчетов с использованием схемы [17].

Мгновенные поля завихренности течения, представленные на рисунке 4.2, показывают близкую картину течения: с передней и задней кромок профиля отрываются слои смешения, за профилем образуется зона рециркуляции и вихревая дорожка. Однако имеются и отличия. В частности, видно, что во внешней невязкой области вблизи следа решение, полученное с использованием схемы [17], немонотонно. Это связано с тем, что в этой области гибридная функция [17] активирует центрально-разностную схему, в то время как предложенная весовая функция обеспечивает использование более устойчивой схемы - BCD (рис. 4.3). Из полей весовой функции, представленных на рисунке 4.3 видно также, что на начальном участке слоя смешения, образующегося в результате отрыва потока с задней кромки при использовании схемы [17] активируется противопоточная схема, в результате чего сворачивание этого слоя смешения происходит не так быстро, как при использовании предложенной схемы, при которой на начальном участке используется центрально-разностная схема.

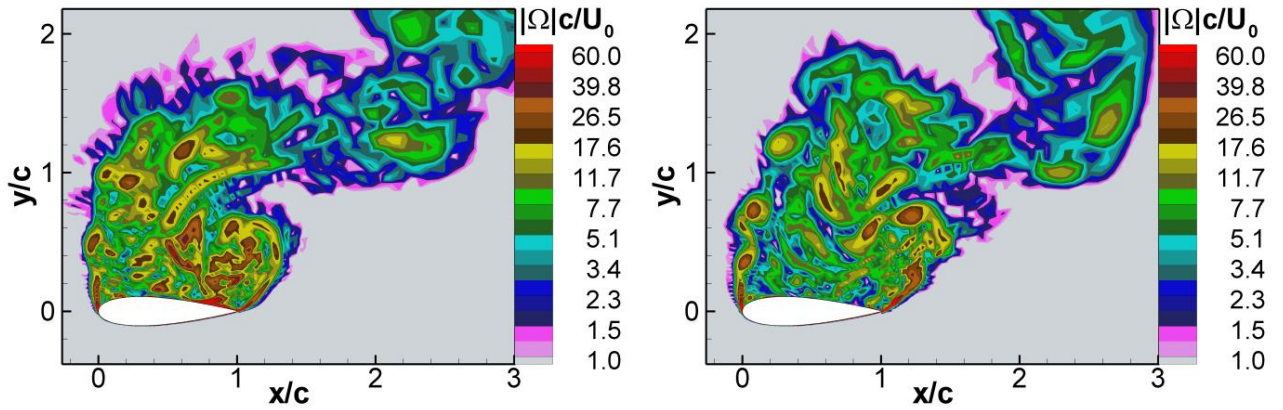


Рисунок 4.2. Мгновенные поля безразмерного модуля завихренности, рассчитанного с использованием схемы [17] (слева) и предложенной схемы (справа)

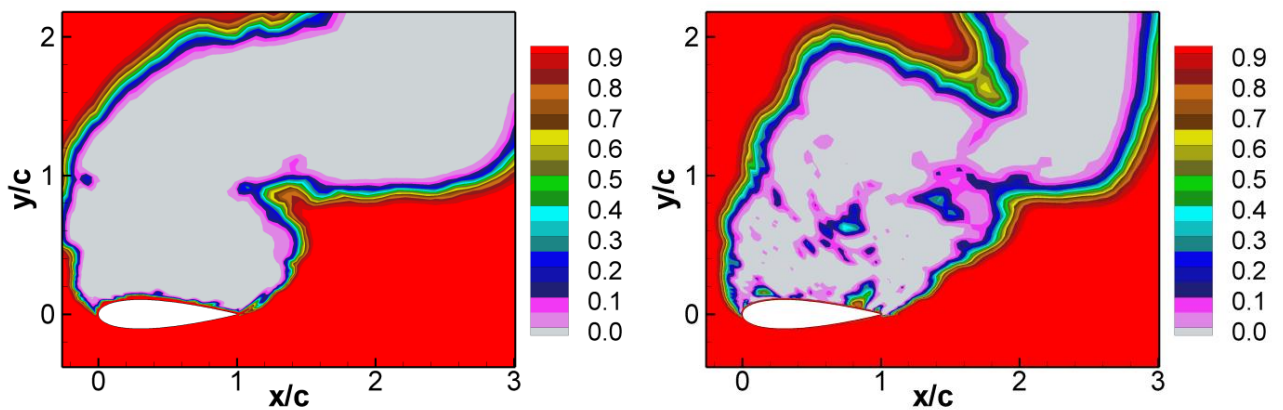


Рисунок 4.3. Мгновенные поля весовой функции схемы [17] (слева) и предложенной схемы (справа)

Тем не менее, средние характеристики течения, полученные с помощью рассматриваемых схем оказались достаточно близкими: распределения давления по поверхности профиля близки к экспериментальным данным и практически совпадают друг с другом (отличие составляет менее 1%).

Таким образом, можно заключить, что предложенная схема может быть успешно применена к расчету течений с массивным отрывом и несколько лучше, чем схема [17], обеспечивает монотонность решения в невязкой области потока.

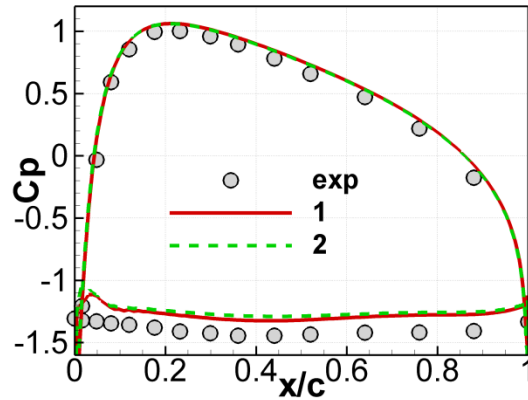


Рисунок 4.4. Сравнение распределений осредненного коэффициента давления по поверхности профиля, полученные с использованием схемы [17] (1) и предложенной схемы (2), с экспериментальными данными

#### 4.2.2. Сверхзвуковое продольное обтекание цилиндрического тела

Расчеты сверхзвукового продольного обтекания цилиндрического тела с донным срезом проводились с помощью предложенной схемы и схемы [17]. Параметры задачи, сетка и граничные условия, использованные для расчета этого течения, описаны в главе 3.

Как видно из представленных на рисунке 4.5 мгновенных полей завихренности, в данной задаче структура течения качественно не зависит от схемы.

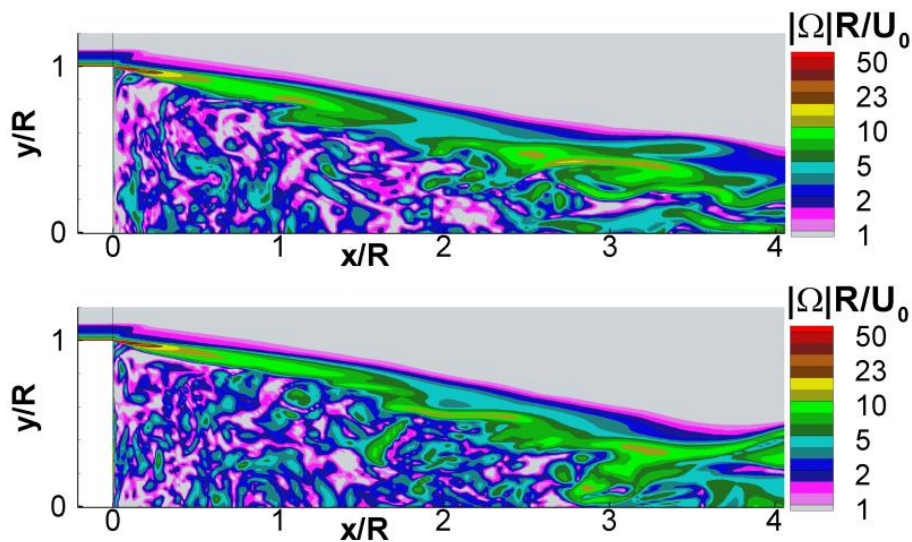


Рисунок 4.5. Мгновенные поля безразмерного модуля завихренности, полученные с использованием схемы [17] (сверху) и предложенной схемы (снизу)

Мгновенные поля весовой функции рассматриваемых схем представлены на рисунке 4.6, из которого видно, что в рамках схемы [17] во внешней части пограничного слоя, развивающегося на поверхности обтекаемого тела до отрыва,

используется центрально-разностная схема, несмотря на отсутствие разрешенных турбулентных структур в этой области, в то время как в рамках предложенной схемы там используется более устойчивая схема - BCD. Кроме того, в пристенной области зоны рециркуляции и на начальном участке слоя смешения, оторвавшегося от кромки донного среза, при использовании схемы [17] активируется противопоточная схема, что может лишь усугубить проблему задержки RANS-LES перехода, в то время как в рамках предложенной схемы в этих областях используется или центрально-разностная схема или взвесь центрально-разностной схемы с небольшим весом BCD.

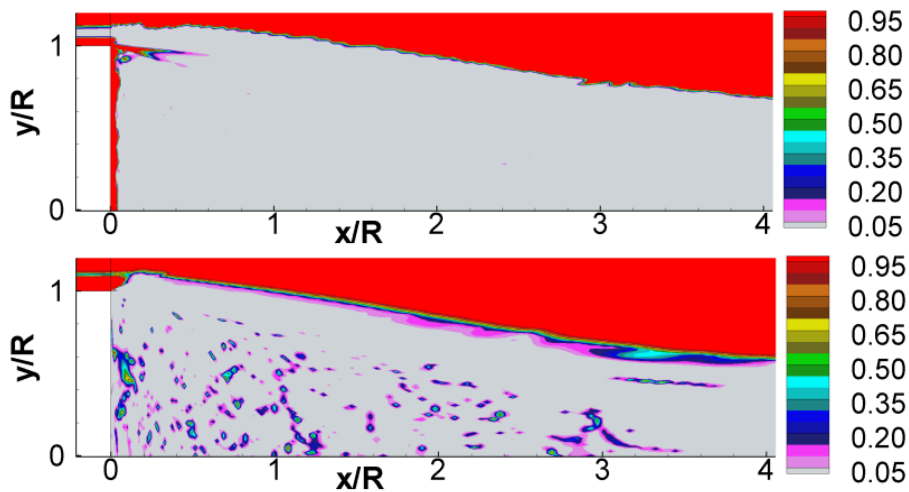


Рисунок 4.6. Мгновенные поля весовой функции схемы [17] (сверху) и предложенной схемы (снизу)

В результате, средние характеристики, предсказанные с помощью предложенной схемы, оказываются несколько ближе к экспериментальным данным, чем результаты расчетов, в которых использовалась схема [17] (рис. 4.7).

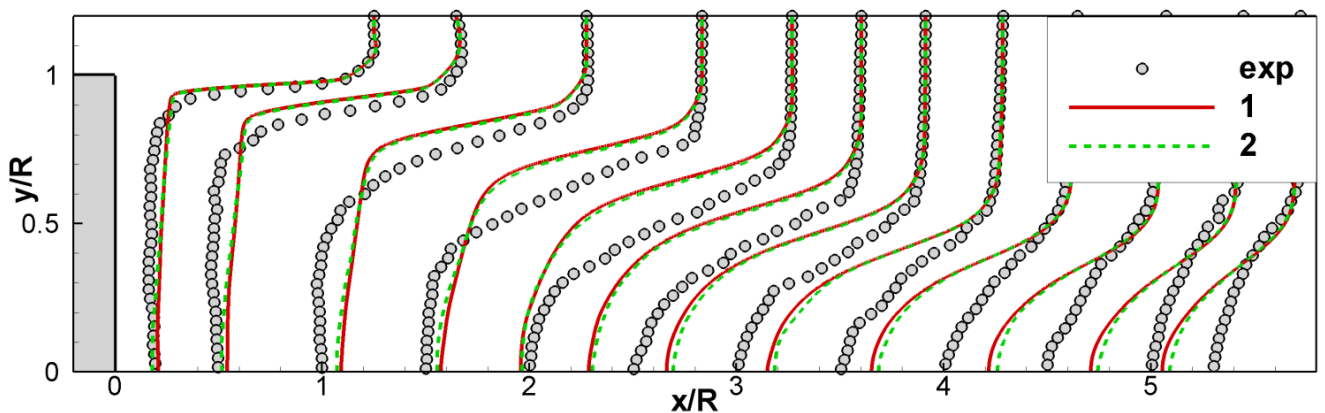


Рисунок 4.7. Сравнение профилей осредненной продольной скорости, полученных стандартным DDES подходом, с использованием схемы [17] (1) и предложенной схемы (2), с экспериментальными данными

### 4.2.3. Пограничный слой на плоской пластине

Характерное для схемы [17] использование противопоточной схемы во внутренней части пограничного слоя, населенного разрешенными турбулентными структурами, продемонстрированное в предыдущем разделе, приводит к диссипации разрешенных структур, что может повлечь за собой снижение точности расчетов пристенных течений. Для демонстрации преимуществ применения новой схемы при расчете таких течений был проведен расчет течения в плоском пограничном слое методом IDDES [50] в режиме LES с пристенным моделированием.

Число Рейнольдса течения, построенное по толщине потери импульса входного пограничного слоя и скорости внешнего потока равнялось 1000. Расчетная область имела размер  $L_x = 25 \delta_0$ ,  $L_y = 10 \delta_0$ , и  $L_z = 3 \delta_0$ , где  $\delta_0$  – толщина пограничного слоя во входном сечении. Размер расчетной сетки составлял  $N_x \times N_y \times N_z = 251 \times 71 \times 61$ , при этом распределение узлов сетки в продольном и поперечных направлениях было равномерным ( $\Delta x = 0.1 \delta_0$ ,  $\Delta z = 0.05 \delta_0$ ), а в направлении к стенке шаг сетки сгущался, причем величина первого пристенного шага составляла  $y_{min} = 0.0025 \delta_0$ . В переменных закона стенки шаги сетки составляли  $\Delta x^+ = 40$ ,  $\Delta z^+ = 20$ , и  $\Delta y^+_{min} = 1.0$ . В итоге использованная расчетная сетка содержала порядка  $1.1 \cdot 10^6$  ячеек.

Расчеты проводились с помощью метода SST IDDES. В рамках такого подхода для того, чтобы проводить расчеты в режиме LES с пристенным моделированием в пограничном слое необходимо создать турбулентный контент. Для этого на входной границе расчетной области использовался генератор искусственных пульсаций, предложенный в работе [116]. В направлении поперек потока задавались периодические граничные условия, а верхняя стенка и сечение  $x = L_x$  считались выходными границами, на которых задавалось постоянное значение давления, а значения остальных переменных экстраполировались изнутри расчетной области.

Результаты расчетов с использованием предложенной схемы сравнивались с результатами, полученными при помощи взвешенной схемы [17]. Как видно из рисунка 4.8, использование схемы [17] приводит к сильному занижению (примерно на 20%) коэффициента трения на пластинке по сравнению с корреляционной зависимостью. Трение, полученное с использованием предложенной схемы, также оказалось несколько заниженным, однако оно не уступает по точности результатам RANS и отличается от корреляционной зависимости только на 5%.



Причина сильного занижения коэффициента трения в результатах, полученных при помощи схемы [17], лежит в использовании противопоточной схемы в большей части внутренней области пограничного слоя. Так, из рисунка 4.8 видно, что вплоть до расстояния от стенки порядка  $y^+ = 20$  схема [17] работает как противопоточная ( $\sigma = 1$ ), в результате чего происходит подавление разрешенных турбулентных структур (см. рис. 4.9). В то же время, в рамках предложенной схемы во внутренней области пограничного слоя используется взвесь центрально-разностной и BCD схем, причем вес схемы BCD плавно переходит к нулю, и схема становится центрально-разностной значительно ближе к стенке (при  $y^+$  порядка 10), что позволяет разрешить более мелкие турбулентные структуры (рис. 4.9).

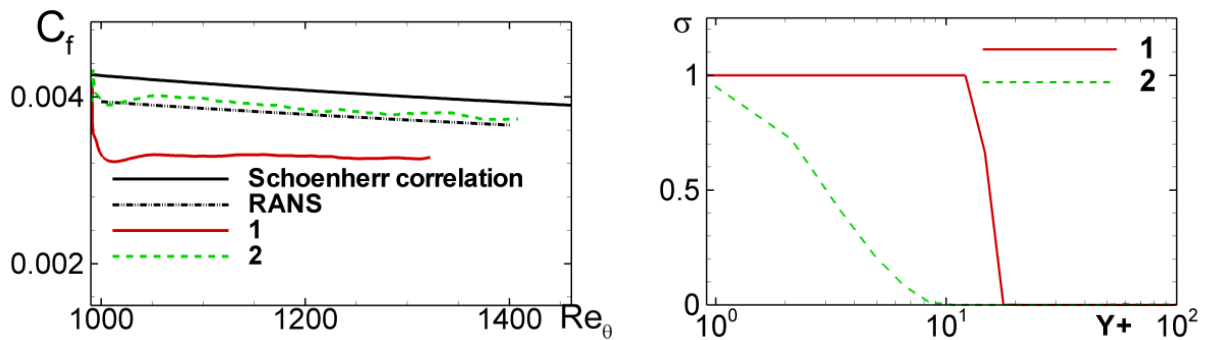


Рисунок 4.8. Сравнение распределения среднего коэффициента трения, полученного с использованием схемы [17] (1) и предложенной схемы (2), с данными RANS расчета и корреляционной зависимостью (слева), а также профили весовой функции в сечении  $x = 5\delta_0$  (справа)

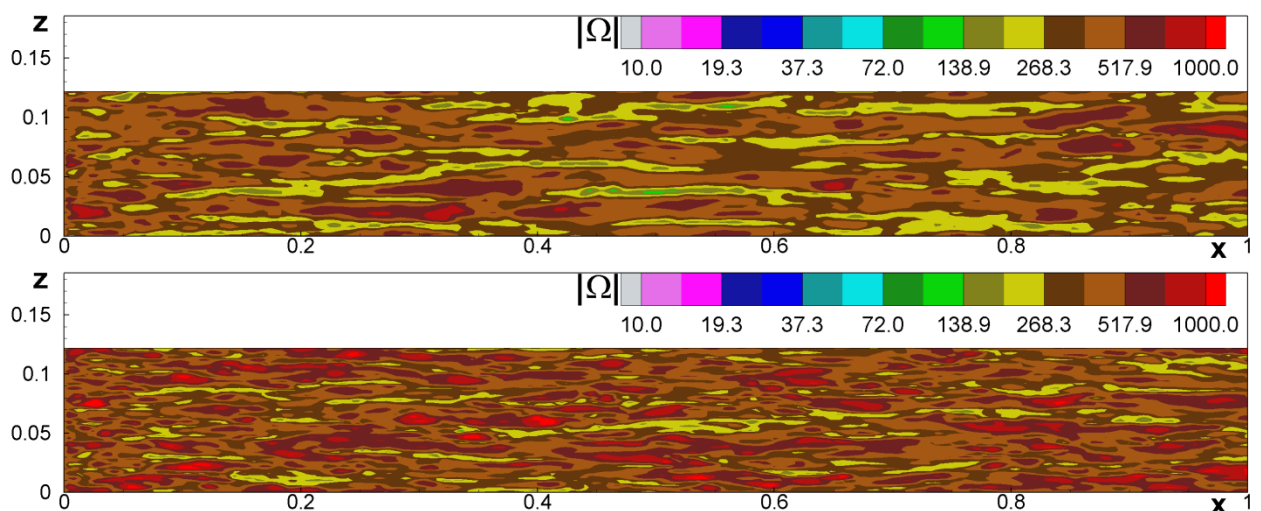


Рисунок 4.9. Мгновенные поля модуля завихренности на поверхности пластины, полученные с использованием схемы [17] (сверху) и предложенной схемы (снизу)

Таким образом, тестирование предложенной схемы показало, что она успешно может быть использована в течениях с массивным отрывом, в течениях с умеренной отрывной областью, а также в безотрывных течениях как в рамках метода DDES, так и в рамках метода IDDES. При этом результаты предложенной схемы либо не уступают, либо превосходят по точности результаты, полученные с использованием схемы [17].

## Глава 5. Результаты расчетов и их анализ

В данной главе приведено сравнение результатов расчетов тестовых задач, полученных стандартным SST DDES подходом, DDES в сочетании с подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения, и  $\sigma$ -DDES подходом, с экспериментальными данными.

### 5.1. Обтекание крылового профиля NACA0021 под углом атаки 60 градусов

Мгновенная картина обтекания крылового профиля NACA0021 под углом атаки 60 градусов представлена в виде полей модуля завихренности на рисунке 5.1.

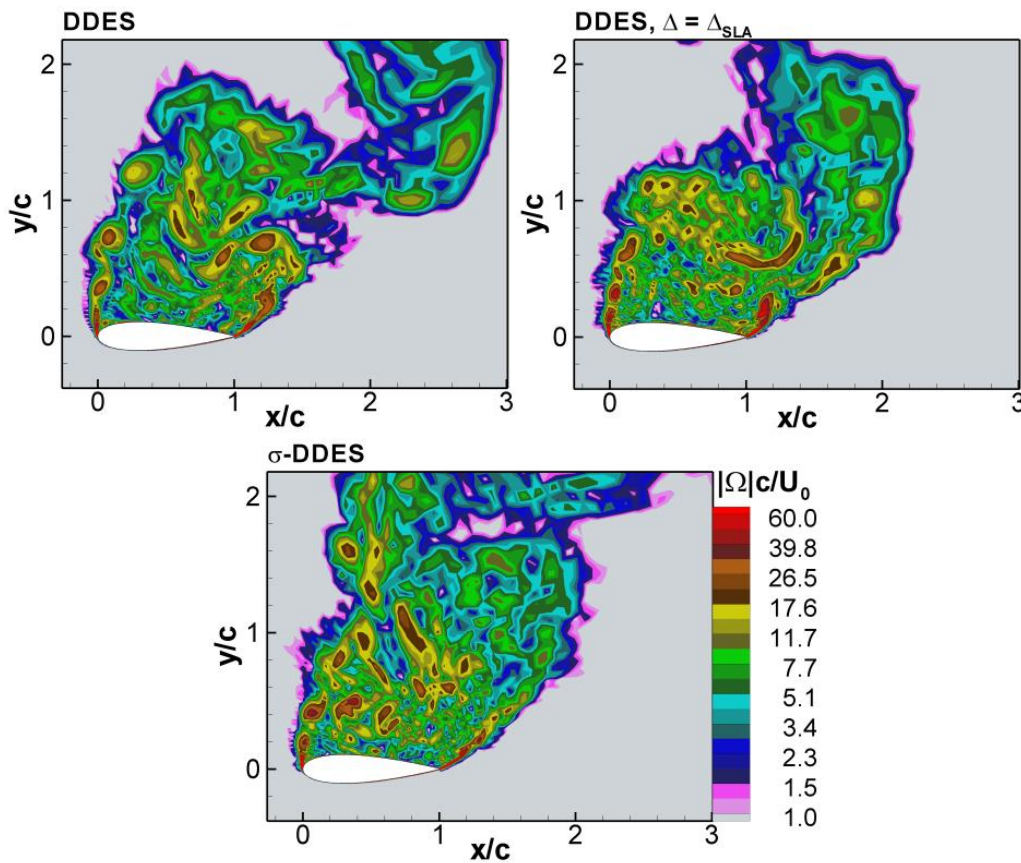


Рисунок 5.1. Мгновенные поля безразмерного модуля завихренности, полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES

Видно, что все рассматриваемые подходы предсказывают похожую картину течения: за профилем образуется массивная отрывная зона и вихревая дорожка. Однако при использовании модифицированных версий DDES процесс сворачивания слоя

смешения, оторвавшегося от передней кромки профиля, происходит несколько раньше, чем при использовании стандартного DDES. Помимо этого, использование методов ускорения перехода от RANS к LES приводит к разрешению более мелких турбулентных структур в отрывной зоне.

Причиной ускорения турбулизации слоев смешения и разрешения более мелких структур в отрывной зоне и следе за профилем является снижение уровня турбулентной вязкости на начальных участках слоев смешения и в следе, которое обеспечивается применением методов ускорения RANS-LES перехода и которое можно наблюдать как на мгновенных полях турбулентной вязкости (рис. 5.2), так и на полях осредненной турбулентной вязкости (рис 5.3).

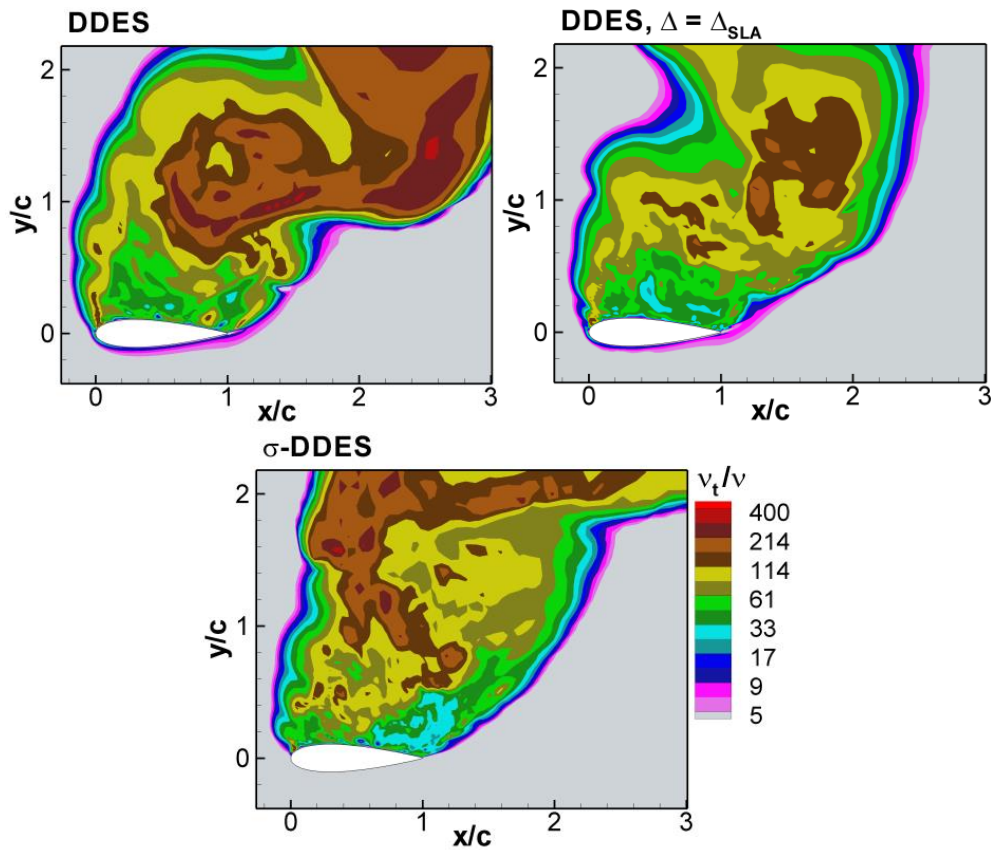


Рисунок 5.2. Мгновенные поля безразмерной турбулентной вязкости, полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES

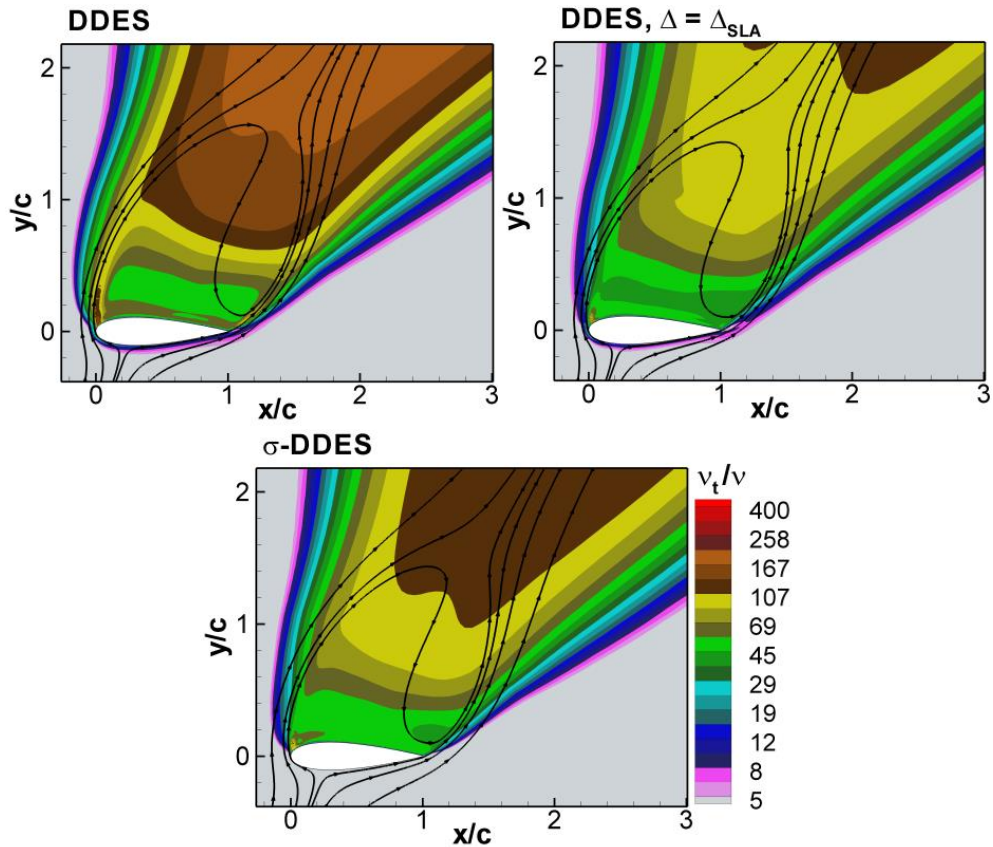


Рисунок 5.3. Поля средней безразмерной турбулентной вязкости и линии тока, полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES

Средние характеристики течения, полученные рассматриваемыми подходами, близки друг к другу и экспериментальным данным, однако наблюдается некоторое превосходство модифицированных версий DDES над стандартной. Так, распределение коэффициента давления по поверхности профиля, полученное DDES подходом в сочетании с методами ускорения RANS-LES перехода лучше согласуются с экспериментальными данными на стороне пониженного давления, (рис. 5.4), а рассогласование предсказанных силы сопротивления и подъемной силы снижается при использовании  $\sigma$ -модификации с 4% до 1% и с 4.5% до 2% соответственно, а при использовании подсеточного масштаба  $\Delta_{SLA}$  - до погрешности менее 1% (таблица 5.1).

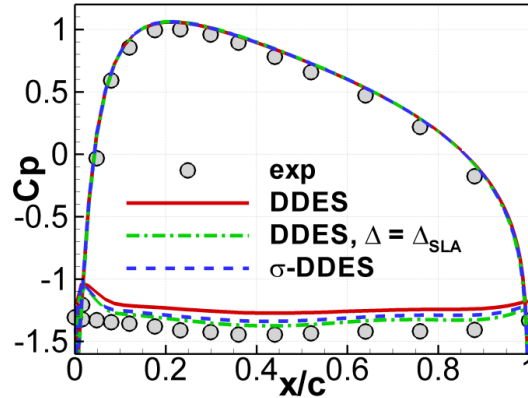


Рисунок 5.4. Сравнение осредненного коэффициента давления, полученного стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES, с экспериментальными данными

Таблица 5.1. Сравнение коэффициентов сопротивления ( $C_D$ ) и подъемной силы ( $C_L$ ), полученных стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES, с экспериментальными данными

	$C_D$	$C_L$
DDES	1.455	0.889
DDES, $\Delta = \Delta_{SLA}$	1.525	0.929
$\sigma$ -DDES	1.502	0.912
эксперимент	1.517	0.931

Влияние методов ускорения RANS-LES перехода в слоях смешения на спектры подъемной силы также оказалось незначительным, однако видно, что высота основного пика предсказывается методами  $\sigma$ -DDES и DDES в сочетании с масштабом  $\Delta_{SLA}$  заметно точнее, чем стандартным SST DDES подходом (рис. 5.5).

Таким образом, можно заключить, что использование рассматриваемых методов ускорения RANS-LES перехода в слоях смешения при расчете течений с массивным отрывом не только не приводит к каким-либо негативным последствиям, но и позволяет несколько улучшить согласование результатов расчета с экспериментальными данными по сравнению со стандартным DDES подходом.

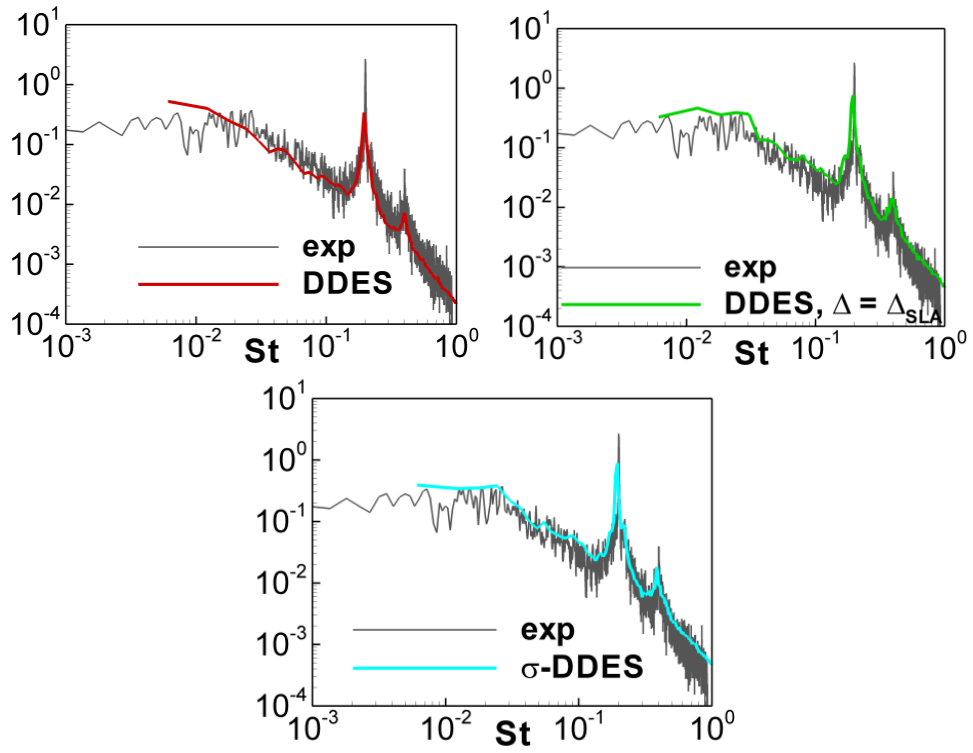


Рисунок 5.5 Сравнение спектров коэффициента подъемной силы, полученных стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES, с экспериментальными данными



## 5.2. Обтекание двумерной выпуклости на плоской поверхности

В задаче об обтекании выпуклости на плоской пластине, относящейся к классу течений с локальной отрывной зоной и последующим обратным присоединением потока, использование исследуемых методов ускорения RANS-LES перехода слоев смешения также способствует более быстрому формированию разрешенных структур в оторвавшемся от обтекаемой выпуклости слое смешения (рис. 5.6). Помимо этого, как и в предыдущей задаче, модифицированные версии DDES позволяют разрешить более мелкие турбулентные структуры как в зоне рециркуляции, так и в присоединившемся ниже по потоку пограничном слое.

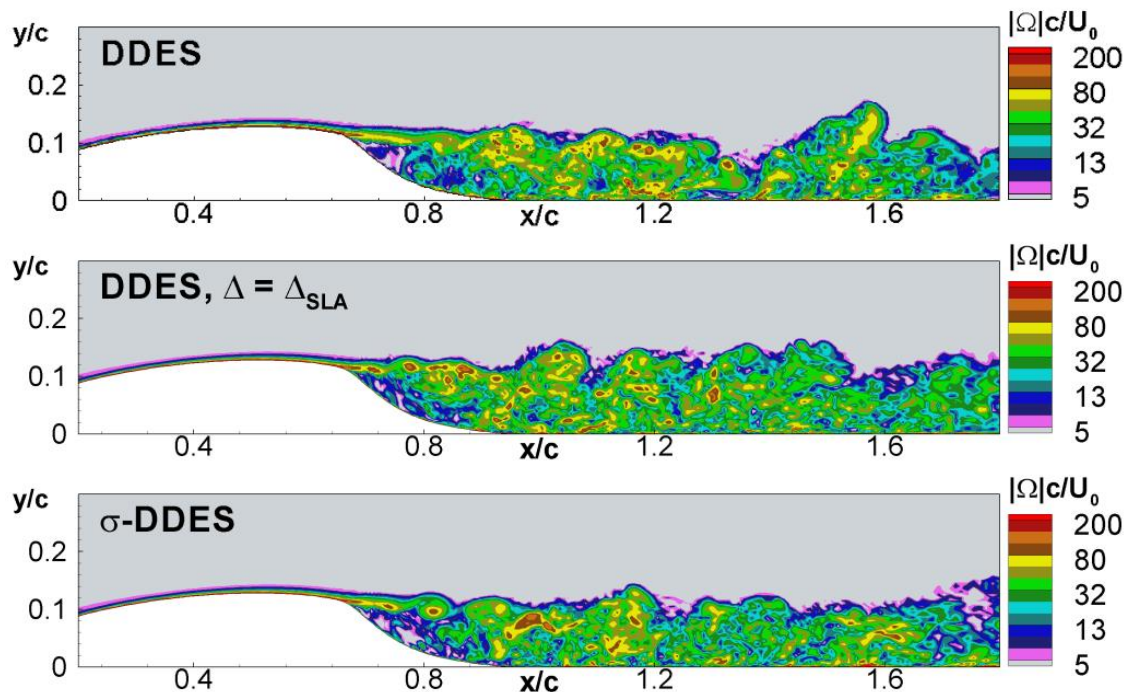


Рисунок 5.6. Мгновенные поля безразмерного модуля завихренности, полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES

Для того чтобы оценить ускорение перехода к развитой турбулентности в слое смешения количественно, в рамках настоящей работы проводится сравнение полученных в двух точках ( $x_1 = 0.75c$ ,  $y_1 = 0.1c$  и  $x_2 = 1.0c$ ,  $y_2 = 0.08c$ ) спектров скорости с результатами расчетов зонным RANS-IDDES методом. Расчеты проводились на этой же сетке, поскольку она удовлетворяет всем критериям для проведения LES расчетов с пристенным моделированием. Интерфейс между RANS и IDDES областями находился в сечении  $x/c = -1.0$ , где для создания турбулентного контента использовался



генератор синтетической турбулентности [116]. В рамках такого подхода пограничный слой перед отрывом находится в LES подобласти и населен разрешенными турбулентными структурами, и, таким образом, проблема перехода от RANS к LES в оторвавшемся слое смешения в такой постановке отсутствует.

Мгновенное поле завихренности, полученное зонным RANS-IDDES методом, представлено на рисунке 5.7, а основные средние характеристики хорошо совпадают с экспериментальными данными (см. рис. 5.8 и работу [99]).

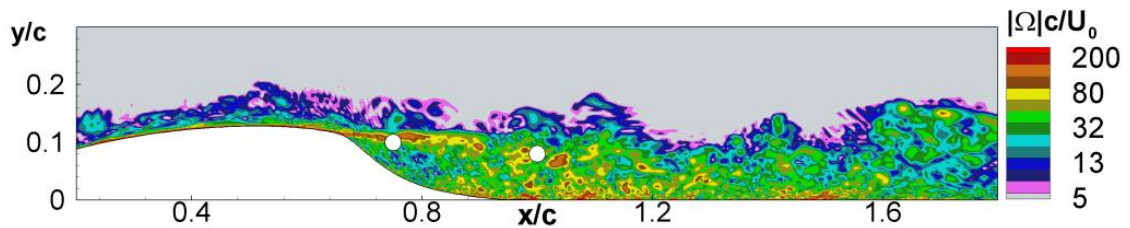


Рисунок 5.7. Мгновенное поле безразмерного модуля завихренности, полученное зонным RANS-IDDES подходом. Кругами обозначены положения точек, в которых собиралась статистика для получения спектров скорости

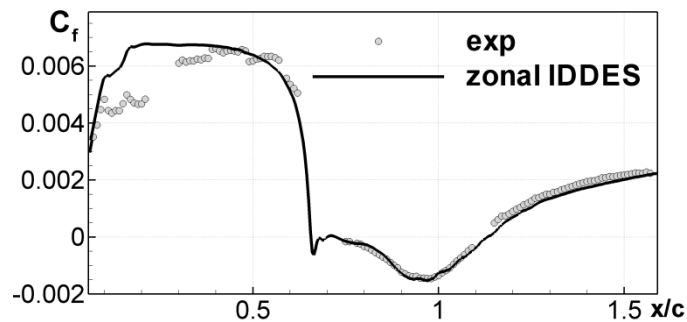


Рисунок 5.8. Сравнение распределения среднего коэффициента трения по поверхности, полученного методом зонный IDDES, с экспериментальными данными

Ускорение процесса формирования трехмерных структур в слое смешения находит количественное подтверждение в спектрах пульсаций продольной скорости, представленных на рисунке 5.9, из которого видно, что в точке 1 ( $x_1 = 0.75 c$ ,  $y_1 = 0.1 c$ ) незонные гибридные методы предсказывают несколько пиков в спектрах скорости, в то время как спектр скорости, полученный зонным методом, гладкий, и имеет выраженный участок, соответствующий закону « $-5/3$ ». Пики, наблюдаемые в результатах расчетов незонными методами, связаны с процессом сворачивания оторвавшегося слоя смешения и дальнейшим спариванием образовавшихся двумерных вихрей. При этом видно, что при использовании методов ускорения RANS-LES перехода положение этих пиков

смещается в сторону высоких частот, что свидетельствует о более раннем начале сворачивания слоя смешения. В рассматриваемой точке спектры, предсказанные методом DDES в сочетании с адаптированным к слоям смешения подсеточным масштабом, наиболее близки к результатам зонного метода по уровню пульсаций скорости, в то время как пульсации скорости, предсказанные стандартным DDES, занижены в несколько раз и хуже совпадают с результатами зонного подхода. Спектры в первой точке также свидетельствуют о том,  $\sigma$ -модификация DDES подхода несколько менее эффективна, чем DDES в сочетании с адаптированным к слоям смешения подсеточным масштабом.

В точке 2 ( $x_2 = 1.0c$ ,  $y_2 = 0.08c$ ) все рассмотренные методы предсказывают очень близкие спектры скорости, имеющие ярко-выраженные участки, соответствующие закону «-5/3», что свидетельствует о том, что в этой точке турбулентность в слое смешения является развитой и трехмерной.

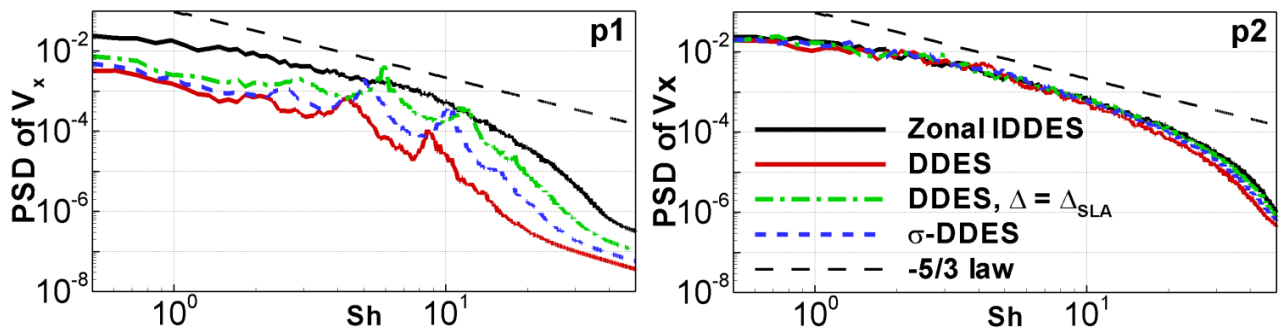


Рисунок 5.9. Сравнение спектров продольной составляющей скорости, полученных зонным IDDES подходом и различными версиями незонного DDES, в двух точках (координаты точки p1 -  $x_1 = 0.75 c$ ,  $y_1 = 0.1 c$ , а точки p2 -  $x_2 = 1.0 c$ ,  $y_2 = 0.08 c$ )

Различия в скорости RANS-LES перехода в слое смешения в результатах рассматриваемых методов связаны, прежде всего, с уровнем моделируемых напряжений на начальном участке слоя смешения. Мгновенные поля турбулентной вязкости, полученные тремя рассматриваемыми подходами, представлены на рисунке 5.10. В области отрыва методы ускорения RANS-LES перехода снижают уровень турбулентной вязкости по сравнению со стандартным DDES подходом, причем при использовании подсеточного масштаба, адаптированного к слоям смешения, этот эффект более выражен. За счет конвективного переноса турбулентных характеристик уровень турбулентной вязкости снижается во всем слое смешения ниже по потоку, в области присоединившегося пограничного слоя и в зоне рециркуляции.

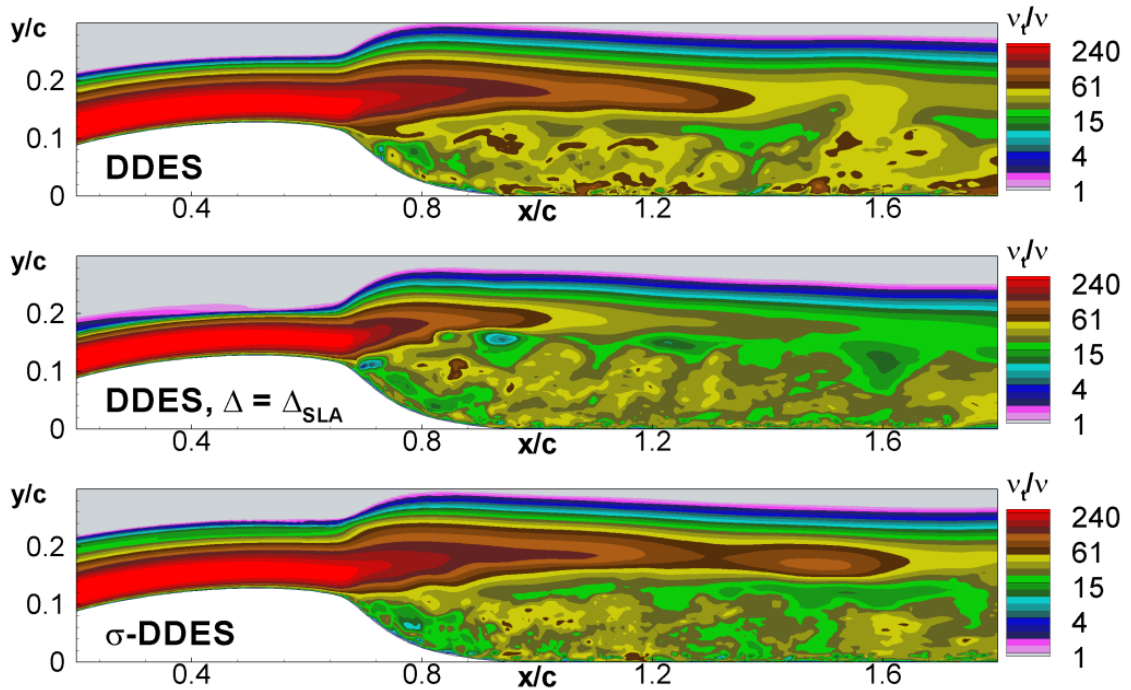


Рисунок 5.10. Мгновенные поля безразмерной турбулентной вязкости, полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES

Следует отметить также, что турбулентная вязкость, предсказанная модифицированными подходами, снижена во внешней части пограничного слоя до отрыва, то есть в области, в которой должна использоваться RANS ветвь подхода DDES. При этом вязкость  $\sigma$ -DDES подхода в этой области гораздо ближе к вязкости стандартного DDES подхода, чем вязкость, полученная методом DDES в сочетании с масштабом  $\Delta_{SLA}$ . Это связано с уже указанным в разделе 2.3.2 более выраженным влиянием подсеточного масштаба, адаптированного к слоям смешения, на качество «защиты» пограничного слоя от переключения в LES моду. Тем не менее, это снижение вязкости не приводит к изменениям предсказанного коэффициента трения (см. далее рис. 5.12). Описанная разница в уровне турбулентной вязкости видна и на средних полях турбулентной вязкости (рис. 5.11).

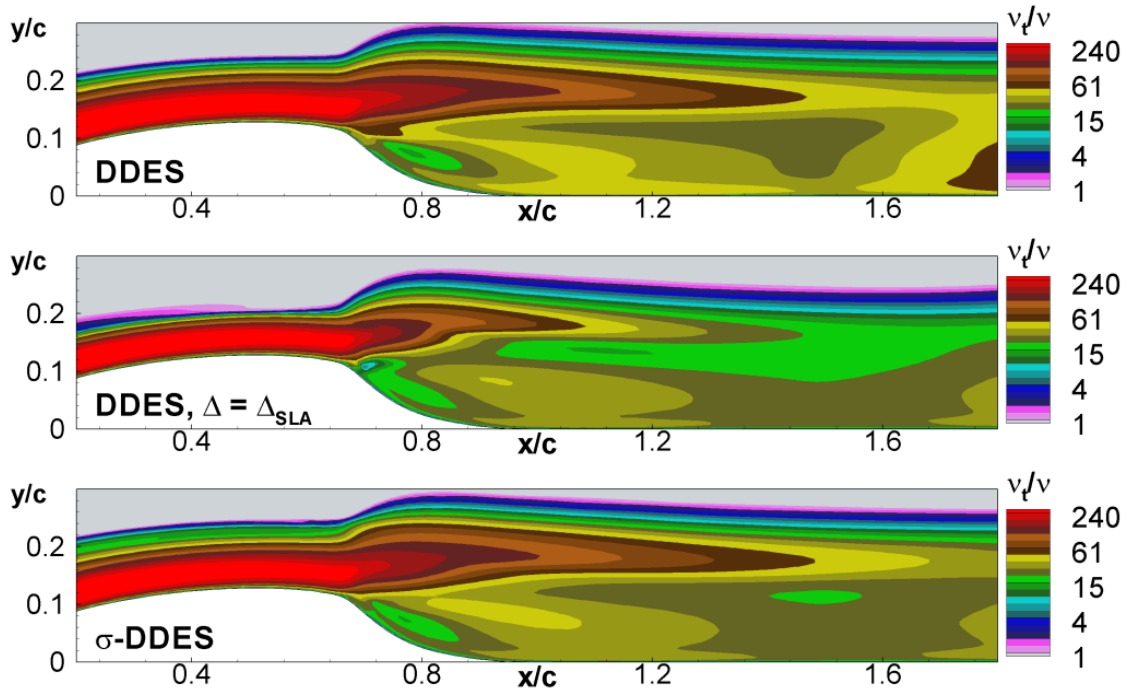


Рисунок 5.11. Поля осредненной безразмерной турбулентной вязкости, полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES

Результатом сокращения участка RANS-LES перехода стало улучшение согласования средних и пульсационных характеристик течения с экспериментальными данными (рис. 5.12-5.15). В частности, распределение коэффициентов трения и давления в зоне рециркуляции и во вновь присоединившемся пограничном слое (рис. 5.12), а также длина зоны рециркуляции (таблица 5.2) предсказываются модифицированными подходами точнее, чем стандартным DDES подходом. Рассогласование предсказанного положения точки обратного присоединения оторвавшегося пограничного слоя с экспериментом при использовании  $\sigma$ -модификации уменьшилось с 6.6% до 5%, а при использовании подсеточного масштаба, адаптированного к слоям смешения, - до 4%. Таким образом, в данной задаче, как и в задаче об обтекании крылового профиля, использование подсеточного масштаба, адаптированного к слоям смешения, оказалось несколько эффективнее, чем  $\sigma$ -модификация подсеточной модели.

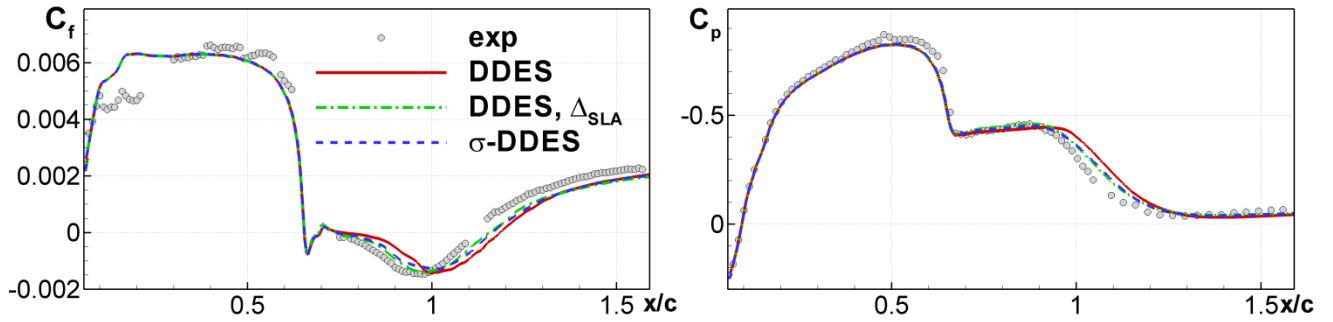


Рисунок 5.12. Сравнение осредненных коэффициентов трения (слева) и давления (справа), полученных стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES, с экспериментальными данными

Таблица 5.2. Сравнение координат точки присоединения оторвавшегося пограничного слоя, полученных стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES, с экспериментальными данными

	$x$ -координата точки присоединения	Относительная погрешность, %
Эксперимент [95]	1.11	-
DDES	1.183	6.6
DDES $\Delta_{SLA}$	1.155	4.1
$\sigma$ -DDES	1.166	5.0

Профили средней скорости, представленные на рисунке 5.13, свидетельствуют о том, что применение методов ускорения RANS-LES перехода в данной задаче заметно влияет на точность предсказания средней скорости только вблизи отрыва (сечения  $x = 0.8c$ ,  $x = 0.9c$ ), в то время как ниже по потоку результаты расчетов всеми методами практически совпадают.

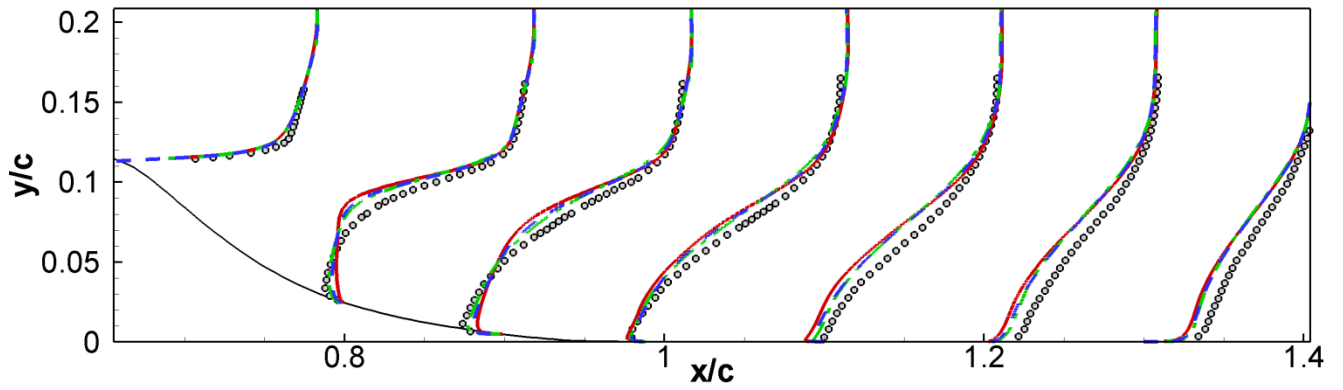


Рисунок 5.13. Сравнение профилей осредненной продольной скорости, полученных стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES, с экспериментальными данными (см. обозначения на рис. 5.12)

Более существенно влияние исследуемых модификаций проявляется при предсказании пульсационных характеристик в оторвавшемся слое смешения, особенно на начальном его участке. Так, уровень разрешенных реинольдсовых напряжений (рис. 5.14, 5.15), предсказанных стандартным методом DDES, заметно занижен по сравнению с экспериментальными данными вследствие небольшой задержки RANS-LES перехода, в то время как применение модифицированных подходов сокращает это рассогласование.

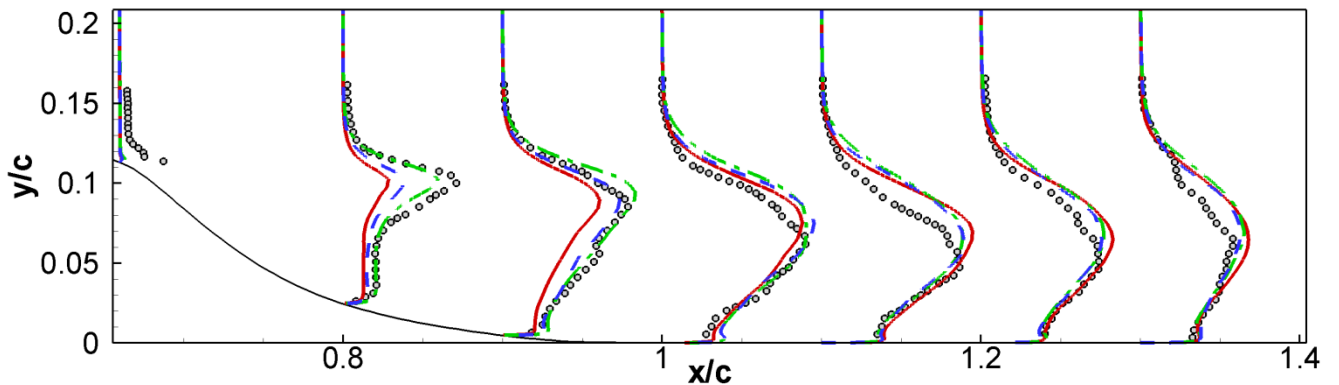


Рисунок 5.14. Сравнение профилей разрешенных нормальных реинольдсовых напряжений, полученных стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES, с экспериментальными данными (см. обозначения на рис. 5.12)

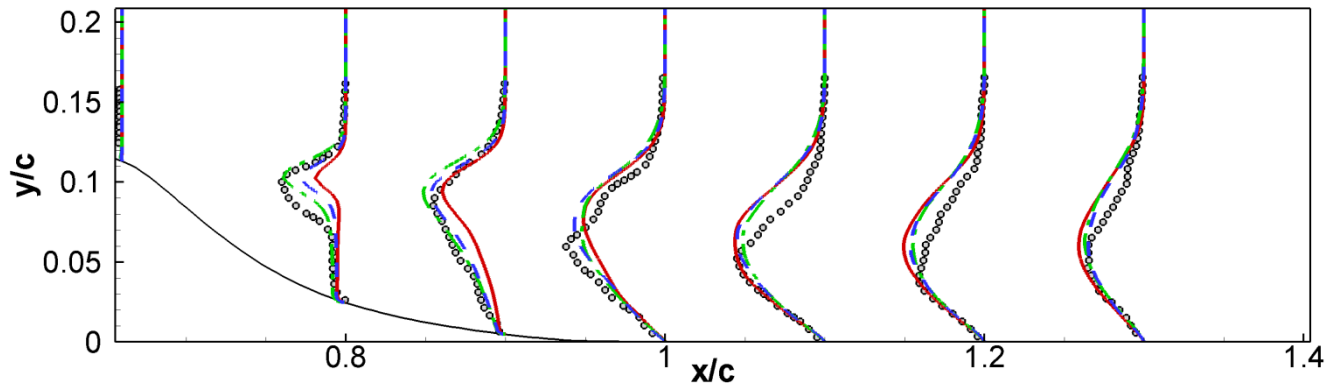


Рисунок 5.15. Сравнение профилей разрешенных касательных рейнольдсовых напряжений, полученных стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES, с экспериментальными данными (см. обозначения на рис. 5.12)

Таким образом, как и в задаче об обтекании крылового профиля, обе модификации DDES подхода ускоряют RANS-LES переход в слоях смешения, что приводит к более точному предсказанию средних и пульсационных характеристик течения, причем использование подсеточного масштаба, адаптированного к слоям смешения оказалось несколько эффективнее, чем  $\sigma$ -модификация подсеточной модели метода.

### 5.2.1. Влияние шага сетки в поперечном направлении

В представленных выше результатах эффект применения обеих модификаций весьма незначительный, поскольку и стандартная версия DDES позволяет получить близкое к эксперименту решение на использованной сетке. Следует отметить, однако, что использованная в расчетах сетка была достаточно мелкой и имела практически кубические ячейки в слое смешения даже вблизи отрыва. В инженерной практике расчет на таких сетках, как правило, невозможен, особенно при использовании квази-структурированных расчетных сеток. Обычно шаги сетки в направлении, поперечном плоскости развития слоя смешения, существенно превышают шаги сетки в других направлениях, а зачастую и толщину самого слоя смешения.

В связи с этим в настоящей работе был проведен анализ чувствительности рассматриваемых подходов к размеру шага сетки в поперечном направлении, в рамках которого были проведены расчеты обтекания выпуклости на плоской поверхности на сетке, шаг  $\Delta z$  которой был увеличен в два раза ( $\Delta z = 0.01 c$ ) по сравнению с шагом  $\Delta z$  стандартной сетки ( $\Delta z = 0.005 c$ ).



Как видно из рисунков 5.16-5.17, увеличение шага сетки в трансверсальном направлении приводит к существенному ухудшению средних результатов, полученных стандартной версией DDES. В то же время, результаты DDES в сочетании методами ускорения RANS-LES перехода практически не меняются и совпадают с экспериментальными данными с высокой точностью.

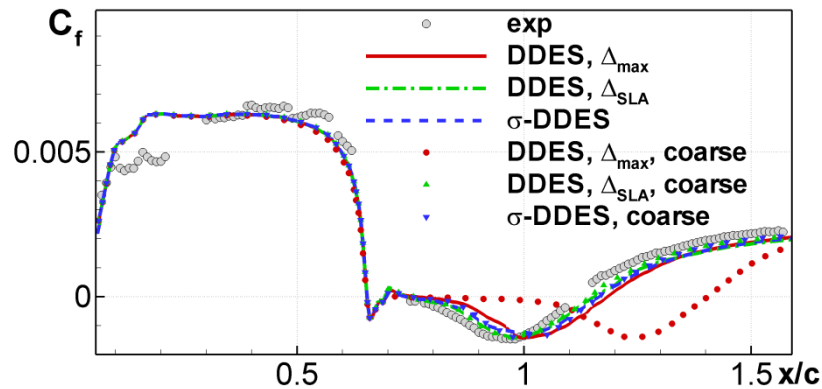


Рисунок 5.16. Сравнение осредненного коэффициента трения полученного тремя версиями DDES на стандартной сетке и сетке с заглубленным два раза поперечным шагом сетки («coarse»), с экспериментальными данными

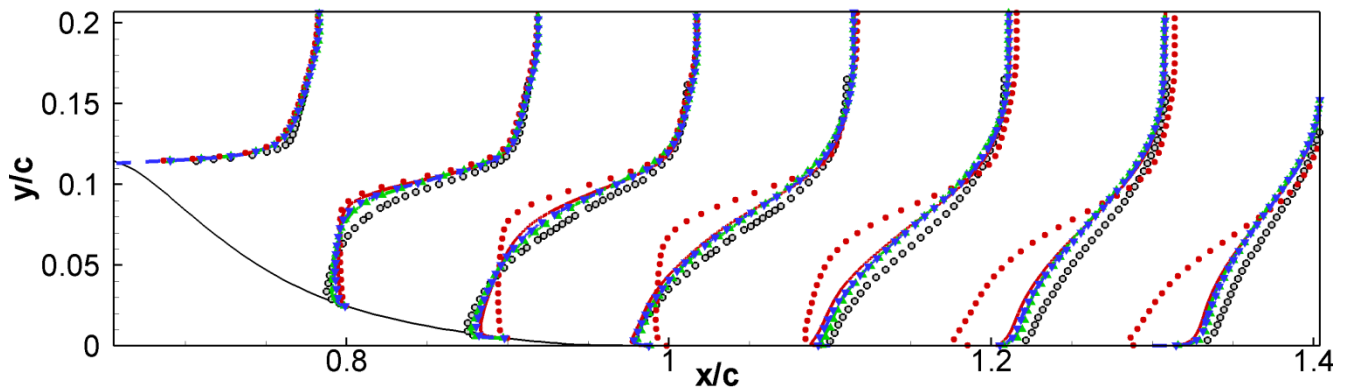


Рисунок 5.17. Сравнение профилей осредненной продольной составляющей скорости, полученных методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES на двух сетках (см. обозначения на рис. 5.16), с экспериментальными данными

Причина падения точности результатов стандартного DDES подхода при заглублении сетки – увеличение области RANS-LES перехода, в которой слой смешения оказывается практически стационарным и не содержит разрешенных турбулентных структур (рис. 5.18), что связано с увеличением подсеточного масштаба  $\Delta_{max}$  в два раза и соответствующим ростом турбулентной вязкости (рис. 5.19).



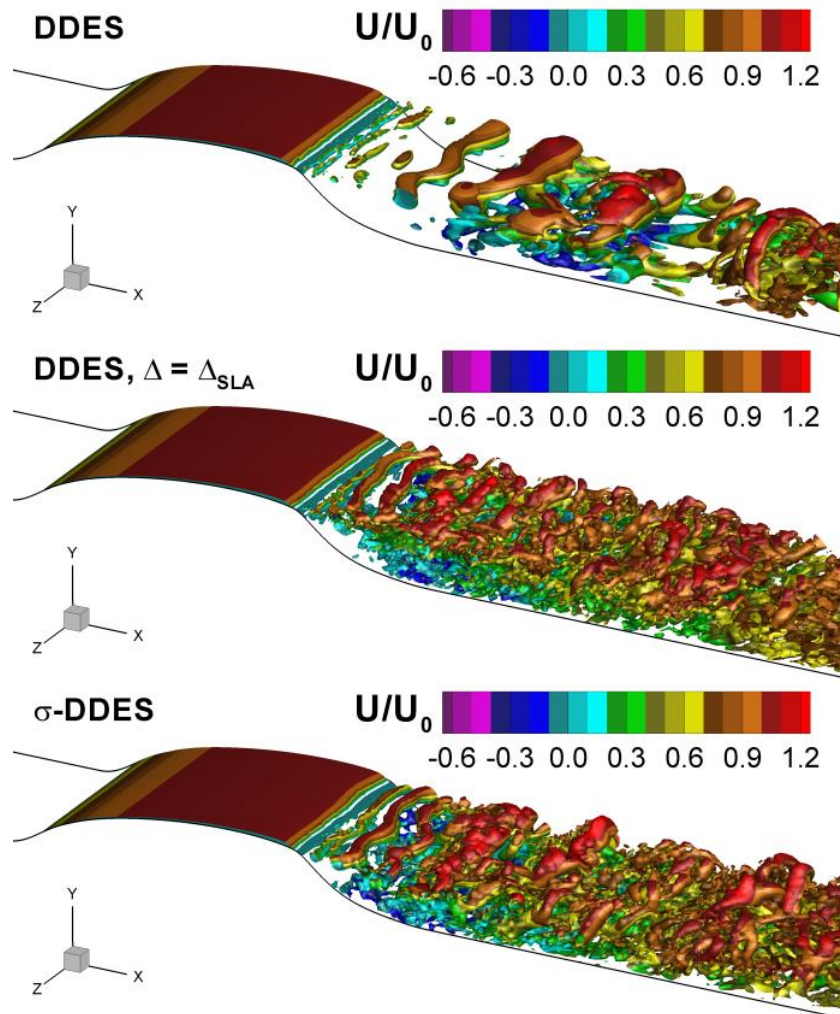


Рисунок 5.18. Изоповерхности Q критерия, окрашенные величиной продольной скорости и полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES на грубой сетке

Таким образом, можно заключить, что использование методов ускорения RANS-LES перехода снижает требования к используемым расчетным сеткам и позволяет получать результаты высокой точности при меньших численных затратах, чем стандартный DDES подход.

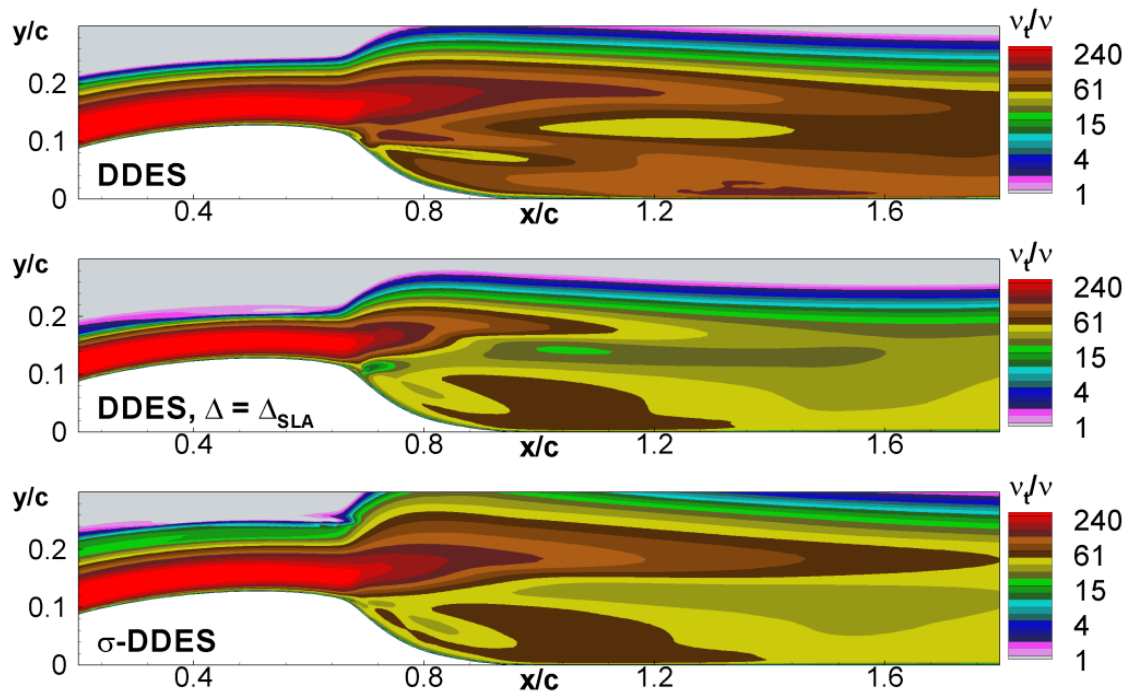


Рисунок 5.19. Поля осредненной безразмерной турбулентной вязкости, полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES на грубой сетке

### 5.3. Течение в канале за обратным уступом

Численное моделирование течения в канале за обратным уступом показало, что характерная для DDES задержка развития трехмерных структур в слоях имеет место и в этом течении. Так, из представленных мгновенных полей модуля завихренности (рис. 5.20) видно, что на достаточно протяженном участке (порядка  $2H$ ) в слое смешения, оторвавшемся от уступа, не имеется разрешенных турбулентных структур, течение в этой области квази-двумерное, а толщина слоя смешения практически не меняется. Совершенно другая картина наблюдается в результатах DDES в сочетании с методами ускорения RANS-LES перехода: за счет снижения турбулентной вязкости в оторвавшихся слоях смешения (рис. 5.21) разрешенные турбулентные структуры появляются раньше. Кроме того, как в зоне рециркуляции, так и в присоединившемся ниже по потоку пограничном слое разрешаются более мелкие турбулентные структуры.

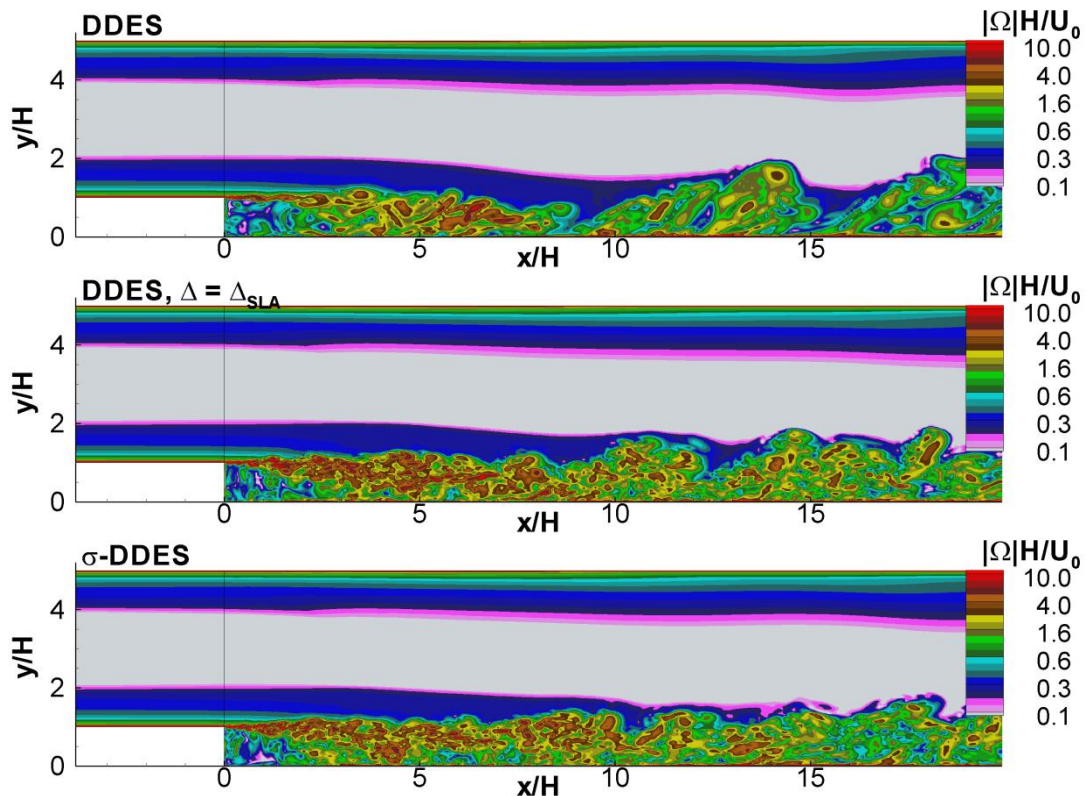


Рисунок 5.20. Мгновенные поля безразмерного модуля завихренности, полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES

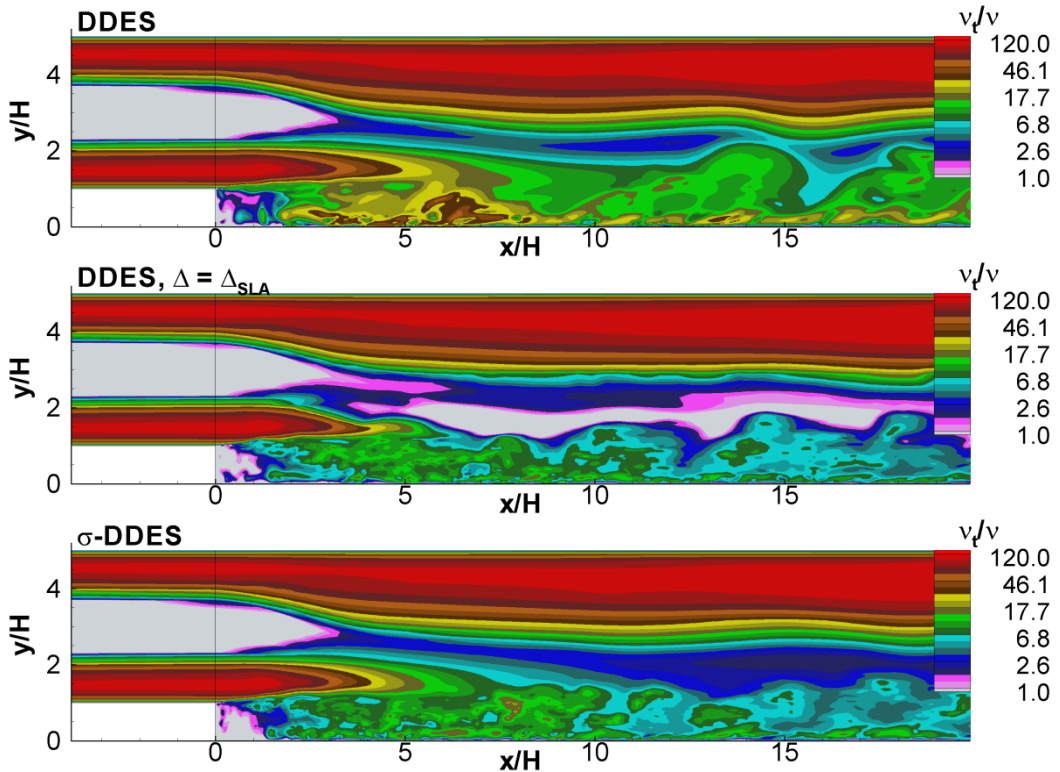


Рисунок 5.21. Мгновенные поля безразмерной турбулентной вязкости, полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES

Результатом применения рассматриваемых подходов к ускорению турбулизации слоев смешения стало заметное улучшение согласования средних характеристик течения с экспериментальными данными. Так, использование модифицированных версий позволило точнее предсказать длину рециркуляционной зоны за уступом и распределение коэффициента трения вдоль нижней стенки канала как в зоне рециркуляции, так и в области вновь присоединившегося пограничного слоя (рис. 5.22). При этом результаты расчетов с использованием DDES в сочетании с подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения, и  $\sigma$ -DDES подхода практически совпадают.

Сравнение профилей скорости, полученных в расчетах, с экспериментальными данными позволяет сделать вывод о том, что обе модифицированные версии DDES либо превосходят, либо не уступают по точности стандартному DDES методу, в результатах которого средняя скорость в пристенной области оказывается заниженной (рис. 5.23).

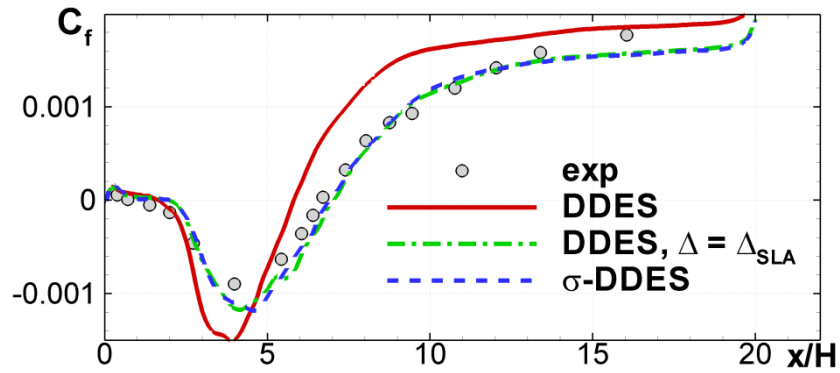


Рисунок 5.22. Сравнение осредненного коэффициента трения, полученного стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES, с экспериментальными данными

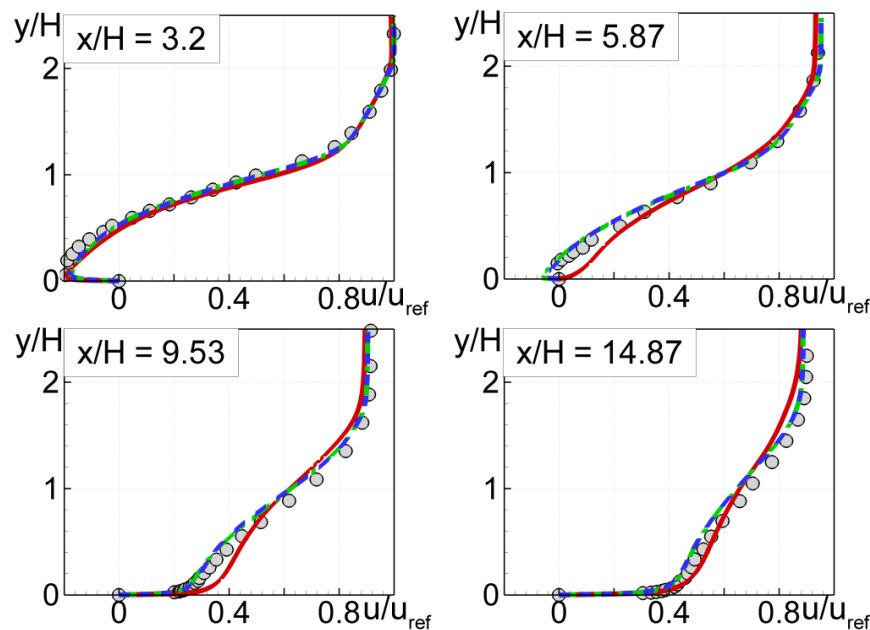


Рисунок 5.23. Сравнение профилей осредненной продольной скорости, полученных стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES, с экспериментальными данными (см. обозначения на рис. 5.22)

Что касается согласования пульсационных характеристик течения, то во всех рассмотренных сечениях, кроме сечения  $x = 3.2 H$ , модифицированные версии DDES в точнее предсказывают величину и положение пиков профилей напряжений (рис. 5.24).

Таким образом, можно заключить, что в задаче о течении в канале с внезапным расширением обе рассмотренные модификации DDES позволили ускорить RANS-LES переход в оторвавшемся от уступа слое смешения, что повысило точность предсказания как средних, так и пульсационных характеристик течения.

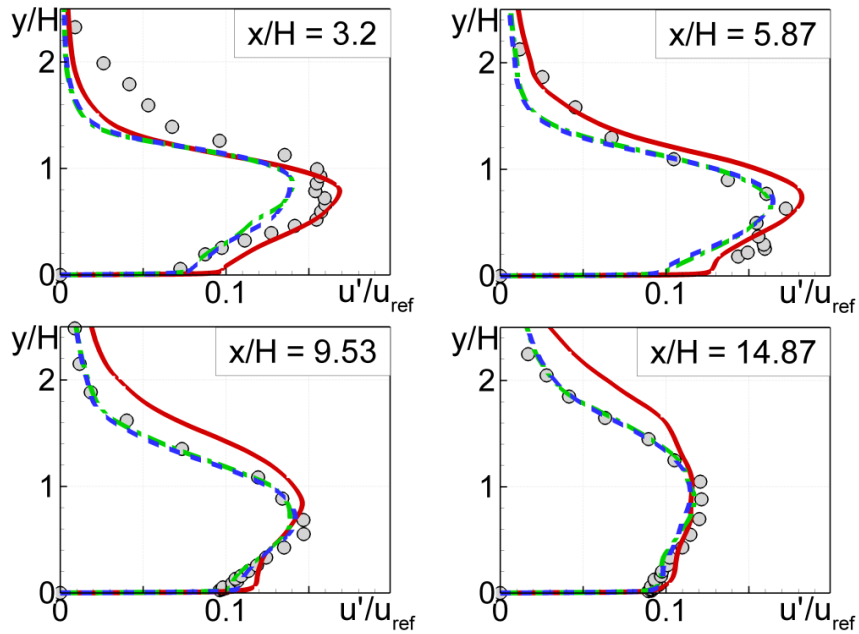


Рисунок 5.24. Сравнение профилей пульсаций продольной скорости, полученных стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES, с экспериментальными данными (см. обозначения на рис. 5.22)

Наконец, при расчете течения за уступом, как и в задаче об обтекании выпуклости на пластине, увеличение шага сетки в поперечном направлении в 2 раза практически не сказалось на точности результатов DDES подхода в сочетании с методами ускорения RANS-LES перехода, в то время как результаты стандартного DDES подхода оказались весьма чувствительными к этому параметру (рис. 2.25).

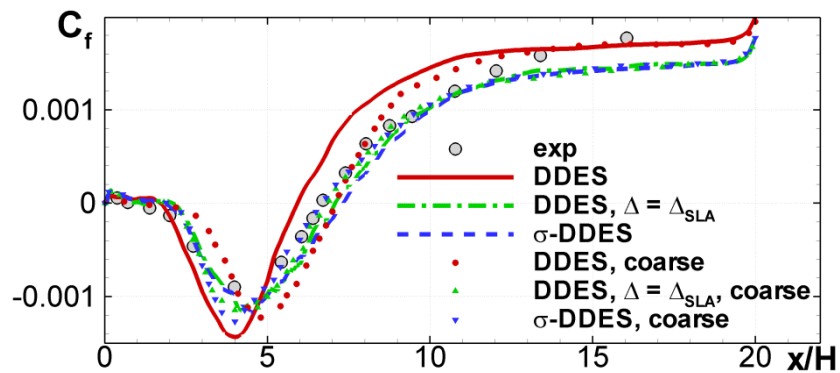


Рисунок 5.25. Сравнение осредненного коэффициента трения, полученного стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES на стандартной сетке и сетке с загрубленным два раза поперечным шагом сетки («coarse»), с экспериментальными данными



#### 5.4. Сверхзвуковое продольное обтекание цилиндра с донным срезом

Задача о продольном обтекании цилиндрического тела с донным срезом отличается от предыдущих рассмотренных задач, прежде всего, существенной сжимаемостью и сверхзвуковым характером течения. Кроме того, слой смешения, срывающийся с кромки донного среза, является цилиндрическим, а не плоским.

Мгновенная картина течения представлена на рисунке 5.26 в виде полей модуля завихренности.

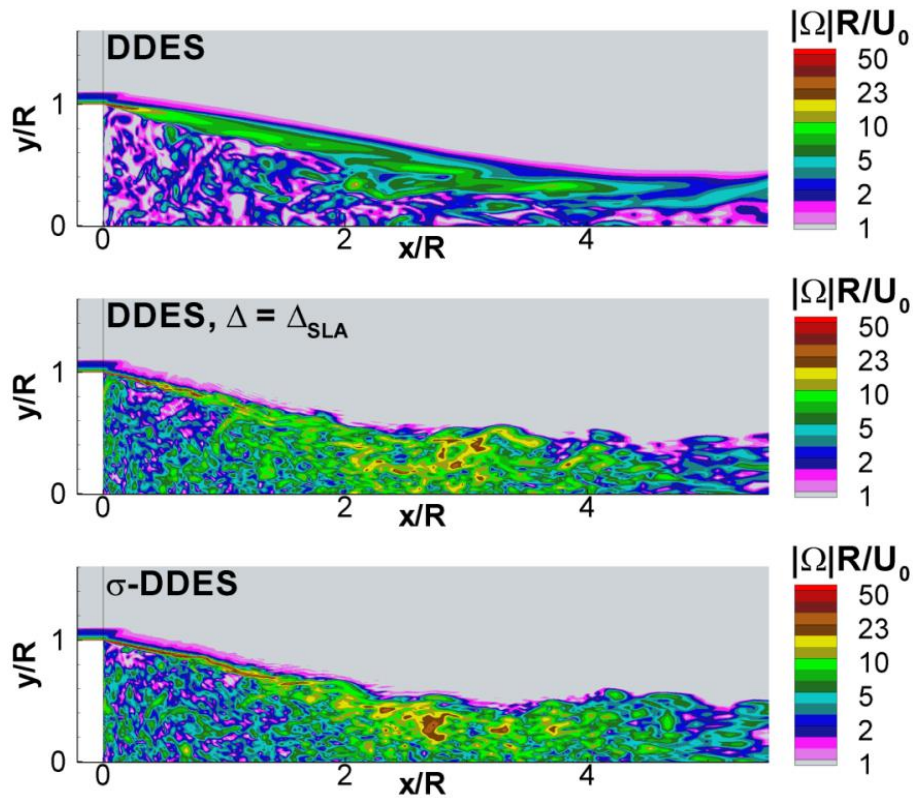


Рисунок 5.26. Мгновенные поля безразмерного модуля завихренности, полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES

Видно, что применение стандартного DDES подхода приводит к стационарному, RANS-подобному решению в области слоя смешения, а разрешенные турбулентные структуры имеются только в зоне рециркуляции и в следе за телом на расстоянии порядка трех радиусов от донного среза. В противоположность этому, применение рассматриваемых методов ускорения RANS-LES перехода приводит к значительно более быстрому развитию численно разрешаемых турбулентных структур в слое смешения и разрешению более мелких вихрей в зоне рециркуляции и следе за телом.

Можно заметить также, что в данной задаче использование подсеточного масштаба, адаптированного к слоям смешения, заметно более эффективно, чем  $\sigma$ -модификация подсеточной модели DDES.

Представленные на рисунке 5.27 поля производной плотности, так называемые численные ширрен картины, также свидетельствуют о различиях в структуре течения, предсказанной стандартным DDES подходом и его модифицированными версиями.

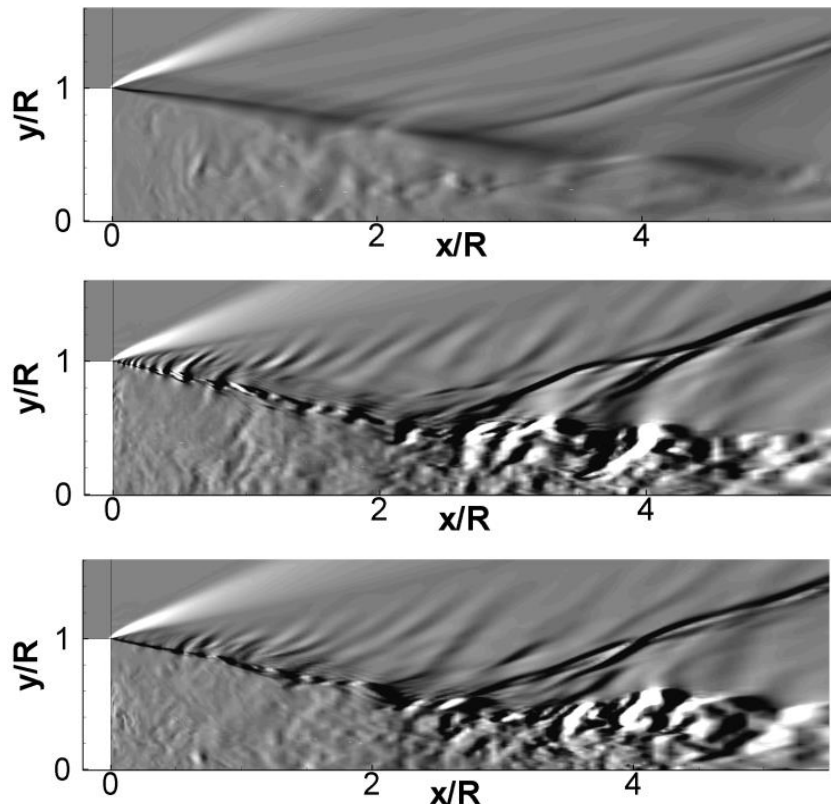


Рисунок 5.27. Мгновенные поля  $\partial\rho/\partial x$  полученные стандартным DDES подходом (сверху), методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$  (в центре), а также  $\sigma$ -DDES подходом (снизу)

За счет наличия в результатах DDES в сочетании с методами ускорения RANS-LES перехода нестационарных вихрей в слое смешения и их взаимодействия с внешним сверхзвуковым потоком, образуются волны, которых не видно в результатах стандартного DDES. Кроме того, более четко разрешается скачок уплотнения, возникающий в области формирования следа за зоной рециркуляции. Следует отметить, что качественно эти картины лучше согласуются с результатами [102], полученными на существенно более мелкой сетке (рис. 5.28).



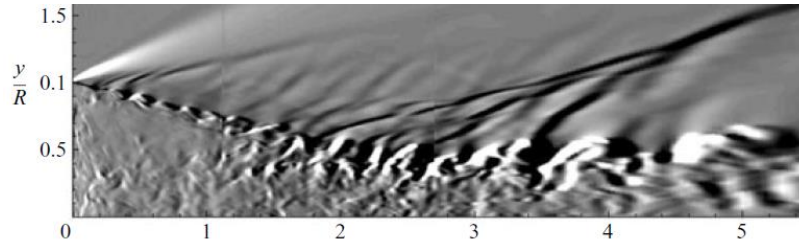


Рисунок 5.28. Мгновенные поля  $\partial \rho / \partial x$  полученные методом ZDES в работе [102]

Ускорение формирования трехмерных структур в слоях смешения достигается за счет значительного снижения турбулентной вязкости, и, как и в предыдущих задачах, эффект использования подсеточного масштаба, адаптированного к слоям смешения, более значительный, чем при использовании  $\sigma$ -модификации (рис. 5.29).

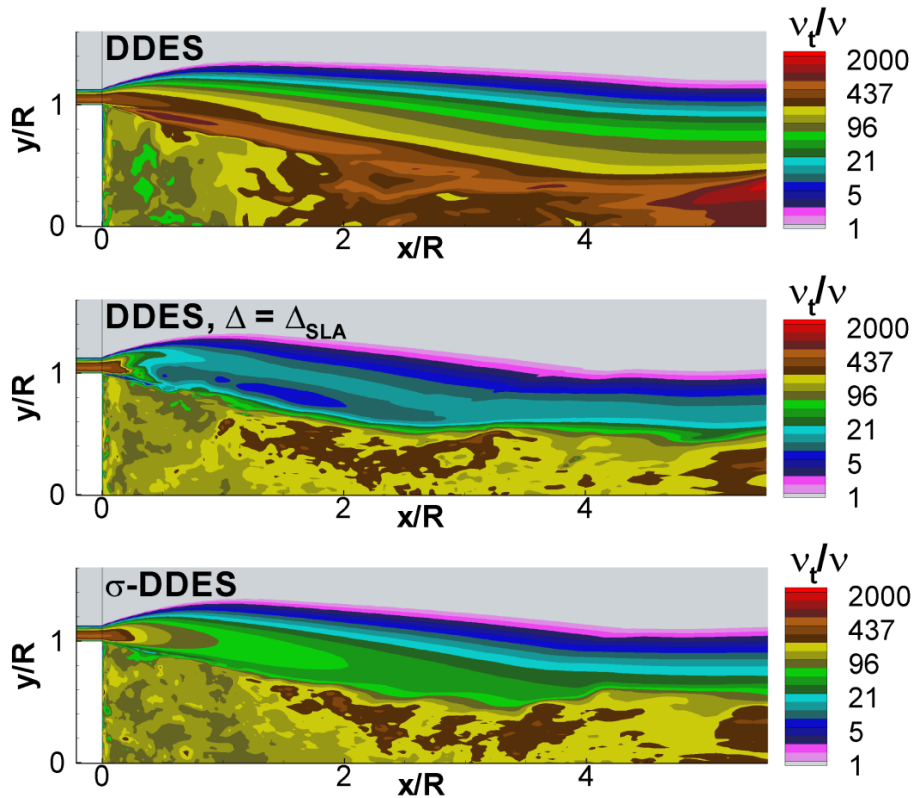


Рисунок 5.29. Мгновенные поля безразмерной турбулентной вязкости, полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES

Такая разница в структуре течения и в скорости формирования трехмерных структур, полученная при использовании рассмотренных подходов, существенно влияет и на средние характеристики течения. Так, одна из основных характеристик данного течения, распределение давления по донному срезу цилиндрического тела, более точно

предсказывается модифицированными версиями DDES, причем наиболее точно оно предсказывается методом  $\sigma$ -DDES (рис. 5.30).

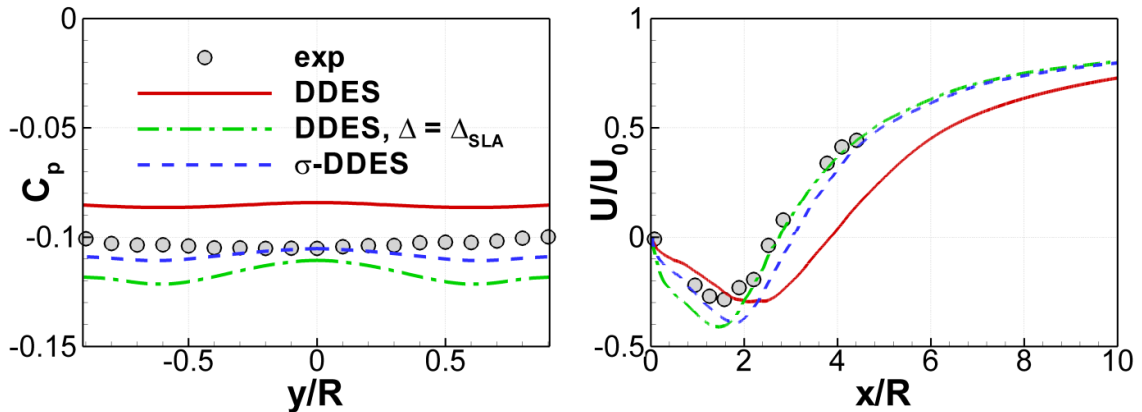


Рисунок 5.30. Сравнение радиального распределения коэффициента давления (слева) и распределения скорости на оси (справа), полученных стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES, с экспериментальными данными

Средняя скорость, предсказанная модифицированными подходами, также превосходит по точности результаты стандартного метода DDES. Это видно как из распределения скорости на оси (рис. 5.30), так и из профилей скорости (рис. 5.31). Однако вблизи среза в зоне рециркуляции скорость обратного натекания, полученная методом DDES с использованием масштаба  $\Delta_{SLA}$ , оказалось существенно завышена, а результаты стандартного DDES подхода и  $\sigma$ -модификации лучше согласуются с экспериментальными данными. Далее вниз по потоку (при  $x/R > 2$ ) предпочтительным оказывается использование DDES в сочетании с линейным подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , в результатах которого длина рециркуляционной зоны и скорость в следе предсказываются точнее, чем стандартным DDES и его  $\sigma$ -модификацией, и практически совпадают с экспериментом. При этом во всем слое смещения средняя скорость предсказывается точнее именно модифицированными версиями DDES.

Причины завышения скорости в зоне рециркуляции при использовании DDES в сочетании с методами ускорения RANS-LES перехода до конца не ясны. Однако следует отметить, что тенденции к завышению скорости обратного натекания потока на стенку донного среза встречается и в других работах (см., например, работу [11]).

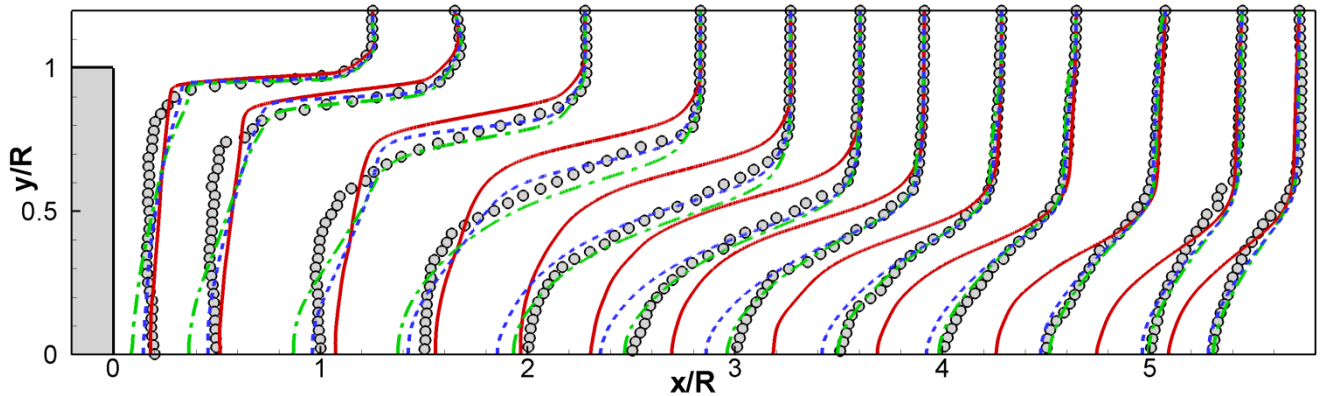


Рисунок 5.31. Сравнение профилей осредненной продольной скорости, полученных стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES, с экспериментальными данными (обозначения см. на рис. 5.30)

Наконец, сравнение пульсационных характеристик, полученных различными версиями DDES, с экспериментальными данными проводится на примере профилей полных касательных напряжений (рис 5.32). Видно, что применение методов ускорения RANS-LES перехода в слоях смешения приводит к существенному улучшению согласования предсказаний как положений пиков напряжений, так и их значений с экспериментом, однако заметное рассогласование с экспериментальными данными все же сохраняется.

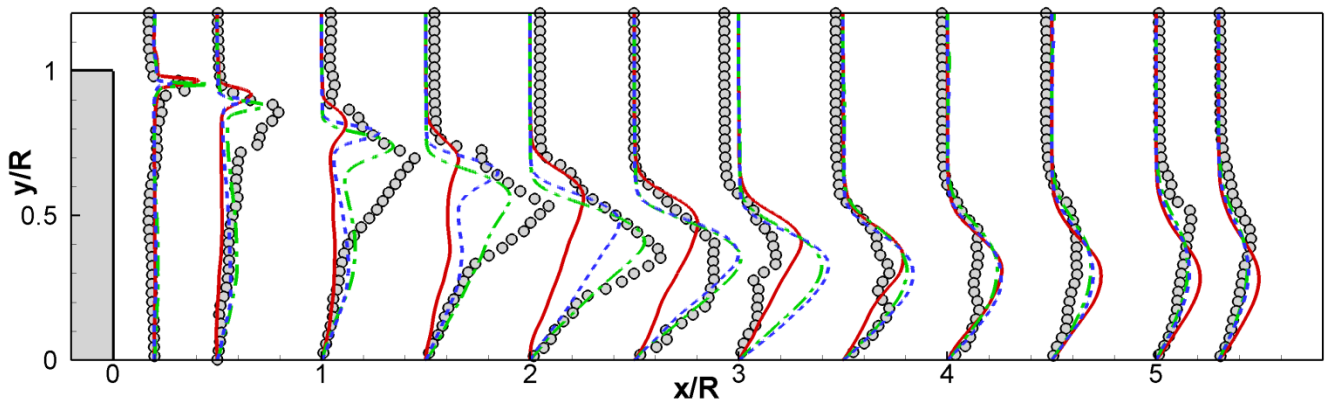


Рисунок 5.32. Сравнение полных касательных напряжений  $(-\langle U'V' \rangle / U_0^2)$ , полученных стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES, с экспериментальными данными (обозначения см. на рис. 5.30)

В целом можно заключить, что в данной задаче применение методов ускорения RANS-LES перехода приводит к улучшению согласования основных характеристик с экспериментом. При этом использование подсеточного масштаба, адаптированного к слоям смешения, приводит к завышению скорости обратного натекания на донный срез цилиндра, и, таким образом, в придонной области следа ( $x/R \lesssim 2$ ) предпочтительной оказывается  $\sigma$ -DDES модель. Далее вниз по потоку более точными оказались результаты DDES в сочетании с линейным подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , причем в этой области превосходство последней проявляется весьма существенно.

### 5.5. Трансзвуковое обтекание прямоугольной каверны на плоской стенке

За счет снижения уровня турбулентной вязкости (рис. 5.33) при использовании методов ускорения RANS-LES перехода в задаче об обтекании прямоугольной каверны разрешенные турбулентные структуры в слое смешения формируются практически сразу после отрыва, а внутри каверны разрешаются более мелкие турбулентные структуры (рис. 5.34).

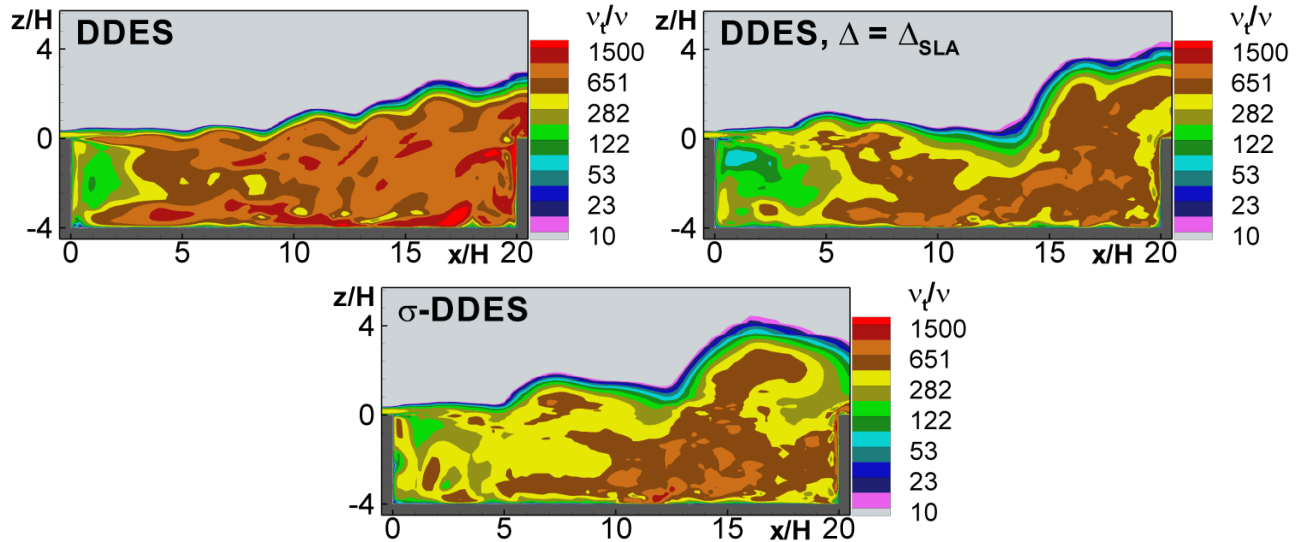


Рисунок 5.33. Мгновенные поля безразмерной турбулентной вязкости, полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES

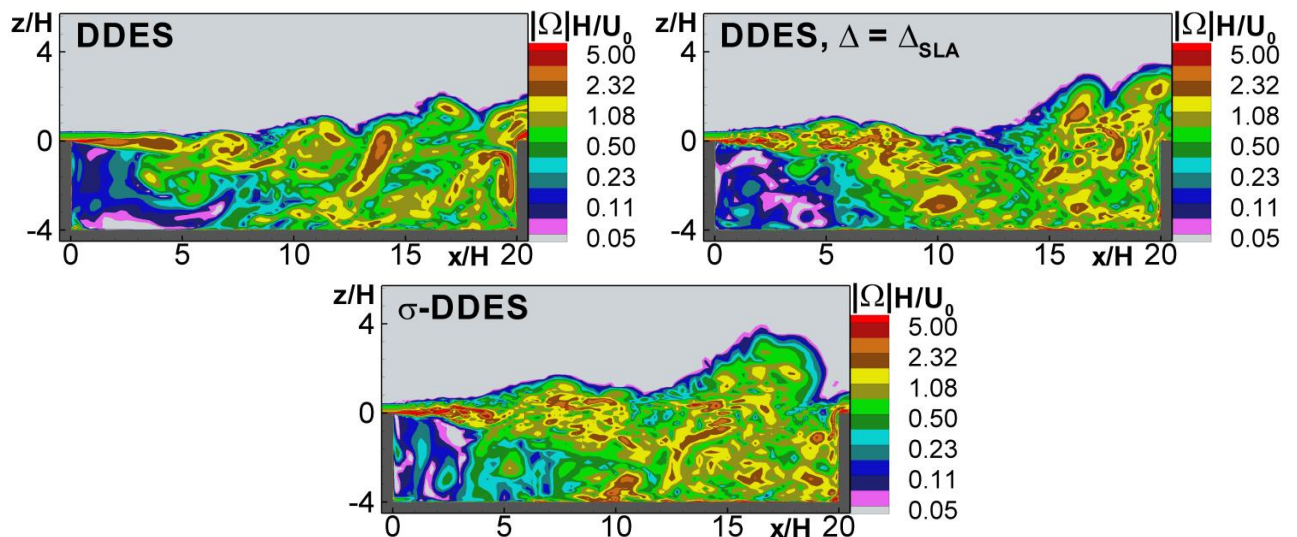


Рисунок 5.34. Мгновенные поля безразмерного модуля завихренности, полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES

Поскольку в эксперименте не производились измерения средней скорости в каверне, результаты расчетов, полученных в настоящей работе, сравниваются с результатами LES расчета данного течения, опубликованными в работе [117]. Как видно из сравнения профилей скорости в каверне, представленных на рисунке 5.35, вблизи отрыва (сечения  $x = 2H$  и  $x = 6H$ ) все рассматриваемые методы занижают скорость в пристенной области каверны по сравнению с результатами LES, при этом наилучшее согласование с данными LES в этой области обеспечивает DDES в сочетании с подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ . В центре каверны и вблизи ее задней стенки (сечения  $x = 10H$  и  $x = 14H$ ) оба модифицированных подхода превосходят по точности стандартную версию DDES, однако имеется заметное превосходство  $\sigma$ -DDES подхода над DDES в сочетании с подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ .

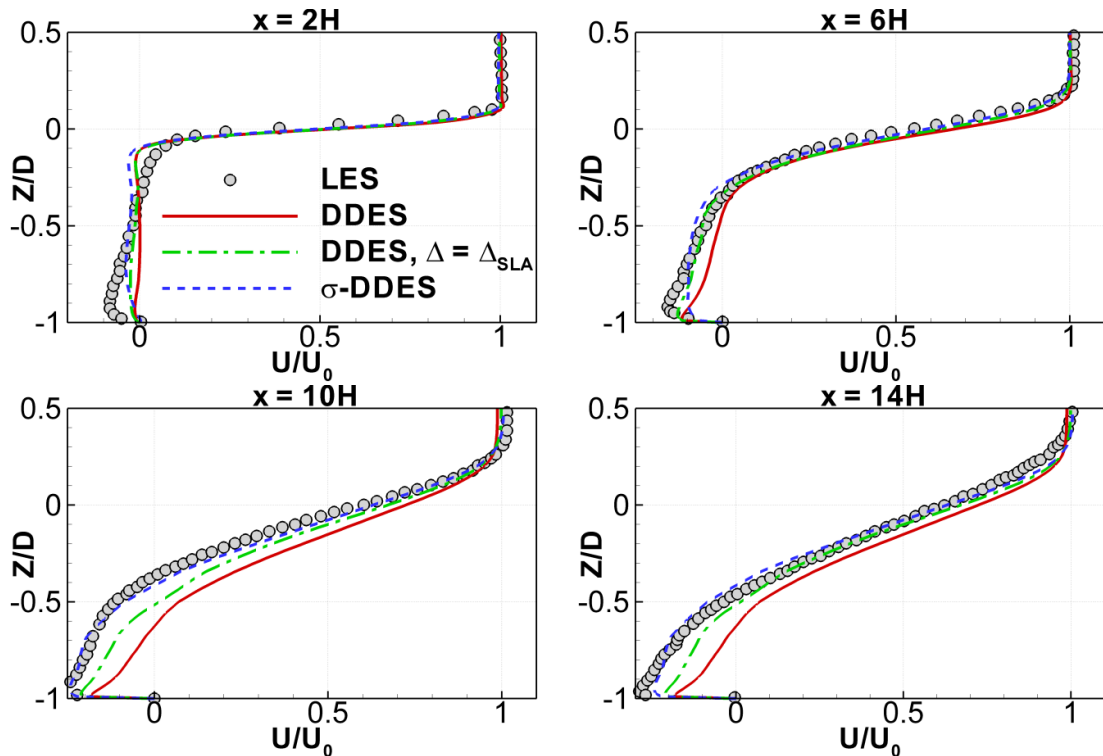


Рисунок 5.35. Сравнение профилей средней скорости в центральной секции каверны в четырех сечениях, полученных стандартным DDES подходом, DDES в сочетании с подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения, а также  $\sigma$ -DDES подходом, с результатами LES [117]

Предсказанный всеми методами уровень акустической нагрузки на дне каверны завышен по сравнению с экспериментальными данными (рис. 5.36). Тем не менее, использование методов ускорения RANS-LES перехода в слоях смешения позволило снизить рассогласование с экспериментом, в частности, отклонение от

экспериментальных данных в центральной части каверны снизилось с 4дБ до 2.5дБ. Можно отметить также, что  $\sigma$ -DDES подход позволяет несколько точнее предсказать уровень пульсаций давления, чем метод DDES в сочетании с подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ .

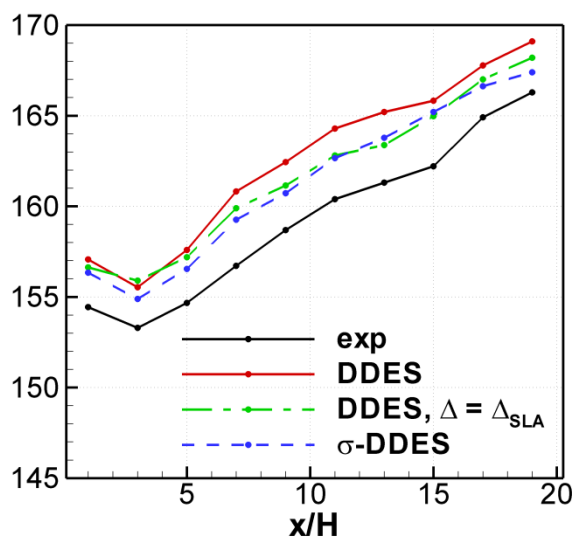


Рисунок 5.36. Сравнение уровня пульсаций давления на стенке (в дБ), полученного стандартным DDES подходом, DDES в сочетании с подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения, а также  $\sigma$ -DDES, с экспериментальными данными

## 5.6. Течение в проточной части модельного двухконтурного авиационного двигателя

Как и в более простых задачах, в задаче о течении в проточной части авиационного двигателя применение методов ускорения RANS-LES перехода в слоях смешения заметно влияет на структуру течения (см. рис. 5.37, на котором представлено мгновенное поле завихренности на поверхности, расположенной равноудаленно от кожуха и центрального тела ротора).

Видно, что в результатах стандартного DDES подхода течение в слоях смешения, возникающих в результате отрыва пограничного слоя от лопаток ротора, не содержит разрешенных турбулентных структур вплоть до середины расстояния между ротором и статором. При использовании методов ускорения RANS-LES перехода образование двумерных вихрей происходит быстрее, однако структуры в слое смешения носят достаточно упорядоченный характер даже перед лопатками статора, т.е. рассматриваемые модификации не обеспечивают достаточно быстрое образование развитой трехмерной турбулентности в слоях смешения.

Влияние исследуемых модификаций на уровень турбулентной вязкости представлено на рисунке 5.38. Видно, что использование масштаба  $\Delta_{SLA}$  приводит к более сильному падению турбулентной вязкости на начальных участках слоев смешения. Помимо этого, за счет конвективного переноса турбулентных характеристик уровень турбулентной вязкости падает далее вниз по потоку.

Более подробно структуру слоев смешения за лопатками ротора можно рассмотреть на рисунках 5.39 – 5.40, где представлены поля завихренности в двух сечениях между ротором и статором. Видно, что в первом сечении, находящемся практически сразу за ротором ( $x = 0.04$  м), ни один из методов не позволяет получить разрешенных турбулентных структур. Ниже по потоку ( $x = 0.1$  м) все методы предсказывают наличие турбулентных структур в слое смешения. Однако в решении стандартного DDES подхода вихревые структуры крупные и появляются лишь на расстоянии порядка 0.1 м от центрального тела. При использовании модифицированных версий DDES подхода вихревые структуры появляются раньше, а вблизи кожуха разрешаемые структуры заметно более мелкие. Как и в большинстве рассмотренных



выше задач, использование подсеточного масштаба  $\Delta_{SLA}$  оказалось более эффективным, чем  $\sigma$ -модификация подсеточной модели SST DDES.

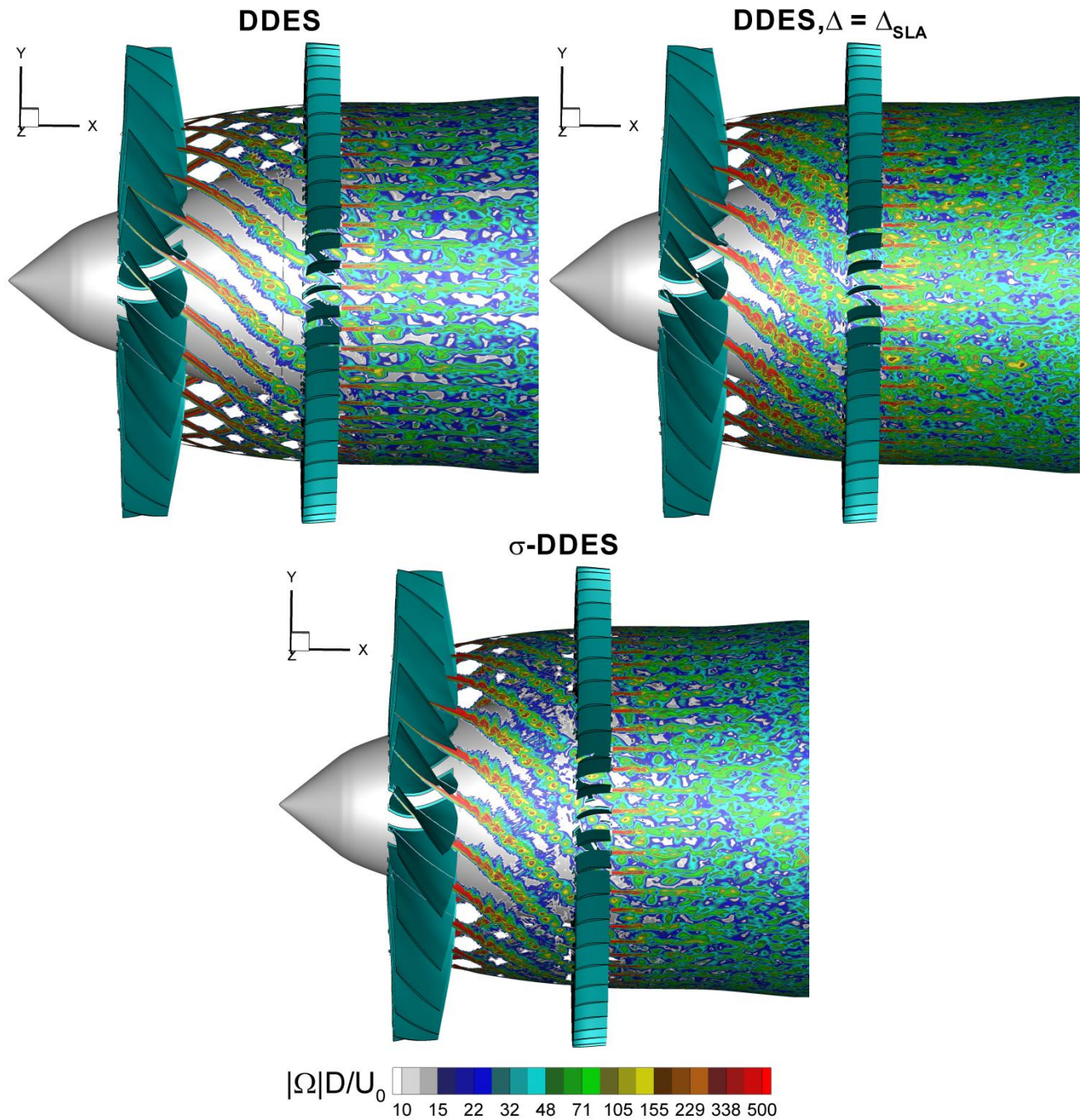


Рисунок 5.37. Мгновенные поля безразмерного модуля завихренности на поверхности, равноудаленной от стенок кожуха и центрального тела, полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES

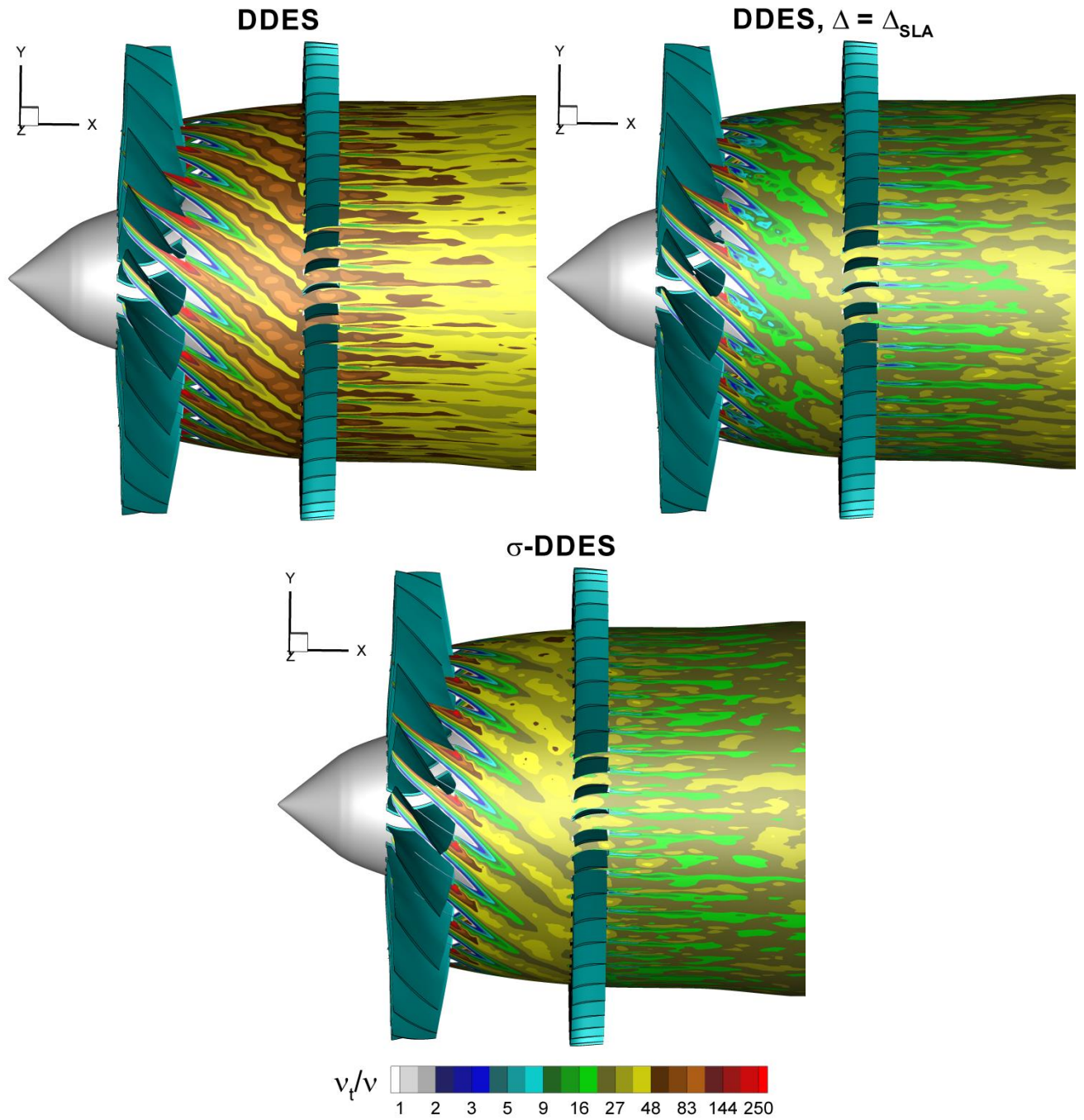
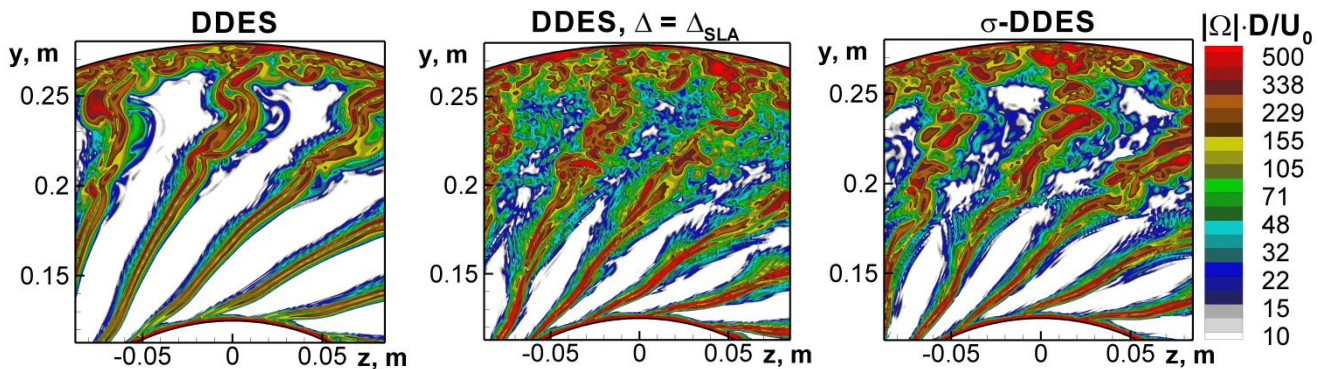
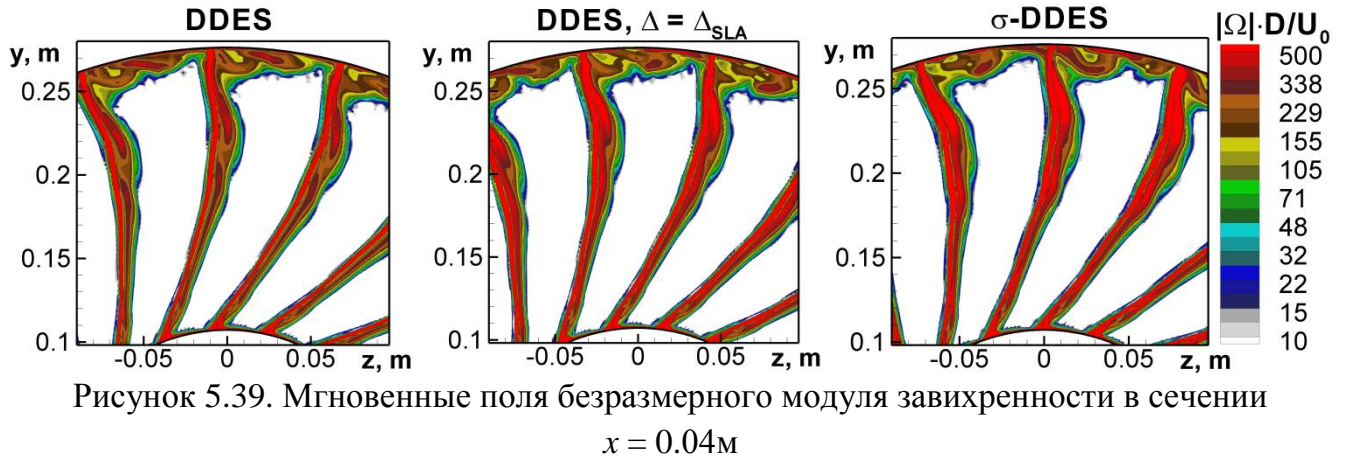


Рисунок 5.38. Мгновенные поля турбулентной вязкости на поверхности, равноудаленной от стенок кожуха и центрального тела, полученные стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES





Наличие протяженного участка перехода, имеющее место в результатах всех рассмотренных методов, сильно сказывается на точности предсказания осредненных и пульсационных характеристик течения. Так, представленное на рисунке 5.41 сравнение полученных полей осредненной по времени величины продольной составляющей скорости с экспериментальными данными свидетельствует о занижении толщины слоя смешения и величины скорости в нем вблизи центрального тела всеми рассмотренными методами. Переходный характер получаемого в расчетах течения и наличие в нем упорядоченных вихревых структур влияет на форму слоя смешения: видно, что в результатах расчетов всеми методами средняя скорость в слое смешения имеет не такой гладкий характер, как в эксперименте.

Пульсации продольной составляющей скорости вблизи кожуха оказываются завышенными в результатах всех рассмотренных методов, что связано с тем, что полученные в расчетах вихревые структуры в этой области значительно крупнее, чем в эксперименте (рис. 5.41).

В области около центрального тела в результатах стандартного DDES практически не имеется разрешенных структур, в результате чего пульсации в этой области оказываются существенно заниженными по сравнению с экспериментом. С другой стороны, использование методов ускорения RANS-LES перехода приводит к некоторому завышению пульсаций скорости в этой области, что с тем, что переход к трехмерному течению в слое смешения не завершился, а предсказанные турбулентные структуры слишком крупные.

Тем не менее, из представленных на рисунке 5.41. результатов видно, что применение методов ускорения RANS-LES перехода в слоях смешения, в особенности использование подсеточного масштаба  $\Delta_{SLA}$ , привело в этой задаче к улучшению согласования с экспериментом. Так, скорость в слое смешения в центре между кожухом и центральным телом предсказывается этим методом точнее, чем стандартным DDES подходом и методом  $\sigma$ -DDES.

Сравнение полученных спектров продольной скорости в шести точках сечения  $x = 0.1$  м (см. схему расположения точек сбора данных для статистики на рисунке 5.42) с экспериментальными данными представлено на рисунке 5.43. Видно, что помимо основных пиков, имеющих место в эксперименте, в результатах расчетов имеются дополнительные пики, связанные с процессом сворачивания слоя смешения и наличием крупных упорядоченных вихревых структур. Тем не менее, спектры пульсаций скорости во всех рассмотренных точках предсказывается модифицированными подходами значительно точнее, чем стандартной версией DDES.

Таким образом, можно заключить, что в задаче о течении в проточной части авиационного двигателя, как и при расчете более простых течений, использование методов ускорения RANS-LES перехода в рамках SST DDES подхода позволило получить более точные результаты, причем использование масштаба, адаптированного к слоям смешения оказалось заметно более эффективным, чем  $\sigma$ -модификация подсеточной модели. Однако даже при использовании методов ускорения RANS-LES перехода, в слоях смешения, оторвавшихся от лопаток ротора, имеется достаточно протяженная область перехода от полностью моделируемой к численно разрешаемой турбулентности, в результате чего рассогласование предсказанных средних и пульсационных характеристик с экспериментальными данными остается существенным.

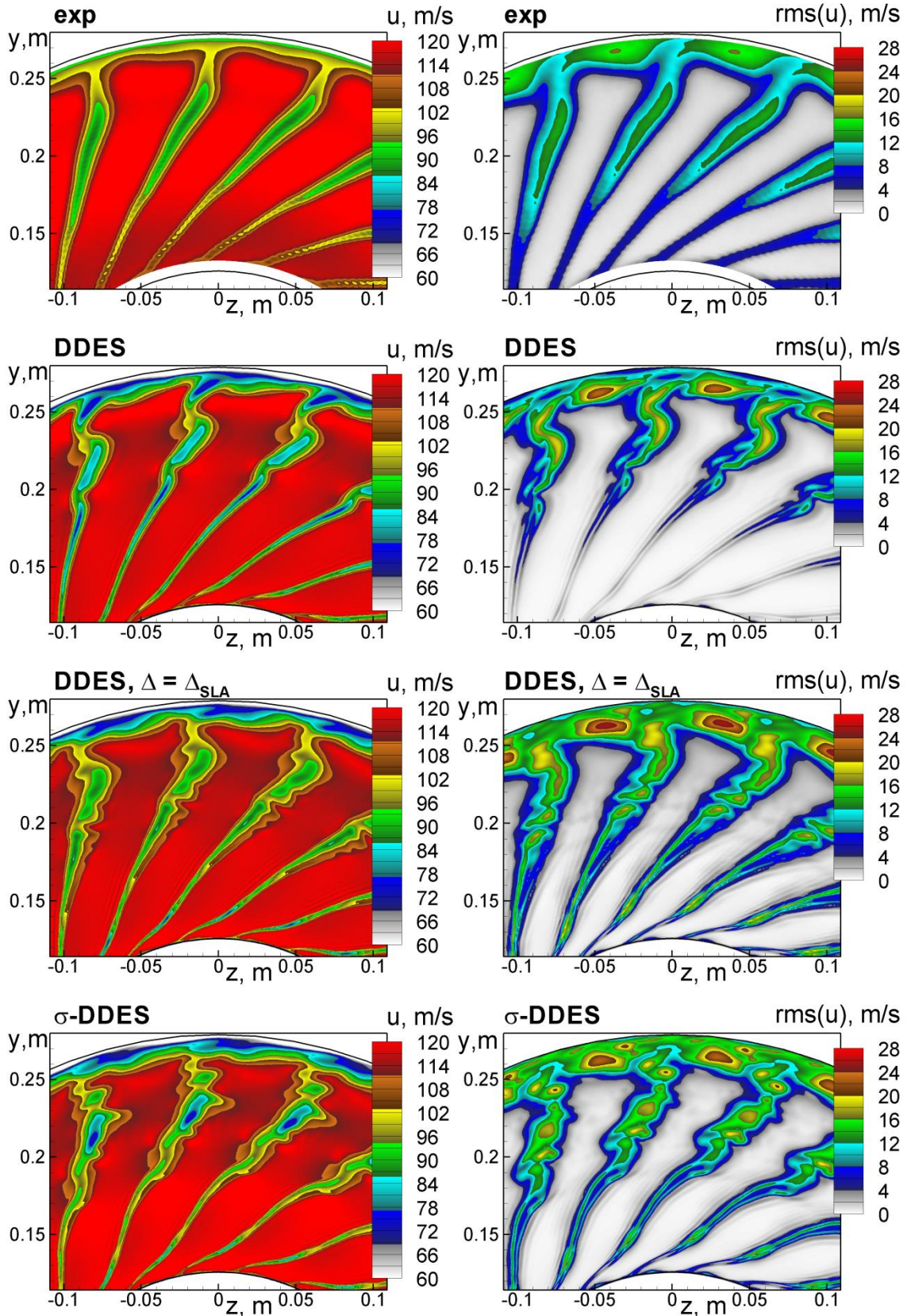


Рисунок 5.41. Сравнение полей осредненной продольной скорости и ее пульсаций, полученных стандартным DDES подходом, методом DDES в сочетании подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , а также методом  $\sigma$ -DDES, с экспериментом



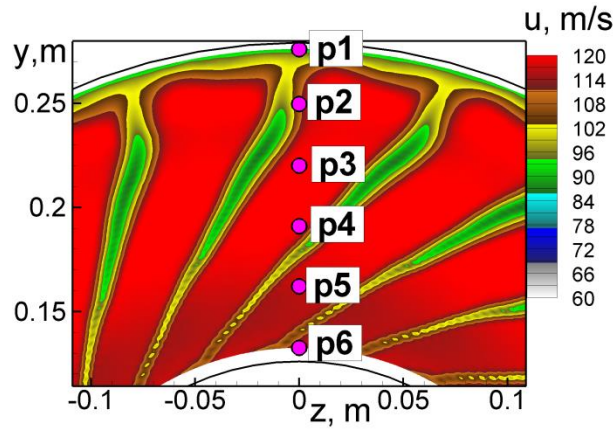


Рисунок 5.42. Схема расположения точек, в которых собирались статистические данные для получения спектров продольной составляющей скорости.

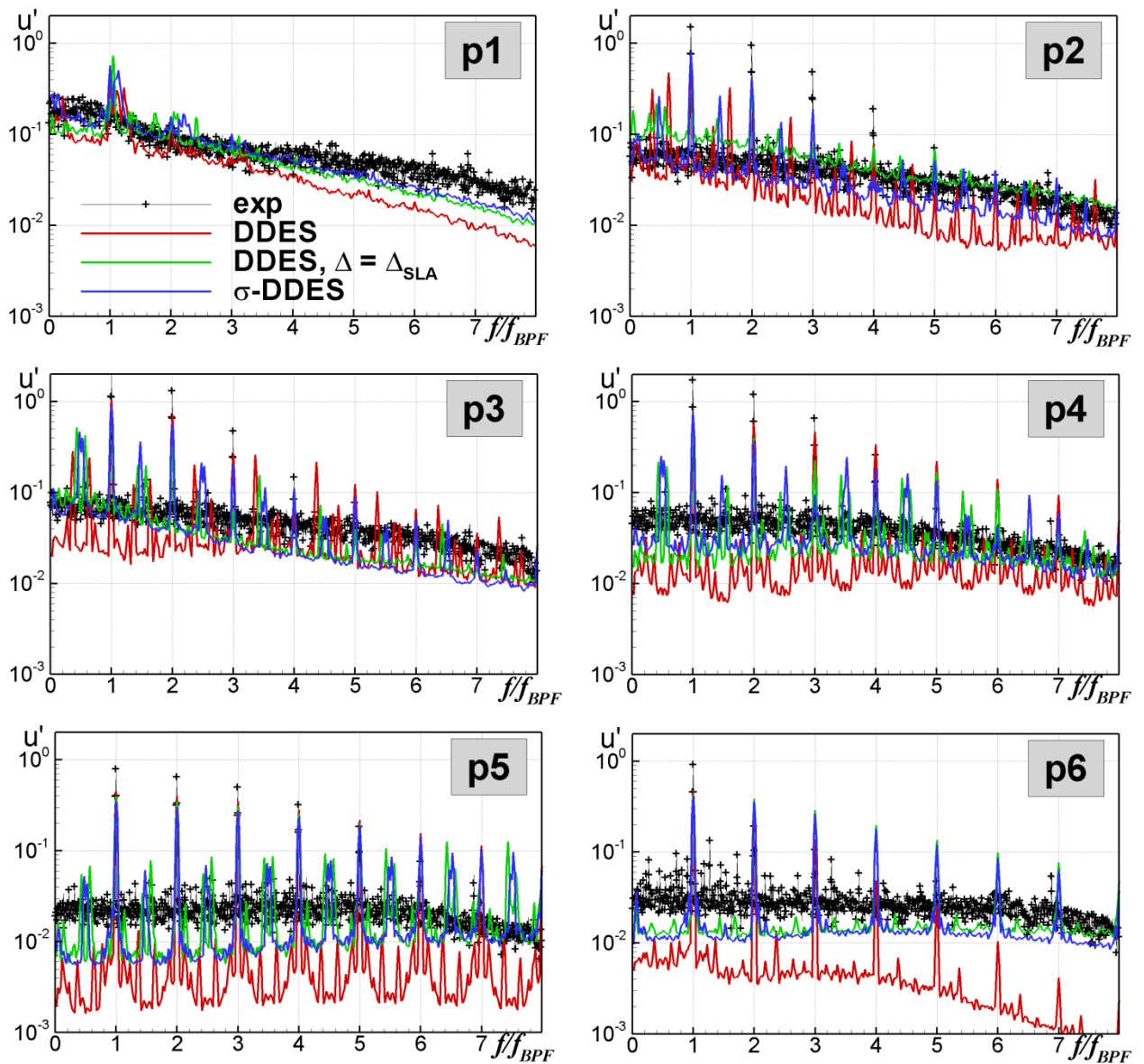


Рисунок 5.43. Спектры пульсаций продольной составляющей скорости в шести точках сечения  $x = 0.1$  м

## Заключение

1. Проведен аналитический обзор существующих методов ускорения перехода от моделируемой к численно разрешаемой турбулентности в оторвавшихся слоях смешения в рамках незонных гибридных RANS-LES подходов к расчету турбулентных течений. На основе этого обзора для дальнейшего систематического анализа выбраны два наиболее перспективных метода. Первый из них базируется на использовании в рамках модели SST-DDES альтернативного подсеточного масштаба  $\Delta_{SLA}$ , учитывающего особенности течения на начальном участке слоя смешения, а второй – на использовании альтернативной подсеточной модели турбулентности ( $\sigma$ -модель).

2. Сформирована «матрица» тестовых течений, расчет которых позволяет провести всестороннее исследование эффективности выбранных методов, и сформулирована математическая постановка соответствующих задач вычислительной гидродинамики. Рассмотрены 6 различных отрывных течений:

- обтекание аэродинамического профиля NACA0021 под углом атаки  $60^\circ$ ;
- обтекание выпуклости на пластине;
- течение в канале с внезапным расширением;
- сверхзвуковое продольное обтекание цилиндра с плоским донным срезом;
- трансзвуковое обтекание прямоугольной каверны, вмонтированной в плоскую стенку;
- течение в проточной части двухконтурного авиационного двигателя.

3. Создана и реализована в вычислительном коде NTS методическая база для объективной (в рамках единой незонной гибридной RANS-LES модели и единого для всех рассматриваемых задач вычислительного алгоритма) оценки эффективности выбранных методов. Ее новыми элементами являются модель  $\sigma$ -DDES на основе базовой RANS модели SST и «гибридная» конечно-объемная схема.

4. Проведены численное решение сформулированных задач и детальный анализ полученных результатов, выполнено их сравнение с экспериментальными данными. Установлено, что оба рассмотренных метода позволяют ускорить формирование развитой трехмерной турбулентности в слоях смешения и существенно

повысить точность расчета как нестационарных, так и осредненных характеристик всех тестовых течений по сравнению со стандартным методом DDES. При этом показано, что метод, основанный на использовании DDES в сочетании с модифицированным линейным подсеточным масштабом  $\Delta_{SLA}$ , является более эффективным, чем метод, использующий альтернативную подсеточную модель турбулентности  $\sigma$ .



## Литература

1. Spalart P.R. Strategies for Turbulence Modeling and Simulations // *Int. J. Heat Fluid Flow*. 2000. Т. 21, № 3. С. 252–263.
2. Spalart P.R. и др. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach // *Proceedings of first AFOSR international conference on DNS/LES*. Ruston, Louisiana, USA, 1997. С. 137–147.
3. Shur M. и др. Detached-eddy simulation of an airfoil at high angle of attack // *Engineering turbulence modelling and Experiments*. / под ред. Rodi, W., Laurence, D. 1999. Т. 4, С. 669–678.
4. Travin A. и др. Detached-Eddy Simulations Past a Circular Cylinder // *Flow Turbul. Combust.* 1999. Т. 63. С. 293–313.
5. M. Strelets. Detached Eddy Simulation of Massively Separated Flows // *AIAA-2001-0879*. 2001.
6. Spalart P.R. Detached-eddy simulation // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2009. Т. 41, № 1. С. 181–202.
7. Fröhlich J., von Terzi D. Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows // *Prog. Aerosp. Sci.* 2008. Т. 44, № 5. С. 349–377.
8. Shur M.L., Strelets M.K., Travin A.K. High-Order Implicit Multi-Block Navier-Stokes Code: Ten-Year Experience of Application to RANS/DES/LES/DNS of Turbulence [Электронный ресурс] // [https://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/doc/NTS\\_code.pdf](https://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/doc/NTS_code.pdf) (дата обращения: 01.10.2017)
9. Shur M.L. и др. An Enhanced Version of des with Rapid Transition from RANS to LES in Separated Flows // *Flow, Turbul. Combust.* 2015. Т. 95, № 4. С. 709–737.
10. Mockett C. и др. Two non-zonal approaches to accelerate RANS to LES transition of free shear layers in DES // *Notes Numer. Fluid Mech. Multidiscip. Des.* 2015. Т. 130. С. 187–201.
11. Garbaruk A. и др. Supersonic Base Flow // «*DESider- A European Effort on Hybrid RANS-LES Modeling*». *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*. Vol 103 / под ред. Haase W., Braza M., Revell A. 2009. С. 197–206.
12. Garbaruk A. и др. NACA0021 at 60 deg. incidence // «*DESider- A European Effort on*

- Hybrid RANS-LES Modeling». Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. Vol 103 / под ред. Haase W., Braza M., Revell A. 2009. С. 127–139.
13. Sagaut P., Deck S., Terracol M. Multiscale and multiresolution approaches in turbulence. Imperial College Press, 2006.
  14. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // La Rech. Aerosp. Reno, Nevada, USA, 1994. Т. 1, № 1. С. 5–21.
  15. Kok J.C. и др. Extra-Large Eddy Simulation of massively separated flows. AIAA-2004-264. 2004.
  16. Kok J. Resolving the Dependence on Freestream Values for the k- $\omega$  Turbulence Model // AIAA J. 2000. Т. 38, № 7. С. 1292–1295.
  17. Travin A. и др. Physical and numerical upgrades in the detached-eddy simulation of complex turbulent flows // Adv. LES Complex Flows Proc. Euromech Colloq. 412. 2002. С. 239–254.
  18. Menter F.R. Zonal Two Equation k- $\omega$ , Turbulence Models for Aerodynamic Flows // AIAA-93-2906. 1993.
  19. Greschner B. и др. Prediction of sound generated by a rod-airfoil configuration using EASM DES and the generalised Lighthill/FW-H analogy // Comput. Fluids. 2008. Т. 37, № 4. С. 402–413.
  20. Lien F.S., Leschziner M.A. Computational modelling of 3D turbulent flow in S-diffuser and transition ducts // Engineering turbulence modelling and Experiments 2. 1993. С. 217–228.
  21. Allen R., Mendonça F., Kirkham D. RANS and DES turbulence model predictions of noise on the M219 cavity at M=0.85 // Int. J. Aeroacoustics. 2005. Т. 4, № 1. С. 135–152.
  22. Shieh C.M., Morris P.J. Comparison of Two- and Three-Dimensional Turbulent Cavity Flow // 39th AIAA Aerosp. Sci. Meet. Exhib. AIAA-2001-0511. 2001.
  23. Mendonca F. и др. CFD Prediction of Narrowband and Broadband Cavity Acoustics at M=0.85 // 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conf. Exhib. AIAA-2003-3303. 2003.
  24. Kapadia S., Roy S., Wurtzler K. Detached Eddy Simulation over a Reference Ahmed Car // AIAA-2003-0857. 2003.
  25. Maddox S. и др. Detached-eddy simulation of the Ground Transportation System //

- Aerodynamics of Heavy Vehicles: Trucks, Buses and Trains. Asilomar / под ред. McCallen R., Browand F., Ross J. Springer Berlin Heidelberg, 2004.
26. Spalart P.R., Squires K.D. The status of detached-eddy simulation for bluff bodies // Aerodynamics of Heavy Vehicles: Trucks, Buses and Trains.
  27. Roy C.J. и др. Unsteady Turbulent Flow Simulations of the Base of a Generic Tractor/Trailer // AIAA-2004-2255. 2004
  28. Sreenivas K. и др. Aerodynamic simulation of heavy trucks with rotating wheels // 44th AIAA Aerosp. Sci. Meet. Exhib. 2006. С. 1–11.
  29. Hedges L.S., Travin A.K., Spalart P.R. Detached-Eddy Simulations Over a Simplified Landing Gear // J. Fluids Eng. 2002. Т. 124, № 2. С. 413.
  30. Forsythe J.R. и др. Detached-Eddy Simulation With Compressibility Corrections Applied to a Supersonic Axisymmetric Base Flow // AIAA-02-0586.
  31. Deck S., Thorigny P. Unsteadiness of an axisymmetric separating-reattaching flow: Numerical investigation // Phys. Fluids. 2007. Т. 19, № 065103, С. 1-20.
  32. Cummings R.M., Morton S.A., Forsythe J.R. Detached-eddy simulation of slat and flap aerodynamics for a high-lift wing // AIAA-2004-1233. 2004
  33. Spalart P. и др. Simulation of Active Flow Control on a Stalled Airfoil // Flow, Turbul. Combust. 2003. Т. 71, № 1. С. 361–373.
  34. Krishnan V., Squires K.D., Forsythe J.R. Prediction of Separated Flow Characteristics over a Hump using RANS and DES // AIAA-2004-2224. 2004.
  35. Fu S. и др. Simulation of wing-body junction flows with hybrid RANS/LES methods // Int. J. Heat Fluid Flow. 2007. Т. 28, № 6. С. 1379–1390.
  36. Nikitin N. V. и др. An approach to wall modeling in large-eddy simulations // Phys. Fluids. 2000. Т. 12, № 7. С. 1629–1632.
  37. Menter F.R., Kuntz M. Adaptation of eddy-viscosity turbulence models to unsteady separated flow behind vehicles // Aerodynamics of Heavy Vehicles: Trucks, Buses and Trains / под ред. Browand F., Ross J. Springer, 2004. С. 339–352.
  38. Deck S. Zonal-Detached-Eddy Simulation of the Flow Around a High-Lift Configuration. // AIAA J. 2005. Т. 43, № 11. С. 2372-2384
  39. Chauvet N., Deck S., Jacquin L. Zonal Detached Eddy Simulation of a Controlled Propulsive Jet // AIAA J. 2007. Т. 45, № 10. С. 2458–2473.
  40. Simon F. и др. Reynolds-Averaged Navier-Stokes/Large-Eddy Simulations of

- Supersonic Base Flow // AIAA J. 2006. Т. 44, № 11. С. 2578–2590.
41. Deck S. Numerical simulation of transonic buffet over a supercritical airfoil // AIAA J. 2005. Т. 43, № 7. С. 1556–1566.
  42. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal. 1994. Т. 32, № 8. С. 1598–1605.
  43. Spalart P.R. и др. A New Version of Detached-eddy Simulation, Resistant to Ambiguous Grid Densities // Theor. Comput. Fluid Dyn. 2006. Т. 20, № 3. С. 181–195.
  44. Gritskevich M.S. и др. Development of DDES and IDDES formulations for the  $k-\omega$  shear stress transport model // Flow, Turbul. Combust. 2012. Т. 88, № 3. С. 431–449.
  45. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model // Turbul. Heat Mass Transf. 4. 2003. Т. 4. С. 625–632.
  46. Menter F.R. Turbulence Modeling for Engineering Flows // A Tech. Pap. from ANSYS, Inc. 2011. С. 1–25.
  47. Garbaruk A. и др. Numerical Study of Wind-Tunnel Walls Effects on Transonic Airfoil Flow // AIAA J. 2003. Т. 41, № 6. С. 1046–1054.
  48. Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур М.Л. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений. Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 2012. 88 с.
  49. Mockett C. A Comprehensive Study of Detached-Eddy Simulation. Technical. University Berlin, 2009.
  50. Shur M.L. и др. A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities // Int. J. Heat Fluid Flow. 2008. Т. 29, № 6. С. 1638–1649.
  51. Leger T., Poggie J. Detached-Eddy Simulation of a Reattaching Shear Layer in Compressible Turbulent Flow // 7th AIAA Theor. Fluid Mech. Conf. 2014. С. 1–19.
  52. Grossi F., Braza M., Hoarau Y. Prediction of Transonic Buffet by Delayed Detached-Eddy Simulation // AIAA J. 2014. Т. 52, № 10. С. 2300–2312.
  53. Michel U. и др. Simulation of the Sound Radiation of Turbulent Flows With DES // West-East High Speed Flow F. Conf. 2007. С. 1–29
  54. Shurtz T., Blaisdell G.A., Lyrantzis A.S. Suitability of Detached Eddy Simulation in Overflow for Predicting Environments near Supersonic Jets. AIAA-2012-0888. 2012.
  55. Shur M.L., Spalart P.R., Strelets M.K. Noise prediction for increasing complex jets. Part II : Applications // Int. J. Aeroacoustics. 2005. Т. 4, № 3. С. 247–266.

56. Kok J.C., Ven H. Van Der. Capturing free shear layers in hybrid RANS – LES simulations of separated flow // NLR-TP-2012-333. 2012. 1-22 с.
57. Kok J.C., Van Der Ven H. Destabilizing free shear layers in X-LES using a stochastic subgrid-scale model // Notes Numer. Fluid Mech. Multidiscip. Des. 2010. T. 111. C. 179–189.
58. Delville J. La d'ecomposition orthogonale aux valeurs propres et l'analyse de l'organisation tridimensionnelle des 'ecoulements turbulents cisail'es libres. University of Poitiers, 1995.
59. Herrin J.L., Dutton J.C. Supersonic base flow experiments in the near wake of a cylindrical afterbody // AIAA J. 1994. T. 32, № 1. C. 77–83.
60. Vreman A.W. The filtering analog of the variational multiscale method in large-eddy simulation // Phys. Fluids. 2003. T. 15, № 8.
61. Stolz S. и др. High-Pass Filtered Eddy- Viscosity Models For LES // Direct and Large-Eddy Simulation V. 2004. C. 81–88.
62. Stolz S., Schlatter P., Kleiser L. High-pass filtered eddy-viscosity models for large-eddy simulations of transitional and turbulent flow // Phys. Fluids. 2005. T. 17, № 6. C. 1–14.
63. Leveque E. и др. Shear-improved Smagorinsky model for large-eddy simulation of wall-bounded turbulent flows // J. Fluid Mech. 2007. T. 570. C. 491–502.
64. Stolz S. High-Pass Filtered Eddy-Viscosity Models for Large-Eddy Simulations of Compressible Wall-Bounded Flows // J. Fluids Eng. 2005. T. 127, № 4. C. 666-673.
65. Furman A., Breitsamter C. Turbulent and unsteady flow characteristics of delta wing vortex systems // Aerosp. Sci. Technol. 2013. T. 24, № 1. C. 32–44.
66. Kok J.C. A stochastic backscatter model for grey-area mitigation in detached eddy simulations // Flow, Turbul. Combust. 2017. T.99, № 1. C. 119–150.
67. Kok J.C. Application of a stochastic backscatter model for grey-area mitigation in detached eddy simulations. // Sixth HRLM Symposium. 2016. C. 1–2.
68. Leith C.E. Stochastic backscatter in a subgrid-scale model: Plane shear mixing layer // Phys. Fluids A Fluid Dyn. 1990. T. 2, № 3. C. 297.
69. Schumann U. Stochastic Backscatter of Turbulence Energy and Scalar Variance by Random Subgrid-Scale Fluxes // Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci. 1995. T. 451, № 1941. C. 293–318.
70. Nicoud F., Ducros F. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity

- gradient tensor // *Flow, Turbul. Combust.* 1999. T. 62, № 3. C. 183–200.
71. Vreman A.W. An eddy-viscosity subgrid-scale model for turbulent shear flow: Algebraic theory and applications // *Phys. Fluids*. 2004. T. 16, № 10. C. 3670–3681.
  72. Trias F.X., Gorobets A., Oliva A. Building proper invariants for eddy-viscosity models // *Phys. Fluids*. 2015. T. 27, № 6. C. 1–17.
  73. Nicoud F. и др. Using singular values to build a subgrid-scale model for large eddy simulations // *Phys. Fluids*. 2011. T. 23, № 8. C. 1-12
  74. Spalart P. Young-Person's Guide guide to Detached-Eddy Simulation Grids // NASA/CR-2001-211032. 2001.
  75. Deardorff J.W. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers // *J. Fluid Mech.* 1970. T. 41. C. 453–480.
  76. Riou J. и др. Improvement of Delayed-Detached Eddy Simulation Applied to Separated Flow over Missile Fin // *AIAA J.* 2009. T. 47, № 2. C. 345–360.
  77. Deck S. Recent improvements in the Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) formulation // *Theor. Comput. Fluid Dyn.* 2012. T. 26, № 6. C. 523–550.
  78. Molton P. и др. Mixing Enhancement in Under-Expanded Jet: Part 1 // Association Aeronautique et Astronautique de France Symposium on Applied Aerodynamics. Paris, 2006.
  79. Strelets M. и др. The delay of RANS-to-LES transition in Hybrid RANS-LES approaches and some recently proposed remedies // *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*. 2016. № July 2016. C. 3–21.
  80. Lau A.C., Moris P.J., Fisher M.J. Measurements in subsonic and supersonic free jets using a laser velocimeter // *J. Fluid Mech.* 1979. T. 93, № 1. C. 1–27.
  81. Arakeri V.H. и др. On the use of microjets to suppress turbulence in a Mach 0.9 axisymmetric jet // *J. Fluid Mech.* 2003. T. 490. C. 75–98.
  82. Simonich J.C. и др. Aeroacoustic Characterization, Noise Reduction, and Dimensional Scaling Effects of High Subsonic Jets // *AIAA J.* 2001. T. 39, № 11. C. 2062-2069
  83. Bridges J., Wernet M.P. Establishing Consensus Turbulence Statistics for Hot Subsonic Jets // 16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conf. 2010. C. 1–41, AIAA-2010–3751.
  84. Launder B.E., Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows // *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 1974. T. 3, № 2. C. 269–289.
  85. Wilcox D.C. Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence

- Models // AIAA J. 1988. Т. 26, № 11. С. 1299–1310.
86. Bradshaw P., Ferriss D.H. Calculation of boundary-layer development using the turbulent energy equation: compressible flow on adiabatic walls // J. Fluid Mech. 1967. Т. 28, № 9. С. 593–616.
  87. Comte-Bellot G., Corrsin S. Simple Eulerian time correlation of full-and narrow-band velocity signals in grid-generated, ‘isotropic’ turbulence // J. Fluid Mech. 1971. Т. 48, № 02. С. 273–337.
  88. DESider -- A European Effort on Hybrid RANS-LES Modelling. 2009. Т. 103. 456 с.
  89. Schwamborn D., Strelets M. ATAAC - An EU-project dedicated to hybrid RANS/LES methods. In S. Fu, W. Haase, S.-H. Peng, & D. Schwamborn (Eds.), Notes on Numerical Fluid Mechanics and Mul // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design / под ред. Fu S. и др. Springer Berlin Heidelberg, 2012. Т. 117. С. 59–75.
  90. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design: Go4Hybrid: Grey Area Mitigation for Hybrid RANS-LES Methods / под ред. Mockett C.R., Haase W., Schwamborn D. Springer, 2017.
  91. Swalwell K., Sheridan J., Melbourne W. Frequency Analysis of Surface Pressures on an Airfoil After Stall // 21st AIAA Applied Aerodynamics Conference. 2003. С. 1–8.
  92. Swalwell K.E. The Effect of Turbulence on Stall of Horizontal Axis Wind Turbines. Monash University, 2005.
  93. Weinman K.A. и др. A study of grid convergence issues for the simulation of the massively separated flow around a stalled airfoil using DES and related methods // European Conference on Computational Fluid Dynamics. 2006. С. 1–23.
  94. ERCOFTAC data base [Электронный ресурс]. URL: [http://qnet-ercoftac.cfms.org.uk/w/index.php/Main\\_Page](http://qnet-ercoftac.cfms.org.uk/w/index.php/Main_Page) (дата обращения: 21.08.2017).
  95. Greenblatt D. и др. A Separation Control CFD Validation Test Case Part 2 - Zero Efflux Oscillatory Blowing // AIAA J. 2005. С. 1–24.
  96. Rumsey C. Langley Resource Centre Turbulence Modeling Resource [Электронный ресурс] // NASA. 2013. URL: <http://turbmodels.larc.nasa.gov/> (дата обращения: 01.10.2017)
  97. Адамьян Д.Ю., Стрелец М.Х., Травин А.К. Эффективный метод генерации синтетической турбулентности на входных границах LES области в рамках комбинированных RANS-LES подходов к расчету турбулентных течений //

- Математическое Моделирование. 2011. Т. 23, № 7. С. 3–19.
98. Lyons D.C. и др. Assessment of DES Models for Separated Flow From a Hump in a Turbulent Boundary Layer // 5th Joint ASME/JSME Fluids Engineering Conference. 2007. С. 1-10.
  99. Garbaruk A. и др. 2D Wall-Mounted Hump // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design: Go4Hybrid: Grey Area Mitigation for Hybrid RANS-LES Methods. 2017. С. 173–187.
  100. Uzun A., Malik M.R. Wall-Resolved Large-Eddy Simulation of Flow Separation Over NASA Wall-Mounted Hump. 2017. № AIAA paper 2017-0538. С. 1–25.
  101. Vogel J.C., Eaton J.K. Combined Heat Transfer and Fluid Dynamic Measurements Downstream of a Backward-Facing Step // J. Heat Transfer. 1985. Т. 107. С. 922–929.
  102. Simon F. и др. Numerical simulation of the compressible mixing layer past an axisymmetric trailing edge // J. Fluid Mech. 2007. Т. 591. С. 215–253.
  103. Henshaw M.J. M219 cavity case: Verification and validation data for computational unsteady aerodynamics // Tech. Rep. RTO-TR-26, AC/323(AVT)TP/19. QinetiQ, UK, 2002. С. 453–472.
  104. Basu D., Hamed A., Das K. Numerical Simulation of Turbulent Transonic Cavity Flow Using Detached Eddy Simulation (DES) and Partially Averaged Navier Stokes (PANS) Models // Eighth International Congress of Fluid Dynamics & Propulsion. 2006. С. 1–13.
  105. Hughes C.E. Aerodynamic Performance of Scale-Model Turbofan Outlet Guide Vanes Designed for Low Noise // AIAA-2002-0374. 2002.
  106. Hughes C.E. и др. Fan Noise Source Diagnostic Test — Rotor Alone Aerodynamic Performance Results // AIAA-2002-2426. 2002.
  107. Thorp S.A. Fan Noise Source Diagnostic Test Computation Of Rotor Wake Turbulence Noise // AIAA-2002-2489. 2002. С. 1–13.
  108. Nallasamy M., Envia E. Computation of rotor wake turbulence noise // J. Sound Vib. 2005. Т. 282. С. 649–678.
  109. Casalino D., Hazir A., Mann A. Turbofan Broadband Noise Prediction using the Lattice Boltzmann Method // AIAA Pap. 2016-2945. 2016. С. 1–20.
  110. Shur M. и др. Unsteady Simulations of a Fan / Outlet-Guide-Vane System. Part 1 : Aerodynamics and Turbulence. 2017. № 6. С. 1–18.



111. Suzuki T. и др. Unsteady Simulations of a Fan / Outlet-Guide-Vane System. Part 2 : Tone Noise Computation. 2017. № 6. С. 1–15.
112. Rogers S.E., Kwak D. An upwind differencing scheme for the incompressible Navier-Stokes equations // Appl. Numer. Math. 1991. Т. 8, № 1. С. 43–64.
113. Chorin A.J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems // J. Comput. Phys. 1967. Т. 2, № 1. С. 12–26.
114. Roe P.L. Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes // J. Comput. Phys. 1981. Т. 43, № 2. С. 357–372.
115. Jasak H., Weller H.G., Gosman A.D. High resolution NVD differencing scheme for arbitrarily unstructured meshes // Int. J. Numer. Methods Fluids. 1999. Т. 31, № 2. С. 431–449.
116. Shur M.L. и др. Synthetic turbulence generators for RANS-LES interfaces in zonal simulations of aerodynamic and aeroacoustic problems // Flow, Turbul. Combust. 2014. Т. 93, № 1. С. 63–92.
117. Larcheveque L. и др. Large-eddy simulation of a compressible flow in a three-dimensional open cavity at high Reynolds number // J. Fluid Mech. 2004. Т. 516. С. 265–301.

**Работы автора по теме диссертации**

1. Е.К. Гусева, А.В. Гарбарук, М.Х. Стрелец. Тестирование метода DDES с подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения // Тепловые процессы в технике. 2015. Т. 7. № 12. С. 552-557 (**список ВАК**)

2. E.K. Guseva, A.V. Garbaruk, M.Kh. Strelets. Application of DDES and IDDES with shear layer adapted subgrid length-scale to separated flows // Journal of Physics: Conference Series. 2016. Т. 769 С. 1-6 (**список ВАК, Scopus**)

3. E.K. Guseva, A.V. Garbaruk, M.Kh. Strelets. Assessment of Delayed DES and Improved Delayed DES Combined with a Shear-Layer-Adapted Subgrid Length-Scale in Separated Flows// Flow Turbulence Combustion. 2017. Т 98 №2. С. 481–502 (**список ВАК, Scopus**)

4. Е.К. Гусева, А.В. Гарбарук, М.Х. Стрелец. Разработка и тестирование  $\sigma$ -DDES подхода на основе  $k-\omega$  SST модели // Тепловые процессы в технике. 2017. Т. 9. № 10. С. 434-440 (**список ВАК**)

5. A. Probst, D. Schwamborn, A. Garbaruk, E. Guseva, M. Shur, M. Strelets and A. Travin. Evaluation of Grey Area Mitigation Tools within Zonal and Non-Zonal RANS-LES Approaches in Flows with Pressure Induced Separation // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2017. С. 1-11. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2017.08.008> (**список ВАК, Scopus**)

6. A. Garbaruk, E. Guseva, M. Shur, M. Strelets and A. Travin. 2D Wall-Mounted Hump. Глава в Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. Go4Hybrid: Grey Area Mitigation for Hybrid RANS-LES Methods. 2017. С. 173-187 (**список ВАК, Scopus**)