



**ПОЛИТЕХ**  
Институт прикладной  
математики и механики



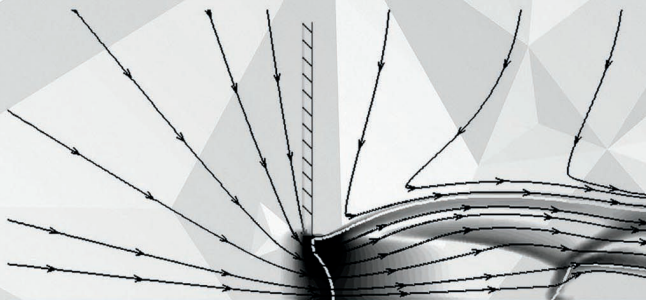
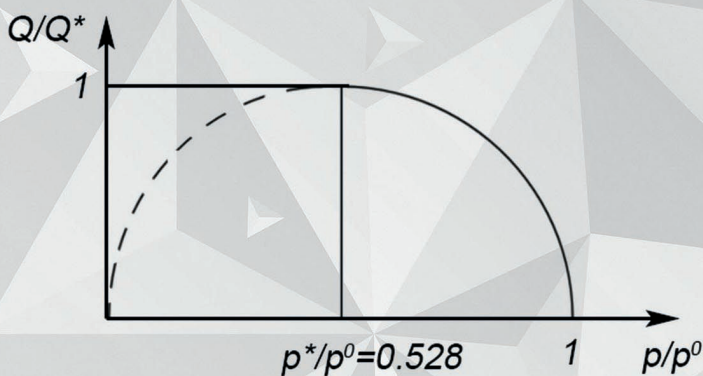
**ПОЛИТЕХ**  
Санкт-Петербургский  
политехнический университет  
Петра Великого



**ПОЛИТЕХ-ПРЕСС**

# РАСХОДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОТВЕРСТИЙ И ДЛИННЫХ ТРУБОК ПРИ ТЕЧЕНИИ СЖИМАЕМОГО ГАЗА

Методические указания



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО

---

# РАСХОДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОТВЕРСТИЙ И ДЛИННЫХ ТРУБОК ПРИ ТЕЧЕНИИ СЖИМАЕМОГО ГАЗА

Методические указания



**ПОЛИТЕХ-ПРЕСС**

Санкт-Петербургский  
политехнический университет  
Петра Великого

Санкт-Петербург

2020

ББК 31.32(075.4)  
P24

**Расходные характеристики отверстий и длинных трубок при течении сжимаемого газа** : метод. указания / сост.: Е. В. Колесник, С. В. Булович, В. В. Григорьев. – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2020. – 47 с.

Методические указания содержат теоретическое обоснование явлений, происходящих при наполнении газом вакуумируемой емкости из атмосферы через отверстия и трубки различных геометрических параметров. Изложена методика расчета одномерного установившегося течения вязкого газа по длинным цилиндрическим трубкам. Описана экспериментальная установка и подробно изложена методика проведения экспериментальной работы с последующей обработкой опытных данных.

Печатается по решению  
Совета по издательской деятельности Ученого совета  
Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

ISBN 978-5-7422-6914-4

© Санкт-Петербургский политехнический  
университет Петра Великого, 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1. Расчет газодинамических функций по методу сосредоточенных параметров и одномерной теории .....	6
1.1. Расчет состояния газа в емкости по методу сосредоточенных параметров.....	6
1.2. Расчет расхода и полной энтальпии газа при поступлении в емкость через отверстие.....	8
1.3. Расчет установившегося течения вязкого газа в канале по одномерной теории .....	11
1.3.1. Адиабатический режим течения газа в трубе.....	17
1.3.2. Изотермический режим течения газа в трубе.....	22
2. Экспериментальное исследование расходных характеристик отверстий и длинных трубок .....	26
2.1. Описание экспериментальной установки .....	26
2.2. Программа экспериментальной работы .....	29
2.3. Порядок выполнения экспериментов .....	29
2.4. Обработка опытных данных и сопоставление их с элементарной теорией.....	36
2.4.1. Калибровочные кривые .....	36
2.4.2. Обработка опытов с отверстиями.....	40
2.4.3. Обработка опытов с трубками .....	42
2.5. Указания к составлению отчета .....	45
Список литературы.....	46

## **Введение**

Изучение простой одномерной теории движения вязкого газа в каналах является интересным и практически важным примером применения законов сохранения массы, импульса и энергии, а также является необходимым этапом освоения классической газовой динамики. Сопоставление данных расчетов с результатами экспериментальных исследований повышает эффективность освоения теории.

Экспериментальное оборудование Высшей Школы Прикладной Математики и Вычислительной Физики (ВШПМиВФ) ИПММ позволяет относительно простыми средствами исследовать расходные характеристики отверстий и каналов при истечении воздуха из атмосферы в большую, предварительно вакуумированную камеру. Рассматривая набор различных сочетаний диаметров и протяженностей каналов (в том числе и нулевой длины, т.е. отверстий), можно установить закономерности влияния геометрических параметров на расход газа. Используя значительные начальные перепады между давлением в емкости и давлением в атмосфере, можно получить представление о таком явлении, как запираание потока, которое характерно для сжимаемых течений при критическом и сверхкритическом перепаде давлений. Для этой цели проводятся замеры изменения значений газодинамических функций (давления и температуры) в предварительно вакуумированной емкости при её заполнении газом через различные отверстия и каналы. Показания дифференциальных датчиков давления, расположенных на участках труб разного диаметра, позволяют

получить общее представление о законах гидравлического сопротивления. На этой основе и создана лабораторная работа.

Для лучшего понимания полученных результатов и интерпретации экспериментальных данных привлекается простая одномерная теория, позволяющая проиллюстрировать применение законов сохранения массы, импульса и энергии для данного класса течений. Обнаружение тех или иных закономерностей, теоретическое и экспериментальное исследование различных режимов (закритического, критического и докритического) течения газа через отверстия и в протяженных каналах являются важными аспектами в изучении курса газовой динамики.

## **1. Расчет газодинамических функций по методу сосредоточенных параметров и одномерной теории**

### **1.1. Расчет состояния газа в емкости по методу сосредоточенных параметров**

Проведем оценку термодинамического состояния газа в емкости методом сосредоточенных параметров. Будем считать, что емкость адиабатически изолирована от окружающего пространства. Несмотря на то, что газ поступает в емкость с определенной скоростью, считаем, что движением газа в емкости можно пренебречь. Тогда его состояние в емкости будет описываться значениями средних по объему заторможенных параметров: давлением, температурой и плотностью. Безусловно, при закритическом режиме поступления газа в емкость в окрестности отверстия возникают значительные неоднородности в распределении статических газодинамических функций, которые вызваны образованием сверхзвуковых зон и торможением газа в скачках уплотнения. Однако известно, что в скачках уплотнения малой интенсивности не происходит заметных потерь полного давления, а полная температура газа на скачках уплотнения сохраняет свое постоянное значение. Таким образом, изменение термодинамических функций заторможенного газа сопряжено только с поступлением в емкость массы газа определенной температуры. Для определения этих функций при натекании газа в емкость воспользуемся законами сохранения массы и энергии (при этом замыкание системы уравнений обеспечивается термодинамическим и калорическим уравнениями состояния). Для определения термодинамических

функций служит система уравнений (1.1), получающаяся после подстановки уравнений состояния в законы сохранения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial(\rho_b V)}{\partial t} = Q(t) \\ \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\partial(p_b V)}{\partial t} = Q(t)H(t) . \\ T_b = \frac{R\rho_b}{p_b} \end{array} \right. \quad (1.1)$$

Здесь  $V$  – объем емкости;  $\rho_b, p_b, T_b$  – плотность, давление и температура заторможенного в емкости газа;  $R = 287$  Дж/(кг·К) – газовая постоянная для воздуха;  $\gamma = 1.4$  – показатель адиабаты;  $Q(t)$  и  $H(t)$  – расход газа и полная энтальпия газа, поступающего в емкость через отверстие или трубку.

Эти уравнения позволяют определить значения термодинамических функций в емкости при условии, что функции  $Q(t)$  и  $H(t)$  в правых частях дифференциальных уравнений системы уравнений (1.1) известны. Заметим, что для рассматриваемого круга явлений полная энтальпия газа  $H(t)$ , поступающего в емкость из окружающего пространства, может изменяться только при учете теплообмена в трубке. Во всех остальных случаях она сохраняет постоянное значение, равное  $c_p T^0$ , где  $T^0$  – температура окружающей среды,  $c_p = 1004.5$  Дж/(кг·К). Значение расхода газа  $Q(t)$  зависит от режима течения. Для закритического режима течения эта величина постоянна и зависит от ряда параметров, которые будут установлены в разделах 1.2 и 1.3; для докритического режима течения к этим параметрам, влияющим на величину расхода,



добавляется еще один – противодействие, т.е. текущее значение давления газа в емкости  $p_b$ .

## 1.2. Расчет расхода и полной энтальпии газа при поступлении в емкость через отверстие

При затекании газа в емкость через отверстие реализуется сложная структура течения, в которой можно выделить следующие области: конфузорное подтекание газа к отверстию (течение к точечному стоку) и струйное течение газа в емкости за отверстием. При закритическом режиме течения в дозвуковой части происходит разгон газа до числа Маха равного 1. Все газодинамические функции в непосредственной окрестности отверстия достигают критических значений, в том числе и статическое давление. Его уровень определяется только давлением торможения во внешнем пространстве (атмосфере). В емкости за отверстием происходит дальнейший разгон газа в недорасширенной струе и последующее его торможение в скачках уплотнения. Окончательное торможение газа происходит за счет сил вязкости. Обратим внимание на то, что при этом режиме течения противодействие газа в емкости  $p_b$  не оказывает влияние на величину расхода, а само значение расхода газа принимает максимальное значение и характеризуется как критическое. Схема течения газа в окрестности отверстия при закритическом режиме приведена на рис. 1.

При докритическом режиме течения в области подтекания газ также разгоняется, но значение числа Маха, характеризующее уровень достигнутой скорости, остается всегда меньше единицы. Статическое давление поступающего в емкость газа снижается до  $p_b$  – текущего значения уровня давления в емкости, т.е. в

докритическом режиме течения этот параметр оказывает прямое влияние на величину расхода газа. Чем ближе значение давления газа в емкости к атмосферному, тем меньше значение расхода газа через отверстие. В емкости за отверстием струйное течение происходит с дозвуковым уровнем величины скорости, при этом торможение газа осуществляется за счет диссипативных процессов, обусловленных вязкостью среды.

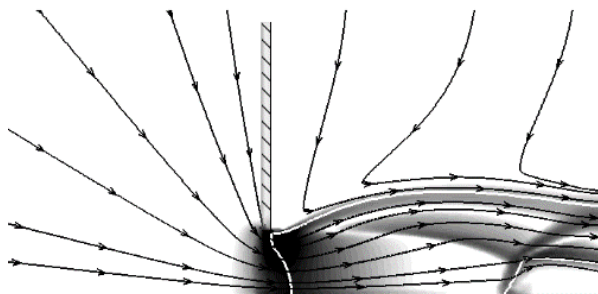


Рис. 1. Поле течения в окрестности отверстия при закритическом затекании: линии тока и поле модуля градиента плотности, белой линией показана звуковая линии  $M = 1$

Проведем оценки термогазодинамического состояния газа в конфузорной части движения, воспользовавшись изоэнтропическими формулами (1.2), где  $u$ ,  $T$ ,  $a$ ,  $\rho$ ,  $p$  – скорость, температура, скорость звука, плотность и давление;  $a^0$ ,  $T^0$ ,  $\rho^0$ ,  $p^0$  – скорость звука, температура, плотность и давление окружающей среды;  $\lambda = u/a^*$  – скоростной коэффициент;  $\gamma = 1.4$  – показатель адиабаты.

$$a^* = a^0 \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.2a)$$

$$T = T^0 \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right), \quad (1.2b)$$

$$u = a^0 \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.2c)$$

$$a = a^0 \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.2d)$$

$$\rho = \rho^0 \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}, \quad (1.2e)$$

$$p = p^0 \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}. \quad (1.2f)$$

Согласно изоэнтропическим формулам расход газа через отверстие  $Q = \rho u A$  ( $A$  – площадь отверстия диаметром  $D$ ) может быть выражен через параметры окружающей среды и скоростной коэффициент:

$$Q = \rho u A = \rho^0 \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} a^0 \lambda \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\pi D^2}{4}. \quad (1.3)$$

Формула (1.3) справедлива для любого значения скоростного коэффициента  $\lambda$ . Значение критического расхода получается при  $\lambda = 1$ :

$$Q^* = \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \rho^0 a^0 \frac{\pi D^2}{4}. \quad (1.4)$$

Таким образом, для отверстий при давлении газа в емкости  $p_b$  ниже критического значения:

$$p^* = \left(2/(\gamma + 1)\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} p^0 = 0.528 p^0, \quad (1.5)$$

расход газа постоянен и равен критическому, а его количественное значение определяется по формуле (1.4). При значении давления газа в емкости выше уровня  $p^*$  величина расхода газа через отверстие меньше значения критического расхода и определяется формулой:

$$Q = Q^* \left( \frac{2}{\gamma - 1} \left( \frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \left( \frac{p_b}{p^0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} \left( 1 - \left( \frac{p_b}{p^0} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right) \right)^{1/2}. \quad (1.6)$$

Формула (1.6) получена из формулы (1.3) путем исключения скоростного коэффициента  $\lambda$  по формуле (1.2f).

Как следует из формулы (1.6), при докритическом режиме течения (при прочих равных условиях) расход газа через отверстие зависит от уровня противодавления в емкости  $p_b$ .

### 1.3. Расчет установившегося течения вязкого газа в канале по одномерной теории

Приведем законы сохранения массы, количества движения и энергии, описывающие течение сплошной сжимаемой среды в трубе, в рамках квазиодномерной стационарной постановки с учетом влияния на решение гидравлических потерь и теплообмена со стенкой [1]:

$$\begin{cases} \frac{\partial(A\rho u)}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial(A\rho u^2)}{\partial x} + A \frac{\partial p}{\partial x} = \Pi\tau_w, \\ \frac{\partial(A\rho u H)}{\partial x} = \Pi q_w, \end{cases} \quad (1.7)$$

где  $\rho$ ,  $u$ ,  $p$  – плотность, скорость и давление;  $A$  и  $\Pi$  – площадь и периметр в сечении канала.

Система уравнений дополняется термодинамическим и калорическим уравнениями состояния:

$$p = R\rho T, \quad (1.8)$$

$$H = c_p T + u^2/2. \quad (1.9)$$

Замыкающие соотношения, выражающие влияние трения газа о стенку трубы и теплообмен между газом и стенкой трубы, зависят от локального состояния газа и могут быть определены по формулам:

$$\tau_w = \zeta' \frac{\rho u^2}{2}, \quad (1.10)$$

$$q_w = \alpha (T_w - T), \quad (1.11)$$

где  $\zeta'$  – коэффициент трения,  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи.

В случае турбулентного режима течения коэффициент трения  $\zeta'$ , как правило, определяется через коэффициент сопротивления  $\zeta$  по формуле  $\zeta = 4 \zeta'$  (в отличие от коэффициента трения коэффициент сопротивления является более

универсальной характеристикой, интегрально учитывающий несколько факторов). Для коэффициента сопротивления в литературе широко представлены табличные данные, а также ряд аппроксимационных соотношений [1], в частности, формула Блазиуса:

$$\zeta = \frac{0.3164}{\text{Re}_D^{0.25}}. \quad (1.12)$$

Число Рейнольдса определяется по значениям параметров газа во входном сечении трубы:

$$\text{Re}_D = \frac{\rho_{\text{ex}} u_{\text{ex}} D}{\mu} = \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{2}} \rho^0 a^0 \frac{D}{\mu} \lambda_{\text{ex}} \left( 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \lambda_{\text{ex}}^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}. \quad (1.13)$$

Коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  выражается через коэффициент теплопроводности и число Нуссельта. В свою очередь, число Нуссельта зависит от режима теплообмена и для вынужденных конвективных течений определяется через числа Рейнольдса (1.13) и Прандтля  $\text{Pr} = \mu c_p / \lambda$ :

$$\alpha = (\lambda / D) Nu_D, \quad Nu_D = 0.023 \text{Re}_D^{0.8} \text{Pr}^{0.4}. \quad (1.14)$$

Система уравнений (1.7-1.14) может быть решена численно маршевым методом от начальных данных, т.е. от величин  $p^0$ ,  $T^0$  и  $\lambda_{\text{ex}}$ , заданных на входе в трубу. Для расчета докритического режима течения можно использовать любой алгоритм численного решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений, например, явный метод Рунге-Кутты или неявный метод Эйлера. Поиск решения для критического режима течения отличается тем, что значения параметров  $p^0$  и  $T^0$  заданы, а величина  $\lambda_{\text{ex}}$

должна быть определена в ходе решения задачи, поскольку в этом случае она априори не известна, и для поиска критического расхода необходимо воспользоваться итерационной процедурой определения значения  $\lambda_{кр}$  для заданной длины трубы. Заметим, что схожие проблемы возникают, например, при решении прямой задачи для течения газа в сопле Лавала с определением критического расхода. Различие состоит в том, что значение  $\lambda = 1$  при течении в трубе возникает на выходе из трубы, а в сопле Лавала – в сечении с минимальным значением площади.

Ряд закономерностей поведения газодинамических функции в случае критического и докритического режимов течения газа в трубе можно установить, не прибегая к численному решению задачи.

При течении газа в трубе возможно два предельных режима, связанных с теплообменом между газом и стенкой трубы. Первый режим – режим тепловой изоляции (тепловой поток отсутствует) или, другими словами, стенка трубы является адиабатической. Согласно формуле (1.11) условие тепловой изоляции формально можно реализовать, если принять локальное значение температуры стенки трубы равной значению статической температуры газа, или если приравнять значение коэффициента теплоотдачи равным нулю. Второй вариант – режим изотермического течения газа, то есть значение температуры газа совпадает с температурой стенки. Этот случай соответствует бесконечному значению коэффициента теплоотдачи, при этом, если считать, что температура стенки находится в термодинамическом равновесии с окружающей средой, то температура газа в трубе будет равна температуре окружающей среды. Таким образом, режим теплообмена влияет

на расходные характеристики течения газа в трубе. Далее будут рассмотрены два предельных случая: вариант с нулевым коэффициентом теплоотдачи и со значением, равным бесконечности; для любого конечного значения коэффициента теплоотдачи значение расхода будет находиться между этими двумя вариантами.

Проанализируем влияние трения на стенке трубы на изменения статического давления и давление торможения. В отсутствие трения на стенке трубы полное давление постоянно, а изменение статического давления будет определяться через скоростной коэффициент и, в конечном счете, текущей площадью канала переменного сечения. В случае сжимаемого течения в трубе постоянного сечения наличие трения на стенке не приводит к формированию постоянного значения скорости, которое в схожей ситуации наблюдается для несжимаемых течений. Движущий перепад давления, который уравнивает сопротивление трения, приводит к снижению плотности и, как следствие, к эквивалентному увеличению значения скорости течения газа в трубе. Таким образом, в дозвуковых потоках газа в каналах с учетом трения о стенку газ разгоняется; статическое давление и давление торможения снижаются. Заметим, что в каналах переменного сечения наличие трения также приводит к снижению давления торможения. Однако поведение статического давления в этом случае зависит от сочетания таких факторов как гидравлические потери и диффузорный режим движения газа (движение в канале с увеличением площади сечения канала) и может приводить как к снижению, так и к возрастанию статического давления.



Рассмотренные примеры внешнего воздействия на течение газа являются частными случаями обобщенного воздействия на поток. Помимо рассмотренного теплового воздействия ( $q_w dx$ ) и воздействия, связанного с силой трения на стенке трубы ( $\tau_w dx$ ), выделяют фактор геометрического воздействия в виде ( $\partial A/\partial x$ )  $dx$  (изменение площади), влияние изменения расхода ( $\partial Q/\partial x$ )  $dx$  (подвод массы), механическое воздействие ( $\partial L/\partial x$ )  $dx$  (совершение внешней работы). Согласно уравнению обобщенного воздействия, которое было получено Вулисом [2], можно указать, как повлияет на скорость движения газа каждый из факторов:

$$\begin{aligned} (1-M^2) \frac{du}{u} = & -\frac{dA}{A} + \frac{dQ}{Q} + \frac{1}{a^2} \frac{\Pi}{A} dL + \\ & + \frac{\gamma}{a^2} \frac{\tau_w}{\rho} \frac{\Pi}{A} dx + \frac{\gamma-1}{a^2} q_w \frac{\Pi}{A} dx. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Подчеркнем, что знак левой части равенства меняется при переходе через значение числа Маха равное единице. Поэтому характер воздействия каждого из факторов при дозвуковом и сверхзвуковом течении диаметрально противоположен. Для дальнейшего увеличения скорости, вызванного тем или иным воздействием, при разгоне газа с переходом через скорость звука ( $M = 1$ ) необходимо сменить знак направления воздействия. Например, в том случае, когда рассматривается труба постоянного сечения и учитывается только сила трения на стенке, для того, чтобы перевести дозвуковой поток в сверхзвуковой при помощи теплообмена, необходимо при  $M = 1$  переменить знак теплового воздействия (подводить тепло при  $M \leq 1$  и отводить тепло в зоне, где  $M \geq 1$ ).

Из уравнения (1.15) также следует, что при дозвуковом натекании газа через трубу из атмосферы в емкость минимальное значение скорости будет на входе в трубу. Максимальное значение скорости будет на выходе из трубы, причем его значение для рассматриваемых режимов теплообмена (в адиабатических условиях или с подводом тепла) не может превышать критического значения.

При некоторых допущениях (коэффициент сопротивления на всей длине трубы является постоянным, термодинамические свойства сжимаемой среды описываются уравнениями совершенного газа) возможно аналитическое решение системы уравнений (1.7). Проиллюстрируем поведение газодинамических функций для двух вышеописанных предельных случаев теплообмена со стенкой трубы.

### *1.3.1. Адиабатический режим течения газа в трубе*

Для варианта адиабатического течения газа в трубе постоянного сечения уравнение (1.15) упрощается до следующего соотношения:

$$(1 - M^2) \frac{du}{u} = \frac{\gamma}{a^2} \frac{\tau_w}{\rho} \frac{\Pi}{A} dx. \quad (1.16)$$

Исключив значение  $\tau_w$  по формуле (1.10), используя соотношение  $du/u = d\lambda/\lambda$ , а также связь между числом Маха и скоростным коэффициентом:

$$M^2 = \frac{2}{\gamma + 1} \frac{\lambda^2}{1 - (\gamma - 1)/(\gamma + 1)\lambda^2}, \quad (1.17)$$

преобразуем уравнение (1.16) в дифференциальное уравнение относительно скоростного коэффициента:

$$\left(\frac{1}{\lambda^2} - 1\right) \frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{4\gamma}{\gamma + 1} \frac{\zeta}{D} dx. \quad (1.18)$$

Интегрирование уравнения (1.18) позволяет установить зависимость между двумя значениями скоростного коэффициента в двух любых сечениях трубы от величины гидравлического сопротивления этого участка трубы:

$$\frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda_2^2} - \ln\left(\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2}\right) = \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\zeta}{D} (x_2 - x_1). \quad (1.19)$$

Здесь  $x_2 - x_1$  ( $x_2 > x_1$ ) – расстояние между выбранными сечениями трубы ( $\lambda_2 > \lambda_1$ ).

Если считать, что на срезе трубы при входе в емкость параметры приобретают критическое значение, т.е.  $\lambda_2 = 1$ , и выбрать  $x_2 - x_1 = L$ , то уравнение (1.19) позволяет определить значение скоростного коэффициента на входе в трубу путем решения уравнения:

$$\frac{1}{\lambda_{ex}^2} - 1 + \ln(\lambda_{ex}^2) = \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\zeta}{D} L. \quad (1.20)$$

Как следует из формулы (1.20),  $\lambda_{ex}$  зависит от величины коэффициента сопротивления, который, в свою очередь, зависит от числа Рейнольдса, т.е. от  $\lambda_{ex}$ . Следовательно, для определения  $\zeta$ ,  $Re_D$  и  $\lambda_{ex}$  уравнения (1.12), (1.13) и (1.20) должны быть объединены в систему и решены совместно. Решение системы уравнений (1.12), (1.13) и (1.20), которая является нелинейной,

может быть найдено, например, методом простой итерации. Для этого зададим начальное значение  $\lambda_{ex} = 0.5$ . Тогда формулы (1.12) и (1.13) позволяют определить  $Re_D$  и  $\zeta$ . Далее, путем решения уравнения (1.20) уточним значение  $\lambda_{ex}$ . Эта последовательность вычислений повторяется необходимое количество раз до сходимости. После определения  $\zeta$ ,  $Re_D$  и  $\lambda_{ex}$  распределение скоростного коэффициента по длине трубы для любого сечения находится из уравнения (1.19).

Получим зависимости остальных газодинамических функций по длине трубы. Для адиабатического режима течения распределение температуры газа по длине трубы может быть непосредственно получено из условия сохранения величины полной энтальпии газа  $H = c_p T^0 = c_p T + u^2/2$ . В этом случае связь между значением статической температуры, температурой торможения и скоростным коэффициентом определяется формулой:

$$T = T^0 \left( 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \lambda^2 \right), \quad (1.21)$$

которая по форме совпадает с изоэнтропической формулой, хотя течение не является изоэнтропическим, а происходит с потерей полного давления.

Для определения распределений статического и полного давлений по длине трубы рассмотрим по отдельности течение газа перед трубой и внутри трубы.

Как уже было отмечено выше, и полное, и статическое давления уменьшаются по длине трубы. Для определения статического давления выразим его через другие газодинамические функции. Для этого воспользуемся

определением скорости звука для совершенного газа, которая зависит только от температуры  $a^2 = p\gamma/\rho = \gamma RT$ . Выразив из этого соотношения давление и воспользовавшись условием сохранения значения полной температуры в трубе – формула (1.21) – а также законом сохранения расхода газа (в виде  $\rho u = \rho^* u^*$ ), получим следующее выражение для давления:

$$\begin{aligned} p &= \gamma^{-1} a^2 \rho = \gamma^{-1} a_0^2 \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right) \frac{\rho^* u^*}{u} = \\ &= \gamma^{-1} a_0^2 \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right) \frac{\rho^*}{\lambda}. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Это выражение справедливо в любой точке трубы, в том числе и на входе в трубу:

$$p_{ex} = \gamma^{-1} a_0^2 \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda_{ex}^2 \right) \frac{\rho^*}{\lambda_{ex}}. \quad (1.23)$$

Составляя отношение из двух приведенных соотношений (1.22) и (1.23), можно получить:

$$\frac{p}{p_{ex}} = \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right) \cdot \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda_{ex}^2 \right)^{-1} \frac{\lambda_{ex}}{\lambda}. \quad (1.24)$$

Для определения давления по длине трубы необходимо вычислить значение статического давления на входе в трубу  $p_{ex}$ . Течение газа перед трубой можно описать в рамках изоэнтропических соотношений. Это позволяет выразить статическое давление газа на входе в трубу  $p_{ex}$  через скоростной коэффициент на входе в трубу и значение давления в окружающей среде (давления торможения)  $p^0$ :

$$p^0 = p_{ex} \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda_{ex}^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}. \quad (1.25)$$

Значение любых других газодинамических функций на входе в трубу также определяется по изэнтропическим формулам (1.2) при  $\lambda = \lambda_{ex}$  (предполагается, что полное давление при подтекании газа ко входу в трубу постоянно).

С учетом приведенных соотношений распределение статического давления по длине трубы определяется формулой:

$$p = p^0 \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda_{ex}^2 \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right)^{\frac{\lambda_{ex}}{\lambda}}. \quad (1.26)$$

Для расчета полного давления газа в трубе при наличии трения будем руководствоваться изэнтропической формулой как законом, по которому выполнено торможение газа. В результате получаем зависимость, связывающую давление торможения  $p_{mp}^0$  и скоростной коэффициент в данном сечении трубы:

$$p_{mp}^0 = p \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad (1.27)$$

где статическое давление  $p$  вычисляется по формуле (1.26).

Количественное значение снижения полного давления в трубе (по отношению к уровню давления окружающей среды) можно получить, если перейти к относительным величинам:

$$\frac{p_{mp}^0}{p^0} = \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \frac{p}{p^0}. \quad (1.28)$$

Расчет дозвукового режима течения в трубе характеризуется тем, что статическое давление на срезе трубы (на входе в емкость) совпадает с давлением в емкости. В этом случае совместно решаются уравнения (1.12), (1.13), (1.20) и (1.24) с подбором значения  $\lambda_{ex}$  так, чтобы давление на срезе трубы равнялось текущему значению давления газа в емкости  $p_b$ .

### 1.3.2. Изотермический режим течения газа в трубе

Рассмотрим вариант изотермического течения газа в трубе. Вывод формул и их окончательный вид будут выглядеть менее громоздко, если вместо скоростного коэффициента воспользоваться числом Маха. Связь между скоростным коэффициентом и числом Маха определяется формулой (1.17). При изотермическом течении можно полагать, что температура стенки трубы соответствует статической температуре газа на входе в трубу. Это значение определяется числом Маха на входе газа в трубу:

$$T_w = T_{ex} = T^0 \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{ex}^2 \right)^{-1}. \quad (1.29)$$

В изотермическом случае уравнение энергии упрощается до соотношения  $T = T_{ex}$  и, как следствие, все функции, зависящие только от температуры, при течении газа в трубе будут постоянны, в частности, скорость звука:  $a = a_{ex} = a^* = \sqrt{\gamma R T_{ex}}$ . Термодинамическое уравнение состояния упрощается до соотношения  $p = R T_{ex} \rho$ . Используя условие сохранения расхода в трубе  $\rho u A = const$ , можно составить соотношение для логарифмических производных относительно разыскиваемых

функций:  $dp/\rho + du/u = 0$ . С учетом приведенных соотношений уравнение количества движения – второе уравнение системы (1.7) – может быть записано в виде:

$$u du - RT_{\text{ex}} \frac{du}{u} = \frac{\zeta}{D} \frac{u^2}{2} dx. \quad (1.30)$$

После интегрирования уравнения (1.30) с учетом значений параметров, заданных на входе в трубу, получаем соотношение:

$$RT_{\text{ex}} \left( \frac{1}{u_{\text{ex}}^2} - \frac{1}{u^2} \right) - \ln \left( \frac{u^2}{u_{\text{ex}}^2} \right) = \frac{\zeta}{D} x. \quad (1.31)$$

Преобразуем уравнение (1.31) к зависимости от числа Маха:

$$\left( \frac{1}{M_{\text{ex}}^2} - \frac{1}{M^2} \right) - \ln \left( \frac{M^2}{M_{\text{ex}}^2} \right) = \gamma \frac{\zeta}{D} x. \quad (1.32)$$

Как и для адиабатического режима течения газа в трубе, критический режим течения определяется условием  $M = 1$  при  $x = L$ . Уравнение для определения значения числа Маха на входе в трубу для критического режима течения имеет вид:

$$\frac{1}{M_{\text{ex}}^2} - 1 + \ln M_{\text{ex}}^2 = \gamma \frac{\zeta}{D} L. \quad (1.33)$$

Для определения распределения статического давления по длине трубы воспользуемся, как и для адиабатического случая, соотношениями, позволяющими связать статическое давление со значением числа Маха. В соответствии с определением скорости звука, значение которой при изотермическом режиме течения



постоянно в любом сечении трубы, и условием сохранения расхода газа в трубе постоянного сечения (в виде  $\rho u = \rho_{ex} u_{ex}$ ), можно записать:

$$\gamma \frac{p_{ex}}{\rho_{ex}} = \gamma \frac{p}{\rho} = \gamma \frac{\rho u}{\rho u} = \gamma \frac{pMa}{\rho_{ex} u_{ex}} = \gamma \frac{pM}{\rho_{ex} M_{ex}}. \quad (1.34)$$

Из сопоставления левой и правой части равенства (1.34) можно получить распределение давления по длине трубы:

$$p = p_{ex} \frac{M_{ex}}{M} = p^0 \frac{M_{ex}}{M} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{ex}^2 \right)^{\left( \frac{1}{\gamma-1} \right)}. \quad (1.35)$$

В формуле (1.35) предполагается, что течение газа до входа в трубу изэнтропическое.

Для расчета докритического режима изотермического течения в трубе необходимо одновременно определять значения чисел Маха на входе в трубу и на выходе из трубы. Для этого решается система уравнений (1.36), состоящая из формул (1.32), (1.35) для определения  $M_{ex}$  и  $M_{облх}$ , и формул (1.12), (1.13), служащих для определения коэффициента сопротивления:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{облх} = \frac{p^0}{p_b} \frac{M_{ex}}{\left( 1 + (\gamma-1)/2 M_{ex}^2 \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} \\ \left( \frac{1}{M_{ex}^2} - \frac{1}{M_{облх}^2} \right) - \ln \left( \frac{M_{облх}^2}{M_{ex}^2} \right) = \gamma \frac{\zeta}{D} L \end{array} \right. \quad (1.36)$$

Обратим внимание на значение полной температуры поступающего в емкость газа. В адиабатическом случае она сохраняет свое постоянное значение в независимости от режима

течения газа в трубе (до- или сверхкритического). В изотерическом случае, в соответствии с принятым предположением, что температура стенки трубы совпадает со статической температурой поступающего в трубку газа, эта величина будет определяться выражением:

$$\begin{aligned}
 T_{mp}^0 &= T_{gx} + \frac{u_{gbx}^2}{2c_p} = T^0 \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{gx}^2 \right)^{-1} + \frac{M_{gbx}^2 a_{gbx}^2}{2c_p} = \\
 &= T^0 \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{gbx}^2 \right) \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{gx}^2 \right)^{-1}.
 \end{aligned}
 \tag{1.37}$$

В закритическом режиме течения величина  $M_{gbx} = 1$ , а значение величины  $M_{gx}$  определяется по формуле (1.33). В докритическом режиме течения значения величин  $M_{gx}$  и  $M_{gbx}$  находятся из решения системы (1.36).

## 2. Экспериментальное исследование расходных характеристик отверстий и длинных трубок

Экспериментальное исследование расхода газа при течении в каналах и отверстиях основано на том факте, что рост давления в ограниченном объеме зависит от перепада давления между давлением в емкости и атмосферой, а также геометрических характеристик рассматриваемых объектов: объема емкости, площади сечения и длины трубы. В определенном смысле отверстие можно рассматривать как предельный случай трубы нулевой длины. Для создания перепада давления перед началом каждого опыта емкость вакуумируют.

### 2.1. Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка состоит из основного, вспомогательного оборудования и измерительной аппаратуры. Схема экспериментальной установки приведена на рисунке 2. К основному оборудованию следует отнести герметичную рабочую камеру 1 с рабочим объемом  $V = 0.2 \text{ м}^3$ , два отверстия 2, 3 диаметром 4 и 6 мм соответственно, три трубки 4-6, различающиеся диаметром и длиной (см. таблицу 1). Отверстия и трубки смонтированы на фланце, который присоединен к рабочей камере. Для обеспечения герметичности вакуумируемого объема каждое из отверстий и вход в трубки со стороны атмосферы закрыты конусообразными пробками.

Вспомогательное оборудование состоит из форвакуумного насоса марки ВН 6Г и электромагнитного вакуумного вентиля, позволяющего отсоединять вакуумный насос от рабочей камеры. Управление насосом и электромагнитным клапаном

осуществляется при помощи цепи пускателя кнопками «пуск» и «стоп».

Измерительная аппаратура состоит из тензометрического датчика давления PSE 7, позволяющего определять значение давления в емкости непосредственно в процессе натекания газа через отверстие или одну из трубок; трех однотипных дифференциальных датчиков давления 9-11 типа MPX 50 50 или MPXV 50 50 G series, размещенных на трубках и преобразующих перепады давления в разность потенциалов. Для измерения значения температуры газа в баке используется два канала регистрации – термopара 12 и платиновый термометр сопротивления 13. Электрические сигналы всех датчиков через усилители поступают на входы 14-17 платы АЦП, которая в свою очередь управляется компьютерной программой сбора и обработки информации Lgraph-1. Помимо этого, для визуального контроля работы тензометрического датчика значение электрического сигнала, поступающего на один из каналов АЦП 16, дублируется на табло вольтметра 8. Соответствие каналов платы АЦП и датчиков измерительной аппаратуры следующее: 1-й канал 16 – тензометрический датчик; 2-й канал 17 – дифференциальный датчик давления; 3-й канал 15 – датчик термopары; 4-й канал 16 – платиновый датчик температуры; 5-й канал – запуск платы АЦП в режиме мультиплексорного опроса каналов (режим «Регистратор»).

В силу особенностей запуска и работы платы АЦП контроль за значением начального уровня давления в емкости регистрируются стрелочным прибором – барометром-анероидом.

Геометрические характеристики медных трубок приведены в таблице 1, где  $L$  – длина трубки,  $l$  – расстояние от входа в трубу

до сечения, где смонтирован дифференциальный датчик давления,  $\Delta l$  – длина участка трубы на котором установлен дифференциальный датчик,  $D$  – диаметр трубки.

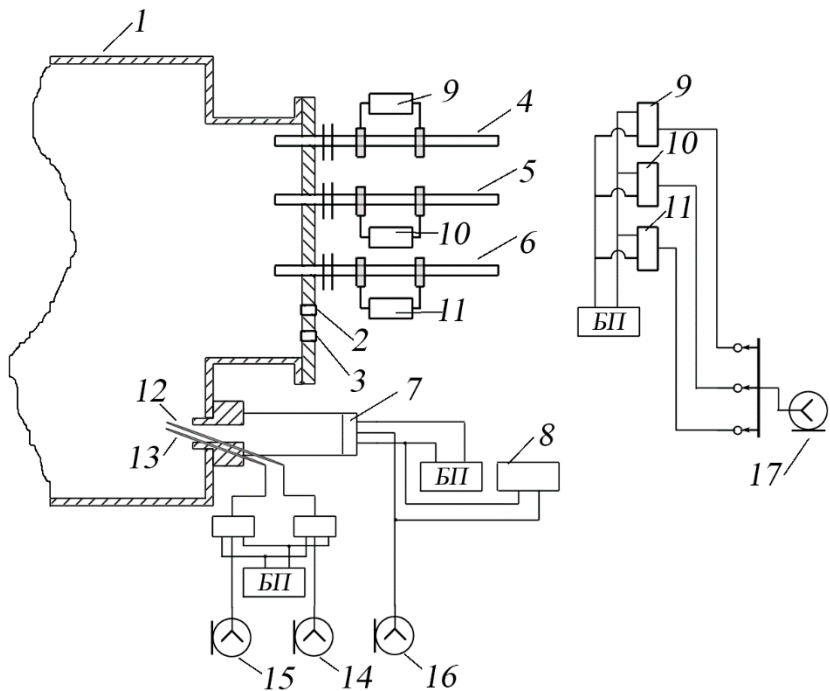


Рис. 2. Схема экспериментальной установки

Таблица 1. Геометрические характеристики трубок

№	$L$ , м	$l$ , м	$\Delta l$ , м	$D$ , мм
1	1.0	0.4	0.48	2.95
2	0.62	0.22	0.33	5.0
3	2.64	1.95	0.62	13.8

## 2.2. Программа экспериментальной работы

При подготовке к самостоятельному проведению лабораторной работы необходимо ознакомиться с кругом рассматриваемых явлений, которые наблюдаются в эксперименте; изучить описание основного оборудования и измерительного комплекса экспериментальной установки; знать программу выполнения работы и указания по обработке опытных данных; пройти инструктаж по технике безопасности.

Группа студентов в составе 3-4 человек выполняет работу в следующей последовательности:

1. Проводится калибровка измерительной аппаратуры: тензометрического датчика давления (7) и одного из однотипных дифференциальных датчиков давления (9)-(11).
2. Проводится серия из 2 экспериментов по натеканию газа в предварительно вакуумируемую емкость через отверстия 2 и 3.
3. Проводится серия из 3 экспериментов по натеканию газа в предварительно вакуумируемую емкость через трубки 4, 5 и 6.
4. Файлы данных записываются на переносные носители для дальнейшей обработки.

## 2.3. Порядок выполнения экспериментов

Перед началом работы на экспериментальной установке фиксируется значение атмосферного давления  $p^0$  и температура воздуха в помещении  $T^0$ . Проводится визуальный осмотр рабочей камеры, трубок, проверка герметичности закрытия отверстий, соединяющих емкость с атмосферой, конусообразными пробками.

Порядок выполнения экспериментов:

1. Включить компьютер и произвести запуск программы Lgraph-1 (рис. 3). Штатный запуск программы Lgraph-1 происходит в режиме четырехлучевого осциллографа. По умолчанию шкала делений по вертикали соответствует диапазону  $\pm 5$  В. Развертка сигнала по горизонтали (шкала времени) также выставлена по умолчанию. В этом режиме работы платы Lgraph-1 производится калибровка датчиков давления.

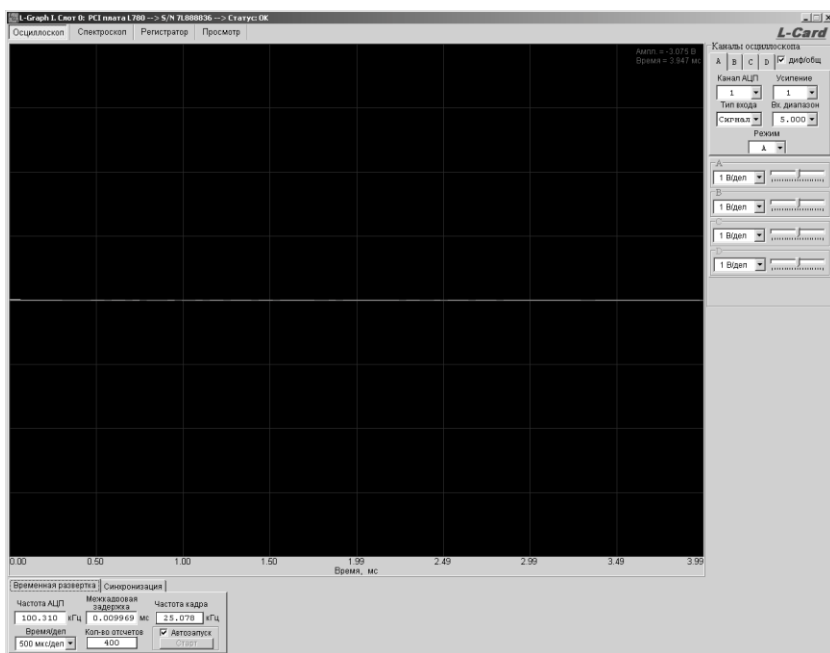


Рис. 3. Вид программы Lgraph-1, режим осциллографа

2. Уточнить у преподавателя коммутацию каналов платы АЦП и датчиков измерительной аппаратуры. Штатное соответствие: 1 – тензометрический датчик; 2 – дифференциальный датчик давления; 3 – датчик термопары; 4 –

платиновый датчик температуры; 5 – канал запуска платы АЦП в режиме мультиплексорного опроса каналов.

3. Включить блоки питания датчиков и электрическое питание вольтметра. Показание вольтметра и первого луча в программе Lgraph-1 должны совпадать по показаниям и иметь значение в окрестности 2.9 В (соответствует текущему уровню атмосферного давления окружающей среды).

4. Включить насос и откачать давление из бака до уровня 100 мм рт. ст. по показаниям барометра-анероида.

5. Ступенчато повышать давление в баке до уровня 400 мм рт. ст. с шагом 100 мм рт. ст., записывая показания барометра-анероида и значения вертикальной координаты первого луча на экране монитора. Точное количественное значение в виде числа с тремя значащими цифрами можно получить в индикаторном окне позиционирования курсора, если курсор мышки подведен к линии. Таким способом устанавливается соответствие между уровнем электрического сигнала с тензометрического датчика давления и абсолютными значениями давления газа в емкости по показаниям барометра-анероида.

6. Для калибровки дифференциального датчика давления необходимо выполнить коммутацию дифференциального датчика давления на измерение разности давлений между атмосферой и емкостью. Каждый из типовых дифференциальных датчиков давления оснащен двумя пластиковыми трубками, которые присоединены к штатным отверстиям на трубках (4)-(6). Необходимо отсоединить пластиковую трубку датчика давления (первую по направлению течения газа в трубке) от трубки, по



которой производится натекание газа в емкость. Это обеспечит коммутацию датчика с атмосферой. Вторая пластиковая трубка в статическом состоянии обеспечивает регистрацию текущего уровня давления в емкости. Продолжить ступенчатое повышение давления с шагом 50 мм рт. ст. с регистрацией положения двух лучей, т.е. одновременно с показаниями барометра-анероида записывать показания тензометрического датчика и дифференциального датчика давления.

7. Переключить режим работы программы Lgraph-1 в состояние сбора информации (рис. 4). Настроить работу платы АЦП на режим опроса пяти первых каналов. Установить частоту работы платы 0.5 кГц и значение межкадровой задержки 2 мс. Установить режим работы платы с «внутренней синхронизацией» и назначить номер канала запуска №5. Назначить имя файла сбора информации (например, hole\_6\_00.dat или tube\_14\_00.dat) и определить время сбора информации по каналам АЦП. Рекомендованные значения времени сбора для различных устройств приведены в таблице 2. Перевести плату АЦП в режим ожидания начала сбора информации, нажав на виртуальную кнопку «Старт сбора» программы.

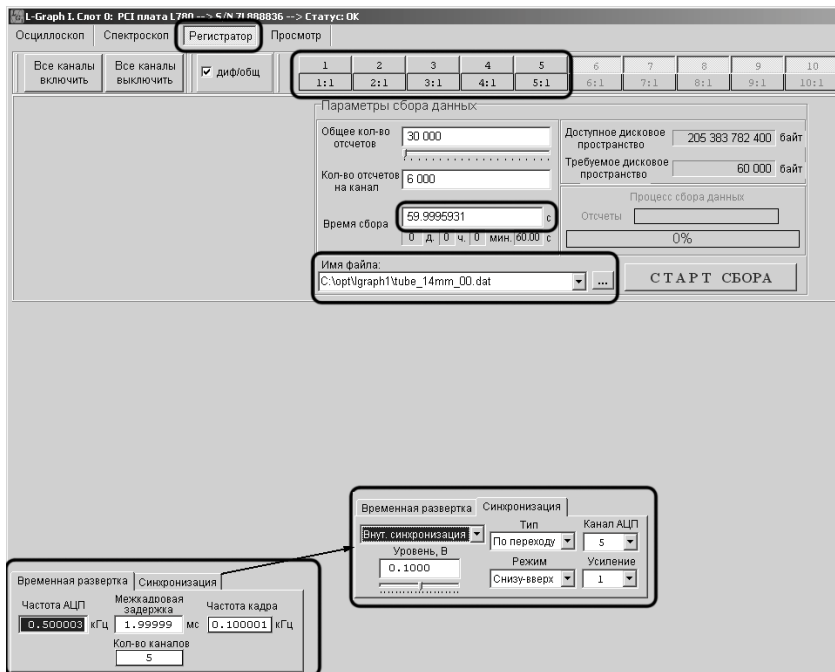


Рис. 4. Вид программы Lgraph-1, режим регистратора

Таблица 2. Рекомендованные значения времени сбора

	Отверстие D = 4 мм	Отверстие D = 6 мм	Трубка №1	Трубка №2	Трубка №3
Время сбора, с	120	60	240	120	30

8. Включить насос и откачать давление из бака до уровня 100 мм рт. ст. по показаниям барометра-анероида. Для регистрации значений сигнала дифференциального датчика давления от разных трубок используется один и тот же канал АЦП. Поэтому коммутация (определение того, какая именно из

трех трубок подключена к каналу АЦП) обеспечивается трехпозиционным тумблером. Соответствие между положением тумблера и конкретной трубкой следует уточнить у преподавателя.

9. Кнопочным выключателем, подсоединенным к каналу №5 платы АЦП, подачей напряжения в 1 В инициировать опрос каналов 1-5 платы АЦП в режиме регистрации (рис. 4). С задержкой в 2-3 секунды после запуска платы АЦП извлечь конусообразную пробку из трубки, которая подключена к каналу регистрации дифференциального датчика давления. Дождаться записи программой Lgraph-1 файла на диск компьютера. Заглушить соответствующее отверстие конусообразной пробкой.

10. Переключить режим работы программы Lgraph-1 на режим просмотра. Загрузить записанный файл и визуально убедиться в правильности проведенного эксперимента. Пример результатов приведен на рисунке 5.

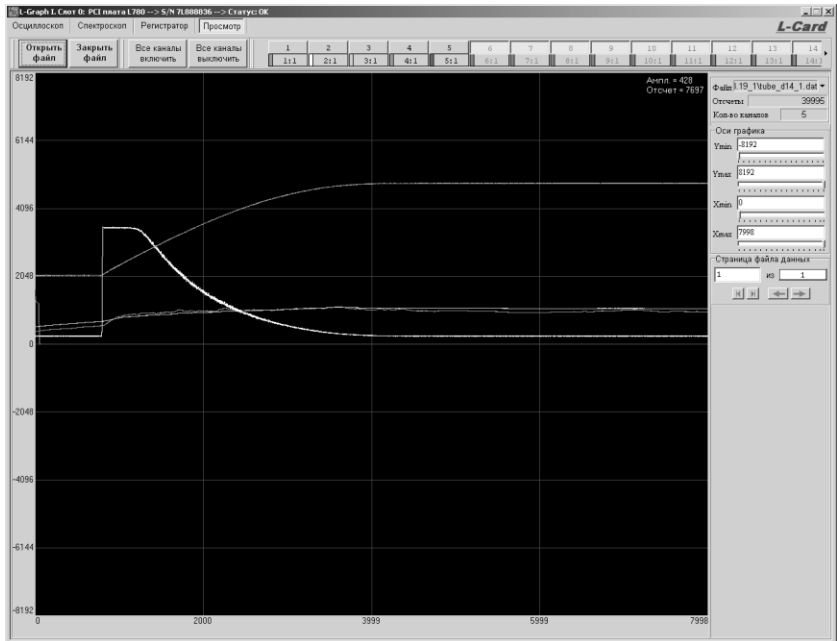


Рис. 5. Вид программы Lgraph-1, режим просмотра

11. Повторить операции 8-10 для разных трубок, при этом переключая тумблер позиционирования канала АЦП на соответствующую трубку, изменяя имя файла и время сбора. При необходимости эксперимент можно повторить.

12. Аналогично экспериментам с трубками провести эксперименты для двух отверстий. При проведении экспериментов с отверстиями коммутация трехпозиционного тумблера незначительна. Пример результата регистрации натекания газа в емкость через отверстие приведен на рис. 6.

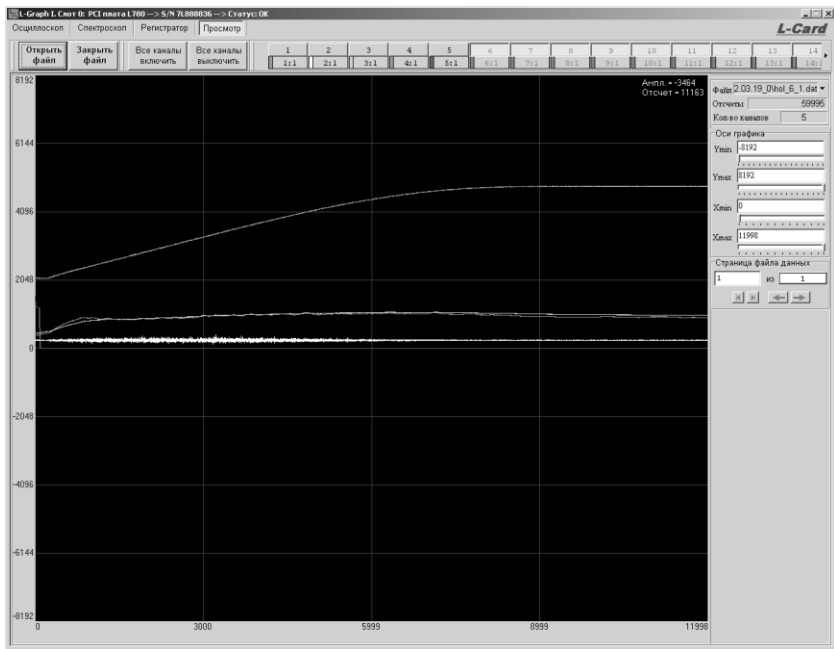


Рис. 6. Вид программы Lgraph-1, режим просмотра

13. Записать файлы данных на переносные носители для дальнейшей обработки. Обесточить измерительную и вспомогательную аппаратуру.

2.4. Обработка опытных данных и сопоставление их с элементарной теорией

#### 2.4.1. Калибровочные кривые

Файл, сформированный программой Lgraph-1, имеет следующую структуру: количество столбцов в файле соответствует количеству каналов записи платы АЦП,

количество строк – количеству отсчетов. Эта величина зависит от времени сбора и частоты опроса каждого канала. Все записи проведены в двоичной кодировке, поэтому такой файл не удобен для дальнейшей обработки. Для получения файла в кодировке ASCII и преобразования значения номера отчета в шкалу времени используется программа Lgraph-2 (рис. 7). Программа позволяет прочитать файл в двоичной кодировке и произвести запись текстового файла (см. рис. 8). Последующая его обработка может быть выполнена в любом графическом пакете (Gnuplot, SciDAVis, QtiPlot, Grapher, Tecplot).

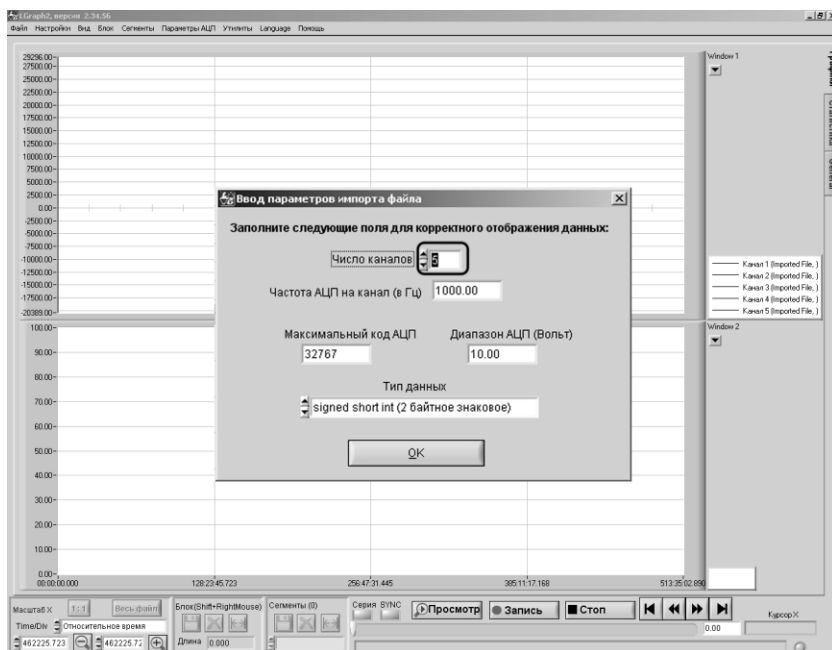


Рис. 7. Вид программы Lgraph-2, чтение входного файла

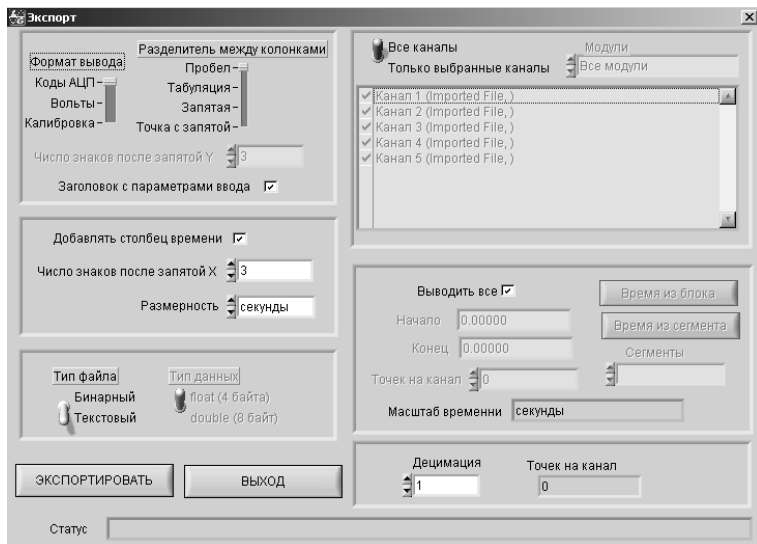


Рис. 8. Вид программы Lgraph-2, экспорт данных

Для перехода от сигналов, зарегистрированных платой АЦП и выраженных в отсчетах или вольтах, к единицам давления строятся калибровочные кривые, отражающие линейную зависимость давления от аргумента в виде вольтов или отсчетов. Примерный вид зависимостей приведен на рис. 9, где черной сплошной линией обозначены показания дифференциального датчика, серой пунктирной линией – тензометрического датчика.

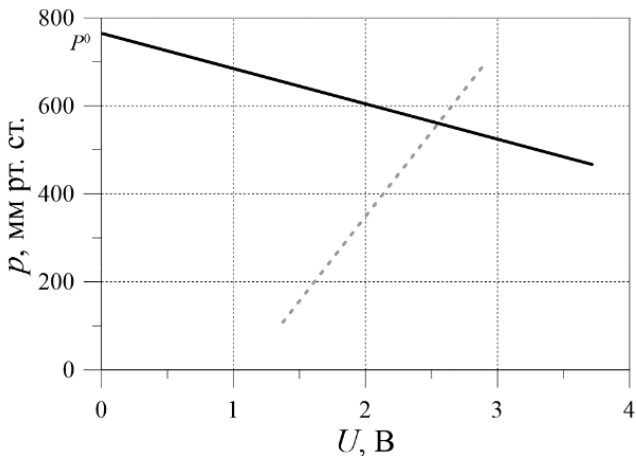


Рис. 9. Калибровочные кривые для датчиков давления

Калибровочные кривые для термопары и платинового термометра сопротивления не могут быть непосредственно установлены в рамках лабораторной работы, т.к. нужны эталонные данные о температуре среды, подлежащей измерению. Калибровка этих датчиков проводилась в диапазоне от 0 до 100°C методом термостатирования предварительно нагретой дистиллированной воды по показанию эталонного прибора, в результате чего были получены аппроксимационные зависимости. Для диапазона электрических сигналов, выраженных в вольтах, формулы зависимости температуры от ЭДС для платинового термометра сопротивления  $T_{pt}$  представлены формулой (2.1), для термопары  $T_{tp}$  – формулой (2.2).

$$T_{pt} = 273.6 + 5.66 + 27.6 \cdot U, \quad (2.1)$$

$$T_{tp} = 273.6 + 38.0 \cdot U. \quad (2.2)$$



### 2.4.2. Обработка опытов с отверстиями

При помощи калибровочных кривых обрабатываются полученные осциллограммы для случая затекания газа через отверстия и строится зависимость давления в емкости от времени (рис. 10).

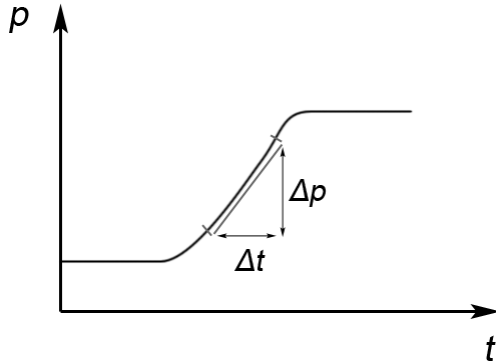


Рис. 10. Зависимость давления от времени

Полученная зависимость давления от времени имеет линейный участок, который соответствует критическому режиму затекания газа в емкость. Чтобы оценить полученный в эксперименте критический расход, необходимо определить наклон этого участка, то есть вычислить производную  $dp/dt$ . Критический расход далее вычисляется по формуле:

$$Q_{\text{крит}} = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{V_{\text{кам}}}{c_p T^0} \frac{dp}{dt} \approx \frac{1}{\gamma - 1} \frac{V_{\text{кам}}}{c_p T^0} \frac{\Delta p}{\Delta t}. \quad (2.3)$$

Теоретическое значение критического расхода вычисляется по формуле (1.4) из пункта 1.2.

Для сопоставления результатов эксперимента и теоретических значений строится график зависимости отношения полученного в эксперименте значения расхода газа, отнесенного

к теоретическому значению критического расхода, от отношения давлений. На график также наносится экспериментальное значение расхода при критическом истечении (рис. 11). На графике отмечается теоретическое значение отношения давлений для критического режима затекания воздуха  $p^*/p^0 = 0.528$ . Экспериментальное значение  $p^*/p^0$  можно определить по значению, где линейная зависимость давления от времени плавно переходит к нелинейной зависимости (на рис. 10). Однако непосредственно по измеренным данным это сделать затруднительно, для более точного определения этой точки необходимо перейти к дифференциальным зависимостям.

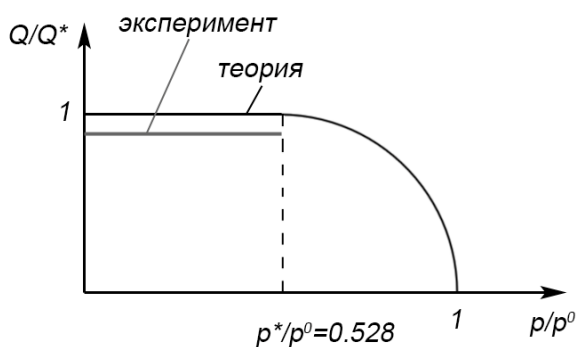


Рис. 11. Кривая расхода (для воздуха)

По формулам раздела 1.1 и 1.2 при помощи численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений можно построить зависимости давления, температуры и плотности газа в емкости от времени. Полученные зависимости могут быть непосредственно сопоставлены при синхронизации отсчета времени в экспериментах и расчетах.

### 2.4.3. Обработка опытов с трубками

С использованием калибровочных кривых обрабатываются полученные осциллограммы для затекания газа через длинные трубки. Строится зависимость давления в емкости от времени, а также соответствующая зависимость зарегистрированного (с помощью дифференциального датчика давления) перепада давления на участке трубы от времени (рис. 12).

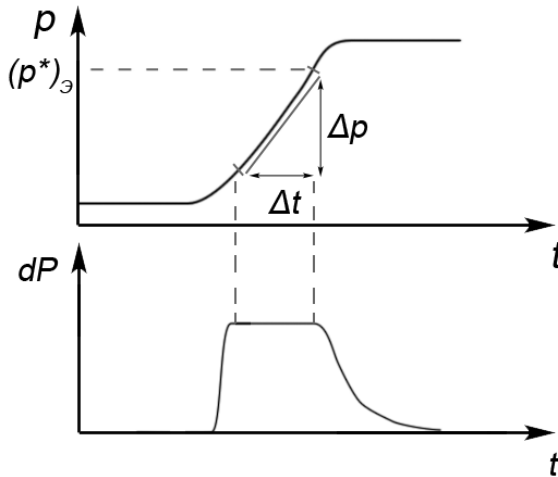


Рис. 12. Зависимость давления от времени

Эти графики синхронизированы по времени в том смысле, что начало изменения давления в емкости и отличные от нуля показания дифференциального датчика давления возникают одновременно. Интервал времени, в течение которого дифференциальный датчик давления регистрирует постоянное значение, а на графике зависимости давления в емкости от времени наблюдается линейный участок, соответствует критическому режиму течения газа в трубке. При этом давление газа на срезе трубки выше, чем давление в емкости. Момент

времени, когда показания дифференциального датчика давления начинают уменьшаться, свидетельствует о том, что произошла смена режима и дальнейшее натекание газа в емкость происходит уже с меньшим значением расхода газа в трубке. Давление газа на выходе из трубки совпадает с текущим значением давления в емкости. В отличие от случая с отверстиями, показания дифференциального датчика давления позволяют достаточно точно идентифицировать начало и конец линейного участка. Экспериментальное значение критического расхода, как и в случае натекания газа через отверстия, вычисляется по формуле:

$$Q_{э} = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{V_{кам}}{c_p T^0} \frac{\Delta p}{\Delta t}. \quad (2.4)$$

На основе показаний дифференциального датчика давления определяется экспериментальное значение критического давления ( $p^*$ ), которое соответствует началу уменьшения показаний дифференциального датчика (рис. 12).

Теоретическая оценка величины расхода газа зависит от принятой схемы теплообмена газа со стенкой трубы: адиабатическое или изотермическое приближение (раздел 1.3). Для обоих случаев теоретическое значение расхода определяется по формуле:

$$Q^* = \rho u \frac{\pi D^2}{4} = \rho_{вх} u_{вх} \frac{\pi D^2}{4}. \quad (2.5)$$

При критическом режиме течения давление газа на выходе из трубки (т.е. на входе в емкость) постоянно и выше текущего значения давления в емкости. Для расчета теоретического значения давления на выходе из трубки необходимо определить

распределение газодинамических величин вдоль трубки. Расчеты проводятся для адиабатического приближения (раздел 1.3.1).

Далее строится график зависимости отношения расхода газа к критическому расходу как функция от отношения давлений. Здесь же наносятся точки экспериментальных значений расхода при критическом затекании. На графике отмечается теоретическое значение отношений давления для критического затекания  $(p^*/p_0)_T$ , а также экспериментальное значение этой величины (рис. 12).

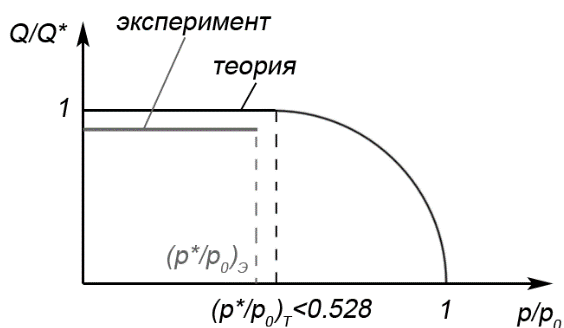


Рис. 12. Кривая расхода (для воздуха)

На графиках распределения давления по длине трубы отмечаются участки, соответствующие положению отверстий дифференциального датчика давления. Расположение дифференциального датчика давления для каждой из трубок приведены в таблице 1. Проводится сопоставление рассчитанных значений падения давления газа на рассматриваемом участке трубы со значениями, измеренными дифференциальными датчиками давления.

## 2.5. Указания к составлению отчета

В отчете о лабораторной работе следует:

- привести краткое описание исследуемого физического явления и указать цели лабораторной работы;
- привести схему экспериментальной установки и блок-схему системы измерений, дать их краткое описание;
- изложить программу лабораторной работы и проводимых опытов;
- провести обработку полученных экспериментальных данных и сопоставление с элементарной теорией в соответствии с разделами 2.4.2 и 2.4.3 (привести расчетные формулы с комментариями, поясняющими введенные обозначения и назначение формул);
- привести иллюстрационный материал по проведенным экспериментам и теоретическим зависимостям;
- сформулировать выводы.

## Список литературы

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – Учеб. для вузов. – Изд. 6-е, перераб. и. доп. – М. Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 840с.
2. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. Том 1. Учеб. руководство: Для вузов. 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1991 г. – 600 с.

# РАСХОДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОТВЕРСТИЙ И ДЛИННЫХ ТРУБОК ПРИ ТЕЧЕНИИ СЖИМАЕМОГО ГАЗА

Методические указания

Составители: *Колесник Елизавета Владимировна,  
Булович Сергей Валерьевич, Григорьев Василий Васильевич*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции  
ОК 005-93, т. 2; 95 3005 – учебная литература

---

Подписано в печать 19.03.2020. Формат 60×84/16. Печать цифровая.

Усл. печ. л. 3,0. Тираж 70. Заказ 0649.

---

Отпечатано с готового оригинал-макета, предоставленного составителями,  
в Издательско-полиграфическом центре Политехнического университета.

195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.

Тел.: (812) 552-77-17; 550-40-14.



