

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗОВЗВЕСИ В ОБЛАСТЯХ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИИ НА ОСНОВЕ ПОДХОДА ЛАГРАНЖА-ЭЙЛЕРА**

Турбулентные течения газа с частицами встречаются во многих промышленных приложениях, таких как сжигание твердого и жидкого топлива, распылительная сушка и охлаждение, пескоструйная обработка, пневмотранспорт сыпучих материалов, циклонное сепарирование и т.п. Обычно такие течения характеризуются достаточно сложной геометрией и значительным взаимодействием между несущей и дисперсной фазами. Например, при впрыске аэрозоля в поток газа наблюдается межфазный обмен импульсом вследствие аэродинамического сопротивления капель, обмен теплом за счет теплопроводности и массоперенос (испарение капель), причем турбулентность несущего потока оказывает существенное влияние на интенсивность указанных процессов. Адекватное физическое моделирование взаимодействия фаз на микро уровне является необходимым условием надежного предсказания характеристик течения в целом.

### **Основные подходы**

При моделировании поведения дисперсной фазы находят применение два основных подхода, связываемые с именами Эйлера и Лагранжа. Для подхода Эйлера характерно введение в рассмотрение некоего условного «газа» частиц и трактовка обеих фаз как взаимопроникающих континуумов. При этом течение описывается обычными уравнениями гидродинамики (для смеси и/или отдельных компонент) с дополнительными членами, учитывающими межфазное взаимодействие [1-3]. Моделирование этого взаимодействия является одной из основных

проблем подхода Эйлера, поскольку эффективные коэффициенты переноса для «газа» частиц в турбулентном несущем потоке зависят как от структуры потока, так и от параметров турбулентности; как следствие, все разработанные модели в той или иной степени нуждаются в «настройке» на рассматриваемый класс течений. Множество допущений приходится вводить и при моделировании влияния частиц на турбулентность несущего потока. Слабым местом данного подхода является также моделирование взаимодействия частиц со стенкой, поскольку осредненные параметры «газа» частиц ничего не говорят о различии параметров падающих и отраженных частиц.

По сравнению с подходом Эйлера, применение подхода Лагранжа для моделирования поведения дисперсной фазы оказывается менее эффективным с вычислительной точки зрения, но более корректным физически и простым в реализации. В рамках этого подхода рассчитываются траектории множества пробных частиц в несущем потоке, а поля параметров дисперсной фазы и слагаемые, описывающие межфазный обмен в уравнениях несущей фазы, определяются путем осреднения по всем частицам [4]. Воздействие турбулентности на частицы моделируется преимущественно введением случайных флуктуаций несущего поля [5]; для описания взаимодействия дисперсной фазы со стенкой достаточно задать модель отражения частицы [6]; при необходимости могут учитываться столкновения частиц друг с другом [7]. Таким образом, метод пробных частиц нуждается лишь в относительно простых и физически ясных замыкающих соотношениях на уровне взаимодействия отдельных частиц, а адекватное моделирование поведения дисперсной фазы в целом применительно к конкретным условиям исследуемого течения обеспечивается наиболее «естественным» путем – рассмотрением достаточно большого числа пробных частиц. Однако на

практике применимость данного подхода ограничивается сравнительно небольшим содержанием дисперсной фазы (до 10% по объему).

### Математическая модель

В литературе описано несколько модификаций метода пробных частиц, различающихся особенностями генерации квази-турбулентных флуктуаций несущего потока и учитываемыми физическими эффектами. Представленная ниже простая модель предназначена для расчета стационарного (в среднем) течения газа с твердыми частицами. Тепло- и массообмен между фазами не учитывается. Объемная доля дисперсной фазы считается достаточно малой (до 0.1%), чтобы пренебречь столкновениями частиц друг с другом.

Движение каждой частицы описывается уравнением (1), в котором наряду с аэродинамической силой  $F$  учитываются внешние силы (например, сила тяжести  $g$ ).

$$m \frac{dv}{dt} = mg + F; \quad \frac{dr}{dt} = v \quad (1)$$

Действующая на частицу аэродинамическая сила представлена, прежде всего, силой сопротивления (2). Могут учитываться и другие составляющие – сила Магнуса (с решением дополнительного дифференциального уравнения для скорости вращения частицы), Саффмена, Бассе, Архимеда, присоединенных масс и др. [1], но их роль в течениях газозвеси обычно невелика.

$$F = 3\pi\mu\delta(u - v) \cdot f_D(Re_p) \\ f_D \approx 1 + 0.179\sqrt{Re_p} + 0.013Re_p, \quad Re_p < 6 \cdot 10^3 \quad (2)$$

Для моделирования турбулентной диффузии частиц, мгновенная скорость несущего газа  $u(r,t)$  представляется в виде суммы местной средней скорости и некоторой флуктуации (3). Следуя [5], флуктуация

случайным образом выбирается из нормального распределения с дисперсией, отвечающей турбулентной энергии  $k$  (предполагается, что для описания турбулентности несущей фазы использована  $k$ - $\epsilon$  модель). Турбулентный моль, с которым ассоциируется данная флуктуация, имеет характерный размер  $l_e$  и время жизни  $t_e$  в соответствии с локальными характеристиками турбулентности; константа  $C_T = 0.28$  выбрана из условия совпадения результатов расчета с данными по турбулентной диффузии частиц-маркеров в однородном потоке [8]. Выбранная флуктуация считается неизменной внутри моля в течение времени его жизни; как только время жизни истекает или частица покидает моль, выбирается новая случайная флуктуация.

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}'; \quad \overline{u_i'^2} = \frac{2k}{3}; \quad t_e = C_T \frac{k}{\epsilon}; \quad l_e = t_e \sqrt{\frac{2k}{3}} \quad (3)$$

По результатам расчета большого числа пробных частиц можно найти распределение параметров дисперсной фазы, используя обычные правила осреднения. Например, для определения объемной доли частиц  $\alpha$  нужно просто просуммировать объемы  $V_p$  всех частиц в единице объема, а среднемассовая скорость дисперсной фазы вычисляется как отношение суммарного импульса частиц к их массе:

$$\alpha = \langle V_p \rangle, \quad \bar{\mathbf{v}} = \frac{\langle m\mathbf{v} \rangle}{\langle m \rangle}, \quad \langle \Psi \rangle \equiv \frac{1}{V} \sum_i \Psi_i \Delta N_i \quad (4)$$

Здесь  $\Delta N_i$  – число физических частиц, ассоциированных с пробной частицей; суммирование производится по всем пробным частицам, находящимся в контрольном объеме  $V$  (ячейка расчетной сетки).

Понятно, что для получения статистически установившегося результата число пробных частиц в каждой ячейке должно быть достаточно большим (порядка 100). Это приводит к необходимости

расчета огромного числа частиц (как минимум, на два порядка больше числа ячеек расчетной сетки), что делает метод пробных частиц весьма ресурсоемким как по времени счета, так и по требуемой оперативной памяти.

В случае стационарного течения вычислительные затраты можно значительно уменьшить, т.к. вместо расчета множества одинаковых частиц, движущихся друг за другом вдоль одной и той же траектории, достаточно сосчитать эту траекторию только один раз. При этом вместо пространственного осреднения (4) используется пространственно-временное осреднение (5):

$$\langle \psi \rangle \equiv \frac{1}{V} \sum_j \int_{T_j} \psi_j \eta_j dt \quad (5)$$

Здесь  $T_j$  – время пребывания пробной частицы в ячейке  $V$ ;  $\eta_j$  – числовой поток физических частиц, ассоциированных с пробной частицей (число частиц в единицу времени); суммирование производится по всем траекториям, проходящим через ячейку.

Применение Лагранжева подхода для моделирования поведения частиц вовсе не означает, что следует отказываться от традиционного Эйлера описания несущего газа. В пренебрежении объемной долей частиц, уравнения стационарного движения несущей фазы можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= 0; \quad \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u} + p \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}_t) = \mathbf{F}_p \\ \nabla \cdot \left( \rho \mathbf{u} k - \frac{\mu_t}{\sigma_k} \nabla k \right) &= P - \rho \epsilon + P_p \\ \nabla \cdot \left( \rho \mathbf{u} \epsilon - \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \nabla \epsilon \right) &= \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon 1} P - C_{\epsilon 2} \rho \epsilon + C_{\epsilon 3} P_p) \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнения (6) отличаются от соответствующих «однофазных» уравнений лишь членами межфазного обмена (7), которые определяются по данным расчета дисперсной фазы с использованием пространственно-временного осреднения (5). Учет обратного влияния частиц на поток достигается за счет глобальных итераций.

$$F_p = -\langle \mathbf{F} \rangle; \quad P_p = -\langle \mathbf{u}' \cdot \mathbf{F} \rangle; \quad C_{\varepsilon 3} \approx 1.0 \quad (7)$$

### Программная реализация

Вышеописанная модель, сочетающая лагранжево описание дисперсной фазы и эйлерово представление несущего газа, была реализована в виде двух относительно независимых вычислительных модулей, которые обмениваются данными через файлы. Расчет движения несущей фазы осуществляется при помощи академического программного комплекса *SINF* (*Supersonic to INcompressible Flows*) [9], который обеспечивает моделирование течений жидкости и газа в областях произвольной формы с использованием блочно-структурированных сеток, вписанных в границы расчетной области. Дискретизация уравнений осуществляется по методу конечного объема со вторым порядком точности. В рамках настоящей работы комплекс *SINF* доработан для учета межфазного взаимодействия; соответствующие члены в уравнениях (6) формируются на этапе расчета движения дисперсной фазы.

Расчет траекторий пробных частиц и определение осредненных параметров дисперсной фазы выполняется модулем *PCF* (*Particles in Carrier Flow*). Для численного интегрирования уравнений движения частицы (1) используется схема [10], в которой на каждом шаге по времени строится аналитическое решение локально линеаризованных уравнений; это позволяет выбирать шаг интегрирования вне зависимости от времени релаксации частицы, что особенно важно при рассмотрении

мелких частиц. Для определения параметров несущего газа вдоль траектории пробной частицы используется линейная интерполяция по каждому из индексных направлений.

Поскольку траектории частиц рассчитываются независимо друг от друга, алгоритм легко распараллеливается; кроме того, траектории можно рассчитывать последовательно, одну за другой, что значительно уменьшает объем требуемой оперативной памяти. По мере расчета траектории частицы в каждой из проходимых ячеек накапливается информация, необходимая для получения параметров дисперсной фазы на основе пространственно-временного осреднения (5). В частности, фиксируется время  $T$  пребывания пробной частицы в ячейке, определяется соответствующее ему число физических частиц  $\Delta N = \eta T$ , их суммарная масса, импульс, аэродинамическая сила и т.д.

По окончании работы модуля *PCF* (т.е. после расчета заданного числа пробных частиц), полученные данные о параметрах межфазного взаимодействия могут использоваться модулем *SINF* для уточнения поля течения несущего газа, после чего вновь запускается расчет пробных частиц, вновь корректируется несущий поток и т.д. Как правило, при не слишком высокой загрузке потока (массовая доля частиц до 0.5), для учета влияния дисперсной фазы на течение несущего газа достаточно двух-трех таких глобальных итераций.

### **Результаты расчетов**

Разработанная программа расчета течений газозвеси тестировалась на ряде задач. В частности, была рассчитана диффузия частиц в потоке за турбулизирующей решеткой. Параметры несущего потока задавались в соответствии с данными измерений [11]: скорость потока равна 6.5 м/с (поток направлен вертикально вверх), уровень турбулентности от 1 до 5% (с известным затуханием вниз по потоку). В эксперименте частицы

вводились в поток поштучно, что полностью исключает их влияние на несущий поток; через определенные промежутки времени проводилось фотографирование частиц и по данным для большого числа частиц определялся средний квадрат их поперечного смещения (дисперсия); параметры исследованных частицы приведены в Таблице 1.

Таблица 1. Параметры частиц в эксперименте [11]

Материал частиц	Пористое стекло	Кукурузная пыльца	Литое стекло	Медь
Диаметр, мкм	46.5	87.0	87.0	46.5
Плотность, г/см <sup>3</sup>	0.26	1.0	2.5	8.9
Скорость оседания, см/с	1.67	19.8	44.2	48.3
Число Рейнольдса	0.05	1.10	2.48	1.45

Типичные расчетные траектории тяжелых и легких частиц показаны на рис.1(а,б); разброс траекторий обусловлен случайными флуктуациями скорости несущего потока (3). Видно, что тяжелые частицы (рис.1а) летят более «кучно» и не столь быстро реагируют на скачкообразные изменения скорости потока при переходе частицы из одного «турбулентного» моля в другой. Рис.1в демонстрирует хорошее согласие расчетных и экспериментальных данных по дисперсии частиц всех видов; для получения статистически установившегося решения требовался расчет около 10000 траекторий.

Рис.1

Начальный участок круглой струи, засеянной стеклянными шариками с диаметром 100-110 мкм, исследовался в работе [12]; данные измерений позволили проверить модель пробных частиц при сравнительно высокой загрузке потока ( $LR=1$ , т.е. массовый расход частиц на выходе из сопла равен расходу воздуха). Струя направлена вертикально вниз, диаметр сопла составляет 25.4 мм; на выходе из сопла скорость потока на оси струи равна  $u_{x,0} = 4.2$  м/с, скорость частиц  $v_{x,0} = 3.4$  м/с. Измеренные на

выходе из сопла профили продольной составляющей скорости и концентрации частиц, а также скорости и кинетической энергии турбулентности несущего потока задавались в качестве входных граничных условий для расчета; скорость диссипации грубо (с погрешностью более 50%) оценивалась по величине турбулентных напряжений; за неимением других данных, радиальная составляющая скорости потока и частиц полагалась равной нулю.

Задача решалась в осесимметричном приближении. Всего было рассчитано 13200 траекторий, что обеспечило получение статистически установившихся результатов. На рис.2 и рис.3 полученные распределения основных параметров потока сравниваются с данными эксперимента [12]. Несмотря на некоторую неопределенность входных условий, согласие расчета с экспериментом вполне удовлетворительное, хотя расчет несколько недооценивает интенсивность диффузии частиц и скорость замедления потока на оси струи. Впрочем, это может быть связано не с методом пробных частиц, а с погрешностью расчета несущей фазы на основе стандартной  $k$ - $\epsilon$  модели турбулентности, поскольку, как можно видеть из рис.3, недооценка скорости замедления потока (т.е. интенсивности турбулентной диффузии) имеет место и в отсутствие частиц ( $LR=0$ ). Отметим также, что данные рис.3 свидетельствуют о чрезвычайно сильном влиянии частиц на поток.

Рис.2

Рис.3

Рис.4

В качестве примера применения метода пробных частиц для анализа сложного трехмерного потока, на рис.4 показаны результаты расчета течения газозвеси в модельной конфигурации устройства гомогенного смесеобразования. Устройство состоит из улиточного завихрителя, цилиндрической испарительной камеры, на горячих стенках которой под действием центробежных сил должны оседать капли топлива, и двух отводящих каналов (на рисунке не показаны). Целью исследования

являлась оптимизация геометрии устройства, а также положения форсунки и фракционного состава капель для получения максимально равномерного оседания капель по поверхности испарителя.

Расчеты проводились для полидисперсных капель с диаметром от 1 до 100 мкм; в окрестности форсунки объемная концентрация примеси доходила до 0.5% (массовая доля 80%); всего было рассмотрено более 200000 пробных частиц. Показанные на рис.4 изолинии концентрации капель фракции 1 мкм в четырех сечениях испарительной камеры свидетельствуют, что, несмотря на интенсивное вращение потока, такие мелкие капли почти полностью выносятся из испарителя и не оседают на его стенках. Напротив, капли самой крупной фракции (100 мкм) оседали еще в завихрителе и почти не попадали в испарительную камеру.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта НШ-5917.2008.8 Российской программы поддержки ведущих научных школ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Нигматулин Р.И.** Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978, 336с.
2. **Шрайбер А.А., Гавин Л.Б., Наумов В.А., Яценко В.П.** Турбулентные течения газовзвеси. – Киев: Наукова думка, 1987, 240с.
3. **Волков Э.П., Зайчик Л.И., Першуков В.А.** Моделирование горения твердого топлива. – М.: Наука, 1994. 320 с.
4. **Crowe C.T., Sharma M.P., Stock D.E.** the particle-source-in cell (PSI-CELL) model for gas-droplet flows // ASME Journal of Fluids Engineering, 1977, Vol. 99, No. 2, pp. 325-332.
5. **Gosman A.D., Ioannides E.** Aspects of computer simulation of liquid-fuelled combustors // AIAA Paper 81-0323, 1981 (also: J. Energy, 1983, Vol.7, No.6, p.482-490).
6. **Циркунов Ю.М., Панфилов С.В., Клычников М.Б.** Полуэмпирическая модель ударного воздействия дисперсной частицы примеси с поверхностью,

обтекаемой потоком газозвеси // Инженерно-физический журнал, 1994, т.67, №5-6, с.379-387.

7. **Волков А.Н., Циркунов Ю.М., Семёнов В.В.** Влияние моно- и полидисперсной примеси на течение и теплообмен при сверхзвуковом обтекании затупленного тела потоком газозвеси // Математическое моделирование, 2004, т.16, №7, с.6-12.

8. **Хинце И.О.** Турбулентность. – М.: Физматгиз, 1963. 680 с.

9. **Смирнов Е.М., Зайцев Д.К.** Метод конечных объемов в приложении к задачам гидрогазодинамики и теплообмена в областях сложной геометрии // Научно-технические ведомости, 2004, №2(36), с.70-81.

10. **Balashazy I.** Simulation of Particle Trajectories in Bifurcating Tubes // J. Computational Physics, 1994, Vol.110, Issue 1, pp.11-22.

11. **Snyder W.H., Lumley J.L.** Some measurements of particle velocity auto-correlation functions in a turbulent flow // *J. Fluid Mechanics*, 1971, Vol.48, pt.1, pp.41-71.

12. **Mostafa A.A., Mongia H.C., McDonell V.G., Samuelsen G.S.** Evolution of particle-laden jet flows: A Theoretical and experimental study // *AIAA Journal*, 1989, Vol.27, No.2, pp.167-183.

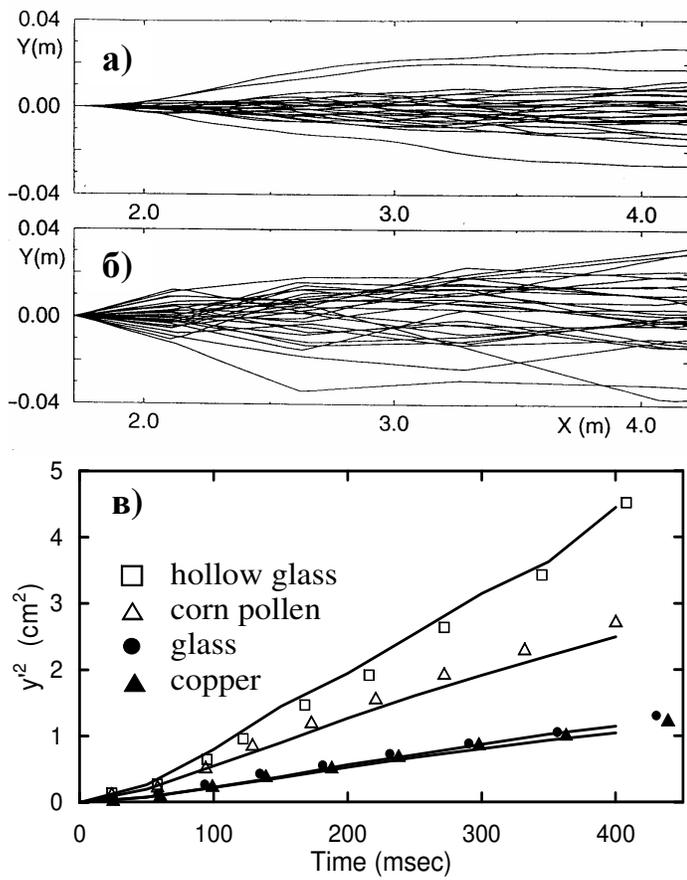


Рис.1. Расчет турбулентной диффузии частиц в однородном потоке: типичные траектории тяжелых (а) и легких (б) частиц, а также расчетные (линии) и экспериментальные (символы) данные по поперечному смещению частиц (в)

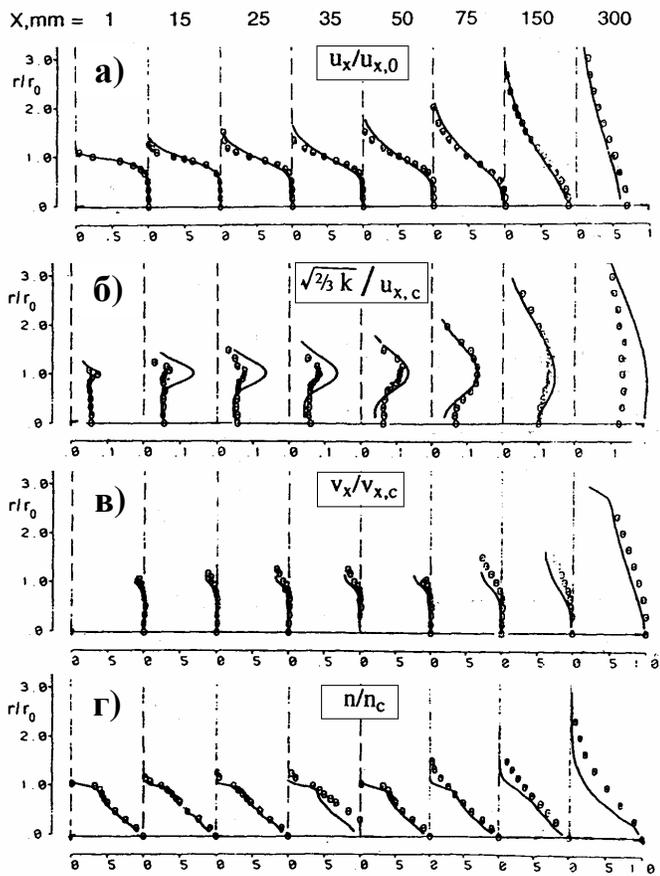


Рис.2. Течение на начальном участке круглой струи: профили рассчитанных (линии) и измеренных (символы) параметров несущего потока (а,б) и частиц (в,г)

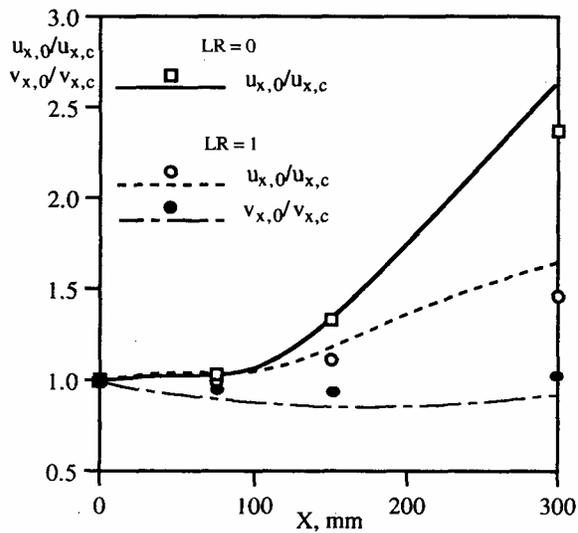


Рис.3. Течение на начальном участке круглой струи: изменение рассчитанной (линии) и измеренной (символы) скорости потока ( $u_x$ ) и частиц ( $v_x$ ) вдоль оси струи

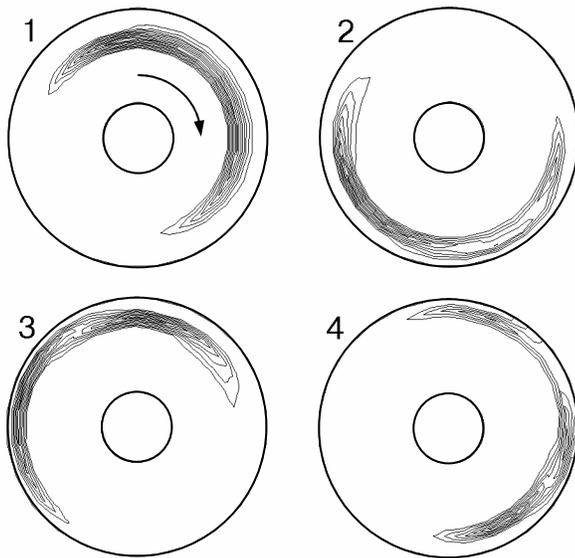
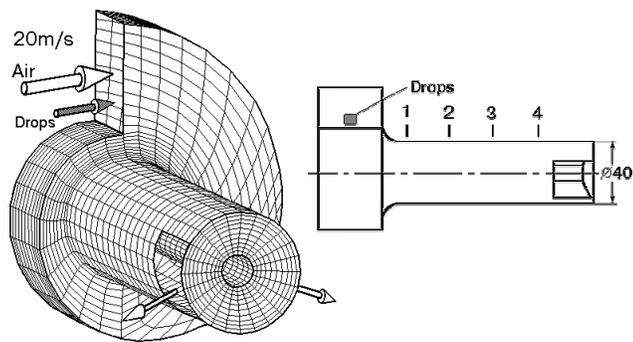


Рис.4. Расчет течения газозвеси в модельной конфигурации устройства гомогенного смесеобразования: схема устройства и изолинии концентрации частиц фракции 1 мкм в четырех сечениях испарительной камеры