

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ И РОСТА ПАРОВОЙ ФАЗЫ В ЗАДАЧАХ БЫСТРОГО ПАДЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Е.Ю. Кумзерова, А.А.Шмидт

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования в области механики гетерогенных сред проводятся силами сотрудников и студентов кафедры вот уже более 20 лет. За это время рассматривались, главным образом, проблемы внешних и внутренних течений газа, содержащего твердые частицы или капли жидкости [1,2]. В настоящее время внимание сосредоточено на проблемах динамики пузырьковых сред, которые представляют большой интерес для многих задач промышленной безопасности, в частности, при анализе процессов, сопровождающих разуплотнение сосудов, заполненных горячей жидкостью при больших давлениях и температурах.

Моделирование образования зародышей паровой фазы при падении давления жидкости, их эволюции и влияния на несущую фазу представляет интерес также с точки зрения развития теории многофазных течений, теории неравновесных фазовых переходов и теории метастабильного состояния жидкостей [3,4].

Математическая модель, основанная на лагранжево-эйлеровом описании двухфазной среды, включает уравнения сохранения массы, импульса и энергии для несущей фазы и уравнения, описывающие процесс образования зародышей паровой фазы и их эволюции в результате изменения параметров окружающей жидкости и межфазного переноса массы.

В работе рассматриваются и сравниваются несколько механизмов зародышеобразования и определяется их влияние на поведение смеси в целом

2. ОПИСАНИЕ МЕХАНИЗМОВ НУКЛЕАЦИИ

Механизм образования критических зародышей паровых пузырей является одним из ключевых вопросов моделирования. Можно рассмотреть три типа нуклеации – объемная гомогенная, объемная гетерогенная и пристенная.

2.1 Модифицированная теория гомогенной нуклеации

Теория гомогенного зародышеобразования [5] дает следующее выражение для скорости концентрации критических зародышей:

$$H = \rho_l \left(\frac{N_a}{m} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{2\sigma}{\pi}} \exp \left\{ -\frac{W_{cl}}{k_b T_l} \right\}, \quad (2.1)$$

где m – молекулярная масса, Σ – коэффициент поверхностного натяжения, N_a – число Авогадро, k_b – постоянная Больцмана, а работа по образованию пузырька критического радиуса $R_{cr} = 2\Sigma / (p^{sat}(T_l) - p_l)$ определяется следующим образом:

$$W_{cl} = \frac{16\pi\Sigma^3}{3(p^{sat}(T_l) - p_l)^2}. \quad (2.2)$$

ρ_l , p_l соответствуют плотности и давлению жидкости, $p^{sat}(T_l)$ – давлению насыщения, являющегося функцией температуры жидкости T_l .

При предельных перегревах эта теория хорошо согласуется с экспериментом [4], однако на практике образование и рост зародышей начинается при существенно меньших перегревах, что связано с преобладающей ролью гетерогенной нуклеации. В случае малых центров гетерогенного зародышеобразования можно воспользоваться модифицированной теорией гомогенной нуклеации, вводя фактор гетерогенности G ($G \in (0, 1]$), который характеризует уменьшение работы W_{cl} при нуклеации на существующих ядрах. Таким образом, учесть гетерогенный характер нуклеации можно, используя выражение (2.1) для скорости гомогенной нуклеации и заменив W_{cl} на $G \cdot W_{cl}$.

Мы используем следующую корреляцию для фактора гетерогенности:

$$G = \left(1 + 1.4 \cdot 10^{-10} V_p^{0.8}\right) \left(\frac{T_{l0}}{T_{cr}}\right)^{28.46}, \quad (2.3)$$

которая была получена в работе [6] на основе экспериментальных данных. Здесь T_{l0} – начальная температура жидкости, T_{cr} – критическая температура жидкости, V_p (Pa/s) – скорость падения давления.

2.2 Учет распределения гетерогенных ядер по размерам

Хорошо известно, что на практике в необработанной специально жидкости существует множество включений (микропузырьки растворенного газа, маленькие частицы и т. п.) [7], которые могут служить ядрами нуклеации. От их общего количества и вида распределения по размерам зависит дальнейшее поведение двухфазной системы.

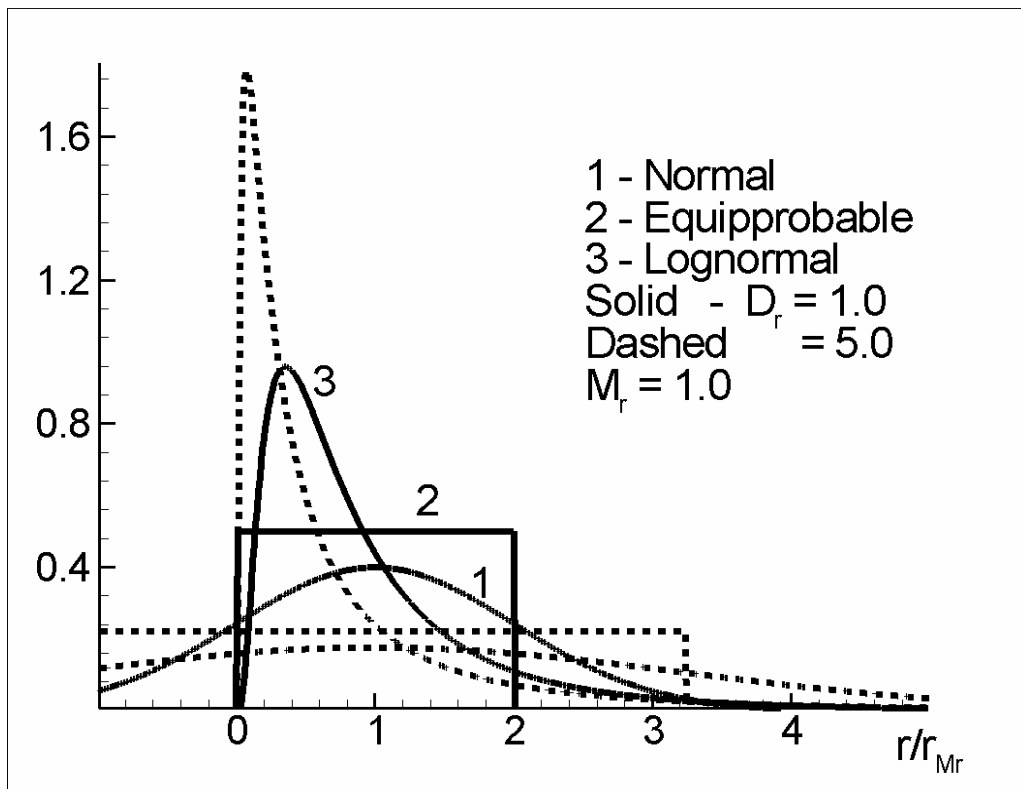


Рис.1. Вид функций плотности вероятностей различных распределений для различных дисперсий.

В простейшем случае при моделировании можно полагать, что примеси распределены по размерам с равной вероятностью. Часто распределение примесей моделируют, используя гауссово (нормальное) распределение по размерам. С

другой стороны, некоторые источники [7] приводят экспериментальные сведения о распределении включений, близком к логнормальному.

Рассмотрим способы задания всех указанных распределений. При известном виде распределения функция плотности вероятности некой величины и ее функция распределения однозначно определяются двумя параметрами: математическим ожиданием M_r и дисперсией D_r .

Нормальное распределение ядер нуклеации по размерам (модель 1)

Функция плотности вероятности в этом случае имеет вид (см. Рис.1):

$$n_b(r) = \frac{N_s}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right)^2\right\}, \quad (2.4)$$

где $\sigma = \sqrt{D_r}$, $\mu = M_r$, N_s – суммарное количество ядер, которое численно равно площади под кривой, соответствующей функции вероятности.

Логнормальное распределение ядер нуклеации по размерам (модель 2)

Плотность вероятности для логнормального распределения может быть записана в виде (см. Рис.1):

$$l_b(r) = \frac{N_s}{\sqrt{2\pi\sigma} r} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(r) - \ln(\mu)}{\sigma}\right)^2\right\}. \quad (2.5)$$

$$\text{Здесь } \sigma = \sqrt{\ln\left(\frac{D_r}{M_r^r} + 1\right)}, \quad \mu = M_r \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2}\right).$$

Равновероятное распределение ядер нуклеации по размерам (модель 3)

В этом случае имеем «ступенчатый» вид функции плотности вероятности (см. Рис.1), который зададим в виде:

$$m_b(r) = \begin{cases} \frac{N_s}{2\sigma}, & \mu - \sigma \leq r \leq \mu + \sigma \\ 0, & r < \mu - \sigma, r > \mu + \sigma \end{cases}, \quad (2.6)$$

где $\sigma = \sqrt{D_r}$, $\mu = M_r$.

Определение механизма возникновения критических зародышей по заданному распределению ядер по размерам

Ключевым вопросом моделирования является определение механизма образования зародышей паровых пузырей, способных к дальнейшему росту.

В нашем случае механизм возникновения критических зародышей будет выглядеть следующим образом: пузырьки начинают расти на всех частицах примеси, размер которых больше критического радиуса. То есть концентрация дисперсной фазы в данный момент времени есть часть площади под кривой плотности вероятности (от текущего r_{cr} до ∞), а скорость нуклеации, соответственно, определяется как скорость изменения площади. По мере падения давления (ниже линии насыщения) критический размер пузыря уменьшается и, соответственно, концентрация зародышей, способных к дальнейшему росту, увеличивается.

Для удобства все кривые будем строить в относительных координатах $\frac{r}{r_{M_r}}$ и полагать математическое ожидание $M_r = 1$. Здесь $r_{M_r} = \frac{2\Sigma}{p^{sat} - p_{nucl}}$, где p_{nucl} - давление нуклеации, то есть давление жидкости, при котором начинается рост зародышей. Оно может быть представлено следующей зависимостью от температуры жидкости T_l [8]:

$$p_{nucl} = 1.66 \cdot 10^6 + 0.06 p^{sat}(T_l) + 3.24 \cdot 10^{-8} [p^{sat}(T_l)]^2. \quad (2.7)$$

Физически r_{M_r} можно трактовать как критический радиус, при котором скорость нуклеации максимальна.

2.3 Модель пристенной нуклеации

В ряде случаев образование зародышей на стенках играет доминирующую роль и связано с шероховатостью поверхности, присутствием микротрещин и т.п.

В работе [9] получено эмпирическое соотношение для плотности зародышей на стенке:

$$N_{bw} = 0.25 \cdot 10^{-7} \frac{R_d^2}{R_{cr}^4}. \quad (2.8)$$

Здесь R_d – радиус отрыва пузыря, определяемый из баланса сил поверхностного натяжения и сопротивления:

$$R_d = \sqrt{\frac{4 \Sigma R_{cr}}{C_D \rho_l u_{lb}^2}}, \quad (2.9)$$

где u_{lb} – осредненная продольная скорость вокруг пузырька, определяемая соотношением:

$$u_{lb} = \frac{\tau_w R_d}{\mu}. \quad (2.10)$$

Сдвиговое напряжение на стенке вычисляется с помощью соотношения:

$$C_f \equiv \frac{2\tau_w}{\rho_l u} = 0.0791 \operatorname{Re}_D^{-0.25}, \quad (2.11)$$

где Re_D – число Рейнольдса, построенное по диаметру трубы.

Так как пузырьки растут и отрываются в пределах пограничного слоя, для коэффициента сопротивления используем формулу Стокса:

$$C_D = \frac{24}{\operatorname{Re}_b}. \quad (2.12)$$

Будем предполагать, что нуклеация имеет место тогда, когда стенка полностью покрыта пузырями.

3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Математическая модель основана на эйлера-лагранжевом подходе к описанию двухфазных потоков: эйлера часть описывает течение жидкости, лагранжева – динамику и эволюцию пузырей.

Для рассматриваемой задачи двумерные осесимметричные уравнения эйлеровского этапа, описывающие динамику несущей фазы в предположении ско-

ростной равновесности фаз и включающие в себя законы сохранения массы, импульса и энергии, а также процесс образования и конвективного переноса пузырьков, могут быть записаны в следующем виде:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial r} = -f \quad (3.1)$$

$$s = \begin{bmatrix} \rho_l (1 - \alpha) \\ \rho_l (1 - \alpha)u \\ \rho_l (1 - \alpha)v \\ \rho_l (1 - \alpha)E_l \\ N_b \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

– вектор консервативных переменных. a, b – потоки, f – источниковый член:

$$a = \begin{bmatrix} (1 - \alpha)\rho_l u \\ (1 - \alpha)[\rho_l u^2 + p_l] \\ (1 - \alpha)\rho_l uv \\ (1 - \alpha)[\rho_l E_l + p_l]u \\ N_b u \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} (1 - \alpha)\rho_l v \\ (1 - \alpha)\rho_l uv \\ (1 - \alpha)[\rho_l v^2 + p_l] \\ (1 - \alpha)[\rho_l E_l + p_l]v \\ N_b v \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} \frac{(1 - \alpha)\rho_l v}{r} + \Gamma_{lv} \\ \frac{(1 - \alpha)\rho_l uv}{r} + \Gamma_{lv}u \\ \frac{(1 - \alpha)\rho_l v^2}{r} + \Gamma_{lv}v \\ \frac{(1 - \alpha)[\rho_l E_l + p_l]v}{r} + U_{lv} + H W_{cl} \\ \frac{N_b v}{r} - H \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Здесь α – объемное содержание пара, u, v – компоненты скорости двухфазной смеси. $E_l = c_l T_l + u^2 / 2$ – удельная полная энергия жидкой фазы, c_l – теплоемкость жидкости, N_b – численная плотность пузырей.

Интенсивность межфазного массообмена Γ_{lv} может быть записана в виде [10]:

$$\Gamma_{lv} = 4\pi R^2 N_b \frac{\eta_{ak}}{\sqrt{2\pi R_v}} \left(\frac{p^{sat}(T_l)}{\sqrt{T_l}} - \frac{p_v}{\sqrt{T_v}} \right), \quad (3.4)$$

где T_l, T_v – температуры жидкой и паровой фазы соответственно, R_v – газовая постоянная для пара, p_v – давление паровой фазы, R – радиус осредненного пу-

зырька, η_{ak} – коэффициент аккомодации, который в данной работе принимался равным 0.04 [10].

$$U_{lv} = 4\pi R^2 N_b \frac{\eta_{ak}}{\gamma_v - 1} \sqrt{\frac{R_v}{2\pi}} \left(p^{sat}(T_l) \sqrt{T_l} - p_v \sqrt{T_v} \right) \quad (3.5)$$

– межфазный перенос энергии в результате фазового перехода.

H – скорость нуклеации, то есть количество пузырей, возникающих в единице объема в единицу времени, определяемая из моделей нуклеации (см. раздел 2).

Эйлеров этап замыкает уравнение состояния воды, которое в рассматриваемом диапазоне параметров можно записать в виде:

$$p_l = p_a K \left[\left(\frac{\rho}{\rho_a} \right)^\beta - 1 \right] + p_a, \quad (3.6)$$

где p_a , ρ_a – давление и плотность воды при нормальных условиях, $K = 3045$, $\beta = 7.15$.

Система уравнений пузыря, в предположении однородного распределения параметров внутри него, включает уравнение Рэлея-Лэмба и уравнения сохранения массы и энергии:

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{1}{\rho_l} \left\{ p_v - p_l - \frac{2\Sigma}{R} - \frac{4\mu}{R} \frac{dR}{dt} \right\}, \quad (3.7)$$

$$\frac{dp_v}{dt} = p_v \left[\frac{1}{T_v} \frac{dT_v}{dt} - \frac{3}{R} \left\{ \frac{dR}{dt} - \frac{\eta_{ak} T_v}{p_v} \sqrt{\frac{R_v}{2\pi}} \left(\frac{p^{sat}(T_l)}{\sqrt{T_l}} - \frac{p_v}{\sqrt{T_v}} \right) \right\} \right], \quad (3.8)$$

$$\frac{dT_v}{dt} = -3 \frac{T_v}{R p_v} \left\{ (\gamma_v - 1) p_v \frac{dR}{dt} + \eta_{ak} p^{sat}(T_l) (T_v - T_l) \sqrt{\frac{R_v}{2\pi T_l}} \right\}, \quad (3.9)$$

где μ – вязкость жидкости, γ_v – показатель политропы.

Связь содержания паровой фазы α , концентрации пузырьков N_b и их среднего радиуса R определяется соотношением:

$$\alpha = (4/3) \pi R^3 N_b. \quad (3.10)$$

4. НАЧАЛЬНЫЕ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Считается, что в начальный момент времени однородная жидкость, не содержащая паровых пузырьков, находится при заданных давлении и температуре:

$$t = 0: p_l = p_{l0}, T_l = T_{l0}, N_b = 0, u = 0, v = 0. \quad (4.1)$$

Граничные условия на стенке канала записываются в следующем виде:

$$u = 0, v = 0, \frac{\partial p_l}{\partial n} = 0, \frac{\partial T_l}{\partial n} = 0, N_b = 0. \quad (4.2)$$

После возникновения пузырька принимаются следующие начальные условия для обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих его развитие:

$$R = R_{cr}, p_v = p^{sat}, T_v = T_l. \quad (4.3)$$

5. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Уравнения сохранения для жидкой фазы совместно с уравнением нуклеации решаются с помощью метода Родионова второго порядка точности по времени и пространству [11]. Потоки массы и момента импульса на гранях вычислительной ячейки находятся из решения задачи о распаде произвольного разрыва для воды. Обыкновенные дифференциальные уравнения динамики пузырьков решаются одновременно с уравнениями для жидкости. Из-за существенно различных характерных времен процессов в жидкости и в пузырях применяется метод Гира для жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений [12].

6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В качестве тестового случая рассмотрена одномерная задача о разгерметизации трубы (см. Рис.2). В начальный момент времени в трубе находится вода при больших давлении и температуре. После открытия одного из концов, давление на конце начинает падать (в модели рассматривается линейное падение давление со скоростью V_p), при этом внутрь трубы распространяется волна раз-

ряжения. Давление в волне падает ниже линии насыщения, достигает некоего минимума и начинает расти, что обусловлено возникновением и последующим ростом паровых пузырей. Предполагается, что закрытый конец трубы находится достаточно далеко и не влияет на картину течения. В таких задачах важной характеристикой является минимальное давление, достигаемое жидкостью [6,13].

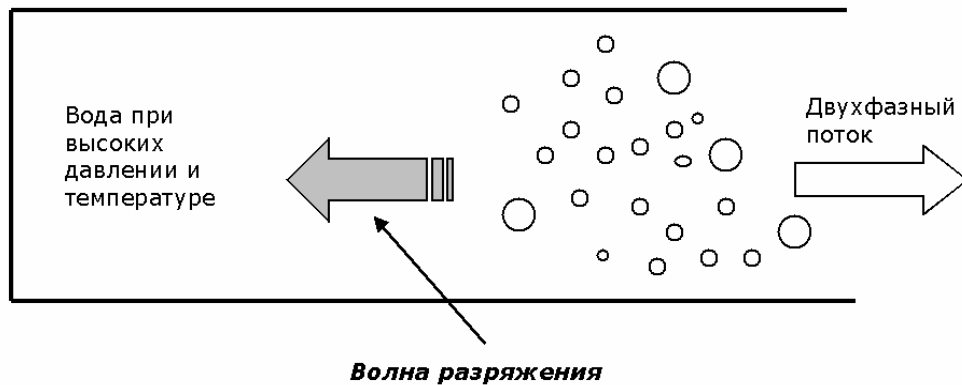


Рис. 2. Схема задачи "Разгерметизация трубы"

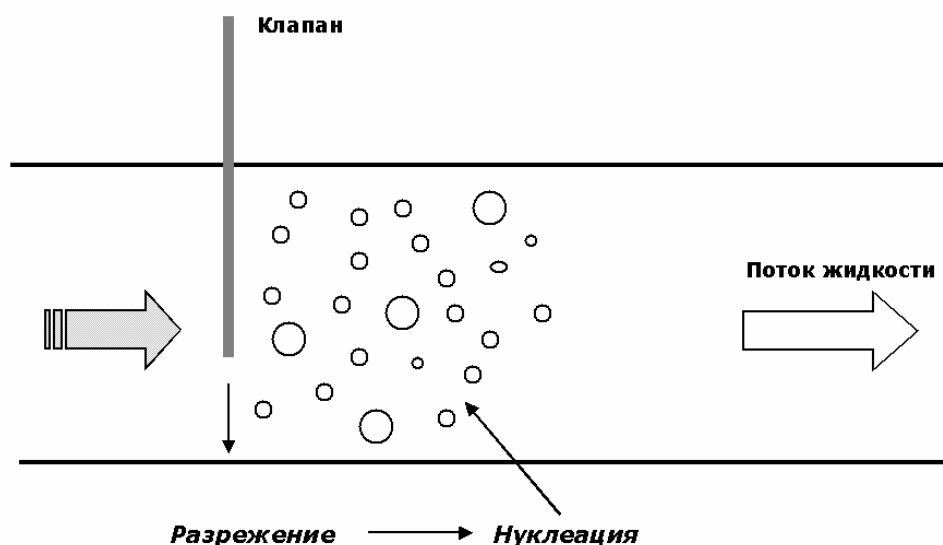


Рис. 3. Схема задачи "Открытие клапана"

На Рис.4 представлено сравнение результатов расчета моделей модифицированной гомогенной нуклеации и объемной гетерогенной с нормальным распределением зародышем по размерам ($D_r = 1.0, N_S = 10^9 m^{-3}$) с данными работы [14]. Видно, что обе модели дают хорошие совпадение по минимальному давлению, достигаемому жидкостью, однако последующее увеличение давления жидкости, связанное с ростом возникших зародышей, лучше описывается второй моделью. Это можно объяснить учетом распределения зародышей по размерам.

Исследование влияния параметров распределения модели объемной гетерогенной нуклеации на поведение двухфазной среды рассмотрим на примере задачи «Закрытия клапана» (см. Рис.3). Здесь в начальный момент времени в «правой» и «левой» областях задаются равные по модулю и противоположные по направлению скорости. Такая постановка задачи моделирует важную в гидравлике ситуацию, когда при течении жидкости в трубе закрывается клапан. Возникает разрежение, которое сопровождается процессом нуклеации и даль-

нейшим ростом паровой фазы. Для задачи выбраны следующие параметры: $p_{l0}^L = p_{l0}^R = 7 \cdot 10^6 \text{ Pa}$, $T_{l0}^L = T_{l0}^R = 560 \text{ K}$, $u_{l0}^L = -2 \text{ m/s}$, $u_{l0}^R = 2 \text{ m/s}$ (индексы R и L обозначают соответственно правую и левую области). Далее все результаты представлены для момента времени $t = 10^{-4} \text{ s}$ (момент времени до отражения волн от стенок).

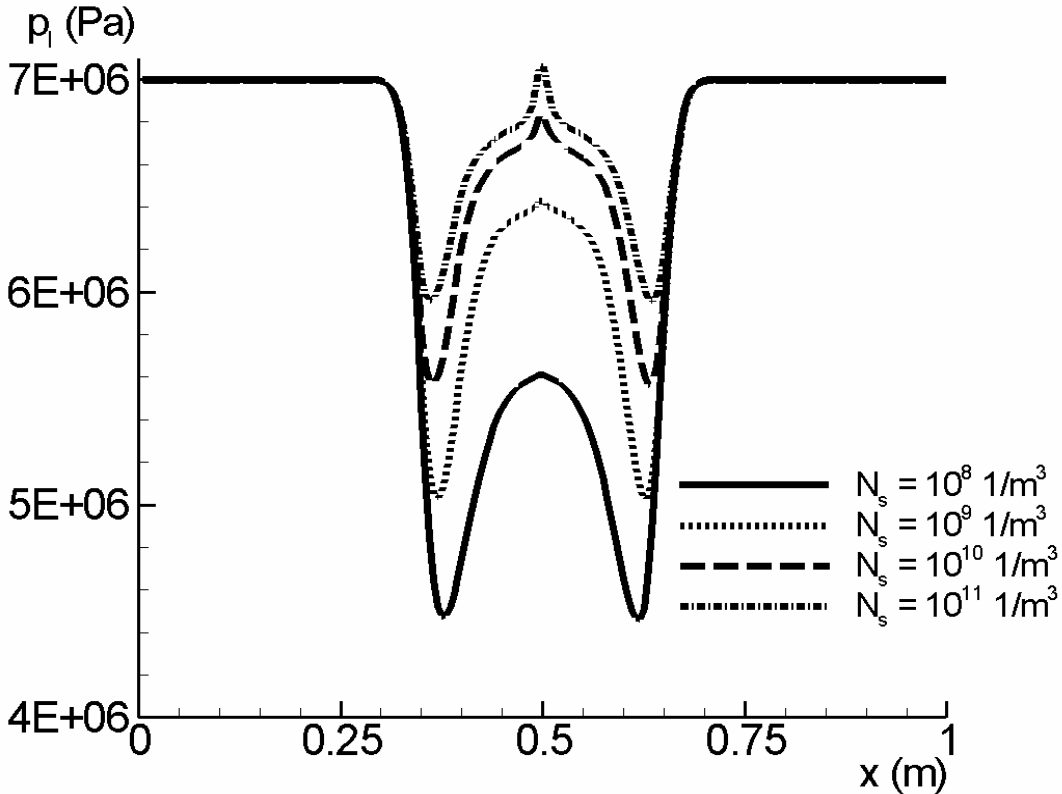


Рис.4. Изменение во времени давления жидкости в выходном сечении трубы для модифицированной модели гомогенной нуклеации (штриховая линия) и модели, учитывающей нормальное распределение зародышей по размерам (сплошная линия). Точки - экспериментальные данные Аламгира [14].

На Рис.5 представлены результаты расчетов, использующих нормальное распределение центров нуклеации по размерам. Представлена зависимость поведения среды от общего числа ядер при постоянной дисперсии $D_r = 1.0$. Видно, что давление жидкости существенным образом зависят от суммарного количества зародышей.

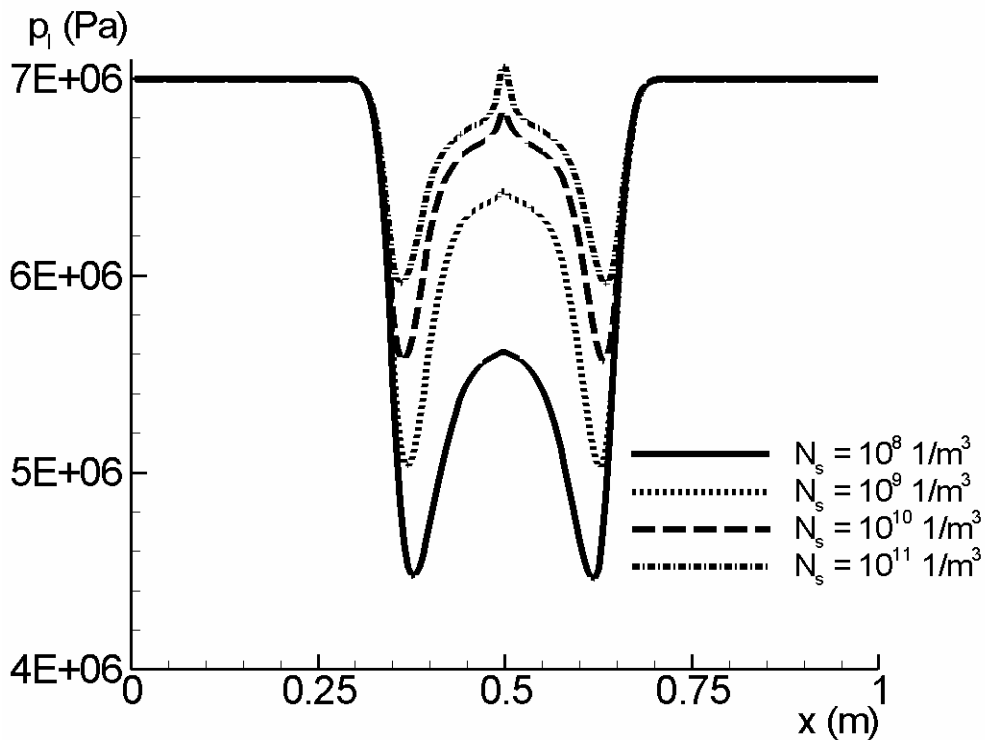


Рис.5. Зависимость распределения давления жидкости от общего количества зародышей для нормального распределения зародышей по размерам.

Рис.6 и 7 демонстрируют влияние выбора функции распределения. Рис.6 показывает, что давление жидкости для равновероятного распределения, завышено по сравнению с результатами моделей, использующих нормальное и логнормальное распределение. Причины такого поведения связаны, по-видимому, со ступенчатым характером функции распределения. Из Рис.7 можно видеть, что максимальные объемные доли пара близки для разных моделей, но также видно, что для монодисперсного распределения область кипения более локализована, что является прямым следствием ступенчатого характера функции плотности вероятности. Влияние дисперсии на примере логнормального распределения показано на Рис.8. Такое поведение легко объясняется (см. Рис.1): при большей дисперсии нуклеация происходит не так интенсивно (скорость зародышеобразования в этом случае меньше, хотя нуклеация и начинается раньше), поэтому давление достигает меньших значений, а возмущение скорости, соответственно, больших.

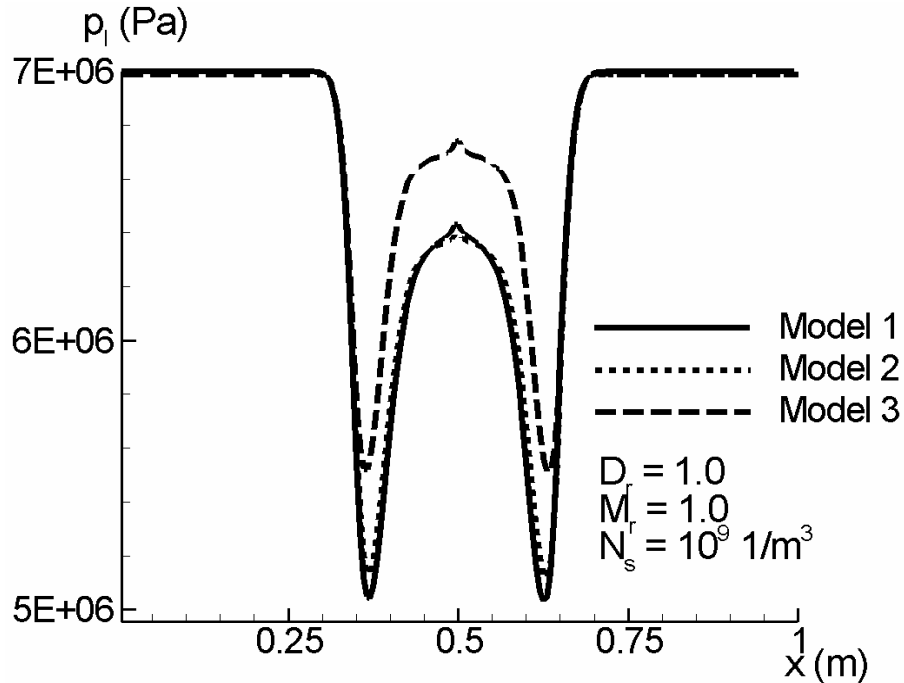


Рис.6. Распределения давлений жидкости для разных распределений зародышей по размерам.

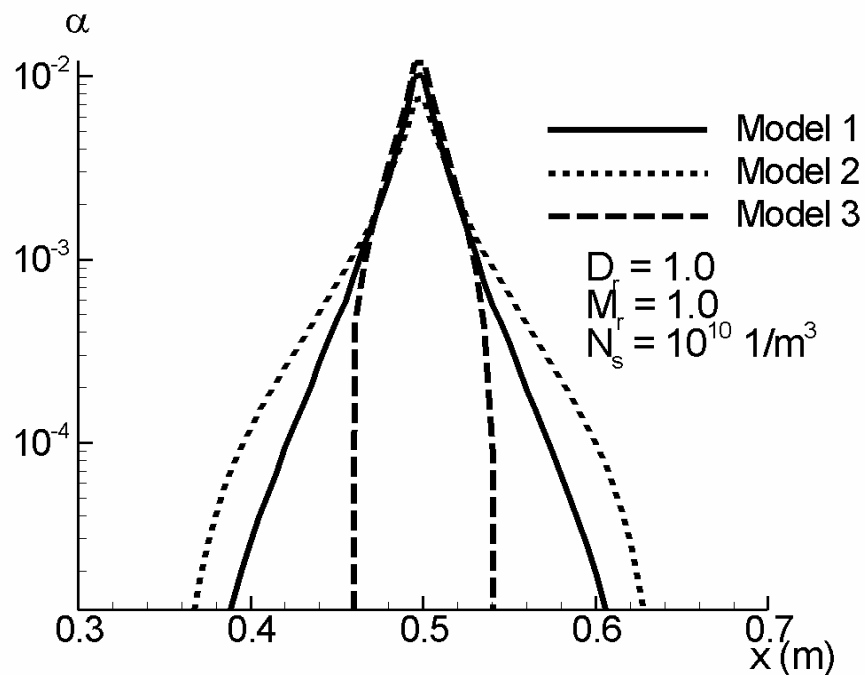


Рис.7. Распределения объемной доли паровой фазы для разных распределений зародышей по размерам.

Для анализа влияния пристенной нуклеации, исследована двумерная задача о внезапном расширении (см. Рис.9). Рассмотрен осесимметричный канал с внезапным расширением поперечного сечения. Предполагается, что в один из моментов времени открывается клапан, и влево начинает распространяться волна

разряжения с последующим образованием паровой фазы. Здесь пузыри возникают как в объеме, так и на стенке канала. Мы рассматриваем два механизма – объемную гетерогенную нуклеацию с нормальным распределением зародышей по размерам с параметрами $D_r = 1.0$, $N_s = 10^8 m^{-3}$ и пристенную нуклеацию. Начальные данные для задачи были выбраны следующие: $p_{l0}^L = 16 \cdot 10^6 Pa$, $T_{l0}^L = 540K$, $p_{l0}^R = 1.4 \cdot 10^6 Pa$, $T_{l0}^R = 300K$.

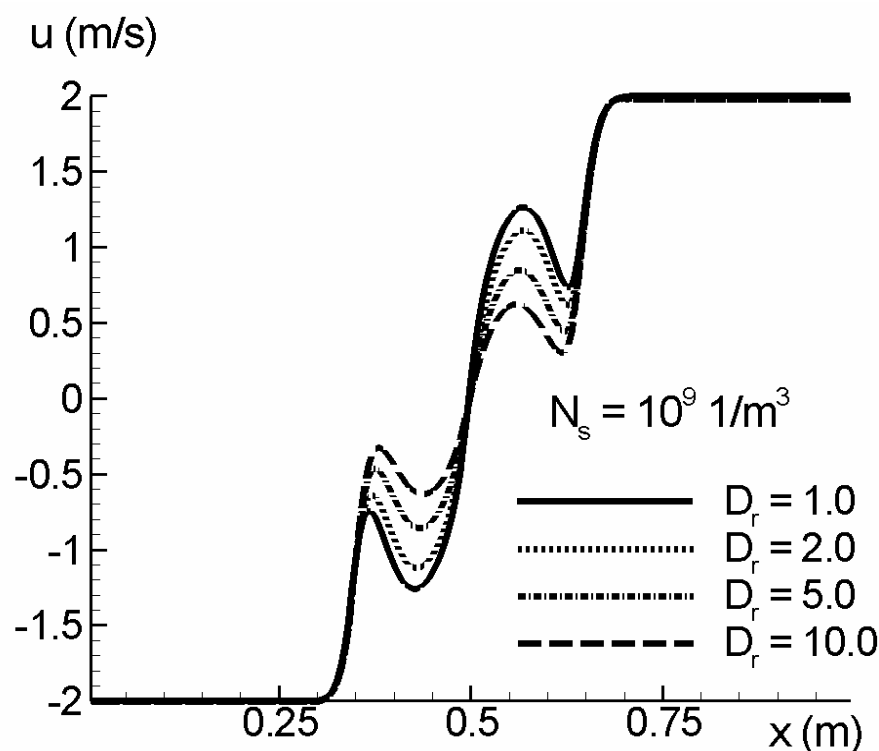


Рис.8. Влияние дисперсии распределения на скорость смеси для логнормального распределения.

На Рис.10-12 представлена концентрация пузырей для трех различных моментов времени. Можно видеть, что в начальные моменты времени имеет место объемная нуклеация вблизи оси канала, далее начинается нуклеация на стенке, которая в дальнейшем доминирует.

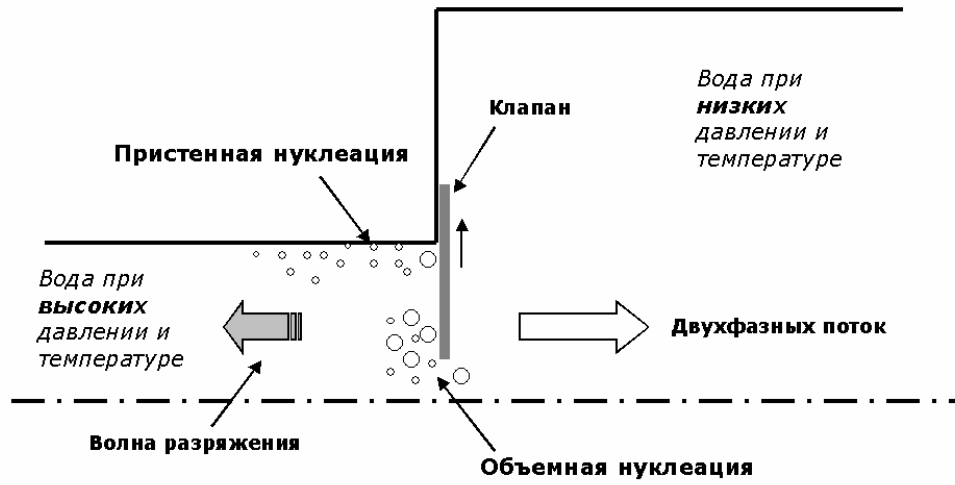


Рис. 9. Схема задачи "Внезапное расширение"

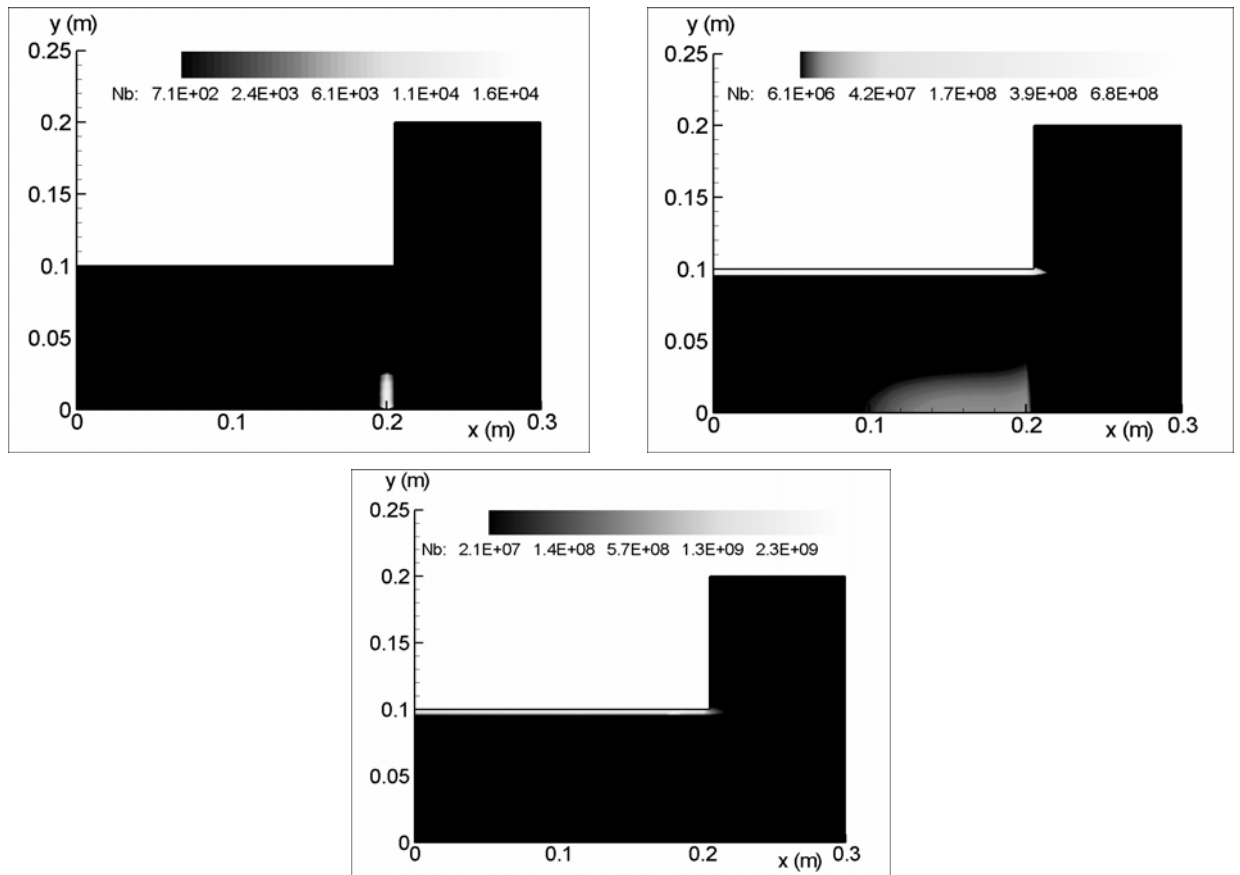


Рис. 10 - 12. Концентрация пузырей для модели пристенной нуклеации и объемной гетерогенной нуклеации с нормальным распределением зародышей для 3 различных моментов времени соответственно: 0.1, 0.4, 0.8 ms.

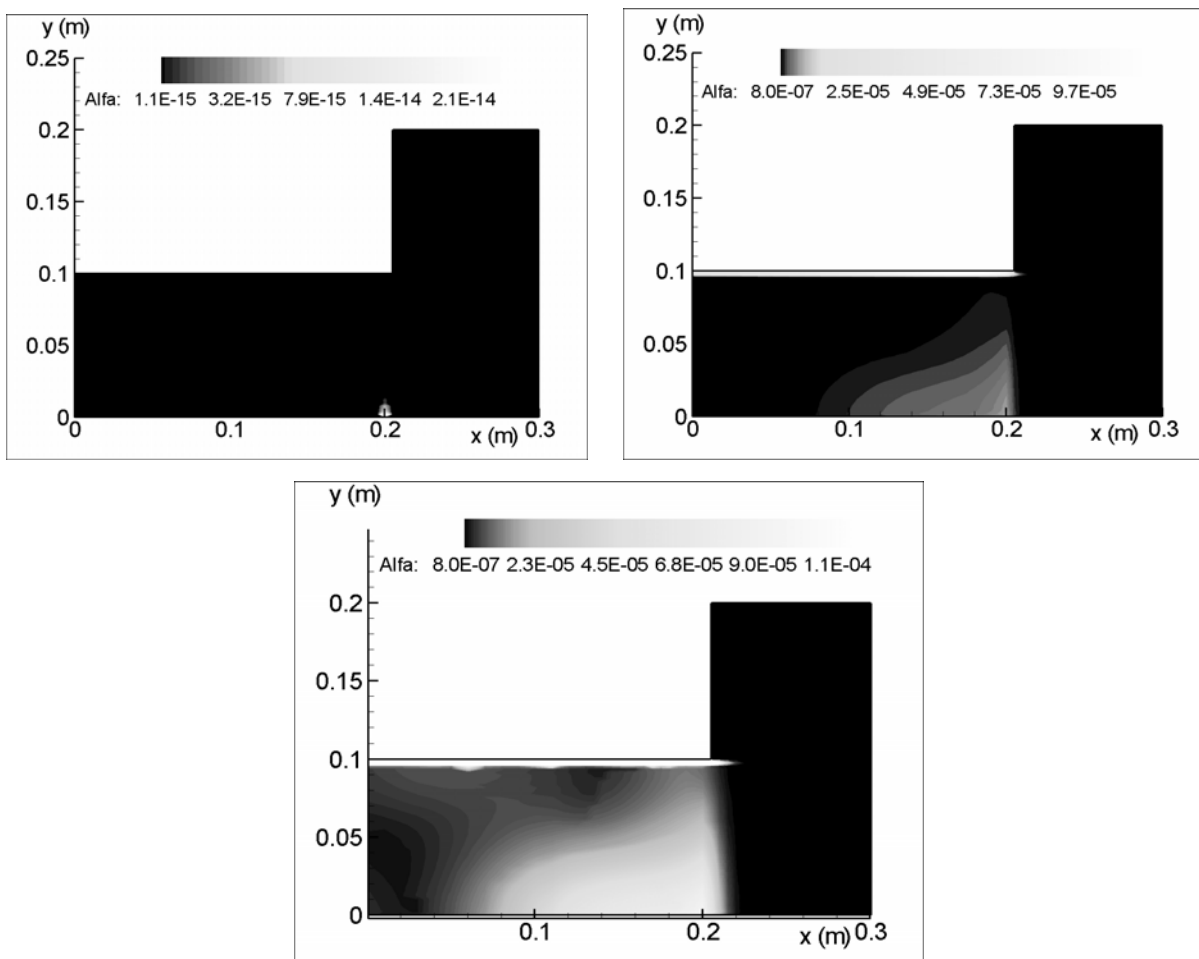


Рис. 13 - 15. Объемная доля паровой фазы для модели пристенной нуклеации и объемной гетерогенной нуклеации с нормальным распределением зародышей для 3 различных моментов времени соответственно: 0.1, 0.4, 0.8 ms.

Объемная доля пара для тех же моментов времени представлена на Рис. 13-15. Видно, что, несмотря на то, что главный вклад после прохождения волны разрежения дает пристенная нуклеация, пузырьки, образовавшиеся вблизи оси канала в более ранние моменты времени, растут и дают заметный вклад в объемную долю пара вблизи оси.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, построена математическая модель для исследования процессов, сопровождающих быстрое падение давление жидкости. Модель вклю-

чает в себя различные механизмы нуклеации, межфазный перенос массы и динамику пробного пузыря.

Численное моделирование позволяет определить зависимость от времени и от пространственной координаты параметров несущей фазы, объемного содержания, температуры и давления паровой фазы, концентраций и размеров пузырей.

Исследовано влияние различных механизмов нуклеации (модифицированной гомогенной, объемной гетерогенной и пристенной) на структуру вскипающего потока.

Показано, что учет распределения ядер по размерам существенен для определения давления жидкости и параметров пузырей.

Продемонстрирован относительный вклад объемной и пристенной нуклеации для двумерной задачи внезапного расширения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Головачев Ю.П., Шмидт А.А. Обтекание затупленного тела сверхзвуковым потоком запыленного газа // Изв. АН СССР МЖГ, 1982, № 3, Стр.73 – 77.
2. Belousov V.L., Golovachov Yu.P., Schmidt A.A. et al. Numerical simulation of two - phase supersonic about bodies. Gas Dynamics. Nova Science, 1992, P.231 - 247.
3. Hahne E., Barthou G. Evaporation waves in flashing processes // Int. J. Multiphase Flow. 2000. N 26. P.531-547.
4. Скрипов В.П. и др. Теплофизические свойства жидкостей в метастабильном состоянии. М.: Атомиздат. 1980. 207с.
5. Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей. Л.: Наука, 1975. 570с.
6. Alamgir Md., Lienhard J. H. Correlation of pressure undershoot during hot-water depressurization // Journal of Heat Transfer. 1981. V. 103. N 1. P.52-55.
7. Kedrinskii V.K. The Iordansky-Kogarko-van Wijngaarden model: shock and rarefaction wave interactions in bubbly media // Applied Scientific Research, 1998. V. 58. P.115-130.

8. Richter S., Fleischer S., Aritomi M., Hampel R. Transient two-phase flow in arbitrary inclined tubes caused by depressurization of liquid with dissolved gases // International Journal of Heat and Mass Transfer, 2001. Vol.44, P.1-15.
9. Blinkov V.N., Jones O.C., Nigmatulin B.I. Nucleation and flashing in nozzles-2. Comparison with experiments using a five-equation model for vapor void development // Int. J. Multiphase Flow, 1993. Vol.19. No.6. P.965-986.
10. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т.2. 359 с.
11. Родионов А.В. Повышение порядка аппроксимации схемы С.К. Годунова // ЖВМиМФ, 1987. Т.27. №3. С.1853-1859.
12. Oran E.S., Boris J.P. Numerical simulation of reactive flows. Elsevier Science Publ., 1987. 536p.
13. Кумзерова Е.Ю., Шмидт А.А. Численное моделирование нуклеации и динамики пузырьков при быстром падении давления жидкости // ЖТФ, 2002, т.72. вып.7. С.36-40.
14. Alamgir Md., Kan C.Y., Lienhard J. H. An experimental study of the rapid depressurization of hot water // Journal of Heat Transfer. 1980. - V. 102, N 3. P.433-438.