

ОПЫТ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ТУРБУЛЕНТНОЙ ТЕРМОКОНВЕНЦИИ

Е.М. Смирнов, А.Г. Абрамов, Н.Г. Иванов, А.Б. Корсаков
СПбГПУ, Санкт-Петербург

Среди возможных подходов к численному описанию турбулентной конвекции все возрастающей привлекательностью обладает метод прямого численного моделирования турбулентности (ПЧМ). Однако этот метод обеспечивает надежность результатов расчетов только при полном разрешении всех составляющих движения. Выполнение данного условия налагает жесткие требования на вычислительные ресурсы, быстро возрастающие при желании продвинуться вверх по числу Релея (Ra). Как правило, применение метода ПЧМ с полным разрешением ограничивается модельными задачами в упрощенной геометрии при относительно невысоких значениях числа Релея.

Традиционный подход, основанный на решении уравнений, возникающих вследствие применения рейнольдсова осреднения уравнений Навье-Стокса (РОУНС), требует значительно меньших вычислительных затрат, чем ПЧМ. До сих пор метод РОУНС остается наиболее распространенным подходом к моделированию турбулентных течений, в том числе и течений с определяющей ролью эффектов плавучести. Вместе с тем, результаты расчетов по методу РОУНС очень чувствительны к выбору той или иной замыкающей полуэмпирической модели турбулентности, а иногда и просто не способны отразить характерные особенности, присущие термоконвективным течениям.

Метод моделирования крупных вихрей (МКВ), предполагающий аккуратный расчет переноса импульса и тепла крупными, энергетически важными структурами, позволяет рассчитывать термоконвективные течения при значительно более высоких значениях числа Релея (в сравнении с ПЧМ), с привлечением относительно простых замыкающих моделей. Однако моделирование турбулентных течений в присутствии твердых границ на основе метода МКВ, реализованного в «чистом виде», сопровождается сопоставимыми с налагаемыми в расчетах по методу ПЧМ требованиями по сеточному разрешению пристенных областей, в которых присутствуют относительно мелкие вихри [1]. Стремление преодолеть данное ограничение обусловило появление ряда гибридных подходов, сочетающих в себе те или иные элементы методов РОУНС, МКВ и ПЧМ. Возможности приложения гибридного подхода РОУНС/МКВ к расчетам термоконвективных течений обсуждаются в [2].

В течение нескольких последних лет авторами рассмотрен широкий спектр методических и практических задач моделирования термоконвективных течений на основе нестационарных постановок, включая эффекты вращения и внешнего магнитного поля. Расчеты при умеренных значениях числа Релея проводились на основе метода ПЧМ, а для больших значений числа Релея применялся гибридный РОУНС/МКВ подход.

Уравнения движения несжимаемой ньютоновской жидкости записывались во вращающейся с постоянной угловой скоростью системе координат. Эффекты плавучести в поле силы тяжести учитывались в приближении Буссинеска, эффекты плавучести в поле центробежной силы полагались пренебрежимо малыми. Магнитогидродинамические эффекты моделировались в безындукционном приближении. При расчетах по методу РОУНС/МКВ вихревая вязкость определялась на основе подсеточной модели турбулентности: алгебраической модели или дифференциальной модели с уравнением переноса кинетической энергии неразрешаемых составляющих движения [2,3].

Расчеты выполнялись с использованием развиваемого на протяжении десяти лет группой сотрудников кафедры гидроаэродинамики СПбГПУ программного комплекса (ПК) SINF, позволяющего проводить расчеты стационарных и нестационарных течений жидкости или газа, в общем случае, для областей сложной геометрии. Численный метод основан на использовании многоблочных структурированных неравномерных сеток, согласованных с границами области течения.

Начальная апробация методов ПЧМ и РОУНС/МКВ, реализованных в ПК SINF, проводилась при решении задачи турбулентной конвекции во вращающемся бесконечном слое, подогреваемом снизу [2,3]. ПЧМ конвекции жидкости с числом Прандтля $Pr = 1$ было проведено при $Ra = 5.9 \times 10^5$ и числе Россби (Ro), равном 0.75. Анализ моментальных полей скорости и температуры позволил выделить ряд характерных особенностей, присущих геофизическим явлениям, а именно: существование областей со струйным характером движения, областей с сильной горизонтальной циркуляцией (вихревых структур) и застойных зон вблизи центров таких вихревых структур. Расчеты на основе метода РОУНС/МКВ производились при $Ra = 1.13 \times 10^8$. С ростом Ra проявляется тенденция к хаотизации течения, уменьшению линейных размеров вихрей с одновременным увеличением их численности, а также ослабление относительной интенсивности конвективного движения. Тем не менее, на фоне мелкомасштабного движения отчетливо видны когерентные вихревые структуры,

вращающиеся сонаправленно друг другу и глобальному вращению. Результаты проведенных расчетов хорошо согласуются с эталонными данными [4].

Вопросы развития бароклиной неустойчивости исследовались методом ПЧМ применительно к конвекции воды ($Pr = 7.16$) и ртути ($Pr = 0.025$) во вращающейся вокруг вертикальной оси кольцевой полости с разнонагретыми цилиндрическими стенками (в условиях экспериментов [5]). Расчеты конвекции воды, выполненные при $Ra = 6.8 \times 10^6$, $Ro = 0.97$ [6], дали автоколебательный режим течения с регулярной трехвихревой структурой, медленно прецессирующей в направлении основного вращения, что полностью соответствует данным экспериментальных исследований. Моделирование развития бароклиной неустойчивости в конвекции ртути проводилось при $Ra = 6.9 \times 10^4$, $Ro = 1.04$. На полученной экспериментально [5] диаграмме режимов эти значения определяющих параметров относятся к режиму, в котором регулярные волны со значениями волнового числа в диапазоне от 3 до 7 сосуществуют с хаотическими трехмерными пульсациями. В численном решении [6] имели место неупорядоченные колебания, характеризующиеся присутствием многих частот; это относится как к эволюции поля скорости, так и к эволюции поля температуры.

Обстоятельному анализу была подвергнута турбулентная конвекция ртути в подогреваемой снизу цилиндрической полости [3]. ПЧМ, проведенное при $Ra = 10^5$ и 10^6 , указывает на формирование крупномасштабной конвективной ячейки – такой, что цилиндр приблизительно поровну поделен на области с противоположным знаком вертикальной скорости. Данный результат согласуется с экспериментальными наблюдениями [7]. В хорошем количественном согласии с экспериментальными зависимостями находятся и рассчитанные значения числа Нуссельта. Расчеты по методу РОУНС/МКВ были проведены в диапазоне чисел Релея от 10^8 до 5×10^9 [3,8]. С ростом числа Релея происходит хаотизация течения, и возникают мелкомасштабные вихревые образования. Тем не менее, и в этих режимах можно наблюдать крупномасштабную конвективную ячейку. Однако, в отличие от случая $Ra = 10^6$, граница раздела, соответствующая нулевой скорости вертикального движения, становится сильно размытой. В целом, с ростом числа Релея область вовлеченной в циркуляционное движение жидкости с относительно высокими скоростями становится уже, конвективная ячейка прижимается к стенкам полости, а характерная скорость движения в центральной части полости уменьшается. Этот процесс сопровождается формированием практически однородного поля температуры за

пределами тонких пристенных областей. В последних зарождаются специфические структуры – термики, которые время от времени отрываются от стенок и движутся навстречу друг другу, сталкиваясь и разрушаясь в центральной части области. Рассчитанные по методу РОУНС/МКВ значения числа Нуссельта находятся в хорошем количественном согласии с экспериментальной зависимостью $Nu \propto Ra^{0.285}$ [9].

На протяжении ряда лет авторами проводились численные исследования конвекции расплава кремния ($Pr = 0.015$) при выращивании кристаллов по методу Чохральского в условиях реальной геометрии тигля и типичных для технологии тепловых граничных условиях. Накопленный опыт позволил заключить, что расчеты конвекции в осесимметричной постановке принципиально неспособны адекватно воспроизводить общую структуру течения и распределение температуры в расплаве уже при числах Релея порядка 10^5 . Первые результаты параметрических расчетов трехмерных квазипериодических и стохастических режимов конвекции расплава в тигле с геометрией, типичной для установок метода Чохральского, были получены с привлечением подхода ПЧМ для установок малого масштаба, характеризующимися числами Релея в диапазоне $1.5 \times 10^3 - 6.6 \times 10^4$ [6,10]. Несмотря на умеренные значения числа Релея, во всех рассмотренных режимах конвекция расплава существенно нестационарна, осевая симметрия нарушена. Так, уже при $Ra = 1.5 \times 10^3$ ($Ro = 1.38$) конвекция носит автоколебательный характер, а при $Ra = 5.9 \times 10^3$ режим течения в тигле является хаотическим.

Применительно к промышленным устройствам метода Чохральского, характеризующихся большими значениями числа Релея, определенные успехи достигнуты с применением методов МКВ или РОУНС/МКВ. Систематические расчеты выполнены для типичных условий роста кристаллов кремния диаметром 100 мм; число Релея составляло 8.2×10^6 . Расчеты [11], выполненные по методу МКВ (подсеточное замыкание - по модели Смагоринского) в комбинации с пристенными функциями, показали, что даже такая сравнительно грубая вычислительная модель, благодаря введению эффектов нестационарности, позволяет получить хорошее согласие с экспериментом по осредненному распределению температуры в расплаве и частотам пульсаций температуры. Улучшение качества предсказания переносных свойств расплава достигнуто в [12] с применением метода РОУНС/МКВ, использующего для замыкания уравнение переноса кинетической энергии неразрешаемых составляющих турбулентного движения [2, 8]. Интересно отметить вместе с тем, что расчеты по методу РОУНС/МКВ дали общую

структуру конвекции, схожую с рассчитанной по методу ПЧМ при $Ra = 5 \times 10^5$ [13]. Сохраняются и наблюдающиеся при меньших числах Релея общие тенденции по влиянию вращения тигля на структуру крупномасштабной циркуляции и интенсивность актуального движения.

Литература:

1. Spalart P.R. Strategies for turbulence modelling and simulations // *Int. J. Heat Fluid Flow*, 2000, Vol. 21, pp. 252.
2. Smirnov E.M. Recent advances in numerical simulation of 3D unsteady convection controlled by buoyancy and rotation // In: *Proc. 12th International Heat Transfer Conference, Grenoble, France, 2002, CD-ROM Proceedings*, 12p.
3. Абрамов А.Г. Метод моделирования крупных вихрей в приложении к задачам турбулентной конвекции в подогреваемых снизу емкостях: варианты и возможности / Дисс. канд. физ.-мат. наук. СПб: СПбГПУ, 2003.
4. Julien K., Legg S., McWilliams J., Werne J. Rapidly rotating turbulent Rayleigh-Bénard convection // *J. Fluid Mech.*, 1996, Vol. 322, pp. 243-273.
5. Fein J.S., Pfeffer R.L. An experimental study of the effects of Prandtl number on thermal convection in a rotating, differentially heated cylindrical annulus of fluid // *J. Fluid. Mech.*, 1976, Vol. 75, pp. 81-112.
6. Иванов Н.Г. Трехмерная нестационарная конвекция в емкостях, вращающихся вокруг вертикальной оси: численное моделирование для малых чисел Прандтля / Дисс. канд. физ.-мат. наук. СПб: СПбГТУ, 2000.
7. Cioni S., Ciliberto S., Sommeria J. Strongly turbulent Rayleigh-Bénard convection in mercury: comparison with results at moderate Prandtl number // *J. Fluid Mech.*, 1997, Vol. 335, pp. 111-140.
8. Abramov A.G., Ivanov N.G., Smirnov E.M. Numerical study of high-Ra Rayleigh-Bénard mercury and water convection in confined enclosures using a hybrid RANS/LES technique / In: *Heat transfer in unsteady and transitional flows. Proc. Eurotherm Seminar 74, March 23-26, 2003, Eindhoven, TUE, 2003*, pp.33-38.
9. Glazier J.A., Segawa T., Naert A., Sano M. Evidence against 'ultrahard' thermal turbulence at very high Rayleigh numbers // *Nature*, 1999, Vol. 398, pp. 307-310.
10. Иванов Н.Г., Смирнов Е.М. Численное моделирование трехмерной нестационарной конвекции расплава кремния в емкости, типичной для установок метода Чохральского // *ИФЖ*. 2002, Т.75, № 3, с. 63-69.
11. Evstratov I.Yu., Kalaev V.V., Zhmakin A.I., Makarov Yu.N., Abramov A.G., Ivanov N.G., Smirnov E.M., Dornberger E., Virbulis J., Tomzig E., Ammon W. Modeling analysis of unsteady three-dimensional turbulent melt flow during Czochralski growth of Si crystals // *J. Crystal Growth*, 2001, Vol. 230, pp. 22-29.
12. Ivanov N.G., Korsakov A.B., Smirnov E.M., Khodosevitch K.V., Kalaev V.V., Makarov Yu.N., Dornberger E., Virbulis J., Ammon W. Analysis of magnetic field effect on 3D melt flow in CZ Si growth // *J. Crystal Growth*, 2003, Vol. 250, pp. 183-188.
13. Abramov A.G., Ivanov N.G., Korsakov A.B., Smirnov E.M. Direct numerical simulation of Si-melt convection and oxygen transport in a CZ-system real geometry crucible / In: *Proc. 5th International Conference "Single Crystal Growth and Heat & Mass Transfer" (ICSC-03), Obninsk, 2003*, pp 513-521.