

Численное моделирование нестационарных МГД течений в моделях сверхзвуковых входных устройств

Ю.П.Головачев, Ю.А.Куракин, А.А.Шмидт

Введение

Повышение КПД, расширение диапазона летных качеств и снижение стоимости полета являются в настоящее время одними из главнейших задач, стоящих перед разработчиками перспективного гражданского гиперзвукового самолета. В рамках концепции АЯКС [1, 2] с этой целью предлагается идея управлять потоком воздуха на входе в воздухозаборник гиперзвукового самолета с помощью МГД взаимодействия.

Воздухозаборник, являясь составной частью прямоточного реактивного двигателя, призван обеспечить торможение сверхзвукового потока, а также повысить его плотность перед тем как направить в камеру сгорания. Торможение потока за счет ударных волн, как это реализовано в большинстве существующих моделей гиперзвуковых ЛА, приводит к потере полного давления, а также потере кинетической энергии потока на нагрев, что значительно ухудшает характеристики двигателя. Оценки показывают, что применение МГД взаимодействия позволит существенно уменьшить потери, а в перспективе даже преобразовывать часть теряемой кинетической энергии потока в электрическую. С другой стороны, установка МГД секции на входе в воздухозаборник позволит корректировать параметры входного потока при изменении режимов полета ЛА.

Сотрудниками кафедры Гидроаэродинамики СПбГПУ совместно с Физико-Техническим институтом им.А.Ф.Иоффе РАН проводится цикл экспериментальных и численных исследований сверхзвуковых течений низкотемпературной плазмы ксенона в каналах переменного сечения, имитирующих воздухозаборник гиперзвукового самолета, под действием внешних магнитных и электрических полей. По результатам исследований

опубликован ряд статей с описанием разных режимов МГД взаимодействия при различных интенсивностях и конфигурациях электро-магнитных полей [3, 4, 6, 9–12].

В данной статье приводится краткое описание методики численного моделирования такого типа течений, а также пример расчета импульсного режима при включении и выключении электрического тока. Результаты расчета сравниваются с данными эксперимента на установке Малой Ударной Трубы ФТИ им.А.Ф.Иоффе РАН, сделаны оценки характерных времен, а также предположения об основных факторах, определяющих динамику процессов в поле течения.

Постановка задачи

Обычно, говоря об МГД воздухозаборнике, выделяют две основных проблемы [1, 2]: во-первых, предварительная ионизация газа, во-вторых, само МГД течение. В нашем случае ионизация ксенона производится ударной волной внутри ударной трубы, затем полученная плазма разгоняется в сопле до сверхзвуковой скорости с числом Маха порядка $M \approx 4$, после чего попадает в МГД секцию установленного за соплом диффузора (см. Рис. 1.) [3].

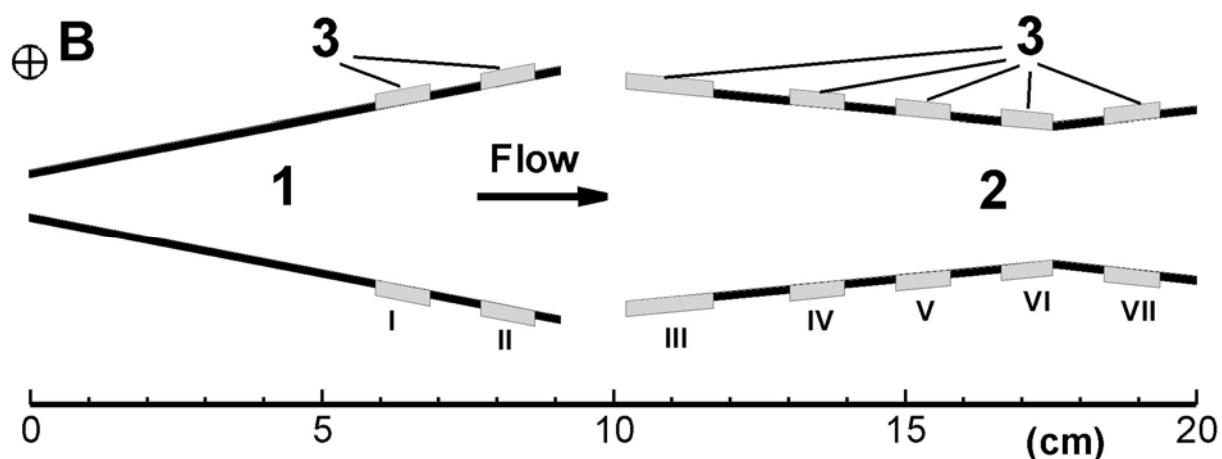


Рис. 1. Схема экспериментальной установки. 1 - сопло, установленное в торце ударной трубы; 2 - диффузор; 3 - электроды; I,II,III,IV,V,VI,VII - номера электродных пар.

За счет большого времени рекомбинации ксенона поток при входе в диффузор еще обладает достаточной степенью ионизации, а следовательно проводимостью, для создания МГД взаимодействия.

На верхней и нижней стенках канала попарно установлены электроды, представляющие собой металлические полосы, вмонтированные в стенки канала (см. Рис. 1.). Импульс электрического тока в описываемом эксперименте пропусклся через III пару. На Рис. 3. показана электрическая схема установки, U_R обозначено напряжение на балластном сопротивлении, позволяющее рассчитать ток в цепи электродов J , U_{AC} - напряжение между электродами III пары, U_{LC} - напряжение на выходе длинной линии, играющей роль источника питания.

Вектор индукции магнитного поля направлен перпендикулярно плоскости течения, так что течение можно считать двумерным. Распределение напряженности магнитного поля показано на Рис. 2. Оно соответствует полю, генерируемому цилиндрической катушкой, установленной на экспериментальной установке.

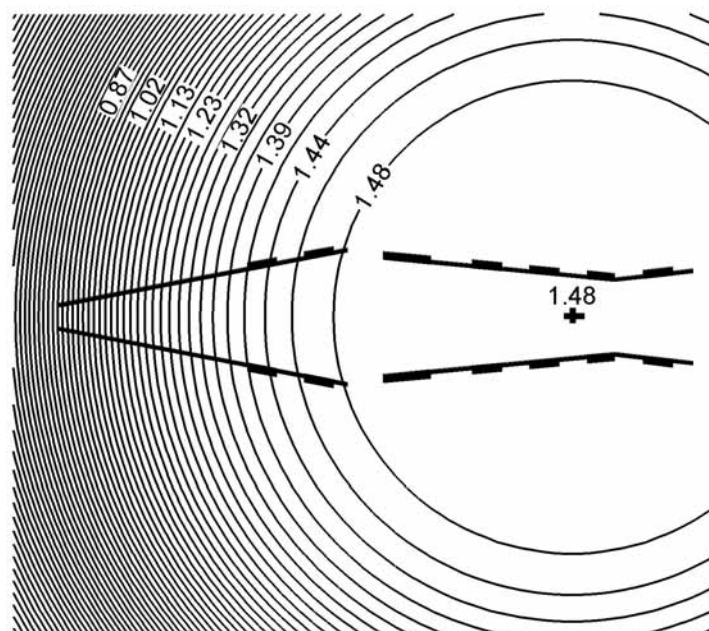


Рис. 2. Распределение магнитного поля. Напряженность магнитного поля указана в Тс.

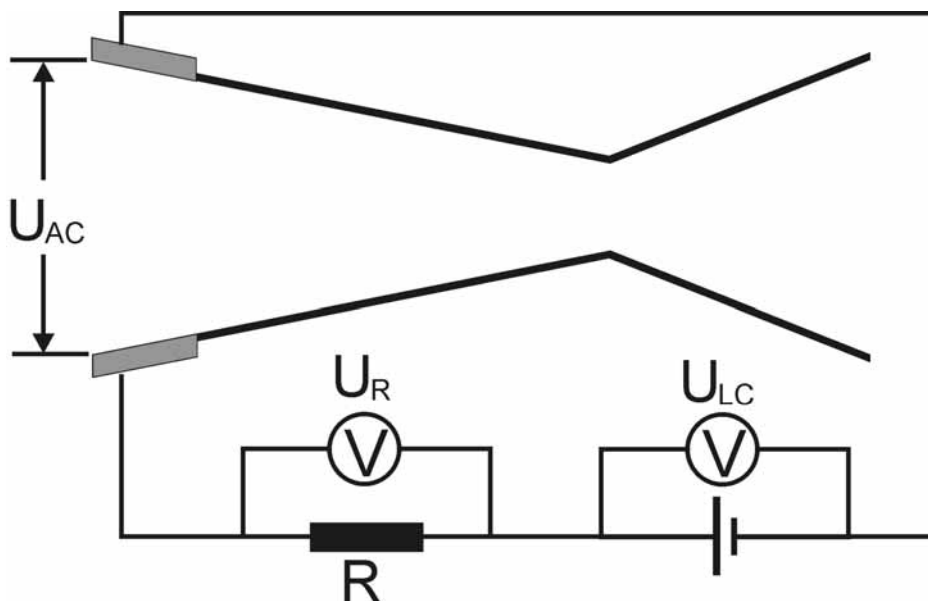


Рис. 3. Электрическая схема экспериментальной установки (показан только диффузор).

Расчет производился для области, состоящей из части сопла, расположенной после критического сечения и диффузора (Рис. 1). Временное распределение величины электрического тока через электроды задавалось соответствующим измеренному в эксперименте, так же как и параметры плазмы в критическом сечении сопла.

Математическая модель

Основные уравнения записаны для квазинейтральной двухтемпературной неравновесной плазмы ксенона [4]. Считалось, что в состав плазмы входят положительные однократно заряженные ионы (i), электроны (e) и атомы (a). Магнито-газодинамическое взаимодействие рассмотрено в рамках МГД-приближения [5], основные соотношения которого имеют вид:

$$l_D \ll L, V_0 \ll c, L/V_0 \gg \omega_p^{-1}$$

что соответствует условиям рассматриваемого течения. Здесь: l_D – Дебаевский радиус, L – характерный масштаб длины, c – скорость света, ω_p – плазменная частота, V_0 – характерный масштаб скорости. В силу малости магнитного числа

Рейнольдса индуцированным магнитным полем пренебрегалось [6]. В модели не учитывались явления вязкости и теплопроводности плазмы.

Система основных уравнений динамики плазмы включает в себя уравнения неразрывности полное и для концентрации электронов, уравнение баланса полного импульса, уравнение баланса полной энергии и уравнение баланса энергии электронов:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V}) = 0$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla(n_e \vec{V}) = \dot{n}_e$$

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V} \vec{V} + p) = \vec{j} \times \vec{B} \quad (1)$$

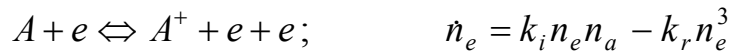
$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} p + \frac{\rho V^2}{2} \right) + \nabla \left[\left(\frac{5}{2} p + \frac{\rho V^2}{2} \right) \vec{V} \right] = \vec{j} \cdot \vec{E} - \dot{n}_e \varepsilon_{ion}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} p_e \right) + \nabla \left(\frac{5}{2} p_e \vec{V} \right) = \vec{V} \cdot \nabla p_e - \dot{n}_e \varepsilon_{ion} + \vec{j} \cdot (\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) - 3 \frac{m_e}{m} k n_e (v_{ei} + v_{ea})(T_e - T)$$

Здесь: \vec{V} – среднемассовая скорость; $\rho = \rho_a + \rho_i + \rho_e$ – плотность плазмы; $p = p_a + p_i + p_e$ – полное давление; n_e – числовая концентрация электронов; k – постоянная Больцмана; $m = m_a \approx m_i$ – масса тяжелой частицы; m_e – масса электрона; \vec{j} – плотность электрического тока; \vec{B} – индукция магнитного поля; \vec{E} – индукция электрического поля; ε_{ion} – энергия ионизации одного атома; \dot{n}_e – числовая скорость образования электронов на единицу объема; v_{ei}, v_{ea} – частоты столкновений электронов с ионами и атомами; T_e, T – температуры электронов и тяжелых частиц.

Выражение для \dot{n}_e дается теорией неравновесной ионизации низкотемпературной плазмы инертных газов предложенной в работе Бибермана и др. [7], основными явлениями, определяющими концентрацию заряженных

частиц выступают ионизация электронным ударом и трехчастичная рекомбинация [5, 7]:



Выражения для констант скоростей реакций k_r , k_i , а также выражения для частот столкновений приведены в [4].

Плотность электрического тока и распределение электрического поля находятся из обобщенного закона Ома [5].

$$\vec{j} + \beta_e \vec{j} \times \vec{b} = \sigma \left(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} + \frac{\nabla p_e}{n_e} \right), \quad \vec{b} = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|}$$

где σ – электрическая проводимость плазмы, β_e – параметр Холла для электронов. При известном распределении магнитного поля \vec{B} , которое считается постоянным во времени, можно записать дополнительные соотношения, вытекающие из закона Максвелла:

$$\nabla \vec{j} = 0, \quad \vec{E} = -\nabla \varphi$$

где φ – потенциал электрического поля. Таким образом, уравнение для электрического потенциала будет иметь вид:

$$\nabla \cdot \left\{ \frac{\sigma}{1 + \beta_e} \left[-\nabla \varphi + \vec{V} \times \vec{B} + \frac{\nabla p_e}{en_e} - \beta_e \left(-\nabla \varphi + \vec{V} \times \vec{B} + \frac{\nabla p_e}{en_e} \right) \times \vec{b} \right] \right\} = 0 \quad (2)$$

При постановке граничных условий на входе в сопло задаются все параметры плазмы, на твердых стенках ставится условие непротекания, на выходных границах задаются мягкие граничные условия типа $\partial f / \partial x = 0$. При решении уравнения для потенциала задавалась величина полного электрического тока через электроды.

Численный метод.

Расчетная область с помощью регулярной двумерной расчетной сетки разбивается на ячейки. Распределение функций внутри ячейки считается постоянным, равным значению в её центре.

Метод решения уравнения для потенциала электрического поля (2) в общем виде описан в [8]. При дискретизации уравнение (2) записывалось в интегральном виде применительно к ячейке расчетной сетки, при этом объемный интеграл от ∇j по объему ячейки переходит в интеграл по её поверхности (граням). Все параметры на гранях ячеек аппроксимировались со вторым порядком точности. Алгебраические соотношения, определяющие полный ток через электроды решались совместно с основной системой уравнений [8]. Для обращения матрицы коэффициентов использован алгоритм блочной матричной прогонки.

Метод расчета конвективных потоков в системе уравнений динамики плазмы основан на явной схеме конечных объемов повышенного разрешения годуновского типа. Записывая уравнения (1) в векторной форме и интегрируя по объему ячейки расчетной сетки можно записать:

$$\frac{1}{V} \left(\frac{\partial}{\partial t} \int_V U \cdot dV + \oint_S \vec{F} \cdot \vec{n} \cdot dS \right) = R$$

$$U = \left\{ \rho, n_e, \vec{V}, \frac{3}{2} p + \frac{\rho \vec{V}^2}{2}, \frac{3}{2} p_e \right\}^T ; \quad (3)$$

$$\vec{F} = \left\{ \rho \vec{V}, n_e \vec{V}, \vec{V} \cdot \vec{V} + p, \left(\frac{5}{2} p + \frac{\rho \vec{V}^2}{2} \right) \vec{V}, \frac{5}{2} p_e \vec{V} \right\}^T$$

вектор-столбец R включает в себя правые части уравнений (1). Здесь: V – объём ячейки, S – поверхность ячейки, \vec{n} – единичный вектор нормали к поверхности S . Потоки через грани ячеек ($\vec{F} \cdot \vec{n}$) находятся из решения задачи о распаде произвольного газодинамического разрыва. Вся процедура имеет 2-й порядок

точности по пространству и удовлетворяет условию TVD, что обеспечивает монотонность получаемого решения.

Подставляя полученные на известном временном слое значения потоков в уравнение (3), можно записать:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{V} \oint_{\mathbf{V}_S} \vec{F} \cdot \vec{n} \cdot dS + R$$

Это уравнение решается по простейшей 2-х слойной неявной схеме.

В целом, метод обладает свойством консервативности и относится к классу т.н. “методов сквозного счета”, что является необходимым свойством при расчетах сверхзвуковых течений с различными неоднородностями, разрывами, ударными волнами. Детальное описание метода приводится в [4].

Результаты

Параметры плазмы в критическом сечении сопла были следующие:

$$M = 1.00, \quad T = 7700 \text{ K}, \quad T_e = 8700 \text{ K}, \quad \alpha = 0.013, \quad n_a + n_i = 9.0 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3},$$

где M - число Маха, рассчитанное по среднемассовой скорости плазмы и температуре тяжелых частиц; $\alpha = n_e / (n_a + n_i)$ - степень ионизации.

Начало импульса электрического тока через электроды соответствует моменту приблизительно $200 \mu\text{s}$ после запуска сопла, когда течение в канале можно считать установившемся. Графики изменения во времени напряжений, измеренных в ходе эксперимента после начала импульса представлены на Рис. 4. Они состоят из переднего фронта, когда ток возрастает ($\sim 50 \mu\text{s}$ длит.), затем горизонтальной части, во время которой ток примерно постоянен ($\sim 180 \mu\text{s}$ длит., $J \approx 390 \text{ A}$), затем заднего фронта, когда ток спадает ($\sim 80 \mu\text{s}$ длит.) и, наконец, части с нулевым током примерно после $260 \mu\text{s}$ от начала импульса.

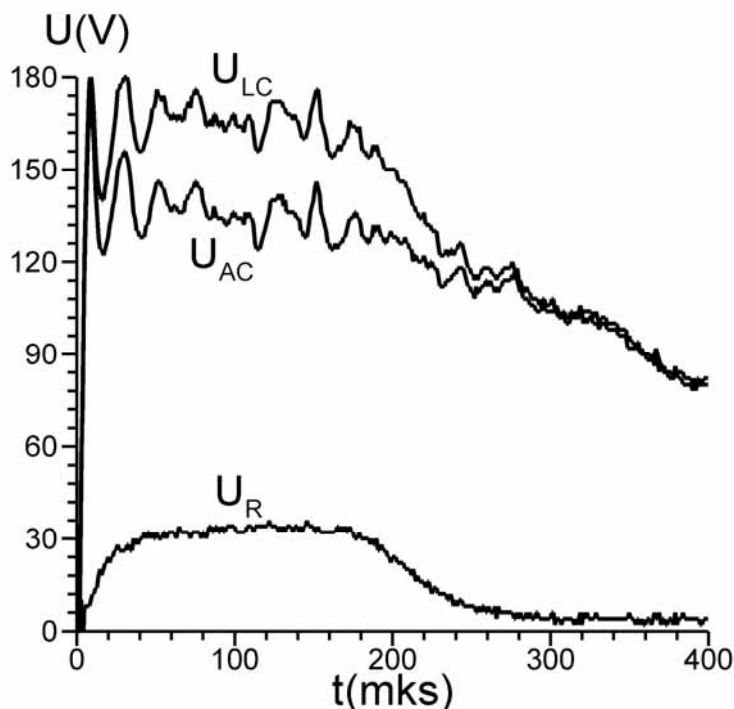


Рис.4. Экспериментальное распределение напряжений. U_{LC} - напряжение на выходе длинной линии, U_{AC} - напряжение на электродах, U_R - напряжение на балластном сопротивлении.

На Рис. 5, 6 показаны распределения основных параметров плазмы в момент времени $t = 0$, а также в момент $t = 120\mu\text{s}$, когда течение можно считать установившемся при токе $J \approx 390\text{A}$. Наличие электрического тока, проходящего через плазму, приводит к появлению области с повышенной электронной температурой, расположенной между электродами, а также к увеличению электрической проводимости плазмы в этой области. Особенно этот эффект проявляется в непосредственной близости к электродам, в частности, локальный нагрев плазмы около нижнего электрода приводит к прогибанию нижнего (присоединенного к нижней стенке) скачка уплотнения (см. Рис. 6). Джоулево тепловыделение в купе с пондеромоторной силой, направленной против потока, приводят к торможению потока и смещению точки пересечения косых ударных волн вверх по потоку (см. Рис. 5, 6.)

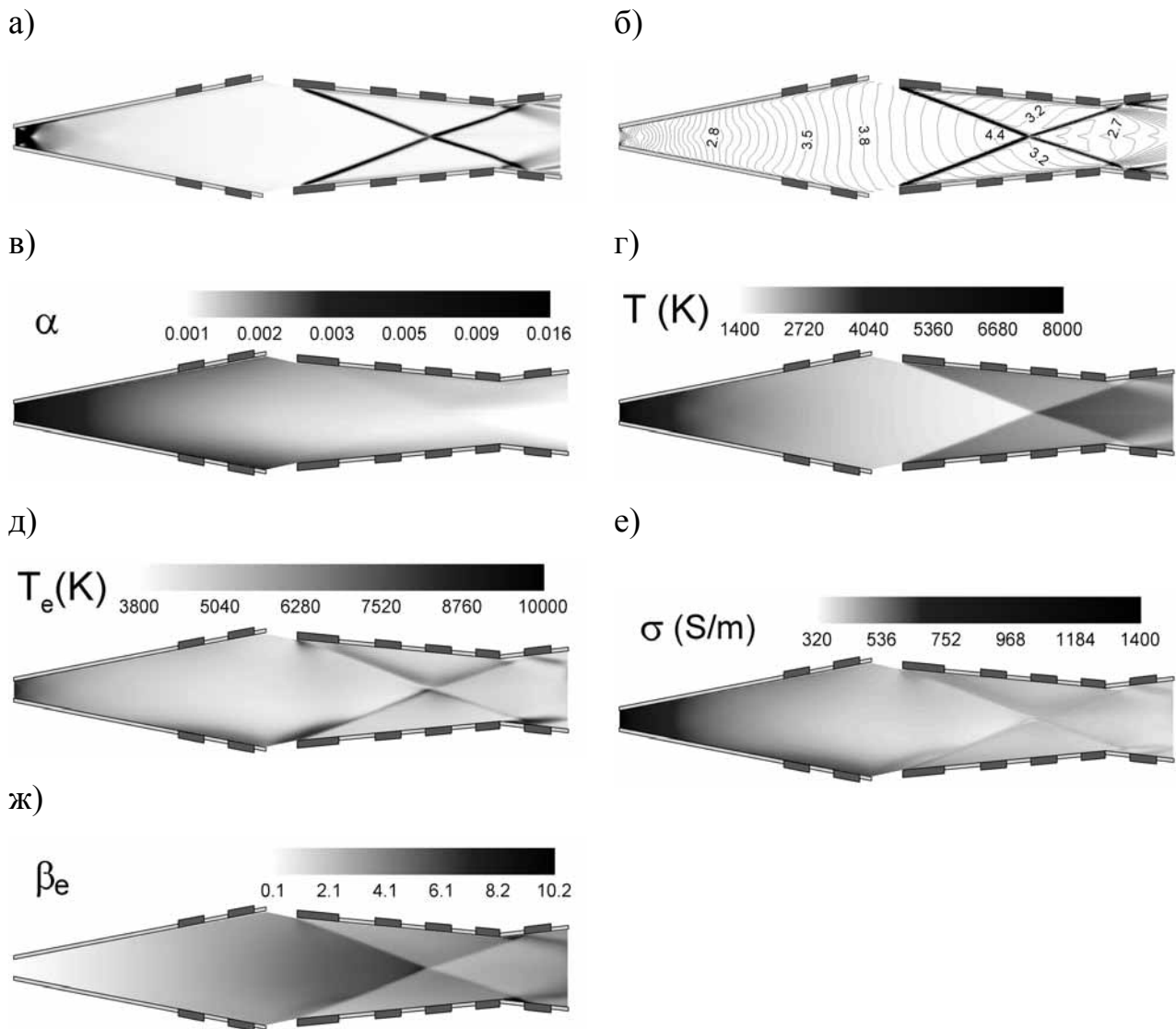


Рис. 5. Распределения параметров плазмы при, $t = 0$, $J = 0$. Теневая картина течения (а), число Маха (б), степень ионизации (в), температура тяжелых частиц T (г), температура электронов T_e (д), проводимость плазмы σ (е), параметр Холла для электронов β_e (ж).

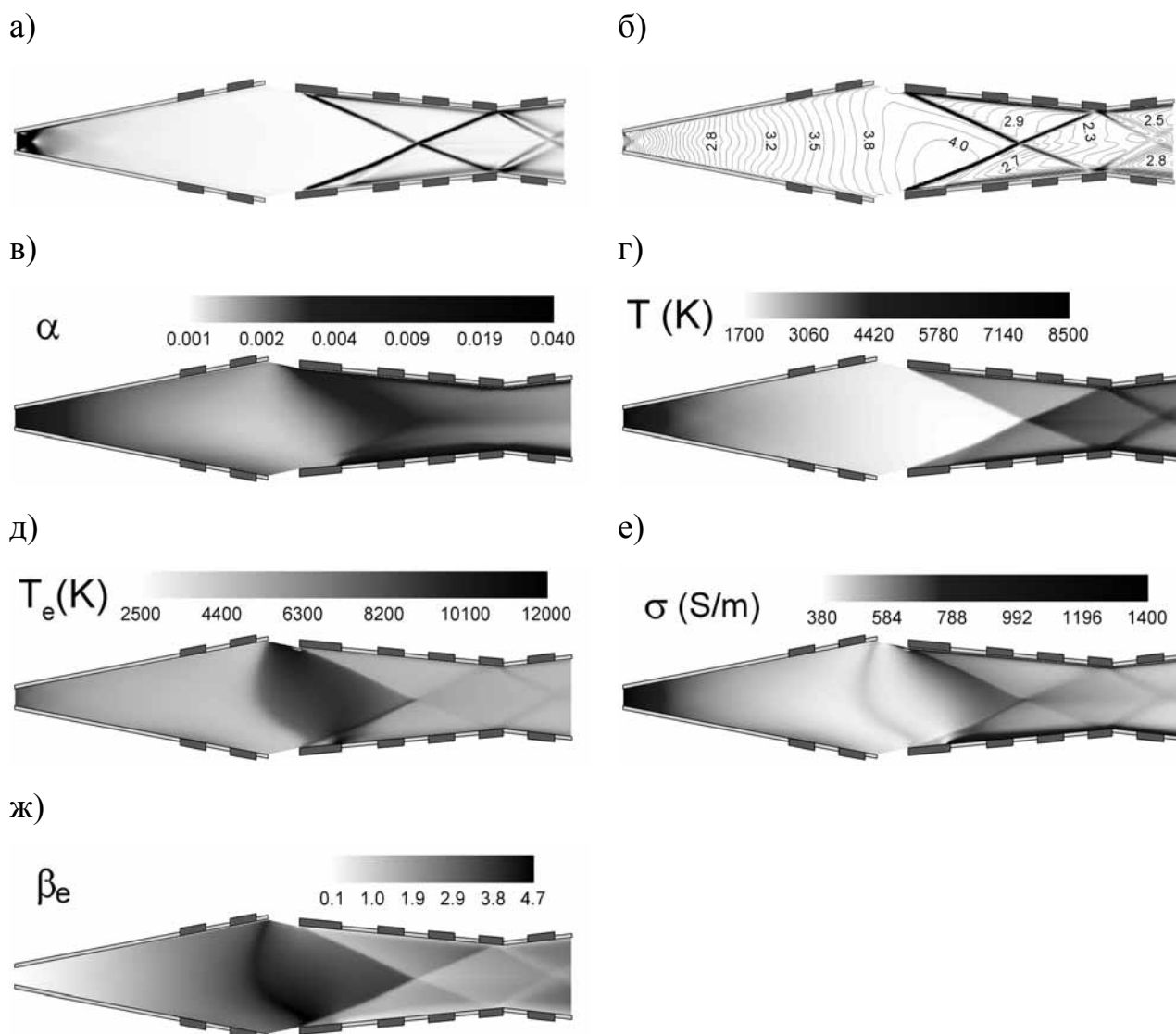


Рис. 6. Распределения параметров плазмы при, $t = 120\mu\text{sec}$, $J = 390\text{A}$. Теневая картина течения (а), число Маха (б), степень ионизации (в), температура тяжелых частиц T (г), температура электронов T_e (д), проводимость плазмы σ (е), параметр Холла для электронов β_e (ж).

Полученные в расчетах распределения напряжения на электродах U , смещения точки пересечения скачков относительно начального положения ΔX_{sh} , а также, суммарной проводимости плазмы $\Sigma = 1/R$, где R - сопротивление межэлектродного промежутка, показаны на Рис. 7. Соответствующее

распределение электрического тока через электроды J было взято из эксперимента. На рисунке видно, что изменение тока J запаздывает по сравнению с изменением приложенного напряжения U , что объясняется изменением суммарной проводимости Σ . Изменение же ударноволновой конфигурации происходит еще позже, что видно по отставанию момента прихода точки пересечения скачков в стационарное положение от момента выхода J на постоянное значение $J = 390\text{A}$ или $J = 0$. Эта задержка определяется, по-видимому, временем пролета плазмы от области МГД взаимодействия, расположенной вблизи III пары электродов около входа в диффузор, до области взаимодействия ударных волн.

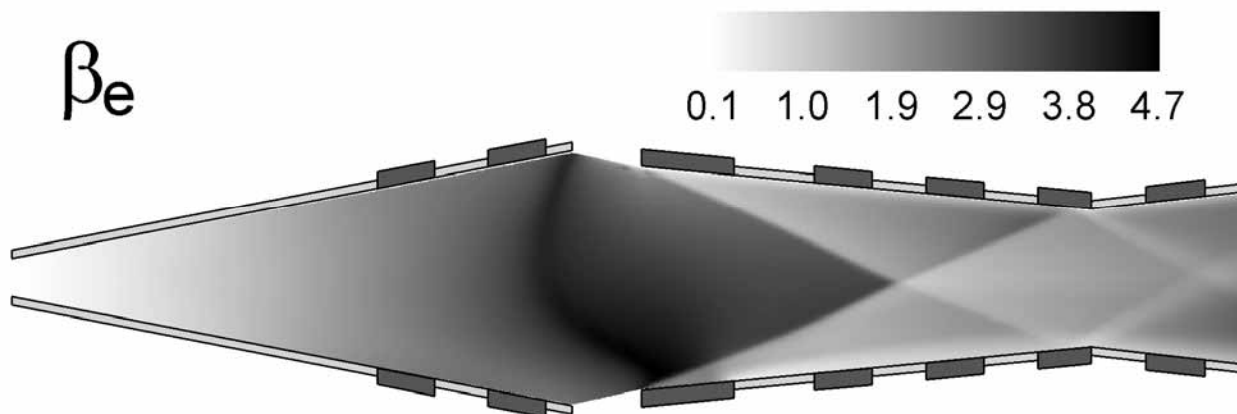
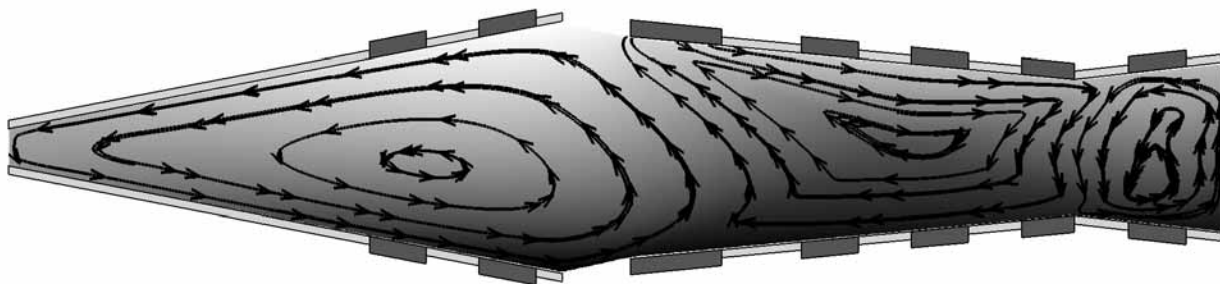


Рис. 7. Изменение во времени электрического тока через электроды J , напряжения на электродах U , смещения точки пересечения ударных волн относительно начального положения ΔX_{sh} , суммарной проводимости плазмы Σ .

На Рис. 8 даны распределения потенциала электрического поля, а также линии электрического тока при $t = 0$ и при $t = 120\mu\text{s}$. Вихревые токи на Рис. 8 (а) индуцированы внешним магнитным полем. При сравнении Рис. 7 и Рис. 8 (б) видно, что электрический ток, проходящий через плазму, локализован в достаточно узкой области между электродами (соответствует области повышенной электронной температуры и повышенной проводимости на Рис. 6). Эту область можно условно разделить на 2 части, расположенную выше по потоку, в которой происходит предварительный разогрев электронной

компоненты, а также части ниже по потоку с высокой локальной проводимостью. Толщина первой части есть, по-видимому, расстояние, которое пролетает плазма за время необходимое для увеличения степени ионизации, и как следствие, увеличения проводимости. Толщина второй части определяется, видимо, геометрией области, занимаемой электрическим током, а также процессом передачи тепла от электронов к тяжелым частицам. Дальнейшее сравнение графиков на Рис. 7 показывает, что величина запаздывания изменения суммарной проводимости от изменения электрического тока заметно меньше величины запаздывания изменения положения точки пересечения скачков.

а)



б)

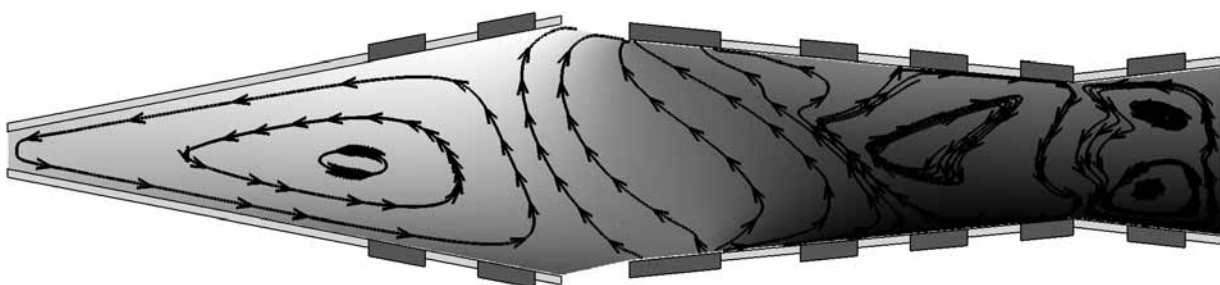


Рис. 8. Распределение потенциала электрического поля и линии электрического тока. $t = 0, J = 0$ (а); $t = 120\mu\text{sec}, J = 390\text{A}$ (б).

На Рис. 9 приведено сравнение расчетных и экспериментальных распределений напряжений на электродах. В начальный момент времени значение напряжения, полученное в расчетах соответствует собственной ЭДС

МГД канала, причем на протяжении всего времени оно остается отрицательным, что свидетельствует от том, что канал работает в режиме МГД генератора. Из Рис. 9 видно, что в одни и те же моменты времени экспериментальное значение напряжения выше чем расчетное, что можно объяснить наличием пристеночных эффектов, сопровождающих реальное течение плазмы. У поверхности электродов имеется холодный пограничный слой плазмы с низкой, или даже нулевой проводимостью, поэтому, для того чтобы его “пробить” в эксперименте приходится прикладывать дополнительное внешнее напряжение от источника питания, и даже после пробоя на пограничном слое происходит значительное падение напряжения. Частичное подтверждение этого факта можно видеть на Рис. 4, где в момент времени $t = 300\mu\text{s}$ электрический ток через электроды уже равен нулю при ненулевом значении приложенного к электродам напряжения, его значение приблизительно равняется 100В.

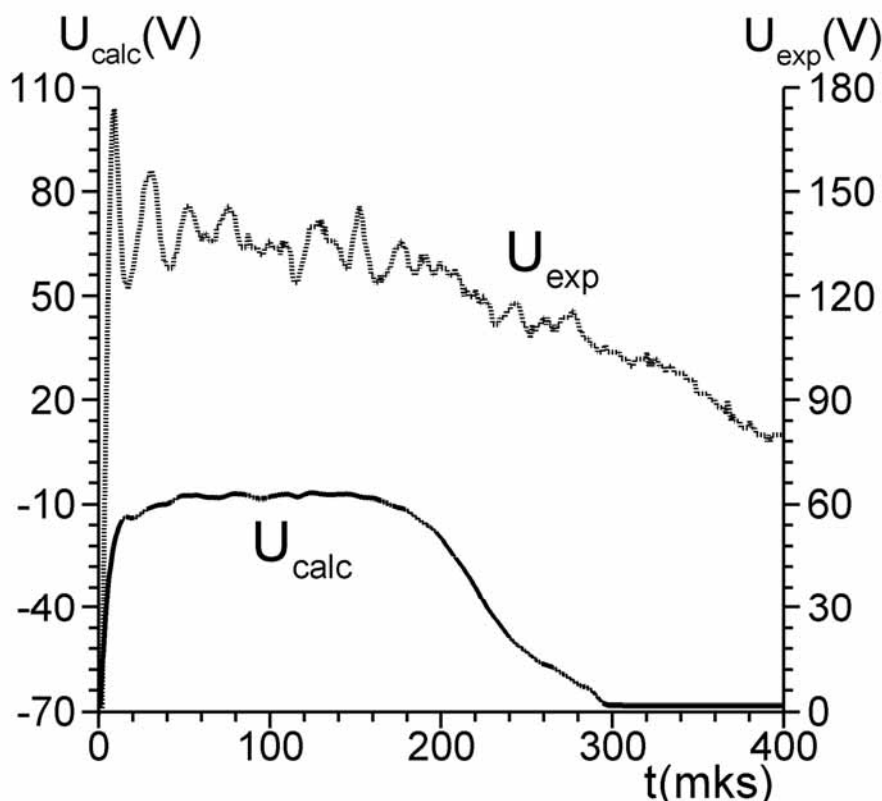


Рис. 9. Сравнение расчетных U_{calc} и экспериментальных U_{exp} изменений значений напряжения на электродах.

Заключение

В работе предложена методика расчета МГД течения слабоионизованной плазмы в моделях входных устройств гиперзвукового самолета.

Сравнение экспериментальных и расчетных данных показывает существенную роль пристеночных эффектов, очевидным недостатком предлагаемой модели является то, что эти эффекты в ней не учитываются. Однако, оценки реальных условий показывают оправданность такого упрощения. Дело в том, что линейные размеры самолета на порядки больше размеров экспериментальной установки, поэтому пристеночные эффекты в реальных воздухозаборниках уже не будут играть такой роли, а основные события будут разворачиваться в ядре потока.

Анализируя результаты вычислений, можно видеть, что область МГД взаимодействия имеет небольшую протяженность, что дает, таким образом, возможность весьма компактно воздействовать на поток. Особое значение этот факт приобретает тогда, когда приходится иметь дело с течениями очень слабоионизованного газа с малым временем рекомбинации, например воздухом. В этом случае необходимо производить дополнительную ионизацию газа непосредственно перед областью МГД взаимодействия, поэтому, чем короче эта область, тем эффективнее и экономичнее будет воздействие.

Переход на импульсный режим работы может стать дальнейшим шагом в сторону повышения КПД МГД воздухозаборника. Предполагается, что более мощное, но кратковременное и периодическое МГД воздействие позволит уменьшить потери энергии, например, на предварительную ионизацию, или джоулево тепловыделение. Дополнительное преимущество состоит в возможности использования импульсных механизмов предварительной ионизации, например кратковременных разрядов [3, 9].

Анализ одиночного импульса показывает, в частности, что характерное время изменения проводимости плазмы под действием электрического тока мало по сравнению с характерным гидродинамическим временем течения. В то

же время, структура течения обладает некоторой инертностью по отношению к изменению электро-магнитного поля [9]. Определяющим скоростью процессов фактором в данном случае является именно характерное газодинамическое время течения. Это позволяет рассчитывать, с одной стороны, на быстрый «отклик» плазмы при включении электрического тока, а с другой стороны на то, что поток плазмы будет сохранять память о воздействии в течении времени между импульсами. При этом частота следования импульсов должна быть достаточно большой для сохранения необходимой конфигурации течения.

Работа поддержана грантами МНТЦ-2009р и РФФИ-03-01-00449.

Литература

- [1] E.P.Gurijanov and P.T.Harsha // AJAX: New Directions in Hypersonic Technology. AIAA Paper 96–4609.
- [2] D.I.Brichkin, A.L.Kuranov, E.G.Sheikin // AIAA Paper 98–1642.
- [3] S.V.Bobashev, A.V.Erofeev, T.A.Lapushkina, S.A.Poniaev, R.V.Vasil'eva and D.M. Van Wie // Experiments on MHD Control of Attached Shocks in Diffuser. AIAA Paper 2003–0169.
- [4] Yu.P.Golovachov, Yu.A.Kurakin, A.A.Schmidt, D.M.Van Wie // Numerical Investigation of MGD Interaction in Non-Equilibrium Plasma Flows in the Models of Supersonic Intakes. AIAA Paper 2001–2883
- [5] M.Mitchner, C.H.Kruger Jr // Partially Ionized Gases. Willey & Sons, 1973
- [6] Yu.P.Golovachov, S.Yu.Sushchikh // Numerical Simulation of MGD Flows in Supersonic Inlets. AIAA Paper 2000–2666.
- [7] Л.М.Биберман, В.С.Воробьев, И.Т.Якубов // Кинетика низкотемпературной неравновесной плазмы. М.: Наука. 1982.
- [8] В.А.Битюрин // Эффекты неоднородности в линейных МГД каналах. Дисс. на соиск. д.ф.-м.н., Москва, 1994.

- [9] S.V.Bobashev, A.V.Erofeev, T.A.Lapushkina, S.A.Poniaev, R.V.Vasil'eva, D.M.Van Wie // Non-stationary Aspects of Electric and Magnetic Fields Action on Shocks in Diffuser. AIAA Paper 2002–2164.
- [10] Yu.P.Golovachov, S.V.Bobashev, V.G.Maslennikov, V.A.Sakharov, S.Yu.Sushchikh, Yu.A.Kurakin, A.A.Schmidt, K.Yu.Treskinskii, D.M.Van Wie // Interaction of supersonic flow of xenon with magnetic field. AIAA Paper 2001–2879.
- [11] Yu.P.Golovachov, Yu.A.Kurakin, A.A.Schmidt, D.M.Van Wie // Numerical investigations of MGD interaction in non-equilibrium plasma in the models of supersonic inlets. Proc. of the 3rd Workshop on Magneto-Plasma-Aerodynamics in Aerospace Applications, Moscow, 24-26 April, 2001.
- [12] Yu.P.Golovachov, S.V.Bobashev, D.M.Van Wie // Deceleration of supersonic flow by the applied magnetic field. AIAA Paper 2002–2247.
- [13] Yu.P.Golovachov, Yu.A.Kurakin, A.A.Schmidt, D.M.Van Wie // Numerical simulation of non-equilibrium MGD flows in supersonic intakes. Comput. Fluid Dynamics Journal, Vol. 11, No. 4, 2003.