

На правах рукописи

Смирнова Мария Николаевна

Плоские задачи движения тел вблизи границ раздела сжимаемых сред

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург – 2013

Работа выполнена на кафедре газовой и волновой динамики федерального бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель:

Звягин Александр Васильевич
доктор физико-математических наук, профессор
кафедры газовой и волновой динамики механико-
математического факультета МГУ имени
М.В. Ломоносова

Официальные оппоненты:

Петров Александр Георгиевич
доктор физико-математических наук, профессор,
ведущий научный сотрудник Института проблем
механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
Рождественский Кирилл Всеволодович
доктор технических наук, профессор
Санкт-Петербургского государственного
морского технического университета

Ведущая организация:

Институт проблем машиноведения РАН

Защита состоится «24» декабря 2013 г. в 16 часов на заседании диссертационного совета Д 212.229.07 в ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет» по адресу: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Санкт-Петербургского государственного политехнического университета по адресу: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29.

Автореферат разослан «__» _____ 2013 г.

Отзывы на автореферат (в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения) просим направлять по адресу: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.229.07, e-mail: aero@phmf.spbstu.ru.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук, доцент

Зайцев Д.К.

Общая характеристика работы

Актуальность работы

Движение тел вблизи поверхности раздела различных сред является основой работы многих технических устройств, например, движение тел под свободной поверхностью жидкости: подводных крыльев, а также пуль, торпед, реактивных снарядов. Близость свободной поверхности существенно влияет на силу сопротивления и подъемную силу подводных крыльев. К данному классу задач относятся также задачи движения резца вблизи поверхности металлического образца и задачи движения частиц космического мусора в контейнерах с жидкостью. Решение задач взаимодействия высокоскоростных фрагментов космического мусора с частично заполненными жидкостью контейнерами, окружающими космические аппараты, необходимо для адекватного прогнозирования живучести орбитальных конструкций.

Вторая большая группа задач – это движение крыльев в сжимаемых средах вблизи жестких границ. Подъемная сила крыла при приближении к жесткой поверхности (земле) существенно возрастает. Этот эффект успешно используется при создании экранопланов – летающих объектов, движущихся вблизи поверхности Земли или над водным пространством.

Для решения перечисленных задач необходимо проведение предсказательного моделирования процессов движения тел в сжимаемых средах вблизи подвижных или жестких поверхностей раздела на высокопроизводительных ЭВМ, написание программ для которых требует значительного времени и усилий, а сами коды нуждаются в верификации. Поэтому получение точных аналитических решений указанных задач для случаев упрощенной геометрии – необходимая составляющая создания верификационного базиса разрабатываемых отечественных программных продуктов типа ЛОГОС и Лэгак ДК разработки Росатома.

Цель диссертационной работы

Основной целью работы является исследование движения тела в сжимаемой жидкости вблизи различных поверхностей: свободной и твердой. Цели работы включают нахождение аналитического решения задач определения подъемной силы и силы сопротивления при движении крыльев различной геометрии вблизи свободной поверхности сжимаемой жидкости с учетом образования каверны или вблизи твердой поверхности.

Научная новизна работы

Все основные результаты, полученные в работе, являются новыми.

В работе исследованы задачи плоского дозвукового движения тонких тел в сжимаемой жидкости вблизи свободной поверхности и твердой границы.

При движении тела в жидкости под свободной поверхностью рассмотрены случаи образования каверн бесконечного и конечного размеров, а также крылья двух типов: вогнутое и выпуклое. Были получены следующие результаты:

- Построено аналитическое решение, позволяющее найти величину силы сопротивления и подъемной силы крыла в предельных случаях малой и большой глубины.
- Найдено конформное отображение полуплоскости с разрезом на верхнюю полуплоскость, где решение задачи свелось к задаче Римана – Гильберта, которая в свою очередь была приведена к задаче Дирихле, имеющей единственное решение в виде интеграла Шварца.

При движении вблизи твердой поверхности были рассмотрены случаи крыла, имеющего форму пластины, а также выпуклого контура. Задачу движения крыла около твердой поверхности (экрана) в линейной постановке удалось решить почти аналитически. Были получены следующие результаты:

- После предложенной автором регуляризации сингулярное интегральное уравнение было сведено к уравнению Фредгольма второго рода, решение которого сводится к решению линейной системы уравнений. Было исследовано ядро уравнения Фредгольма.
- Полученная подъемная сила отличается от аналогичной величины для неограниченного пространства дополнительным слагаемым, которое убывает с увеличением расстояния от крыла до поверхности.
- Проведенный расчет показывает, что экран заметно влияет на подъемную силу только на высоте полёта, меньшей длины хорды крыла.
- Подъемная сила выпуклого крыла больше подъемной силы пластины для соответствующих расстояний от экрана.
- В ходе численного решения задачи движения пластины вблизи твердой поверхности методом граничных элементов было проведено сравнение полученной зависимости подъемной силы от высоты с аналитическим решением. Были построены линии тока и распределение скорости вдоль них при обтекании пластины с разными углами атаки и на разном расстоянии от экрана.

Достоверность результатов

Все результаты диссертационной работы получены аналитическими или полуаналитическими методами. Достоверность результатов обусловлена точностью аналитических и численных методов, используемых при расчете задач. Результаты в предельных случаях совпадают с опубликованными ранее частными решениями, полученными другими авторами.

Теоретическая и практическая ценность работы

Диссертация носит теоретический характер. Полученные результаты могут быть использованы в МГУ имени М.В. Ломоносова, ИПМ имени М.В. Келдыша РАН, СПбГПУ и др.

Практическая значимость результатов исследований связана с возможностью их применения при создании верификационного базиса для тестирования численных программ, определяющих силы, действующие на подводное крыло или крыло экраноплана (РФЯЦ-ФНИИЭФ, ОКБ «Сухой», ЦКБ МТ «Рубин», ЦНИИ им. Акад. А.Н. Крылова).

Апробация работы

Основные положения диссертационной работы были представлены, обсуждались и получили положительную оценку на научно-исследовательских семинарах кафедры волновой и газовой динамики механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова и на следующих конференциях:

- Summer School-Conference «Advanced Problems in Mechanics», St. Petersburg (Repino), 2008-2013.
- 6-th IASME/WSEAS Conference HTE'08, Greece (Rhodes), 2008.
- 61-st International Astronautical Congress, Prague, 2010.
- 62-d International Astronautical Congress, Cape Town, 2011.
- Ломоносовские чтения, Москва, 2008-2010, 2013.
- Международная конференции «Современные проблемы газовой и волновой динамики», Москва, 2009.

Публикации

Основные результаты диссертационной работы изложены в двадцати трёх печатных работах. Список работ приведён в конце автореферата.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, обзора литературы, двух глав, заключения и списка литературы из 101 наименований. Диссертация изложена на 145 страницах.

Содержание работы

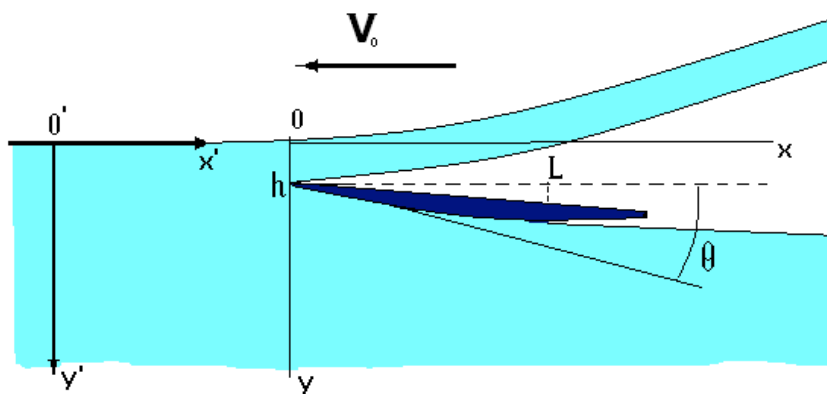
Во введении описана предметная область, сформулирована цель диссертационной работы, подтверждена актуальность работы, дана информация о публикациях автора и апробации работы.

Обзор литературы содержит анализ основных достижений в теории плоскопараллельных движений несжимаемой жидкости и газа. Прослеживаются основные этапы получения аналитических решений для безотрывного обтекания тел безграничным и ограниченным потоком жидкости, а также численные и асимптотические методы, применяемые для решения задач движения тел с образованием каверны и вблизи твердой поверхности. Приводятся ссылки на основные работы в области гидро- и аэродинамики.

В первой главе рассматривается движение крыла в невесомой идеальной сжимаемой жидкости в присутствии свободной поверхности с учетом образования каверн бесконечного и конечного размера.

Считается, что крыло движется с постоянной скоростью в неподвижной системе координат. Течение жидкости описывается уравнением неразрывности и уравнениями Эйлера. Угол атаки крыла мал, тогда возмущения при движении крыла можно считать малыми, и движение газа является потенциальным. Потенциал скорости удовлетворяет волновому уравнению, а давление можно найти из линеаризованного уравнения движения.

Для рассматриваемых в данной главе задач возможны следующие типы граничных условий: равенство нулю избыточного давления на свободной поверхности, условие обтекания на поверхности контакта жидкости и движущегося тела, зависимость давления от числа кавитации на внутренней поверхности замкнутой каверны, отсутствие проскальзывания после замыкания каверны. Все возмущения жидкости малы, что позволяет линеаризовать и снести граничные условия на невозмущенные участки границы.



В подвижной системе координат, связанной с крылом, движение считается установившимся. После перехода к новым безразмерным искомым функциям и независимым переменным потенциал скорости будет удовлетворять уравнению Лапласа. Таким образом, необходимо найти гармоническую функцию на полуплоскости с разрезом вдоль полуоси, удовлетворяющую соответствующим граничным условиям. Решение ищется в виде действительной части от некоторой аналитической функции комплексной переменной, тождественно удовлетворяющей уравнению Лапласа. Для построения решения задачи

необходимо найти конформное отображение полуплоскости с разрезом $x > 0, y = \pi$ на верхнюю полуплоскость $\text{Im } w > 0$, которое осуществляется функцией:

$$z = \pi i + w - \ln w - 1, \quad w = u + iv, \quad z = x + iy.$$

Преобразование границы области решения изображено на рисунке 1.

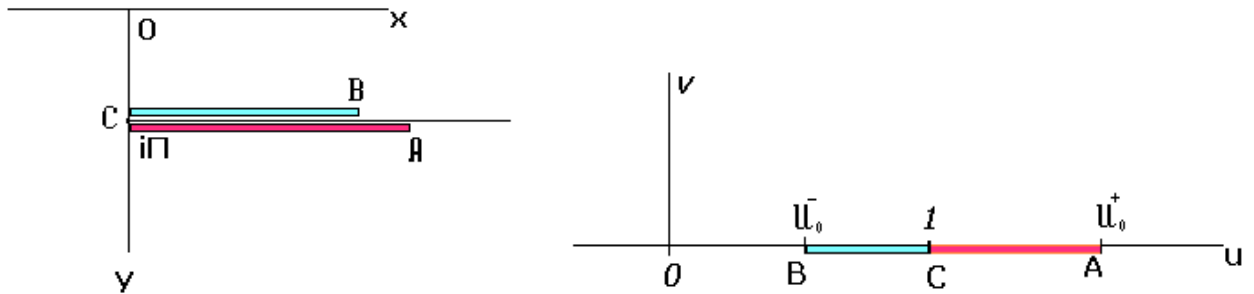


Рис. 1. Преобразование границы области решения, где

$$u_0^\pm - \text{корень уравнения } \frac{\pi L}{\alpha h} = u_0^\pm - \ln |u_0^\pm| - 1, \text{ где } L - \text{длина пластины, } h - \text{глубина, } \alpha = \sqrt{1 - M^2},$$

$$M = \frac{V_0}{a} - \text{число Маха, } \rho_0 - \text{плотность невозмущённой жидкости.}$$

Таким образом, определение аналитической в области функции свелось к задаче Римана-Гильберта, которая не имеет единственного решения. Для выделения единственного решения необходимы дополнительные предположения о характере поведения функции на передней или задней кромке крыла и в бесконечно удаленной точке. Благодаря дополнительным условиям краевая задача может быть приведена к задаче Дирихле, которая имеет единственное решение для полуплоскости в виде интеграла Шварца. В случае крыла в виде пластины с постоянным углом атаки интеграл может быть вычислен аналитически.

Для бесконечной каверны рассматриваются случаи положительного и отрицательного углов атаки с особенностью на задней или не передней кромке крыла, которая моделирует вогнутое или выпуклое крыло соответственно.

При движении пластины с положительным углом атаки γ_0 со скоростью V_0 и особенностью на задней кромке были получены следующие выражения для подъемной силы и силы сопротивления:

$$X = \frac{\rho_0 V_0^2 \gamma_0^2 (2\sqrt{u_0^+} - 3u_0^+ + u_0^{+2})}{\alpha^2 u_0^+}; \quad Y = -\frac{\rho_0 h V_0^2 \gamma_0 (2\sqrt{u_0^+} - 3u_0^+ + u_0^{+2})}{\alpha u_0^+}.$$

В предельных случаях малой и большой глубины, выражения для сил, действующих на вогнутое крыло, получены в аналитическом виде:

$$1) \quad h/L \rightarrow 0 \quad X = \frac{\rho_0 h V_0^2 \gamma_0^2}{\alpha^2} \left(2\sqrt{\frac{h\alpha}{L\pi}} - 3 + \frac{L\pi}{h\alpha} \right); \quad Y = -\frac{\rho_0 h V_0^2 \gamma_0}{\alpha} \left(2\sqrt{\frac{h\alpha}{L\pi}} - 3 + \frac{L\pi}{h\alpha} \right).$$

$$2) \quad h/L \rightarrow \infty \quad X = 3 \frac{\rho_0 V_0^2 \gamma_0^2 \pi L}{\alpha^3}; \quad Y = -3 \frac{\rho_0 V_0^2 \gamma_0 \pi L}{\alpha^2}.$$

При движении пластины с положительным углом атаки и особенностью на передней кромке были получены следующие выражения для подъемной силы и силы сопротивления:

$$X = \frac{\rho_0 h V_0^2 \gamma_0^2 (\sqrt{u_0^+} - 1)^2}{2\alpha^2}; \quad Y = -\frac{\rho_0 h V_0^2 \gamma_0 (\sqrt{u_0^+} - 1)^2}{2\alpha}.$$

В предельных случаях малой и большой глубины, выражения для сил, действующих на выпуклокрыло, получены в аналитическом виде:

$$1) \quad h/L \rightarrow 0 \quad X = \frac{\rho_0 h V_0^2 \gamma_0^2}{2\alpha^2} \left(\sqrt{\frac{L\pi}{h\alpha}} - 1 \right)^2; \quad Y = -\frac{\rho_0 V_0^2 h \gamma_0}{2\alpha} \left(\sqrt{\frac{L\pi}{h\alpha}} - 1 \right)^2.$$

При $h=0$ сила сопротивления и подъемная сила равны

$$X = \frac{\rho_0 L V_0^2 \gamma_0^2}{2\alpha^2}, \quad Y = \frac{\rho_0 L V_0^2 \gamma_0}{2\alpha},$$

что совпадает для несжимаемой жидкости $\alpha = \sqrt{1-M^2} \rightarrow 1$, $a \rightarrow \infty$ с классическим решением задачи Л.И. Седова о движении пластины по поверхности жидкости.

$$2) \quad h/L \rightarrow \infty \quad X = \frac{1}{2} \frac{\rho_0 V_0^2 \gamma_0^2 \pi L}{\alpha^3}; \quad Y = -\frac{1}{2} \frac{\rho_0 V_0^2 \gamma_0 \pi L}{\alpha^2}.$$

При движении пластины с отрицательным углом атаки и особенностью на задней кромке были получены следующие выражения для подъемной силы и силы сопротивления:

$$X = \frac{\rho_0 V_0^2 h \gamma_0^2 (-2\sqrt{u_0^-} + 3u_0^- - u_0^{-2})}{\alpha^2 u_0^-}; \quad Y = \frac{\rho_0 V_0^2 h \gamma_0 (-2\sqrt{u_0^-} + 3u_0^- - u_0^{-2})}{\alpha u_0^-}.$$

В предельных случаях малой и большой глубины, выражения для сил, действующих на вогнутое крыло, получены в аналитическом виде:

$$1) \quad h/L \rightarrow 0 \quad X = -\frac{2\rho_0 V_0^2 h \gamma_0^2}{\alpha^2} e^{\frac{\pi L}{2\alpha h}}; \quad Y = -\frac{2\rho_0 V_0^2 h \gamma_0}{\alpha} e^{\frac{\pi L}{2\alpha h}}.$$

$$2) \quad h/L \rightarrow \infty \quad X = \frac{3}{2} \frac{\rho_0 V_0^2 \gamma_0^2 \pi L}{\alpha^3}; \quad Y = \frac{3}{2} \frac{\rho_0 V_0^2 \gamma_0 \pi L}{\alpha^2}.$$

При движении пластины с отрицательным углом атаки и особенностью на передней кромке были получены следующие выражения для подъемной силы и силы сопротивления:

$$X = \frac{\rho_0 V_0^2 h \gamma_0^2 (\sqrt{u_0^-} - 1)^2}{2\alpha^2}; \quad Y = \frac{\rho_0 V_0^2 h \gamma_0 (\sqrt{u_0^-} - 1)^2}{2\alpha}.$$

В предельных случаях малой и большой глубины, выражения для сил, действующих на выпуклое крыло, получены в аналитическом виде:

$$1) \quad h/L \rightarrow 0 \quad X = \frac{\rho_0 V_0^2 h \gamma_0^2}{2\alpha^2}; \quad Y = \frac{\rho_0 V_0^2 h \gamma_0}{2\alpha}.$$

$$2) \quad h/L \rightarrow \infty \quad X = \frac{\rho_0 V_0^2 \gamma_0^2 \pi L}{4\alpha^3}; \quad Y = \frac{\rho_0 V_0^2 \gamma_0 \pi L}{4\alpha^2}.$$

Для случая замкнутой каверны рассматривается вогнутое крыло, движущееся под положительным углом атаки. Полученное решение позволяет определить действующую на тело подъемную силу и силу сопротивления:

$$X = \frac{\rho_0 V_0^2 h \gamma_0^2 (2\sqrt{u_0^+} - 3u_0^+ + u_0^{+2})}{\alpha^2 u_0^+} +$$

$$+ \frac{\rho_0 V_0 h \gamma_0 \Delta P (u_0^+ + 1)}{2\rho_0 V_0 \pi} \ln \left| \frac{(1 + \sqrt{\frac{s_0^+ - u_0^+}{s_0^+ - 1}})(1 - \sqrt{\frac{s_0^- - u_0^+}{s_0^- - 1}})}{(1 - \sqrt{\frac{s_0^+ - u_0^+}{s_0^+ - 1}})(1 + \sqrt{\frac{s_0^- - u_0^+}{s_0^- - 1}})} \right| \frac{(2\sqrt{u_0^+} - 3u_0^+ + u_0^{+2})}{(u_0^+ - 1)^3} + \frac{M^2 \gamma_0^2 \Delta P h}{\alpha^2 \pi} (u_0^+ - \ln u_0^+ - 1);$$

$$Y = - \frac{\rho_0 V_0^2 h \gamma_0 (2\sqrt{u_0^+} - 3u_0^+ + u_0^{+2})}{\alpha u_0^+} -$$

$$- \frac{\rho_0 V_0 h \alpha \Delta P (u_0^+ + 1)}{2\rho_0 V_0 \pi} \ln \left| \frac{(1 + \sqrt{\frac{s_0^+ - u_0^+}{s_0^+ - 1}})(1 - \sqrt{\frac{s_0^- - u_0^+}{s_0^- - 1}})}{(1 - \sqrt{\frac{s_0^+ - u_0^+}{s_0^+ - 1}})(1 + \sqrt{\frac{s_0^- - u_0^+}{s_0^- - 1}})} \right| \frac{(2\sqrt{u_0^+} - 3u_0^+ + u_0^{+2})}{(u_0^+ - 1)^3} - \frac{M^2 \gamma_0 \Delta P h}{\alpha \pi} (u_0^+ - \ln u_0^+ - 1).$$

s_0^\pm – корень уравнения $\frac{\pi S}{\alpha h} = s_0^\pm - \ln |s_0^\pm| - 1$, S – линейный размер каверны, который определяется расстоянием, на котором происходит слияние верхней и нижней границы. Это условие находится из интегрирования вертикальных скоростей границ каверны. Сумма вертикальных перемещений верхней и нижней границ каверны должна быть равна вертикальному размеру каверны.

Для случая малой глубины $\frac{h}{L} \rightarrow 0$, $\frac{h}{S} \rightarrow 0$ выражения для сил, действующих на вогнутое крыло, получены в аналитическом виде:

$$X = \frac{\rho_0 V_0^2 \gamma_0^2 L \pi}{\alpha^3} + \frac{\gamma_0 \Delta P L^2 \pi}{2h\alpha^2} \left(\frac{2\pi L}{\alpha h} + \ln(1 + e^{-2(\frac{\pi L}{\alpha h})}) \cdot \frac{(\frac{2}{\alpha} - 1) \rho_0 V_0^2 \gamma_0 \pi \sqrt{\frac{\pi L}{\alpha h}}}{\Delta P \alpha} \right) + \frac{M^2 \gamma_0^2 \Delta P L}{\alpha^3};$$

$$Y = - \frac{\rho_0 V_0^2 \gamma_0 L \pi}{\alpha^2} - \frac{\Delta P L^2 \pi}{2h\alpha} \left(\frac{2\pi L}{\alpha h} + \ln(1 + e^{-2(\frac{\pi L}{\alpha h})}) \cdot \frac{(\frac{2}{\alpha} - 1) \rho_0 V_0^2 \gamma_0 \pi \sqrt{\frac{\pi L}{\alpha h}}}{\Delta P \alpha} \right) - \frac{M^2 \gamma_0 \Delta P L}{\alpha^2}.$$

При увеличении размера каверны силы, действующие на крыло, уменьшаются и стремятся к соответствующим значениям для бесконечной каверны.

Зависимость отношения длины тела к длине каверны от безразмерной глубины для разных чисел кавитации представлена на рисунке 2.

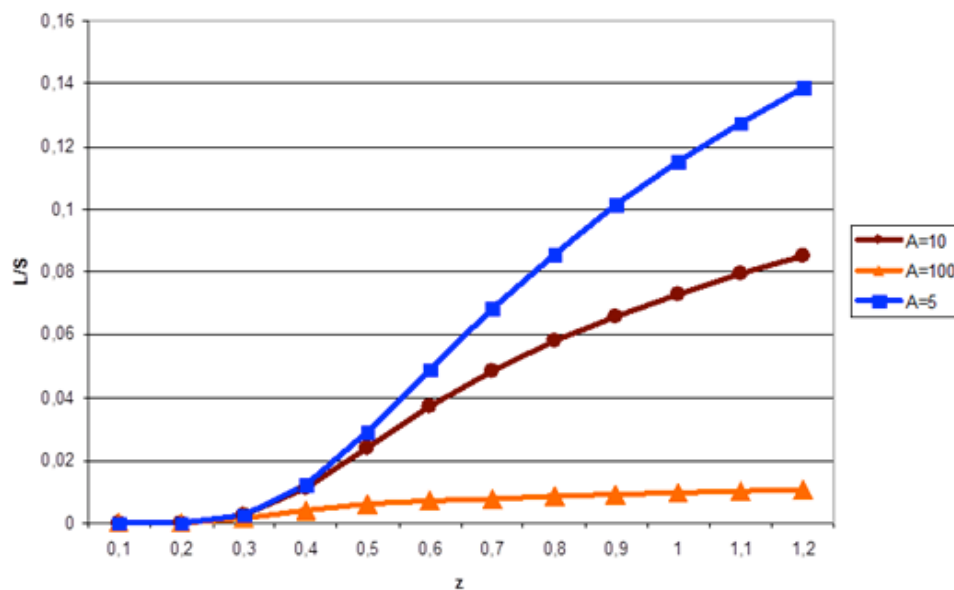


Рис. 2. Зависимость отношения длины тела к длине каверны от безразмерной глубины для разных чисел кавитации.

$$\frac{L}{S} = \frac{e^{-2/z}}{\frac{1}{2} + A \cdot e^{-2/z} \sqrt{\frac{1}{z}}}, \quad z = \sqrt{\frac{\alpha h}{\pi L}}, \quad A = \frac{2 - \alpha}{\alpha^2} \frac{\gamma_0 \pi}{C_{cav.min}},$$

$C_{cav.min}$ — число кавитации.

Во второй главе рассматривается движение крыла в невесомом идеальном газе вблизи твердой поверхности. Считается, что крыло движется с постоянной скоростью в неподвижной системе координат. Адиабатическое течение описывается уравнением неразрывности и уравнениями Эйлера. Угол атаки крыла мал, тогда возмущения при движении крыла можно считать малыми, и движение газа является потенциальным. Потенциал скорости удовлетворяет волновому уравнению, а давление можно найти из линеаризованного уравнения движения. На твердой поверхности и на поверхности контакта движущегося тела и газа необходимо выполнение условия обтекания.

В подвижной системе координат, связанной с крылом, движение считается установившимся. После перехода к новым безразмерным переменным потенциал скорости будет удовлетворять уравнению Лапласа. Решение ищется в виде действительной части от некоторой аналитической функции комплексной переменной, тождественно удовлетворяющей уравнению Лапласа. Для выделения единственного решения краевой задачи необходимы дополнительные предположения на характер поведения функции в бесконечно удаленной точке, а также на концах отрезка, моделирующего крыло. На бесконечности функция стремится к нулю и ограничена на задней кромке крыла (гипотеза Чаплыгина-Жуковского).

Решение задачи ищется в виде интеграла типа Коши, который будет удовлетворять условию обтекания при выполнении сингулярного интегрального уравнения, имеющего различный вид для пластины и для выпуклого контура. После предложенной автором регуляризации сингулярное интегральное уравнение было сведено к уравнению Фредгольма второго рода, решение которого сводится к решению линейной системы уравнений.

Была получены зависимость приведённой подъёмной силы $F_{\Pi} \delta / \rho_0 V^2 \pi \gamma L$ от безразмерной высоты $H = h \cdot \delta / L$, $\delta = \sqrt{1 - M^2}$ для пластины (кривая синего цвета) и для выпуклого контура (кривая зелёного цвета) (рисунок 3).

Проведенный расчет показывает, что подъёмная сила быстро убывает с увеличением высоты до величины, равной её значению в безграничной среде, полученному Н.Е. Жуковским. Экран заметно влияет на подъёмную силу только на высоте полёта, меньшей длины хорды крыла. Подъёмная сила выпуклого крыла больше подъёмной силы пластины для соответствующих расстояний от экрана.

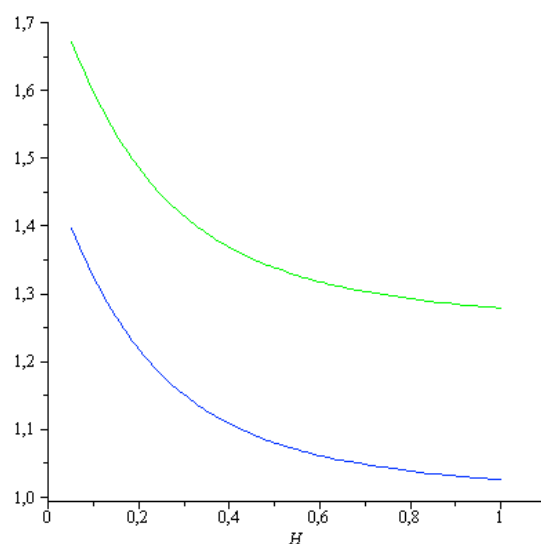
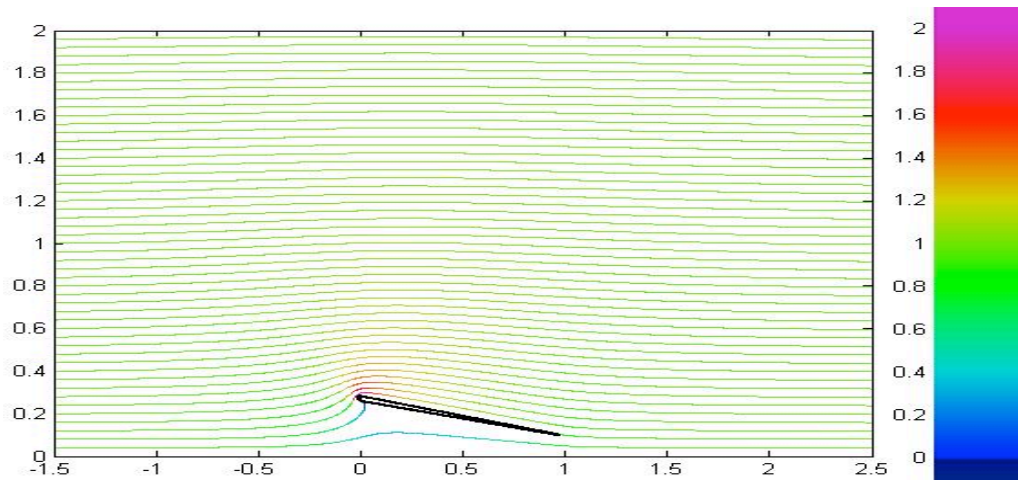


Рис. 3. Зависимость приведённой подъёмной силы $F_{\Pi} \delta / \rho_0 V^2 \pi \gamma L$ от безразмерной высоты $H = h \cdot \delta / L$, $\delta = \sqrt{1 - M^2}$ для пластины (кривая синего цвета) и для выпуклого контура (кривая зелёного цвета).

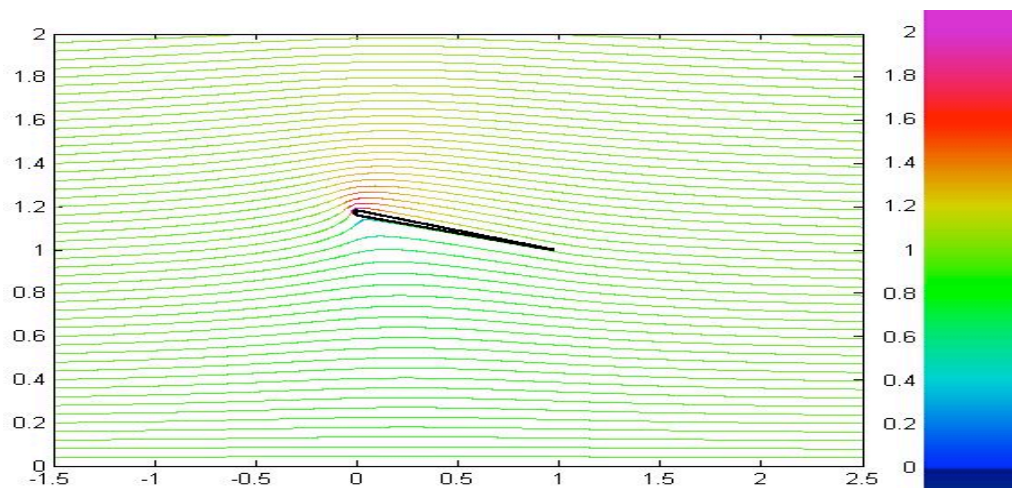
Для сравнения с полученным аналитическим решением было проведено численное решение задачи обтекания пластины вблизи твердой поверхности потоком идеальной несжимаемой жидкости методом граничных элементов (МГЭ). Пластина аппроксимируется панелями с кусочно-постоянным диполем и добавкой точечного вихря на хвостовом конце. Для определения интенсивности вихрей выражение для скорости жидкости от распределенных таким образом особых точек подставляется в условия непротекания в серединах панелей. Замыкающим условием СЛАУ является условие Чаплыгина-Жуковского об ограниченности

скорости на задней кромке, которое обнуляет суммарную интенсивность вихря на задней кромке, минимизируя модуль скорости в ее окрестности.

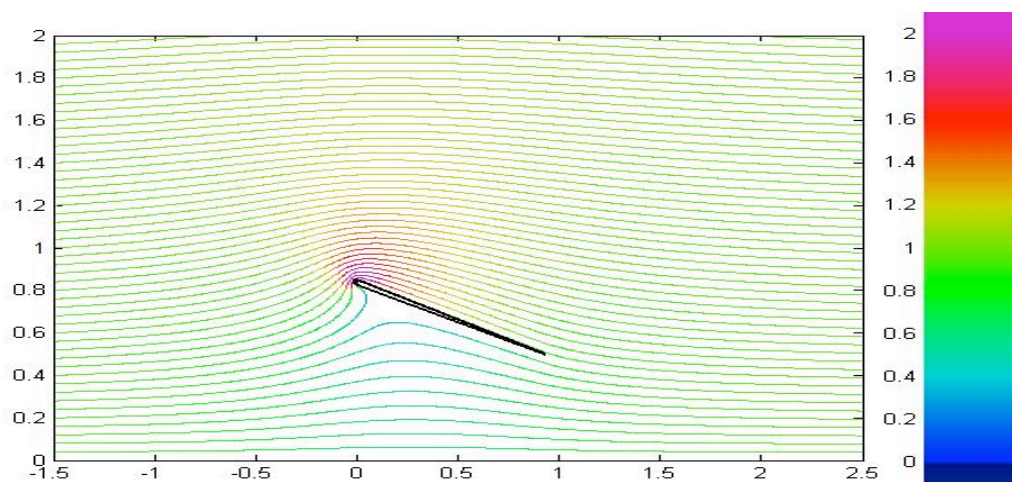
Линии тока и распределение скорости вдоль них при обтекании пластины под углом α на расстоянии $H = h/L$ от твердой поверхности, полученные МГЭ, изображены на рисунке 4.



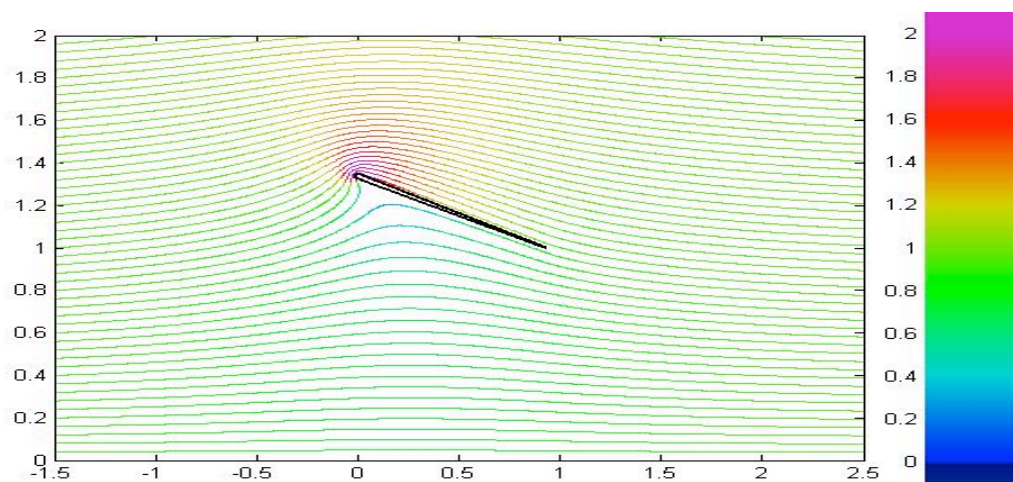
$\alpha = 10^0, H = 0,1;$



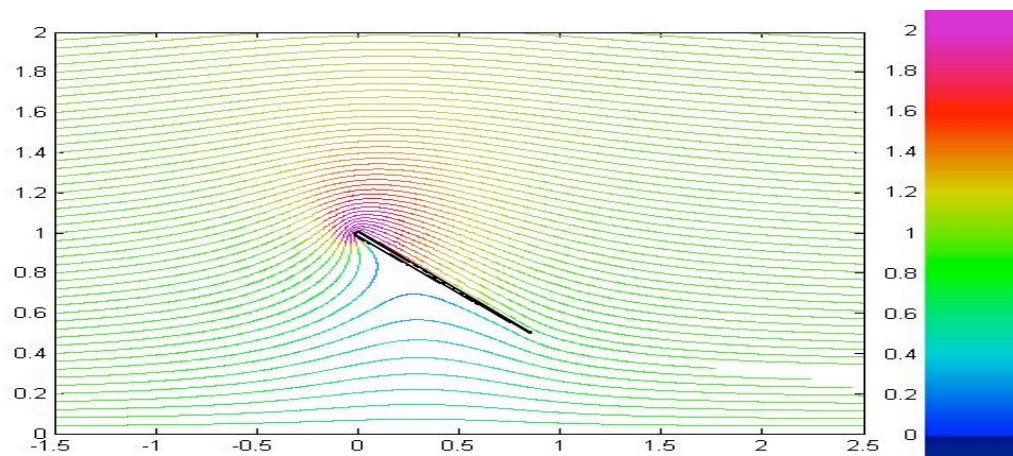
$\alpha = 10^0, H = 0,5;$



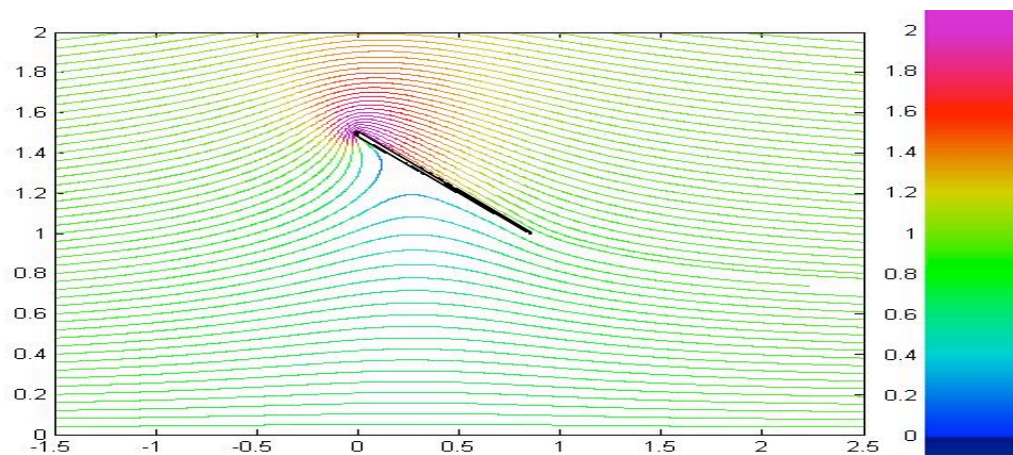
$\alpha = 20^0, H = 0,5;$



$$\alpha = 20^{\circ}, \quad H = 1;$$



$$\alpha = 30^{\circ}, \quad H = 0,5;$$



$$\alpha = 30^{\circ}, \quad H = 1.$$

Рис. 4. Линии тока и распределение скорости вдоль них при обтекании пластины под углом α на расстоянии $H = h/L$ от твердой поверхности.

На цветной шкале изображено, какую часть от невозмущенной скорости жидкости составляет модуль скорости в точках на линиях тока. По распределению скоростей вдоль линий тока можно сделать вывод о том, что подъемная сила, действующая на пластину, уменьшается с увеличением расстояния от экрана. Для углов атаки больше 30° подъемная сила уменьшается.

Проведено сравнение зависимости приведенной подъемной силы пластины вблизи экрана $F_{\Pi} \delta / \rho_0 V^2 \pi \gamma L$ от безразмерной высоты $H = h/L$ для числа Маха $M = 0,2$, полученной аналитическим (кривая синего цвета) и численным методами (кривая красного цвета), разработанными в диссертации (рисунок 5).

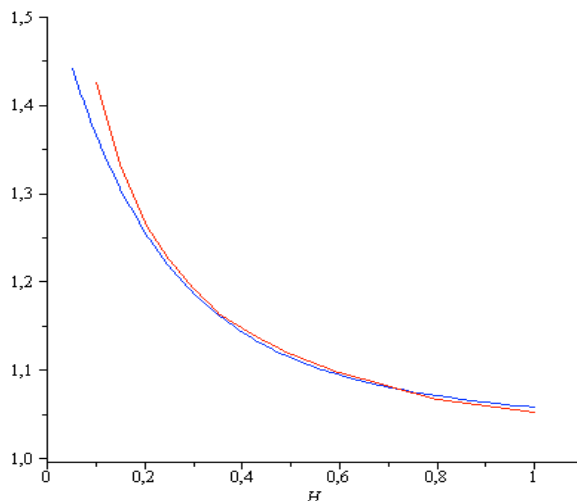


Рис. 5. Сравнение зависимости приведенной подъемной силы пластины вблизи экрана $F_{\Pi} \delta / \rho_0 V^2 \pi \gamma L$ от безразмерной высоты $H = h/L$ для числа Маха $M = 0,2$, полученной аналитическим (кривая синего цвета) и численным методами (кривая красного цвета), разработанными в диссертации.

Проведено сравнение результатов диссертационной работы с асимптотическим решением А.Н. Панченкова и численным решением В.А. Фролова.

В заключении приведены основные результаты и выводы:

- При движении пластины в жидкости под свободной поверхностью построено аналитическое решение, позволяющее найти величину силы сопротивления и подъёмной силы. Показано, что подъёмная сила при малой глубине возрастает как $(h/L)^{n/2}$, $n = 1;3$ и выходит на константу при увеличении глубины.

- При движении тонкого тела вблизи твердой поверхности (экрана) была получена зависимость приведенной подъемной силы от расстояния до экрана для пластины и выпуклого контура. Было проведено сравнение с численным решением МГЭ. Полученная подъёмная сила отличается от аналогичной величины для неограниченного пространства дополнительным слагаемым, которое убывает с увеличением расстояния от крыла до поверхности.

- Экран заметно влияет на подъёмную силу только на высоте полёта, меньшей длины хорды крыла.

- Подъёмная сила выпуклого крыла больше подъёмной силы пластины для соответствующих расстояний от экрана.

По теме диссертации опубликованы следующие работы:

Статьи в журналах:

1. Звягин А.В., Смирнова М.Н. Движение тонкого тела вблизи свободной поверхности сжимаемой жидкости // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика, механика, 2009. – №2, с. 35-44. (Engl. transl.: Zvyaguin A.V., Smirnova M.N. Motion of a slender body near the free surface of compressible fluid // Moscow University mechanics Bulletin, 2009. – vol. 64. – №2. – pp. 5-15). **(ВАК)**
2. Smirnova M.N., Zvyaguin A.V. Fluid flow interaction with an obstacle near free surface // ActaAstronautica, 2009. – v. 64. – pp. 288–294. **(ВАК)**
3. Smirnova M.N., Zvyaguin A.V. Different flow scenario for thin body subsonic motion in compressible fluid under free surface // ActaAstronautica, 2010. – vol. 66. – pp. 434 – 438. **(ВАК)**
4. Smirnova M.N., Zvyaguin A.V., Shugan I.V., Ray-Yeng Yang, Hwung-HwengHwung. Thin body motion under free surface with formation of final length cavity // ActaAstronautica, 2011. – v. 68. – iss. 1-2. – pp. 46-51. **(ВАК)**
5. Smirnova M.N., Zvyaguin A.V. Theoretical solution for the lift force of “ecranoplan” moving near rigid surface // ActaAstronautica, 2011. – v. 68. – iss. 11-12. – pp. 1676-1680. **(ВАК)**
6. Smirnova M.N., Zvyaguin A.V. High velocity motion of a wing in compressible fluid near a surface // WSEAS Transactions on Fluid Mechanics, 2011. – v. 6. – iss. 2. – pp. 92-101.
7. Smirnova M.N., Kondrat’ev K.A. Space debris fragments impact on multi-phase fluid filled containments // ActaAstronautica, 2012. – v. 79. – pp. 12-19. **(ВАК)**

Статьи в сборниках трудов конференций:

8. Звягин А.В., Смирнова М.Н. Движение тонкого твердого тела под углом атаки в упругой среде при наличии свободной поверхности // Ломоносовские чтения. Механика. Тезисы докладов научной конференции. – Изд. Московского университета, 2008. – с. 84-85.
9. Звягин А.В., Смирнова М.Н. Движение тела под углом атаки в сжимаемой жидкости при наличии свободных границ // Ломоносовские чтения. Механика. Тезисы докладов научной конференции. – Изд. Московского университета, 2009. – с.78.
10. Звягин А.В., Смирнова М.Н. Движение тонкого тела в сжимаемой жидкости вблизи свободной поверхности с учётом формирования каверны конечного размера // Ломоносовские чтения. Механика. Тезисы докладов научной конференции. – Изд-во Московского университета, 2010. – с. 89-90.
11. Смирнова М.Н., Звягин А.В. Движение тела под углом атаки при наличии свободных границ // Тезисы докладов Международной конференции «Современные проблемы газовой и волновой динамики». – Москва, МГУ, апрель 2009. – с. 102-103.

12. Smirnova M.N., Zvyaguin A.V. Motion of a rigid body in compressible fluid with a free surface // Proc. 6-th IASME/WSEAS Conference HTE'08, Rhodes, Aug. 2008. – vol. 1. – pp. 61-66.
13. Smirnova M.N., Zvyaguin A.V. Motion of a rigid body in an elastic medium with free surface // Book of Abst. XXXVI Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics”, St.Petersburg (Repino), 2008. – p. 71.
14. Smirnova M.N., Zvyaguin A.V. Resistance and Lift Forces in Thin Body Motion in Compressible Fluid Parallel to Free Surface // Proceedings of the XXXVII Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics”, St.Petersburg (Repino), 2009. – p. 609-616.
15. Smirnova M.N., Kondrat'ev K.A., Zvyaguin A.V. Wave formation on free surface on interaction with a body moving under free surface // Proceedings of the XXXVIII Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics”, St.Petersburg (Repino), 2010. – p. 651-658.
16. Smirnova M.N., Kondrat'ev K.A., Zvyaguin A.V. Wave formation on free surface on interaction with a body moving under free surface // Book of Abstracts of the XXXVIII Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics”, St.Petersburg (Repino), 2010. – p. 93 – 94.
17. Smirnova M.N., Kondrat'ev K.A., Smirnov N.N. Projectile motion under free surface after perforation of containment filled with two-phase fluid // Proc. 61-st International Astronautical Congress, Prague, 2010.
18. Smirnova M.N., Zvyaguin A.V. Boundary effects on thin body motion in fluid or gas // Book of Abstracts of the XXXIX Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics”, St.Petersburg (Repino), 2011. – p. 89.
19. Smirnova M.N., Zvyaguin A.V. Boundary effects on thin body motion in fluid or gas // Proceedings of the XXXIX Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics”, St.Petersburg (Repino), 2011. – p. 423-433.
20. Smirnova M.N., Zvyaguin A.V. The lift force of a wing moving in compressible fluid near a rigid surface // Book of Abstracts of the XL Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics”, St.Petersburg (Repino), 2012, p. 82.
21. Smirnova M.N., Zvyaguin A.V. The lift force of a wing moving in compressible fluid near a rigid surface // Proceedings of the XL Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics”, St.Petersburg (Repino), 2012, pp. 337-344.
22. Smirnova M.N., Zvyaguin A.V. High velocity gliding of a plate with final length cavity formation // Book of Abstracts of the XLI Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics”, St.Petersburg (Repino), 2013, p. 104.
23. Smirnova M.N., Zvyaguin A.V. High velocity gliding of a plate with final length cavity formation // Proceedings of the XLI Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics”, St.Petersburg (Repino), 2013, pp. 556-562.