

На правах рукописи

Магидов Дмитрий Рудольфович

Определение условий возникновения глобальных автоколебаний
в двумерных потоках на основе линейной теории устойчивости

Специальность 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург 2006

Работа выполнена на кафедре гидроаэродинамики ГОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Научный руководитель: кандидат физ.-мат. наук, доцент
Андрей Викторович Гарбарук

Официальные оппоненты: доктор физ.-мат. наук, профессор
Исаев Сергей Александрович

кандидат физ.-мат. наук, доцент
Волков Алексей Николаевич

Ведущая организация: НИИ механики МГУ
им. М. В. Ломоносова, г. Москва

Защита состоится «26» декабря 2006 года в 16 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д 212.229.07 в ГОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет» по адресу: 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 29, корп. 1, кафедра гидроаэродинамики.

Отзыв на автореферат в двух экземплярах, заверенный печатью учреждения, просьба направлять по вышеуказанному адресу на имя ученого секретаря диссертационного совета.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке ГОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет».

Автореферат разослан « » 2006 года.

Ученый секретарь диссертационного совета Д 212.229.07,
Кандидат физ.-мат. наук, доцент

Д.К.Зайцев

Общая характеристика работы

Актуальность проблемы

Потеря устойчивости и переход от стационарного режима течения к нестационарному сопровождается кардинальными изменениями всех характеристик потока. Наиболее известным примером такого рода явлений является переход от ламинарной формы течения к турбулентной. Однако потеря устойчивости далеко не всегда связана с переходом к турбулентности. Глобальные (затрагивающие все течение) автоколебания могут возникать как в ламинарных потоках при сравнительно низких числах Рейнольдса (классическим примером таких автоколебаний является вихревая дорожка Кармана), так и в развитых турбулентных течениях. С практической точки зрения, одно из наиболее важных последствий возникновения глобальных автоколебаний потока в аэродинамических приложениях состоит в появлении нестационарных нагрузок на обтекаемую поверхность (например, на крыло самолета), что является крайне нежелательным и неоднократно приводило к авариям и даже к гибели самолетов. Поэтому знание условий возникновения глобальных автоколебаний является необходимым условием обеспечения безопасности полетов. Наряду с этим, такая информация является весьма полезной при численном решении стационарных задач аэродинамики, поскольку отсутствие сходимости используемых для этого итерационных алгоритмов, часто имеющее место в практических вычислениях, может быть обусловлено как недостатками самих алгоритмов, так и объективными физическими причинами, связанными с неустойчивостью стационарного течения. Учитывая, что критерии сходимости итераций, как правило, отсутствуют, различить эти две ситуации можно лишь на основе надежных знаний о границах устойчивости рассматриваемого течения. Более того, при использовании метода установления по времени, являющегося наиболее популярным при решении уравнений Навье-Стокса и Рейнольдса, в зависимости от значений вычислительных параметров (в первую очередь, шага интегрирования по времени) возможно получение как стационарных, так и нестационарных решений, причем осредненное по времени нестационарное решение существенно отличается от стационарного. В этой ситуации выбор правильного (соответствующего реальному течению) типа решения, который может быть сделан на основе знаний об условиях возникновения в рассматриваемом потоке глобальных автоколебаний, становится очень важным, даже если целью расчета является определение только стационарных (средних) характеристик потока.

Таким образом, надежные подходы к определению условий потери устойчивости и перехода к автоколебательным режимам течения представляют

большой практический и методический интерес. В настоящее время существует несколько таких подходов, каждый из которых имеет свои достоинства и недостатки.

Наиболее достоверные данные, очевидно, могут быть получены экспериментальным путем. Однако, наряду с высокой стоимостью соответствующих исследований (данный довод в пользу расчетных методов приобретает в последние годы все большее значение), этот подход имеет ряд других принципиальных ограничений, особенно для задач характерных для внешней аэродинамики. Прежде всего, в лабораторных условиях практически невозможно воспроизвести значения определяющих параметров реальных течений. Например, при обтекании крыла современного гражданского самолета число Рейнольдса составляет порядка 10^7 - 10^8 , а число Маха – 0.7-0.9, и именно эти параметры, наряду с углом атаки, определяют границы устойчивости стационарного трансзвукового обтекания крыла или, иными словами, – условия возникновения трансзвуковых автоколебаний (трансзвукового бафтинга). Кроме того, на условия возникновения глобальных автоколебаний существенное влияние оказывают некоторые трудно контролируемые условия эксперимента (размеры рабочей части аэродинамической трубы, уровень турбулентности потока и т. п.). Все это значительно затрудняет получение надежных экспериментальных данных по условиям глобальной устойчивости стационарных течений, представляющих практический интерес.

Среди расчетных методов определения этих условий можно выделить две основные группы.

К первой группе относятся методы, базирующиеся на численном решении нестационарных уравнений Навье-Стокса или Рейнольдса при турбулентных режимах течения. К сожалению, даже при проведении единичных расчетов численное решение этих уравнений для достаточно сложных трехмерных течений, представляющих практический интерес, требует привлечения значительных вычислительных ресурсов, а для определения границ устойчивости необходимо проведение большого числа расчетов в широком диапазоне изменения определяющих параметров течения (чисел Маха и Рейнольдса, угла атаки и т. д.). Кроме того, при условиях близких к “критическим” (соответствующим потере устойчивости стационарного режима моделируемого течения) для определения типа решения расчеты необходимо проводить на больших по сравнению с характерным конвективным временем интервалах с достаточно мелким шагом интегрирования по времени. Наконец, тип решения зависит при этом от особенностей используемых вычислительных алгоритмов и от конкретных вычислительных параметров (начальное приближение, разностная сетка, способ пространственной и временной дискретизации исходных уравнений и т. п.). Таким образом, методы определения границ устойчивости стационарных течений, основанные на численном интегрировании нестационарных уравнений движения, с одной стороны, требуют больших вычислительных ресурсов, а с другой, – являются недостаточно надежными.

Ко второй группе методов, которые могут применяться для решения рассматриваемой задачи, относятся методы, базирующиеся на классической Линейной Теории Устойчивости (ЛТУ). Их важным преимуществом перед кратко рассмотренными выше методами, основанными на численном решении нестационарных уравнений движения, является относительная экономичность и достаточно высокая надежность. Однако методы, опирающиеся на ЛТУ, требуют большой оперативной памяти компьютера (это обусловлено необходимостью решения задач на собственные значения для матриц очень большого размера), в связи с чем данная группа методов также пока не получила широкого применения при решении практических задач. Тем не менее, учитывая их потенциальные возможности, а также тенденцию к быстрому росту оперативной памяти компьютеров, развитие таких методов применительно к анализу условий возникновения глобальных автоколебаний в различных потоках, которому посвящена данная работа, представляется весьма актуальной задачей, решение которой имеет как важное методическое, так и непосредственное практическое значение.

Основные задачи работы

Приведенные выше соображения определили основные задачи диссертации, которые состоят в следующем.

1. Разработка и программная реализация базирующихся на ЛТУ алгоритмов определения условий возникновения глобальных автоколебаний в двумерных и квазитрехмерных течениях.
2. Разработка и программная реализация приближенной методики оперативной оценки эффективности методов управления устойчивостью путем внесения в поток малых возмущений.
3. Верификация разработанных алгоритмов и программных средств.
4. Применение разработанных алгоритмов и программного обеспечения для решения следующих конкретных задач:
 - 4.1. Определение условий устойчивости ламинарного обтекания цилиндра при наличии угла скольжения.
 - 4.2. Определение условий начала автоколебаний скачка уплотнения (трансзвукового бафтинга) при трансзвуковом турбулентном обтекании аэродинамических профилей.
 - 4.3. Исследование устойчивости обтекания цилиндра при наличии в его следе цилиндра малого диаметра.

Научная новизна работы

Основные новые научные результаты работы состоят в следующем.

1. Построены новые методы определения условий потери устойчивости и возникновения глобальных автоколебаний потока, базирующиеся на ЛТУ в сочетании с двумерными и квазитрехмерными уравнениями Навье-Стокса и Рейнольдса для сжимаемого газа.
2. Предложено обобщение на случай сжимаемых течений метода Хилла, предназначенного для приближенной оперативной оценки влияния малых возмущений потока на условия возникновения в нем глобальных автоколебаний.
3. Показано, что при ламинарном обтекании круглого цилиндра под ненулевым углом скольжения граница устойчивости определяется числом Рейнольдса, построенным по поперечной к оси тела составляющей скорости набегающего потока.
4. Впервые на основе ЛТУ проведено исследование условий начала трансзвукового бафтинга при турбулентном обтекании различных аэродинамических профилей.
5. На примере задачи об устойчивости обтекания системы, состоящей из двух цилиндров (основного цилиндра и цилиндра малого диаметра, помещенного в его след), продемонстрирована применимость разработанного обобщения метода Хилла для анализа устойчивости таких систем и исследован механизм стабилизирующего / дестабилизирующего влияния малого цилиндра.

Практическая ценность работы

Предложенные методы определения условий возникновения автоколебаний в двумерных и квазитрехмерных ламинарных и турбулентных потоках и методы оценки влияния на эти условия относительно малых внешних воздействий на основе ЛТУ являются существенно более экономичными, чем альтернативные методы, базирующиеся на решении соответствующих нестационарных уравнений движения. В связи с этим разработанные методы могут быть использованы при аэродинамическом проектировании, в частности, при оптимизации аэродинамических профилей с целью предотвращения трансзвукового бафтинга и для оперативной оценки эффективности методов управления устойчивостью течений у плохообтекаемых тел.

Апробация работы

Основные результаты работы докладывались на семинарах лаборатории вычислительной газовой динамики РНЦ "Прикладная химия" в 2005 и 2006 гг., на Всероссийской межвузовской научно-технической конференции студентов и

аспирантов в 2005 г., на XV Школе–семинаре молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева "Проблемы газодинамики и теплообмена в энергетических установках" в 2005 г., на IX Всероссийской конференции по проблемам науки и высшей школы "Фундаментальные исследования в технических университетах" в 2005 г., на Европейской конференции по аэрокосмическим наукам (European Conference For Aerospace Sciences (EUCASS)) в 2005 г., на III симпозиуме по глобальной устойчивости и управлению течениями (3rd Symposium on Global Flow Instability and Control) в 2005 г. и на семинарах кафедры гидроаэродинамики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета в 2006 г.

Публикации по теме диссертации

Основные результаты работы изложены в пяти научных публикациях.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, трех основных глав, заключения, и списка литературы из 90 наименований. Работа изложена на 117 страницах, включая 9 таблиц и 36 рисунков.

Содержание работы

Во **Введении** обосновывается актуальность и практическая значимость темы диссертации, дается краткая характеристика и оценка существующих подходов к определению границ устойчивости стационарных течений и делается вывод о перспективности использования для этих целей методов, базирующихся на классической Линейной Теории Устойчивости (ЛТУ). С учетом этого вывода, формулируются основные задачи работы, которые состоят в построении, программной реализации, верификации и практическом применении основанных на ЛТУ алгоритмов определения условий возникновения глобальных автоколебаний в двумерных и квазитрехмерных ламинарных и турбулентных потоках.

Глава 1 диссертации посвящена описанию разработанных методов.

В ее *первом разделе* сформулированы основные идеи ЛТУ и проведен краткий обзор результатов применения методов ЛТУ для определения границ устойчивости различных аэродинамических течений. При этом отмечается, что вплоть до настоящего времени в большинстве работ, посвященных данной проблеме, рассмотрение ограничено анализом устойчивости так называемых параллельных или близких к ним ламинарных течений, а двумерные ламинарные и, в особенности, турбулентные течения остаются практически неизученными. На основе анализа работ по численному моделированию турбулентных течений с ярко выраженными автоколебаниями, выполненных в последние годы в рамках нестационарных

уравнений Рейнольдса (URANS), сделан вывод о правомерности применения этих уравнений (и, как следствие, ЛТУ в сочетании с ними) для определения условий возникновения глобальных автоколебаний в турбулентных потоках.

Второй раздел Главы 1 содержит подробное изложение разработанного в диссертации подхода к определению границ устойчивости стационарных решений уравнений Навье-Стокса и уравнений Рейнольдса, замкнутых с помощью модели Спаларта-Аллмареса. Этот подход включает 3 основных этапа.

На *первом этапе* проводится численное интегрирование соответствующих уравнений движения и получается их стационарное решение. В данной работе на этом этапе применяется NTS код, прошедший широкую проверку на примере расчета самых разнообразных ламинарных и турбулентных стационарных и нестационарных течений¹. В нем используется неявный по времени метод конечных объемов, реализованный на структурированных многоблочных перекрывающихся сетках. Разностная аппроксимация уравнений движения основана на схеме расщепления потоков Роу 3-го порядка точности для невязких составляющих векторов потоков и на симметричной схеме 2-го порядка – для вязких составляющих.

На *втором этапе* производится расчет коэффициентов системы линейных уравнений для задачи на собственные значения, которая получается путем линеаризации нестационарных уравнений в предположении о малости отклонений от стационарного решения. В случае уравнений Рейнольдса, на примере которых проводится описание метода (аналогичные результаты для уравнений Навье-Стокса формально легко получить из приведенных соотношений, полагая в них равной нулю турбулентную вязкость ν_t), вектор основных переменных $\mathbf{q} = \{\rho, u, v, w, T, \nu_t\}$ представляется в форме суммы стационарного решения и малого нестационарного возмущения $\mathbf{q} = \bar{\mathbf{q}} + \mathbf{q}'$ и подставляется в нестационарные уравнения Рейнольдса. Пренебрегая в полученных уравнениях нелинейными относительно \mathbf{q}' членами и предполагая квазитрехмерный характер течения ($\partial \bar{\mathbf{q}} / \partial z = \mathbf{0}$), а также используя то обстоятельство, что $\bar{\mathbf{q}}$ удовлетворяет стационарным уравнениям Рейнольдса, из полученных таким образом уравнений легко получить искомую линейную систему уравнений относительно вектора возмущений \mathbf{q}' . После представления \mathbf{q}' в гармонической форме $\mathbf{q}'(x, y, t) = \tilde{\mathbf{q}}(x, y) \cdot \exp(-i\omega t + i\beta z)$ она приобретает вид

$$L(\bar{\mathbf{q}}) \cdot \tilde{\mathbf{q}} - \lambda \tilde{\mathbf{q}} = 0, \tag{1}$$

где L - линейный дифференциальный оператор второго порядка, а $\lambda = i\omega$.

¹ **Shur, M.** High-Order Implicit Multi-Block Navier-Stokes Code: Ten-Year Experience of Application to RANS/DES/LES/DNS of Turbulence / M. Shur, M. Strelets, A. Travin // 7th Symposium on Overset Grids & Solution Technology October 5-7, 2004, Huntington Beach, CA, USA.

В сочетании с соответствующим образом линеаризованными граничными условиями система (1) представляет собой задачу на собственные значения оператора L , решение которой осуществляется на *третьем заключительном этапе* расчета. При этом аппроксимация оператора L осуществляется на той же сетке, что и стационарные уравнения движения с использованием противопоточной схемы 3-го порядка либо симметричной схемы 4-го порядка для аппроксимации невязких составляющих векторов потоков и симметричной схемы 2-го порядка для вязких.

Для ответа на вопрос об устойчивости полученного на первом этапе расчета стационарного решения необходимо найти собственное число оператора L с наименьшей вещественной частью и соответствующий ему собственный вектор (наличие в спектре собственного числа с отрицательной вещественной частью λ_r означает неустойчивость стационарного решения). Решения полученной матричной задачи на собственные значения осуществляется с помощью метода Арнольди (выбор именно этого метода сделан на основе анализа литературы посвященной различным подходам к решению задач на собственные значения), в сочетании с методом LU -разложения для обращения разреженных матриц.

Третий раздел Главы 1 посвящен обобщению предложенного подхода, которое при относительно небольших дополнительных вычислительных затратах позволяет приближенно оценить влияние относительно слабых внешних воздействий на устойчивость рассматриваемого стационарного течения. Важным достоинством этого метода (для течений несжимаемой жидкости аналогичный метод был предложен Хиллом²) является то, что при его использовании нет необходимости в пересчете базового стационарного решения при изменении воздействия. При этом дополнительные по сравнению со стандартной задачей устойчивости вычислительные затраты сводятся к решению задачи на собственные значения для сопряженного оператора. Вкратце, суть данного подхода состоит в следующем.

Пусть на течение действует некоторая объемная сила $\mathbf{f}(\mathbf{q})$, зависящая от локальных характеристик потока. Тогда, используя ЛТУ, можно получить следующую задачу на собственные значения для оператора $[L - H]$:

$$[L(\bar{\mathbf{q}}_1) - H(\bar{\mathbf{q}}_1)] \cdot \tilde{\mathbf{q}}_1 - \lambda_1 \tilde{\mathbf{q}}_1 = 0, \quad (2)$$

где $H(\mathbf{q}) = W^{-1}(\mathbf{q}) \cdot \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}}$, W – якобиан перехода от вектора консервативных переменных в уравнениях движения к вектору неконсервативных переменных \mathbf{q} , $\bar{\mathbf{q}}_1$ – решение стационарных уравнений движения, а $\tilde{\mathbf{q}}_1$ – вектор амплитуд возмущений.

² Hill, D. C. A theoretical approach for analyzing the restabilization of wakes / D. C. Hill // AIAA Paper. – 1992. – AIAA-92-0067.

Задача на собственные значения (2) может быть решена точно с помощью методики, описанной в разделе 1.2 диссертации. Однако при этом при изменении объемной силы, кроме повторения решения задачи на собственные значения (2), требуется также решение системы уравнений Навье-Стокса или Рейнольдса для получения нового базового решения $\bar{\mathbf{q}}_1$. Этого, однако, можно избежать, если использовать предположение о малости объемной силы \mathbf{f} . В этом случае базовое решение при наличии объемной силы $\bar{\mathbf{q}}_1$ может быть приближенно (с точностью до величин второго порядка малости) вычислено через стационарное решение при отсутствии объемной силы ($\bar{\mathbf{q}}_0$) по формуле

$$\bar{\mathbf{q}}_1 = \bar{\mathbf{q}}_0 + (L(\bar{\mathbf{q}}_0))^{-1} \cdot (W(\bar{\mathbf{q}}_0))^{-1} \cdot \mathbf{f}(\bar{\mathbf{q}}_0). \quad (3)$$

После представления $\tilde{\mathbf{q}}_1$ и λ_1 в (2) в виде суммы соответствующих величин для течения без объемной силы и их малых приращений, вызванных ее наличием

$$\tilde{\mathbf{q}}_1 = \tilde{\mathbf{q}}_0 + \Delta\tilde{\mathbf{q}}, \quad \lambda_1 = \lambda_0 + \Delta\lambda \quad (4)$$

задача на собственные значения (2) с точностью до величин второго порядка малости преобразуется к следующей задаче:

$$L(\bar{\mathbf{q}}_0) \cdot \Delta\tilde{\mathbf{q}} - \lambda_0 \Delta\tilde{\mathbf{q}} = H(\bar{\mathbf{q}}_0) \cdot \tilde{\mathbf{q}}_0 - (L(\bar{\mathbf{q}}_0 + \Delta\mathbf{q}) - L(\bar{\mathbf{q}}_0)) \cdot \tilde{\mathbf{q}}_0 + \Delta\lambda \tilde{\mathbf{q}}_0. \quad (5)$$

Применение к (5) Альтернативы Фредгольма с использованием задачи на собственные значения для сопряженного оператора

$$L^*(\bar{\mathbf{q}}_0) \cdot \tilde{\mathbf{q}}_0^* - \bar{\lambda}_0 \tilde{\mathbf{q}}_0^* = 0 \quad (6)$$

позволяет получить следующее выражение для сдвига собственного числа $\Delta\lambda$ за счет внешнего воздействия

$$\Delta\lambda = ([\tilde{\mathbf{q}}_0^*; (L(\bar{\mathbf{q}}_0 + \Delta\mathbf{q}) - L(\bar{\mathbf{q}}_0)) \cdot \tilde{\mathbf{q}}_0] - [\tilde{\mathbf{q}}_0^*; H(\bar{\mathbf{q}}_0) \cdot \tilde{\mathbf{q}}_0]) / [\tilde{\mathbf{q}}_0^*; \tilde{\mathbf{q}}_0], \quad (7)$$

знак и величина вещественной части которого определяют соответственно характер (стабилизация или дестабилизация) и степень воздействия возмущения на рассматриваемое стационарное решение.

Реализация описанного подхода включает 6 этапов.

1. Численное решение системы стационарных уравнений движения при отсутствии объемной силы (определение дискретного аналога $\bar{\mathbf{q}}_0$ - вектора $\bar{\mathbf{a}}$).

2. Расчет элементов матрицы для амплитуд возмущений $S = S(\bar{\mathbf{a}})$ (разностного аналога $L(\bar{\mathbf{q}}_0)$ с соответствующими граничными условиями) и сопряженной к ней (транспонированной в вещественном случае) матрицы $S^* = S^T$ (разностного аналога $L^*(\bar{\mathbf{q}}_0)$).
3. Численное решение прямой и сопряженной задач на собственные значения

$$\begin{cases} (S - \lambda E) \cdot \tilde{\mathbf{a}} = 0 \\ (S^T - \lambda^* E) \cdot \tilde{\mathbf{a}}^* = 0 \end{cases}$$
4. Решение системы линейных алгебраических уравнений

$$S \cdot \Delta \bar{\mathbf{q}} = W^{-1} \mathbf{f}.$$
5. Расчет элементов матрицы для нового, вынужденного стационарного поля

$$S_1 = S_1(\bar{\mathbf{q}} + \Delta \bar{\mathbf{q}})$$
6. Вычисление сдвига собственного числа

$$\Delta \lambda = \left([\tilde{\mathbf{a}}^*; (S_1 - S) \cdot \tilde{\mathbf{a}}] - [\tilde{\mathbf{a}}^*; \mathbf{f}] \right) / [\tilde{\mathbf{a}}^*; \tilde{\mathbf{a}}].$$

Вторая глава диссертации посвящена верификации разработанных методов, которая включает как “внутренние” тесты, вытекающие из инвариантности рассматриваемых уравнений относительно преобразования системы координат, так и сопоставление полученных с их помощью результатов с аналогичными результатами, полученными на основе решения нестационарных уравнений Навье-Стокса, и с известными экспериментальными данными.

В *первом разделе* данной главы представлены результаты двух “внутренних” тестов. Первый из них состоит в проверке правильности изменения элементов матрицы (разностного аналога дифференциального оператора L в (1)) при повороте системы координат вокруг оси z , вдоль которой параметры стационарного течения предполагаются постоянными, на произвольный угол. Второй тест состоит в аналогичной проверке при переходе к системе координат, движущейся вдоль оси z с постоянной скоростью.

Второй раздел посвящен тестированию разработанного математического аппарата на примере решения классической задачи о ламинарном обтекании круглого цилиндра. При этом проведено исследование влияния размера сетки и разностной схемы, используемых для аппроксимации оператора L , на точность решения и показано, что сетка размером 240×240 узлов обеспечивает получение решения с погрешностью 1.5% независимо от используемой схемы.

Результаты расчетов, полученные с помощью разработанной методики, сравнивались с известными экспериментальными данными, с опубликованными в литературе результатами расчетов на основе ЛГУ, а также с полученными в диссертации решениями нестационарных уравнений Навье-Стокса. При этом показано, что значение критического числа Рейнольдса, рассчитанное в настоящей работе ($Re_c = 47$, см. рис.1а) отличается от других результатов не более чем на 2%, а

соответствующее значение частоты колебаний хорошо согласуется с экспериментом. Кроме того, установлено, что увеличение различий между расчетным и экспериментальным значением частоты колебаний с ростом числа Рейнольдса (см. рис. 1b) объясняется повышением роли нелинейных эффектов. Наконец, показано, что разработанная методика позволяет не только определить значение критического числа Рейнольдса, но и качественно правильно описать нестационарное течение, возникающее при сверхкритических числах Рейнольдса. В качестве иллюстрации на рис. 2 представлено сравнение мгновенных полей продольной скорости, полученных при решении нестационарных уравнений Навье-Стокса и в результате сложения стационарного решения с собственным возмущением с некоторой (произвольно предписанной) амплитудой при $Re=60$.

Таким образом, результаты тестирования подтверждают отсутствие ошибок и достаточно высокую точность созданного программного комплекса.

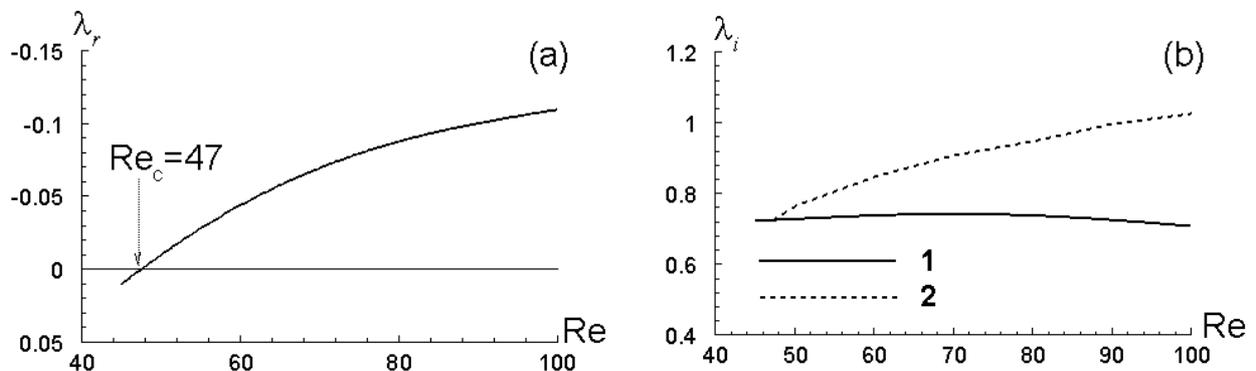


Рис. 1. Зависимость мнимой (а) и вещественной (б) частей собственного числа от числа Рейнольдса при обтекании цилиндра: 1 – расчет, 2 – эксперимент.

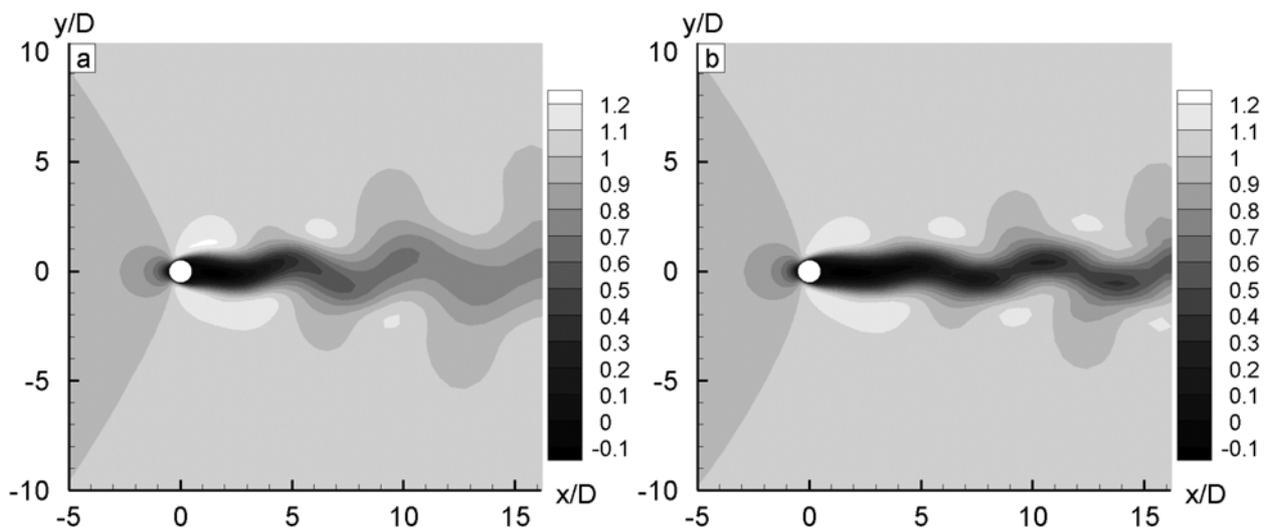


Рис. 2. Мгновенные поля продольной скорости, полученные при решении нестационарных уравнений Навье-Стокса (а) и в рамках ЛТУ (б)

В третьей главе диссертации приводятся примеры применения разработанного математического аппарата для решения трех конкретных задач.

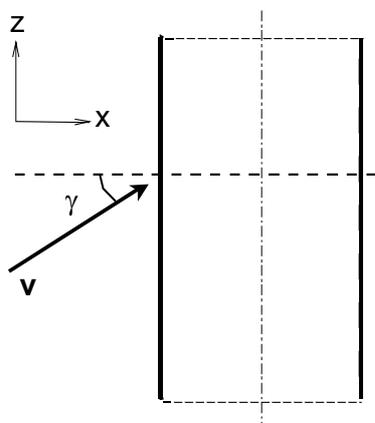


Рис.3. Схема обтекания цилиндра под ненулевым углом скольжения γ

В первом разделе данной главы рассмотрена задача об устойчивости ламинарного обтекания круглого цилиндра под ненулевым углом скольжения γ (см. рис. 3), решение которой оказывается возможным с помощью квазитрехмерной версии разработанного метода. При этом показано, что устойчивость этого течения практически полностью определяется числом Рейнольдса, построенным по нормальной к оси цилиндра составляющей скорости, то есть, что критическое число Рейнольдса при $\gamma \neq 0$

можно определить по формуле $Re_c = (Re_c)_{\gamma=0} / \cos \gamma$. Данный результат подтвержден результатами решения нестационарных уравнений Навье-Стокса.

Второй раздел Главы 3 посвящен исследованию условий начала трансзвукового бафтинга при турбулентном обтекании крыловых профилей.

В первом параграфе данного раздела (§ 3.2.1) проанализированы литературные данные о механизме этого явления и представлены некоторые результаты его экспериментальных и численных исследований, свидетельствующие о том, что оно может быть описано в рамках нестационарных уравнений Рейнольдса.

В § 3.2.2 представлены результаты расчета начала трансзвукового бафтинга с помощью разработанной методики для двух аэродинамических профилей (симметричного 18% двояковыпуклого профиля и профиля NACA 0012) и проведено их сопоставление с результатами численного решения нестационарных уравнений Рейнольдса (URANS), для замыкания которых используется модель турбулентности Спаларта-Аллмараса.

Основные результаты проведенных исследований состоят в следующем.

В обоих рассмотренных случаях параметры потока, при которых начинается бафтинг, определенные с помощью разработанного в диссертации подхода, базирующегося на ЛТУ, хорошо согласуются с соответствующими параметрами, рассчитанными на основе решения URANS. В качестве иллюстрации на рис. 4 показана зависимость частоты бафтинга от числа Маха набегающего потока для симметричного 18% двояковыпуклого профиля (кривая гистерезиса), полученная из серии расчетов по URANS (пунктирная линия на рисунке), и соответствующее началу бафтинга значение числа $M=0.735$ (штриховая линия), определенное с использованием разработанной методики, базирующейся на ЛТУ. Дополнительные

расчеты в рамках этой методики, выполненные без учета влияния на результаты расчетов возмущений турбулентной вязкости (это позволяет заметно упростить вычисления и сократить время расчета), показали, что данное предположение является, к сожалению, необоснованным и приводит к значительному занижению значения числа Маха начала бафтинга (см. штрих – пунктирную линию на рис. 4).

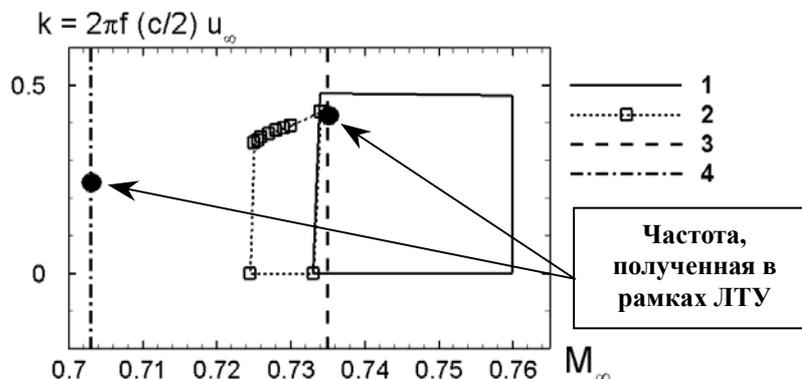


Рис. 4. Зависимость частоты бафтинга от числа Маха набегающего потока при обтекании симметричного 18% двояковыпуклого профиля: 1 – эксперимент, 2 – результаты URANS, 3 и 4– результаты ЛГУ с учетом и без учета возмущений турбулентной вязкости

Расчеты обтекания профиля NACA 0012, выполненные в широком диапазоне изменения угла атаки (от 0 до 6 градусов) и числа Маха (от 0.72 до 0.85) показали, что для этого профиля результаты URANS и линейного анализа также согласуются между собой, однако в данном случае оба подхода предсказывают отсутствие глобальных автоколебаний. Данный результат является наглядной иллюстрацией полезности развитого в диссертации подхода для выяснения вопроса о том, обусловлен ли факт отсутствия нестационарного решения URANS объективными причинами (устойчивостью стационарного течения) или недостатками численного алгоритма, используемого для их решения (например, его избыточной численной диссипации).

Что касается различия между результатами расчетов условий начала бафтинга с экспериментальными данными, то оно оказывается весьма значительным (см. рис. 4), что неудивительно, учитывая сложность рассматриваемой задачи с точки зрения моделирования турбулентности. В этой связи в дальнейшем представляет интерес проведение исследований аналогичных выполненным в настоящей работе, но с использованием других моделей турбулентности.

В последнем *третьем разделе* Главы 3 с помощью описанного в разделе 1.3 метода проведено исследование влияния цилиндра малого диаметра, помещенного в след большого цилиндра, на устойчивость его обтекания. На основе сопоставления полученных результатов с экспериментальными данными показано, что разработанный метод, в целом, правильно описывает влияние положения малого цилиндра на устойчивость течения, однако при этом имеет место заметное количественное расхождение между расчетными и экспериментальными данными по сдвигу критического числа Рейнольдса (см. рис. 5).

С целью выяснения возможных причин наблюдаемого рассогласования были проведены расчеты на более мелких сетках, которые показали, что результаты расчетов, приведенные на рис. 5, являются практически сошедшимися по сетке. Кроме того, учитывая, что эксперименты проводились при обтекании цилиндра водой, а в расчете рассматривалось сжимаемое течение воздуха при $M=0.2$, были выполнены дополнительные расчеты при $M=0.1$ и 0.3 , которые показали, что при $M=0.2$ эффекты сжимаемости являются пренебрежимо малыми.

Таким образом, было установлено, что количественное рассогласование с экспериментом не связано ни с вычислительными погрешностями, ни с влиянием сжимаемости и объясняется какими-то другими причинами. Этот вывод был подтвержден на основе решения задачи об обтекании пары цилиндров на основе численного интегрирования нестационарных уравнений Навье-Стокса и с помощью ЛТУ на двухблочной сетке, структура которой показана на рис. 6, а также в рамках ЛТУ с моделированием малого цилиндра объемной силой. Как видно из Таблицы 1, в которой приведены результаты всех описанных расчетов, основная ошибка методики, основанной на решении сопряженной задачи на собственные значения, связана с тем, что в ее рамках воздействие на поток малого цилиндра моделируется объемной силой.

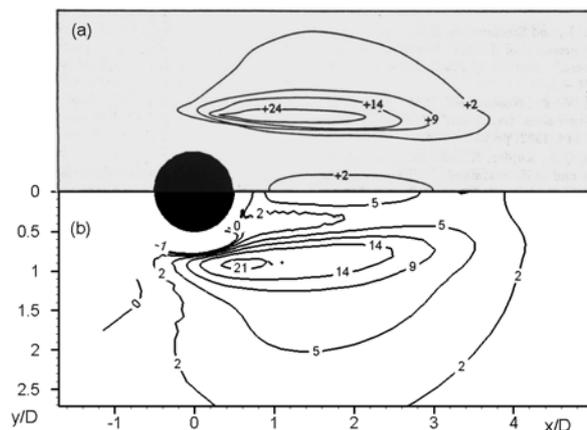


Рис. 5. Зависимость сдвига критического числа Рейнольдса от положения малого цилиндра:
 (а) - эксперимент (несжимаемая жидкость),
 (б) - расчет при $M=0.2$ на сетке 120×100

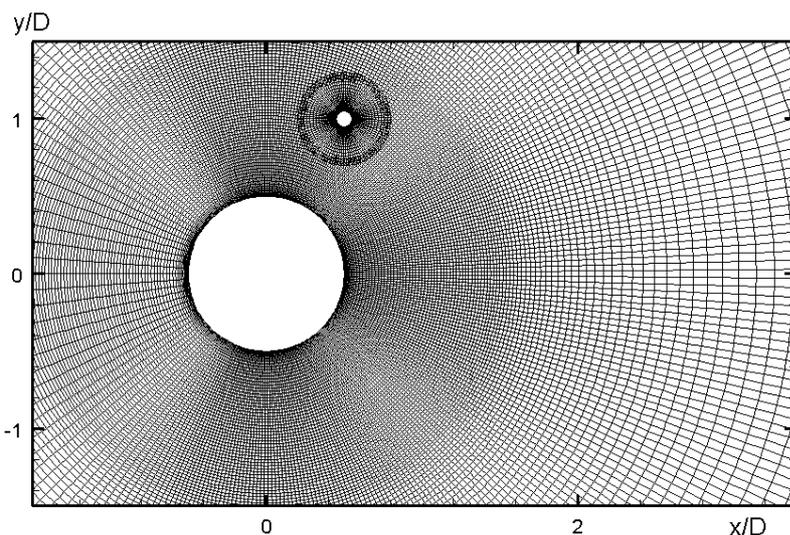


Рис.6. Расчетная сетка, использовавшаяся при моделировании пары цилиндров.

Критическое число, полученное при использовании различных методов
(малый цилиндр помещен в точке с координатами (0.5, 1.0))

| Подход | Re _c |
|---|-----------------|
| Эксперимент <i>Strykowski, Sreenivasan, 1990</i> | >70 |
| Решение уравнений Н.-С. с разрешением обоих цилиндров на двухблочной сетке 283×159+103×31 | 78.5 |
| Анализ линейной устойчивости с разрешением обоих цилиндров на двухблочной сетке 123×101+83×31 | 81 |
| Анализ линейной устойчивости с моделированием малого цилиндра объемной силой на сетке 123×101 | 55 |
| Приближенная методика оперативной оценки с моделированием малого цилиндра объемной силой на сетке 120×100 | 66 |

В **Заключении** кратко сформулированы основные результаты, полученные в ходе проведения данной работы. Они состоят в следующем.

1. Разработан и реализован комплекс базирующихся на линейной теории устойчивости вычислительных алгоритмов для определения условий развития глобальных автоколебаний в ламинарных и турбулентных двумерных и квазитрехмерных потоках.
2. Разработана и реализована приближенная методика оперативной оценки эффективности методов управления устойчивостью путем внесения в поток малых возмущений.
3. Проведена верификация разработанного математического аппарата на примере решения задачи об определении условий начала колебаний следа при ламинарном обтекании цилиндра.
4. Проведено исследование устойчивости ламинарного обтекания круглого цилиндра при ненулевом угле скольжения и показано, что критическое число Рейнольдса, соответствующее началу автоколебаний следа в таком течении, определяется нормальной к оси цилиндра составляющей скорости набегающего потока.
5. Проведено исследование условий начала трансзвукового бафтинга при турбулентном обтекании аэродинамических профилей. При этом показано, в частности, что результаты, полученные с помощью ЛГУ, хорошо согласуются с результатами численного интегрирования нестационарных уравнений Рейнольдса, которое требует существенно больших вычислительных затрат.
6. С помощью разработанной приближенной методики оперативной оценки эффективности метода управления устойчивостью путем внесения в поток малых возмущений построена “карта” сдвига критического числа Рейнольдса для

обтекания цилиндра, в след которого помещен другой цилиндр малого диаметра. На основе сопоставления этих результатов с экспериментальными данными и с результатами более точных подходов, полученными в диссертации, показано, что разработанная методика позволяет при относительно небольших вычислительных затратах получить достаточно надежную информацию об эффективности воздействия на устойчивость течения в зависимости от точки его приложения.

Таким образом, полученные в диссертации результаты подтверждают реальную возможность и эффективность использования методов, базирующихся на классической линейной теории устойчивости, для решения широкого круга задач, связанных с определением условий возникновения глобальных автоколебаний в двумерных и квазитрехмерных ламинарных и турбулентных потоках.

Публикации по теме диссертации

1. **Магидов, Д. Р.** Численное исследование устойчивости стационарных решений осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса / Д. Р. Магидов, М. Х. Стрелец // XXXIII Неделя науки СПбГПУ: Материалы Всероссийской межвузовской научно-технической конференции студентов и аспирантов. Ч. IV / СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2005. – С. 129 – 131.
2. **Магидов, Д. Р.** Численное решение задач линейной устойчивости стационарных турбулентных течений / Д. Р. Магидов, Дж. Д. Кроуч // Проблемы газодинамики и теплообмена в энергетических установках: Труды XV Школы–семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А. И. Леонтьева. В 2-х т. Т. 1. – М.: Издательство МЭИ, 2005. – С. 107 – 110.
3. **Магидов, Д. Р.** Линейный анализ устойчивости стационарных течений / Д. Р. Магидов // Фундаментальные исследования в технических университетах: Материалы IX Всероссийской конференции по проблемам науки и высшей школы 18 – 19 мая 2005 года, Санкт-Петербург / СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2005. – С. 127.
4. **Crouch, J. D.** Predicting the onset of flow unsteadiness based on stability analysis. / J. D. Crouch, A. Garbaruk, D. Magidov // Proceedings of European Conference For Aerospace Sciences (EUCASS), July 4 – 7, 2005, Moscow, Russia.
5. **Гарбарук, А. В.** Новый подход к анализу влияния внешних воздействий на устойчивость внешних течений / А. В. Гарбарук, Д. Р. Магидов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2006. – №3. – С. 139-144.